

第二章 數學建模競賽的回顧

1980 年初期，美國國家科學基金會(NSF)、美國國家教育部、國家能源部、國家高等軍事院校、IBM、Intel 等國際知名企業為改進美國中等學校數學教育共同合作成立 The Consortium for Mathematics and Its Applications (COMAP) 一個非營利性的組織，宗旨強調數學之「用」其重要精神在於如何運用數學解決人類真實世界中的問題。以解決生活問題作為教學重點的優點是透過一個可具體實踐的課程活動讓學生有機會將課堂上的知識統合成為「內化的能力」。本章節針對美國與中國大陸地區近年來所舉辦的中學「數學建模」競賽相關背景、競賽試題與實施方式做資料性的整理與介紹，期盼他山之石可以攻錯。

2.1 美國 HiMCM 競賽



美國從 1985 年開始就由 COMAP (The Consortium for Mathematics and its Applications) 主辦全國性的「大學生數學建模競賽」The Mathematical Contest in Modeling (簡稱 MCM)，1999 年 COMAP 將此項活動往下延伸，開始辦理全美國高中生的數學建模競賽 The High School Mathematics Contest in Modeling (簡稱 HiMCM)；HiMCM 是一個適合於高中生參與的國際性競賽，目的是使參賽學生隊伍藉由數學建模的方法分析、解決一道現實生活中的真實問題，最後總結出數學模型方法並以論文形式提交予競賽主辦單位。以下是在 2003 年期間參考 <http://www.comap.com/highschool/> 網頁資料，針對美國高中數學建模競賽的有關歷史沿革與競賽內容作一番介紹。

2.1.1 沿革

COMAP，一個由美國國家科學基金會（NSF）、美國國家教育部、國家能源部、國家高等軍事院校、IBM、Intel 等國際知名企業共同合作成立的一個非營利組織，其宗旨是為改進數學教育。從 1980 年起，COMAP 已經與教師，學生和民間企業合作建立數學建模學習環境，推展數學建模教育，強調數學學習的終極目標是以「知識」解決真實世界中的「實際問題」；如何使用數學工具探討現實世界問題，而「數學模型」就是解決問題的有利工具。

基於這樣的歷史背景之下，從 1999 年起每年春季期間舉辦全美高中數學建模競賽，至 2004 年為止共舉辦了七屆（其中 2001 年因為調整競賽時間由春季到秋季，所以當年度共舉辦了兩次的競賽）。



2.1.2 競賽規則

一、前言

高中數學建模競賽（簡稱 HiMCM），為提供學生學習團隊合作與激進增進學生解決問題能力、數學作文寫作之技巧而設計的競賽活動；活動以最多四人為一小組模式參賽，並於連續 36 小時比賽期間內求解真實世界（Real World）的問題。競賽期間准許參加團隊充分使用任何手邊可茲利用的工具與資源，並於競賽期限截止前提交團隊論文報告予大會評審團。

二、參賽報名註冊與說明

每一參賽隊伍須於本會網頁上登錄並繳交\$45 報名費用，（但同一參賽團體中的其他隊伍只需繳交\$25 報名費用）；主辦單位接受參賽隊伍以信用卡方式線上繳交報名費用，除此之外大會不接受其他繳交方式。

參賽隊伍須有一位指導老師，且所有報名登錄作業須由指導老師登錄完成。團隊指導老師需於競賽前、競賽期間、競賽後隨時協助團隊完成各項參賽手續；請仔細閱讀相關說明並確認大會所有參賽事宜與參賽作業程式皆已完成。

大會競賽之所有相關規定、作業時間均以美國東岸標準時間（EST）為主。

三、競賽規則

1. 每一參賽隊伍至多由 4 人組成
2. 登錄報名作業確認完成時，每一參賽隊伍將取得一組大會給予的註冊序號與密碼，並於競賽開始後的 36 小時期限內登錄相關網站以取得年度競賽試題。
3. 年度競賽試題分 A、B 兩題，參賽隊伍得自其中任選一題發表。
4. 競賽時間：2003.11.7（星期五）3：01p.m 至 2003.11.24（星期一）8：00p.m。
5. 參賽隊伍可於競賽期間 11 月 7-24 日內，任意連續 36 小時作為競賽起始期限；例如：你的團隊可以選擇 11 月 12 日（星期三）8：00a.m 開始競賽則 11 月 13 日（星期四）8：00p.m 即為競賽截止期限。
6. 團隊指導老師於各隊競賽截止期限前，需確認該隊沒有任何更變事項！並彙整學生論文資料提交大會評審。
7. 所有參賽論文最遲於 2003.11.28（星期五）5：00p.m 前提交大會評審單位。
8. 所有參賽隊員需簽署家長/監護人同意書，由校方將原始同意書資料寄送予主辦單位（COMAP），並備份原始簽署資料。
9. 針對各參賽團隊所提出的特別需求（與競賽有關），所屬學校有責任與義務給予協助，並詳列細節及協助範圍，且此協助視同 HiMCM 的相關活動之一；而因競賽期間個別學生所產生的學習影響需求，則依各學校活動課程計劃因應。

四、**重要事項**—參賽隊伍必須提供一有效的電子郵件信箱（Email address）供主辦單位於競賽前、競賽期間、競賽後作為相關事項聯繫之用。

1. 所有參賽隊伍必須在 **2003.11.7 (星期五) 2:00p.m** 前完成網路報名登錄作業。網路報名登錄作業將於截止當時自動關閉登錄系統，並停止接受任何新參賽隊伍的報名作業。為防止網路報名登錄作業產生不當干擾，我們建議各參賽隊伍盡量於報名截止日期前完成各項線上登錄程序，COMAP 申明，報名期限截止後的任何有關登錄作業的資料修改將不被接受。
2. 請登錄主辦單位的網頁完成報名作業程式，本會不接受其他形式之報名方式。報名參賽請於網頁內點選左上角之註冊/報名選鈕連結；同一團體之其他參賽隊伍報名作業請以電子郵件 himcm@comap.com 或電話 800-772-6627 分機 35 與主辦單位聯繫。登錄報名完成後，參賽隊伍將會收到主辦單位的確認電子郵件信函，並請依照網頁上之相關連結完成確認參賽程序。
3. 報名註冊完成到團隊正式競賽開始前可以更改參賽隊員名單，但一旦參賽團隊正式進入競賽，且閱讀過年度競賽題目後，就不得任意更改參賽隊員；團隊指導老師需盡到確認參賽隊員的正式名單正確無誤，日後參賽的相關證書資料以此為準，且大會 (COMAP) 無法接受申請補發。
4. 註冊作業完成後，參賽隊伍將會收到主辦單位給予的登錄註冊序號。
5. 登錄註冊序號僅為確認各參賽團隊已註冊完成，所有參賽團隊仍須於取得註冊序號後重新登錄網頁，依畫面指示確認各項相關訊息與資料無誤，並列印留存 Control Sheet and Summary Sheet 畫面資料存檔。
6. 競賽前、競賽期間參賽團隊如有任何資料更動，可於主辦單位的網站上登錄電子郵件信箱或註冊時取得之密碼，執行登錄，並依指示點選網頁內的註冊/更新鈕修正相關資料。
7. 隨時登錄大會網站注意有關競賽活動的訊息公佈與相關更新事項，除非特殊情形，主辦單位不主動通知提醒，一切有關競賽訊息傳達均以大會網頁公告為準。

五、組隊參賽

1. 上網瀏覽 HiMCM 網頁，檢閱競賽規則、相關方案與歷屆競賽試題。
2. 參賽隊員最好需具備基本電腦素養，如**文書處理 (Word)**、**試算表 (Excel)**、**動態幾何繪圖 (GSP)**……等等相關操作能力。
3. 可於全球資訊網 www.comap.com 網頁內尋找合法與適當的相關出版品作為組隊參賽前的準備；由協會所出版的刊物中涵蓋了歷屆參賽隊伍的傑出論文作品（或摘要）。
4. 參賽團隊的所有隊員其父母或監護人都必須簽署**家長/監護人同意書**，確保其參賽隊員使用 HiMCM 專業領域內之訓練教材與範例時能遵守有關規定並保密相關資料；同時，COMAP 協會有權出版及刊載各團隊的參賽論文（或摘要）於協會相關出版品中。請於網站上下載同意書，並於競賽期間寄回給主辦單位，**此同意書的簽署與否將列為最後參賽論文的評審考量之一。**

六、論文準備

1. 參賽隊伍於開始競賽時，可於主辦單位的網頁中點選 The 2003 problem website 連結以取得當年度競賽試題。
2. 如因某些特殊因素無法有效連結本會網站以取得競賽試題，請嘗試另一網站，網址為：<http://mirror.comap.com/himcm.htm> 若仍無法順利連結，請與網路 ISP 系統服務業者聯繫。
3. 年度競賽試題共有 A、B 兩題，參賽隊伍得擇一作為參賽試題。
4. 參賽隊伍可以利用任何有關資源、電腦輔助軟體、參考文獻、網路資訊、相關書籍…等等，但所引用的資料要確認其可靠性。
5. 參賽隊伍不可與隊員以外的其他人員討論或提供有關競賽題目的任何有關建議，也不允許尋求指導老師的協助；參賽團隊若被發現有其他人員提供經驗甚或專業知識，則將取消參賽資格，殆無疑義。本競賽的最終目的是希望參賽學生在沒有他人的協助之下，展現出團隊合作與分析的能力。

6. 主辦單位接受尚未完整的論文結果；競賽論文的評審沒有分數的批閱、通過與否。HiMCM 評審們比較著重於各參賽隊伍針對問題所提出的思考方法與解決策略。
7. 參賽論文最後須以**英文書面形式**提交評審單位。
8. 參賽論文書面架構包含原文主題和相關運算、圖表或其他有關資料；評審單位只接受書面格式的論文，其他形式（例如：磁片）的提交概不受理。
9. 論文書面的各頁首必須註明參賽團隊的註冊序號與頁碼，建議格式如下：註冊序號.頁碼。
10. 論文書面的各頁內容除了參賽團隊的註冊序號外，不容許出現參賽隊名、指導老師、隊員甚或與參賽團隊有關的任何訊息資料。
11. 違反任一競賽規則，主辦單位都將取消其參賽資格。
12. 參賽隊伍於準備論文提交期間請謹記下列各項指導原則：
 - 精簡參賽隊伍組織架構，論文關鍵內容的陳述需含括主體概念與結果。
 - 論文中要對題目做適當地解析和問題的重新闡述。
 - 論文要清楚地說明前提、假設和所有相關變量。
 - 論文要針對問題所使用之「模型」給予分析、動機說明並提出合理辯解。
 - 論文要針對建立之「模型」或解決方案的優缺點給予討論。
 - 論文中的計算數值、附錄中的範例證明、主體摘要、論文結果，盡量去蕪存菁呈現重點。

七、指導教師的工作事項

1. 登錄主辦單位網頁，輸入個人電子郵件信箱與密碼。
2. 登錄主辦單位網頁，輸入參賽隊員姓名並確認無誤。
3. 協助解釋題目並指導參賽隊伍選取適合的競賽試題。
4. 列印 Control Sheet and Summary Sheet 畫面資料存檔。

八、提交參賽論文

1. 各隊須於競賽期間的 **36 小時**內完成最後的論文結果。
2. 所有參賽隊員需在 **Control Sheet** 中簽名，同時遵守競賽規則與相關說明。
3. 撰寫論文摘要，並列印資料備份。
4. 列印**兩份**論文報告，並將論文摘要部分裝訂於論文報告的**首頁**。
5. 列印出來的 **Control Sheet** 裝訂於其中一份論文報告內。
6. 確認參賽隊員的家長/監護人同意書簽署無誤，並封裝郵寄。

郵寄地址： COMAP,Inc.

 Attn. : HiMCM,

 57Bedford Street,Suite210

 Lexington, MA 02420 USA

參賽論文最遲於美國東岸時間 2003 年 11 月 28 日（星期五）下午五點前遞交予主辦單位；任何延遲繳交理由主辦單位概不接受。主辦單位建議各參賽團隊可由專人負責遞送參賽論文，以確保運送過程順利無誤或用郵寄（掛號函件並附對方收執回條）方式。

九、競賽結果與表揚

1. 競賽評審工作於 2004 年 1 月間完成；參賽論文區分為成功參賽獎、榮譽獎、最佳價值獎、最佳傑出獎四個等級，主辦單位陸續於 2004 年 2 月間通知各參賽團隊成績，同時年度競賽結果也將會公佈於主辦單位的網站上，並且發布相關競賽結果於全國性之新聞媒體及專業出版品中。
2. 所有提交適當且嚴謹論文概要的團隊，主辦單位將授與參賽證明書；最佳傑出團隊並將頒發獎章且相關傑出競賽論文（或摘要）都將集結發表於協會的（COMAP's Consortium newsletter）通訊刊物之中；頒獎典禮儀式也會在當地報紙與廣播/電視節目中播出。

2.1.3 HiMCM 歷年競賽選題

1999 HiMCM Problem

Traffic Lights

Major thoroughfares in big cities are usually highly congested. Traffic lights are used to allow cars to cross the highway or to make turns onto side streets. During commuting hours, when the traffic is much heavier than on any cross street, it is desirable to keep traffic flowing as smoothly as possible. Consider a 2 mile stretch of a major thoroughfare with cross street every city block. Build a mathematical model that satisfies both the commuters on the thoroughfare as well as those on the cross streets trying to enter the thoroughfare as a function of the traffic lights. Assume there is a light at every intersection along your 2 mile stretch.

First, you may assume the city blocks are of constant length. You may then wish to generalize to blocks of variable length.

在都會區裡上下班尖峰期間的主幹線道路經常壅塞，而交通號誌用以維持往來街道與幹線間的車流順暢；假設市區內各個街道的十字路口前均有一 2 哩長的主幹線通過，請建立一數學模型來適當控制各個十字路口交通號誌的秒差，以使得來往於街道與主幹線上的車輛都能獲得相對公平的等待與通過時間。

首先，你可以先假設各個街道的十字路口都是固定的距離；而後再依據所建立之模型進一步推論出不同距離的十字路口其交通號誌秒差控制的模型。

2000 HiMCM Problem A

Bank Robbers

The First National Bank has just been robbed (the position of the bank on the map is marked). The clerk pressed the silent alarm to the police station. The police

immediately sent out police cars to establish road blocks at the major street junctions leading out of town. Additionally, 2 police cars were dispatched to the bank.

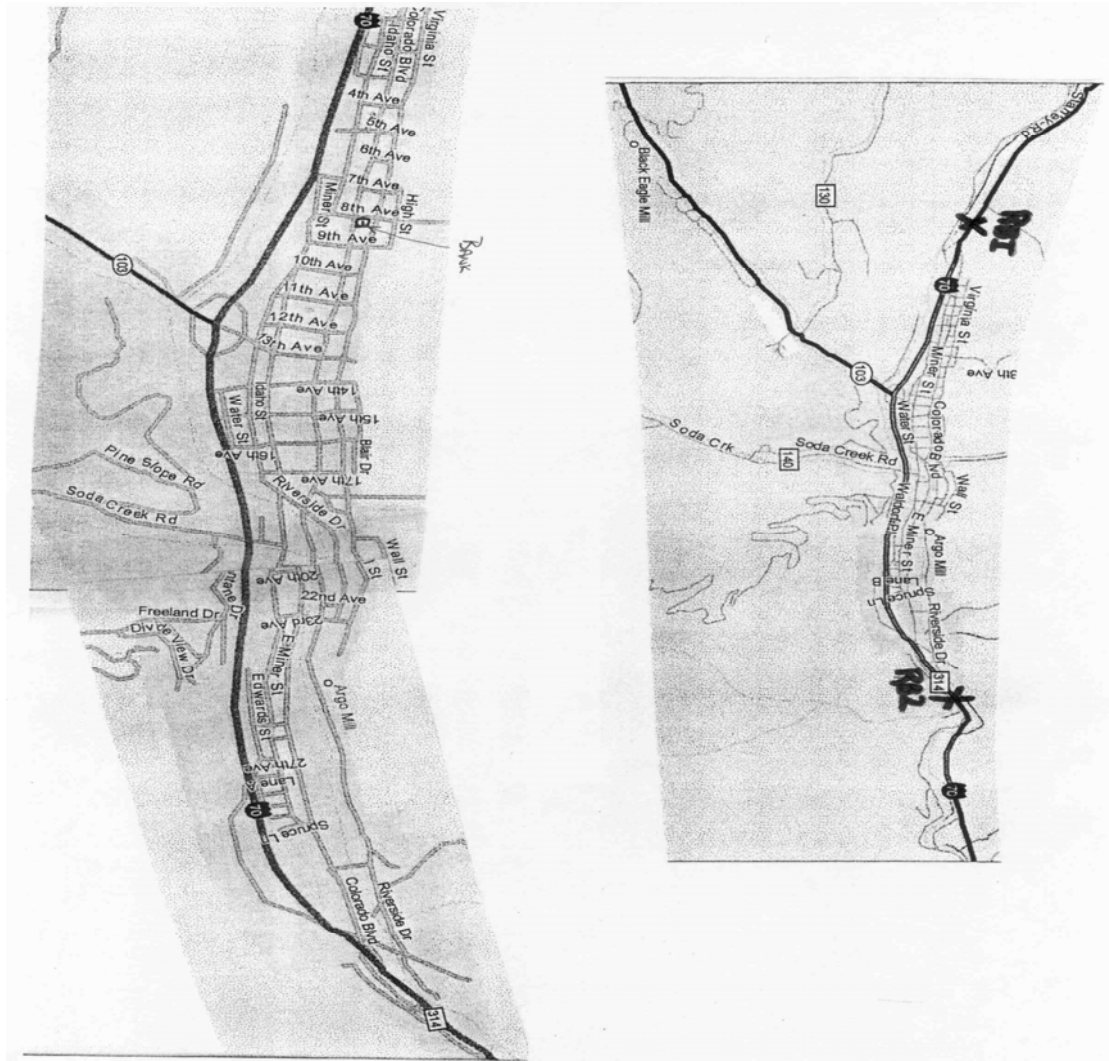
Map information:(see the series of two maps below)

- The bank is located at the corner of 8th Ave.and Colorade Blvd. and is marked with the letter B. The main exits where the two road blocks are set up are the intersection of Interstate 70 and Colorado Blvd, and Interstate 70 (past Riverside Drive). There are marked with a RB1 and RB2 symbol.
- Assume the robbers left the bank just before the police cars arrived. Develop an efficient algorithm for the police cars to sweep the area in order to force the bank robbers (who were fleeing by car) into one of the established road blocks.
- Assume that no cars break down during the chase or run out of gas.Further assume that the robbers do not decide to flee via other transportation means.

第一銀行（地理位置如下圖中【左】標明部分）遭歹徒搶劫，銀行職員按下緊急通知鈴，警察局於第一時間內通令轄下分局封鎖銀行週邊主要聯外道路，同時火速派遣兩組警網趕赴現場。

搶案現場相關位置：（如下圖所示）

- 銀行位於科羅拉多大道第八街，如圖以字母 B 表示；另外兩條主要聯外道路（科羅拉多大道與 70 號洲際公路交叉處、河堤便道與 70 號洲際公路交叉處）分別以 RB1、RB2 標示，並設立路障。
- 假設搶匪於警網趕赴現場之前已駕車逃逸，請建立一個區域掃蕩系統，有效地迫使搶匪受困於警方所設立的路障區域之內。
- 假設警匪於追逐期間，雙方車輛不會發生油料用盡與故障情形。
- 進一步假設搶匪不會藉由其他運輸工具逃離。
- 請依相關假設，建立你的數學模型，以有效打擊搶匪。



2000 HiMCM Problem B

Elections

It is almost election time and it is time to revisit the electoral vote process. The constitution and its amendments have provided a subjective method for awarding electoral votes to states. Additionally, a state popular vote, no matter how close, awards all electoral votes to the winner of that plurality. Create a mathematical model that is different than the current electoral system. Your model might award fractional amounts of electoral votes or change the methods by which the number of electoral votes are awarded to the states.

Carefully describe your model and test its application with the data from the

1992 election. Justify why your model is better than the current model?

又逢總統選舉屆臨，讓我們重新審視每次選舉投票的過程。憲法及修正案訂定了各州選舉人票的計算方式；然而，於同一州內即便各候選人得票數非常接近，可是獲得多數選票的勝方都將囊括該州所有的選舉人票。能否建立一個有別於現今選舉制度的數學模型，例如：依照各候選人的得票比例來計算其獲取的選舉人票數，甚或其他計票模式。

請詳細描述你所建立的數學模型，並利用所附之 1992 年的選舉資料來驗證你的模型，同時證明為何你所建立的數學模型會優於現今的制度？

1992 Election Summary

State	Electoral Vote			Popular Vote		
	Clinton	Bush	Perot	Clinton	Bush	Perot
AL	0	9	0	668146	797477	180209
AK	0	3	0	57264	73683	50034
AZ	0	8	0	521736	543876	339307
AR	6	0	0	495150	331867	97549
CA	54	0	0	4812317	3338942	2144856
CO	8	0	0	625402	557408	362506
CT	8	0	0	681081	574738	348028
DE	3	0	0	125997	102436	59061
DC	3	0	0	186301	19813	9284
FL	0	25	0	2051205	2131263	1040953
GA	13	0	0	1002433	985682	306489
HI	4	0	0	178893	136430	52863
ID	0	4	0	136249	201787	129897
IL	22	0	0	2378873	1717736	832307
IN	0	12	0	839227	978627	451858
IA	7	0	0	583937	503338	251040
KS	0	6	0	386168	443314	312670
KY	8	0	0	661059	617419	203587
LA	9	0	0	815305	729880	210604
ME	4	0	0	261859	207122	205076
MD	10	0	0	941979	671609	271198
MA	12	0	0	1315016	803974	630440
MI	18	0	0	1854603	1585251	819931
MN	10	0	0	994843	734845	549517
MS	0	7	0	391911	478878	83950
MO	11	0	0	1051328	810058	517918
MT	3	0	0	153899	143702	106735
NE	0	5	0	214106	338646	171938
NV	4	0	0	185401	171378	129532
NH	4	0	0	207264	199623	120029
NJ	15	0	0	1361088	1303686	504152
NM	5	0	0	255558	209467	90653
NY	33	0	0	3244562	2240050	1028607
NC	0	14	0	1103716	1122608	353845
ND	0	3	0	97546	133911	69805
OH	21	0	0	1964842	1876445	1024319
OK	0	8	0	473066	592929	319978
OR	7	0	0	524161	393273	307244
PA	23	0	0	2233810	1777372	895563
RI	4	0	0	198877	121864	94717
SC	0	8	0	475313	572031	137598
SD	0	3	0	124861	136671	73297
TN	11	0	0	933618	840897	199787
TX	0	32	0	2278912	2460201	1349644
UT	0	5	0	182590	320462	202578
VT	3	0	0	125803	85512	61510
VA	0	13	0	1033825	1146909	344840
WA	11	0	0	855710	609912	470239
WV	5	0	0	324009	236526	105652
WI	11	0	0	1035942	926245	542610
WY	0	3	0	67863	79558	51209
TOTALS	370	168	0	43682624	38117331	19217213

January 2001 HiMCM Problem A

Design of an Airline Terminal

The design of airline terminals varies widely. The sketches below airline terminals from several cities. The design are quite dissimilar. Some involve circular arcs; others are rectangular; some are quite irregular. Which is optimal for operations?

Develop a mathematical model for airport design and operation. Use your model to argue for the optimality of your specified design. Explain how it would operate.

下面附圖是幾個主要城市的航站大廈草圖，有圓弧形、長條形、甚或不規則形狀，顯示各個城市的航站大廈設計形色多樣且差異顯著，然究竟哪一種設計才是符合航站運作方式的最佳設計？請你設計一個理想機場航站的「模型」，藉由你的具體設計提出合理的解釋，並說明它是如何的運作？



Boston-Logan International



Munich International



Charlotte/Douglas International



Ronald Reagan Washington National



Pittsburgh International

January 2001 HiMCM Problem B

Forest Service

Your team has been approached by the Forest Service to help allocate resources to fight wildfires.

In particular, the Forest Service is concerned about wildfires in a wilderness area consisting of small trees and brush in a park shaped like a square with dimensions 80 km on a side. Several years ago, the Forest Service constructed a network of north-south and east-west firebreaks that form a rectangular grid across the interior of the entire wilderness area. The firebreaks were built at 5 km intervals.

Wildfires are most likely to occur during the dry season, which extends from July through September in this particular region. During this season, there is a prevailing westerly wind throughout the day. There are frequent lightning bursts that cause wildfires.

The Forest Service wants to deploy four fire-fighting units to control fires during the next dry season. Each unit consists of 10 firefighters, one pickup truck, one dump truck, one water truck (50,000 liters), and one bulldozer (w/ truck and trailer). The unit has chainsaws, hand tools, and other fire-fighting equipment. The people can be quickly moved by helicopter within the wilderness area, but all the equipment must be driven via the existing firebreaks. One helicopter is on standby at all times throughout the dry season.

Your task is to determine the best distribution of fire-fighting units within the wilderness area. The Forest Service is able to set up base camps for those units at sites anywhere within the area. In addition, you are asked to prepare a damage assessment forecast. This forecast will be used to estimate the amount of wilderness likely to be burned by fire as well as acting as a mechanism for helping the Service determine when additional fire-fighting units need to be brought in from elsewhere.

以下資料是林務局針對撲滅森林大火各項救治與資源分配方案，你的團隊可以加以參考。

每年七至九月的乾旱季節期間，是荒野區域內森林野火的好發期，因為在這段時間裡荒野中整天吹著西風更不時夾雜著閃電出現。

在一片面積廣達 80 平方公里的荒野中，特別令人擔憂的是那些遍佈矮小灌木叢與小樹林的區域；若干年前，林務局在這片荒野森林內，每隔 5 公里的間距分別開闢了東西向與南北向的網狀防火林道。

為防範未然，林務局計劃於明年乾季來臨之前部署四個抗災小組，每一小組配置 10 名消防隊員、一輛小貨車、一輛大型清運車、一輛裝載 5 萬公升水量的水車和一輛推土機；各單位並配有手提電鋸、各式工具及其他的滅火裝備，同時配有直昇機負責森林區內救災人員的運送，但是各種的救災工具與裝備則必須經由現有的防火林道運抵現場，另配有一輛全時待命的直昇機。

林務局有能力於森林區內的任一地點搭建抗災小組所需的營地供救災指揮與相關人員、工具調度使用；現在請你規劃出抗災小組的最佳區域佈置，並列出火災評估預測用以估計森林野火所可能造成的波及總量，此外，預測中也請同時針對在災區中他處增設救災小組的額外情形給予評估。

November 2001 HiMCM Problem A

Adolescent Pregnancy

You are working temporarily for the Department of Health and Environmental Control. The director is concerned about the issue of teenage pregnancy in their region. You have decided that your team will analyze the situation and determine if it is really a problem in this region. You gather the following 2000 data. Build a mathematical model and use it to determine if there is a problem or not. Prepare an

article for the newspaper that highlights your result in a novel mathematical relationship or comparison that will capture the attention of the youth.

County	Age 10-14 Pregnant	Age 15-17 Pregnant	Age 18-19 Pregnant	10-14 births	15-17 births	18-19 births	10-14 births- unmarried	15-17 birth- unmarried	18-19 births- unmarried
1	29	350	571	17	281	437	16	164	193
2	24	303	567	13	206	466	13	151	233
3	40	422	691	29	307	546	28	251	366
4	21	201	356	18	184	326	15	137	180
5	16	156	357	11	109	254	10	99	161
6	44	523	970	33	442	803	32	293	396
7	17	263	434	9	201	345	7	113	168
8	23	330	427	16	256	444	14	160	210
9	13	123	221	10	113	199	9	78	106
10	41	467	950	24	446	686	22	279	331
11	28	421	713	18	343	615	15	219	328
12	9	179	311	8	145	261	7	114	162

1998

Age	Pregnancies	Births
10-14	309	208
15-17	3882	3048
18-19	6714	5391

1999

Age	Pregnancies	Births
10-14	320	231
15-17	4041	3222
18-19	6387	5164

未婚少女懷孕情形令人關注，此一議題也引起美國環境管制局與國民健康管理部門的憂心，針對轄下行政區內未婚少女的懷孕情形是否日趨嚴重，進而造成社會問題，這裡蒐集了 2000 份的相關資料。

請你建立一個數學模型用以判定此一問題是否所言屬實，同時將你的相關評論投稿報章雜誌，用數學的關係性解釋你的結論，期能引起青少年們對此一問題的關注。

November 2001 HiMCM Problem B

Skyscrapers

Skyscrapers vary in height , size (square footage), occupancy rates, and usage. They adorn the skyline of our major cities. But as we have seen several times in history, the height of the building might preclude escape during a catastrophe either human or natural (earthquake, tornado, hurricane, etc). Let's consider the following scenario. A building (a skyscraper) needs to be evacuated. Power has been lost so the elevator banks are inoperative except for use by firefighters and rescue personnel with special keys.

Build a mathematical model to clear the building within x minutes. Use this mathematical model to state the height of the building, maximum occupation, and type of evacuation methods used. Solve your model for $x = 15$ minutes, 30 minutes, and 60 minutes.

都會區裡形形色色的摩天大樓高聳雲際、櫛比鱗次地將城市的天空點綴的讓人目不暇給，但是許多的歷史經驗告訴我們，無論是天災（地震、龍捲風、暴風雨）或是人禍，由於摩天大樓的逃生不易反而使得每次的大災難中死傷慘烈。

現在模擬以下的狀況發生：

某一摩天大樓於一場意外災害中需迅速撤離大樓人員，且大樓供電系統中斷造成電梯停擺，此時除了依賴消防人員與緊急救難大隊外別無他法。

試著規劃出一個在 x （分鐘）內將大樓淨空的數學模型，並依大樓的樓高、內部最大容納人員數量、撤離的方式等等的條件下給予討論。分別用 $x=15$ ， $x=30$ ， $x=60$ ，3 種參數測試你的模型。

2002 Problem HiMCM A

School Busing

Consider a school where most of the students are from rural areas so they must be bused. The buses might pick up all the students and go to the elementary school and then continue from that school to pick up more students for the high school.

A clear alternative would be to have separate buses for each school even though they would need to trace over the same routes. There are, of course, restrictions on time (no student should be in the bus more than an hour), drivers, equipment, money and so forth.

How can you set up school bus routes to optimize budget dollars while balancing the time on the bus for various school groups? Build a mathematical model that could be used by various rural and perhaps urban school districts. How would you test the model prior to implementation? Prepare a short article to the school board explaining your model, its assumptions, and its results.

某間學校的學生大多數來自鄉村，所以必須藉由校車接送；假設上學期間校車需將學生一一搭載上車送至就讀的學校，隨後再繼續接送其他國中生到校上課。

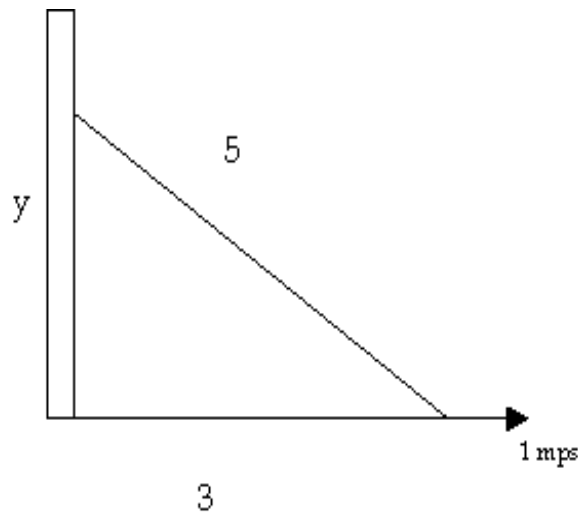
顯而易見地，我們希望將小學生與國中生分開接送，縱使校車必須重複行駛相同接送路徑；當然，在這樣不得已的選擇條件下也需考量一些其他因素，例如：通車時間限制（最長時間不超過一小時）、司機員額、設備、經費等等。

在各種類型的學區環境下（例如：國中小校區相鄰或分開），如何在經費預算與學生通車時間二者兼顧的情形下，設計出校車的最佳接送路線。建立一個可以適用於鄉間類型（或許也能用於城市學區）學校的數學模型，並說明你是如何測試模型？投書當地的教育委員會告訴他們你的想法與結論。

2002 HiMCM Problem B

The Falling Ladder

A ladder 5 meters long is leaning against a vertical wall with its foot on a rug on the floor. Initially, the foot of the ladder is 3 meters from the wall. The rug is pulled out, and the foot of the ladder moves away from the wall at a constant rate of 1 meter per second. Build a mathematical model or models for the motion of the ladder. Use your model (or models) to find the velocity at which the top of the ladder hits the floor and the distance the top of the ladder will be from the wall at the moment that it hits the ground.



有長度 5 公尺的梯子斜靠於一個垂直的牆面上，梯腳落在地板上的小地毯上且與牆腳距離 3 公尺；現在拉動地毯使梯腳以 1 公尺/秒的固定速率向外移動。

依據上述情形建立一個（或多個）梯子運動的數學模型。

請計算出當地毯以固定速度拉出，使得梯頂沿牆面下滑脫離牆面而碰觸到地板時的速度與當時梯頂離牆面的距離。

2003 HiMCM Problem A

What is it worth?

In 1945, Noah Sentz died in a car accident and his estate was handled by the local courts. The state law stated that $\frac{1}{3}$ of all assets and property go to the wife and $\frac{2}{3}$ of all assets go to the children. There were four children. Over the next four years, three of the four children sold their shares of the assets back to the mother for a sum of \$1300 each. The original total assets were mainly 75.43 acres of land. This week, the fourth child has sued the estate for his rightful inheritance from the original probate ruling. The judge has ruled in favor of the fourth son and has determined that he is rightfully due monetary compensation. The judge has picked your group as the jury to determine the amount of compensation.

Use the principles of mathematical modeling to build a model that enables you to determine the compensation. Additionally, prepare a short one-page summary letter to the court that explains your results. Assume the date is November 10, 2003.

Noah Sentz 先生於 1945 年的一場車禍意外中喪生，其身後所遺留的資產中主要部分有土地 75.43 英畝，而他的遺產則由地方法院負責接管，所屬的州法律規定 Noah Sentz 太太可以繼承全部遺產的 $\frac{1}{3}$ ，剩下的 $\frac{2}{3}$ 則由其 4 個子女共同繼承，4 年後，其中 3 位子女個別以總價 \$1300 元將其所分得的資產賣回給 Noah Sentz 太太。

本週，Noah Sentz 先生排行老四的兒子，對原始遺囑裁決中其合法繼承的遺產提出訴訟，而當地州法庭也做出對其有利之判決，裁定他可以獲得合法之補償；現在，假設你的團隊被選為陪審團的成員，請問你該如何決定出公平的補償金額？

運用數學的原理對補償金額的多寡與公平性建立一個數學模型，同時，提出一頁的摘要論述給州法院解釋你的看法，時間就以 2003 年 11 月 10 日為準。

2003 HiMCM Problem B


How fair are major league baseball parks to the players?

Consider the following major league baseball parks: Atlanta Braves, Colorado Rockies, New York Yankees, California Angles, Minnesota Twins, and Florida Marlins.

Each field is in a different location and has different dimensions. Are all these parks fair? Determine how fair or unfair is each park. Determine the optimal baseball setting?for major league baseball.

下面是美國職棒大聯盟：亞特蘭大勇士、科羅拉多洛杉磯、紐約洋基、加州天使、明尼蘇達雙城、佛羅里達馬林魚各隊所屬的球場資料。

各球隊所擁有的球場大小規模均不相同，你覺得這樣公平嗎？各球隊的球場要怎樣設置才算公平（或不公平），如何決定出最理想的比賽場地！



Franchise	Outfield Dimensions					Wall Height			Area of Fair Ter
	Left field	Left center	Center field	Right center	Right field	Left Field	Center Field	Right Field	
Angels	330	376	408	361	330	8	8	18	110,000
Braves	335	380	401	390	330	8	8	8	115,000
Rockies	347	390	415	375	350	8	8	14	117,000
Yankees	318	399	408	385	314	8	7	10	113,000
Twins	343	385	408	367	327	13	13	23	111,000
Marlins	330	385	404	385	345	8	8	8	115,000

2004 HiMCM Problem A

Motel Cleaning

Motels and hotels hire people to clean the rooms after each evening use. Develop a mathematical model for the cleaning schedule and use of cleaning resources. Your model should include consideration of such things as stay-overs, costs, number of

rooms, number of rooms per floor, etc. Draft a letter to the manager of a major motel or hotel complex that recommends your model to help them in the management of their operation.

汽車旅館業者通常在傍晚時雇請清潔人員來進行房間的打掃工作；請你替整個清潔的工作時間表的安排和清潔資源的分配使用建立一個適當的數學模型，你的模型應該考慮包括留宿過夜的房間量、費用、每一層的房間數量、以及房間的總數量…等等這一類因素。將你的數學模型草擬成一份書面資料提供給旅館經營管理人，協助業者做出更有效率的經營與運作。

2004 HiMCM Problem B

The Art Gallery Security System

An art gallery is holding a special exhibition of small watercolors. The exhibition will be held in a rectangular room that is 22 meters long and 20 meters wide with entrance and exit doors each 2 meters wide as shown below. Two security cameras are fixed in corners of the room, with the resulting video being watched by an attendant from a remote control room. They rotate backwards and forwards over the field of vision, taking 20 seconds to complete one cycle.

For the exhibition, 50 watercolors are to be shown. Each painting occupies approximately 1 meter of wall space, and must be separated from adjacent paintings by 1 meter of empty wall space and hang 2 meters away from connecting walls. For security reasons, paintings must be at least 2 meters from the entrances. The gallery also needs to add additional interior wall space in the form of portable walls. The portable walls are available in 5-meter sections. Watercolors are to be placed on both sides of these walls. To ensure adequate room for both patrons who are walking through and those stopped to view, parallel walls must be at least 5 meters apart

throughout the gallery. To facilitate viewing, adjoining walls should not intersect in an acute angle.

The diagrams below illustrate the configurations of the gallery room for the last two exhibits. The present exhibitor has expressed some concern over the security of his exhibit and has asked the management to analyze the security system and rearrange the portable walls to optimize the security of the exhibit.

Define a way to measure (quantify) the security of the exhibit for different wall configurations. Use this measure to determine which of the two previous exhibitions was the more secure. Finally, determine an optimum portable wall configuration for the watercolor exhibit based on your measure of security.

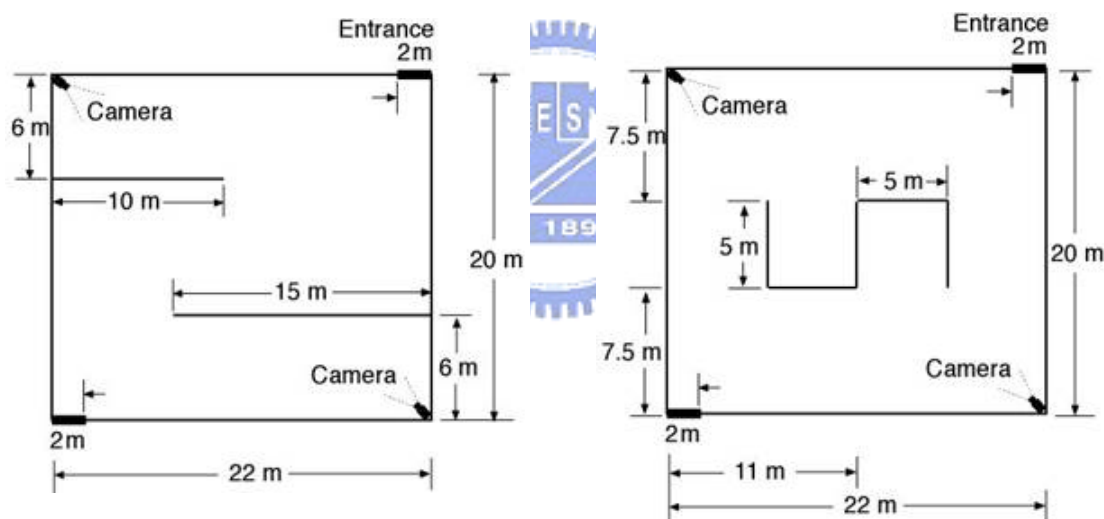


圖 (1)：展覽牆配置方案(一)

圖 (2)：展覽牆配置方案(二)

藝術畫廊正舉行一特別的小型水彩的展覽會。展覽會將在 A 館裡舉行；A 館為長 22 公尺、寬 20 公尺、入口和出口各有 2 公尺寬的矩形空間，如上圖 (1) 所示。兩架由控制室中專人負責遙控監看的保全攝影機則固定在場館的角落上方；以每 20 秒來回循環的方式在場館上方做現場的即時監視。

此次展覽會共展出 50 幅的水彩畫作。每幅畫作佔用大約 1 公尺的展示牆面，並且必須與相臨畫作間隔 1 公尺空間的方式懸掛在 2 公尺高處展示。在顧及安全

條件下，畫作至少與入口處相距 2 公尺以上，考量在畫廊內部增設額外的可拆解式的活動展示牆面，水彩畫作將被懸掛安置在展示牆的兩面上。為了提供顧客足夠的觀賞空間與參觀動線這些平面展示牆必須有 5 公尺的寬度；同時為了方便觀看作品，展示牆面不以尖角方式交叉擺設（如上圖 2 所示）。

圖（1）與圖（2）分別為兩種不同的展示配置規劃圖。現在，展出者為了安全起見與畫廊的經營管理者表示一些關心，要求業者分析系統的安全性並對展示牆面的配置方式重新分析以達到最佳化的安全展覽。

請針對不同展示牆的配置方式給出一個確定的測量方法（量化），藉由這些確定的措施確定出兩個不同方案中的最優選擇。

2.2 大陸地區中學數學「建模」競賽



中國大陸近年來有鑒於國際數學教育界對數學教育中加強數學知識的應用出現了革命性的發展，基於這樣的背景之下，大陸的教育有關單位體驗到應用數學知識解決實際問題的能力將成為新世紀青年重要的科學素養，特別是大陸地區自經濟改革開放以來，西方資本主義所帶來的不僅只限於經濟、文化、社會等方面的衝擊；快速成長的結果中國大陸的教育單位體驗到人才培養的“急迫性與需求性”自 1992 年開始由中國民間的「中國工業與應用數學學會」主辦全國性的大學生數學建模競賽（簡稱 CMCM），1994 年起改由中共的「國家教委高教司」和中國工業與應用數學學會共同舉辦，每年一次。

2.2.1 沿革

1991 年開始，上海市工業與應用數學學會、上海市青少年科技教育中心召開了一系列中學教師座談會進行調查研究，決定舉辦上海市中學生數學知識應用系列活動作為高中數學教學的改革探索。當年 10 月由上海市工業與應用數學學會、上海市青少年科技教育中心、上海金橋出口加工區聯合有限公司、杜邦中國有限公司舉辦了上海市首屆“金橋杯”中學數學知識應用競賽，以後每年舉辦一次。北京市隨後於 1993 年也成功地舉辦了北京市首屆“方正杯”中學生數學知識應用競賽，但因為某些因素而只舉辦了一屆，直到 1997 年在北京教委會的重視下才又恢復舉辦這一年一度的競賽，並改名為“第一屆北京市高中數學知識應用競賽”（王尙志，2000）。上海的“金橋杯”與“北京市高中數學知識應用競賽”顯然是受到美國大學生數學建模競賽（MCM）與美國高中數學建模競賽（HiMCM）的啓發。



2.2.2 競賽規則

一、競賽宗旨

中學生數學知識應用競賽的宗旨是：“喚起應用意識，宣傳數學建模，影響社會輿論，組織改革團隊，累積教改教材，推動教育改革”；開展中的數學知識應用競賽活動是一項較大規模的數學教育改革實驗，希望通過這樣的活動，對數學基礎教育的課程體系、課程內容、教學方法、學習方法、考試與評量、電腦輔助教學、數學實驗等方面的改革起到推動作用，也希望對更新教師觀念，改進教師的知識結構起到促進作用(2002，中學應用數學競賽題萃)。

二、競賽方式

1. 初賽：採開放形式，以散發試卷和在報章（如：《上海市青少年科技報》）上刊載，試題相結合的方式，公開徵答，限期繳卷，任何有意願的學生都可以自由參加，在期限內將答案寄到指定的地點，即為有效卷。
2. 複賽：採統一閉卷考試，參賽隊伍必須在規定時間內完成。複賽的參賽者由初賽中根據成績遴選，一部分由中學任課教師推薦。複賽的競賽試題比較傾向生活中的實際問題，要求參賽隊伍能夠建立數學模型，用數學方法解決問題。參賽隊伍以二至三人為一組合作完成一篇論文。
3. 決賽（論文答辯）：邀請數學家、數學教育學者及教育行政官員共同主持決賽的論文答辯，答辯者（參賽學生）用十五分鐘的時間介紹自己隊伍的作品，包括如何選題、解決問題的基本思路、如何克服困難、合作分工等，同時專家針對學生的作品提出問題。
4. 獎評：初賽由各區縣自行評比，選出優勝者參加決賽。決賽論文由數學家、數學教育學者及教育行政官員共同評出一、二、三等獎。



2.2.3 大陸地區歷年競賽選題

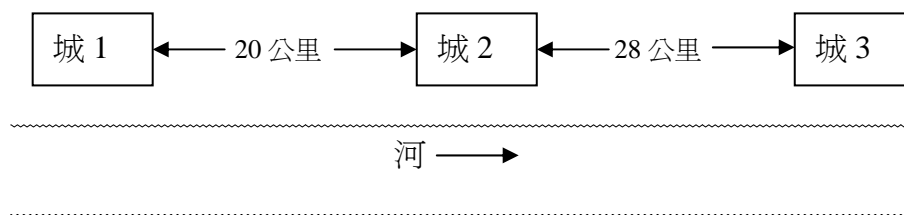
上海市中學生數學知識應用競賽的系列活動，帶動了大陸地區中學數學建模活動的熱潮。各省、市從 1993 年起相繼舉行類似的數學應用競賽；其中 1997 年由北京市恢復舉辦的第一屆“北京市高中數學知識應用競賽”更吸引了八千多名的學生參賽，並有逐年擴大的趨勢。隨著大陸地區對素質教育的倡導，有的學校已把發展數學應用活動、培養學生的綜合數學能力做為一項課題進行研究，許多的學校甚至將應用數學與數學建模做為選修課程。以下是筆者就個人手邊現有的參考資料與在網路上蒐集得來的資料整理出與高中數學建模較相應的競賽試

題提供參考；同時對若干競賽試題提出概略解析。

第一屆北京市高中數學知識應用競賽試題

沿河有三城鎮 1、2 和 3，其地理位置如圖所示，污水需處理後方可排入河中。用 Q 表示污水量（噸/秒）， L 表示管道長度（公里），按照經驗公式，建污水處理廠的費用為 $P_1=73 \times Q^{0.712}$ （千元），鋪設管道的費用為 $P_2=0.66 \times Q^{0.51} \times L$ （千元），已知三城鎮的污水量分別為 $Q_1=5$ ， $Q_2=3$ ， $Q_3=5$ ， L 的數值如圖所示；三城鎮可以單獨建立污水處理廠，也可以聯合建廠，用管道送污水集中處理只能由河流的上游城鎮向下游城鎮輸送，試問：

- (1) 從節約總投資的角度出發，請給出一種最優的污水處理方案。
- (2) 如果聯合建廠，各城鎮所分擔的污水處理費用遵循下面的建議：聯合建廠費按污水量之比分擔；管道費用根據誰用誰投資的原則，如果聯合使用則按污水量之比分擔。試計算在上述建議下，各城鎮所分擔的費用，並討論其合理性。
- (3) 請你嚐試給出一個分擔污水處理費用的合理建議，並計算各城鎮的費用。



第二屆北京市高中數學知識應用競賽試題

某學校有一塊矩形土地，南北向長 100 公尺，東西向寬 90 公尺，今欲建四條並排的跑道，每條跑道的寬為 1 公尺且內圈的周長為 300 公尺，請你給出較為簡單的設計原則及具體的設計方案？

第三屆北京市高中數學知識應用競賽試題

據世界人口組織公佈，地球上的人口在西元元年為 2.5 億，1600 年為 5 億，1830 年為 10 億，1930 年為 20 億，1960 年為 30 億，1974 年為 40 億，1987 年為 50 億，到 1999 年底，地球上的人口數達到了 60 億。請你根據 20 世紀人口增長規律推測，到哪年世界人口將達到 100 億？到 2100 年地球上將會有多少人口？

【解析】 題目中的資料均為大致時間與粗略估計的量，猜測與真實情況有較多的誤差。因此尋找人口增長規律時不需要，也不應該過分強調規律與資料完全吻合。資料中 20 世紀以前的人口資料較為粗略，因而建立預報模型時，可以不要考慮 20 世紀以前的資料，在 20 世紀時人口增長速度是逐漸變快的，因此用直線變化（等速增長）數學模型做預報並不恰當；做為人口增長的模型，筆者認為可以使用指數關係：

$$N(t) = ae^{kt} ; \text{其中 } N(t) \text{ 為 } t \text{ 時人口數， } a, k \text{ 為參數}$$

將 $N(t) = ae^{kt}$ 取對數可得 $\ln N(t) = \ln a + kt$ ，它是關於 t 的線性模型，然後利用 1930~1999 年的資料可以藉由 Mathematica 計算得到 $\ln a = -27.73$ ， $k = 0.0160$ ，所以

$$a = e^{-27.73} = 9.03 \times 10^{-13}$$

因此建立預測模型為 $N(t) = 9.03 \times 10^{-13} \times e^{0.016t}$ 其中 $1930 \leq t \leq 1999$ ；

最後我們來檢驗模型的模擬數據（擬合值）為

年代	1930	1960	1974	1987	1999
人口數(億)	20	30	40	50	60
擬合數	19.99	32.24	40.30	49.56	59.99

顯然，此一模型可以提供較佳的人口增長預測，

令 $N(t) = 100$ ，可求出 $t = 2031.09$ ，而照此模型的增長規律我們可以預估大約在 2032 年世界人口將達到 100 億，而於 2100 年世界人口將達到 300 億。

第四屆北京市高中數學知識應用競賽試題

2000 年的雪梨奧運，第一次將女子舉重列入正式的競賽項目之中；各級別的冠軍成績如下：

級別(kg)	運動員	國籍	體重(kg)	抓舉(kg)	挺舉(kg)	總成績(kg)
48	德拉諾娃	保加利亞	47.48	82.5	102.5	185
53	楊霞	中國	52.64	100	125	225
58	門丁維爾	墨西哥	56.92	95	127.5	222.5
63	陳曉敏	中國	62.82	112.5	130	242.5
69	李偉寧	中國	66.74	110	132	242
75	烏魯蒂亞	哥倫比亞	73.28	110	132	245
>75	丁美媛	中國	103.56	135	165	300

試利用這些數據建立數學模型，描述運動員舉重的總成績對運動員體重的依賴關係？根據你所建立的模型分析哪些級別上運動員舉重的總成績還有較大的提升潛力。

第五屆北京市高中數學知識應用競賽試題

機床的大修有如下的工作項目：拆卸(3)、清洗(4)、電器檢修(4)、部件檢查(1)、零件加工(4)、零件修理(5)、床身和工作台研合(2)、部件組裝(不含電器)(2)、變速器組裝(1)、試車(3)。

每個工項目括弧中所給出的數字是完成該項工作所需的時間。(單位：小時。)首先的工作是“拆卸”，然後才能“清洗”和“電器檢修”，這兩項工作可以獨立地同時進行。“部件檢查”要在“清洗”之後進行，然後才可以“零件加工”和“零件修理”，這兩項工作也可以獨立地同時進行。“變速器組裝”和“床身和工作台研合”可以同時進行，但它們要等到“零件修理”和“零件加工”都完成後才能開始。“床身和工作台研合”後就可直接進行“部件組裝”而“試車”

要等其他工作都完成後才能開始。請回答下列問題：

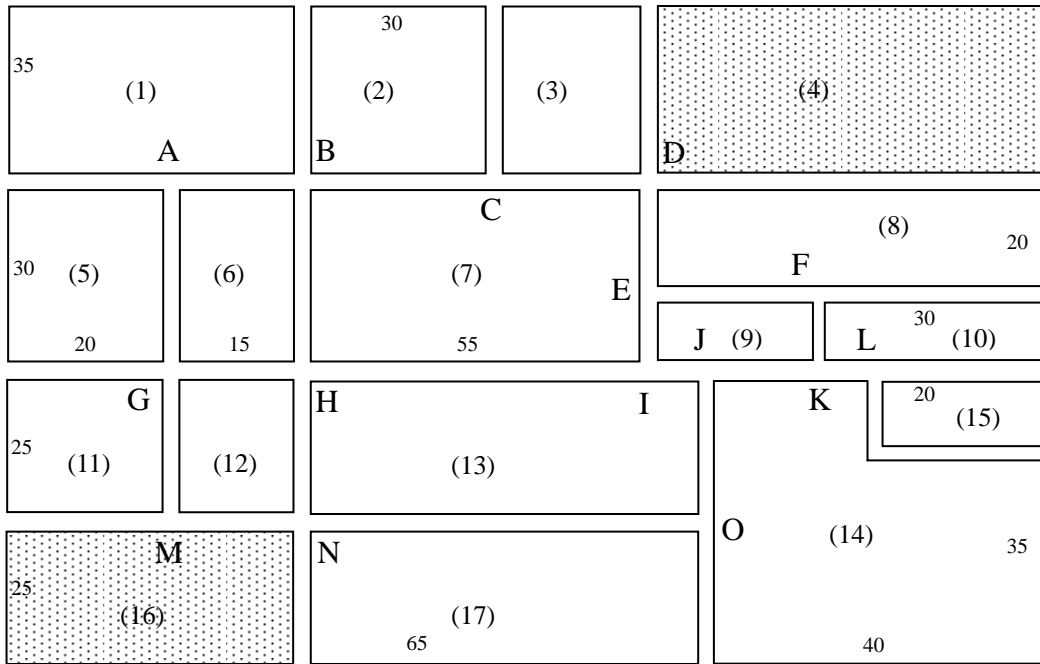
1. 試繪出工作程序的流程圖，即用圖表示出各工作項目的銜接關係。
2. 假定大修期間沒有耽誤任何時間，並把開始拆卸時刻記為 0，試問大修完成的時間最早是多少？
3. 在不影響最短時間完工的條件下，每個工作項目最早和最遲開工時間各是多少？

第六屆北京市高中數學知識應用競賽試題

下圖是北京市宣武區某街區草圖，街區內部從上到下有平行的 5 條道路，從左到右有平行的 7 條道路。路口處都標有字母，這些道路街區被分成 17 個區塊 (1)，(2)， \dots ，(17)。若道路的寬度忽略不計，每段道路的長度可以從圖中得知。例如： $DE=20$ ，又 $AG=30$ ，所以 $EI=10$ 。圖中標數與實際比例為 1：25，單位是公尺。

若在街區設立一個 110 巡邏站，巡警出動章程上明確規定從接到報警到到達出事地點不得超過 5 分鐘。在這裡，我們規定：不論案件發生在區塊內的什麼位置，警員到達出事區塊的邊緣，就算到達了出事地點。於是，按照實際操作，我們進一步規定：在路上行使時間為出警時間，出警時間不得超過 3 分鐘，又警車的行車速率恆為 60 公里/小時。問

1. 哪些路口不能設為巡邏站？
2. 哪個路口設為巡邏站可以使出警至最遠區塊時間達到最短？說明理由。
3. 若區塊 (4)、(16) 是事件多發區，巡邏站設在哪裡好呢？請你提出“好”的原則，並根據你的原則給出答案。



第七屆北京市高中數學知識應用競賽試題

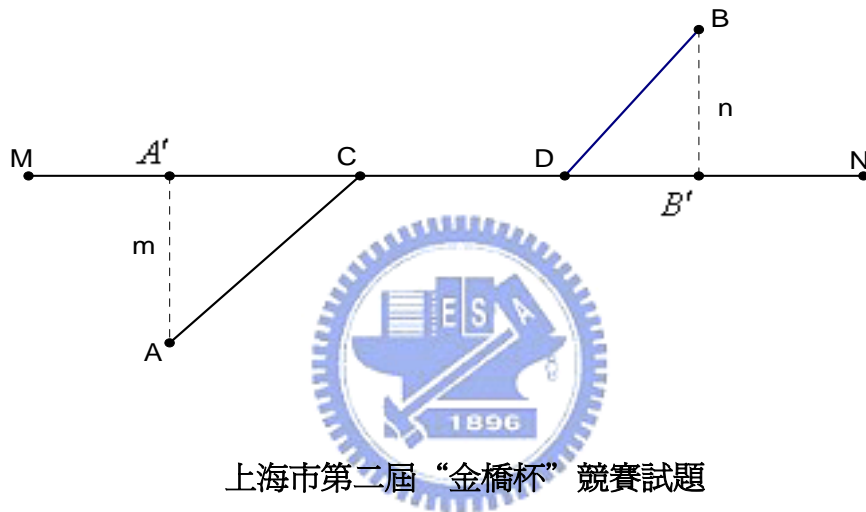
SARS（嚴重急性呼吸綜合症，俗稱非典型性肺炎）是 21 世紀第一個在世界範圍內傳播的疾病。今年春天在我國多處爆發和蔓延，給我國的經濟發展和民眾的生活帶來很大影響。下面是中國內地、北京和香港三地已確症病例逐日累計的統計數據。

- 請你在坐標紙上（或使用計算機、圖形計算器）繪出三個地區 SARS 傳播情況的逐日累計病例的動態圖；
- 你能根據動態圖得到哪些訊息？

月	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6		
日	2	2	2	2	2	2	2	3	3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	10	10	11	11
中國內地	1	2	7	0	6	1	2	3	0	0	0	1	0	0	0	1	-	0	0	1	-	-	0
北京	9	2	9	5	8	2	3	3	1	1	0	0	0	0	0	1	-	0	0	1	0	-	0
香港	2	0	1	1	2	2	2	4	3	3	4	1	1	0	2	2	0	1	1	1	0	0	0

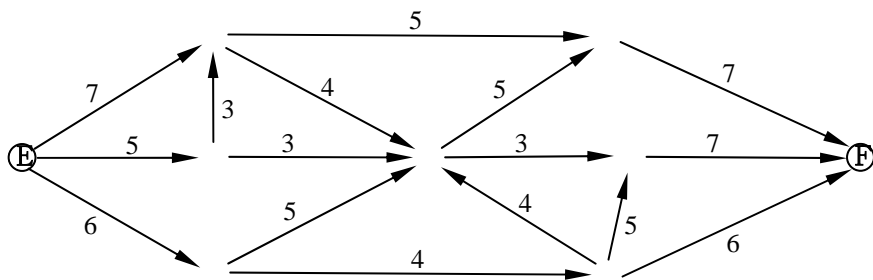
上海市第一屆“金橋杯”競賽試題

某礦石場 A 和冶鐵工廠 B 分別位於鐵路 MN 的兩側， A 距離鐵路 m 公里， B 距離鐵路 n 公里，在鐵路上要建造兩火車站 C 、 D ， A 地礦石先用汽車經由公路運送到車站 C ，然後由火車載運到車站 D ，再用汽車載運到冶鐵工廠 B ，如圖所示， A 、 B 在鐵路 MN 上的投影為 A' 、 B' ，且 $\overline{A'B'} = l$ 公里；若汽車時速每小時 u 公里，火車時速每小時 v 公里，且 $v > u$ ，若要使運輸礦石的時間最短，請問火車站 C 、 D 應建立於何處？



上海市第二屆“金橋杯”競賽試題

下圖表示某一地區天然瓦斯管線的網絡系統，每一條邊上所標示的數字代表該管線在單位時間內所能通過的最大流量（單位： $\text{m}^3/\text{小時}$ ）。



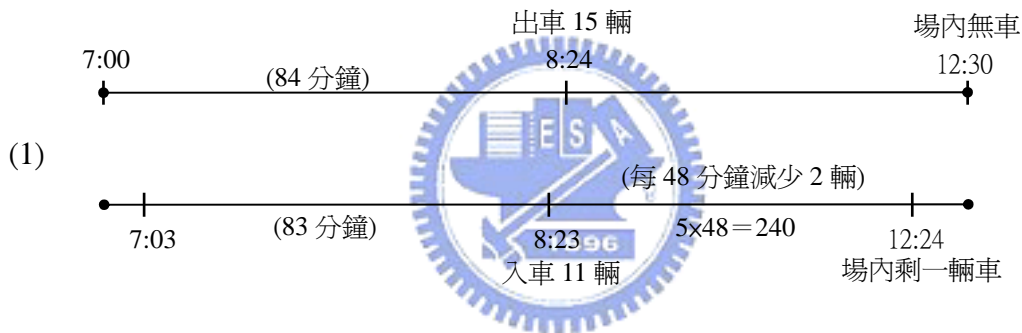
1. 試求從 E 到 F 單位時間內的最大流通量？
2. 若有一筆資金可用來改善網絡中一段管線，你認為應該優先投向哪一段管線才能對提高整個網絡的最大流通量最為有效。

上海市第三屆“金橋杯”競賽試題

某公車停車場內有 15 輛公車，從早上 7 點整開始發車，每一輛車出發後，每隔 6 分鐘再開出一輛車，第一輛車開出後 3 分鐘有一輛車進場，以後每隔 8 分鐘有一輛車進場。進場車在原有 15 輛車之後依次再出車。請問：

- (1) 到幾點鐘時場內已無車輛？
- (2) 如果將每隔 6 分鐘開出一輛車的間距改為 7 分鐘，其他條件不變，下午 3 點左右停車場內是否還有車可發？到幾點鐘時場內已無車輛？

【解析】首先我們假設公車不會有故障的情形發生，並排除因塞車因素所引起的進場時間延遲，同時也不考慮其他的因素，諸如：行車速度、司機身體因素、道路品質、氣候影響…等等。依題意分析



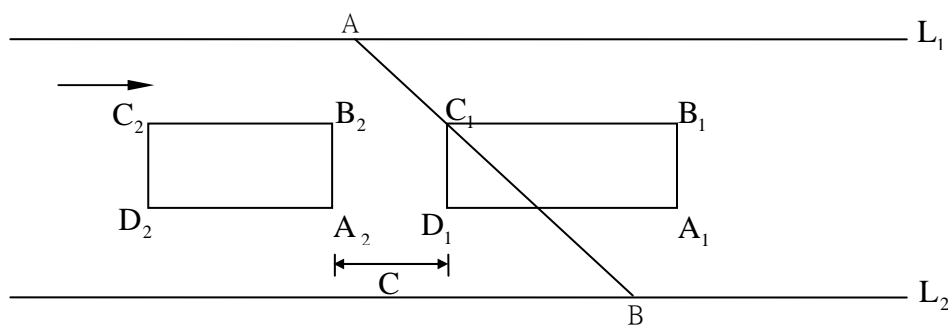
由上面的示意圖知，早上 08:24 時原停留在停車場內的 15 輛公車全部出車完畢。而在 08:23 時也有共 11 輛的公車駛入停車場內；依題意得知此時這 11 輛公車才可以陸續出車。因為每隔 6 分鐘開出一輛車，同時每隔 8 分鐘有一輛車進場，相當於每 48 分鐘少了 2 輛車，所以計算得知到 12:24 時場內只剩一輛公車，因此，推知當時間到 12:30 時場內已無一輛公車了。

- (2) 可參考(1)的分析結果。

上海市第四屆“金橋杯”競賽試題

黃浦江江面寬為 a ，一艘寬度為 b 輪船 ($b < a$) 在江心由西向東以等速 v 直線行駛，每艘輪船的船頭到前一艘輪船的船尾的距離是 c ，一艘對江渡輪由浦東 A 點出發，如下圖所示，駛向浦西岸邊 B 點。求能以最小的等速沿直線安全

到達對岸所需要的時間。(黃浦江的一段兩岸，江岸線可視為兩條平行的直線 L_1 、 L_2 且不考慮水流的速度與方向，渡輪的寬度、長度忽略不計。)



上海市第五屆“金橋杯”競賽試題

股票交易的開盤價是這樣決定的：每天開盤前由投資者填報某種股票的意向買價或意向賣價以及相應的意向股數。然後由電腦根據這些數據確定適當的價格，使得在該價位上能夠成交的股數最多。是根據以下的數據，確定該種股票的開盤價以及能即時成交的股數。

賣方意向價 (元)	2.10	2.20	2.30	2.35	2.40
意向股數	200	400	500	600	100
買方意向價 (元)	2.00	2.10	2.20	2.30	2.40
意向股數	800	600	300	300	100

上海市第六屆“金橋杯”競賽試題

有一艘敵艦於某一時刻通過座標原點，且以等速度 V_0 沿著 Y 軸正向行駛。位於 X 軸上座標 $(A, 0)$ 處的導彈基地得知訊息後立刻發射導彈加以攔截，已知導彈發射後將沿著發射方向直線飛行；先以等加速 a 加速到速度 V 後，維持速度 V 不變。假設上述的各變量數值如下： $V_0=k$ ， $A=1000k$ ， $V=20k$ ， $a=4k$ (其中 k

爲常數)。回答下列問題：

1. 爲使導彈擊中敵艦，求出導彈發射方向與 X 軸正向的夾角？（精確到小數點後第三位數）。
2. 如果導彈再與敵艦距離不大於 50k 時，即可發揮自動追蹤功能，而將目標摧毀，求能最早摧毀敵艦的發射角爲何？

上海市第七屆“金橋杯”競賽試題

某鋼廠用A原料2公噸和B原料4公噸可產出1公噸甲種鋼管；用A原料5公噸和B原料3公噸可產出1公噸乙種鋼管。這兩種鋼管在北京、上海、廣州 三地銷售所得單位利潤（單位：萬元/公噸）如下表所示：

	銷售甲種鋼管的單位利潤 (萬元/公噸)	銷售乙種鋼管的單位利潤 (萬元/公噸)
北京	2	6
上海	3	4
廣州	4	2

銷售甲種鋼管的單位利潤（萬元/公噸） 銷售乙種鋼管的單位利潤（萬元/公噸）北京 26，上海 34，廣州 42，現根據市場供求訊息：A、B 原料的周供應量分別是 10 公噸、12 公噸；每周甲種鋼管生產不能超過 2.5 公噸，乙種鋼管生產不能超過 1.5 公噸，且只能將全部鋼管銷往同一地方。問這兩種鋼管分別生產多少公噸，銷往何地，才能使一周的總利潤最大？最大總利潤是多少？