

第四章 研究結果與討論

本章主要在分析討論研究者設計的電腦輔助教學軟體融入「三角形三心」補救教學課程後對於學生學習數學的成效與對數學學習態度的影響，全章共分二節，第一節討論電腦輔助補救教學實施後對學生數學成就的影響，第二節則是探討電腦輔助補救教學實施後對學生學習態度的影響。

第一節 電腦輔助補救教學實施後對學生數學成就的影響

一、電腦輔助補救教學實施結果分析討論

為探討實施電腦輔助教學軟體融入「三角形三心」補救教學課程對於學生數學學習成就之影響，先以下表 4-1-1 描述實驗前後學生在數學學習成就測驗得分、平均數及標準差。表 4-1-1 顯示數學學習成就測驗後測（以下簡稱後測）總平均分數（ $M=11.14$ ）高於數學學習成就測驗前測（以下簡稱前測）總平均分數（ $M=6.00$ ）；再分別以外心、內心與重心類別測驗的平均分數來看，也是後測的平均分數（ $M=4.00$ ； $M=3.86$ ； $M=3.29$ ）高於前測的平均分數（ $M=2.43$ ； $M=1.71$ ； $M=1.86$ ），可見實施電腦輔助補救教學對學生數學學習成就有其立即成效。

表 4-1-1 參與實驗學生數學學習成就測驗前後測表現統計表

學生	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	總分	平均	標準差										
外心	4	5	4	5	4	5	4	5	1	4	0	2	0	2	17	28	2.43	4.00	1.99	1.41
內心	5	5	3	4	3	5	1	4	0	2	0	4	0	3	12	27	1.71	3.86	1.98	1.07
重心	5	4	2	4	4	5	2	3	0	2	0	1	0	4	13	23	1.86	3.29	2.04	1.38
總分	14	14	9	13	11	15	7	12	1	8	0	7	0	9	42	78	6.00	11.14	5.72	3.13

說明：1. 外心、內心與重心各項總分皆為 5 分，合計總分為 15 分。

2. 每位學生、總分、平均與標準差的左邊一欄為前測成績，右邊一欄為後測成績（有網底）。

為回答研究問題一：參與電腦輔助補救教學的學生在「數學學習成就測驗」後測得分是否優於前測得分？研究者以參與電腦輔助補救教學學生的前測得分與後測得分進行成對樣本 t 檢定考驗，由下表 4-1-2 得知前測得分與後測得分有顯著差異 ($t=-4.674$, $p=0.002$)，因此，參與電腦輔助補救教學的學生在「數學學習成就測驗」後測得分顯著優於前測得分，這也表示利用電腦輔助教學有助於學生學習成就的提升。

表 4-1-2 參與實驗學生數學學習成就測驗成對樣本 t 檢定差異分析表

數學學習成就測驗	個數	平均	標準差	t
前測	7	6.000	5.715	-4.674**
後測	7	11.143	3.132	

註：** $p < .01$

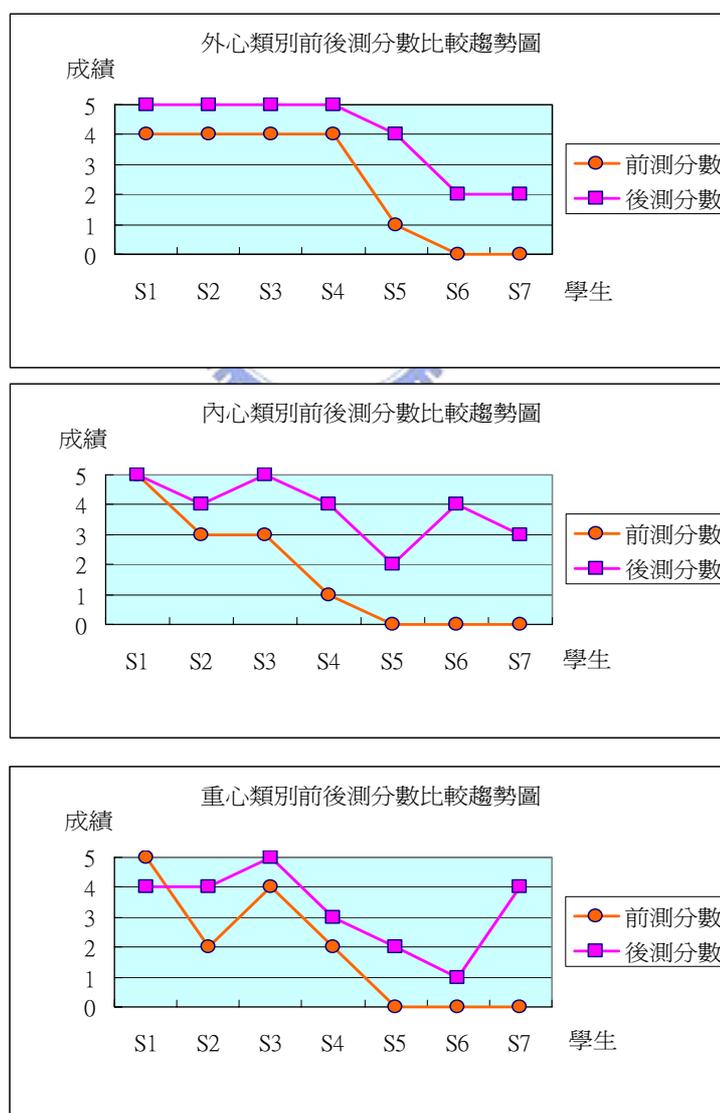


圖 4-1-1 參與實驗學生前後測分數比較趨勢圖

上圖 4-1-1 分別顯示了 7 位學生在外心、內心與重心類別前後測分數比較趨勢圖，若分別以外心、內心與重心類別成就測驗分數來看，7 位學生在「外心」類別成就測驗分數都呈現進步情況，在「內心」類別成就測驗分數中，有 1 位學生 (S1) 維持現況 (已是最高分)，其餘 6 位學生都呈現進步情況，若以「重心」類別成就測驗分數來看，除了 1 位學生 (S1) 分數由前測的滿分 (5 分) 到後測因錯 1 題退步 1 分的情況外，其餘 6 位學生都呈現進步情況，再探究學生 S1 錯的題目可發現其並非不會寫而是計算錯誤 (如下圖 4-1-2 紅色實線圈圈部份)，透過訪談也能確認學生 S1 能正確訂正 (如下圖 4-1-2 藍色虛線圈圈部份)，由此顯示實施電腦輔助補救教學對低成就的學生在學習三角形外心、內心與重心上有正向的幫助；再分別以 7 位學生前後測總分來看 (如下圖 4-1-3)，有 1 位學生 (S1) 維持現況，其餘 6 位學生都呈現進步情況，也顯示實施電腦輔助補救教學對數學學習低成就的學生有很大助益。

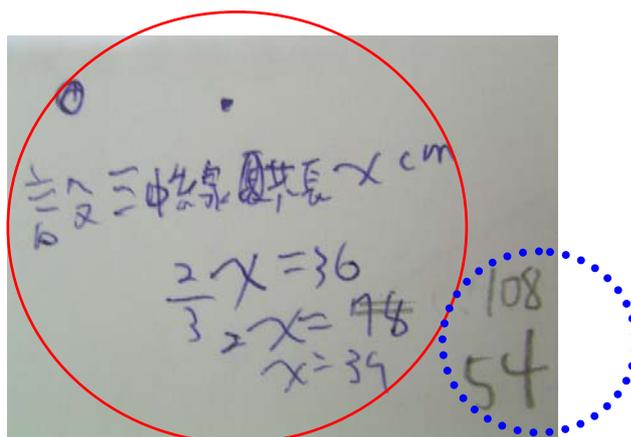


圖 4-1-2 學生 S1 後測第 7 題計算過程

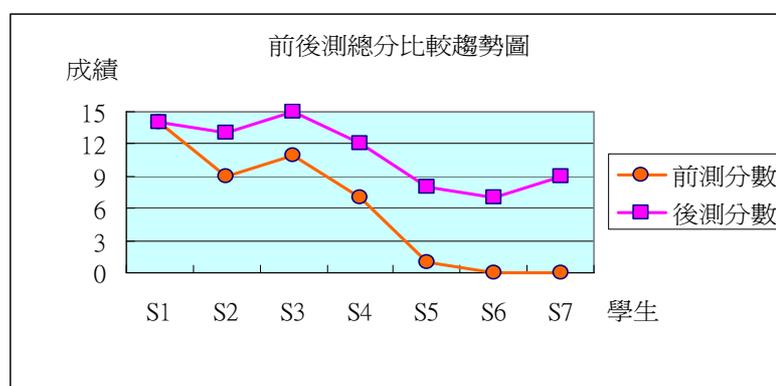


圖 4-1-3 參與實驗學生前後測總分比較趨勢圖

二、參與電腦輔助補救教學與自行複習學生的數學成就結果分析討論

為探討參與電腦輔助補救教學課程與自行複習的學生對數學學習成就的影響，先以下表 4-1-3 描述自行複習的學生在數學學習成就測驗前後測得分、平均數及標準差。

表 4-1-3 未參與實驗學生數學學習成就測驗前後測表現統計表

學生	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	總分	平均	標準差											
外心	4	4	4	4	1	0	0	2	0	0	1	1	1	1	0	0	11	12	1.38	1.50	1.69	1.69
內心	5	4	3	1	0	0	0	1	0	0	0	2	1	0	0	0	9	8	1.13	1.00	1.89	1.41
重心	3	2	2	2	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	7	6	0.88	0.75	1.13	0.89
總分	12	10	9	7	2	0	0	4	0	0	1	4	3	1	0	0	27	26	3.38	3.25	4.60	3.73

說明：1. 外心、內心與重心各項總分皆為 5 分，合計總分為 15 分。

2. 每位學生、總分、平均與標準差的左邊一欄為前測成績，右邊一欄為後測成績（有網底）。

為回答研究問題二：參與電腦輔助補救教學的學生在「數學學習成就測驗」後測和前測的得分差距是否顯著優於未參與電腦輔助補救教學而自行複習的學生？本研究先以前測得分為依據，利用 Levene 檢定兩組變異數的同質性，研究結果顯示未達顯著 ($F=1.546, p=0.290>.05$)，表示這兩組是具有同質性的，再以這兩組學生後測減前測的分數進行獨立樣本 t 檢定考驗，由下表 4-1-4 得知後測和前測的得分差距有顯著差異 ($t=3.832, p=0.001$)，因此，參與電腦輔助補救教學的學生在前後側得分差距上與未參與學生比較有達到統計上的顯著進步，即參與電腦輔助補救教學的學生比未參與電腦輔助補救教學而自行複習的學生在數學學習成就測驗上有較大的進步空間，左台益與梁勇能(2001)認為「幾何教學應適當地融入空間視覺與操作活動以增進學生幾何學習效果」，本研究結果顯示低成就學生參與電腦輔助補救教學，因融入空間視覺與操作活動，的確能提昇其學習成就。

表 4-1-4 學生數學學習成就測驗後測減前測獨立樣本 t 檢定差異分析表

	個數	平均	標準差	t
參與實驗	7	5.143	2.911	3.832**
未參與實驗	8	-0.125	2.416	

註：** $p < .01$

第二節 電腦輔助補救教學實施後對學生學習態度的影響

本研究除了想知道學生經由電腦輔助補救教學後其數學學習成就的改變外，還想瞭解學生在經過實驗教學後數學學習態度改變情形，因此，研究者透過研究過程進行觀察並依據學生學習成就測驗前測、課後作業、學習成就測驗後測作答情況和教學後的訪談來探討學生對參與電腦輔助補救教學來學習數學的看法，本節共分三部分作說明，第一部份說明學生對電腦輔助教學的想法，第二部份為討論實施電腦輔助教學後對學生學習態度的影響，第三部份則探討學生學習回顧與教師的教學反思。

一、學生對電腦輔助教學的想法

(一) 電腦軟體簡單易操作：從訪談中得知雖然每位學生在參與此次電腦輔助補救教學前都不曾有過使用數學電腦軟體來學習數學的經驗，但由於研究者任教的學校三個年級都有開設電腦課，滑鼠的基本操作對他們來說是很容易的，因此他們都表示基本上對這次的電腦軟體操作沒問題或困難，顯然軟體有達到當初設計的要求：簡單易操作，但從教學過程的觀察與訪談中可發覺研究者設計的「三角形三心」軟體仍有美中不足之處，那就是依教學目標 C19:理解三角形三條中線將三角形面積六等份所設計的操作方式對學生而言顯然有困難(如下圖 4-2-1)，以下為學生 S3 與研究者的部分對話內容，這是研究者須再研究改進的。

師：你覺得操作這個數學電腦軟體有沒有問題或困難？

S3：移重心那個比較有問題啊。

師：那一個重心？

S3：移那個啊，什麼六塊啊。

師：喔！那個比較有問題比較難移？

S3：可以這麼說，移了好久才想到。

師：移了好久？

S3：嗯。

師：那其他都比較沒什麼問題？

S3：其他還好啊。

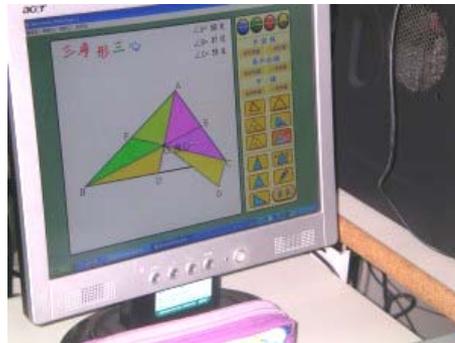


圖 4-2-1 三角形面積六等份操作畫面

(二) 肯定電腦輔助學習的效果：透過電腦軟體的操作，學生體驗了不一樣的上課及學習方式，也都對電腦輔助數學學習持肯定的態度，學生 S5 說：「…（對數學）會比較好吸收」，學生 S2 提到：「…（使用電腦）操作比較精確」，因此若還有機會使用數學電腦軟體學習數學，在對學生的訪談回答中普遍表示願意使用，不過學生 S3 也說：「…看題目，像機率就不適合…」，感覺得出學生很了解電腦輔助教學軟體對他們的意義所在及其所扮演的角色，也肯定電腦輔助學習帶來的效果。

二、電腦輔助學習環境對學生學習態度影響的分析討論

(一) 提高學生學習興趣：由於傳統課堂上講述式的教學即使在黑板畫上圖形以供學生學習認知參考，但仍有不少學生因無法配合教師一致性的教學進度而放棄學習，甚至看到教師將某單元的定義、性質、例子與證明書寫在黑板上便馬上降低其學習慾望，學生 S3 提到：「…（在黑板）寫一大堆字不會很想把它全部看完，然後看到一半就不想看，那就放棄，就丟掉」，而此次研究者編定的補救教學講義大多是操作與開放式問題，僅提供結論讓學生能掌握學習重點，這樣的方式增加了學生操作軟體的時間也提高了學習的興趣，學生也更積極的、認真的去使用軟體來幫助學習（如下圖 4-2-2），尤其請學生比較使用數學電腦軟體上課與在一般教室上課自己在學習上的差別時，普遍覺得自己操作對學習數學比較有幫助，比較有印象不容易忘記，學生 S1 說：「喜歡可以實際操作（電腦），記比較熟」，學生 S3 也提到：「…（在一般教室上課）畫的不完整或剪的不完整，結論可能有問題…電腦比較精確…」。



圖 4-2-2 學生認真的操作數學電腦軟體

另外，使用電腦軟體來輔助學習解決了每個人學習與吸收知識時間不一致的困境，透過講義的引導，每個學生在教師給的時間內盡可能依照自己的學習狀況來作調整，學習較佳的學生也能較有餘力與時間幫助同學學習，達到教學相長的效果，學習緩慢的學生也就更願意繼續學習下去，學習意願與興趣就提高了。

(二) 增加學生學習信心：從訪談得知每位學生都能因使用數學電腦軟體而更有信心去解決遇到的數學問題，學生 S2 說：「…操作過之後就差不多已經知道，寫的時候比較有信心」，有兩位學生（學生 S4 與 S7）特別提到在電腦教室上課人數較少，老師會走來走去視察他們操作，他們會比較敢發問，而這正是學習信心增加的表現。從學生 S4 的課後作業與後測的試題說明或理由中，研究者發現其大量用圖形來說明其想法（如下圖 4-2-3），其後測整個作答情況均是利用作圖來幫助思考，可見圖像的視覺化對其解題與思考很有幫助，李美蓮（2004）也說：「當學生能適當地利用圖形表徵來表達自己的數學想法時，不但能做為與別人溝通的橋樑，同時也能增進對數學概念的理解」，而數學電腦軟體正好提供其視覺化的思考模式，也因此增加其解決數學問題的信心，從訪談對話中可了解其想法。

師：為什麼每題都畫圖？

S4：嗯，這樣比較好想。

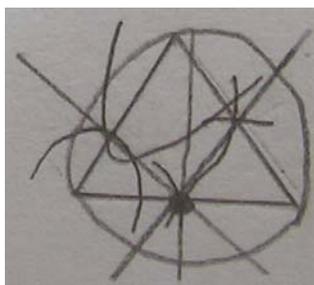


圖 4-2-3 學生 S4 畫圖說明其試題 3 想法

學生們對於使用電腦軟體來學習「三角形三心」普遍覺得有幫助，尤其是透過自己的操作對於三角形三心的定義或性質記比較牢，印象比較深刻，學生 S6 還說：「…學得比較快，比較容易吸收…」，學生 S3 說：「…圖形方式比較看得懂…」，學生 S7 也說：「有幫助啊，而且還學了很多…就比較會寫…（在黑板）教很容易忘記，自己操作才會記起來…」，以下是研究者與學生 S5 的對話：

師：你覺得利用數學電腦軟體來學習「三角形的三心」，對你學習該單元是否有幫助？

S5：還好，只是會讓你懂很多而已。

師：讓你懂很多？

S5：嗯。

師：怎麼樣讓你懂很多？

S5：就是沒有像以前那樣子沒有圖案或沒有操作這樣子，就什麼都不懂只聽老師講那樣子，混亂混亂中。

師：那有圖案給你讓你操作，你會…？

S5：會比較清楚。

師：會比較清楚？

S5：嗯。

師：所以印象會比較深刻嗎？

S5：嗯。

…

師：所以有自己操作會比較好？

S5：嗯。

師：所以你覺得對你學數學有幫助？

S5：嗯。

綜合學生所言，由於使用電腦軟體來學習「三角形三心」有別以往只在台下聽講，學生在親自操作下，即時將圖形變化一步一步呈現在眼前，不僅能幫助了解相關定義與性質，對解題而言也能因印象深刻而比較能將所學表現出來，學生 S3 表示：「…中間過程知道，（理由）比較寫得出來」，學生 S4 也說：「…每一個技巧都要靠自己那個動，印象較深刻」，這也符合 Duval(1995)所提的操作性理解，而這樣的方式讓參與此次補救教學的學生體認到數學是可以學好的，是有機會學好的，藉由他們堅定的語氣，也讓研究者感受到了他們學習數學的信心與願意正向面對數學問題的態度。



三、學生學習回顧與教師的教學反思

(一) 學生學習回顧：研究者請學生說明這次電腦輔助補救教學上課經驗的感受，並透過學生對前後測試題的回顧，為這次的學習作個總結。

下表 4-2-1 說明了此次參與實驗的學生認為使用數學電腦軟體上課與在普通教室上課之間的差別，這樣的差別也正是他們認為後測分數會進步的理由，而大部分的學生也都期待能有再次使用數學電腦軟體上課的機會，這對於平常考試成績不理想、學習意願不高的他們而言，的確是很令人訝異與高興的，學生 S7 就說：「電腦教室是自己用，有一些不會可以問旁邊自己同學，有時候也會不專心看他在作什麼，至少自己有操作過…有去操作、去練習」。

表 4-2-1 低成就學生使用數學電腦軟體上課與在普通教室上課之比較

使用數學電腦軟體上課	在普通教室上課
可實際操作，作圖精確	圖形固定，結論可能有問題且無法任意立即準確作圖
比較有印象，好吸收	容易忘記
操作時間多，較專注	聽講時間多，會不專心
上課人數少，較敢發問	班上人數多，不敢發問
可反覆琢磨過程，較寫得出理由	圖形固定於黑板上，不懂且混亂

學生 S1 表示上完補救教學印象最深刻的是軟體在直角三角形內切圓半徑所呈現的方式（如下圖 4-2-4），下圖 4-2-5 為該生在成就測驗試題 9 所寫的理由（左圖為前測的答案，右圖為後測的答案），從原本胡亂拼湊答案到後來在課堂上透過軟體操弄形成心像，並能在注意各面向關連性後加以形式化，藉由訪談，學生 S1 告知題目要問的圖形已形成在腦海中，所以解題時不用再畫圖了，可以直接以公式的形式寫出來，因此對於該生而言透過電腦輔助學習的確是有所幫助的，這樣的學習歷程與鄭晉昌（1997）提到的：「幾何圖形經由電腦科技的輔助能以動態圖像的方式呈現，提供學習者強有力的學習與知覺經驗，可以讓學習者形成動態的內在表徵，使學習者對抽象的概念更具知覺的能力」是不謀而合的。若再仔細推敲其解法，該生處理此題的境界是與他人不同的，能寫出此公式，除了能知道題目要求內切圓半徑外，還須能看到另一個關鍵字：直角三角形，也就是各個面向都要關注到才行。

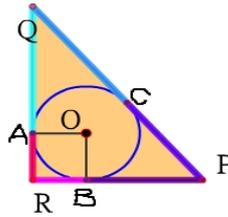


圖 4-2-4 直角三角形內切圓半徑呈現的方式

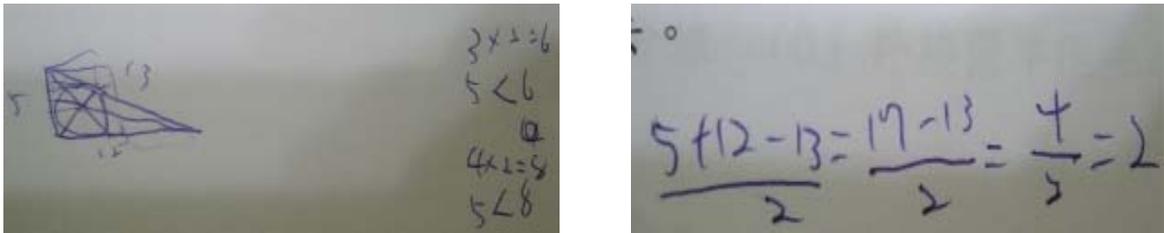


圖 4-2-5 學生 S1 前後測試題 9 書寫理由

針對這點，若再來看其他答對同學的理由，可發現使用電腦輔助教學仍存在個別差異，在與學生 S2 的訪談中提到：「使用電腦軟體幫助比較大的是比較複雜的（問題），例如求直角三角形內切圓半徑，比補習班教的容易記」，下圖 4-2-6 為學生 S2 後測試題 9 書寫的理由，其實該生此題在前測作答時是完全不會，在課堂上透過圖形的操弄後能夠理解相關性質並正確作答已屬不易，但可看出仍須將圖形畫出來幫助思考，將操弄電腦時的心像與此題作連結，並加以解決，該生說：「後測會進步，題目會寫是因自己操作過，比較有信心，比較有印象。」

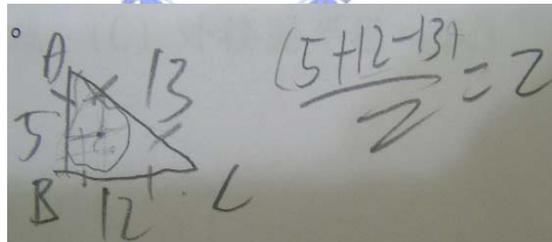


圖 4-2-6 學生 S2 後測試題 9 書寫理由

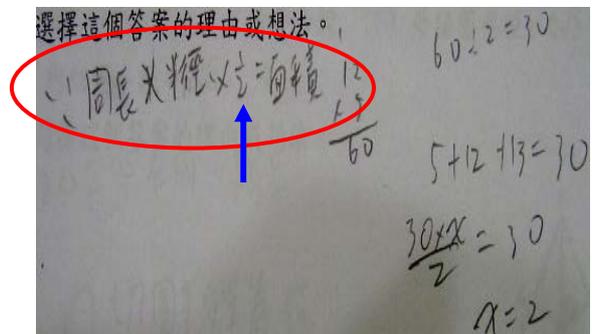
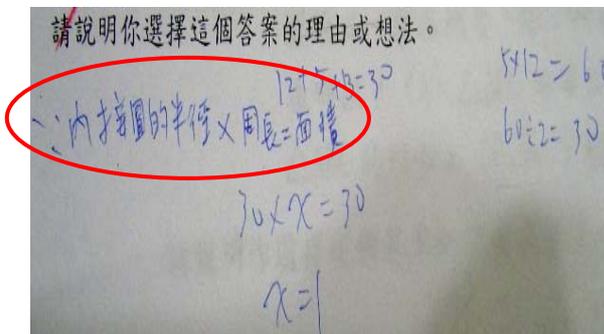


圖 4-2-7 學生 S3 前後測試題 9 書寫理由

再來看學生 S3 的作法，該生總結了這次經驗，除了表示軟體的畫筆功能可以塗鴉很好玩外，對於後測試題能全對，他歸功於因有實際操作所以了解理由，試題才會寫的比較順手，上圖 4-2-7 為成就測驗試題 9 該生書寫的理由（左圖為前測的答案，右圖為後測的答案），從紅色圈起來的部分可看出後測的式子多了乘於二分之一的動作（藍色箭頭所指），該生原本不是很清楚是不是該乘於二分之一，透過「三角形三心」軟體的操作後（如下圖 4-2-8），其表示「...把它全部拉到下面，然後把它混合在一起還是一個三角形啊，我原本想說它是不是一個四邊形啊，然後就不知道要不要除以二...」，因此他現在已經很確定要除以二（式子是寫乘於二分之一）。



圖 4-2-8 學生 S3 操作軟體畫面

學生 S3 了解題目要求內切圓半徑，也採用了可行的作法，但他若能把握另一個關鍵字：直角三角形，就能將該題用較「簡單」的算式解答出來，從課後作業來看，該生也會使用如學生 S1 與 S2 的解題方法，但研究者認為這是一種慣性吧，一種解題慣性，驅使他用直覺的方式解題而忽略了題目中的每個細節。雖然如此，該生已能針對此問題作形式化的解題而不用畫出圖形了，這是不容易的。下圖 4-2-9 為該生在成就測驗後測試題 5 書寫的理由（前測時書寫內容為空白），藉由在課堂上操作「圓與三角形」軟體，該生於後測時能了解題目所要求的是圓心角與圓周角的關係，也因此畫出相互間的關係圖後能順利解答該題，對於該生因操作軟體而明顯提高其學習效果是很令研究者感動的。

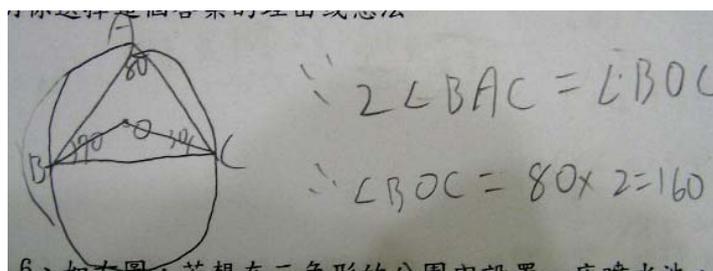


圖 4-2-9 學生 S3 後測試題 5 書寫理由

前面提到學生 S4 於後測時大量畫出圖形來幫助思考，其表示後來測驗成績有進步，在於課堂上認真操作軟體(如下圖 4-2-10)，變得比較有印象，也對三角形三邊可以操作合併成另一個三角形的底印象深刻，表現在成就測驗後測上當然就是能正確解答出來(如下圖 4-2-11)，其解法與學生 S3 的作法是相同的，不過顯然畫出圖形來幫助理解對學生 S4 來說是很重要的，因此若還有機會使用數學電腦軟體學習數學，他表示很願意使用。



圖 4-2-10 學生 S4 操作軟體畫面



圖 4-2-11 學生 S4 後測試題 9 書寫理由

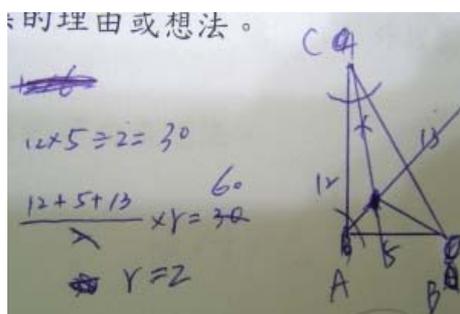


圖 4-2-12 學生 S4 後測試題 4 書寫理由

但若大量依賴圖形而未將數學了解過程從「形成心像」提昇至「注意性質」甚至加以「形式化」，有時難免會被題目所附的圖形或是自己建構的圖形所誤導，如上圖 4-2-12，雖然學生 S4 在其後測試題作答上大部分均能說明理由，他自己就說：「...每一個技巧都要靠自己那個動，印象較深刻」，但在試題 4

顯然畫的太像正三角形，以致於誤認為P點在內心上，其似乎在幾何學習上仍在 van Hiele 所提的「視覺層次」與「分析層次」間擺動，未能穩定進入「分析層次」甚至「非形式演繹層次」，劉好（1998）曾說在「分析層次」階段的學生，宜安排一些製作及檢驗的活動，使其從中獲得圖形的性質，因此研究者認為若能多安排電腦輔助教學的活動，相信學生 S4 在幾何學習上表現將更趨穩定。

學生 S5 表示以前自己對數學沒什麼信心，也沒有認真學習，所以試題出現根號都不會算，方程式也不會解，即時三角形三心已學過，仍沒什麼印象，所以前測試題答案幾乎都用猜的，不過經由這次在課堂上操作電腦軟體後，對於外心與內心、中垂線與角平分線的分別就不會搞混了，下圖 4-2-13 為該生於後測試題 8（左圖）與試題 12（右圖）書寫的理由，雖然兩題問的內容不同，但看得出其能善用外心與外接圓的關係思考問題，也能了解直角三角形與外心間的關連，與先前試題都用猜的有顯著的差別，這也是令研究者感到高興的事。



圖 4-2-13 學生 S5 後測試題 8 與試題 12 書寫理由

學生 S6 表示軟體操作沒什麼問題，不過其認為「…就是要找題目去用…」，即配合講義來學習，也就是軟體的設計與應用應與教材相結合才能彰顯其功用，這樣的想法與邱貴發（1994）及張俊彥與董家莒（2000）所主張的相似，該生認為此次最大的收穫是了解「三心」是什麼，「…（定義）背很容易忘記，操作過比較不會忘記…都記得起來」，「…課堂上聽不懂的人怎麼辦？自己用比較好」，顯然操弄軟體可以幫助其記憶，並認為是自己有操作過其後測分數才會進步，再看看其在後測答對試題中理由書寫狀況，對於三心定義問題及「外心至三頂點等距離」與「內心至三邊等距離」在生活應用問題的確都能掌握了解，因此其很肯定用數學軟體學習的方式。

學生 S7 是這次參與電腦輔助補救教學學生中平均數學成績最差的，在班上的段考排名也常常是倒數前幾名的，但卻是研究者認為在所有參與實驗教學學生中最認真的（如下圖 4-2-14），該生平時在教室上課沈默寡言，剛開始在電腦教室上課也是如此，但在研究者增加與她的互動，再配合軟

體的操作，讓她感受到與在教室上課不一樣的氣氛，也漸漸引起她的學習興趣與信心，她說道：「(在電腦教室)學了很多…就比較會寫…(在黑板)教很容易忘記，自己操作才會記起來…」、「…老師常常走來走去，(老師)有時候會(主動)問，自己也比較敢發問」。



圖 4-2-14 學生 S7 認真上課畫面

在後測成績上學生 S7 雖然並非最高分，但卻是進步最多分的 (進步 9 分)，觀察她在後測試題上書寫的理由很確實，言之有物，如下圖 4-2-15 為試題 8 後測書寫理由，她能確實掌握外心在斜邊中點上且到三頂點等距離，不過仔細看他列式的方法，顯然她的乘法並未完全取代她的連加加法 (下圖 4-2-15 紅色實線圈圈部份)，從試題 13 與訪談也發現她不會根號除法運算，研究者認為她應該多增加四則運算的練習，不過她很努力用她會的方式把答案解出來是值得嘉許的。

師： $3\sqrt{3}$ 除以 3 是多少？

S7：嗯…1 (停頓一下) …我、我不知道。

師：所以你是根號不會算？

S7：嗯。

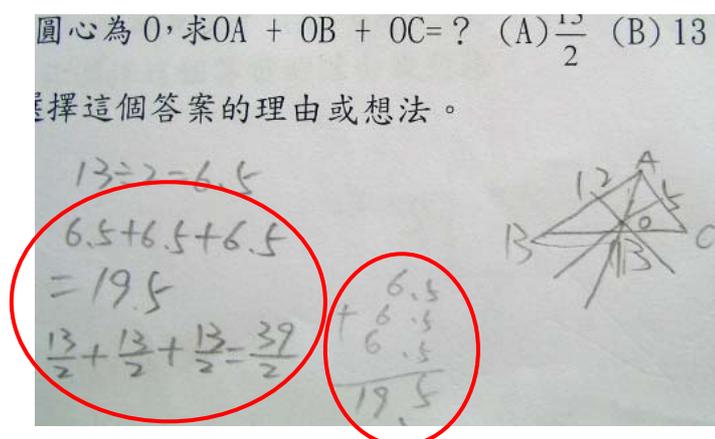


圖 4-2-15 學生 S7 後測試題 8 書寫理由

很明顯這次電腦輔助補救教學對她而言是很有收穫的，她也希望能再繼續上下去，而這次上課經驗讓她印象最深刻的是重心將中線分成 2 比 1

的關係，線段可以旋轉讓她覺得好玩，她也能夠將所學性質運用在解答試題 7（如下圖 4-2-16，左圖為前測答案，右圖為後測答案）與試題 11（如下圖 4-2-17，前測不會作答未列出）上，顯見電腦輔助學習的成效。

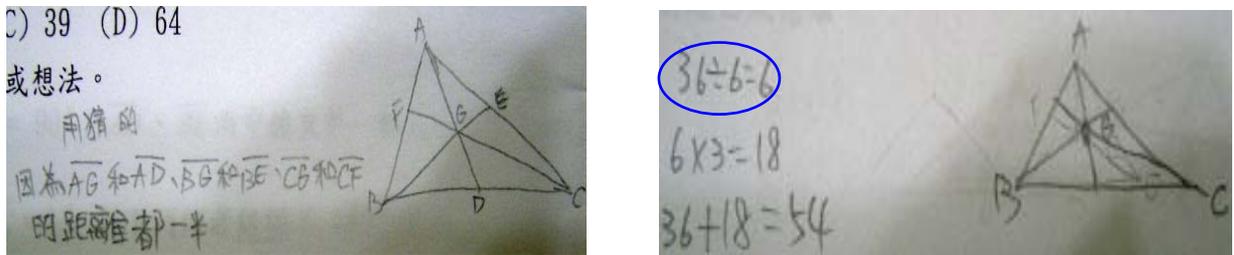


圖 4-2-16 學生 S7 前後測試題 7 書寫理由

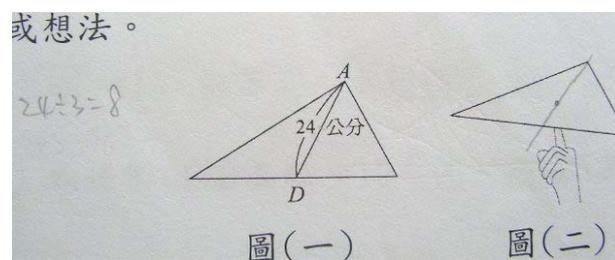


圖 4-2-17 學生 S7 後測試題 11 書寫理由

不過研究者也發現學生 S7 在解答試題 7 時產生了一個迷失概念（圖 4-2-16 藍色實線圈圈部份），原始題目為：「右圖 $\triangle ABC$ 中，G 點是 $\triangle ABC$ 的重心，三中線為 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} ，若 $\overline{AG} + \overline{BG} + \overline{CG} = 36$ 公分，則 $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF}$ 是多少公分？」在任意三角形中， \overline{AD} 、 \overline{BE} 與 \overline{CF} 並不一定等長，所以 \overline{AG} 為 \overline{AD} 三等分中的二等分時，與 \overline{BG} 為 \overline{BE} 三等分中的二等分， \overline{CG} 為 \overline{CF} 三等分中的二等分是不等長的，不僅學生 S7 在操弄軟體時未察覺此現象，研究者發現學生 S4（如下圖 4-2-18 藍色實線圈圈部份）與學生 X1（如下圖 4-2-19 藍色實線圈圈部份）也有此迷失概念，他們均把 \overline{AG} 、 \overline{BG} 、 \overline{CG} 當作等長再作計算，這是研究者下次教學時應當要注意強調的。

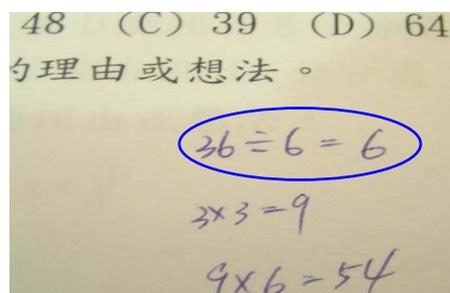


圖 4-2-18 學生 S4 後測試題 7 書寫理由

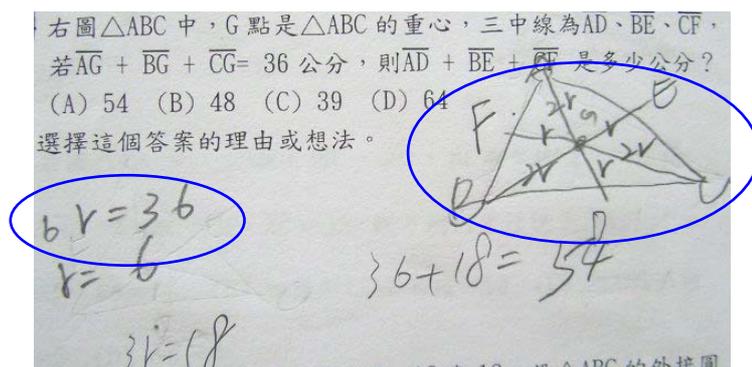


圖 4-2-19 學生 X1 後測試題 7 書寫理由

從訪談及上述說明可感受到學生對於參與此次補救教學是持肯定與正面的態度，對於三角形三心相關的定義與性質都能透過軟體作最好的吸收與學習，甚至還有學生能提昇其學習境界將其作抽象化與形式化的思考，看得出每個人在課堂上操作過數學軟體後，認知學習狀況都有所提昇，反映在成績上便是每個人的後測分數提高了（只有學生 S1 維持在 14 分），藉由與未參與補救教學學生的分數作比較便可發現當解題信心增加，願意去學，良性循環下成就測驗分數自然能有所提昇，數學便不再是少數人才會的學科了。

（二）教師的教學反思：運用資訊科技融入教學是一條漫長的路，要應用電腦輔助教學除了要有專屬的教材外，慎選電腦軟體也是左右學生學習成效的關鍵之一，以三角形三心為例，研究者搜尋網路發現雖然也有設計者利用 GSP 或 Flash 設計了一些小軟體來讓學生學習，但仍不足以涵蓋研究者所要教授三角形三心的教學目標，且以研究者之前的教學經驗來看，以 GSP 來讓學生操作會讓教學過程很混亂，最常遇到的問題就是學生胡亂操作後存檔才發現無法回覆原始狀態（即使提醒再三仍會如此），無法有效掌握教學進度，且每台學生用電腦還需備有 GSP 主程式，不是很方便，也因此促使研究者希望能設計屬於三角形三心的軟體讓學生能操作與觀察，而這中間便花了很多時間學習如何利用 ActionScript 程式語言設計開發軟體，遇到盲點時，一個功能可能寫了一個星期還無法達到研究者的要求，即使電腦軟體寫好了仍必須經過再三測試，再經由其他教師與學生的意見將軟體設計修正的更貼近學習者與教學者，最後本研究為了驗證成效，透過補救教學的實施來了解學生學習成就狀況，其實，若能找到幾位教師一起分工合作，除了可彌補自身程式設計功力的不足，達到縮短設計軟體的時間外，更可提高教師運用資訊科技融入教學的意願。

在軟體操作方面雖然學生普遍反應良好，不過仍發現可改善的空間，

即學生在「三角形三心」軟體操作上會遇到一個困擾，就是如何讓被三角形三中線所切割的六小塊三角形，操作移動成每塊疊合在一起以說明六小塊面積相等，這在教學過程觀看學生操作與實驗後訪談中可得到類似回應，雖然如此，但對於軟體使用效果學生仍持肯定態度，我想這是對教育工作者最大的欣慰了。

師：每一塊（小三角形面積）都一樣是你背的，是你之前就知道，還是說用這個軟體之後才知道？

S2：用這個軟體。

師：用這個軟體才知道這六塊（面積）都一樣？

S2：對。

另外，研究者從此次補救教學的經驗了解到低成就學生普遍存在數學先備知識的不足，因此若要讓補救教學有效果，除了可用電腦輔助教學外，若能從一年級上學期開始對低成就學生實施補救教學，相信對數學先備知識不足的改善會很有幫助。再者便是在試題的敘述上要能考慮到學生的程度及先備知識，以免學生就算在經由補救教學達到教師的教學目標，但仍無法順利作答，而誤以為學生未達要求的認知而影響教師教學上的判斷，以本次研究為例，研究者在進行實驗前已特別分析學生學習前應有的先備知識以掌握學生的學習狀況，但仍不免有疏漏之處（根號的運算），因而影響了學生的作答，這也是研究者下次在進行類似活動時需要再注意的，教學上也要提醒學生注意定義與性質跟圖形結合時的各個面向，以免學生產生迷失概念。

學生參與的意願很重要，參與數學補救教學的學生基本上都是低成就學生，強迫學生參加除了無法達到學習效果外，學生很可能會有被貼標籤的感受，有意願參與補救教學的學生其多能自我調適，並能更積極配合教師的要求，不過，本次實驗也發現學生即使自願參加仍有學習意願低落的時候，這時，教師與學生的互動關係就很重要，平時保持良好的師生關係，對於學生學習意願低落時所給予的關懷其便能感受到，再配合同儕的鼓勵便能適時幫助學生走出低潮，也才能提昇補救教學的成效，這與 Otto, McMenemy and Smith (1973) 說明成功的補救教學應遵循的準則相符合。

這次教學實驗是研究者第一次藉由設計電腦軟體讓學生體會現有數學幾何教材的變與不變，學生透過自行操作不僅能感受數學另一種呈現方式，最重要的是學生對於解決數學問題的信心提昇了，這是研究者除了學會 Flash ActionScript 程式語言外最大的收穫了，也鼓舞研究者在教學與設計軟體的路上繼續努力。