

## 第四章 高中數學建模的教育意義

依據教育部所頒布的國民中學九年一貫數學課程正式綱要中指出，數學之所以被納入國民教育的基礎課程，有三個重要的原因：（一）數學是人類最重要的資產之一。（二）數學是一種語言。（三）數學是人類天賦本能的延伸。從數學與現實世界的關係來看，其實數學科學的進展是因於人類世界生活中的需求而產生的；舉例來說，數學形成中對數、形、量基本概念之認知，事實上是人類當初為了解決土地丈量、容積測量、時間計算、牲口數目、天文觀察等等現實生活中的問題經由人類的智慧一點一滴累積而成的。

本章節將以「數學建模」的教學在現今多元社會環境下究竟有何教育功能與意義分別加以論述。其中各小節的論述重點依次為「知識應用」、「合作學習」與知識的「綜合能力」。



### 4.1 以「建模教學」，培養「知識應用」人才

從數學知識的發展角度來說人類的社會活動正是孕育數學科學的溫床，同時人類的社會也是檢驗數學內容客觀與真理性的具體場所。Howson 和 Wilson（1986）建議把數學變得對人人有效，數學學習不應讓學生因為恐懼而放棄（黃毅英，1997）。大眾對數學的認識應由無知的排拒與疏遠轉為真實地體會出數學在今日社會裡所扮演的重要角色。近來許多數學教育家極力主張以邁向「大眾數學」的普及數學教育將「數學學習」回歸到數學的原始本質，不正是突顯了「數學建模」的教學內涵不僅符合數學科學的本質，也明確區隔出其與傳統學校課堂裡的數學學習有著實質上的不同。

世界現代化的歷史證明，知識的創新與應用是促使人類社會現代化的根本動

力。十六～十七世紀歐洲發生科學革命，導致了現代科學的誕生，十八世紀下半葉英國發生第一次工業革命，啓動了工業的現代化；第二次世界大戰結束後，科學技術的應用受到廣泛關注，先進國家紛紛投入科學研究，同時推廣普及科學教育，人類世界的文明進展因而一日千里（顏士健，2000）。二十世紀七十年代以來，美國和歐洲發生了知識革命，以資訊技術與知識創新為特徵的新的現代化啓動，歐美開始從工業時代轉向知識時代、工業經濟轉向知識經濟、工業社會轉向知識社會轉移，而面對經濟全球化和知識經濟快速發展的國際環境，人類確實已經進入了一個全新的知識經濟激烈競爭的時代。

中等教育是爲了培養未來社會的人才需求爲主要的目標，人類世界因爲科技文明的不斷演進與突破，社會的分工越來越細，在單一領域內的知識已經不足以應付未來的複雜世界；因此，實施「建模教學」培養學生的問題解決與知識的實踐能力，強化「知識應用」而非傳統的「知識傳授」是新世紀教育改革中不可忽視的一個重要方向。蕭志如（2004）指出，由於科技的快速發展，世界已經進入跨科系整合的時代。除了自然科學理、工、農、醫以外，社會科學，如：企管、經濟、國貿、金融、保險、社會福利…等也已經進入跨科系整合的時代。而不同科系之間最有效的溝通語言是「數學」，而「數學建模」則是跨領域科系之間最好的溝通平台。

據 2002 年的統計數字顯示，在美國百分之八十以上的勞動者是屬於腦力工作，美、日在蘇聯解體後從獨立國協挖走九萬多個不同領域的專家，經濟合作與發展組織（APEC）主要成員國的國內生產總值已有一半以上是以知識爲基礎的企業所創造生產的、美國的網際網路使美國的經濟增長百分之三十五以上；顯而易見的創造這些驚人數據的背後主要是源於「知識應用」所產生的經濟效益；於是培養具有豐富知識的人，對新知識敏感而又善於學習、不斷獲取新知識的人，敢於善用新的知識並將其應用以能滿足人們需求的產品或服務的人，善於將分散存在的知識融集組合且創造出新的知識並付諸新應用途徑的人是任何一個進步中國家所極力追求的廿一世紀教育新目標。

拓展知識經濟 (knowledge economy) 的關鍵是人才，人才的培養離不開教育，廿一世紀以高科技技術為核心的知識經濟佔主導地位，國家綜合國力和國際競爭能力將越來越取決於國民教育的素質。基於這樣的環境之下，教育學者普遍認知到傳統教育中所隱藏的弊病，特別是「菁英教育」的迷思。因此，近年來不僅是鄰近亞洲國家競相大刀闊斧地進行教育改革，終其目標就是希望透過反思來提升各國家的基礎教育。

現代數學教育思想主張數學教育的目的應當著眼於整個人才素質的培養，即不但培養掌握現代數學理論和方法的人，還要培養具有分析問題、解決問題的能力；中學階段是學生學習數學基本知識、技能和數學思想方法的關鍵時期，也是數學意識與應用意識形成的初始階段。所以，在社會趨向多元化、資訊流通、高科技快速發展下，為使每一位公民具備一定的知識、技能和素養，提升「素質教育」，培養「知識應用」能力是新時代教育無可避免的方向。

如上所述，以往的數學教育旨在培養與發掘數學菁英，對那些抽象能力、符號操控、邏輯推理思維相對較佳的學習者而言當然遊刃有餘。依照布魯姆(B. S. Bloom)所提出的教育目標分類而言，這些學習者只是達成知識學習中的認知及技能兩個領域（李坤崇，2004），至於何時正確使用和如何適當使用知識的策略在真實情境的應用分析上，所謂的「數學菁英」就不見得具有相同的優勢了。以筆者個人的教學經驗而言，擁有「高數學知識」的學生不代表他對數學知識就具有「高運用能力」。而「高中數學建模」正是具體實踐此數學教育思想且富有實質教育意義的教學活動。

## 4.2 「數學建模」提供學生「合作學習」的訓練環境

孔子說：「三人行則必有我師」，又強調「獨學而無友則孤陋而寡聞」，充分說明彼此切磋琢磨、交換心得，有助於個別學習。「數學建模」是一個過程，是一個需要不斷循環迭代與檢驗才能尋找出最佳解決方案的過程，通常這也是現實生活中解決問題的實際過程。真實世界的問題具體而複雜，它需要團隊成員密切通力合作，尤其是與具備各種不同知識的成員交流合作。處於廿一世紀的今日，在政治上是強調以和平談判替代衝突、對抗，在經濟上是講求合作開發、揚棄競爭貿易，那麼改善學生間人際關係和提升學習興趣及成就，將成爲重要的教育課題，「合作學習」(cooperative learning)是其中一種值得嘗試的教育理念(楊宏珩，民 90)。「數學建模」無論是課堂中的學習活動或參加校外競賽的過程都充分的提供了學生具體實踐「合作學習」的環境。

「合作學習」給學生自由創造的空間，提升學生個人的創造力，讓學生在合作環境中，透過討論活動，培養學生的組織思考能力；「數學建模」的對象或主題常常是一些非數學領域的實際問題，也因此超越了個別能力的範圍，即使是老師也未必能給予具體的協助；因此，藉由數學建模活動搭建出「合作學習」的平台，透過資料蒐集、查閱文獻資料、上網尋找相關知識、學會分工合作發揮個人的潛在價值與能力，讓學生從解決問題的過程中磨練創造性及批判性的思考，進而真正提升學生的科學創造力。

合作學習經同儕之間的意見協商、交換與腦力激盪的討論後，可以感受到小組間思考的重心與問題解決的粗略方向，由多樣化的角度切入問題，彼此截長補短，經由團體成員彼此分享觀點後再深入問題核心，將可縮減「個人知識」與「科學知識」之差距，應用合作學習於數學建模之策略，使學生彼此之間互相溝通、解釋，增進交流機會，應是達到概念改變學習的有效模式之一。

孫春在、林珊如（2004）提到：「知識是由社會共識所建立起來的」。數學建模強調團隊的合作與任務分工，是一種具有高度互動性與互創性的學習過程，建模過程中鼓勵團隊成員在合作中達成創造的目的，它其實相當於一個小型社會模式的縮影，藉由人際互動的激勵引起學習者的內在動機。而且研究顯示合作學習的小組成員比單獨一個人能尋找到更多的問題及問題空間，在小組合作學習的數學建模教學中，教師可以帶領學生反覆地評估問題的結構、並設想各種不同的問題解決方案，通過不斷地重建問題、循環不已的歷程，使得學生在思考問題與尋求解答的各個階段都與團體成員產生密切的互動，因為在這樣的歷程中需要合作團隊的各成員貢獻出多元能力、多元觀點、與多元想像力。

合作學習的成果一般而言與學習者的學習興趣存在有很密切的關連。因此，選擇設計一個適當的主題來吸引團隊成員的興趣，這一點相較於傳統課堂裡的數學教學來說，「數學建模」的教學就格外顯得適切與符合課程學習本身的特性。透過教師的「數學建模」專題設計，團隊小組中的成員學到的不僅是學科知識，更加上了實作的經驗與技巧。利用「數學建模」的實際活動來「學習合作」除了展現學科教育的實質內容外，同時也進行了學校教育中對學生人格的「教化」功能，例如：溝通協調、接納與妥協、欣賞別人、群體互助.....等等。

「數學建模」課程的最大特點是強調以「問題」當作知識學習的起點，學生對知識的建構是因於「需求」而產生的，有別於傳統的課堂教學是先學習學科內容，再嘗試解決問題，而且通常傳統學科內容中的問題解決只是將教師講授過的方法套用在設計好的「問題」裡作一遍知識的「複製」過程而已，這樣的學習過程最常遇到的困境就是對一個沒有明確與具體指明範圍的問題時，學生就束手無策了。反觀，「數學建模」的學習是一種主動的、持續的過程，在學習中，學生可以從團隊成員與環境中得到不斷修正與更新的資訊，一遍又一遍地強化其對問題知識的理解。因此，筆者認為「數學建模」教學不但落實與整合「以問題為中心的合作學習」同時使學生在合作學習的過程中建立起自己的知識架構。

### 4.3 培養知識的「綜合能力」，強調知識「帶著走」

九年一貫課程目標的基本理念中開宗明義地表明，數學教育的「素質指標」是要把每一位學生都帶上來，是九年一貫及國家教育政策既有的理念。另外，美國 NCTM (2000) 的學校數學課程評估與標準 (Principles and Standards for School Mathematics) 強調：「就某種程度而言，人人都是天生的數學家... 學校數學應讓所有學生有實現此一基本真實的機會。」

在數學教育裡，強調每個學生都有權利要求受到良好的數學訓練，並充分認識重要的數學概念及提昇厚實數學能力。教育應提供學生做有意義及有效率學習的機會，使學生能學好重要的核心數學題材，因為這些重要的數學概念和精熟的演算能力，是九年一貫所強調「帶著走」的能力 (教育部，2003)。

杜威哲言：「教育即生活」，「真實的生活」就是最好的學習課程。現代教育的目的是希望藉由「國際展望」、「科技整合」、「環境調適」、「自我了解」加上學科基本能力，並透過人與自己、人與社會、人與自然的接觸中，能發現自我課題，並尋求解決所面對的環境問題；而去蒐集資訊、體驗生活、思考內化而實踐表現，並願意將所習得的知識、技能、態度等能力，運用於日常生活中，創造更美好的生活，達成自我實現，造就社會福祉。

在 2002 年公佈的第三次國際數理科競賽 (TIMSS) 的國際數據 (Data Release)，參與國家有美洲、歐洲、亞洲、澳洲、非洲等三十八個國家，我國學生的整體表現佳，在低層次、機械式的能力得分較佳，但是在高層次思考的表現欠佳。這些數據也正驗證了許多國內長期關心數學教育走向的學者專家們，不斷疾呼在數學教育中，應該關注學生對數學基礎知識、基本技能以及數學思想方法的掌握，摒棄傳統只著重抽象思考、機械式的反覆運算的數學技術。應該幫助學生形成一個開闊的數學視野，了解數學對於人類發展的價值，特別是它的應用價值。

學校教育的一項重要功能就是培養學生未來立足社會的基本「生活智能」，在學校教育中，學科教育（人文、社會、自然、數學、藝能）是其主要的組成部分，學校教育絕大多數的時間都是在課堂裡進行學科教學活動，可見學科教育對學生的知識智能不只是「養成」階段而已，從積極面來講，學校教育的終極目標是要為社會創造出有高度貢獻能力的人。丁志仁（2002）認為，走入廿一世紀，多數人一生中都要有兩次以上轉換生涯跑道的準備，有時是轉換工作，有時是碰到技術的大幅升級，總之一個人已經不可能再靠一技之長吃一輩子了。由於知識和技術進步的速度加快，使人維持在不斷學習的狀態下，已經遠比去猜測哪些知識或技術未來會紅更重要；由於「產品的創新速度比技術創新的速度快」，所以「運用」的能力一天比一天更形重要。

現代社會的生活型態日趨複雜與多元，日常生活中所需要具備的基本生活智能也越來越多，如何將學校教育中所習得的知識技能「活化」成為個人的生活能力，以有效適應這快速改變，訊息又不斷推陳出新的多元社會，是現代社會公民必須具有的基本能力。例如，從實際生活中有關個人的存款利率、保險金額、所得稅率、信用卡的循環利息.....等等的基本知識與理解，到大範圍的公共議題如勞退基金、經濟成長、通貨膨脹、消費物價指數、人口年增率、政府赤字，再再顯示基本的數學素養是現代社會公民不能或缺的「生活智能」。

「數學建模」的過程強調學生知識的統合應用，因而具備創新、合作、使用工具能力、綜合應用的能力，都是未來世紀中個人立足於世界的重要特質，可以預見的是，資訊科技所營造的未來世界，人們所需要用到的「數學智力」活動會是多麼地頻繁，如同宗教、藝術、體育一樣，成為未來人類社會活動中不必刻意強調卻人人都能理解的共通語言。總體來說，這些未來社會特質的形成就是強調學校的數學教育須將學生分散而零碎的知識發展轉化成個人能「帶著走的綜合能力」。