

2.3 使用音圈馬達代替集振器 (Absorber) 的想法敘述

2.3.1 本實驗音圈馬達設計要求

本研究想要以音圈馬達取代光碟機上的被動吸震裝置—集振器 (Absorber) 目前市面上光碟機使用的集振器是由一個橡膠墊圈加上一個鐵片的簡單構造所構成，橡膠墊圈等效於一個固定係數的阻尼，故傳統的集振器只能吸收固定頻率的震動。

傳統的集振器作用如下圖 2.7 所示，馬達的作用力 \vec{F}_{motor} 作用在 Mecha 上產生位移 $x_1(t)$ ，經由橡膠墊圈傳遞能量到 Mass 上消耗，如果震動的頻率與橡膠墊圈的作用頻率相等則能量傳遞效果最佳。由 "Active Vibration Absorber

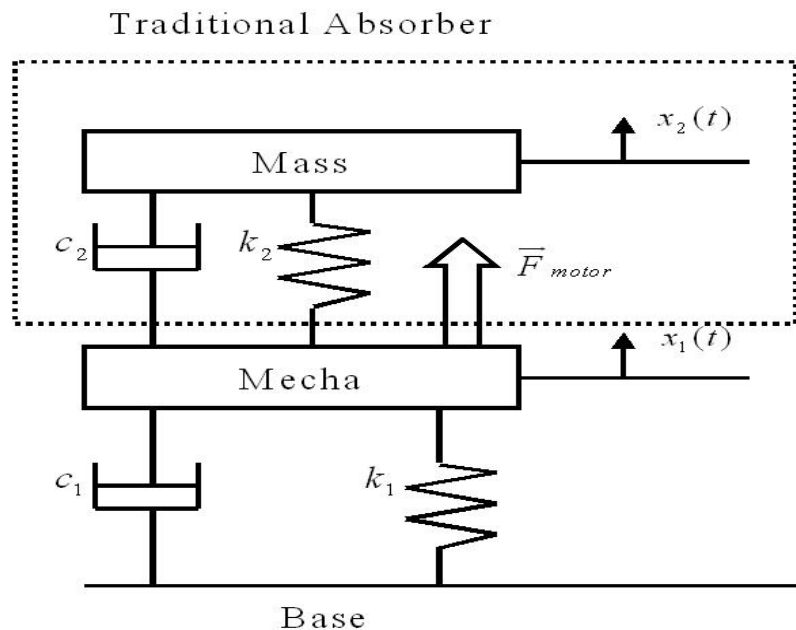


圖 2.7: 傳統光碟機的力圖

with LQG Control in Optical Disk Drive" [2] 可以知道這個設計的音圈馬達在沒有通電的時候，可以看成一個彈簧與銅塊構成的吸震裝置與傳統的吸震裝置

無異，然而當通過電流以後即成爲一個致動器，產生一個與主軸馬達施力頻率相同、方向相反的外力來抵銷主軸馬達造成的震動。

將設計的音圈馬達取代傳統的集震器後力學方塊圖如圖 2.8 所示，當馬達作用力 \vec{F}_{motor} 作用時，VCM 將產生一個反向的力 \vec{F}_{VCM} 抵銷 \vec{F}_{motor} 所造成的位移。

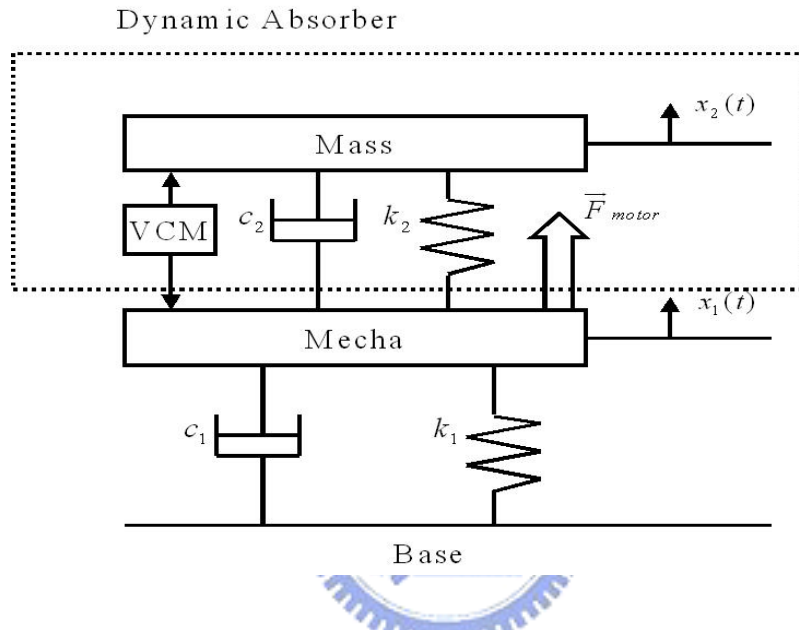


圖 2.8: 音圈馬達取代集振器的系統力圖

2.3.2 制振理論

以音圈馬達 VCM 取代吸震裝置 absorber 的裝置如圖 2.5 所示，而系統的力圖如圖 2.8 所示，主軸馬達轉動時震動將傳遞到 Mecha 上，所以馬達造成的外力以 \vec{F}_{motor} 表示，因爲馬達造成的外力大小與不平衡量與轉速的平方成正比所以馬達造成的外力表示成 (2.2)

$$\vec{F}_{motor} = p\omega^2 e^{j\omega t} \quad (2.2)$$

其中 p 爲碟片的不平衡質量；

ω 爲碟片轉速；

t 爲時間。

以 x_1, x_2 分別代表 Mecha、Mass 的位移、 m_1, m_2 分別代表 Mecha、Mass 的質量，通過電流的大小為

$$i = b(x_1 - x_2) \quad (2.3)$$

得到運動方程式表示式為

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + c_2(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) + k_2(x_1 + x_2) + iK_f = \vec{F}_{motor} = p\omega^2 e^{j\omega t} \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) + k_2(x_1 + x_2) - iK_f = 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

由 Design of an Adaptive Dynamic Absorber to Reduce Optical Disk Drives Vibration at Multiple Rotating Speeds”[6] 知系統的響應用力學推導的過程簡述如下

假設 $x_1 = |X_1|e^{j\omega t - \phi_1}$ 、 $x_2 = |X_2|e^{j\omega t - \phi_2}$ 分別為上列運動方程式的位移解，得到

$$\begin{cases} |x_1| = \frac{\sqrt{\{[(k_2 + bK_f) - \omega^2 m_2]\Delta_R + c_2\omega\Delta_I\}^2 + \{c_2\omega\Delta_I - [(k_2 + bK_2) - \omega^2 m_2]\Delta_I\}^2}}{\Delta_R^2 + \Delta_I^2} p\omega^2 \\ |x_2| = \frac{\sqrt{\{(k_2 + bK_f)\Delta_R + c_2\omega\Delta_I\}^2 + [c_2\omega\Delta_R - (k_2 + bK_f)\Delta_I]^2}}{\Delta_R^2 + \Delta_I^2} p\omega^2 \end{cases} \quad (2.5)$$

其中

$$\phi_1 = \arctan\left\{\frac{c_2\omega\Delta_R - [(k_2 + bK_f) - \omega^2 m_2]\Delta_I}{[(k_2 + bK_f)]\Delta_R + c_2\omega\Delta_I}\right\}$$

$$\phi_2 = \arctan\left\{\frac{c_2\omega\Delta_R - (k_2 + bK_f)\Delta_I}{(k_2 + bK_f)\Delta_R + c_2\omega\Delta_I}\right\}$$

$$\Delta_R = m_1 m_2 \omega^4 - [m_1(k_2 + bK_f) + m_2(k_1 + k_2 + bK_f) + c_1 c_2] \omega^2 + k_1(k_2 + bK_f)$$

$$\Delta_I = -[m_1 c_2 + m_2(c_1 + c_2)] \omega^3 + [c_1(k_2 + bK_f) + c_2 k_1] \omega$$

由推導的結果 (2.2) 可知系統的位移和不平衡量成正比，而 Mecha 最小位移發生在 123 的時候，也就是當 123 時系統的減震效果最佳，所以我們可以根據 (2.3) 藉著調整電流大小改變值達到主動減震的效果。

2.3.3 可行性實驗

我們為了測試我們想法的可行性，我們進行一個簡單的實驗來驗證。

實驗架構如下圖所示，主軸馬達高速旋轉在 Mecha 上施予一個外力，我們以產波器產生一個頻率與主軸馬達相同的波形，經過功率放大器作用在音圈馬達上，音圈馬達會產生一個與主軸馬達外力相同頻率的力。

由於這個實驗沒有經過控制方法所以我們可以推測 VCM 啓動後 Mecha 上的震動將會忽大忽小，也由主軸馬達驅動器使採用閉迴路定速補償，所以頻率會在一個大約 10Hz 左右的頻率飄動，所以 Mecha 上的震動也會隨著飄動的頻率變化。

實驗的結果的確驗證了我們的推論，也證實了這個構想的可行性。



第三章

實驗系統與 LQG 方法介紹

在本章中我們將會介紹 LQG 的方法應用在這次實驗的系統中。首先介紹系統的參數鑑別，再來說明 LQG 方法應用在我們系統上所作的一些改變，然後總結 "Applied System Identification" [5] 介紹的卡爾曼濾波器的概述，以 "Adaptive Filter Theory" [4] 為主要介紹依據，最後以 "Fundamentals of linear state space systems" [7] 三本書論述介紹 LQG 方法的使用，最後以 Matlab 模擬系統的結果。

3.1 系統參數鑑別的方法

將運動方程式中定義出系統狀態後，即可將運動方程式轉換成狀態空間表示式。

3.1.1 運動方程式轉換成狀態空間表示式

我們定義後可以將 (2.4) 轉換成 (3.1) 的狀態空間表示式。

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1u_1 + B_2u_2 \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.1)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1/m_1 & -c_1/m_1 & k_1/m_1 & c_1/m_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ k_1/m_2 & c_1/m_2 & -(k_1 + k_2)/m_2 & -(c_1 + c_2)/m_2 \end{bmatrix}, A \text{ 爲系統的狀態轉移}$$

矩陣

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1/m_1 \\ 0 \\ -1/m_2 \end{bmatrix}, B_1 \text{ 爲控制力輸入矩陣}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/m_2 \end{bmatrix}, B_2 \text{ 爲馬達外力輸入矩陣}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, C \text{ 爲輸出矩陣}$$



3.1.2 狀態空間表示式中各個參數的鑑別

分別爲 Mecha 加上除了 VCM 上除了銅塊部分的重量與 VCM 的銅塊重量，是用於組裝 VCM 彈簧的彈性係數，爲 Mecha 與底座之間的阻尼，是 VCM 上的阻尼與爲 Mecha 與底座間的等效彈性係數，而前三者可以經由儀器測量量得，後三者可以由系統響應的兩個峰值得到。

3.2 LQG 實際應用於實驗系統的介紹

由於我們的實驗系統中 VCM 的施力點與主軸馬達不同，所以我們必須修改一般常用的 LQG 方塊圖。

3.2.1 常用的 LQG 方塊圖與實驗系統的方塊圖

由於這次實驗把 VCM 當成控制力，但是由於控制力與欲控制的外力並非相同的施力型態，所以我們必須將 VCM 與主軸馬達的施力已兩個輸入矩陣表示，如下圖 3.1 所示，但是接下來的問題就是如何得到系統中主軸馬達的外力我們將在後面的章節介紹。

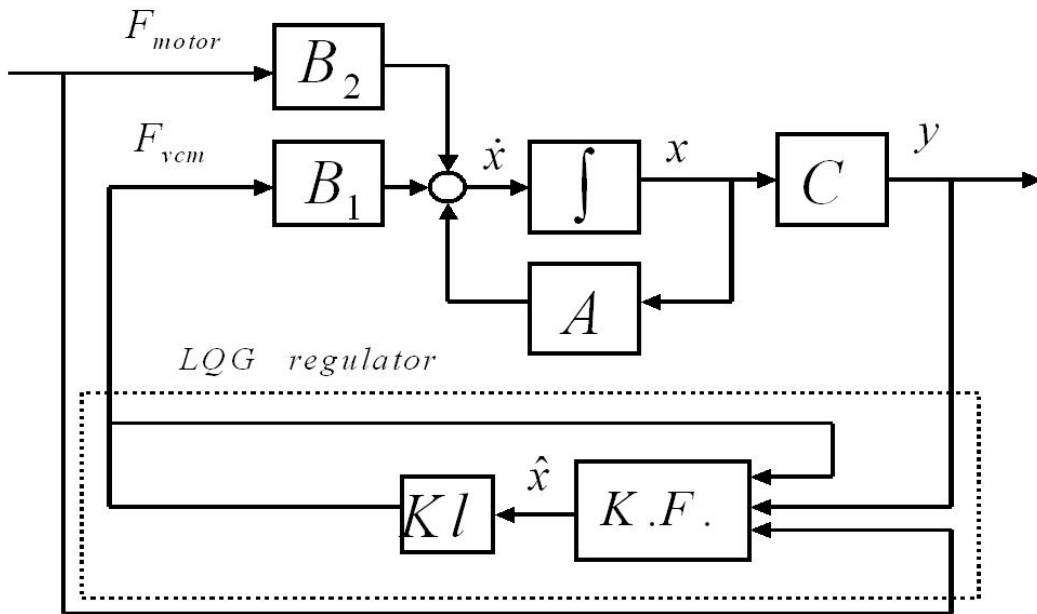


圖 3.1: 本次實驗使用的 LQG 方塊圖

3.2.2 以加速規量得主軸馬達的外力

在系統中主軸馬達啓動後，如果只有主軸馬達旋轉時，主軸馬達對於系統施予的外力很容易得到，但是如果 VCM 也一起啓動後，那震動訊號就會有兩個外力訊號總合，所以無法以一般的方法直接測量。

我們採用的方法是一種間接測量馬達外力訊號的方式，首先根據震動學所述，馬達外力造成 Mecha 震動是以一個立體橢球的軌跡運動，如下圖 3.2 所示。

側向力與縱向力將會呈現大小與相位的不同，換句話說，在某一個轉速下，側向力乘上一個適當的大小增益與乘上一個適當的相位延遲或是超前，側向力乘上大小增益與相位增益後將可以取代縱向力。

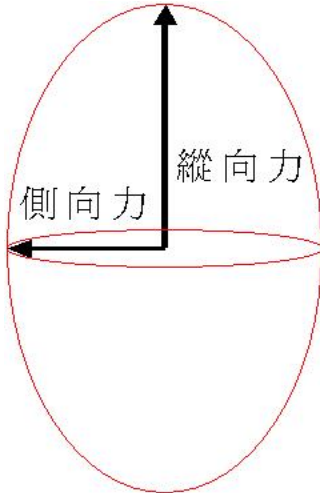


圖 3.2: 使用側向力估測縱向力方法的示意圖

我們這次實驗作的是垂直方向的減震，VCM 外力施加的方向也是垂直的，所以我們以加速規量測水平方向的加速度，然後推測垂直方向的作用力大小，推測的方法是以量測的側向力乘上一個增益值當成加入系統的縱向力，接著由 DAQ 卡紀錄卡爾曼濾波器運算出來的初估的 Mecha 速度與真實的 Mecha 速度，調整出適當的增益值當兩者相吻合時，加速規量到的側向力乘上增益即為此轉速下馬達施加在系統上的縱向外力大小值。

相位調整是由加速規貼在小鋁塊的側面，旋轉小鋁塊的方向，當加速規量測的系統加速度超前由雷射測速儀量到的速度九十度時為由橫向力估測縱向力的正確方向，我們將在第四章介紹儀器時附上實驗機構照片再度解釋一次。

3.3 LQG 方法的使用

LQG 是一套狀態空間表示式為基礎的控制方法，先以卡爾曼濾波器估測出系統狀態，再乘上 LQR 計算出來的單位負回授矩陣達到控制的效果。在本小節中僅列出計算會用到的過程，理論推導的部分請查閱參考書目 [7][5][4]。

3.3.1 連續系統轉換成離散系統

由於這次實驗採用的 DAQ 卡為 NI 的 6221，輸出頻率可達 10KHz 但是由於必須採用雙通道輸入而且同步輸出，故最高可達到 5000Hz 的即時控制，採用更高的取樣頻率則因為 DAQ 卡無法達到及時輸出而出現程式錯誤訊息，故利用 Matlab 中 c2d 的指令將系統鑑別得到的矩陣轉換成在取樣頻率 5000Hz 的離散系統。



3.3.2 卡爾曼濾波器

卡爾曼濾波器是根據表 3.2 的運算流程進行估測真實的系統狀態，而表 3.1 是卡爾曼濾波器運算過程中會用到的參數，其中 R 是一個自己定義的雜訊，其值越大可以濾除的雜訊也越大估測系統的狀態越精確，相對的追蹤系統真實狀態的速度也越慢，在這次實驗中我們主要的目的是用來估測系統狀態故給予一個很小的值即可。

表 3.1: 卡爾曼濾波器的符號表示表

| 變數 | 定義 | 維度 |
|-----------|-----------------------|--------|
| x | 系統狀態向量 | M by N |
| A | 系統狀態轉移矩陣 | M by M |
| C | 輸出矩陣 | N by M |
| Q_1 | 系統雜訊自相關矩陣 | M by M |
| Q_2 | 輸出雜訊自相關矩陣 | N by N |
| \hat{x} | 估測狀態向量 | M by N |
| G | 卡爾曼增益 | M by N |
| α | 更新向量 | N by N |
| R | α 的相關係數矩陣 | N by N |
| K | $\hat{x} - x$ 的相關係數矩陣 | M by M |

表 3.2: 卡爾曼濾波流程表

| 流程 | 卡爾曼濾波流程 | 計算方式 |
|-----|--------------|------------------------------------|
| 步驟一 | 估測系統狀態 | $\hat{x} = Ax + B_1u_1 + B_2u_2$ |
| 步驟二 | 輸出向量誤差 | $\alpha = y - c\hat{x}$ |
| 步驟三 | 更新輸出誤差相關係數矩陣 | $R = CKC^T + Q_1$ |
| 步驟四 | 更新卡爾曼增益 | $G = AKC^TR^{-1}$ |
| 步驟五 | 估測估測狀態 | $\hat{x} = \hat{x} + G\alpha$ |
| 步驟六 | 更新狀態誤差相關係數矩陣 | $K = AKAT - AKC^TR^{-1}CKAT + Q_2$ |

3.3.3 LQR 方法

根據 [5] 可知，在連續狀態控制中，單位回授的矩陣為一個固定常數的矩陣，也就是說若要連續地控制系統，給予性能指標中的參數用 Matlab 中的 lqr 指令即可以算出所需要的單位回授矩陣。由於採用 PC 配合 DAQ 卡作控制，所以以 dlqr 指令搭配取樣頻率即可得到我們需要的單位回授矩陣。

我們根據”自動控制系統設計與 Matlab 語言”[12] 中所提到的方法，將 LQR 中的 Q 、 R 參數分別選擇為 $Q = 1e^5 B_2 B_2'$ 、 $R = 1e^{-5}$ 利用 Matlab 中的 lqr 指令計算出 $Kl = \begin{bmatrix} 1825.1 & -6.4208 & 109640 & 805.9 \end{bmatrix}$ ，故加入 LQR 回授控制後的系統波德圖與原系統波德圖如圖 3.3 所示。

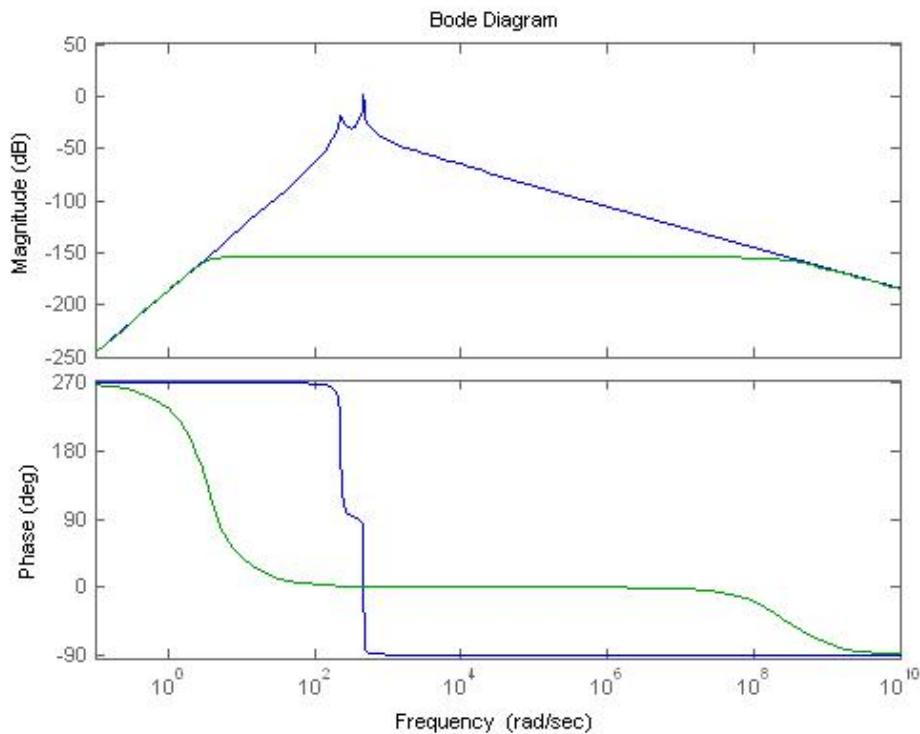


圖 3.3: 加入單位回授矩陣後的波德圖

在實際的應用上，由於我們使用資料擷取卡和個人電腦作控制，所以我們必須加上取樣時間以 dlqr 的指令求出適合的控制矩陣，在實驗上我們以取樣頻率 5KHz 得到的控制矩陣為 $Kl = \begin{bmatrix} 1825.1 & -6.4208 & 109640 & 805.9 \end{bmatrix}$ 。

3.4 模擬結果

這一小節中將模擬速度與加速度還有輸出電壓訊號三者個關係，以及雜訊干擾的問題在模擬上觀察其現象，以期望在實驗中與模擬的結果互相驗證。

3.4.1 Kalman Filtering 模擬結果

利用 Kalman Filtering 的方法模擬估測出系統的所有狀態的過程，首先我們將一個類似光碟機旋轉造成的外力施予 Mecha 上，這個外力由”光碟機制振技術之研究開發”[11] 工研院的技術報告指出以一個固定頻率的弦波當成輸入訊號。

再把 Mecha 上的震動訊號，以另外一個弦波輸入，由於我們由雷射測速儀得到的速度訊號，不過由於我們只是進行模擬，爲了要和張啓伸學長計算的結果直接比較我們直接以加速度訊號輸入，當然要以速度訊號輸入也可以得到相同的結果。

由於我們使用卡爾曼濾波器的目的在於估測系統的狀態向量，所以，我們將系統雜訊與測量雜訊分別訂爲 10^{-7} 、 10^{-7} ，這樣在模擬的情況中幾乎可以看成無雜訊，不直接設定爲零的理由是演算法在雜訊爲零時在替代還有修正的步驟中將會出現某些矩陣 determine 爲零的情況而出現錯誤。

我們在模擬的情況中故意將系統的估測狀態的初始值與真實狀態的初始值給予不同的初始值觀察卡爾曼濾波器的收斂速度，實際狀態的初始值爲 $x = [0 \ 0 \ 0 \ 0]'$ 與 $\hat{x} = [0 \ 10^{-2} \ 10^{-4} \ 10^{-2}]'$ 。

我們只觀察 0 到 0.1 秒的情況我們可以觀察到估測狀態的修正的變化，由圖 3.4 可以看出大約到了 0.5 秒左右系統穩定後估測狀態中的 Mecha 速度也幾乎與實際狀態中的 Mecha 速度重合了。

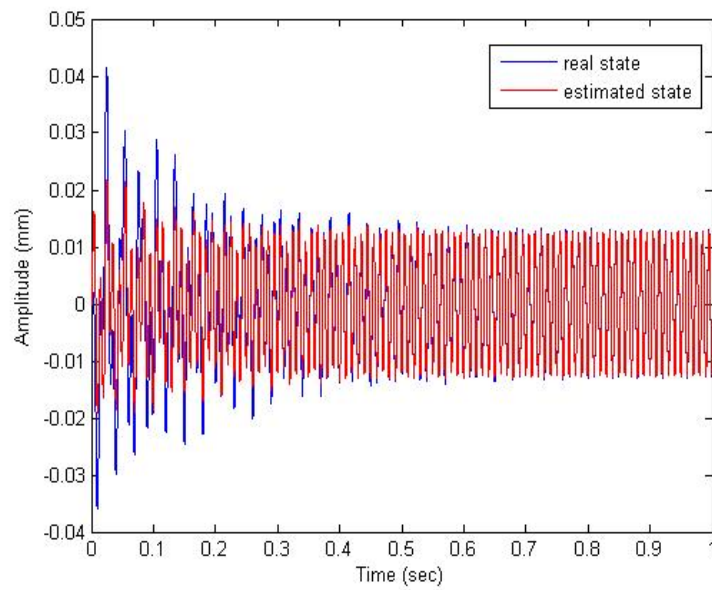


圖 3.4: 模擬卡爾曼濾波器估測

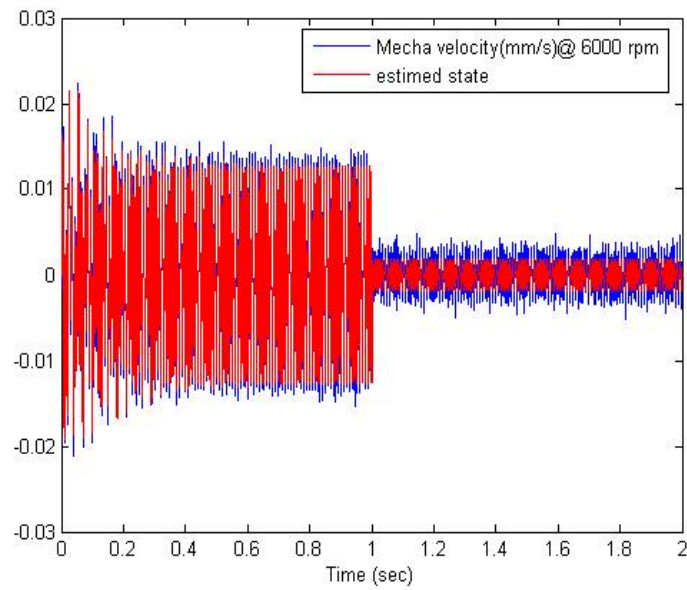


圖 3.5: 加入 $1e^{-2}$ 牛頓雜訊的卡爾曼估測結果

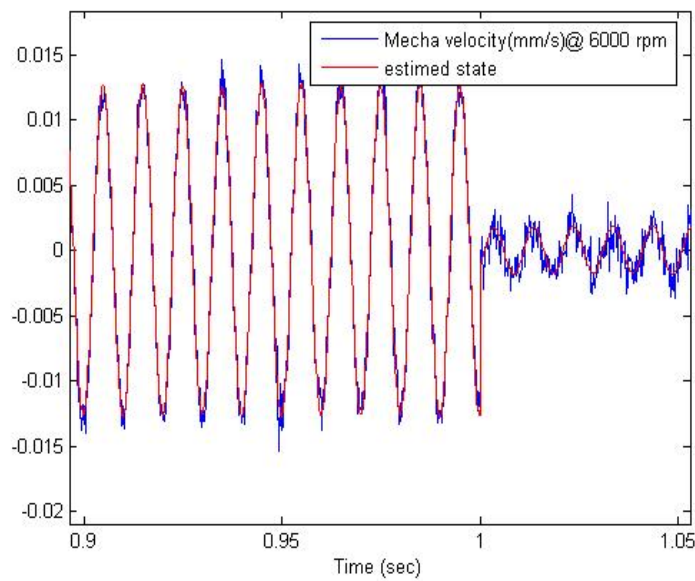


圖 3.6: 圖 3.5的詳細圖形

接著我們看到圖 3.5與圖 3.6是輸入訊號加入雜訊 $1e^{-2}$ 牛頓的結果，與之前的結果相較之下卡爾曼濾波器很顯然估測的效果變差了，不過由於轉速的範圍在 4000rpm 到 10000rpm 之間，馬達外力的大小在 $0.5N$ $3.3N$ 之間，所以雜訊影響的效果不會影響到實驗的結果，所以我們就把這些雜訊忽略。

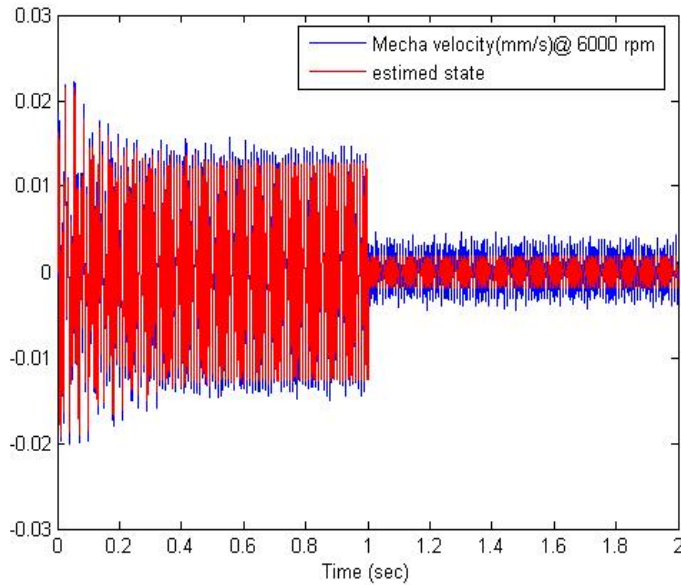


圖 3.7: 加入 $1e^{-3}$ 牛頓雜訊的卡爾曼估測結果

由圖 3.7與圖 3.8發現加入雜訊 $1e^{-3}$ 已經在未控制情形中影響已經可以忽略不計。

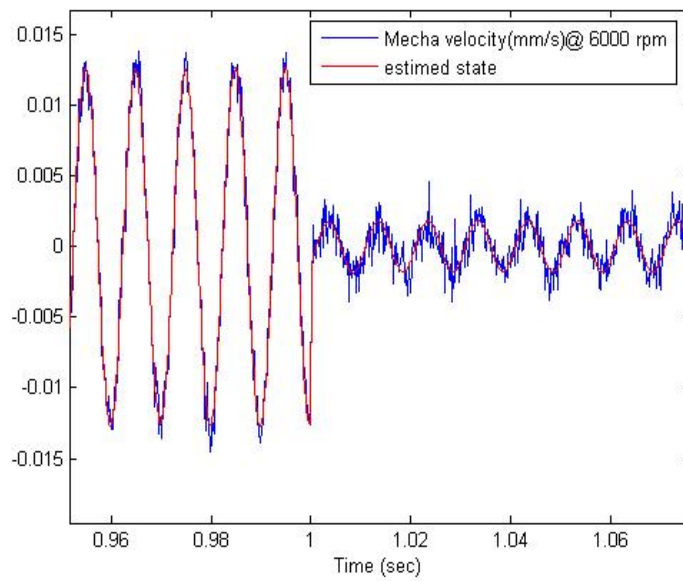


圖 3.8: 圖 3.7的詳細圖形

3.4.2 LQG 分析與模擬

根據 3.1.3 小節的說明我們可以知道將前一小節模擬的結果加入一個常數矩陣將可以達到我們減少震動的目的，所以我們在模擬的圖形中在 0 到 1 秒顯示未加入控制器，由圖 3.4 可知系統大約在 0.4 秒以後達到穩態，所以我們在時間為 1 秒的時候啓動控制器，結果如下列各圖所示。

我們也在其他光碟機常用的頻率下進行模擬觀察控制器的效果，整體而言與圖 3.3 結果完全一致，越高轉速下模擬結果制振的效果會減弱，最後模擬在系統的共振頻下的制振效果。

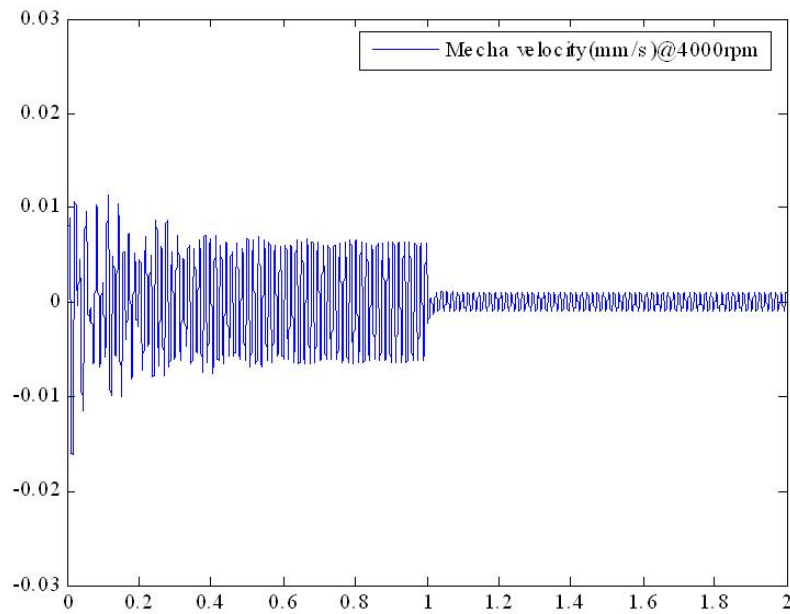


圖 3.9: 4000rpm 制振模擬

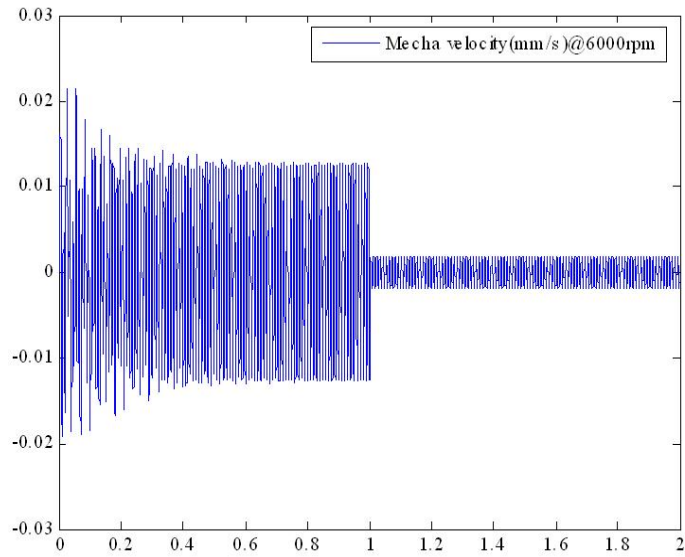


圖 3.10: 6000rpm 制振模擬

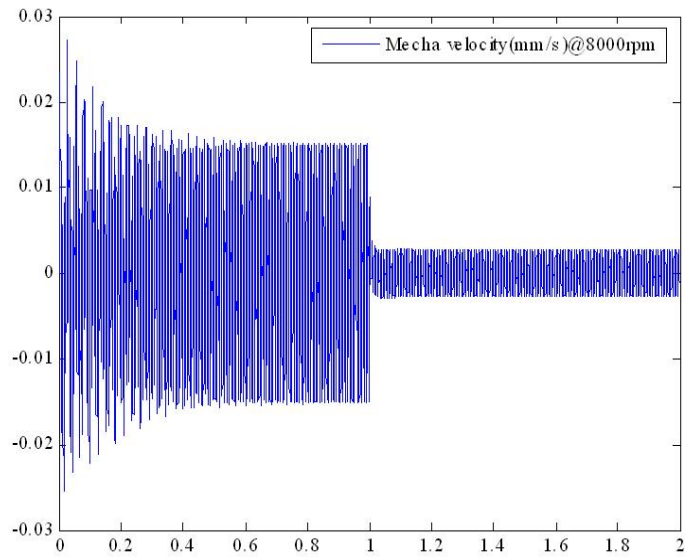


圖 3.11: 8000rpm 制振模擬

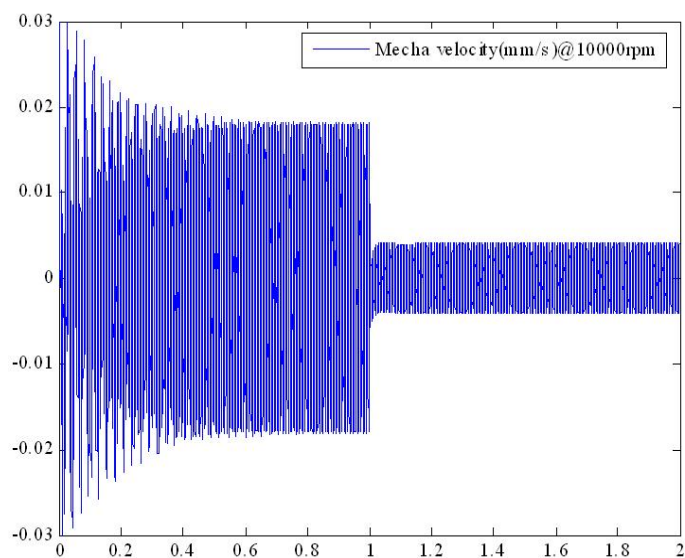


圖 3.12: 10000rpm 制振模擬

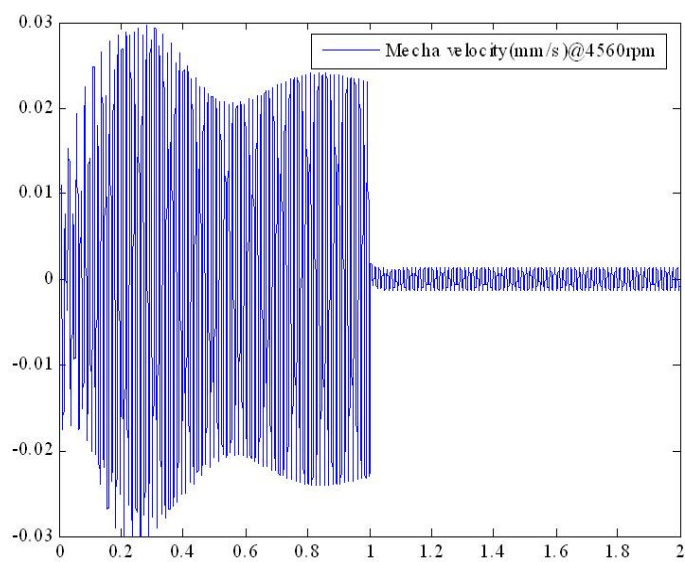


圖 3.13: 共振頻率下的制振模擬

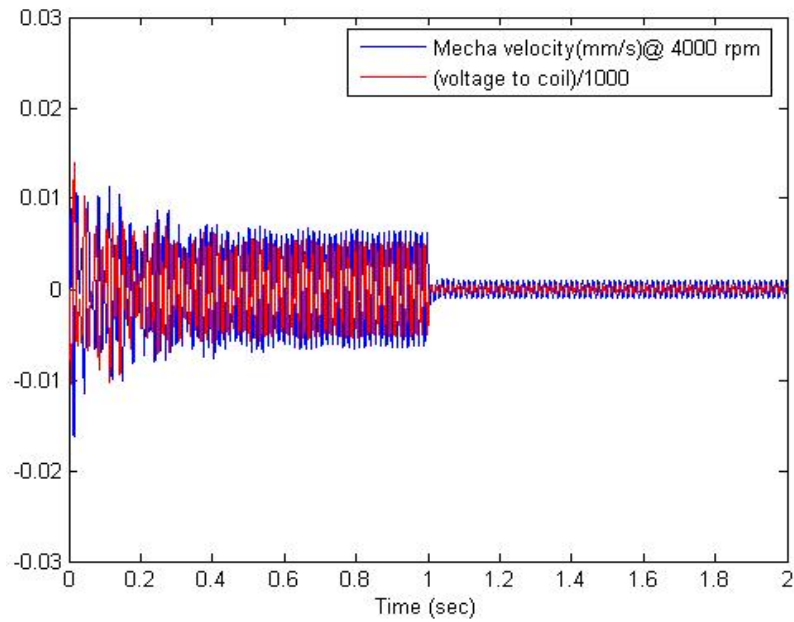


圖 3.14: 平台震動速度與 DAQ 卡輸出電壓關係

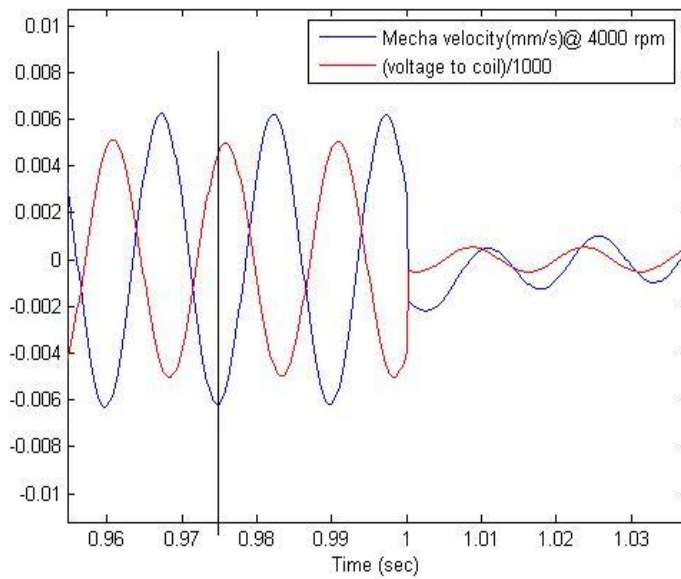


圖 3.15: 圖 3.14 的詳細情況

接著觀察平台震動速度與該加入 VCM 線圈的電壓關係，由圖 3.14 與圖 3.15 可以看出電壓大小與平台震動速度幾乎是反相，也就輸出電壓與馬達震動速度幾乎是反相的訊號，這個現象將在實驗上有助於我們調整加速規角度，去達到我們想要的理想控制狀態，也可以從另外一個觀點出發，也就是是否可以估測出系統狀態之後，無須加入 KI 單位回授控制，而採用直接將估測出的震動速度反相加入的方法去實現呢？



第四章

實驗結果

這一章裡面我們首先介紹這次實驗的平台，再來介紹我們使用的各種儀器，以及這些儀器的特性以及注意事項，最後分析實驗的結果以及與模擬的結果做比較，討論差異性。



4.1 實驗平台使用儀器介紹

這一小節我們會對於使用到的儀器依序介紹，也會提到儀器的使用注意事項，以及在實驗中如何實際應用。

4.1.1 馬達驅動器

討論馬達驅動器之前我們首先簡單介紹一下馬達的工作原理，馬達是由定子與轉子兩部分構成，目前光碟機使用的馬達以九槽十二極的三相直流無刷馬達為主流，為了使馬達同一個方向旋轉，在內部的定子上繞線圈，藉由外界輸入電流的變化造成內部定子磁場改變，產生轉矩來推動轉子，內部定子磁場變化需要根據轉子旋轉的位置改變，定子上的線圈通過電流產生磁場後藉由磁場交互作用力使得馬達旋轉。