

## 第四章 微小波長變化量之測量

### 4.1 前言

利用微小波長變化來測量相關的物理量，目前已經被廣泛的應用在不同的研究領域上，例如氣體流動偵測、溫度與機械擾動感測、壓力感測、絕對距離量測等及原子物理方面的應用[1~3]。此外，在光纖通訊系統中，如何在接收端(receiver)精確測量出光的波長及光學光譜，也成為光纖系統接收端解調(decoding)技術的關鍵。目前測量微小波長變化的主要技術可以分為繞射架構及干涉儀架構兩類[4~7]，而這兩類型架構各有其應用及使用限制。

繞射架構最主要是利用光柵繞射的原理，將不同波長的光繞射至不同位置，經由 CCD 陣列接收，以達到光波分散的目的，進而監測光波長之變化。一般而言，利用繞射架構所可解析的波長變化量為 0.5nm，所使用的光柵間距大約為 100 $\mu$ m；若要提高波長變化的解析度，則必須將光柵的間距變小。

至於干涉儀架構則大多利用 Fabry-Pérot 干涉儀來做波長變化的解析量測，此方法是利用改變共振腔間距來對入射波長作解析。最近由 D. A. Flavin *et al* [7]. 提出結合麥克森干涉儀及布拉格繞射光柵的測量技術，當干涉儀的光程差為 1.2mm 時，可以得到波長變化量的解析度為 0.007nm。但由於結合干涉儀及繞射光柵，故其量測系統較一般複雜。

在本章中，將提出一種測量微小波長變化的方法，其主要是利用表面電漿共振外差干涉儀的架構。當入射光的入射角以表面電漿共振角入射至表面電漿共振裝置時，則些微的波長變化量即會造成相位差劇烈的變化；此時透過共光程外差

干涉技術量測相位的變化，即可推知波長的變化量。本方法由於使用了表面電漿共振的特性和共光程外差干涉儀的技術，因此具有裝置簡單、操作容易、可即時量測與高靈敏度等優點。

## 4.2 原理

### 4.2.1 經 SPR 裝置產生的相位差

當一線性偏振光以 $\theta$ 入射至Kretschmann組態結構[8]的裝置時，其結構如Fig. 4.1所示。此裝置的結構是由等腰三角形稜鏡在斜邊面上鍍上厚度為 $d_2$ 的金屬膜所構成，其稜鏡和金屬膜的折射率分別表示為 $n_1$ 和 $n_2=n+ik$ 。當入射角 $\theta$ 等於表面電漿共振角 $\theta_{sp}$ 時，則表面電漿波將被激發。經由表面電漿共振裝置反射回來的光，其p-偏光及s-偏光的反射係數可以表示為[9]:

$$r_q = \frac{r_{12}^q + r_{23}^q e^{i2k_z d_2}}{1 + r_{12}^q r_{23}^q e^{i2k_z d_2}} \quad q = p, s, \quad (4.1)$$

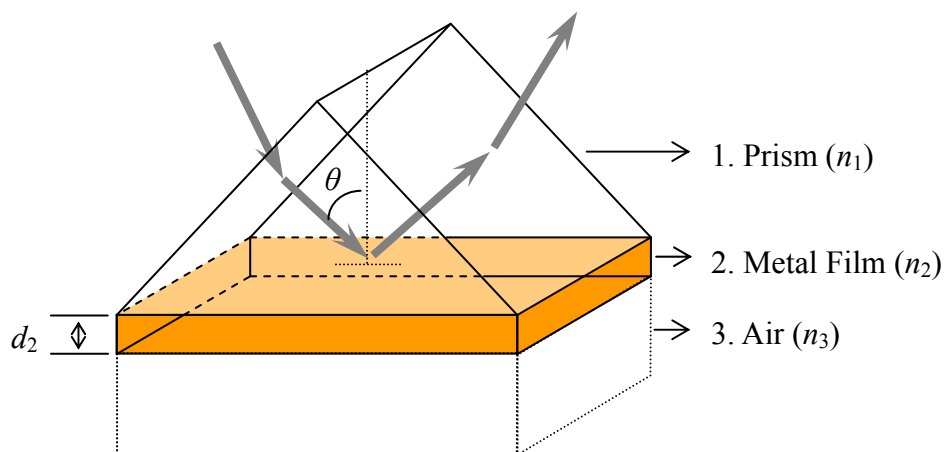


Fig. 4.1 Kretschmann 組態裝置

其中  $r_{ij}^q$  代表從介質  $i$  層進入介質  $j$  層的 Fresnel 反射係數，可表示為：

$$r_{ij}^q = \frac{X_i^q - X_j^q}{X_i^q + X_j^q}, \quad (4.2a)$$

且

$$X_i^q = \begin{cases} n_i^2 / k_{zi} & q = p, \\ k_{zi} & q = s \end{cases}, \quad (4.2b)$$

式中  $k_{zi}$  為入射光於介質  $i$  中，沿著  $z$  方向傳播的波向量可表示為：

$$k_{zi} = k_0 (n_i^2 - n_1^2 \sin^2 \theta)^{1/2}, \quad (4.2c)$$

且  $k_0$  是真空中波向量。(4.1) 式中  $r_p$  和  $r_s$  的振幅反射係數又可以寫成：

$$r_p = |r_p| e^{i\phi_p}, \quad r_s = |r_s| e^{i\phi_s}. \quad (4.3)$$

因此，存在 p-偏光及 s-偏光間的相位差為：

$$\phi = \phi_p - \phi_s. \quad (4.4)$$

由(4.1)~(4.4)可以看出，相位差  $\phi$  值與表面電漿共振裝置材料的折射率有關，其中包括稜鏡材料及金屬膜材料之折射率。假若在某一波長範圍內已知該材料之色散方程式，則進一步可以得知所引進之相位差大小。一般而言，任何材料其色散方程式可以表示如下式所示[10]：

$$n(\lambda) = a_0 + a_1\lambda + a_2\lambda^2 + a_3\lambda^3 + a_4\lambda^4 + \dots, \quad (4.5a)$$

$$k(\lambda) = b_0 + b_1\lambda + b_2\lambda^2 + b_3\lambda^3 + b_4\lambda^4 + \dots, \quad (4.5b)$$

其中  $n$  和  $k$  是複數折射率的實部和虛部的折射率； $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$ , 和  $b_0, b_1, b_2, b_3, \dots$  係數項； $\lambda$  是波長。假如波長有  $\Delta\lambda$  的微小變化量時，則相位差的變化量可表示為：

$$\Delta\phi = \left( \frac{\partial\phi(n(\lambda), k(\lambda))}{\partial\lambda} \right) \Delta\lambda. \quad (4.6)$$

而(4.6)式又可寫成：

$$\Delta\lambda = \left( \frac{\partial\lambda}{\partial\phi(n(\lambda), k(\lambda))} \right) \Delta\phi. \quad (4.7)$$

因此，利用(4.1)、(4.4)、(4.5)和(4.7)式，同時透過相位變化 $\Delta\phi$ 的測量，即可推知微小波長 $\Delta\lambda$ 的變化。

#### 4.2.2 利用共光程外差干涉儀測量相位

本實驗所使用的光學架構如Fig. 4.2所示。當一可調波長的線性偏振光經電光晶體EO調制變成為外差光源，此外差光源在p-偏光和s-偏光之間具有一角頻差 $\omega$ 。外差光源以入射角 $\theta=\theta_{sp}$ 入射到表面電漿共振裝置上；其反射光通過穿透軸與x軸成 $\alpha$ 的檢偏板AN後，最後到達光偵測器D，在偵測器上所測量到的光強度可表示為[11]：

$$I_{tl} = \frac{1}{4} \left[ r_p^2 \cos^2 \alpha + r_s^2 \sin^2 \alpha + 2r_p r_s \cos \alpha \sin \alpha \cos(\omega t + \phi_1) \right], \quad (4.8)$$

這裏的 $I_{t1}$ 是測試信號。另外，電子訊號被帶通濾波器濾波後則形成為一參考信號，其形式可表示為：

$$I_r = \frac{1}{2}(1 + \cos \omega t). \quad (4.9)$$

將這兩個信號送入相位計PM後，即可得到測試信號與參考信號間的相位差 $\phi_1$ 。

在第二步驟上將波長變化為 $\lambda + \Delta\lambda$ ，則測試信號變成：

$$I_{t2} = \frac{1}{4} [r_p^2 \cos^2 \alpha + r_s^2 \sin^2 \alpha + 2r_p r_s \cos \alpha \sin \alpha \cos(\omega t + \phi_2)], \quad (4.10)$$

$\phi_2$ 可以由上述的方法被解出來。最後將 $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ 代入(4.7)式中，則可解出微小波長 $\Delta\lambda$ 的變化量。

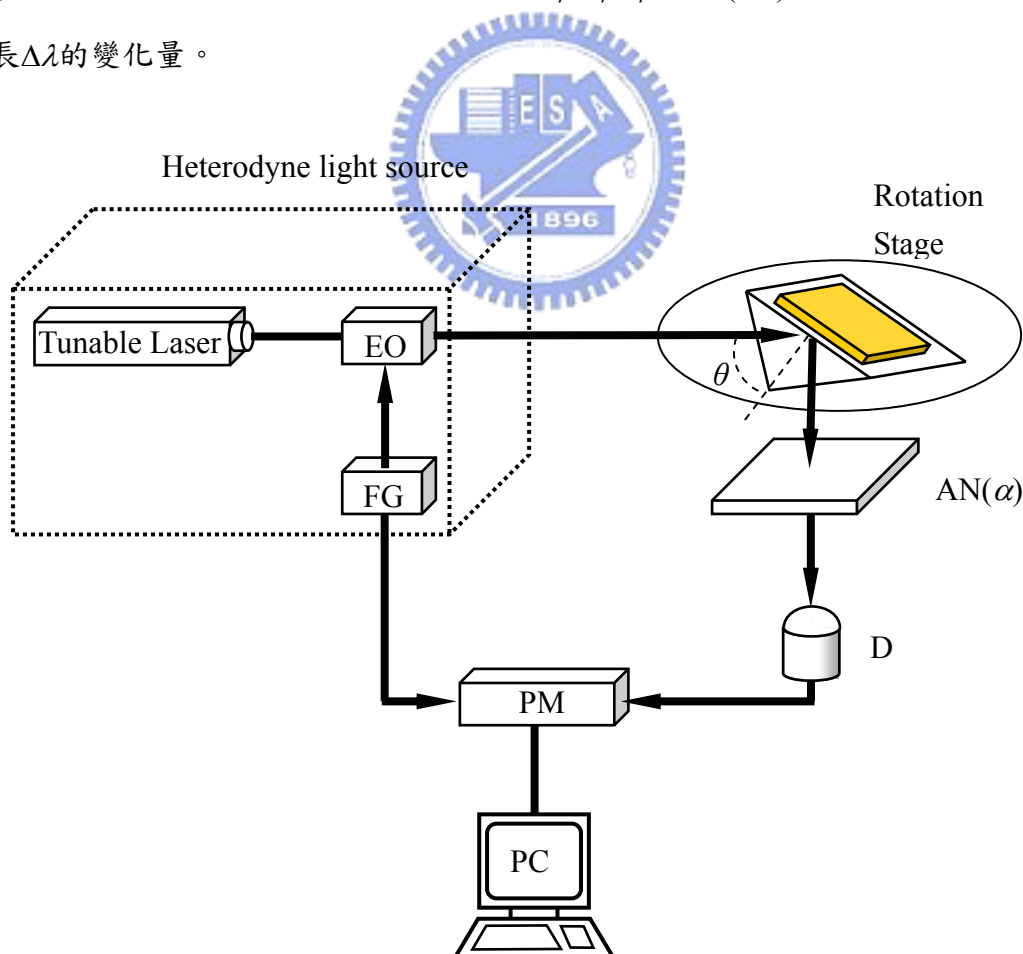
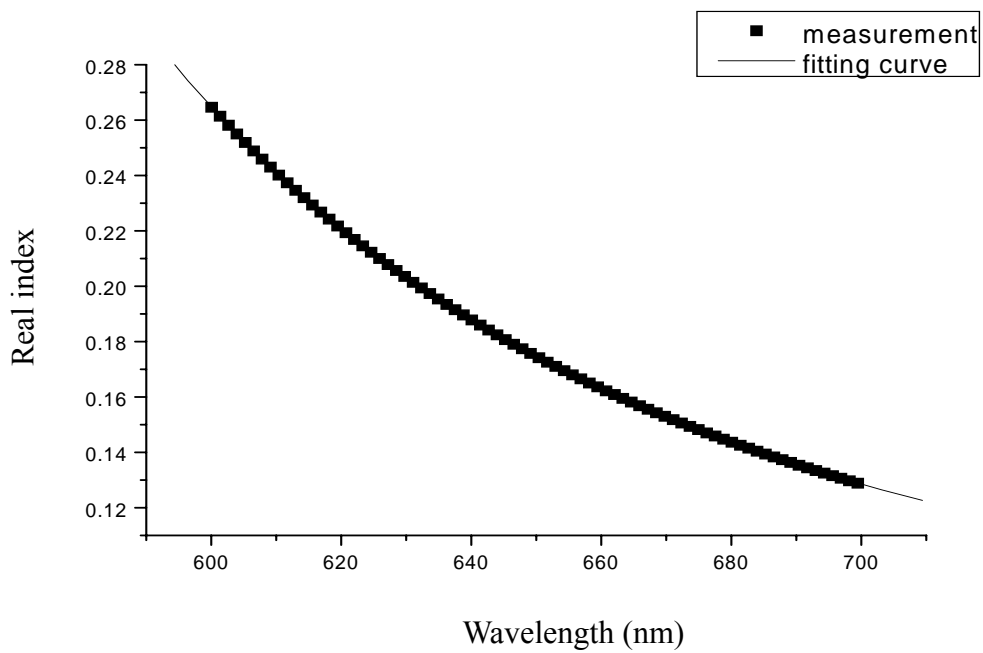


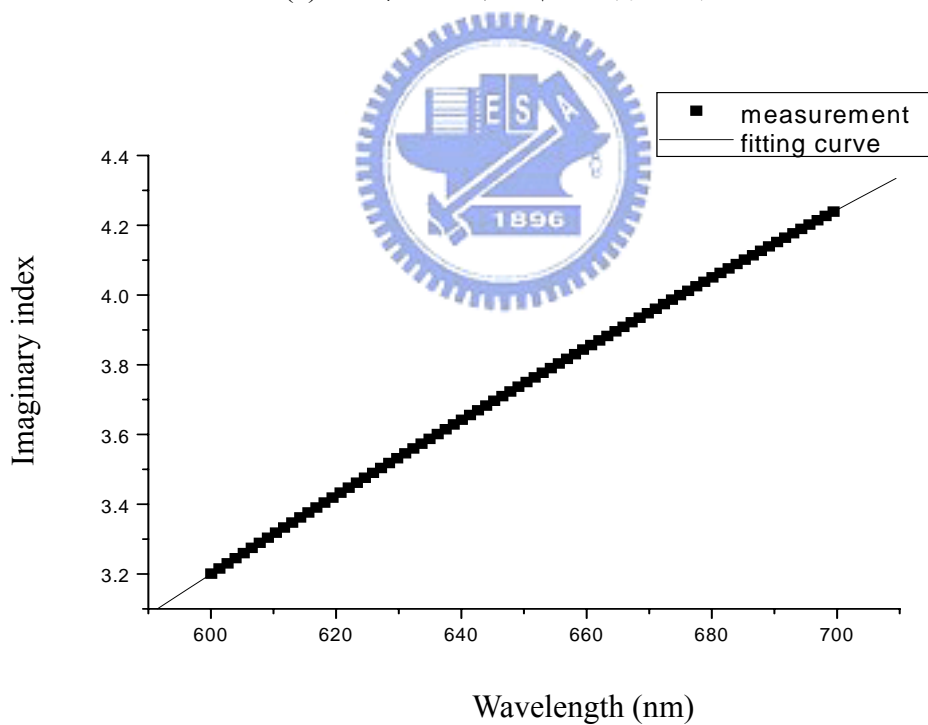
Fig. 4.2 微小波長變化量測裝置。

### 4.3 實驗與結果

為了驗證本方法之可行性，我們使用鍍有 35nm 厚的金薄膜之表面電漿共振裝置去測量光源波長，其波長變化範圍為 632.7nm 至 633.9nm；表面電漿共振裝置則是利用一般商業用的濺鍍機台(Model BA510, Balzers)，在BK7 玻璃稜鏡上鍍上一層金薄膜，其精確度可以到達 $\pm 1\text{nm}$ 。由於金薄膜在濺鍍之後會受應力及粒子重新分佈效應之影響，因此必須利用橢圓儀(Model eta, Steag Inc.)測其折射率及消光係數在波長範圍 600nm~700nm 間之關係，其結果如Fig. 4.3(a)及(b)所示；根據測量結果經由數值擬合可得色散方程式之係數分別為： $a_0 = 65.00949$ 、 $a_1 = -0.36354$ 、 $a_2 = 7.70989 \times 10^{-4}$ 、 $a_3 = -7.3235 \times 10^{-7}$ 、 $a_4 = 2.6242 \times 10^{-10}$  及  $b_0 = -14.32305$ 、 $b_1 = -0.05643$ 、 $b_2 = -6.13036 \times 10^{-5}$ 、 $b_3 = 2.65412 \times 10^{-8}$ 。在實驗的過程中，首先將製作好的表面電漿共振裝置放置在角解析度為  $0.005^\circ$  精密旋轉平台(Model PS- $\theta$ -90, Japan Chuo Precision Industrial Company, Ltd.)上，並將入射角在共振角附近掃描一次，可得知在  $43.9^\circ$  時，其反射光強度最弱[9]，則此角度即為共振角。因此，將入射角固定於  $43.9^\circ$ 。另外，電光晶體EO (Model 4002, New Focus, Inc.)被 1kHz 的鋸齒波和半波電壓為 125V 的函數產生器所調制，相位計解析度為  $0.01^\circ$ ，檢偏板方位角  $\alpha$  設定為  $10^\circ$ ，同時利用個人電腦去記錄且分析數值。實驗的結果如Fig. 4.4 所示。Fig. 4.4 表示為相位差的變化量  $\Delta\phi$  對波長變化量  $\Delta\lambda$  之間的關係圖；為了方便於比較，將雷射輸出波長的讀取值  $\Delta\lambda_r$  和測量值  $\Delta\lambda$  之關係描繪在Fig. 4.5 上；Fig. 4.5 上的  $\ominus$  和  $\bullet$  分別表示為雷射輸出波長的讀取值和測量值，而測量值的誤差量為 0.04215nm；由Fig. 4.5 可以清楚看出測量值  $\Delta\lambda$  和雷射輸出波長的讀取值  $\Delta\lambda_r$  有非常好的對應性；因此，當表面電漿共振裝置的金薄膜之色散方程式為已知時，則可以藉由測量相位差的變化量  $\Delta\phi$  值估計出波長的變化量  $\Delta\lambda$ 。



(a) 金薄膜的折射率之測量結果。



(b) 金薄膜的消光係數之測量結果。

Fig. 4.3 在波長範圍 600-700nm 內金薄膜的複數折射率之測量結果。

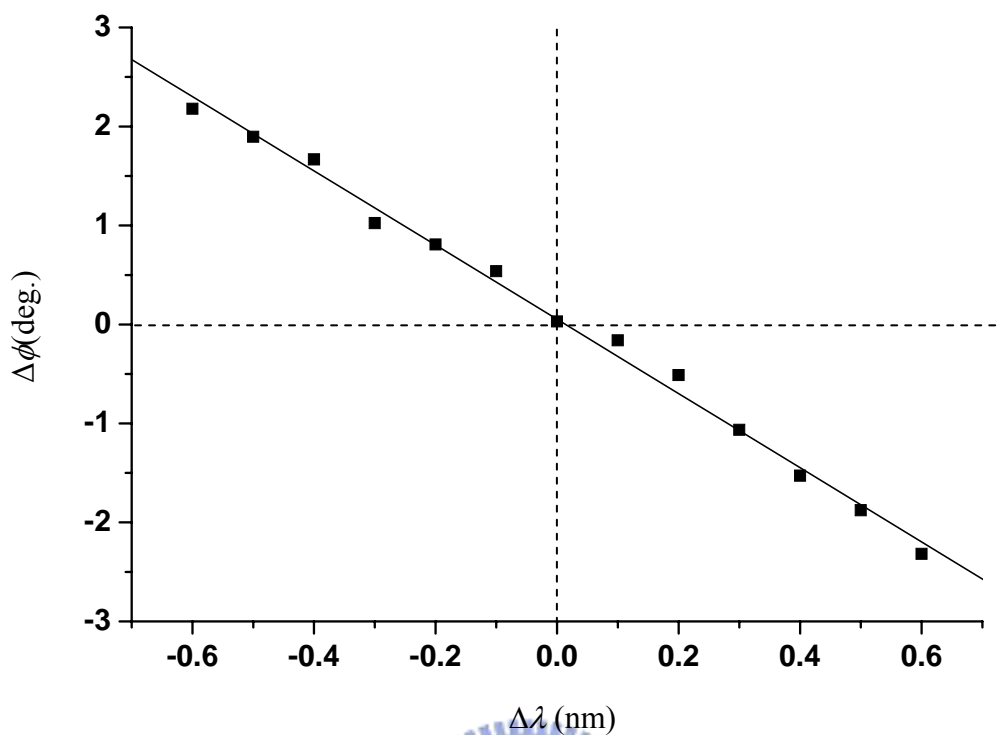


Fig. 4.4 相位差的變化量 $\Delta\phi$ 與波長變化量 $\Delta\lambda$ 之關係曲線。

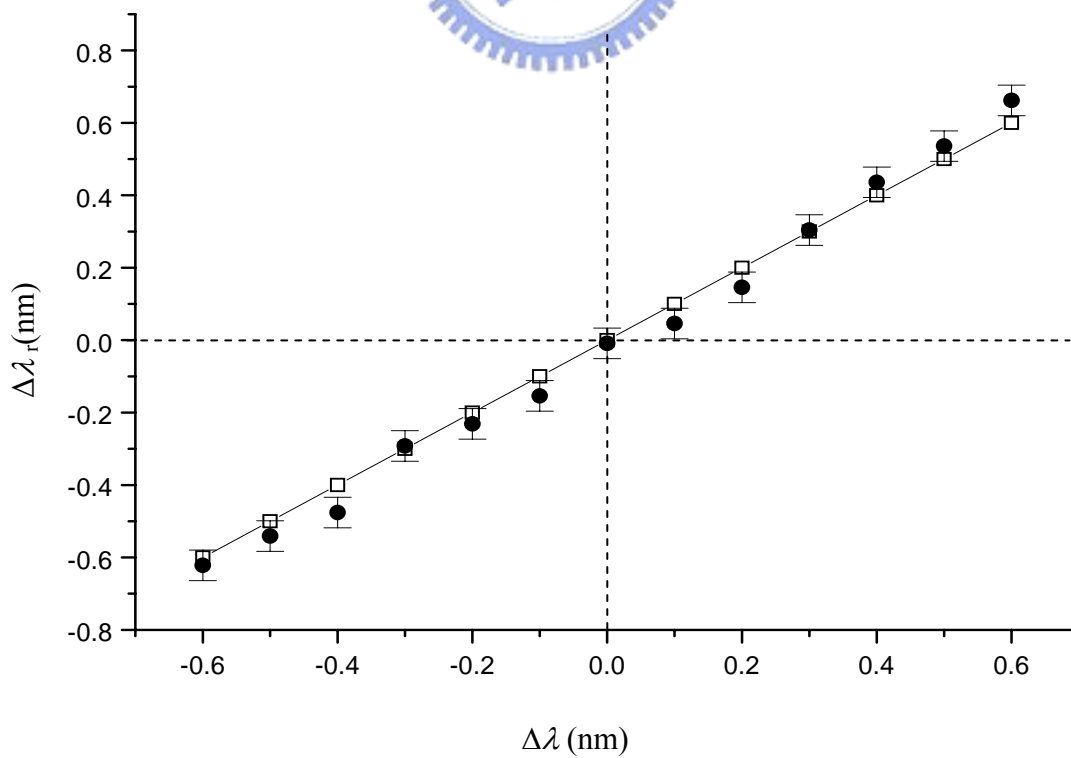


Fig. 4.5 雷射輸出波長的讀取值 $\Delta\lambda_r$ 和測量值 $\Delta\lambda$ 之關係曲線。



## 4.4 討論

在本方法中所使用的表面電漿共振裝置是利用濺鍍的方式，在 BK7 玻璃稜鏡上鍍上一層金薄膜，由於濺鍍的過程金原子及靶材內之雜質均會在玻璃基板上重新排列，且排列方式與濺鍍的外加電壓、腔內溫度和壓力、玻璃基板是否受應力等因素有關，因此，金薄膜的色散方程式會有些微的改變；雖然金屬材料的色散方程式可以經由參考書(Handbook of Optics Volume II Devices, Measurements, and Properties)[10]中得到，但為了增加本方法測量的準確度，金薄膜的色散方程式可以利用相關測量的儀器或是第三章介紹的方法測得。

其次，當 $\theta$ 等於表面電漿共振角 $\theta_{sp}$ 時，反射係數 $r_p$ 是非常小的。為了提高測試信號的對比度，我們可以旋轉檢偏板AN的方位角 $\alpha$ 。在我們的實驗中，透光軸和x軸之間的夾角 $\alpha$ 設定為 $10^\circ$ 時，則測試信號的對比度可以提高到0.88。

在本方法中，相位計的誤差、偏極混合誤差及偏振旋轉誤差將會影響到相位量測的準確度，考慮這些誤差因素，本實驗的總相位誤差量約 $\cong 0.03^\circ$ [12]；接著由測量的結果可以得到，當波長變化量 $\Delta\lambda$ 為0.1nm時，相位差的變化 $\Delta\phi$ 為 $0.37^\circ$ 。將上述之值代入下式方程式中：

$$\Delta\lambda_{err} = \Delta\lambda \left| \frac{\Delta\phi_{err}}{\Delta\phi} \right|, \quad (4.11)$$

即可計算出波長變化的誤差量 $\Delta\lambda_{err}$ ；由計算的結果可以得 $\Delta\lambda_{err} \cong 0.00853\text{nm}$ 。另外，假設 $d_2$ 有改變而金薄膜的折射率並不會隨之改變時，則 $\Delta\lambda_{err}$ 的誤差量對於 $d_2$ 之關係將可以被解得，其結果如Fig. 4.6所示；由Fig. 4.6可以得到， $\Delta\lambda_{err}$ 的誤差量會隨著金薄膜的厚度增加而減少，也就是，當金薄膜的厚度增加時，測量波長變化量的靈敏度將會提高；因此，若要提高波長變化量的靈敏度，必須同時考慮干

涉條紋的對比度來選擇適當的金薄膜厚度來達成。

本方法若改以其他金屬膜代替金薄膜亦是可行的方法。由文獻[13]可知，使用銀薄膜所產生的相位變化較金薄膜來的靈敏，但銀薄膜較金薄膜容易氧化，因此在考慮實驗的精確性上銀薄膜則比金薄膜較不易控制。

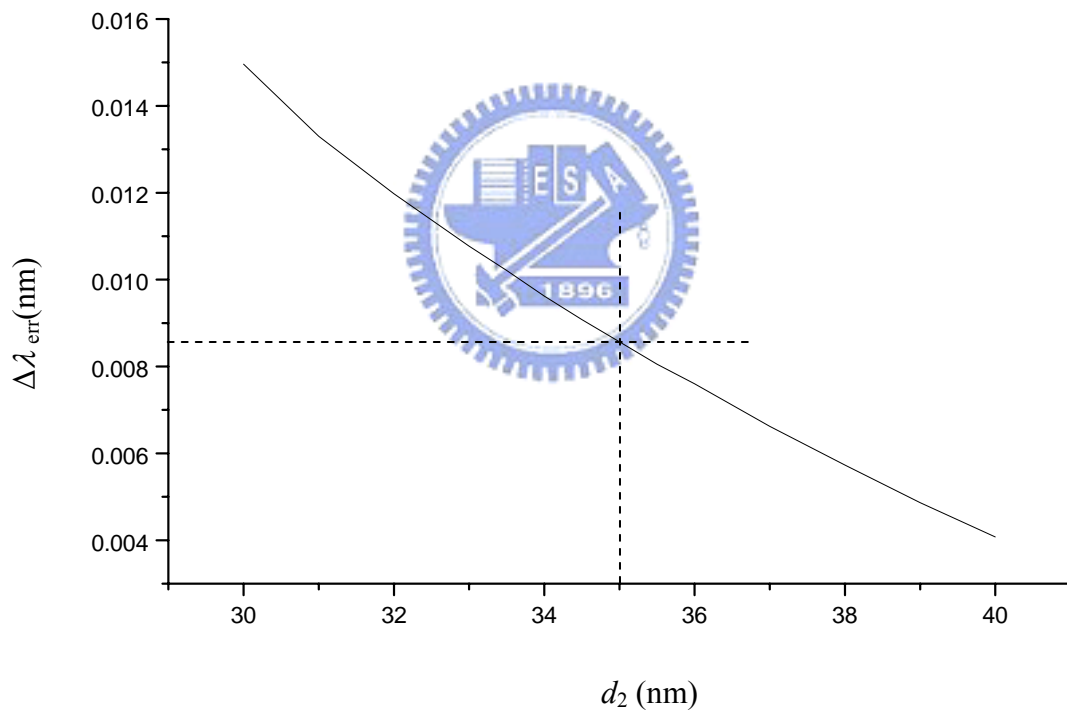


Fig. 4.6 波長變化誤差量 $\Delta\lambda_{err}$  與金薄膜厚度 $d_2$ 之關係曲線。

## 4.5 小結

本章利用了表面電漿共振外差干涉儀的架構，提出一種微小波長變化量的測量方法。當一線性偏振光入射至 Kretschmann 組態結構的裝置，當入射角等於表面電漿共振角時，則表面電漿波將被激發。此時微小波長的變化量會被引入到反射光 p-偏光和 s-偏光的相位差裏，緊接著可以利用共光程外差干涉技術量測相位的變化，進而推知微小波長的變化量。由實驗結果可知，波長變化的靈敏度大約為 0.00853nm。此靈敏度足以被運用在相關物理量的量測上，例如氣體流動偵測、溫度與機械擾動感測、壓力感測、絕對距離量測和光纖系統接收端的解調等等。



## 參考文獻

1. X. Q. Jiang, J. Kemp, Y. N. Ning, A. W. Palmer, and K. T. V. Grattan, "Accurate wavelength determination in a Wollaston interferometer for sensor applications," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **8**, 1055-1057 (1996).
2. Y. N. Ning, W.J. Shi, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer, and B. T. Meggitt, "Interferometric detection scheme for measuring wavelength shift using a stabilized interferometer with an additional reference wavelength," *Opt. Commun.* **138**, 27-30 (1997).
3. C. E. Wieman, and L. Hollberg, "Using diode lasers for atomic physics," *Rev. Sci. Instrum.* **62**, 1-20 (1991).
4. B. Culshaw and J. Dakin, "Optical Fiber Sensors Volume III Components and Subsystems," Artech House, Norwood. Chap. 6, 191-224 (1996).
5. N. K. Berger, B. Levit, A. Bekker, and B. Fischer, "Real-time optical spectrum analyzer based on chirped fibre Bragg gratings," *Elec. Lett.* **36**, 1189-1191 (2000).
6. M. G. Davis and R. F. O'Dowd, "Time-resolved spectral measurement system using a Fabry-Perot interferometer," *Opt. Eng.* **33**, 3937-3941 (1994).
7. D. A. Flavin, R. McBride, and J. D. C. Jones, "Short-scan interferometric interrogation and multiplexing of fibre Bragg grating sensor," *Opt. Commun.* **170**, 347-353 (1999).
8. E. Kretschmann, "The determination of the optical constants of metals by excitation of surface plasmons," *Z. Phys.* **241**, 313-324 (1971).
9. Y. C. Cheng, W. K. Su, and J. H. Lion, "Application of a liquid sensor based on

surface plasma wave excitation to distinguish methyl alcohol from ethyl alcohol," *Opt. Eng.* **39**, 311-314 (2000).

10. M. Bass, "*Handbook of Optics Volume II Devices, Measurements, and Properties*," McGRAW-Hill, Inc. 2nd. Chap. 33, 33.25-33.28 (1995).
11. M. H. Chiu, J. Y. Lee, and D. C. Su, "Refractive-index measurement based on the effects of total internal reflection and the uses of heterodyne interferometry," *Appl. Opt.* **36**, 2936-2939 (1997).
12. M. H. Chiu, J. Y. Lee, and D. C. Su, "Complex refractive-index measurement based on Fresnel's equations and the uses of heterodyne interferometry," *Appl. Opt.* **38**, 4047-4052 (1999).
13. C. H. Liao, C. M. Lee, L. B. Chang, and J. H. Tsai, "Effects of a metal film and prism dielectric on properties of surface plasmon resonance in a multilayer system," *Jpn. J. Appl. Phys.* **36**, 1105-1111 (1997).

