

數學教材設計之研究－以知覺理論為基礎

學生：蘇柏奇

指導教授：陳明璋博士

國立交通大學理學院網路學習碩士在職專班

摘 要

在考量降低數位落差以及提升普及性的前提下，「數學簡報系統 (Mathematical Presentation System, *MathPS*)」以極普及的軟體 PowerPoint 為平台，結合數學教材多元呈現之特性，運用簡單的介面，提供一套兼具繪圖及互動教學環境，提供數學教師們整體性的協助。數學教材的設計，經常需要在單一畫面上將訊息切割重組，有組織、有彈性、有步驟的逐一呈現或互動呈現；教材的運用尤其著重於全班學生的差異性及進度同步性。因此，如何在視覺上妥善的安排教材內容，是一件相當重要的課題。

本研究基於知覺理論、視覺設計原理、多媒體相關理論的探討及國中階段數學課程內容與課堂情境的觀察，針對前人提出的數學數位教材設計原則進行分析，歸納為基本安排、靜態觀察、動態觀察、師生互動等四大面向及視覺元素設計的原則。本研究以數學簡報系統為實驗平台，初步的觀察發現妥善運用這些原則，即可降低雜訊之干擾，提升教材設計的品質，有效進行課程。

A Study on Mathematical Teaching Materials Design

Based on Perception Theories

Student : Po-Chi Su

Advisors : Dr. Ming-Jang Chen

Degree Program of E-Learning

National Chiao Tung University

Abstract

On the premise of considering and reducing the digital divide and promoting popularization, MathPS takes the software--- PowerPoint popularized as the platform, combines the characteristics of multi-representation of the mathematical teaching materials, applies the simple interface, offers one set of the teaching environment to have drawing and interaction, and provides math teachers with the integrated assistance.

In design, we need to separate and re-combine the mathematical teaching materials on the single page. They can be represented in a series of organized, flexible, and gradual steps. Besides, the representation is subject to the feedback of the students, that is, the application of the teaching materials should focus on each student's differentiation and synchronous progress in particular. Therefore, it is quite an important topic to appropriately arrange the teaching material contents on vision.

This research is on the basis of the discussion of consciousness theory, visual design principle, relevant theory of multimedia, the junior high school's math content, and classroom observation. The researcher analyzes the principles of the math digit teaching material design which many researchers have put forward. These could be concluded four dimensions such as basic arrangement, static observation, dynamic observation, and interaction between teachers and students. Another design principle, visual element, should be considered.

The research regards MathPS as the experimental platform. The preliminary observation finds that if we use these principles properly, we can reduce the interference of the miscellaneous message. And we can improve the quality of the teaching material design and can carry on the course effectively.

誌 謝

回顧兩年半以來在職進修的日子，可說是我人生的重要轉轉捩點。首先感謝指導教授陳明璋博士，因為他耐心、專業的指導，引領、導正我的研究方向，使我可以克服重重的困難，順利完成學業，而教授極富創意的想法、認真的態度與教育理念，更給予極佳的榜樣，令我受用無窮。

同時也要感謝應數系黃大原教授在我學習過程中提供許多指導，讓我對數學內容有一番不同的體悟；感謝專班主任莊祚敏教授，以其淵博的知識與為學生設想的態度，提供許多寶貴經驗。專班學長李政豐、顏貽隆、邱建偉、彭元豐，專班同學李進福，亦提供許多的助益。

感謝公館國中余文秀前校長、鄧興增校長、卓淑娟主任及賴國堂主任，對我進修的支持並忍耐我因行政事務上的不盡完美，國堂主任更費心的協助英文摘要之撰寫；感謝學校同事及任教班級學生，讓我覺得每天都是愉快的一天。

感謝我的父母與姊姊，從小到大無微不至的愛護，並教導我做人處事的道理，培養我正向、積極的人生態度；感謝我的岳父岳母，對我及內人長期以來的呵護；感謝楹翔—我剛滿兩個月大的兒子，讓我享受初為人父的喜悅。最後，感謝我的內人淑媛，從相識、相戀、結婚以來的付出與犧牲，讓我覺得不枉此生，並且無後顧之憂的完成學業。

再多的言語也無法傳達我的感謝之意，在此謹以這小小的篇幅來感謝生命中每個幫助過我的人。



目 錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌謝.....	iii
目錄.....	v
表目錄.....	ix
圖目錄.....	x
第一章 緒論.....	1
1-1 研究背景與動機.....	1
1-2 研究目的.....	2
1-3 研究架構.....	3
1-4 名詞說明與研究限制.....	4
第二章 文獻探討.....	5
2-1 資訊融入教學.....	5
2-1-1 意義與目的.....	5
2-1-2 應用時機.....	7
2-1-3 應用模式.....	8
2-1-4 困境與解決之道.....	9
2-2 知覺理論.....	10
2-2-1 注意力、視覺搜尋.....	13
2-2-2 知覺分離.....	15
2-2-3 圖地原理.....	16
2-2-4 群化原理.....	21
2-2-5 形狀辨認.....	26
2-3 視覺設計原理.....	28
2-3-1 版面配置.....	28

2-3-2 平衡.....	31
2-3-3 文字.....	35
2-3-4 色彩.....	36
2-3-4-1 色彩要素與色相環.....	36
2-3-4-2 色彩的對比、調和與錯覺.....	37
2-3-4-3 色彩配色之類型與原則.....	40
2-3-4-4 色彩的明視度與注目度.....	43
2-3-4-5 色彩的相關研究.....	44
2-4 相關理論.....	46
2-4-1 雙重編碼理論.....	46
2-4-2 認知負荷理論.....	49
2-4-3 數學簡報設計原則.....	53
第三章 資訊融入數學領域教學.....	55
3-1 九年一貫數學領域課程元件分析.....	55
3-2 融入教學之資訊工具.....	68
3-3 以教師授課為導向的資訊媒體教材特質.....	76
第四章 課堂授課導向數位教材之視覺設計原則.....	78
4-1 版面配置原則.....	78
4-2 色彩計畫.....	81
4-2-1 簡報軟體色彩選取模式.....	81
4-2-2 色彩選用原則.....	85
4-3 視覺元素設計原則.....	89
4-3-1 「點」之設計原則.....	89
4-3-2 「線」之設計原則.....	91
4-3-3 「面」之設計原則.....	96
4-3-4 「文字」之設計原則.....	98
4-4 教學輔助符號之設計.....	99

4-4-1 角之教學輔助符號.....	99
4-4-2 線段之教學輔助符號.....	102
第五章 多重表徵下的知覺運作模式.....	104
5-1 訊息特質分析.....	105
5-2 知覺歷程.....	110
5-3 多重表徵之教材設計原則.....	113
5-3-1 基本面向設計原則.....	113
5-3-1-1 自行重整性／架構完整性設計原理.....	114
5-3-1-2 層次性設計原理.....	116
5-3-1-3 關聯／群化性設計原理.....	117
5-3-2 靜態觀察面向設計原則.....	119
5-3-2-1 結構式呈現模式.....	119
5-3-2-2 比較式呈現模式.....	121
5-3-2-3 對比式呈現模式.....	122
第六章 數學簡報互動及動態性之設計原則.....	123
6-1 師生互動面向之設計原則.....	123
6-1-1 指標物件與溝通性設計原則.....	124
6-1-2 按鈕與隨意性設計原則.....	127
6-2 動態呈現之設計原則.....	130
6-2-1 定位性設計原理.....	131
6-2-2 步驟化呈現模式.....	133
6-2-3 演化式呈現模式.....	135
6-2-4 動態數學圖像視覺語言.....	137
6-2-4-1 剛體變換.....	137
6-2-4-2 尺規作圖.....	142
第七章 結論與建議.....	144
7-1 結論.....	144

7-2 未來發展.....	146
參考文獻.....	147
中文部分.....	147
英文部分.....	150



表 目 錄

表 2-1：非放映性媒體配色參考表.....	35
表 2-2：明視度高、明視度低的配色排序.....	43
表 2-3：單一色相注目性排序.....	43
表 2-4：各純色在黑、白色背景上注目性排序.....	43
表 3-1：七年級「數與量」之能力指標與課程內容.....	56
表 3-2：七年級「代數」之能力指標與課程內容.....	57
表 3-3：八年級「數與量」之能力指標與課程內容.....	59
表 3-4：八年級「代數」之能力指標與課程內容.....	59
表 3-5：八年級「幾何」之能力指標與課程內容.....	60
表 3-6：九年級「代數」之能力指標與課程內容.....	61
表 3-7：九年級「幾何」之能力指標與課程內容.....	62
表 3-8：九年級「機率與統計」之能力指標與課程內容.....	62
表 3-9：MathPS 之互動功能說明.....	72
表 3-10：數學簡報系統及簡報軟體之元件功能.....	73
表 3-11：學習者 / 教師授課兩種不同導向之媒體教材特質比較.....	76
表 4-1：色光、色料三原色之(R、G、B)及(H、S、L)對照表.....	82
表 4-2：線條設計三變項一覽表.....	94
表 4-3：色相與明度變項綜合一覽表.....	97
表 5-1：視覺符號與言辭符號之差異比較.....	105
表 5-2：文字、口語及圖像等三種形式訊息之綜合分析.....	108
表 5-3：數學簡報系統上教材製作原則－基本安排面向.....	114
表 5-4：關聯／群化性設計原理引用之原則.....	118
表 5-5：數學簡報系統上教材製作原則－靜態呈現面向.....	119
表 6-1：師生互動面向之數學簡報教材設計原則.....	123
表 6-2：MathPS 之互動功能說明.....	127
表 6-3：動態呈現面向之數學簡報教材設計原則.....	130

圖 目 錄

圖 1-1：研究架構.....	3
圖 2-1：知覺歷程.....	12
圖 2-2：魯賓之杯.....	16
圖 2-3：圖地原理-1.....	17
圖 2-4：圖地原理-2.....	17
圖 2-5：圖地原理-3.....	18
圖 2-6：圖地原理-4.....	18
圖 2-7：圖地原理-5.....	18
圖 2-8：圖地原理-6.....	19
圖 2-9：圖地原理-7.....	19
圖 2-10：圖地原理-8.....	19
圖 2-11：圖地原理-9.....	19
圖 2-12：圖地原理-10.....	20
圖 2-13：單純律.....	21
圖 2-14：接近律.....	22
圖 2-15：相似律.....	22
圖 2-16：封閉律.....	23
圖 2-17：連續律.....	23
圖 2-18：命運共同律.....	24
圖 2-19：群化原理.....	24
圖 2-20：觀眾看畫面部分的百分比.....	28
圖 2-21：並列排列-1.....	29
圖 2-22：並列排列-2.....	29
圖 2-23：中心點構圖.....	29
圖 2-24：三角形構圖.....	29
圖 2-25：逆三角形構圖.....	29

圖 2-26：平衡變化之例.....	31
圖 2-27：力場構造圖.....	31
圖 2-28：畫面重度-1.....	32
圖 2-29：畫面重度-2.....	32
圖 2-30：畫面重度-3.....	32
圖 2-31：畫面重度-4.....	33
圖 2-32：畫面重度-5.....	33
圖 2-33：畫面重度-6.....	33
圖 2-34：畫面重度-7.....	34
圖 2-35：畫面重度-8.....	34
圖 2-36：伊登十二色相環.....	36
圖 2-37：色相對比.....	37
圖 2-38：以色相環製作三色相、四色相的配色方法.....	41
圖 2-39：雙重編碼理論結構圖.....	46
圖 3-1：教學輔助符號-1.....	64
圖 3-2：教學輔助符號-2.....	64
圖 3-3：乘法公式之幾何表徵物.....	64
圖 3-4：畢氏定理之幾何表徵物.....	64
圖 3-5：十字交乘法之幾何表徵物.....	65
圖 3-6：旋轉之動態圖像語言.....	66
圖 3-7：平移之動態圖像語言.....	66
圖 3-8：鏡射之動態圖像語言-1.....	67
圖 3-9：鏡射之動態圖像語言-2.....	67
圖 3-10：鏡射之動態圖像語言-3.....	67
圖 3-11：鏡射之動態圖像語言-4.....	67
圖 3-12：尺規作圖.....	67
圖 4-1：版面配置原則-1.....	79
圖 4-2：版面配置原則-2.....	79

圖 4-3：版面配置原則-3.....	80
圖 4-4：版面配置原則-4.....	80
圖 4-5：版面配置原則-5.....	80
圖 4-6：標準模式.....	81
圖 4-7：RGB 模式.....	81
圖 4-8：HSL 模式.....	81
圖 4-9：RGB、HSL 共通的視覺化色彩提示區域.....	82
圖 4-10：有彩色標準色盤.....	83
圖 4-11：無彩色標準色盤.....	83
圖 4-12：標準色盤上色調值與原色之分佈.....	84
圖 4-13：標準色盤對應之色相環.....	84
圖 4-14：伊登的色彩調和原理.....	86
圖 4-15：三色相、四色相的配色方法.....	86
圖 4-16：紅、綠、藍三原色.....	87
圖 4-17：黃、青、紫三原色.....	87
圖 4-18：高明度色彩選取模式(一).....	87
圖 4-19：高明度色彩選取模式(二).....	87
圖 4-20：點的造型視覺效果-1.....	89
圖 4-21：點的造型視覺效果-2.....	89
圖 4-22：點的造型視覺效果-3.....	90
圖 4-23：點的造型視覺效果-4.....	90
圖 4-24：線的造型視覺效果-1.....	91
圖 4-25：線的造型視覺效果-2.....	91
圖 4-26：控制線條變項的各式選單.....	92
圖 4-27：線條之快取圖案格式選單.....	92
圖 4-28：線條寬度變項視覺上之分群.....	93
圖 4-29：線條虛線樣式變項視覺上之分群.....	93
圖 4-30：圖樣線條之設計選單.....	93

圖 4-31：三角形的內心.....	95
圖 4-31：有無使用標示角度數值之教學輔助符號的比較.....	99
圖 4-32：有無使用標示角度等值之教學輔助符號的比較.....	100
圖 4-33：有無使用標示 90 度角之教學輔助符號的比較.....	100
圖 4-34：垂直角度之教學輔助符號製作-1.....	100
圖 4-35：垂直角度之教學輔助符號製作-2.....	101
圖 4-36：有無使用標示線段長度數值之教學輔助符號的比較.....	102
圖 4-37：長度數值之教學輔助符號.....	102
圖 4-38：有無使用標示線段長度等值之教學輔助符號的比較.....	103
圖 5-1：數學課堂元素.....	104
圖 5-2：數學課堂內學生學習之知覺歷程.....	110
圖 5-3：重整性設計原理－涼亭地點選擇.....	115
圖 5-4：架構完整性-1.....	115
圖 5-5：架構完整性-2.....	115
圖 5-6：層次性設計原則－直線方程式之描點.....	117
圖 5-7：關聯性設計原則－運用相似三角形求解.....	118
圖 5-8：結構式呈現－多項式乘法.....	120
圖 5-9：比較式呈現－利用乘法公式解一元二次方程式.....	122
圖 6-1：定位語言之溝通方式-1.....	124
圖 6-2：定位語言之溝通方式-2.....	124
圖 6-3：物件底色之溝通方式.....	125
圖 6-4：物件標號之溝通方式.....	125
圖 6-5：另製固定式指標之溝通方式.....	125
圖 6-6：以垂足為按鈕來控制線段之出現.....	129
圖 6-7：以頂點為按鈕來控制角平分線之出現.....	129
圖 6-8：以置於固定位置之按鈕來控制動畫.....	129
圖 6-9：以標籤來提示按鈕位置.....	129
圖 6-10：「物件定位」之例子.....	132

圖 6-11: 步驟化呈現解題過程.....	134
圖 6-12: 步驟化呈現尺規作圖.....	134
圖 6-13: 依序並排演化過程.....	135
圖 6-14: 在同一位置上進行演化.....	136
圖 6-15: 透過按鈕之控制在同一位置上進行演化.....	136
圖 6-16: 以靜態方式呈現動態演變過程.....	137
圖 6-17: 靜態呈現與動態呈現三角形平移之差異.....	138
圖 6-18: 靜態呈現與動態呈現三角形旋轉之差異.....	138
圖 6-19: 以快取圖案格式來旋轉物件.....	139
圖 6-20: 以旋轉控制點來旋轉物件-1.....	139
圖 6-21: 以旋轉控制點來旋轉物件-2.....	139
圖 6-22: 預設之影片路徑對話框.....	140
圖 6-23: 繪製自訂路徑對話框.....	140
圖 6-24: 物件平移之定位-1.....	140
圖 6-25: 物件平移之定位-2.....	140
圖 6-26: 物件平移之定位-3.....	140
圖 6-27: 顯示三角形頂點.....	141
圖 6-28: 設定旋轉中心.....	141
圖 6-29: 三角形以頂點為旋轉中心而旋轉.....	141
圖 6-30: 線畫弧操作實例-1.....	142
圖 6-31: 線畫弧操作實例-2.....	143
圖 6-32: 線畫弧操作實例-3.....	143
圖 6-33: 動態呈現弧的圓心及半徑.....	143
圖 7-1: 數學教材設計原則.....	144