

國立交通大學

電信工程學系

碩士論文

基於多載波/多碼下一代數位電視廣播系統之研究

  
**A Study on a Multi-carrier Multi-code based Next  
Generation DVB-T System**

研究生：李盈宏

指導教授：黃家齊 博士

中華民國九十五年七月

基於多載波/多碼下一代數位電視廣播系統  
之研究

**A Study on a Multi-carrier Multi-code based Next  
Generation DVB-T System**

研究生：李盈宏

Student：Ying-Hung Li

指導教授：黃家齊 博士

Advisor：Dr. Chia-Chi Huang



A Thesis

Submitted to Department of Communication Engineering  
College of Electrical and Computer Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Communication Engineering

July 2006

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十五年七月

# 基於多載波/多碼下一代數位電視廣播系統 之研究

研究生：李盈宏

指導教授：黃家齊 博士

國立交通大學電信工程學系 碩士班



由於DVB-T是以正交分頻多工傳輸技術為架構，而正交分頻多工傳輸系統效能會受限於多路徑通道干擾。針對這個問題，本論文提到一種使用完美正交性的華氏碼作為展頻碼，也就是將正交分頻多工傳輸技術結合分碼多重存取傳輸技術，使訊號分散在各個次載波上傳送，並在系統接收端使用軟性多路徑干擾消除技術，以消除通道對傳送訊號造成的多路徑干擾，來提升系統效能。另外介紹了一種編碼增益直逼雪農極限的編碼方式，低密度同位檢查碼，以期能取代DVB-T兩層編碼。並在系統接收端使用包含軟性多路徑干擾消除器之渦輪等化技術，利用等化器和編碼器互相傳遞軟性資訊，來更一步提升系統效能。最後經由電腦模擬驗證上述所有技術在多徑衰減通道中可有效的提高效率。

關鍵字：數位電視廣播系統，華氏碼，正交分頻多工傳輸，分碼多重存取傳輸，多路徑干擾消除技術，低密度同位檢查碼，渦輪等化技術

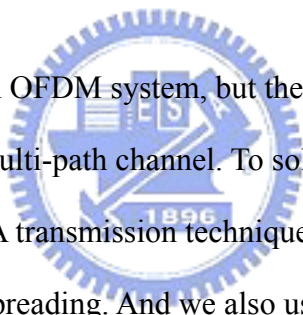
# **A Study on a Multi-carrier Multi-code Based Next Generation DVB-T System**

Student: Ying-Hung Li

Advisor: Dr. Chia-Chi Huang

Department of Communication Engineering  
National Chiao Tung University

## **Abstract**



DVB-T system is based on OFDM system, but the performance of OFDM system is limited by the interference of multi-path channel. To solve this problem, in this thesis we combine the OFDM and CDMA transmission techniques with walsh codes which has perfect orthogonality for data spreading. And we also use the iterative soft multi-path interference cancellation to improve the performance of the system. In addition, we use LDPC code, which can be close in the Shannon limit, to replace two codes which are used by DVB-T system. And we also propose a turbo equalization to improve the performance of the multi-path interference cancellation and the channel decoder by using the iterative pass of soft information between equalizer and decoder. Finally, the performances of these techniques mentioned above were evaluated by computer simulation in multi-path fading channels and from the simulation results, the performances are improved effectively.

Index Terms-DVB-T, OFDM, CDMA , walsh codes, LDPC, multi-path interference cancellation (MPIC), turbo equalization

# 誌謝

在這兩年研究生的日子裡，首先我要感謝我的論文指導老師黃家齊教授在這段期間給予我許多在課業和研究上的指導，並在人生觀上也給予我寶貴的意見。

其次，感謝實驗室的學長、學姊們對我生活上的關心以及課業和研究上的協助，共同度過這一段歡樂時光。並感謝一起寫論文的思凱、哲芳在論文研究、實驗室電腦等所給予的幫助。寢室裡一起生活的室友，昌興、佳甫與宜德和好朋友，冠成、政翰等等，在這段時間就像家人般給予我全力的支持和鼓勵，是我一生中難忘的朋友。

最後衷心謝謝我的親愛的家人們，爸爸、媽媽、姊姊和弟弟，是我最大的精神支柱，使我可以順利完成碩士學位，這份榮耀是屬於全家人的。



李盈宏 謹誌

中華民國九十五年七月

# 目錄

中文摘要 .....	i
英文摘要 .....	ii
誌謝 .....	iii
目錄 .....	iv
表目錄 .....	vii
圖目錄 .....	viii
第一章 簡介 .....	1
1.1 DVB-T 系統簡介 .....	1
1.2 本論文系統簡介 .....	3
1.3 交錯器技術介紹 .....	4
1.4 通道模型 .....	6
1.5 關於本論文 .....	6
第二章 Multi-carrier Multi-code with MPIC 系統架構及接收機分析 .....	8
2.1 傳送端架構 .....	8
2.2 接收端架構 .....	10
2.2.1 軟性部分等化通道匹配技術 .....	12
2.2.2 軟性多路徑干擾消除技術 .....	18
第三章 MC-MC with LDPC code and Turbo equalization 系統架構及分析 .....	24
3.1 傳送端架構 .....	24
3.2 接收端架構 .....	26
3.2.1 渦輪等化技術簡介 .....	26
3.2.2 Coded MC-MC with LDPC code 系統下的渦輪等化架構 .....	27
3.2.3 渦輪等化技術第零級架構介紹 .....	29
3.2.4 渦輪等化技術第一級(以上)架構介紹 .....	31
3.3 低密度同位檢查碼介紹 .....	32
3.3.1 編碼器 .....	32
3.3.2 解碼器 .....	34
3.3.2.1 Tanner Graph .....	34
3.3.2.2 解碼的機率演示圖 .....	36
3.3.2.3 Bit node 到 Check node 的機率算法 .....	37
3.3.2.4 Check node 到 Bit node 的機率算法 .....	39
3.3.2.5 LDPC 解碼時的 Update Equation .....	44
第四章 電腦模擬結果及分析 .....	52
4.1 MC-MC with MPIC 系統模擬結果 .....	52
4.1.1 模擬環境及系統參數 .....	52
4.1.2 模擬結果及討論 .....	53

4.2 MC-MC with LDPC code and Turbo equalization 系統模擬結果.....	57
4.2.1 模擬環境及系統參數.....	57
4.2.2 模擬結果及討論.....	59
第五章 結論及未來方向.....	61
參考文獻.....	62
個人簡歷.....	64



# 表目錄

表 1.1	DVB-T 在 2K mode 的規格定義 .....	2
表 3.1	complexity of LDPC codes(number of operations per bit per iteration).....	51
表 4.1	MC-MC with MPIC 系統模擬環境設定 .....	52
表 4.2	Coded MC-MC with Turbo equalization 系統模擬環境設定.....	57
表 4.3	Coded MC-MC with Turbo equalization 系統 LDPC code 及 DVB-T 編碼設定....	58
表 4.4	Coded MC-MC with Turbo equalization 系統其他參數設定.....	58





# 圖目錄

圖 1.1	DVB-T 系統傳送端架構	1
圖 1.2	DVB-T 系統接收端架構	2
圖 1.3	資料位元乘上華氏碼的示意圖	3
圖 1.4	符元交錯器示意圖	4
圖 1.5	(M, S) S-隨機交錯器示意圖	5
圖 1.6	位元交錯器示意圖	6
圖 2.1	MC-MC with MPIC 系統傳送端架構	8
圖 2.2	MC-MC with MPIC 系統接收端架構	10
圖 2.3	第零級等化器架構	12
圖 2.4	多路徑干擾消除技術運作原理示意圖	19
圖 2.5	等化器第一級(以上)架構圖	20
圖 2.6	$x_1$ 、 $y$ 與 $x_0$ 之關係示意圖	21
圖 3.1	Coded MC-MC with LDPC code 系統傳送端架構	24
圖 3.2	渦輪等化架構	26
圖 3.3	Coded MC-MC with LDPC code 系統接收端架構	27
圖 3.4	渦輪等化技術第零級架構	29
圖 3.5	渦輪等化技術第一級(以上)架構圖	31
圖 3.6	低密度同位檢查碼編碼方塊圖	34
圖 3.7	Tanner Graph	34
圖 3.8	$HV^T = 0$ 方塊圖	35
圖 3.9	解碼器的架構圖	36
圖 3.10	Bit node 的 message-passing	37
圖 3.11	Bit node 的 message-passing	39
圖 3.12	LDPC decoder	44
圖 3.13	bit node 傳送到 check node 的機率資訊	45
圖 3.14	check node 傳送到 bit node 的機率資訊	45
圖 3.15	$\Psi(x)$ 的函數圖	49
圖 4.1	在能量 1:1 的雙路徑固定通道模擬結果	54
圖 4.2	在能量 1:1 的雙路徑衰減通道境下車速 30km/hr 模擬結果	54
圖 4.3	在能量 1:1 的雙路徑衰減通道境下車速 120km/hr 模擬結果	55
圖 4.4	在能量 4:1 的雙路徑固定通道模擬結果	55
圖 4.5	在能量 4:1 的雙路徑衰減通道境下車速 30km/hr 模擬結果	56
圖 4.6	在能量 4:1 的雙路徑衰減通道境下車速 120km/hr 模擬結果	56
圖 4.7	在能量 1:1 的雙路徑衰減通道境下車速 30km/hr 模擬結果	60
圖 4.8	在能量 1:1 的雙路徑衰減通道境下車速 120km/hr 模擬結果	60

# 第一章

## 簡介

### 1.1 DVB-T 系統簡介

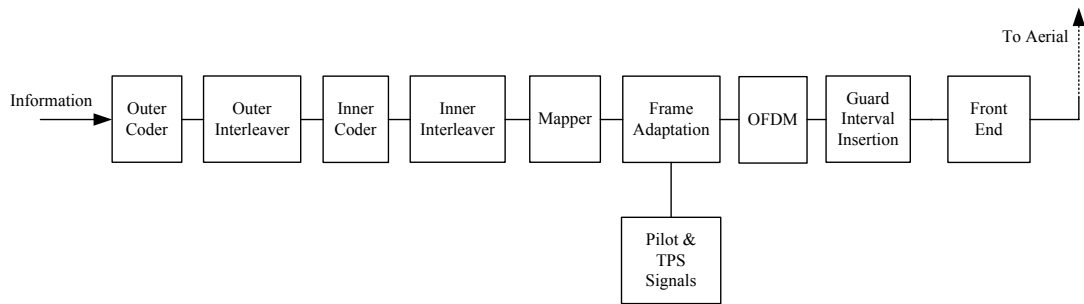


圖 1.1 DVB-T 系統傳送端架構

DVB-T(Digital video broadcasting- terrestrial)[1]為現行的歐規數位電視影像廣播標準，也是我國目前採用的數位電視影像廣播標準。傳統的DVB-T是使用OFDM[2][3]的方式來傳送資料，如圖1.1即為DVB-T的傳送端架構。資訊會先經過兩層編碼器和交錯器(interleaver)，分別是里德所羅門碼(Outer Coder, RS code)和迴旋碼(Inner code, Convolutional code)[4]。編碼完後再經過調變就形成了要傳送出去的訊號。這時將領航符元(pilot)和TPS訊號以及要送出去的訊號根據DVB-T規格上的定義放在各相應的次載波上，再經由OFDM調變，加上護衛間隔(guard interval)就可以傳送出去。而DVB-T規格上對於訊號、領航符元、TPS和護衛間隔的個數都有其不同的規定。以2K mode為主，原本有2048個次載波個數，但其中只有1705個次載波是用來放訊號其餘的都是zero padding，而這1705裡頭也只有1512是放真正要傳的資訊，剩下的就是領航符元和TPS訊號。表1.1就是DVB-T在2K mode下對各種訊號個數和一些重要參數的規定。

Parameter	2K mode
Number of total carriers <b>N</b>	2048
Number of active carriers <b>K</b>	1705
Number of scattered pilot	143
Number of continual pilot	45
Number of TPS	17
Number of Data	1512
carrier frequency	600 MHz
useful symbol time $T_U$	224 $\mu$ s
Spacing bandwidth	7.61 MHz
The ratio of $T_g$ to $T_U$ $T_g/T_U$	1/4, 1/8, 1/16 or 1/32

表 1.1 DVB-T 在 2K mode 的規格定義

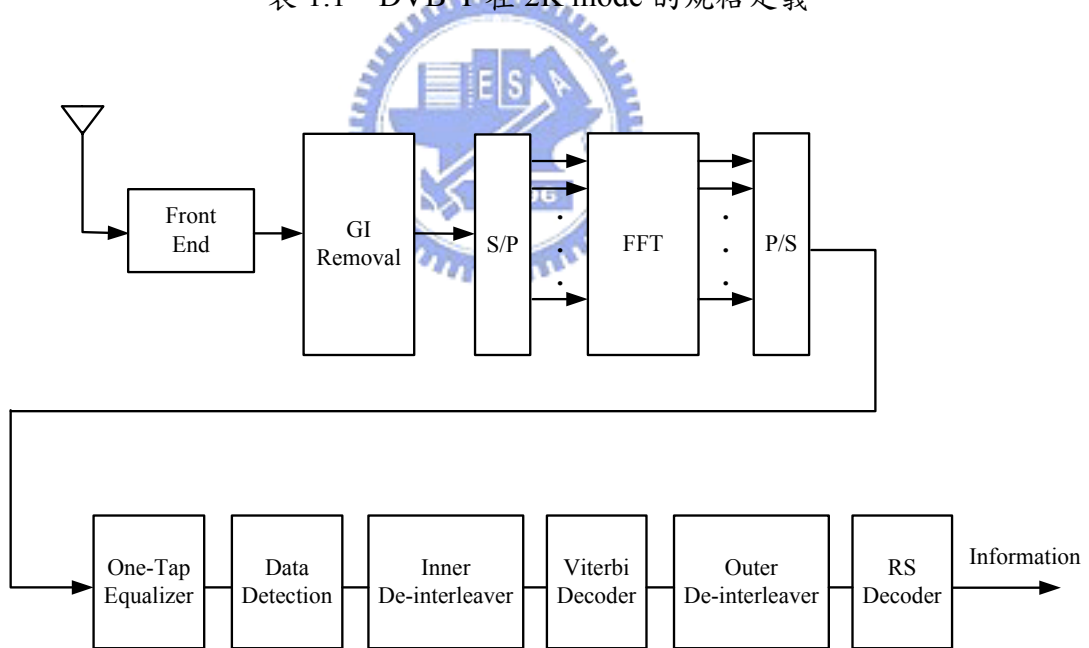


圖 1.2 DVB-T 系統接收端架構

介紹完 DVB-T 傳送端架構後，接下來就是介紹接收端架構，如圖 1.2 就是 DVB-T 接收端架構，從天線收下來的訊號基本上是跟著傳送端相反的順序做相對應的解調，過

程如下：先將護衛間隔移除再經過 FFT，這步是 OFDM 的解調動作，之後經過等化器 (Equalizer)、決策器 (Detection)、交錯器的還原和解碼器的動作，就可以得到原先要傳送的資料。

## 1.2 本論文系統簡介

DVB-T 是基於 OFDM 的架構，而 OFDM 調變技術擁有高速傳輸和高頻寬使用效益的優點，但也由於每筆資料是獨立放在不同的載波上，彼此是互不相關，以致於當訊號受到多路徑通道干擾，使得其中的訊號因干擾而完全消失時，對於接收端而言是無法從其他訊號來找回。因此，基於這個問題，本論文第二章的系統架構就是利用具有正交特性的華氏碼 (Walsh code)，即加入 CDMA 調變技術，也就形成 Multi-Carrier Multi-Code (MC-MC) [10] 系統架構來取代原有的 OFDM 架構，以提高系統抵抗多路徑通道干擾的能力。由於乘上華氏碼的資料會被分散到各個載波上，如圖 1.3 所示，使的原本互相獨立的訊號變得彼此有關連，且在接收端使用多路徑通道干擾消除技術 (Multipath Interference Cancellation, MPIC) [5]，取代單軌等化器 (one-tap equalizer)。此外，MPIC 利用多路徑分集增益，將分析出來的每個通道路徑的訊號利用最大比例合併 (maximum ratio combining) 的運算處理，以提供更準確的訊號給下一級的 MPIC 做資料重建。對於產生軟性訊號的 Soft MPIC 將在第二章做更詳細的說明。

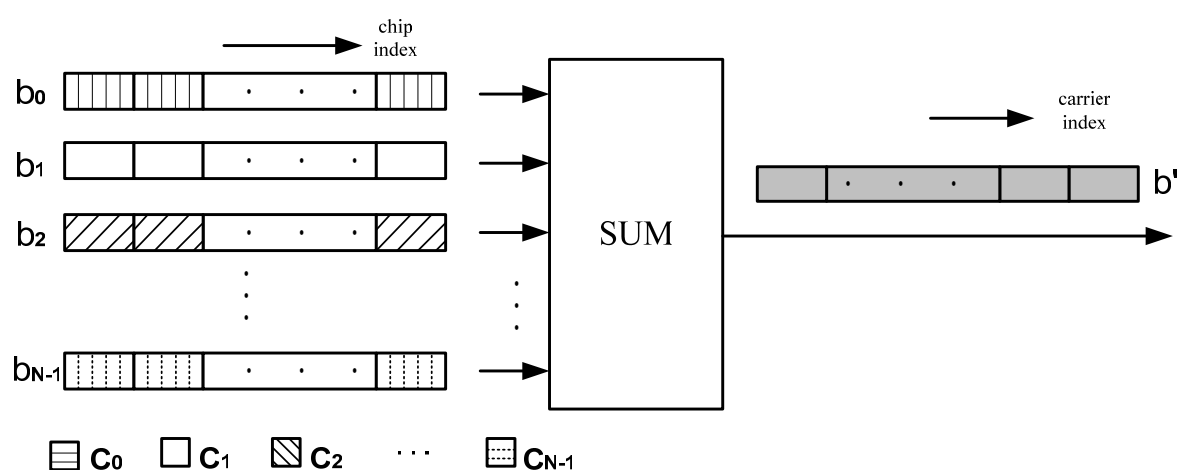


圖 1.3 資料位元乘上華氏碼的示意圖

另外，在 DVB-T 接收機是經過單軌等化器、決策器後再進入解碼器解碼，此單一

方向的處理方式，為了提高原有系統的效能，我們在本論文第三章的系統架構裡使用了渦輪等化技術(Turbo Equalization)[6][7][8]，就是利用渦輪(turbo)方式，分別將等化器及解碼器各別產生的軟性資訊，再次提供給另一方做分析來產生新的資訊，如此不斷的循環來得到更可靠的訊號。並且，在此章使用的編碼器是目前編碼效果極佳的 LDPC code[9]來取代原有的兩層編碼(RS code 和 convolution code)。

### 1.3 交錯器技術介紹

由於在本論文第三章所討論的系統加入了錯誤更正碼，這使得交錯器在系統中成為不可或缺的角色。使用交錯器的目的在於打散輸入資料之間的相關性，避免在解碼時因為傳輸錯誤而造成錯誤蔓延(error propagation)的現象，也就是當錯誤控制在一個較小且解碼器能解析的範圍中，則解碼器就能將發生錯誤的位元更正回來，系統使用了兩種交錯技術，分別為符元交錯以及位元交錯，我們將在此小節分別做介紹。

#### ● 符元交錯技術

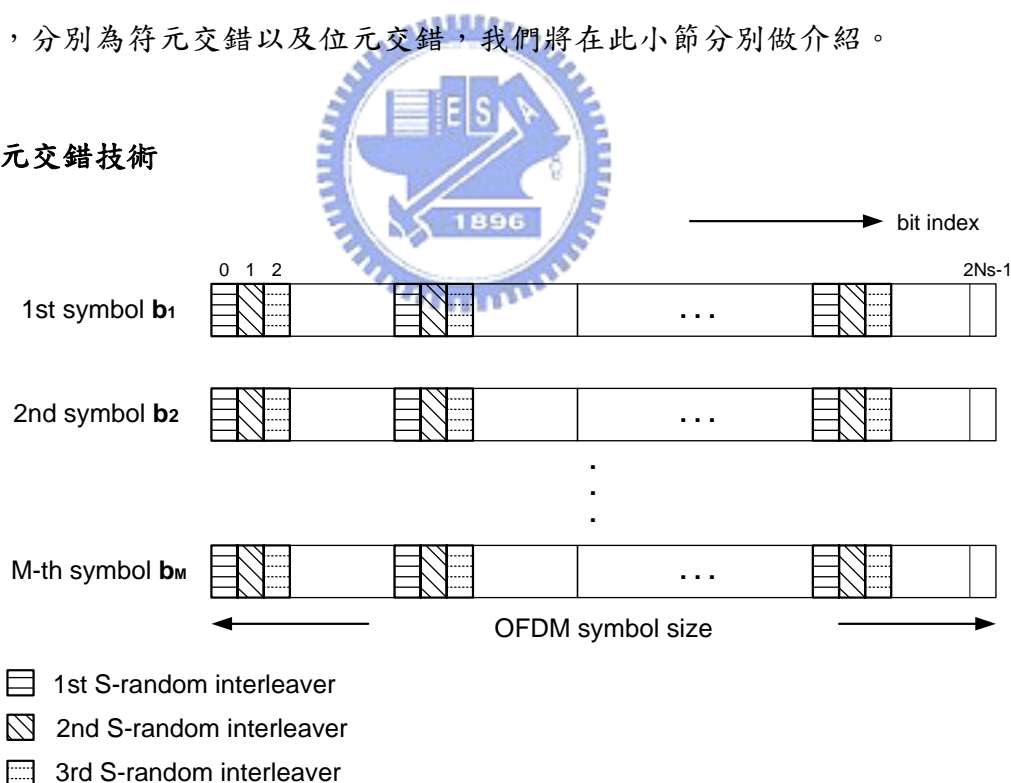


圖 1.4 符元交錯器示意圖

圖 1.4 展示進行符元交錯的示意圖，將  $M$  個長度為 OFDM 符元長度  $N_s$  但由於使用 QPSK 調變故對應段長 (block length) 為  $2N_s$  個位元的碼向量  $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_M\}$  為一個群組，其中碼向量  $\mathbf{b}_i = [b_{i,0}, b_{i,1}, b_{i,2}, \dots, b_{i,2N_s-1}]$ ，碼向量中  $2N_s$  個位元又分成  $p$  個群組，每個群

組使用相同的數個交錯方式如圖 1.4 所示，交錯方式是利用 (M,S) S-隨機交錯器 (S-random interleaver)，方式是將 M 個位元隨機的攪亂，並且確保相鄰的位元都能散開至少間隔 S 個位元，如圖 1.5 所示。

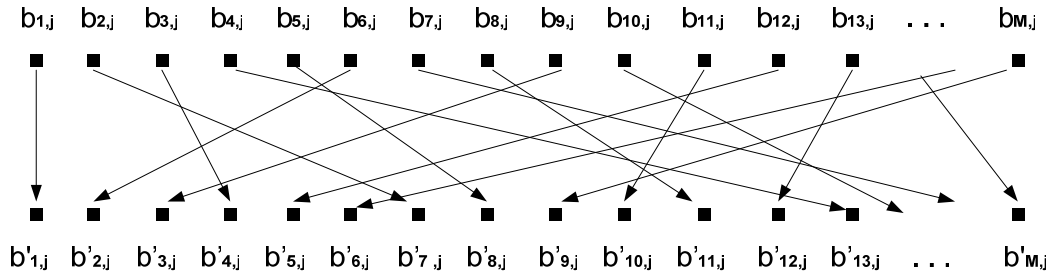


圖 1.5 (M, S) S-隨機交錯器示意圖[6]

符元交錯的目的是在於對抗由於都卜勒效應造成通道會隨著時間做衰減的情形，由於對於 OFDM 系統與 MC-MC 系統所遭受到的通道均為緩慢衰減 (slow fading)，對於一個 OFDM 符元而言所遭受到的通道環境幾乎是不變的，如此就會產生一個問題，就是當某個時間點所傳送的 OFDM 符元所遭受到的通道環境很差時，整個符元甚至相鄰數個 OFDM 符元上的資料都會變的相當不可靠，這對於接收端的解碼器是非常不利的，因此需要作符元交錯也就是在時域上進行打亂的動作，來使相鄰的位元遭受不同的通道環境，減少因衰減通道所造成資料在時間上有衰減的相關性，以降低接收訊號發生連續性錯誤的機會。

### ● 位元交錯技術

資訊位元序列除了作符元交錯外，對於每個符元還進行位元交錯的動作，同於前面介紹的符元交錯，位元交錯技術也是利用 S-隨機交錯器來將每個位元打亂，圖 1.6 展示了位元交錯的方式，是以兩倍 OFDM 符元長度個數的位元為一組，其內部進行攪亂的動作。

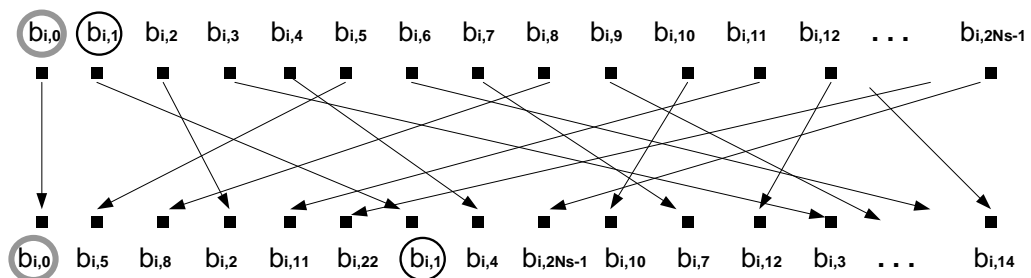




圖 1.6 位元交錯器示意圖

## 1.4 通道模型

本論文在電腦模擬所使用的通道模型有兩種，分別為雙路徑固定通道以及雙路徑衰減通道，此小節將說明這兩種通道的數學模型。

### ● 雙路徑固定通道

雙路徑固定通道 (two-path fixed channel) 為一靜態通道，即通道環境在時域上不會產生衰減，它的通道基頻脈衝響應為：

$$h(t) = a_1\delta(t) + a_2\delta(t - \tau)$$

其中  $a_1$  與  $a_2$  為兩條路徑的複數常數增益，在論文的模擬設定此兩數均為實數  $\sqrt{0.5}$ ，即兩條路徑有相同的能量大小， $\tau$  表示第二條路徑相對於第一條路徑的時間延遲。

### ● 雙路徑衰減通道

雙路徑衰減通道 (two-path fading channel) 為一動態通道，是由於都卜勒效應而造成通道環境在時域上產生衰減，它的通道基頻脈衝響應為：

$$h(t) = \sqrt{0.5} \times a_1(t) \times \delta(t) + \sqrt{0.5} \times a_2(t) \times \delta(t - \tau)$$

其中  $a_1(t)$  與  $a_2(t)$  為兩條路徑的複數變數增益，分別由兩個獨立的傑克衰減模型 (Jake's fading model) 所產生，其數學表示式如下。

$$a_k(t) = \frac{1}{\sqrt{N_f}} \sum_{n=1}^{N_f} \exp(j2\pi f_n t + \phi_{k,n}), \quad k=1,2$$

其中  $f_n = f_d \cos(\frac{2\pi n}{N_f})$ ， $f_d$  為最大都卜勒頻率 (Doppler frequency)， $\phi_{k,n}$  是第  $k$  條路徑第  $n$  個弦波的初始相位。

## 1.5 關於本論文

本論文將提出兩種系統架構的系統，來取代原有的 DVB-T 系統，最後並以電腦模擬評估系統在雙路徑衰減通道下的效能。首先在第二章我們先介紹 MC-MC MPIC 系統

傳送端及接收端之架構來取代 OFDM 架構。系統接收端將介紹一種多徑干擾消除技術的架構，我們將詳細說明其運作機制及原理。接著在第三章，我們以 LDPC code 取代原有的兩層編碼(RS code 和 convolution code)和 MC-MC MPIC 系統架構結合，並在此系統接收端將介紹一種搭配多路徑干擾消除技術之渦輪等化架構，我們將詳細說明其運作機制及 LDPC 編碼和解碼原理。第四章則是以電腦模擬來驗證兩種傳輸系統之效能。最後我們在第五章提出結論且深討未來可以供研究的方向。





## 第二章

### MC-MC with MPIC 系統架構及接收機分析

在本章中，介紹使用華氏碼(Walsh code)作為展頻碼，結合 OFDM 和 CDMA 技術的 MC-MC 系統架構，以及利用 MPIC 技術的接收機結構，以期能加強原有的 OFDM 架構。

#### 2.1 傳送端架構

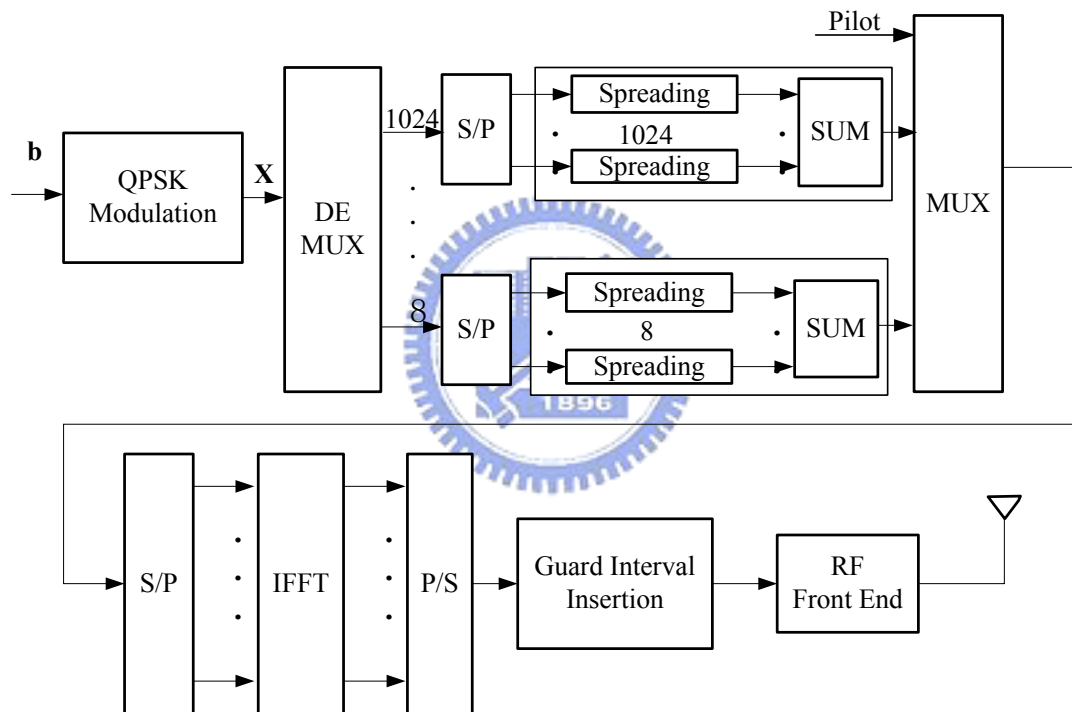


圖 2.1 MC-MC with MPIC 系統傳送端架構

圖 2.1 就是 MC-MC with MPIC 系統傳送端架構，首先資料經過 QPSK 調變後，會讓不同的 QPSK 符元(symbol)分別乘上不同的華氏碼。訊號進行 QPSK 調變後，會讓原有的  $2K$  個位元資料變成  $K$  個 QPSK 符元，其中 QPSK 符元以數學式表示如下：

$$X_k = P_k + jQ_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad P_k, Q_k \in \{\pm 1/\sqrt{2}\} \quad (2-1)$$

其中  $P_k$ 、 $Q_k$  分別為 QPSK 符元上實部、虛部的訊號。

接著每個 QPSK 符元將分別乘上華氏碼的各個切片(chip)。而華氏碼是由一組稱為

哈得馬矩陣(Hadamard matrices)的特殊方陣群所產生[11]，欲得到  $N \times N$  的哈得馬矩陣

$H_N$  以產生所需要長度為  $N = 2^n$  的華氏碼可依照如下的遞迴步驟：

$$\begin{aligned}
 H_1 &= [1] & H_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \\
 H_4 &= \begin{bmatrix} H_2 & H_2 \\ H_2 & -H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} & (2-2) \\
 & \vdots \\
 H_N &= \begin{bmatrix} H_{N/2} & H_{N/2} \\ H_{N/2} & -H_{N/2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_N \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

其中  $h_i$  為  $H_N$  矩陣中第  $i$  列的列向量，即一個長度為  $N$  的華氏碼。任意兩個不同的華氏碼間滿足下列的特性：

$$h_i h_j^T = \sum_{k=1}^N h_{ik} h_{jk} = \begin{cases} N & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

亦即兩相異華氏碼之間滿足正交的特性。



但是，根據 DVB-T 的規格定義上真正放資料的次載波個數是 1512 個，並不是  $2^n$  個，也因此無法直接使用一組華氏碼。然而我們可以利用載波上的正交性，將 1512 個次載波分成 6 個組合 {1024, 256, 128, 64, 32, 8}，再讓這 6 個組合各自乘上相對應的華氏碼來完成展頻的動作，也就是 1024 這個組合的訊號使用長度為 1024 的華氏碼進行展頻，其他組合也是以類似的方式來進行展頻。而每個組合中的訊號，由於華氏碼的正交性，在沒有通道效應的情況下，接收機可以分別取出每個訊息符元。但由於通道的多路徑干擾效應會破壞華氏碼的正交性，於是造成彼此間的干擾，故需要搭配多路徑干擾消除技術來消除通道所造成的干擾，以還原華氏碼之間的正交性。

各個組合乘上華氏碼後資料接著進行疊加的動作，所以我們可以得到 IFFT 的輸入訊號以數學式表示如下：

$$\text{IFFT input} = \left[ (C_{1024} \mathbf{X}_A)^T, (C_{256} \mathbf{X}_B)^T, (C_{128} \mathbf{X}_C)^T, (C_{64} \mathbf{X}_D)^T, (C_{32} \mathbf{X}_E)^T, (C_8 \mathbf{X}_F)^T \right]^T \text{ 而資料}$$

向量就被分成  $\{X_A, X_B, X_C, X_D, X_E, X_F\}$  這 6 個組合，而其中

$$X_A = [X_1, X_2, \dots, X_{1024}]^T = [X_{A,1}, \dots, X_{A,1024}]^T$$

⋮

$$X_F = [X_{1505}, X_{1506}, \dots, X_{1512}]^T = [X_{F,1}, \dots, X_{F,8}]^T$$

， $C_N$  為  $N \times N$  的哈得馬矩陣， $N$  為華氏碼長度。以上展頻疊加的動作就能讓原來放在單一載波上的資料位元的訊號都將被載在各個次載波上傳送。接著根據 DVB-T 規格上的定義，把資料、領航符元和 TPS 放在相應的位置上，再經過 IFFT 就轉成為 OFDM 符元，最後在每個 OFDM 有效符元前面加上護衛間隔抵抗碼際干擾 (ISI)，便可以傳送出去而完成傳送端的運作。

## 2.2 接收端架構

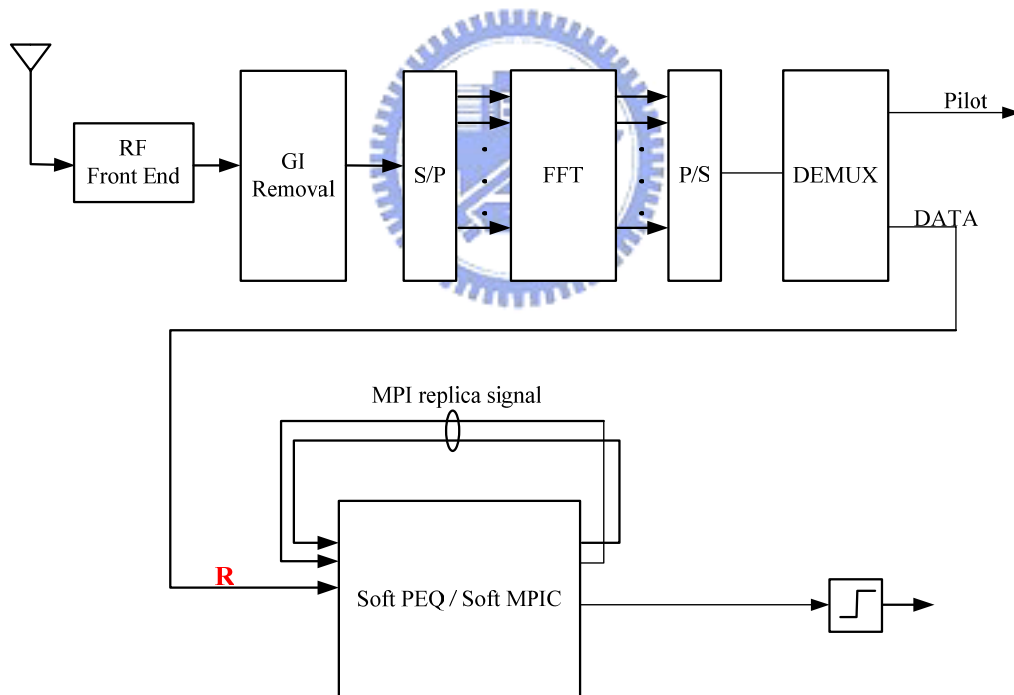


圖 2.2 MC-MC with MPIC 系統接收端架構

MC-MC with MPIC 系統接收端架構圖如圖 2.2 所示，無線電頻率 (radio frequency, RF) 訊號經由射頻頭端 (RF front end) 轉換成基頻訊號，接著移除訊號的護衛間隔，再經過 FFT 的轉換就可以得到每個次載波上的訊號，以提供給接下來的方塊進行後續的分析處理。

這些經過 FFT 被轉回的頻域訊號在去掉領航符元和 TPS 後，剩下來的資料訊號  $\mathbf{R}_{re}$

這部分由數學式表示如下：

$$\mathbf{R}_{re} = \mathbf{H}\mathbf{X}_{tx} + \mathbf{N} \quad (2-3)$$

$$\mathbf{R}_{re} = [R_0, R_1, R_2, \dots, R_N]^T$$

$$\mathbf{X}_{tx} = [X_{tx,0}, X_{tx,1}, X_{tx,2}, \dots, X_{tx,N}]^T$$

$$\mathbf{H} = \text{diag}(H_0, H_1, H_2, \dots, H_N)$$

$$\mathbf{N} = [N_0, N_1, N_2, \dots, N_N]^T$$

其中  $\mathbf{X}_{tx}$  代表傳送端送出來的訊號，即為上節所列之

$$X_{tx} = [(C_{1024}\mathbf{X}_A)^T, (C_{256}\mathbf{X}_B)^T, (C_{128}\mathbf{X}_C)^T, (C_{64}\mathbf{X}_D)^T, (C_{32}\mathbf{X}_E)^T, (C_8\mathbf{X}_F)^T]^T$$

每一組合的訊號可用數學式表示如下：(舉其中之一，其餘類推)

$$C_{1024}\mathbf{X}_A = \sum_{k=1}^{1024} X_{A,k} C_k, \quad C_k = [c_{k,1}, c_{k,2}, \dots, c_{k,1024}]^T, c_{k,i} \in \{-1, 1\}$$

其中  $C_k$  為  $C_{1024}$  中第  $k$  行的行向量，即一個長度為 1024 的華氏碼

$\mathbf{H}$  代表通道的頻率響應， $H_i$  則分別表示通道在不同載波上的頻率增益， $\mathbf{N}$  則代表時域上為加成性白色高斯雜訊(Additive White Gaussian Noise, AWGN)向量在頻域上的表現。根據傳送訊號的畫分，接收到訊號也可以畫分成 6 個組合：

$$\mathbf{R}_{re} = [R_A^T R_B^T R_C^T R_D^T R_E^T R_F^T]^T$$

$$R_A = H_A C_{1024} \mathbf{X}_A + N_A = H_A \sum_{i=1}^{1024} X_{A,i} C_i + N_A$$

⋮

$$R_F = H_F C_8 \mathbf{X}_F + N_F = H_F \sum_{i=1}^8 X_{F,i} C_i + N_F$$

其中  $H_l$ 、 $R_l$ 、 $N_l$   $l \in \{A, B, \dots, F\}$  即為相對應於  $\mathbf{X}_l$  位置的部分。

接收訊號  $\mathbf{R}_{re}$  接著進入道道等化器進行通道效應補償的動作，這裡使用一種能力很強的多路徑干擾消除技術，簡稱 MPIC，但由於第一次剛收到的訊號尚未被辨析出來，所以我們第一次等化器的處理（我們稱之為第零級）是使用部分等化通道匹配技術。部分等化道通匹配又簡稱 PEQ (partial equalizer)，PEQ 的優點在於能夠針對不同的通道環

境及外加雜訊做調整，由於我們重建資料是使用軟性資訊，所以需要得到碼位元的外質資訊來做軟性決策，故在 2.2.1 節將會介紹能產生軟性資訊的軟式部分等化通道匹配技術，同樣在 2.2.2 節將會介紹軟式多路徑干擾消除技術。當第零級的 PEQ 估計出資料序列後，接下來第一級以後的 MPIC 就可以利用估計出來的資料重建每個路徑的接收訊號，並且可以重新估計傳送的資料序列以及計算對數相似比，這將會比第零級所計算出資料序列的對數相似比可度來得佳，經過幾次上面所敘述的等化器動作後，所得到的對數相似比可靠將會越來越佳，最後將最後一次 MPIC 的對數相似比做硬性決策，就可得到所要估計的資訊位元序列。

### 2.2.1 軟性部分等化通道匹配技術

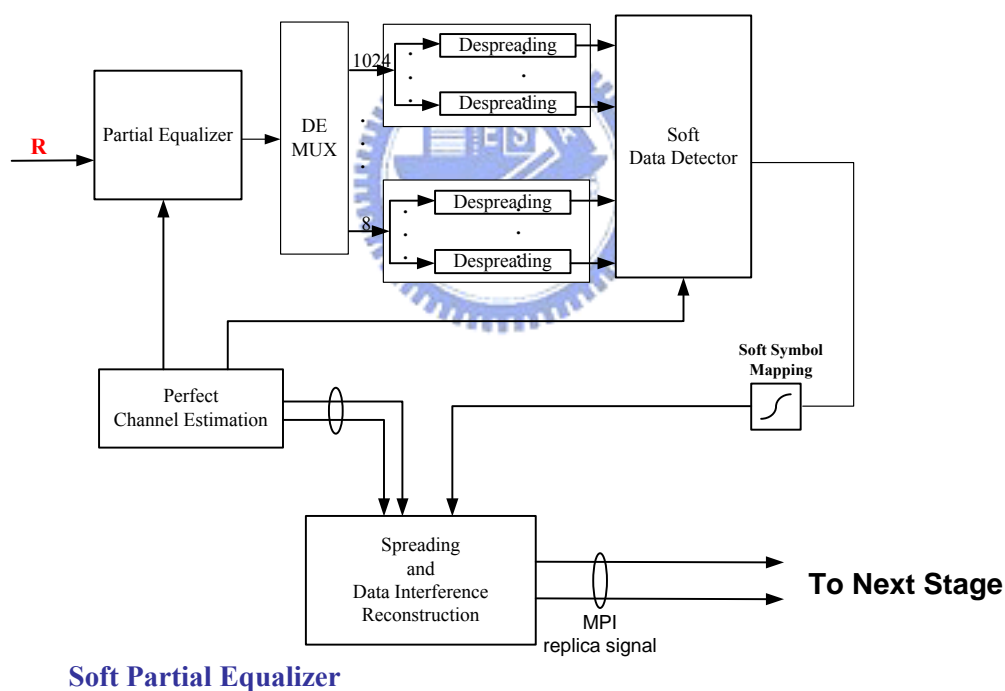


圖 2.3 第零級等化器架構

圖 2.3 為第零級等化器架構，圖中的等化器是使用軟性部分等化通道技術，首先將接收訊號進行通道匹配(channel matching)。由於我們假設通道資訊是已知的，所以我們在本論文中是不討論通道估計的方法。做完通道匹配後的訊號接著做解展頻的動作，因為我們是將 1512 個次載波分成 6 個組合做展頻的，所以解展頻也是分成 6 個組合做相

對應的解展頻動作，解完展頻的資料我們將求其軟性資訊，再來就可以利用這些軟性資訊進行決策，並且重建傳送資料以及多路徑干擾重建等處理，重建的多路徑干擾將會提供給下一級 MPIC。

雖然訊號是被分成 6 個組合，但由於次載波之間是獨立的，所以這 6 個組合也是互相獨立的，因此我們可以分成 6 個組合來討論。然而，每一個組合所經過的處理動作都是相同，差別只在於位置和長度上。因此，我們只要討論一個通式（也可以說是其中一塊），再套用到這 6 個組合上。

本論文所使用的通道匹配方式為部份等化合併方式（partial equalization combining），對於每個組合的通道匹配的動作可用數學表示如下

$$\mathbf{W}^* \left\{ \mathbf{H} \left( \sum_{k=1}^K X_k C_k \right) + N \right\} = \mathbf{W}^* \mathbf{H} \left( \sum_{k=1}^K X_k C_k \right) + \mathbf{W}^* N \quad (2-4)$$

$$K \in \{1024, 256, 128, 64, 32, 8\}$$

$$\mathbf{W} = \text{diag}(W_1, W_2, \dots, W_N)$$

$$W_i = H_i / |H_i|^{1+\beta}, \quad -1 \leq \beta \leq 1$$

其中  $W_i$  為第  $i$  個次載波訊號所需要乘上的權值係數。



這種通道匹配方式將各次載波上的相位均調整為零，而在此載波增益正規劃的部份，則引入了可調整的參數  $\beta$ ，藉由  $\beta$  的選擇，部分等化合併可以在干擾或雜訊的抑制中做調整。但本篇論文不在深入討論  $\beta$  最佳值的選擇，而對於兩種不同的通道環境我們是直接選定兩個不同的  $\beta$  值來套用整個系統[12][13]。

完成了通道匹配的動作後，接著就要做解展頻的動作再做資料決策，方法是把通道匹配後的資料乘上不同的華氏碼  $C_i$ ，接著我們要計算每個碼位元的軟性資訊，首先必須知道的就是資料的統計平均值（mean）與變異數（variance），故我們先對解展頻後的資料進行相關的計算。

我們首先針對第  $j$  個華氏碼作解展頻：

$$\begin{aligned}
\hat{X}_j &= C_j^T \left\{ \mathbf{W}^* \mathbf{H} \left( \sum_{k=1}^K X_k C_k \right) + \mathbf{W}^* \mathbf{N} \right\} \\
&= X_j \sum_{i=1}^N W_i^* H_i + \sum_{k \neq j} X_k \left( \sum_{i=1}^N W_i^* H_i c_{j,i} c_{k,i} \right) + \sum_{i=1}^N c_{j,i} W_i^* N_i \\
&= X_j \sum_{i=1}^N \frac{|H_i|^2}{|H_i|^{1+\beta}} + \sum_{k \neq j} X_k \left( \sum_{i=1}^N \frac{|H_i|^2}{|H_i|^{1+\beta}} c_{j,i} c_{k,i} \right) + \sum_{i=1}^N c_{j,i} \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} N_i \\
&= X_j \sum_{i=1}^N |H_i|^{1-\beta} + \sum_{i=1}^N \left( |H_i|^{1-\beta} \sum_{k \neq j} X_k c_{j,i} c_{k,i} \right) + \sum_{i=1}^N c_{j,i} \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} N_i \\
&= X_j \sum_{i=1}^N |H_i|^{1-\beta} + \sum_{i=1}^N \left( \psi_i \sum_{k \neq j} X_k c_{j,i} c_{k,i} \right) + \sum_{i=1}^N c_{j,i} \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} N_i \tag{2-5}
\end{aligned}$$

$$\text{其中 } \psi_i = |H_i|^{1-\beta} - \kappa, \quad \kappa = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |H_i|^{1-\beta}$$

此時解展頻後的資料被分為三項，式子(2-5)第一項是經過通道補償後所欲得到的資料 (desired data)，第二項是經過通道補償後由於通道衰減而造成原本彼此正交的展頻碼間有相關性所產生的干擾，最後一項則是經過解展頻與通道匹配後的頻域雜訊。其中值得注意的是第二項的  $\psi_i$ ，由於  $|H_i|^{1-\beta}$  代表的是各次載波上的通道頻率增益與通道匹配後所得的結果，而這是由通道中所有路徑在第  $i$  個載波上的頻域訊號所組成，然而實際上通道中的第一條路徑乘上的展頻碼在解展頻時並不會產生干擾，意思是第一條路徑在每個載波上的頻率增益是一個固定的常數，對於展頻碼而言仍能維持其正交性，故在解展頻時不會產生干擾，所以我們必須將此常數值  $\kappa$  自  $|H_i|^{1-\beta}$  中扣除，亦即各載波的資料干擾其實只因  $\psi_i$  而產生，如此我們在計算統計平均值與變異數時才不會發生嚴重誤差。

接著我們就要分別計算(2-5)式中第二、三項的平均值與變異數。首先，先看最後一項由雜訊所造成的部份：

$$\begin{aligned}
E \left[ \text{Re} \left( \sum_{i=1}^N c_{j,i} N_i \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} \right) \right] &= E \left[ \text{Im} \left( \sum_{i=1}^N c_{j,i} N_i \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} \right) \right] = 0 \\
\text{Var} \left[ \text{Re} \left( \sum_{i=1}^N c_{j,i} N_i \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} \right) \right] &= \text{Var} \left[ \text{Im} \left( \sum_{i=1}^N c_{j,i} N_i \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \text{Var} \left[ \sum_{i=1}^N c_{j,i} N_i \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} \right] = \frac{\sigma_n^2}{2} \sum_{i=1}^N |H_i|^{-2\beta} \tag{2-6}
\end{aligned}$$



其中  $E[N_i^2] = \sigma_n^2$

接著我們繼續計算(2-5)式中第二項的平均值與變異數，為了方便起見，我們引入一個新的變數  $x_i = \sum_{k \neq j}^K X_k c_{j,i} c_{k,i}$ ，並且先將  $X_k$  視為  $\pm 1$  的訊號，也就是 BPSK 調變的情況，則由於我們使用了  $\pm 1$  的展頻碼，故  $X_k c_{j,i} c_{k,i}$  的值也會是  $\pm 1$ ，所以  $x_i$  就成了一個類似隨機漫步 (random walk) 的隨機變數，其值則由  $X_k c_{j,i} c_{k,i}$  等於  $+1$  或  $-1$  的次數來決定。不失一般性地，我們將  $X_k c_{j,i} c_{k,i}$  出現  $-1$  的次數視為一個二項分佈 (binomial distribution) 的隨機變數  $y_i$  (實際上這個假設傳送端資料  $X_k$  出現  $\pm 1$  機率相同時的情況下是成立的)，則  $y_i$  的離散機率分佈 (discrete probability distribution) 如下式：

$$P(y_i | K-1) = \binom{K-1}{y_i} p^n (1-p)^{K-1-n} \quad (2-7)$$

$$E[y_i] = p \cdot (K-1) = \frac{K-1}{2}$$

$$\text{Var}[y_i] = p \cdot (1-p) \cdot (K-1) = \frac{K-1}{4}$$

其中  $p$  代表  $y_i$  出現  $-1$  的機率，而  $1-p$  則代表  $y_i$  出現  $1$  的機率。

所以我們可以得到  $x_i$  與  $y_i$  出現  $-1$  的機率之間的關係為：

$$\begin{aligned} x_i &= 1 \cdot (K-1-y_i) + (-1) \cdot y_i \\ &= (K-1) - 2y_i \end{aligned}$$

其中  $K$  為展頻碼的數目， $K-1$  為二項隨機變數試驗的總次數。

利用以上機率的觀念，我們可以開始計算(2-5)式中第二項的平均值及變異數：

$$\begin{aligned} E \left[ \sum_{i=1}^N \left( \psi_i \sum_{k \neq j} X_k c_{j,i} c_{k,i} \right) \right] &= E \left[ \sum_{i=1}^N (\psi_i x_i) \right] = \sum_{i=1}^N (\psi_i E[x_i]) = 0 \\ \text{Var} \left[ \sum_{i=1}^N \left( \psi_i \sum_{k \neq j} X_k c_{j,i} c_{k,i} \right) \right] &= \text{Var} \left[ \sum_{i=1}^N (\psi_i x_i) \right] = E \left[ \left( \sum_{i=1}^N (\psi_i x_i) \right)^2 \right] \\ &= E \left[ \left( 2 \sum_{i=1}^N (\psi_i y_i) - (K-1) \sum_{i=1}^N \psi_i \right)^2 \right] \\ &= 4E \left[ \left( \sum_{i=1}^N \psi_i y_i \right)^2 \right] - (K-1)^2 \left( \sum_{i=1}^N \psi_i \right)^2 \\ &= 4E[\varphi^2] - (K-1)^2 \left( \sum_{i=1}^N \psi_i \right)^2 \end{aligned} \quad (2-8)$$



$$\text{其中 } \varphi = \sum_{i=1}^N (\psi_i y_i)$$

我們先利用動差母函數 (moment-generating function) 的觀念來計算  $E[\varphi^2]$  的值。若我們對一個隨機變數的動差母函數  $M(t)$  取自然對數 (nature logarithm) 得到累積產生函數 (cumulant-generating function)  $R(t)$ ，則  $R(t)$  與  $M(t)$  之間有以下的關係：

$$R(t) \equiv \ln[M(t)], \quad R'(t) = \frac{M'(t)}{M(t)}$$

$$R''(t) = \frac{M(t)M''(t) - (M'(t))^2}{(M(t))^2}$$

又  $M(0)=1$ ，故

$$\mu = M'(0) = R'(0) \tag{2-9}$$

$$\sigma^2 = M''(0) - (M'(0))^2 = R''(0)$$

因此  $E[\varphi^2]$  的計算可由  $y_i$  的動差母函數逐步推導而得：

$$\therefore M_{y_i}(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{K-1} (1+e^t)^{K-1}$$

$$\therefore M_{\psi_i y_i}(t) = M_{y_i}(\psi_i t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{K-1} (1+e^{\psi_i t})^{K-1} \tag{2-10}$$

$$M_{\varphi}(t) = \prod_{i=1}^N \left[ \left(\frac{1}{2}\right)^{K-1} (1+e^{\psi_i t})^{K-1} \right] = \left(\frac{1}{2}\right)^{N(K-1)} \prod_{i=1}^N (1+e^{\psi_i t})^{K-1}$$

接著

$$R(t) = \ln[M_{\varphi}(t)] = N(K-1) \ln\left(\frac{1}{2}\right) + (K-1) \sum_{i=1}^N \ln(1+e^{\psi_i t})$$

$$R'(t) = \frac{M'_{\varphi}(t)}{M_{\varphi}(t)} = (K-1) \sum_{i=1}^N \frac{\psi_i e^{\psi_i t}}{1+e^{\psi_i t}} \tag{2-11}$$

$$R''(t) = (K-1) \sum_{i=1}^N \frac{\psi_i^2 e^{\psi_i t} (1+e^{\psi_i t}) - (\psi_i e^{\psi_i t})^2}{(1+e^{\psi_i t})^2}$$

所以

$$R'(0) = \frac{K-1}{2} \sum_{i=1}^N \psi_i, \quad R''(0) = \frac{K-1}{4} \sum_{i=1}^N \psi_i^2$$

$$\begin{aligned} E[\varphi^2] &= R''(0) + R'^2(0) \\ &= \frac{K-1}{4} \sum_{i=1}^N \psi_i^2 + \frac{(K-1)^2}{4} \left( \sum_{i=1}^N \psi_i \right)^2 \end{aligned} \tag{2-12}$$

我們將(2-12)式帶回(2-8)式即可得到

$$\begin{aligned}
 \text{Var} \left[ \sum_{i=1}^N (\psi_i x_i) \right] &= E \left[ \left( \sum_{i=1}^N (\psi_i x_i) \right)^2 \right] \\
 &= 4E[\phi^2] - (K-1)^2 \left( \sum_{i=1}^N \psi_i \right)^2 \\
 &= 4 \left[ \frac{K-1}{4} \sum_{i=1}^N \psi_i^2 + \frac{(K-1)^2}{4} \left( \sum_{i=1}^N \psi_i \right)^2 \right] - (K-1)^2 \left( \sum_{i=1}^N \psi_i \right)^2 \\
 &= (K-1) \sum_{i=1}^N \psi_i^2
 \end{aligned} \tag{2-13}$$

這裡需要注意的是，在推導的過程中我們是假設  $X_k$  為  $\pm 1$  的 BPSK 調變訊號，實際上在本篇論文模擬的系統架構， $X_k$  則是實部、虛部各為  $\pm 1/\sqrt{2}$  的 QPSK 調變訊號，所以我們可以将  $X_k$  的實部、虛部分開來討論，兩者的統計特性與上述的推導結果只差一個比例的常數關係，故  $\hat{X}_j$  在實部或虛部的變異數均為

$$\begin{aligned}
 \text{Var}[\text{Re}\{\hat{X}_j\}] &= \text{Var}[\text{Im}\{\hat{X}_j\}] \\
 &= \frac{1}{2} \text{Var} \left[ \sum_{i=1}^N (\psi_i x_i) \right] + \frac{1}{2} \text{Var} \left[ \sum_{i=1}^N N_i \frac{H_i^*}{|H_i|^{1+\beta}} \right] \\
 &= \frac{K-1}{2} \left( \sum_{i=1}^N \psi_i^2 \right) + \frac{\sigma_n^2}{2} \sum_{i=1}^N |H_i|^{-2\beta}
 \end{aligned} \tag{2-14}$$

而由(2-5)式可得  $\hat{X}_j$  的統計平均值

$$E[\hat{X}_j] = X_j \sum_{i=1}^N |H_i|^{1-\beta} \tag{2-15}$$

推導至此，我們已經可以利用  $\hat{X}_j$  的統計平均值以及變異數來計算它的軟性資訊，在此假設符元  $\hat{X}_j = \hat{P}_j + j\hat{Q}_j$ ，並假設傳送端資料為  $\pm 1$  的機率是相等的，則其軟性資訊的對數相似比如下（以虛部為例）：

$$L(Q_j | \hat{Q}_j) = \ln \frac{P(Q_j = +\sqrt{1/2} | \hat{Q}_j)}{P(Q_j = -\sqrt{1/2} | \hat{Q}_j)} = \ln \frac{P(\hat{Q}_j | Q_j = +\sqrt{1/2})}{P(\hat{Q}_j | Q_j = -\sqrt{1/2})} \tag{2-16}$$

其中

$$\begin{aligned}
 P(\hat{Q}_j | Q_j = +\sqrt{1/2}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\hat{Q}_j}^2}} \exp \left( -\frac{(\hat{Q}_j - m)^2}{2\sigma_{\hat{Q}_j}^2} \right) \\
 P(\hat{Q}_j | Q_j = -\sqrt{1/2}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\hat{Q}_j}^2}} \exp \left( -\frac{(\hat{Q}_j + m)^2}{2\sigma_{\hat{Q}_j}^2} \right)
 \end{aligned} \tag{2-17}$$

$$L(Q_j | \hat{Q}_j) = \frac{1}{2\sigma_{Q_j}^2} \left[ (\hat{Q}_j + m)^2 - (\hat{Q}_j - m)^2 \right] \quad (2-18)$$

其中  $m_{b_j}^+ = -m_{b_j}^- = m = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sum_{i=1}^N |H_i|^{1-\beta}$ ，而利用(2-14)式即可得到變異數  $\sigma_{Q_j}^2 = \text{Var}[\text{Im}\{\hat{X}_j\}]$ 。

計算出來的軟性資訊  $L(Q_j | \hat{Q}_j)$  接著便利用高正切 (hypertangent) 函數將碼位元軟性資訊的對數相似比映射成軟性位元 (soft bits)，將其值域對應至  $\pm 1/\sqrt{2}$  的區間，即成為軟性決策後的資料輸出，以數學式子表示如下

$$\tilde{Q}_j = E[\hat{Q}_j] = \frac{1}{\sqrt{2}} \tanh\left(\frac{LLR_{Q_j}}{2}\right) \quad (2-19)$$

同樣地我們也能得到實部經過軟性決策後的軟性位元  $\tilde{P}_j$ ，也就完成了符元  $\tilde{X}_j = \tilde{P}_j + j\tilde{Q}_j$  的決策。軟性決策後的資料符元重新經過展頻後，在搭配通道效應便可重建出軟性的多路徑資料干擾。

其中多路徑通道的頻率附應可表示成各路徑頻率附應的和

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 + \dots + \mathbf{H}_L$$

假設通道的路徑數目為  $L$ ，那其中一個組合所重建的第  $p$  個路徑的干擾  $I_p$  可以表示如下

$$I_p = \mathbf{H}_p \left( \sum_{k=1}^K \hat{X}_k \mathbf{c}_k \right), \quad p = 1, 2, \dots, L \quad (2-20)$$

此重建出來的  $L$  個多路徑資料干擾即為等化器第零級干擾消除重建方塊的輸出，這些重建的多路徑資料干擾將供下一級 MPIC 進行扣除干擾的動作，我們將在 2.2.2 小節對 MPIC 進行分析，同樣地也將推導 MPIC 如何得到資料的軟性資訊。

## 2.2.2 軟性多路徑干擾消除技術

無論使用何種傳輸技術，無線通訊系統面臨的最大挑戰之一就是通道環境對傳輸訊號所造成的效應。從頻域上來看，通道對訊號頻譜產生了頻率選擇性 (frequency selective) 的振幅調整作用，從時域上來看，通道則對訊號產生了多路徑效應，造成接收端收到多份具有不同路徑延遲與衰減的傳送端訊號，這些訊號加總後便形成了多路徑干擾，造成

訊號失真，因此降低了系統的效能。對於接收端而言，重建這些干擾的效應並消除之就是 MPIC 所需完成的任務，此小節將對 MPIC 的運作過程進行分析，並且計算可靠度分析的軟性資訊。

圖 2.4 表示了 MPIC 的運作原理，首先對通道環境進行估計，並且做第一次原始資料的粗略估計，於是我們就可以利用這些估計出的資料符元以及通道估計的結果，分別重建”經過各個路徑的傳送訊號”，這些訊號對於彼此而言都是多路徑的干擾，故我們將這些干擾訊號個別由最初的接收訊號中扣除，於是就可以單獨抽離出許多”不含其他路徑干擾的單一路徑接收訊號”，接著將這些單一路徑的接收訊號做適當的合併以收集傳送訊號的能量並達到路徑分集的效果。當大部分的多路徑干擾被消除後，我們就可以估計出更可靠的原始資料，於是又可以重新進行以上重建干擾、消除干擾的動作。

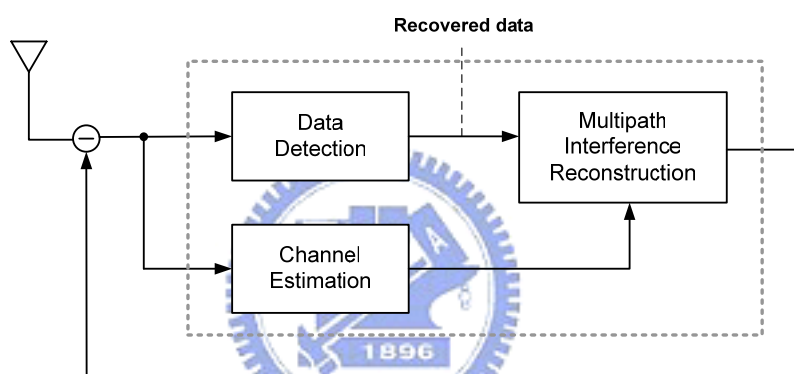


圖 2.4 多路徑干擾消除技術運作原理示意圖

接著我們將說明 MPIC 架構下第一級以後的軟性多路徑干擾消除技術，並且計算輸出出的軟性資訊。由圖 2.5 所示，用於等化器的干擾重建消除方塊功能與前小節所介紹的部分等化通道匹配技術其實很類似，但由於資料訊號造成的多路徑干擾可由前一級提供，故此級在通道估計與通道匹配的運作上和第零級仍略有不同，下面我們將針對相異之處做說明。

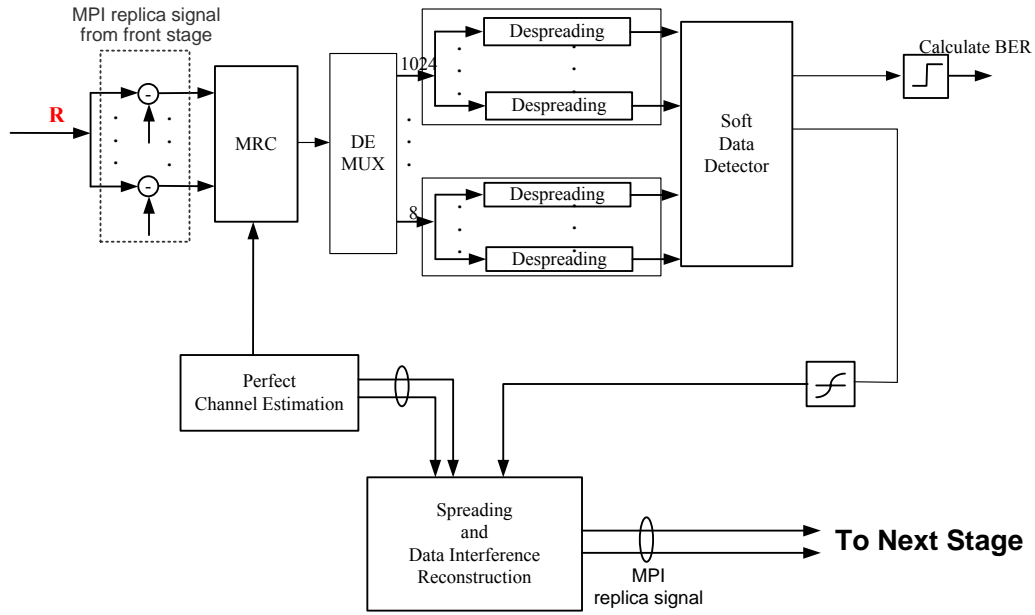


圖 2.5 等化器第一級(以上)架構圖

在此級中由於我們有上一級所重建的各路徑上的資料訊號干擾，故可以將這些干擾從接收訊號中一一扣除，獨自抽離出各路徑的資料，但仍有無法移除的雜訊。與前一級的通道匹配比較，由(2-5)式即可了解通道匹配並無法還原華氏碼之間的正交性，但此級若能成功地將各路徑的資料精準分離，則理論上各個單一路徑上的資料中，其華氏碼之間便可維持完美的正交特性，此時雜訊就成為干擾的主要來源，我們只要使用最大比例合併 (maximum ratio combining, MRC) 對各路徑的資料作通道匹配即可，這是由於當傳送訊號在沒有干擾的情況下只受到雜訊的影響時，MRC 會是最好的通道匹配方式。做完通道匹配後，再將匹配後的各路徑資料做加總，以收集分散在各路徑的能量達到路徑分集的效果。以上所描述的運作可以用數學表示如下(雖然頻譜是被分成 6 塊，但由於這 6 塊是互相獨立的且經過的處理都是相同的，因此我們以通式為主，再將得到的結果套用這 6 塊上面)：

$$\begin{aligned}
 \mathbf{D}_p &= \mathbf{H} \left( \sum_{k=1}^K X_k \mathbf{c}_k \right) + \mathbf{N} - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^L \mathbf{I}_q \\
 &= \mathbf{H} \left( \sum_{k=1}^K X_k \mathbf{c}_k \right) - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^L \mathbf{H}_q \left( \sum_{k=1}^K \hat{X}_k \mathbf{c}_k \right) + \mathbf{N} \\
 &= \mathbf{H}_p \left( \sum_{k=1}^K \hat{X}_k \mathbf{c}_k \right) + \mathbf{N}, \quad p=1,2,\dots,L
 \end{aligned} \tag{2-21}$$

$$\begin{aligned} \text{Data before despreading} &= \sum_{p=1}^L \mathbf{W}_p^* \mathbf{D}_p \\ &= \sum_{p=1}^L \mathbf{H}_p^* \left\{ \mathbf{H}_p \left( \sum_{k=1}^K \hat{X}_k \mathbf{c}_k \right) + \mathbf{N} \right\} \end{aligned} \quad (2-22)$$

其中  $\mathbf{D}_p$  為單獨分離出來第  $p$  個路徑的資料， $\mathbf{W}_p = \mathbf{H}_p$  是針對第  $p$  個路徑的頻率響應產生的通道匹配係數， $L$  則為通道的多路徑數目。

資料進行完多路徑干擾消除、通道匹配與路徑資料合併後，其後的動作均與第零級等化器相同，故此處不再重複。接著我們進行軟性輸出的分析，首先我們先從簡單的問題看起，假設接收端收到兩個來自不同路徑  $h_0$ 、 $h_1$  的資料  $x_0$ 、 $x_1$ ，收到的訊號  $y$  可表示為

$$y = (h_0 x_0 + h_1 x_1) + n = z + n \quad (2-23)$$

其中  $n$  為 AWGN，其變異數為  $\sigma_n^2$ 。

由(2-23)式可以看出資料  $x_0$ 、 $x_1$  與加上通道效應的訊號  $z$  存在著一定的關係，而訊號  $z$  再加上未知雜訊  $n$  即是我們接收到的訊號，故對於  $x_0$ 、 $x_1$  與觀察訊號  $y$  而言有某種機率分布的關係，換言之，當系統提供  $x_1$  的資訊以及觀察訊號  $y$  如圖 2.6 所示，則我們可以得到  $x_0$  的軟性資訊如以下的機率關係式[14]：



圖 2.6  $x_1$ 、 $y$  與  $x_0$  之關係示意圖

$$P^{\text{int}}(y) = c_y \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2}(y-z)^2\right)$$

$$p^{\text{int}}(x_1 = +1) = p_1$$

$$p^{\text{int}}(x_1 = -1) = 1 - p_1$$

$$\begin{aligned}
p^{ext}(x_0 = x) &= p(x_1 = +1, y | x_0 = x) + p(x_1 = -1, y | x_0 = x) \\
&= c_{x_0} \left\{ p_1 \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2}(y - (h_0x + h_1))^2\right) \right. \\
&\quad \left. + (1 - p_1) \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2}(y - (h_0x - h_1))^2\right) \right\} \\
&\approx c_{x_0} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2}(y - (h_0x + h_1(2p_1 - 1)))^2\right) \\
LLR^{ext}(x_0) &= \ln \frac{P^{ext}(x_0 = +1)}{P^{ext}(x_0 = -1)} \approx \frac{2}{\sigma_n^2} h_0 (y - h_1(2p_1 - 1)) \\
&= \frac{2}{\sigma_n^2} h_0 (y - h_1 E[x_1])
\end{aligned} \tag{2-24}$$

若我們試圖解釋上式，就會發現  $x_0$  的軟性資訊是先將收到的訊號  $y$  扣掉  $x_1$  的期望值與通道效應形成的干擾值，再與本身經過的通道效應做匹配的動作，除以雜訊的變異數  $\sigma_n^2$  再乘上因子 2，若我們將  $x_0$  與  $x_1$  想成不同次載波上的展頻碼切片，而  $h_0$  與  $h_1$  是不同路徑的次載波之頻率響應，則(2-24)式可以衍伸成如下的關係式，而得到碼位元的軟性資訊：

$$\begin{aligned}
&(\hat{X}_k = \hat{P}_k + j\hat{Q}_k, \text{ 此以實部為例}) \\
LLR_{p_j} &= \frac{2}{N_s \sigma_n^2} \text{Re} \left\{ \mathbf{c}_j^T \left[ \sum_{p=1}^L \mathbf{H}_p^* \left\{ \mathbf{r} - \bar{\mathbf{H}}_p \left( \sum_{k=1}^K E[\hat{X}_k] \mathbf{c}_k \right) \right\} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{2-25}$$

where  $\bar{\mathbf{H}}_p = \mathbf{H} - \mathbf{H}_p$ ,  $\mathbf{r} = [r_1, r_2, \dots, r_N]^T$

其中  $\bar{\mathbf{H}}_p$  代表的是扣除第  $p$  個路徑的頻率響應後其餘路徑的頻率響應之總和， $\mathbf{r}$  則是接收端經過 FFT 轉換後的頻域訊號， $N_s$  為展頻碼所造成的增益，在(2-25)式的中括弧裡，行向量的每一個元素都是一個展頻碼切片上的資料，且均經過了類似(2-24)的處理，因此，在每一組合其流程如下：

1. 先從收到的訊號中扣除來自所有相同位置的展頻碼切片、資料符元和第  $p$  個路徑以外其他路徑加上通道效應所形成的干擾。
2. 接著針對路徑  $p$  的通道頻率響應做匹配的動作，得到第  $p$  個路徑上的資料。
3. 將所有  $L$  個路徑得到的切片資料做加總。
4. 加總後所得到的行向量最後再對第  $j$  組展頻碼進行解展頻的動作。
5. 解展頻後所得到的值乘上因子  $2/N_s \sigma_n^2$ ，即可得到第  $j$  個位元軟性資訊的對數相似比。



其中  $E[\hat{X}_k]$  是利用前一級干擾消除重建方塊決策後的資料符元來取代。重新有了資料符元的軟性資訊後，於是我們便再一次使用(2-19)式的高正切函數，進行符元的軟性決策，資料符元的實部與虛部均以相同的決策方式如下：

$$\begin{aligned}\tilde{P}_j &= E[\text{Re}\{X_j\}] = \frac{1}{\sqrt{2}} \tanh\left(\frac{LLR_{p_j}}{2}\right) \\ \tilde{Q}_j &= E[\text{Im}\{X_j\}] = \frac{1}{\sqrt{2}} \tanh\left(\frac{LLR_{q_j}}{2}\right)\end{aligned}\tag{2-26}$$

上式即為 Soft MPIC 架構第一級(以上)等化器中的干擾消除重建方塊，軟性資料決策的作法。





# 第三章

## MC-MC with LDPC code and Turbo equalization 系統架構及分析

在本章中我們將介紹一種能夠使用在含錯誤更正碼的 MC-MC with MPIC 系統的渦輪等化技術，而在本論文中使用的編碼方式是 LDPC code，以期此編碼方式能更有效提高系統效能。

### 3.1 傳送端架構

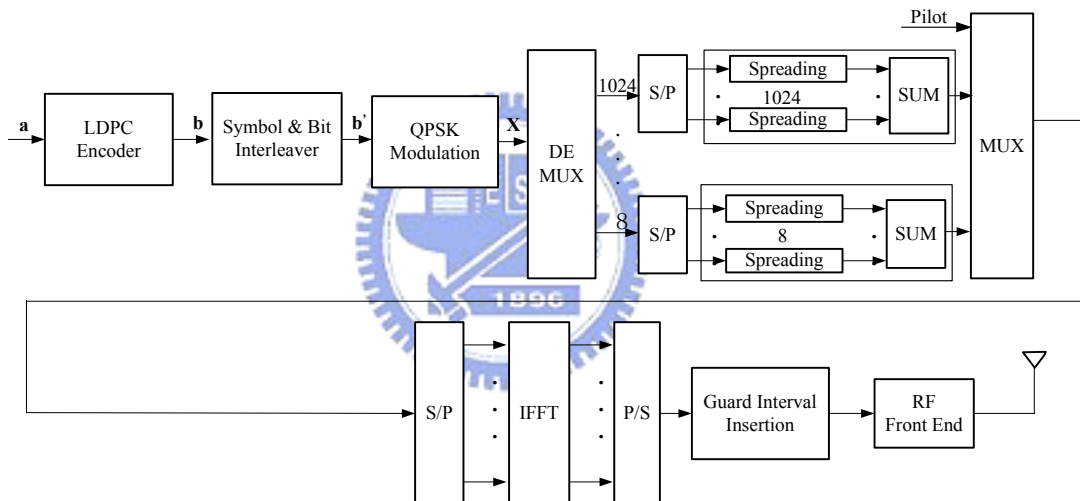


圖 3.1 Coded MC-MC with LDPC code 系統傳送端架構

本章的傳送端架構和上一章其實是極相似的，差別只在於本章多了編碼器，而讓傳送端架構更加的完備。有別於 DVB-T 所選用的 convolution code 和 RS code，本系統所選用的是 LDPC code，以期效果能取代這兩組編碼的合併。一個經過 LDPC code 編碼的傳送端架構如圖 3.1，首先資料流先經過編碼率為 1/2 的 LDPC 編碼器編碼。其編碼方式為  $G$  (產生矩陣) 乘上一個  $U$  (訊息向量) 而產生  $V$  (碼字向量)，這部分會在 3.3 節中詳細解說。而編碼後的碼序列  $b$  會經過交錯器，以降低接收訊號發生連續性錯誤的機會。經過交錯器後的訊號，分別經過 QPSK 調變、展頻。當然，如同上一章的原因，由於 DVB-T 的規格，所以將 1512 個次載波分成 6 個組合，再進行相對應的展頻。

訊號進行 QPSK 調變，會讓原有的 2K 個位元資料變成 K 個 QPSK 符元，其中 QPSK 符元以數學式表示如下：

$$X_k = P_k + jQ_k, \quad k=1,2,\dots,K, \quad P_k, Q_k \in \{\pm 1/\sqrt{2}\} \quad (3-1)$$

其中  $P_k$ 、 $Q_k$  分別為 QPSK 符元上實部、虛部的訊號。

接著如同上一章的做法，將訊號分量分成 6 個組合 {1024,256,128,64,32,8} 展頻，即這 6 個組合的訊號分量乘上相對應的正交碼後資料進行疊加的動作。因此，我們可以得到展頻後的訊號以數學式表示如下：

IFFT input =  $\left[ (C_{1024} \mathbf{X}_A)^T, (C_{256} \mathbf{X}_B)^T, (C_{128} \mathbf{X}_C)^T, (C_{64} \mathbf{X}_D)^T, (C_{32} \mathbf{X}_E)^T, (C_8 \mathbf{X}_F)^T \right]^T$  而資料

向量就被分成  $\{\mathbf{X}_A, \mathbf{X}_B, \mathbf{X}_C, \mathbf{X}_D, \mathbf{X}_E, \mathbf{X}_F\}$  這 6 個組合，而其中

$$\mathbf{X}_A = [X_1, X_2, \dots, X_{1024}] = [X_{A,1}, \dots, X_{A,1024}]$$

⋮

$$\mathbf{X}_F = [X_{1505}, X_{1506}, \dots, X_{1512}] = [X_{F,1}, \dots, X_{F,8}]$$

， $C_N$  為  $N \times N$  的哈得馬矩陣， $N$  為華氏碼長度。

接下來把展頻後的訊號以 DVB-T 的規格加入領航符元和 TPS，再經過 IFFT，加上護衛間隔，這樣就完成 OFDM 調變，最後從天線送出去，就完成了傳送端的運作。

## 3.2 接收端架構

在本節的接收端架構，是將等化器和解碼器形成渦輪等化架構，以期能提高系統效能。因此先在 3.2.1 小節中簡單介紹一下渦輪等化技術，再開始介紹系統接收端架構，並在各個小節中，介紹本系統之渦輪等化器的運作原理。

### 3.2.1 渦輪等化技術簡介

渦輪碼 (turbo codes) [15] 是近年來通道編碼領域上的一大突破，從渦輪碼極佳的性能表現顯示出軟性資訊不應只由單一的方向傳遞。由圖 3.2 所示，解碼器接收軟性資訊  $s(b_k)$  以後，同樣也會產生新的軟性資訊，那麼這筆新的軟性資訊  $s(b'_k)$  就可以在經過交錯器後，再重新給等化器做分析，這樣的程序可視為信賴度傳送 (belief propagation) 或稱之訊息傳遞 (message passing) 的概念，這種有回授機制的接收端架構被描述在圖 2.3，這種技術又稱為渦輪等化技術。

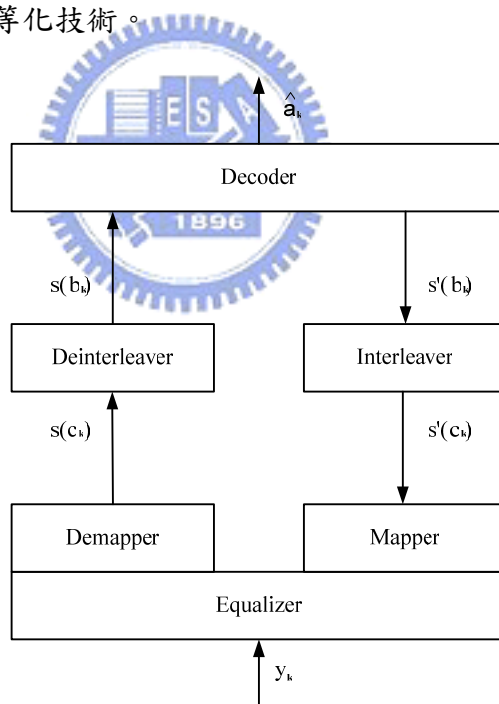


圖 3.2 渦輪等化架構

### 3.2.2 Coded MC-MC with LDPC code 系統下的渦輪等化架構

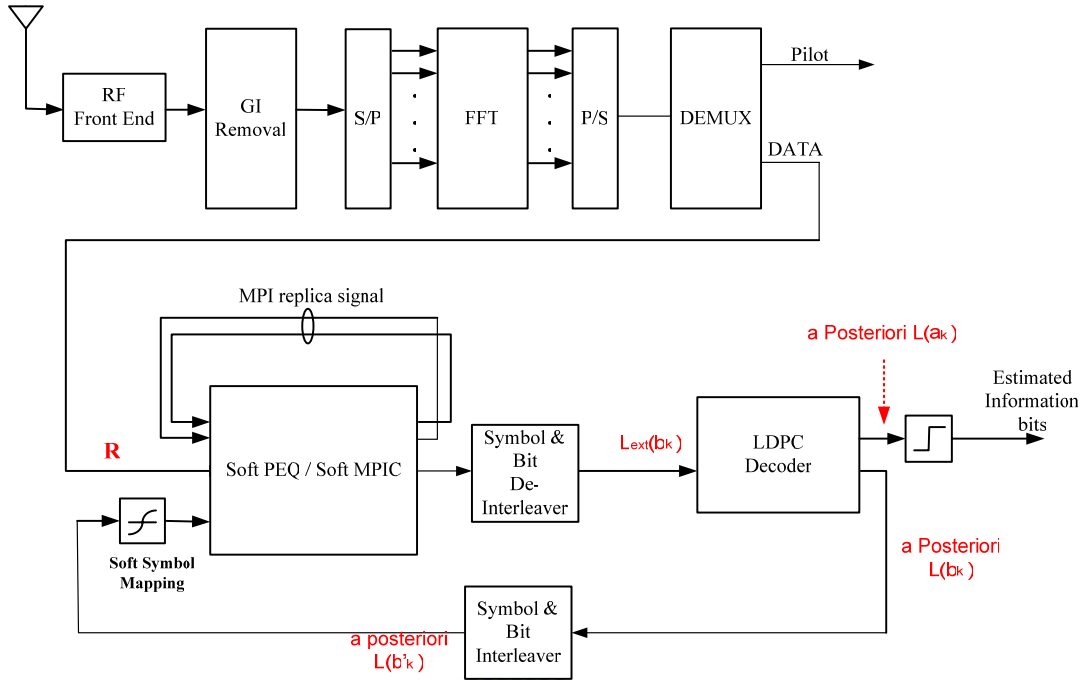


圖 3.3 Coded MC-MC with LDPC code 系統接收端架構

Coded MC-MC with LDPC code 系統接收端架構如圖 3.3 所示，其前端部分和上一章的接收端架構是相同的，也就是無線電頻率 (radio frequency, RF) 訊號經由射頻頭端 (RF front end) 轉換成基頻訊號，接著移除訊號的護衛間隔，再經過 FFT 的轉換就可以得到每個次載波上的訊號，以提供給接下來的方塊進行後續的分析處理。

這些經過 FFT 被轉回頻域的訊號，從其中抽出真正的資料訊號  $\mathbf{R}_{re}$  如同上一章其數學式表示如下：

$$\mathbf{R}_{re} = \mathbf{H}\mathbf{X}_{tx} + \mathbf{N}$$

$$\mathbf{R}_{re} = [R_0, R_1, R_2, \dots, R_N]^T$$

$$\mathbf{X}_{tx} = [X_{tx,0}, X_{tx,1}, X_{tx,2}, \dots, X_{tx,N}]^T$$

$$\mathbf{H} = \text{diag}(H_0, H_1, H_2, \dots, H_N)$$

$$\mathbf{N} = [N_0, N_1, N_2, \dots, N_N]^T$$

而由於傳送訊號的畫分，接收訊號也可畫分為 6 個組合：

$$\mathbf{R}_{re} = [\mathbf{R}_A^T \mathbf{R}_B^T \mathbf{R}_C^T \mathbf{R}_D^T \mathbf{R}_E^T \mathbf{R}_F^T]^T$$

$$\mathbf{R}_A = \mathbf{H}_A \mathbf{C}_{1024} \mathbf{X}_A + \mathbf{N}_A = \mathbf{H}_A \sum_{i=1}^{K_A} X_{A,i} \mathbf{C}_i + \mathbf{N}_A \quad (3-2)$$

⋮

$$\mathbf{R}_F = \mathbf{H}_F \mathbf{C}_8 \mathbf{X}_F + \mathbf{N}_F = \mathbf{H}_F \sum_{i=1}^{K_F} X_{F,i} \mathbf{C}_i + \mathbf{N}_F$$

其中  $\mathbf{H}_l$ 、 $\mathbf{R}_l$ 、 $\mathbf{N}_l$   $l \in \{A, B, \dots, F\}$  即為相對應於  $\mathbf{X}_l$  位置的部分。

接著就是將接收訊號  $\mathbf{R}_{re}$  進入通道等化器進行通道效應補償的動作，而這部分的處理和上一章的動作是極相似的，使用的也是 MPIC 技術。而同樣的，第一次收到的訊號因為還沒有其他可以利用的資訊，所以我們在第一次用的是部分等化通道匹配(PEQ)。當第零級的 PEQ 估計出軟性資訊後，接下來從渦輪等化架構的第一級以後，MPIC 就可以利用估計出的資料重建每個路徑的接收訊號，並且可以估計傳送的資料序列以及計算對數相似比，這將會比第零級所得到更可靠。以上等化器的動作處理完後，我們就可以將這些碼序列的對數相似比送至解碼器，在這之前必須先經過解交錯器還原原始的碼位元順序。解碼器經過運算後得到碼位元後置機率的對數相似比，這些資訊在經過交錯器的打亂後，重新送回等化器做為資料的軟性資訊，接著又重新開始渦輪等化架構的下一級分析，經過幾次以上所敘述的等化器及解碼器分析軟性資訊以及互相傳遞軟性資訊的動作，所得到的對數相似比可靠度將會越來越好，最後解碼器會對資訊位元的對數相似比做硬性決策，就可得到所要估計的資訊位元序列。

### 3.2.3 渦輪等化技術第零級架構介紹

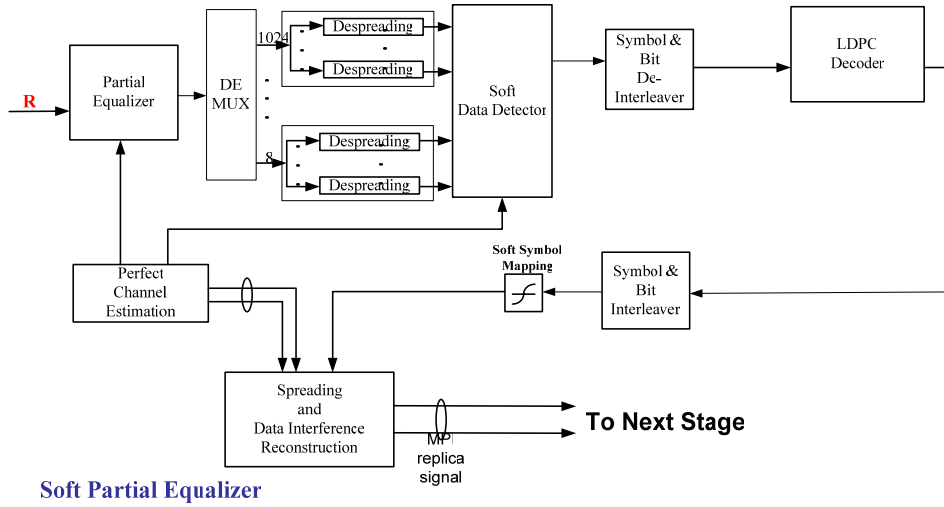


圖 3.4 渦輪等化技術第零級架構

圖 3.4 為渦輪等化架構的第零級架構，可以看到在前段部分和上一章是相同。首先，將收到的訊號  $\mathbf{R}_{re}$  經過部分匹配等化器進行通道補償，再將等化器後的訊號做解展頻的動作，因為我們是分成 6 個組合做展頻的，因此解展頻的動作也是分成 6 個組合，再乘上相對應的華氏碼，就可以得到傳送的訊號。也由於這些動作和上一章的是相同的，所以得到軟性資訊的動作也是相同的，所以根據上一章我們可以得到第零級等化器後的軟性資訊。

每一組合經過 PEQ 和解展頻後，其數學式表示如下：

$$\begin{aligned}
 \hat{X}_{l,j} &= \mathbf{c}_j^T \left\{ \mathbf{W}_l^* \mathbf{H}_l \left( \sum_{k=1}^{K_l} X_{l,k} \mathbf{c}_k \right) + \mathbf{W}_l^* \mathbf{N}_l \right\} \\
 &= X_{l,j} \sum_{i=1}^{K_l} |H_{l,i}|^{1-\beta} + \sum_{i=1}^{K_l} \left( \psi_{l,i} \sum_{k \neq j} X_{l,k} \mathbf{c}_{j,i} \mathbf{c}_{k,i} \right) + \sum_{i=1}^{K_l} \mathbf{c}_{j,i} \frac{H_{l,i}^*}{|H_{l,i}|^{1+\beta}} N_{l,i} \\
 &= DS + IS + NS
 \end{aligned} \tag{3-3}$$

其中  $l \in \{A, B, C, D, E, F\}$ ， $W_{l,i} = H_{l,i} / |H_{l,i}|^{1+\beta}$ ， $-1 \leq \beta \leq 1$ ，

$$\psi_{l,i} = |H_{l,i}|^{1-\beta} - \kappa, \quad \kappa = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |H_{l,i}|^{1-\beta}$$

因此我們可以得到  $\hat{X}_{l,j}$  的統計平均值(mean)和變異數(variance)

$$\begin{aligned}
\text{Var}[IS] &= (K_l - 1) \left( \sum_{i=1}^{K_l} \psi_{l,i}^2 \right) \\
\text{Var}[NS] &= \sigma_n^2 \sum_{i=1}^{K_l} |H_{l,i}|^{-2\beta} \\
E[\hat{X}_{l,j}] &= X_j \sum_{i=1}^{K_l} |H_{l,i}|^{1-\beta} \\
\text{Var}[\text{Re}\{\hat{X}_{l,j}\}] &= \text{Var}[\text{Im}\{\hat{X}_{l,j}\}] \\
&= \frac{1}{2} \text{Var}[IS] + \frac{1}{2} \text{Var}[DS] \\
&= \frac{K_l - 1}{2} \left( \sum_{i=1}^{K_l} \psi_{l,i}^2 \right) + \frac{\sigma_n^2}{2} \sum_{i=1}^{K_l} |H_{l,i}|^{-2\beta}
\end{aligned} \tag{3-4}$$

我們就可以利用  $\hat{X}_{l,j}$  的統計平均值以及變異數來計算它的軟性資訊，在此假設符元  $\hat{X}_{l,j} = \hat{P}_{l,j} + j\hat{Q}_{l,j}$ ，並假設傳送端資料為  $\pm 1$  的機率是相等的，則其軟性資訊的對數相似比如下（以虛部為例）：

$$L(Q_{l,j} | \hat{Q}_{l,j}) = \frac{1}{2\sigma_{Q_{l,j}}^2} \left[ (\hat{Q}_{l,j} + m)^2 - (\hat{Q}_{l,j} - m)^2 \right] \tag{3-5}$$

其中  $m_b^+ = -m_b^- = m = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sum_{i=1}^N |H_i|^{1-\beta}$ ，而利用(3-4)式即可得到變異數  $\sigma_{Q_j}^2 = \text{Var}[\text{Im}\{\hat{X}_j\}]$

得到第零級的軟性資訊後並不是馬上重建，而是送給解碼器，經過解碼器的分析可以得到更精準的軟性資訊。接下來等化器利用此軟性資訊就可以進行資料決策，而進一步的進行重建傳送資料以及多路徑干擾等動作。重建的多路徑干擾將會提供給渦輪等化架構的下一級 MPIC，以進行多路徑干擾消除的處理。

### 3.2.4 渦輪等化技術第一級(以上)架構介紹

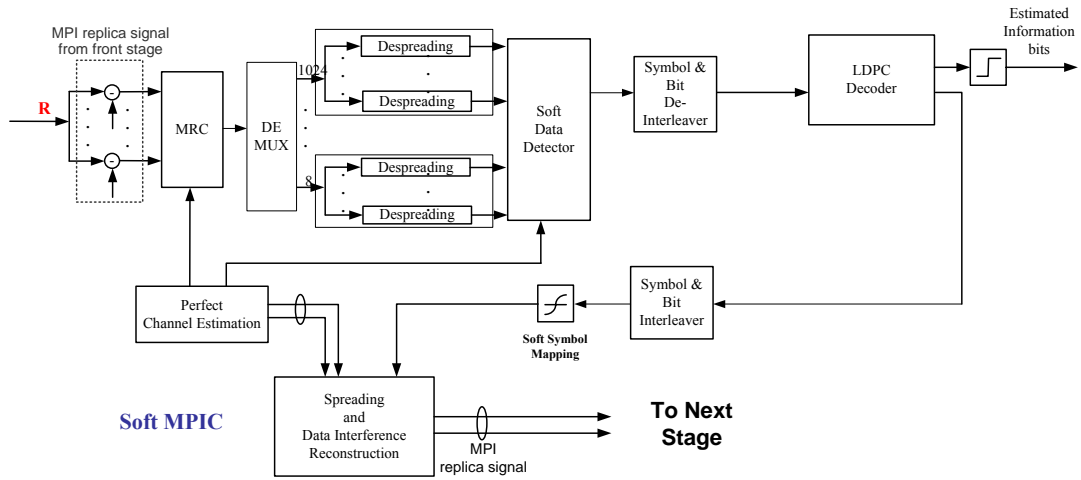


圖 3.5 渦輪等化技術第一級(以上)架構圖

圖 3.5 是第一級後的渦輪等化架構，由於有第零級架構所產生的多路徑干擾訊號，所以在一開始就可以把每一條路徑的訊號抽出來，再利用 MRC 做結合，結合後的訊號再分成 6 個組合做解展頻的動作，最後就計算出訊號的軟性資訊。而同樣的，這一部分和上一章所經過的處理是相同的，因此，其軟性資訊可以直接從上一章得到。

每一組合經過 PEQ 和解展頻後，其數學式表示如下： $(\hat{X}_{l,k} = \hat{P}_{l,k} + j\hat{Q}_{l,k})$ ，此以實部為例)

$$LLR_{P_{l,j}} = \frac{2}{N_s \sigma_n^2} \text{Re} \left\{ \mathbf{c}_j^T \left[ \sum_{p=1}^L \mathbf{H}_{l,p}^* \left\{ \mathbf{R}_l - \bar{\mathbf{H}}_{l,p} \left( \sum_{k=1}^{K_l} E[\hat{X}_{l,k}] \mathbf{c}_k \right) \right\} \right] \right\} \quad (3-6)$$

where  $\bar{\mathbf{H}}_{l,p} = \mathbf{H}_l - \mathbf{H}_{l,p}$ ,  $\mathbf{R}_l = [r_{l,1}, r_{l,2}, \dots, r_{l,K_l}]^T$ ,  $l \in \{A, B, C, D, E, F\}$

當得到等化器後的軟性資訊，就如同 3.2.3 節所走的步驟是相同，不是拉回去重建資料而是先經過解碼器得到更精準的軟性資訊，再將這些更可靠的軟性資訊做資料決策，再做重建的動作和得到多路徑干擾資訊。重建的多路徑干擾將會提供給渦輪等化架構的下一級 MPIC，以進行多路徑干擾消除的處理。而之後的渦輪等化器架構都是運行這一級的步驟，以得到更準確的軟性資訊。



### 3.3 低密度同位檢查碼介紹[14]

低密度同位檢查碼LDPC code(Low Density Parity Check code)原本年由 Robert Gallager在1962年所發明的，這是一種使用大段長的線性段碼，由於當時電腦能力不足以處理複雜性計算，而且由於VLSI技術尚未成熟，因此使人們淡忘許久，直到1995年由Mackay與Neal重新發展出Tanner Graph的解碼方式，使得解碼時使用兩個狀態的同位檢查格子(parity check trellis)，所以解碼器容易實現，且VLSI技術的快速發展使得LDPC code又逐漸的被人們所廣為討論。

#### 3.3.1 編碼器

低密度同位檢查碼的編碼方式為 $G$ (產生矩陣)乘上一個 $U$ (訊息向量)而產生 $V$ (碼字向量)。由於低密度同位檢查碼須符合 $V$ (編碼向量)乘上 $H$ (同位檢查矩陣)後等於零的規則，即是 $HV^T = 0$ ，所以可由下列方法得到 $V$ (碼字向量)。假設低密度同位檢查碼以 $(N,K)$ 的線性區塊碼來表示，其中有 $N-K$ 個檢查位元， $K$ 個位元與 $U$ (訊息向量)相同。 $H$ (同位檢查矩陣)的大小為 $M \times M$ 。

$$HV^T = 0 \quad (3-7)$$

$$H=[A|B] \quad (3-8)$$

$$V=[C|U]=UG \quad (3-9)$$

其中 $A$ 表示為 $M \times M$ 的矩陣大小， $B$ 表示為 $M \times (N-M)$ 的矩陣大小。 $C$ 表示為 $1 \times (N-K)$ 的矩陣大小， $U$ 表示為 $1 \times N$ 的矩陣大小。將(3-8)式及(3-9)式代入到(3-7)式。

$$\begin{aligned} \text{即可得到} \quad AC^T + BU^T &= 0 \\ \Rightarrow C &= A^{-1}BU^T \end{aligned} \quad (3-10)$$

$$\text{所以編碼向量 } V = [UB^T(A^{-1})^T | U] = UG \quad (3-11)$$

又因為 $UG = V = [UB^T(A^{-1})^T | U]$ 的關係式，可以求得產生矩陣 $G$ 。

$$\text{所以產生矩陣 } G = [B^T(A^{-1})^T | I] \quad (3-12)$$

$H$  (同位檢查矩陣)的維度為  $M \times N$

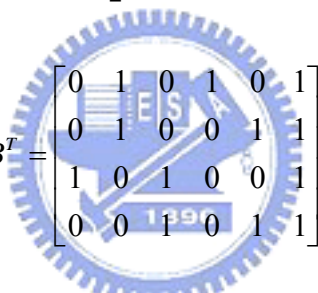
$G$  (產生矩陣)的維度為  $K \times N$

$U$  (訊息向量)的維度為  $1 \times K$

其中低密度同位檢查碼的編碼率為  $\frac{K}{N} = \frac{N-M}{N}$ 。

以下舉一個例子可以更方便了解低密度同位檢查碼的編碼過程：

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$


$$B^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B^T (A^{-1})^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

所以產生矩陣  $G = [B^T (A^{-1})^T | I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

以上介紹低密度同位檢查碼的編碼方式，而其步驟可用下圖來表示：

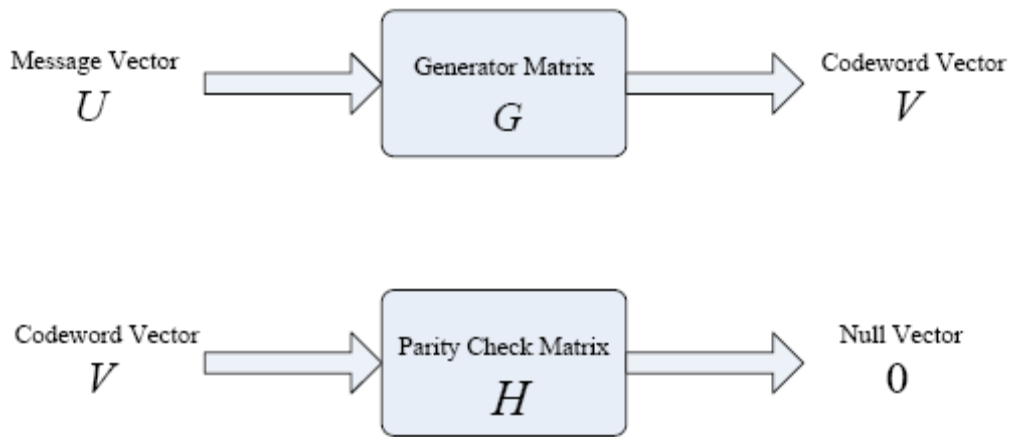


圖 3.6 低密度同位檢查碼編碼方塊圖

### 3.3.2 解碼器

#### 3.3.2.1 Tanner Graph

在低密度同位檢查碼中，我們可以把  $H$  (同位檢查矩陣) 分成兩個部份來看，其維度為  $M \times N$ 。這兩部份分別包含 check node 和 bit node。第一個部份是先看  $H$  (同位檢查矩陣) 的列，把所有的列可以看成 check node，每一列看成一個 check node，也就是說總共有  $M$  個 check node，再來就是把行看成 bit node，也就是碼字 (Codeword) 的 bit 數，相當於有  $N$  個 bit node。

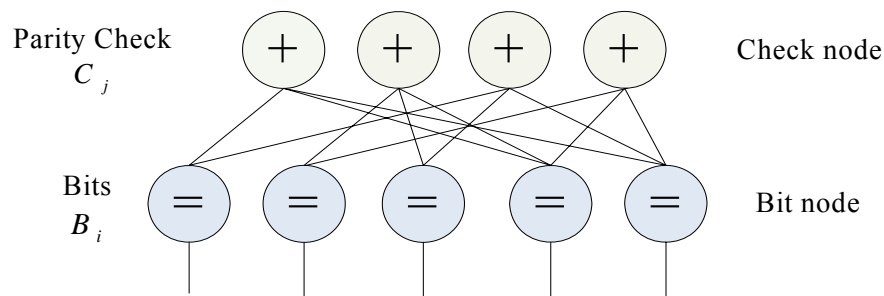


圖 3.7 Tanner Graph

我們以 3.3.1 節的  $H$  (同位檢查矩陣) 為簡單的說明例子，因為低密度同位檢查碼解碼

的過程要符合  $HV^T = 0$ ，所以每一個check node連到的bit node均要滿足  $HV^T = 0$  的關係式， $V = (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8, b_9, b_{10})$ 。

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{經由 } HV^T = 0 \text{ 的式子成立，也就是說bit node 只}$$

有連到check node的元素是"1"的時候，因此可以用下面的方塊圖來簡化表示  $HV^T = 0$  的關係。

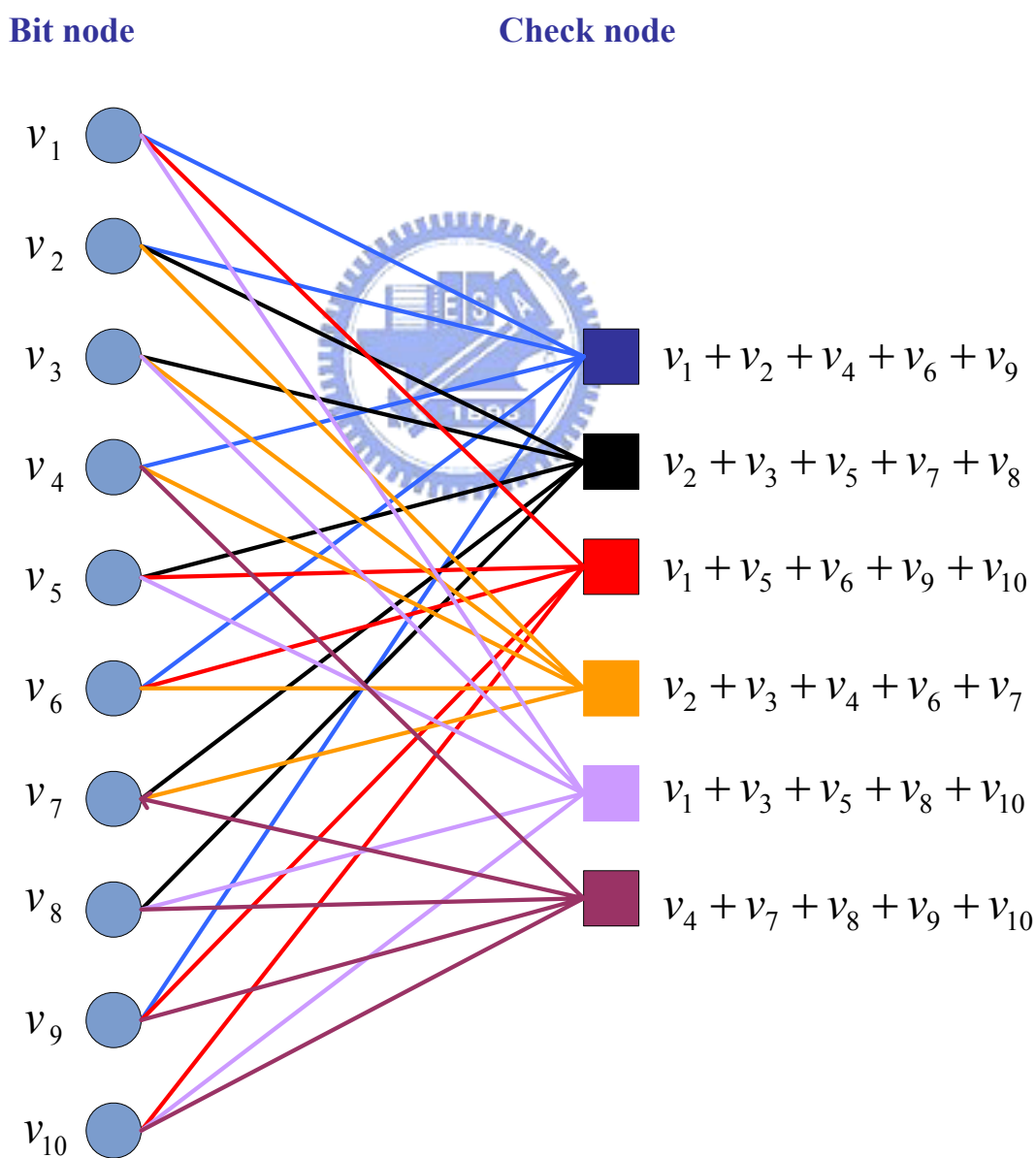
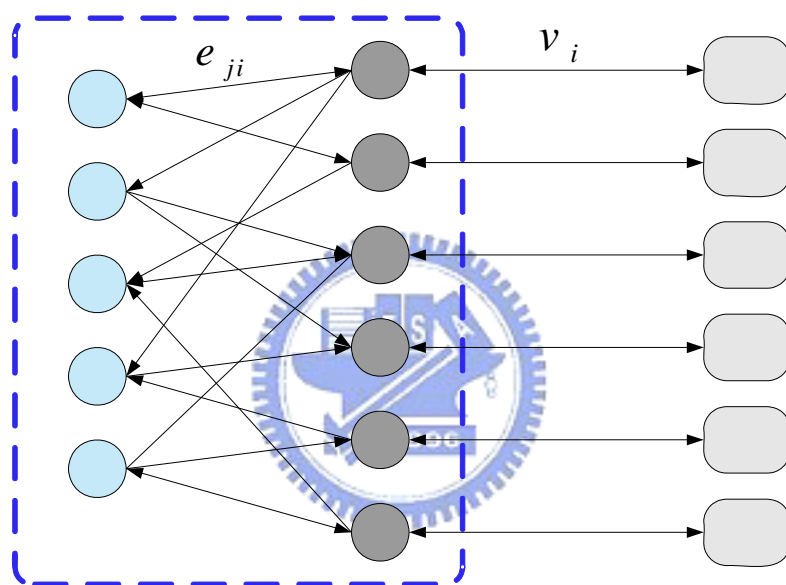


圖 3.8  $HV^T = 0$  方塊圖

### 3.3.2.2 解碼的機率演示圖

由上一節的Tanner Graph 可以知道低密度同位檢查碼的解碼過程是經由bit node 及check node 這兩端互相算出機率再丟給對方，應用Message Passing的概念，本節將討論這些Message機率的算法。

$$C_j \begin{array}{c} \xrightarrow{r_{ji} = \mu_{C_j \rightarrow B_i}} \\ \xleftarrow{q_{ji} = \mu_{B_i \rightarrow C_j}} \end{array} B_i \begin{array}{c} \xleftarrow{\mu_{B_i \rightarrow N_i}(v_i)} \\ \xrightarrow{P_i = \mu_{N_i \rightarrow B_i}(v_i)} \end{array} N_i$$



**LDPC decoder (Internal)      Another decoder(External)**

圖 3.9 解碼器的架構圖

在圖3.9中所表示，其中的  $C_j$  代表check node(C)、 $B_i$  代表bit node(B)， $N_i$  代表another node(N)，這是另外一個decoder連接到LDPC decoder 的node。

### 3.3.2.3 Bit node 到 Check node 的機率算法

由圖3.10可知，假設 bit node(B) 與  $K+1$  個stage(check node)相連，且彼此是獨立(independent)，這些  $K+1$  個stage分別表示成  $c_0, c_1, c_2, \dots, c_K$ ，而且  $c_0, c_1, c_2, \dots, c_K$  屬於同一個 alphabet A，根據上面的特性bit node 的constraint set 可以寫成下列的關係式：

$$S_B = \{(c_0, c_1, c_2, \dots, c_K) \mid c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_K\}$$

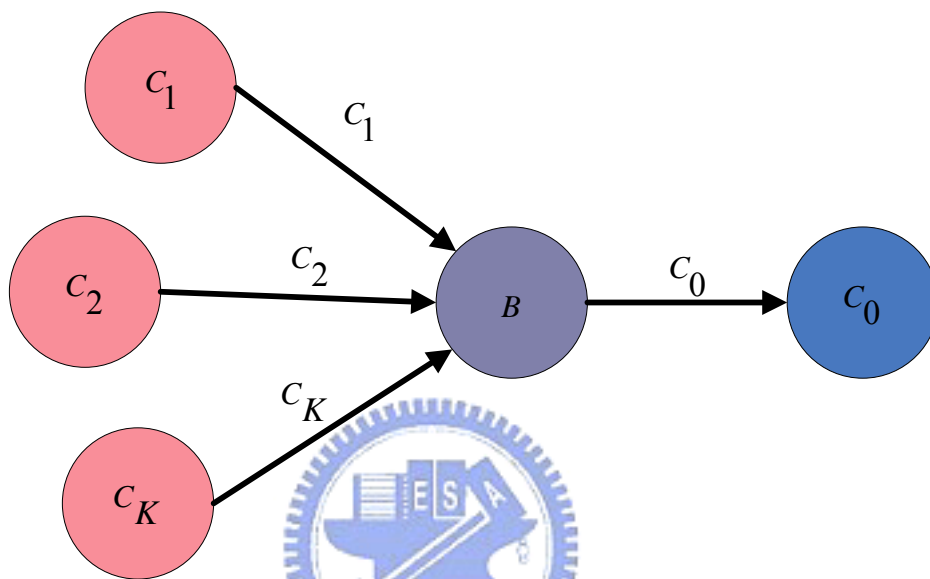


圖 3.10 Bit node 的 message-passing

假設從外部的check node ( $C_0, C_1, C_2, \dots, C_K$ ) 進到bit node (B) 的機率為  $\mu_{C_i \rightarrow B}(c_i)$  for  $i=1,2,3,\dots,K$ ，則把輸入到bit node (B) 的所有check node ( $C_0, C_1, C_2, \dots, C_K$ ) 機率資訊運算之後可以得到一個輸出機率，以  $\mu_{B \rightarrow C_0}(c_0 = \zeta)$  來表示bit node (B)輸出到check node( $C_0$ )的機率，所以整個關係可以寫成下式：

$$\begin{aligned} \mu_{B \rightarrow C_0}(c_0 = \zeta) &= m_{c_0} \sum_{(c_0, c_1, \dots, c_K) \in S_B \sim \{c_0\}} \prod_{l=1}^K \mu_{C_l \rightarrow B}(c_l) \\ &= m_{c_0} \prod_{l=1}^K \mu_{C_l \rightarrow B}(c_l = \zeta) \end{aligned} \quad (3-13)$$

其中  $m_{c_0}$  是一個正規化常數(normalization factor)

$$m_{c_0} = \left( \sum_{\zeta \in A} \prod_{l=1}^K \mu_{C_l \rightarrow B}(c_l = \zeta) \right)^{-1}$$

以上為bit node(B)到check node( $C_0$ )的機率算法，接下來根據(3-13)式子，我們可以用另

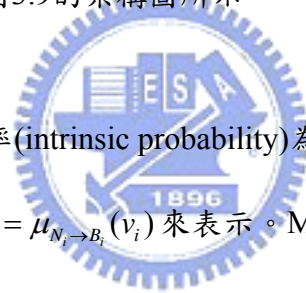
外一種方法來求得機率，此方法為Log-Likelihood ratio(LLR)， $LLR = \log \frac{\text{"1"的機率}}{\text{"0"的機率}}$ ，所

以(3-13)可以改寫成下式：

$$LLR_{B \rightarrow C_0} = \log \frac{\mu_{B \rightarrow C_0}(c_0 = 1)}{\mu_{B \rightarrow C_0}(c_0 = 0)}$$

$$= \log \frac{\prod_{i=1}^K \mu_{C_i \rightarrow B}(c_i = 1)}{\prod_{i=1}^K \mu_{C_i \rightarrow B}(c_i = 0)} = \sum_{i=1}^K LLR_{C_i \rightarrow B}(c_i)$$

如在3.3.1節所提到的，假設低密度同位檢查碼以(N,K)的線性區塊碼來表示，則H(同位檢查矩陣)的維度為 $M \times N$ ， $K = N - M$ ，所以bit node 的維度為 $1 \times N$ ，以 $B_i$ 來表示， $i = 1, 2, 3, \dots, N$ 。check node 的維度為 $1 \times M$ ，以 $C_j$ 來表示， $j = 1, 2, 3, \dots, M$ 。而bit node ( $B_i$ )跟check node( $C_j$ )之間的edge以變數 $e_{ji}$ 來表示，bit node( $B_i$ )跟another decoder( $N_i$ )間的edge以變數 $V_i$ 來表示，如圖3.9的架構圖所示。



LDPC decoder的本質機率(intrinsic probability)為another decoder( $N_i$ )傳送到bit node ( $B_i$ )的機率資訊，以 $P_{LDPC}^{int}(v_i) = \mu_{N_i \rightarrow B_i}(v_i)$ 來表示。Message-passing演算法由本質機率 (intrinsic probability)  $P_{LDPC}^{int}(v_i) = \mu_{N_i \rightarrow B_i}(v_i)$ 開始運算的，利用式子(3.13)我們可以求得bit node( $B_i$ )到check node( $C_j$ )的機率，如下列所示：

$$\text{"0"的機率：} \mu_{B_i \rightarrow C_j}(e_{ji} = 0) = m_{ji} \mu_{N_i \rightarrow B_i}(v_i = 0) \prod_{j' \in M(i) \setminus \{j\}} \mu_{C_{j'} \rightarrow B_i}(e_{ji'} = 0) \quad (3-14)$$

$$\text{"1"的機率：} \mu_{B_i \rightarrow C_j}(e_{ji} = 1) = m_{ji} \mu_{N_i \rightarrow B_i}(v_i = 1) \prod_{j' \in M(i) \setminus \{j\}} \mu_{C_{j'} \rightarrow B_i}(e_{ji'} = 1) \quad (3-15)$$

其中 $M(i)$ 表示在H(同位檢查矩陣)第i行(column)裡面那些是"1"的列(row)的位置的集合，而 $M(i) \setminus \{j\}$ 表示在 $M(i)$ 的集合裡把第j個元素扣除， $m_{ji}$ 是指一個正規化的常數。

### 3.3.2.4 Check node 到 Bit node 的機率算法

由圖3.11可知，假設check node(C)與K+1個stage(bit node)相連，且彼此是獨立(independent)，這些K+1 個stage 分別表示成 $b_0, b_1, b_2, \dots, b_K$ ，而且 $b_0, b_1, b_2, \dots, b_K$ 屬於同一個alphabet A，則check node到bit node的機率資訊公式推導如下：

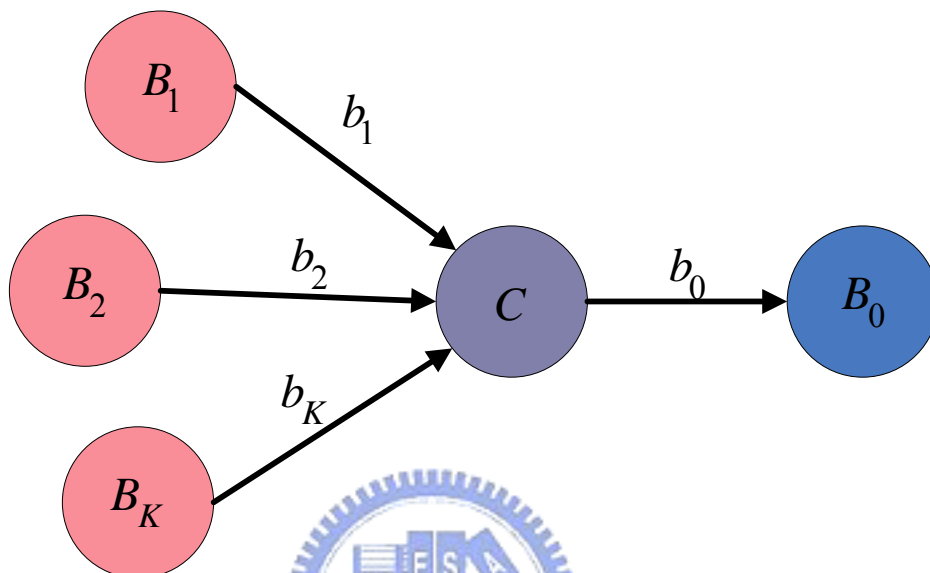


圖 3.11 Bit node 的 message-passing

在圖3.11中，輸入到check node(C)的K個機率資訊中，假設為本質機率(intrinsic probability)，以 $b_i$ ， $i=0,1,2,\dots,K$ 用來表示 bit node 和 check node 相連接的"0"或"1"機率，由 bit node 連接到 check node 的機率稱為本質機率(intrinsic probability)，以 $\mu_{B_i \rightarrow C}(b_i)$ 來表示。

$$\text{本質機率"0"的機率： } \mu_{B_i \rightarrow C}(b_i = 0) = 1 - p_i \quad (3-16)$$

$$\text{本質機率"1"的機率： } \mu_{B_i \rightarrow C}(b_i = 1) = p_i \quad (3-17)$$

而從 check node 傳送到 bit node 的機率資訊稱為外質機率(extrinsic probability)，以 $\mu_{C \rightarrow B_0}$ 來表示。

因為從check node傳送至bit node的機率資訊( $\mu_{C \rightarrow B_0}(b_0)$ )是由 K 個機率資訊( $\mu_{B_i \rightarrow C}(b_i)$ ， $i=1,2,3,\dots,K$ )來決定，所以傳送至bit node的機率資訊 $\mu_{C \rightarrow B_0}(b_0)$ 是"0"或是"1"的機率為這 K 個( $\mu_{B_i \rightarrow C}(b_i)$ ， $i=1,2,3,\dots,K$ )的XOR 組成，若( $\mu_{B_i \rightarrow C}(b_i)$ ， $i=1,2,3,\dots,K$ )全部



XOR 起來是"0"才是傳送到check node的"0"的機率。若 XOR 起來是"1"的情況，則是傳送到check node的"1"的機率，有這下列的關係式。

$$\text{外質機率"0"的機率： } \mu_{C \rightarrow B_0}(b_0 = 0) = P(b_1 \oplus b_2 \oplus b_3 \cdots \oplus b_k = 0) \quad (3-18)$$

$$\text{外質機率"1"的機率： } \mu_{C \rightarrow B_0}(b_0 = 1) = P(b_1 \oplus b_2 \oplus b_3 \cdots \oplus b_k = 1) \quad (3-19)$$

為了要證明上面這兩個式子(3-18)及(3-19)的成立，我們需要下列的假設與推導過程，因為我們推導的式子從bit node傳送到check node的機率資訊有  $K$  個，我們先假設只有2個stage( $B_1$ 和 $B_2$ )時的情況，首先先證明只有2個stage( $B_1$ 和 $B_2$ )時的式子會成立，再由數學歸納法證明有  $K$  個stage時仍然會成立。

若只考慮2個stage( $B_1$ 和 $B_2$ )時，則從check node傳送至bit node的機率資訊( $\mu_{C \rightarrow B_0}(b_0)$ )只是由 $b_1$ 和 $b_2$ 的XOR( $\oplus$ )來決定，若 $b_1 \oplus b_2 = 0$ 則表示是"0"的機率，若 $b_1 \oplus b_2 = 1$ 則表示是"1"的機率，因為要XOR起來是"0"，則 $b_1$ 和 $b_2$ 均要為"0"或均為"1"，若XOR起來是"1"則 $b_1 = 0, b_2 = 1$ 或 $b_1 = 1, b_2 = 0$ ，結果如下列兩個式子所表示：

$$\mu_{C \rightarrow B_0}(b_0 = 0) = P(b_1 \oplus b_2 = 0) = p_1 p_2 + (1 - p_1)(1 - p_2) \quad (3-20)$$

$$\mu_{C \rightarrow B_0}(b_0 = 1) = P(b_1 \oplus b_2 = 1) = p_1(1 - p_2) + p_2(1 - p_1) \quad (3-21)$$

其中  $p_1$  表示第一個stage傳送到check node是"1"機率資訊( $\mu_{B_1 \rightarrow C}(b_1 = 1) = p_1$ )，而  $p_2$  表示第二個stage傳送到check node是"1"機率資訊( $\mu_{B_2 \rightarrow C}(b_2 = 1) = p_2$ )。 $1 - p_1$ 代表第一個stage傳送到check node是"0"機率資訊， $1 - p_2$ 代表第二個stage傳送到check node是"0"機率資訊。

我們針對(3-20)的式子來化簡，首先把(3-20)式子乘以2再減去1，即可化簡得到下列的式子，且假設2個stage( $B_1$ 和 $B_2$ )時的式子已經成立了。

$$2P(b_1 \oplus b_2 = 0) - 1 = (1 - 2p_1)(1 - 2p_2) \quad (3-22)$$

再來我們要把一開始假設只有2個stage( $B_1$ 和 $B_2$ )推廣到有  $K$  個stage( $\mu_{B_i \rightarrow C}(b_i)$ )，

$i=1,2,3,\dots,K$ )的情況，如(3-24)式子所示。首先假設  $K - 1$  個stage成立，如(3-23)所示，再

由數學歸納法可以知道  $K$  個stage ( $\mu_{B_i \rightarrow C}(b_i)$ ,  $i=1,2,3,\dots,K$ )的公式也是成立的。

$$\begin{cases} M_k = P(b_1 \oplus b_2 \oplus b_3 \oplus \dots \oplus b_k = 0) & (3-23) \\ M_{k-1} = P(b_1 \oplus b_2 \oplus b_3 \oplus \dots \oplus b_{k-1} = 0) & (3-24) \\ p_k = P^{int}(b_k = 1) & (3-25) \end{cases}$$

其中式子(3-25)表示由第  $K$  個stage ( $B_K$ )傳送到check node的機率資訊

( $\mu_{B_K \rightarrow C}(b_K) = p_K = P^{int}(b_K)$ )。我們由式子(3-22)可以把他推廣到假設  $K-1$  個stage時會成

立，如下列式子所示：

$$2M_{k-1} - 1 = \prod_{i=1}^{k-1} (1 - 2p_i) \quad (3-26)$$

因為考慮  $K$  個stage時，是由前面總共  $K-1$  個stage和第  $K$  個stage的機率資訊來推導，所以如(3-24)式子所示， $M_k$  是由XOR起來的機率是”0”(  $b_1 \oplus b_2 \oplus b_3 \oplus \dots \oplus b_k = 0$ )來決定，

所以有兩種情況：第一種情形是， $b_1 \oplus b_2 \oplus b_3 \oplus \dots \oplus b_{k-1} = 0$  且  $b_k = 0$ 。第二種情形是

$b_1 \oplus b_2 \oplus b_3 \oplus \dots \oplus b_{k-1} = 1$  且  $b_k = 1$ 。所以把這兩種情況寫成一個式子時，可以得到下列的

機率資訊：

$$\begin{aligned} \Rightarrow M_k &= (1 - p_k)M_{k-1} + p_k(1 - M_{k-1}) \\ &= (1 - 2p_k)M_{k-1} + p_k \\ \Rightarrow 2M_k - 1 &= 2(1 - 2p_k)M_{k-1} + 2p_k - 1 \\ &= (1 - 2p_k)(2M_{k-1} - 1) \\ &= (1 - 2p_k) \prod_{i=1}^{k-1} (1 - 2p_i) \\ &= \prod_{i=1}^k (1 - 2p_i) \end{aligned} \quad (3-27)$$

以上證明由數學歸納法得證，有  $K$  個stage的機率資訊公式仍然適用，所以由式子(3-27)

可以移項得到下式：

$$M_k = \frac{1 + \prod_{i=1}^k (1 - 2p_i)}{2}$$

所以”0”和”1”的機率資訊分別為：

$$\text{”0”的機率： } \mu_{C \rightarrow B_0}(b_0 = 0) = P(b_1 \oplus b_2 \oplus \dots \oplus b_k = 0) = \frac{1 + \prod_{i=1}^k (1 - 2p_i)}{2} \quad (3-28)$$

$$\text{"1"的機率: } \mu_{C \rightarrow B_0}(b_0 = 1) = P(b_1 \oplus b_2 \oplus \dots \oplus b_k = 1) = \frac{1 - \prod_{i=1}^k (1 - 2p_i)}{2} \quad (3-29)$$

以上的公式推導為check node( $C$ )到bit node( $B_0$ )的機率算法，接下來根據(3-28)及(3-29)

式子可以用另外一種方法來求得機率，此方法為Log-Likelihood ratio(LLR)，

$LLR = \log \frac{\text{"1"的機率}}{\text{"0"的機率}}$ ，所以可以寫出下列的式子：

$$\begin{aligned} \Rightarrow LLR_{C \rightarrow B_0}(b_0) &= \log \frac{\mu_{C \rightarrow B_0}(b_0 = 1)}{\mu_{C \rightarrow B_0}(b_0 = 0)} \\ &= \log \frac{1 - \prod_{i=1}^k (1 - 2p_i)}{1 + \prod_{i=1}^k (1 - 2p_i)} \end{aligned} \quad (3-30)$$

再來運用一些代數的特性，可以把式子(3-30)推導下去，直到式子(3-30)和bit node傳送到check node的機率資訊( $\mu_{B_i \rightarrow C}(b_i)$ )有關係。

首先我們由前面的介紹已經知道其中 $p_i$ 表示第 $i$ 個stage傳送到check node是"1"機率資訊( $\mu_{B_i \rightarrow C}(b_i = 1) = p_i$ )，因此第 $i$ 個stage傳送到check node是"0"機率資訊

( $\mu_{B_i \rightarrow C}(b_i = 0) = 1 - p_i$ )，所以Log-Likelihood ratio(LLR)寫成下式：

$$\begin{aligned} \Rightarrow LLR(p_i) &= \log \frac{p_i}{1 - p_i} \\ \Rightarrow \frac{p_i}{1 - p_i} &= e^{LLR(p_i)} \end{aligned} \quad (3-31)$$

$$\Rightarrow 1 - 2p_i = -\tanh\left(\frac{1}{2} LLR(p_i)\right), \quad \because \tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \frac{\frac{1}{2}(e^x - e^{-x})}{\frac{1}{2}(e^x + e^{-x})}$$

$$\therefore y = \tanh\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \quad (3-32)$$

$$\Rightarrow 2 \tanh^{-1}(y) = \log \frac{1+y}{1-y}$$

所以我們可以將式子(3-31)及式子(3-32)代入到式子(3-30)即可以導出下列公式：

$$\begin{aligned}
\Rightarrow LLR_{C \rightarrow B_0}(b_0) &= \log \frac{1 - \prod_{i=1}^K (1 - 2p_i)}{1 + \prod_{i=1}^K (1 - 2p_i)} \\
&= \log \left( \frac{1 - (-1)^K \prod_{i=1}^K \tanh\left(\frac{1}{2} LLR(p_i)\right)}{1 + (-1)^K \prod_{i=1}^K \tanh\left(\frac{1}{2} LLR(p_i)\right)} \right) \\
&= -2 \tanh^{-1} \left( (-1)^K \prod_{i=1}^K \tanh\left(\frac{1}{2} LLR(p_i)\right) \right) \quad (3-33) \\
&= 2(-1)^{K+1} \tanh^{-1} \left( \prod_{i=1}^K \tanh\left(\frac{1}{2} LLR(p_i)\right) \right) \\
&= 2(-1)^{K+1} \tanh^{-1} \left( \prod_{i=1}^K \tanh\left(\frac{1}{2} LLR_{B_i \rightarrow C}(b_i)\right) \right)
\end{aligned}$$

所以我們由式子(3-28)及式子(3-29)可以知道由check node傳送到bit node的機率資訊為：

$$\text{"0"的機率：} \mu_{C \rightarrow B_0}(b_0 = 0) = P(b_1 \oplus b_2 \oplus \dots \oplus b_k = 0) = \frac{1 + \prod_{i=1}^k (1 - 2p_i)}{2} \quad (3-34)$$

$$\text{"1"的機率：} \mu_{C \rightarrow B_0}(b_0 = 1) = P(b_1 \oplus b_2 \oplus \dots \oplus b_k = 1) = \frac{1 - \prod_{i=1}^k (1 - 2p_i)}{2} \quad (3-35)$$

於是我們把這兩個分別表示傳送“0”或“1”的公式套用到LDPC decoder中，則check node傳送到bit node的機率資訊為：

$$\mu_{C_j \rightarrow B_i}(b_o = 0) = \frac{1}{2} \left( 1 + \prod_{i \in L(j) \setminus \{i\}} (1 - 2\mu_{B_i \rightarrow C_j}(x_i = 1)) \right) \quad (3-36)$$

$$\mu_{C_j \rightarrow B_i}(b_o = 1) = \frac{1}{2} \left( 1 - \prod_{i \in L(j) \setminus \{i\}} (1 - 2\mu_{B_i \rightarrow C_j}(x_i = 1)) \right) \quad (3-37)$$

其中在式子(3-36)和(3-37)中L(j)表示在H(同位檢查矩陣)第j列(row)裡面那些是“1”的行(column)的位置的集合，而L(j)\{i}表示在L(j)的集合裡把第i個元素扣除。

### 3.3.2.5 LDPC 解碼時的 Update Equation

以上幾節介紹了LDPC解碼過程中機率訊息的傳遞，接下來的部份要推導LDPC解碼時的流程步驟，首先我們可以把圖3.12的方塊圖拆解成兩個部份，分別算出check node傳送到bit node的機率資訊，及bit node傳送到check node的機率資訊。首先定義本質機率 (intrinsic probability)  $\mu_{N_i \rightarrow B_i}$  為another decoder的node傳送到bit node的機率資訊。 $\mu_{B_i \rightarrow C_j}$  為bit node傳送到check node的機率資訊。而  $\mu_{C_j \rightarrow B_i}$  為check node傳送到bit node的機率資訊。

$$p_i^b = \mu_{N_i \rightarrow B_i}(v_i = b) \quad (3-38)$$

$$q_{ji}^b = \mu_{B_i \rightarrow C_j}(e_{ji} = b) \quad (3-39)$$

$$r_{ji}^b = \mu_{C_j \rightarrow B_i}(e_{ji} = b) \quad (3-40)$$

其中b表示為”0”或者為”1”

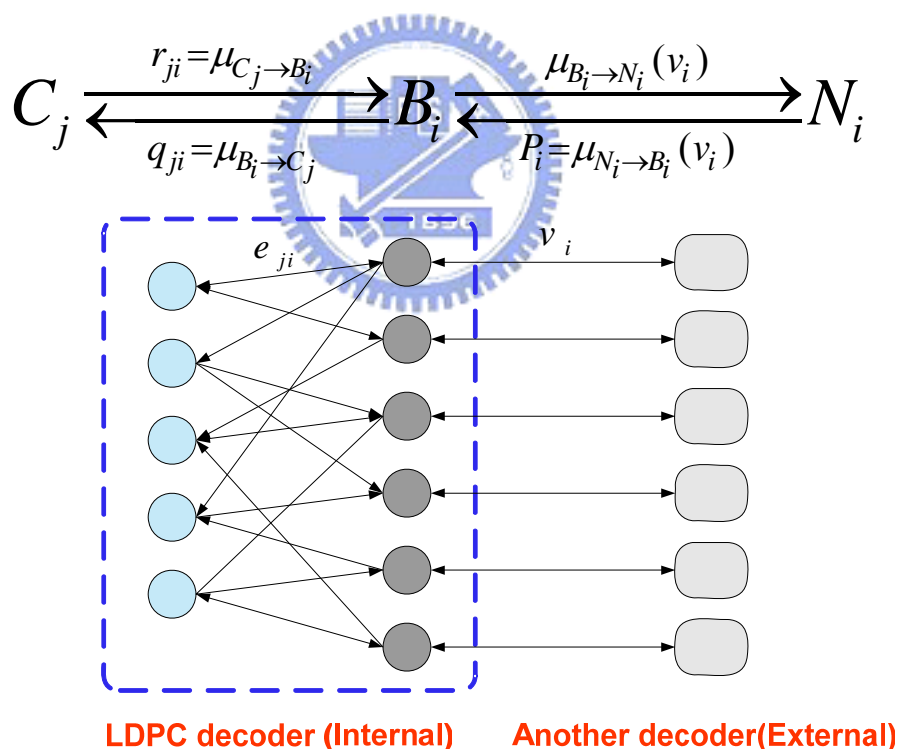


圖 3.12 LDPC decoder

由圖3.12的方塊圖所分解成的兩個部份，分別以圖3.13及圖3.14來表示，其中圖3.13代表由bit node傳送到check node的機率資訊，而圖3.14代表由check node傳送到bit node的機率資訊。

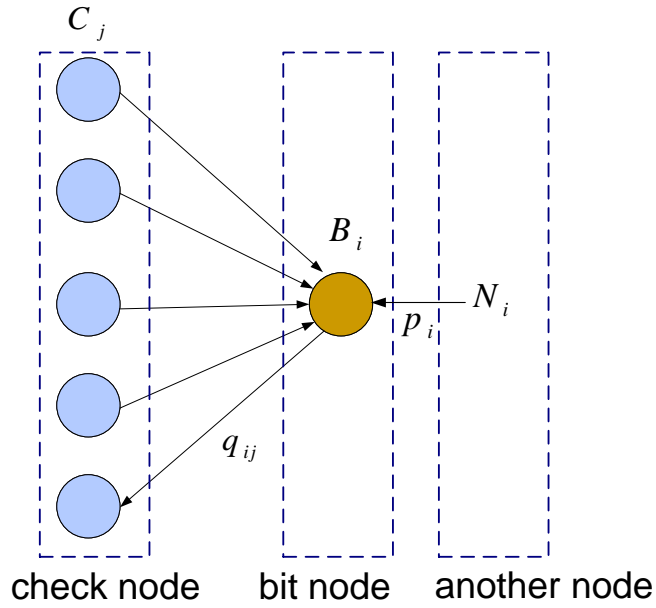


圖 3.13 bit node 傳送到 check node 的機率資訊

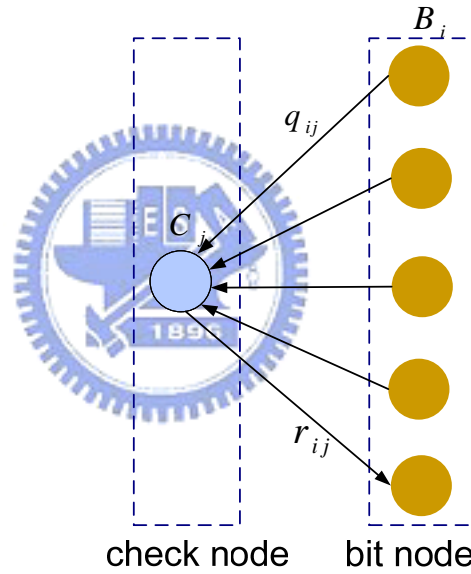


圖 3.14 check node 傳送到 bit node 的機率資訊

我們把式子(3-38)、(3-39)、(3-40)的代數變換代入3.3.2.3節中所導出的式子(3-14)和(3-15)，即可得到bit node傳送到check node的機率資訊，如下列兩個式子所表示：

$$\begin{aligned}
 \text{"0"的機率：} \mu_{B_i \rightarrow C_j}(e_{ji} = 0) &= m_{ji} \mu_{N_i \rightarrow B_i}(v_i = 0) \prod_{j' \in M(i) \setminus \{j\}} \mu_{C_{j'} \rightarrow B_i}(e_{j'i} = 0) \\
 \Rightarrow q_{ji}^0 &= m_{ji} p_i^0 \prod_{j' \in M(i) \setminus \{j\}} r_{j'i}^0 \tag{3-41}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{"1"的機率：} \mu_{B_i \rightarrow C_j}(e_{ji} = 1) &= m_{ji} \mu_{N_i \rightarrow B_i}(v_i = 1) \prod_{j' \in M(i) \setminus \{j\}} \mu_{C_{j'} \rightarrow B_i}(e_{j'i} = 1) \\
 \Rightarrow q_{ji}^1 &= m_{ji} p_i^1 \prod_{j' \in M(i) \setminus \{j\}} r_{j'i}^1 \tag{3-42}
 \end{aligned}$$

接下來如同上面的步驟，我們把式子(3.32)、(3.33)、(3.34)的代數變換代入3.3.2.4節中所導出的式子(3-28)和(3-29)，即可得到check node傳送到bit node的機率資訊，如下列兩個式子所表示：

$$\begin{aligned} \text{"0"的機率：} \mu_{C_j \rightarrow B_i}(b_i = 0) &= \frac{1}{2} \left( 1 + \prod_{i' \in L(j) \setminus \{i\}} (1 - 2\mu_{B_{i'} \rightarrow C_j}(x_{i'} = 1)) \right) \\ &\Rightarrow r_{ji}^0 = \frac{1}{2} \left( 1 + \prod_{i' \in L(j) \setminus \{i\}} \delta_{q_{ji'}} \right) \end{aligned} \quad (3-43)$$

$$\begin{aligned} \text{"1"的機率：} \mu_{C_j \rightarrow B_i}(b_i = 1) &= \frac{1}{2} \left( 1 - \prod_{i' \in L(j) \setminus \{i\}} (1 - 2\mu_{B_{i'} \rightarrow C_j}(x_{i'} = 1)) \right) \\ &\Rightarrow r_{ji}^1 = \frac{1}{2} \left( 1 - \prod_{i' \in L(j) \setminus \{i\}} \delta_{q_{ji'}} \right) \end{aligned} \quad (3-44)$$

上列兩式中的 $\delta_{q_{ji}}$ 表示為 $q_{ji}$ 為"0"的機率減去 $q_{ji}$ 為"1"的機率， $\delta_{q_{ji}} = q_{ji}^0 - q_{ji}^1 = 1 - 2q_{ji}^1$

$$\because q_{ji}^0 + q_{ji}^1 = 1$$

有了bit node傳送到check node的機率資訊及check node傳送到bit node的機率資訊後，且這兩個機率資訊有著互相相連接的關係(互為另外一個的變數)，所以我們可以藉由這兩個資訊一直更新彼此的機率，如式子(3-45)和(3-46)，用來增加解碼的可靠度，這也是LDPC decoder 的解碼過程，稍後我們會詳細介紹。

$$\begin{cases} q_{ji}^0 = m_{ji} p_i^0 \prod_{j' \in M(i) \setminus \{j\}} r_{ji'}^0 \\ q_{ji}^1 = m_{ji} p_i^1 \prod_{j' \in M(i) \setminus \{j\}} r_{ji'}^1 \end{cases} \quad (3-45)$$

$$\begin{cases} r_{ji}^0 = \frac{1}{2} \left( 1 + \prod_{i' \in L(j) \setminus \{i\}} \delta_{q_{ji'}} \right) \\ r_{ji}^1 = \frac{1}{2} \left( 1 - \prod_{i' \in L(j) \setminus \{i\}} \delta_{q_{ji'}} \right) \end{cases} \quad (3-46)$$

以上所介紹的均是機率(probability)的算法，接下來要推導Log-Likelihood ratio(LLR)的方法。

在3.3.2.3節及3.3.2.4節中，我們有分別導出bit node傳送到check node的機率資訊如下

列式子所示：

$$\begin{aligned} \mu_{B_i \rightarrow C_j}(e_{ji} = b) &= m_{ji} \mu_{N_i \rightarrow B_i}(v_i = b) \prod_{j' \in M(i) \setminus \{j\}} \mu_{C_j \rightarrow B_i}(e_{j'i} = b) \\ \Rightarrow q_{ji}^b &= m_{ji} p_i^b \prod_{j' \in M(i) \setminus \{j\}} r_{j'i}^b \end{aligned} \quad (3-47)$$

所以此時的bit node傳送到check node的機率資訊表示成Log-Likelihood ratio(LLR)為

$$\begin{aligned} LLR(q_{ji}) &= \log \frac{\text{"1"的機率}}{\text{"0"的機率}} \\ LLR(q_{ji}) &= \sum_{j' \in M(i) \setminus \{j\}} LLR(r_{j'i}) + LLR(p_i) \end{aligned} \quad (3-48)$$

而check node傳送到bit node的機率資訊由式子(3-33)所導出來

$$LLR_{C \rightarrow B_0}(b_0) = 2(-1)^{K+1} \tanh^{-1} \left( \prod_{i=1}^K \tanh \left( \frac{1}{2} LLR_{B_i \rightarrow C}(b_i) \right) \right)$$

所以此時的check node 傳送到 bit node 的機率資訊表示成Log-Likelihood ratio(LLR)為

$$\begin{aligned} LLR(r_{ji}) &= \log \frac{\text{"1"的機率}}{\text{"0"的機率}} \\ LLR(r_{ji}) &= (-1)^{|L(j)|} \times 2 \tanh^{-1} \left( \prod_{i' \in L(j) \setminus \{i\}} \tanh \left( \frac{1}{2} LLR(q_{j'i'}) \right) \right) \end{aligned} \quad (3-49)$$

因為式子(3-49)含有  $\tanh$  及  $\tanh^{-1}$  的函數，所以在硬體電路的實作方面，要實現這兩個函數的硬體比較複雜，而且  $\tanh$  的函數在式子(3.43)中還是連乘的形式，更增加硬體的實現的困難度，於是我們接下來用一個方法來逼近式子(3-49)，把連乘的運算符號簡化成連加的運算式子，以降低硬體的複雜度，方便電路實現。

首先我們引進兩個式子，假設  $a_i$  是一個實數時，則總共有  $i$  個實數相乘可以寫成如下式(3-50)的表示方法。另外我們定義一個  $\Psi(x)$  函數，其方程式如(3-51)所表示。

$$\prod_i a_i = \left( \prod_i \text{sgn}(a_i) \right) \exp \left( \sum_i \log(|a_i|) \right) \quad (3-50)$$

$$\Psi(x) = -\log \left( \tanh \left( \frac{x}{2} \right) \right) = \log \frac{1 + \exp(-x)}{1 - \exp(-x)} \quad (3-51)$$

把式子(3-50)、(3-51)代入到式子(3-49)裡面，則可以化簡為如下式所表示：



$$\begin{aligned}
LLR(r_{ji}) &= 2(-1)^{|L(j)|} \tanh^{-1} \left( \prod_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \tanh\left(\frac{1}{2} LLR(q_{ji'})\right) \right) \\
\Rightarrow LLR(r_{ji}) &= 2(-1)^{|L(j)|} \tanh^{-1} \left( \left( \prod_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \operatorname{sgn}\left(\tanh\left(\frac{1}{2} LLR(q_{ji'})\right)\right) \right) \exp \left( \sum_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \log\left(\left|\tanh\left(\frac{1}{2} LLR(q_{ji'})\right)\right|\right) \right) \right) \\
\Rightarrow LLR(r_{ji}) &= (-1)^{|L(j)|} \cdot \prod_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \operatorname{sgn}(LLR(q_{ji'})) \cdot \Psi \left( \sum_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \Psi(|LLR(q_{ji'})|) \right) \\
\Rightarrow LLR(r_{ji}) &= (-1)^{|L(j)|} \cdot s_{ji} \cdot \Psi \left( \sum_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \Psi(|LLR(q_{ji'})|) \right) \tag{3-52}
\end{aligned}$$

其中  $s_{ji}$  表示成  $s_{ji} = \prod_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \operatorname{sgn}(LLR(q_{ji'}))$

因為函數  $\Psi(x) = -\log\left(\tanh\left(\frac{x}{2}\right)\right) = \log\frac{1+\exp(-x)}{1-\exp(-x)}$  有一個特性，那就是  $x$  的值越小

時，則所對應的  $\Psi(x)$  值會很大，如圖3.15所呈現的曲線圖，而且  $\Psi(x)$  的反函數是他自己本身， $\Psi(\Psi(x)) = x$ ，所以藉由  $\Psi(x)$  的這些特性，我們可以知道在式子(3-52)中的

$\Psi \left( \sum_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \Psi(|LLR(q_{ji'})|) \right)$  中，因為在  $x$  的值越小時則  $\Psi(x)$  值會很大，所以整個  $\Sigma$  起來

時，只看最小的  $|LLR(q_{ji'})|$  即可，因為最小的  $|LLR(q_{ji'})|$  會決定出最大的  $\Psi(|LLR(q_{ji'})|)$ ，

用來近似  $\sum_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \Psi(|LLR(q_{ji'})|)$ ，因此  $\sum_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \Psi(|LLR(q_{ji'})|) \approx \max_{i \in L(j) \setminus \{i\}} (|LLR(q_{ji'})|)$ ，所以公

式變成由最小的  $|LLR(q_{ji'})|$  來決定一切。

$$\Psi \left( \sum_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \Psi(|LLR(q_{ji'})|) \right) \approx \Psi \left( \max_{i \in L(j) \setminus \{i\}} (|LLR(q_{ji'})|) \right) \approx \min_{i \in L(j) \setminus \{i\}} (|LLR(q_{ji'})|)$$

因此公式(3-52)可以近似成下式，把原本的複雜的連乘  $\tanh$  函數簡化掉了，這樣可以以利電路硬體的實現，降低複雜度。

$$\begin{aligned}
LLR(r_{ji}) &= (-1)^{|L(j)|} \cdot s_{ji} \cdot \Psi \left( \sum_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \Psi(|LLR(q_{ji'})|) \right) \tag{3-53} \\
\Rightarrow LLR(r_{ji}) &\approx (-1)^{|L(j)|} \cdot s_{ji} \cdot \min_{i \in L(j) \setminus \{i\}} (|LLR(q_{ji'})|)
\end{aligned}$$

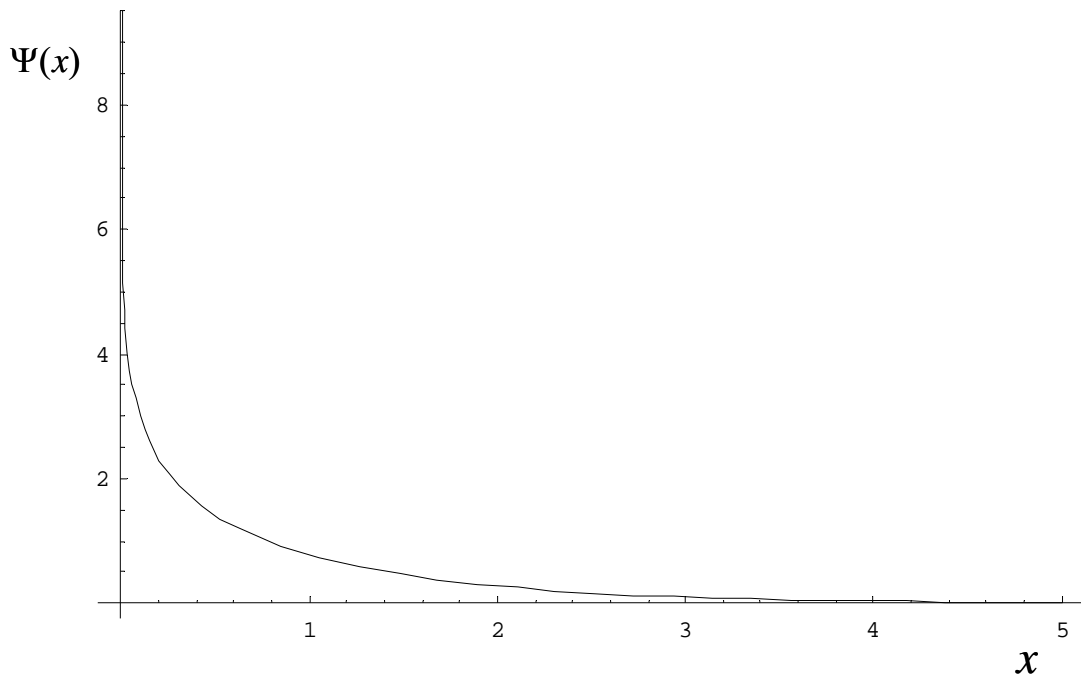


圖 3.15  $\Psi(x)$  的函數圖

經過以上的推導出bit node傳送到check node的機率資訊表示成Log-Likelihood

ratio(LLR)為  $LLR(q_{ji}) = \sum_{j' \in M(i) \setminus \{j\}} LLR(r_{ji'}) + LLR(p_i)$ 。而check node傳送到bit node的機率資

訊表示成Log-Likelihood ratio(LLR)為

$$LLR(r_{ji}) = 2(-1)^{|L(j)|} \tanh^{-1} \left( \prod_{i' \in L(j) \setminus \{i\}} \tanh \left( \frac{1}{2} LLR(q_{ji'}) \right) \right)$$

化，則整個LDPC decoder 過程變的比較簡單而且容易實現了，下面列出五個LDPC 解碼的解碼過程。

第一步：初始化(Initialize)

首先令一開始的check node傳送到bit node的”0”或”1”機率資訊  $LLR(r_{ji})$  是相等的，

$(r_{ji}^0, r_{ji}^1) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ， $LLR^{(0)}(r_{ji}) = \log \frac{r_{ji}^1}{r_{ji}^0} = 0$ 。再來接著計算another node傳送到bit node的本質

機率(intrinsic probability)  $LLR(p_i)$

$$LLR(p_i) = LLR_{LDPC}^{int}(v_i) = \log \frac{R_{LDPC}^{int}(v_i = 1)}{R_{LDPC}^{int}(v_i = 0)} = \log \frac{\mu_{N_i \rightarrow B_i}(v_i = 1)}{\mu_{N_i \rightarrow B_i}(v_i = 0)}$$

第二步：計算bit node 傳送到 check node 的機率資訊(Bit-to-check messages)

bit node傳送到check node的機率資訊表示成Log-Likelihood ratio(LLR)為  $LLR(q_{ji})$ ，

如同公式(3-48)所推導出的一樣，只是這邊加上一個iteration的次數而已。

$$LLR^{(k)}(q_{ji}) = \sum_{j \in M(i) \setminus \{j\}} LLR^{(k-1)}(r_{ji}) + LLR(p_i) \quad (3-54)$$

此處的  $K$  表示LDPC 解碼的時候最大iteration 的次數， $K$  從1 開始增加。

第三步：計算check node 傳送到 bit node 的機率資訊(Check -to-bit messages)

在公式(3-52)中，我們推導出check node 傳送到bit node 的機率資訊為

$$LLR(r_{ji}) = (-1)^{|L(j)|} \cdot \prod_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \text{sgn}(LLR(q_{ji})) \cdot \Psi \left( \sum_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \Psi(|LLR(q_{ji})|) \right), \text{經過利用}$$

$\Psi(x) = -\log \left( \tanh\left(\frac{x}{2}\right) \right) = \log \frac{1 + \exp(-x)}{1 - \exp(-x)}$  函數的特性，可以把  $LLR(r_{ji})$  簡化成用  $|LLR(q_{ji})|$

的最小值來近似，如下列式子，此處  $K$  和第二步裡的  $K$  一樣表示LDPC解碼的iteration 次數， $K$  從1開始增加。

$$LLR^{(k)}(r_{ji}) = (-1)^{|L(j)|} \times \left( \prod_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \text{sgn}(LLR^{(k)}(q_{ji})) \right) \times \min_{i \in L(j) \setminus \{i\}} (|LLR^{(k)}(q_{ji})|) \quad (3-55)$$

第四步：經過多次iteration後計算後置機率資訊(Compute output)

一開始我們由第一步的初始化，利用本質機率(intrinsic probability)  $LLR(p_i)$  及

$$LLR^{(0)}(r_{ji}) = \log \frac{r_{ji}^1}{r_{ji}^0} = \log \frac{0.5}{0.5} = 0, \text{把這兩個LLR值代入第二步和第三步計算，最後我們可}$$

以得到後置機率(posterior probability)  $LLR^{(k)}(q_i)$ ，

$$LLR^{(k)}(q_i) = \sum_{j \in M(i)} LLR^{(k)}(r_{ji}) + LLR(p_i), \text{得到後置機率後我們利用硬性判斷(hard decision)}$$

來決定解出來的bit是”1”還是”0”，若  $LLR^{(k)}(q_i) > 0$ ，則表示經過解碼後認為傳送端是傳

送”1”，反之若  $LLR^{(k)}(q_i) < 0$ ，則表示經過解碼後認為傳送端是傳送”0”， $\hat{v}_i^{(k)}$  代表解碼後的碼字(code word)。

$$\hat{v}_i^{(k)} = \begin{cases} 1 & \text{if } LLR^{(k)}(q_i) > 0 \\ 0 & \text{if } LLR^{(k)}(q_i) < 0 \end{cases} \quad (3-56)$$

第五步：解碼過程一直iteration，直到解出正確的碼字(Repeat until done)

由第四步驟我們經過解碼後得到的碼字，我們要看他有沒有符合  $H\hat{V}^T = 0$  的關係式，若沒有符合時則代表我們解碼出來的碼字還不是正確的，因此要繼續進行下一個iteration，也就是把第三步驟中check node傳送到bit node的機率資訊

$$LLR(r_{ji}) = (-1)^{|L(j)|} \cdot \prod_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \text{sgn}(LLR(q_{ji})) \cdot \Psi \left( \sum_{i \in L(j) \setminus \{i\}} \Psi(|LLR(q_{ji})|) \right)$$

計算出  $LLR^{(k)}(q_{ji})$ ，然後再把  $LLR^{(k)}(q_{ji})$  代入到第三步驟中，因此我們得到更新過後的check node傳送到bit node的機率資訊  $LLR^{(k)}(r_{ji})$ ，然後經過第四步驟的硬性判斷(hard decision)決定出解碼過後的碼字  $\hat{v}_i^{(k)}$ ，若條件  $H\hat{V}^T = 0$  不成立的話，則一直重複步驟二、三、四。但是若一直沒有解碼出正確的碼字時，則也不可能無限制次數的一直iteration下去，所以這邊定義一個  $K_{\max}$ ，若解碼的次數  $K$  每經過一次iteration則加1，變成  $K+1$ ，直到達到  $K_{\max}$  時，還沒有解出正確的碼字，則整個整個LDPC decoder 過程要停止，而輸出的資訊以最後一次  $K_{\max}$  的iteration為準。

從上面的解碼過程，我們可以得到每次iteration的運算量如下表4.1所示：

若  $H$  是一個每行有  $t_c$  個1且每列有  $t_r$  個1的矩陣，則每次iteration每一個bit

	Additions	Look-ups	Compares
LDPC decoding	$4t_c-1$	$4t_c$	0
LDPC min approx	$2t_c-2$	0	$t_c$

表 3.1 complexity of LDPC codes(number of operations per bit per iteration)

# 第四章

## 電腦模擬結果及分析

### 4.1 MC-MC with MPIC 系統模擬結果

在 DVB-T 系統上，本論文提出使用 MC-MC MPIC 系統接收器架構來取代傳統的 OFDM 架構，並將在本節分析其模擬結果。

#### 4.1.1 模擬環境及系統參數

表 4.1 MC-MC with MPIC 系統模擬環境設定

調變(modulation)	QPSK
載波頻率(carrier frequency)	600MHz
頻寬(total bandwidth)	7.61 MHz
次載波個數(number of subcarriers)	2048
有效符元時間(useful symbol time)	224 $\mu$ s
護衛間隔(guard interval)	56 $\mu$ s
整個符元時間(overall symbol time)	280 $\mu$ s
車速(vehicle speed)	30 km/hr, 120 km/hr
都普勒頻率(Doppler frequency)	16.66Hz, 66.66Hz
路徑個數(path number)	2
最大延遲擴散(max delay spread)	13.89 $\mu$ s (127 samples)
部分等化通道匹配(Partial Equalizer)	Fix Channel: $\beta=0.7$ Fading Channel: $\beta=0.5$

MC-MC MPIC 系統電腦模擬的通道模型及假設條件為：

1. 能量 1:1 的雙路徑固定通道。
  2. 能量 1:1 的雙路徑衰減通道，由傑克衰減模型產生。
  3. 能量 4:1 的雙路徑固定通道。
  4. 能量 4:1 的雙路徑衰減通道，由傑克衰減模型產生。
- 假設接收端已達到完美通道估計
  - 假設接收端已知傳送端所使用的華氏碼
  - 假設傳送端與接收端已達到載波同步與符元同步

#### 4.1.2 模擬結果及討論

由各張模擬結果可以看出，在 stage 0 也就是使用展頻和 soft PEQ 技術後，系統效能就比原先的 OFDM 架構有所提高，再之後利用 soft MPIC 技術，系統效能就能得到更好的效益，例如在有衰減通道下：以錯誤率  $10^{-2}$  為基點來看，就提高了有 3dB 左右的效能，以錯誤率  $10^{-3}$  為基點來看，就提高了有 6dB 左右的效能。雖然 MPIC 技術可以一直反覆進行，但是其結果並不是能無限加強，而是有一個收斂值，這可以從模擬圖看出，而從模擬圖看出只要大約運行 3 次 MPIC 後，其效果就會收斂。

### 2-Path Fix Channel (power 1:1)

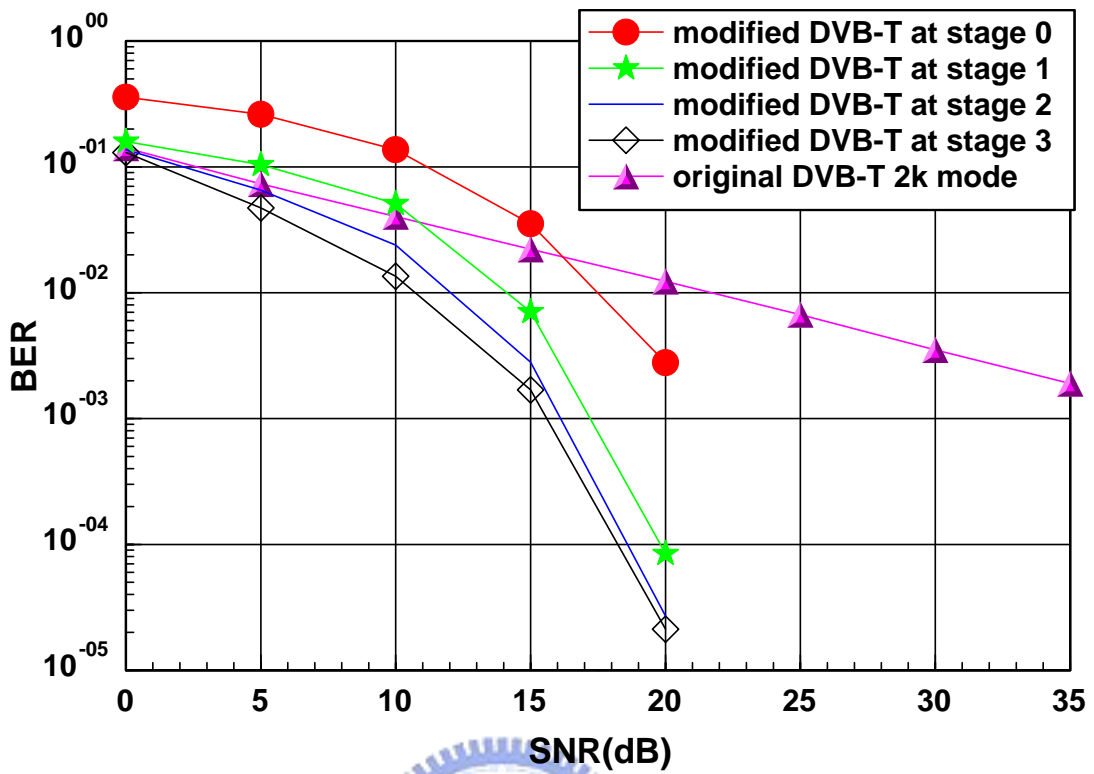


圖 4.1 在能量 1:1 的雙路徑固定通道模擬結果

### 2-Path Fading Channel (power 1:1 V=30km/hr)

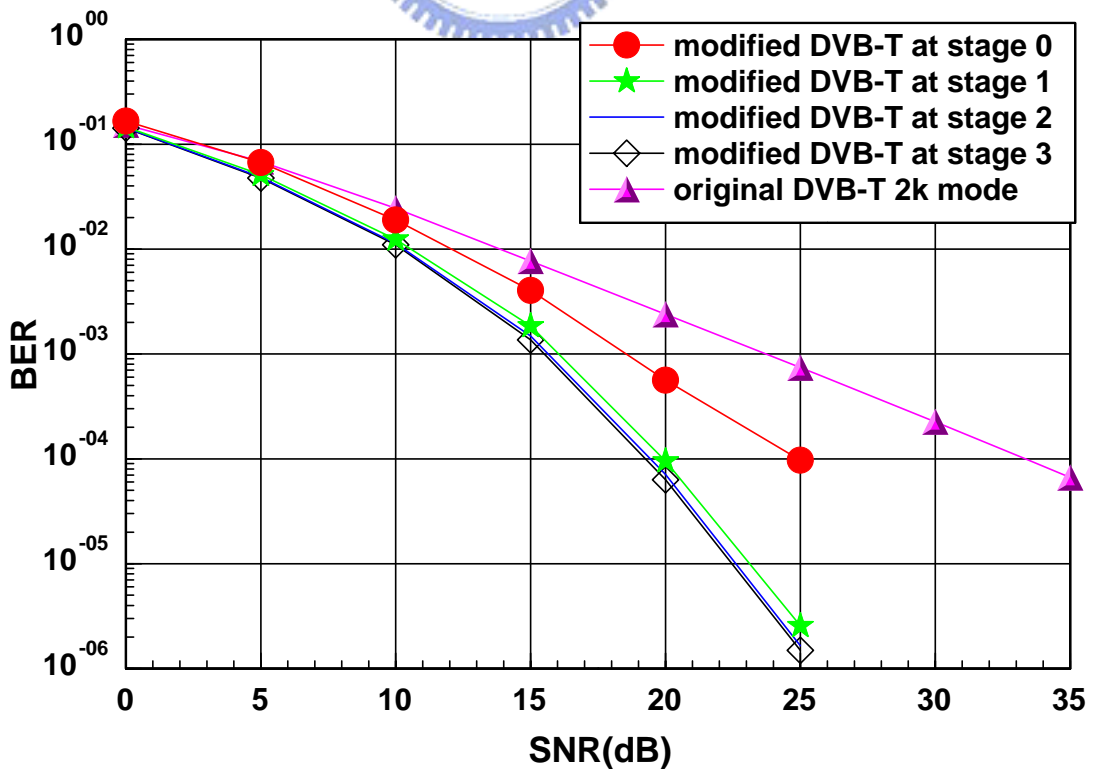


圖 4.2 在能量 1:1 的雙路徑衰減通道境下車速 30km/hr 模擬結果

2-Path Fading Channel (power 1:1 V=120km/hr)

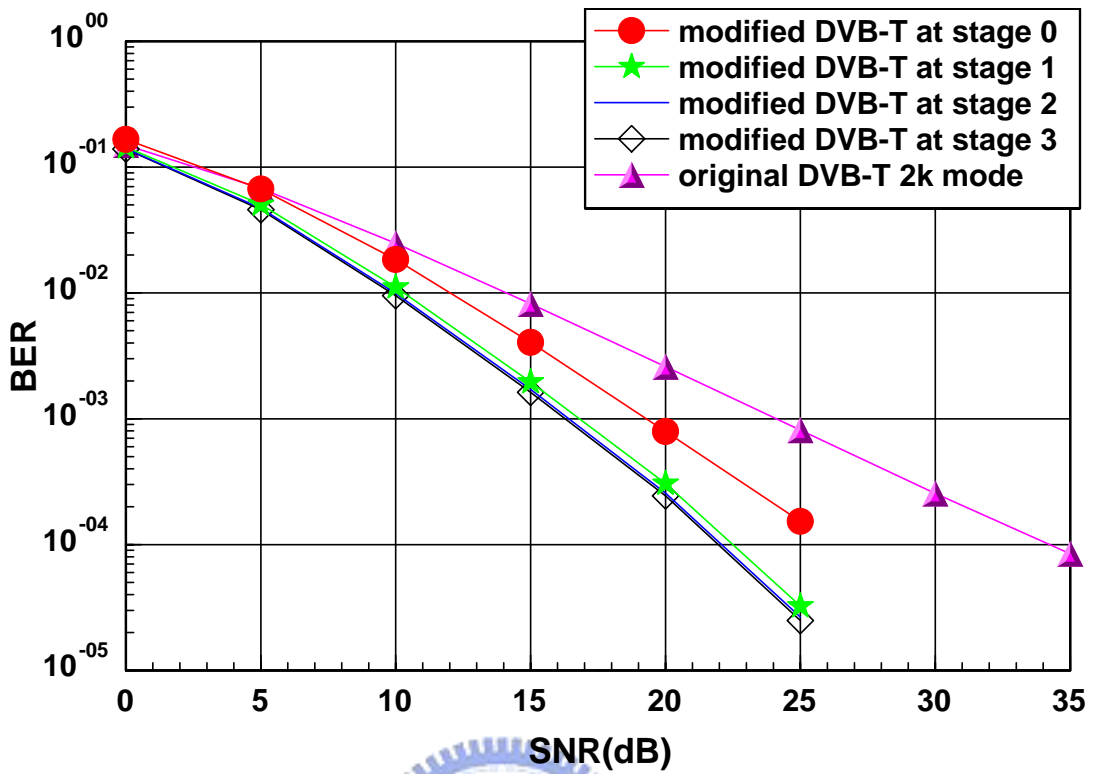


圖 4.3 在能量 1:1 的雙路徑衰減通道境下車速 120km/hr 模擬結果

2-Path Fix Channel (power 4:1)

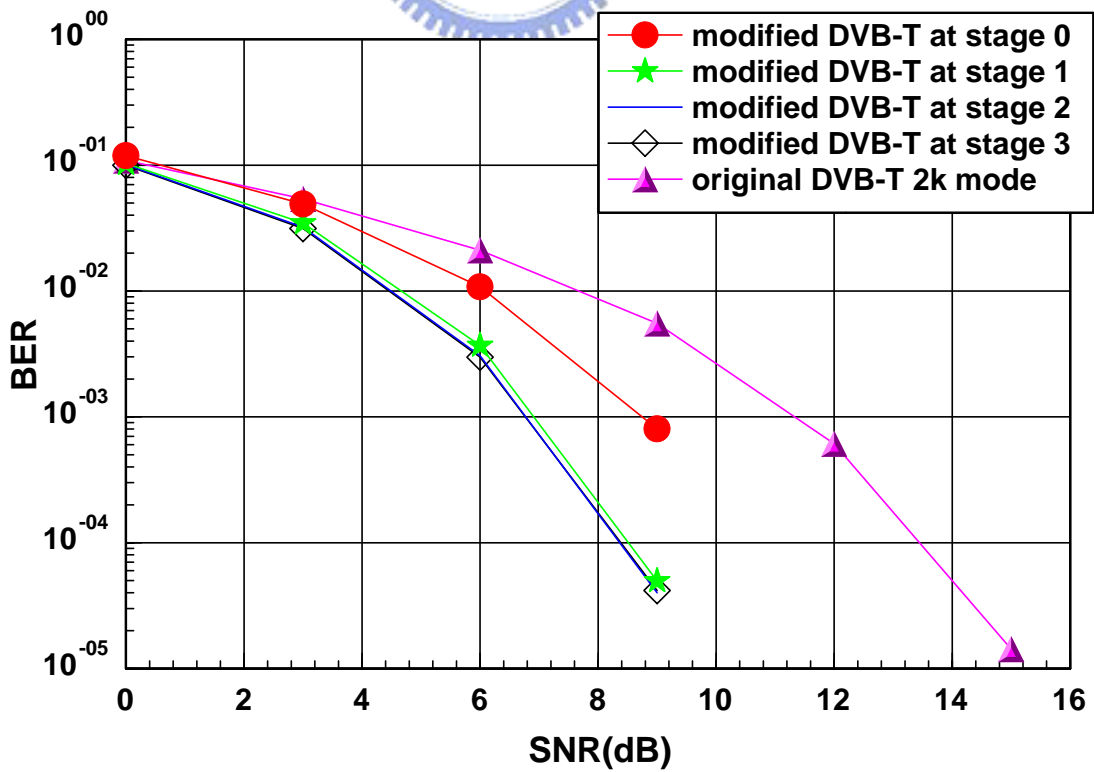


圖 4.4 在能量 4:1 的雙路徑固定通道模擬結果



2-Path Fading Channel (power 4:1 V=30km/hr)

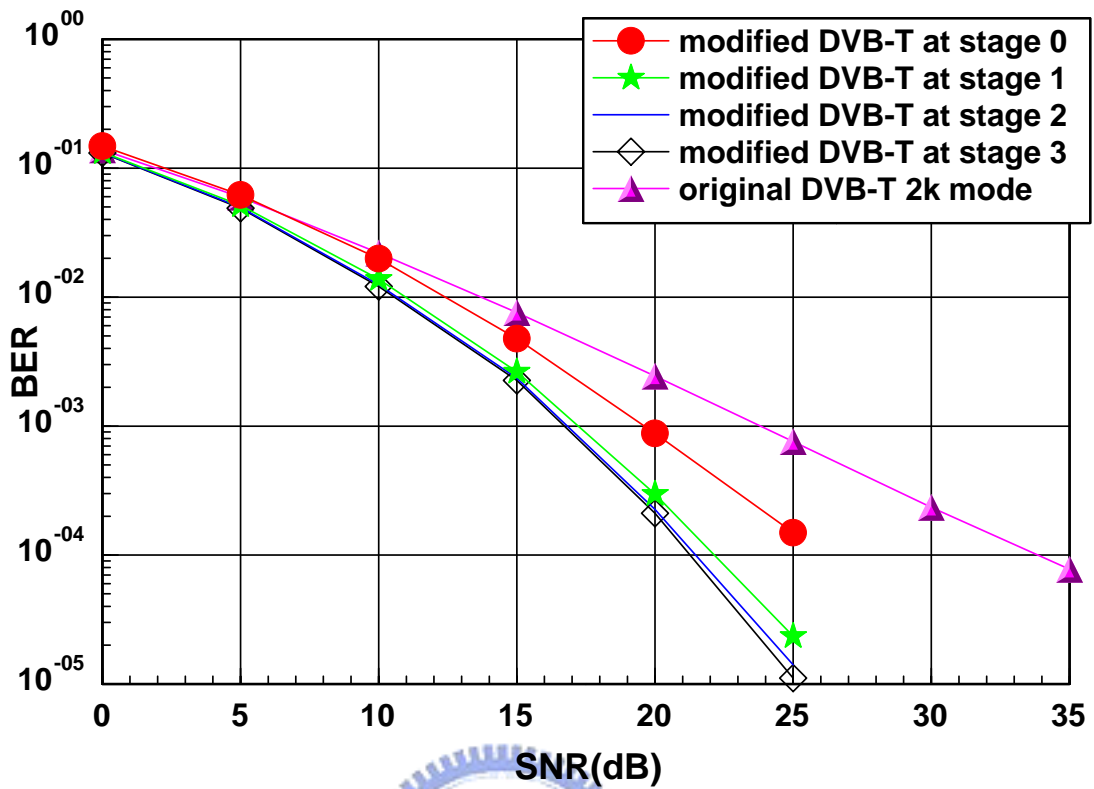


圖 4.5 在能量 4:1 的雙路徑衰減通道境下車速 30km/hr 模擬結果

2-Path Fading Channel (power 4:1 V=120km/hr)

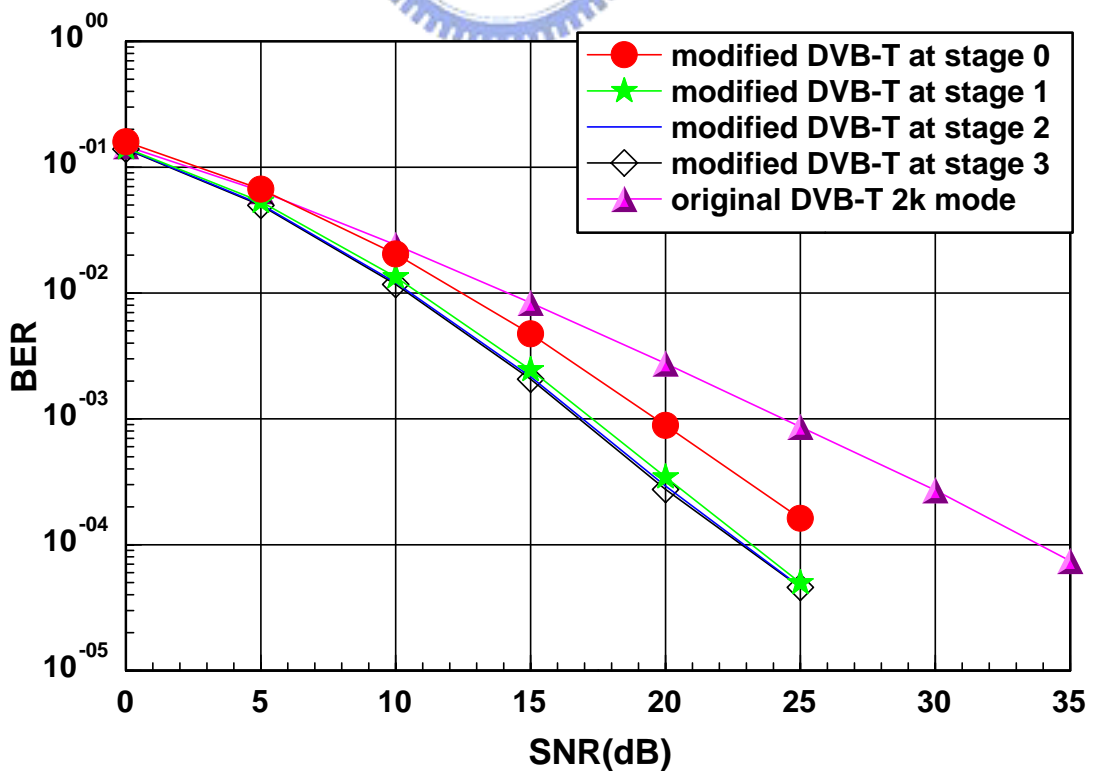


圖 4.6 在能量 4:1 的雙路徑衰減通道境下車速 120km/hr 模擬結果

## 4.2 MC-MC with LDPC code and Turbo equalization 系統模擬結果

本論文提出使用於 Coded MC-MC with MPIC 系統接收端之渦輪等化技術。前級等化器使用軟性資料重建多路徑干擾，並且以遞迴的方式在軟性等化器及軟性解碼器之間傳遞軟性資訊，本節將分析其模擬結果。

### 4.2.1 模擬環境及系統參數

表 4.2 Coded MC-MC with Turbo equalization 系統模擬環境設定

調變(modulation)	QPSK
載波頻率(carrier frequency)	600MHz
頻寬(total bandwidth)	7.61 MHz
次載波個數(number of subcarriers)	2048
有效符元時間(useful symbol time)	224 $\mu$ s
護衛間隔(guard interval)	56 $\mu$ s
整個符元時間(overall symbol time)	280 $\mu$ s
車速(vehicle speed)	30 km/hr, 120 km/hr
都普勒頻率(Doppler frequency)	16.66Hz, 66.66Hz
路徑個數(path number)	2
最大延遲擴散(max delay spread)	13.89 $\mu$ s (127 samples)
部分等化通道匹配(Partial Equalizer)	Fading Channel: $\beta=0.5$

表 4.3 Coded MC-MC with Turbo equalization 系統 LDPC code 及 DVB-T 編碼設定

LDPC code	
碼率(code rate)	1/2
碼長(code length)	3024
Convolution code	
碼率(code rate)	1/2
強制長度(Constraint length)	7
產生器多項式(Generator polynomial)	{171,133} <sub>oct</sub>
RS code	RS(204,188 t=8)

表 4.4 Coded MC-MC with Turbo equalization 系統其他參數設定

符元交錯器(symbol interleaver)	(68, 5)S-random interleaver
位元交錯器(bit interleaver)	(3024, 36)S-random interleaver

MC-MC with LDPC code and Turbo equalization 系統電腦模擬的通道模型及假設條件為：

1. 能量 1:1 的雙路徑固定通道。
  2. 能量 1:1 的雙路徑衰減通道，由傑克衰減模型產生。
- 假設接收端已達到完美通道估計
  - 假設接收端已知傳送端所使用的華氏碼
  - 假設傳送端與接收端已達到載波同步與符元同步

#### 4.2.2 模擬結果及討論

因為是使用 LDPC code 編碼，所以其解碼方式是會 iteration 數次後才會停止。因此，我們在接收端的運行方式其每一級(stage)是做完一次 MPIC 後傳遞其軟性資訊給 LDPC 解碼器，而 LDPC 解碼器只運行 1 次 iteration 後就將軟性資訊傳遞給 MPIC 去重建資料以進行下一次同樣重複的動作，而在最後一次時，將 MPIC 所分析的軟性資訊送給 LDPC 解碼器時，LDPC 解碼器就不是只 iteration 一次而是做到一個設定值，例如我們這次的模擬是最後一次其 iteration 次數是 40 次。而從模擬結果，我們可以看出論文提出的系統架構相較於現行的 DVB-T 系統有一定的效能提高。



2-Path Fading Channel (power 1:1 V=30km/hr)

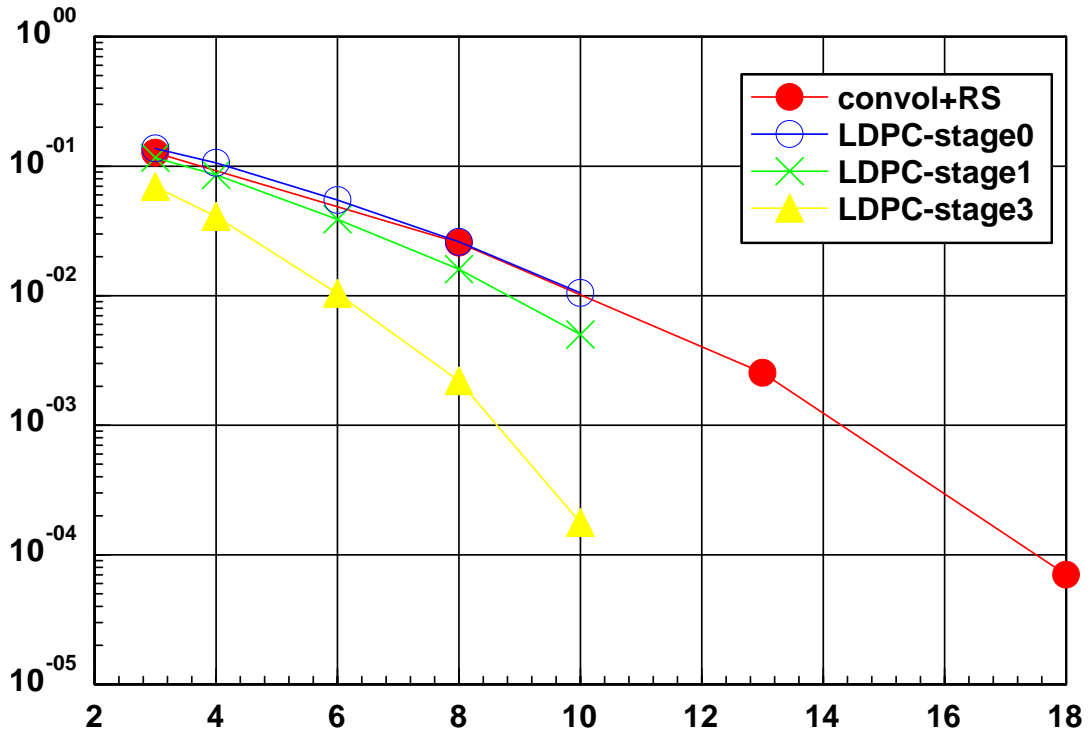


圖 4.7 在能量 1:1 的雙路徑衰減通道境下車速 30km/hr 模擬結果

2-Path Fading Channel (power 1:1 V=120km/hr)

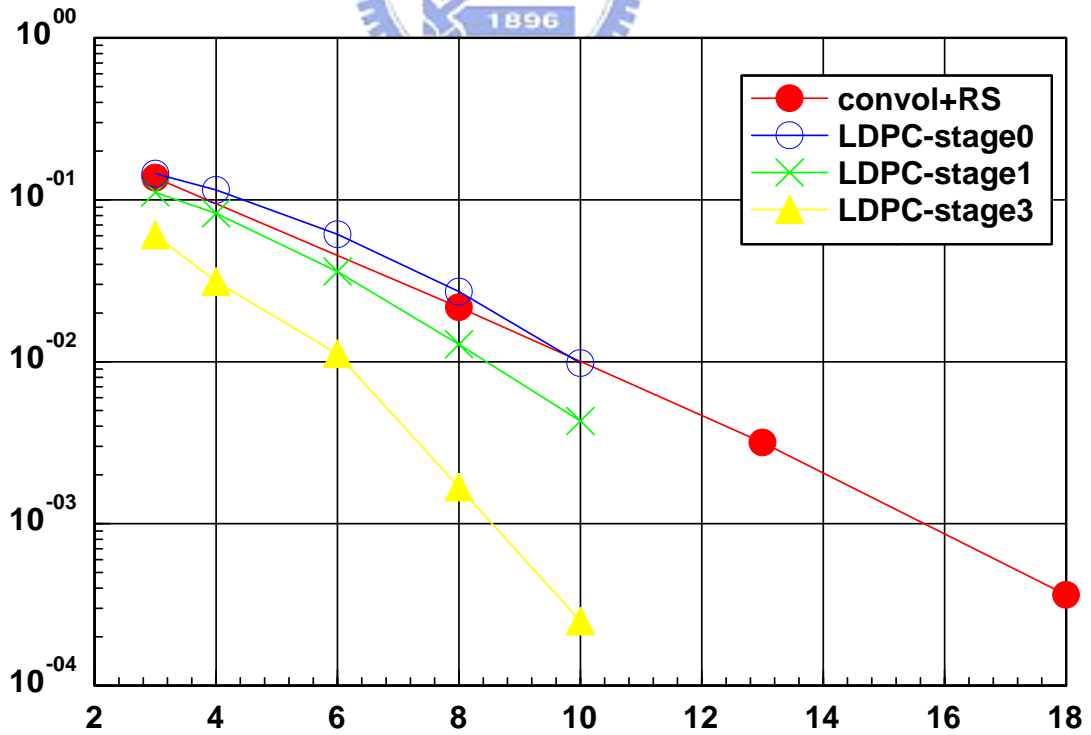


圖 4.8 在能量 1:1 的雙路徑衰減通道境下車速 120km/hr 模擬結果

# 第五章

## 結論及未來方向

隨著通訊數位化的發展，國際電視節目已趨向於數位化傳送，我國目前的數位電視影像廣播是採用歐規的 DVB-T 標準，而 DVB-T 正是使用 OFDM 傳輸技術，然而 OFDM 仍無法避免由於多路徑通道的嚴重訊號干擾進而導致數位訊號的品質降低，造成的影響如在訊雜比 (SNR) 較低的地區，影像常有斷訊或星狀點干擾的情況出現。因此，我們介紹了提出一個使用具有完美正交性的華氏碼作為展頻碼，也就是將 OFDM 傳輸技術結合 CDMA 傳輸技術，使訊號分散在各個次載波上傳送。且系統接收端使用軟性多路徑干擾消除器技術，以消除通道對傳送訊號造成的多路徑干擾。而我們從第四章的電腦模擬結果驗證了 MC-MC with MPIC 系統效能。而在另外一方面，加上了編碼的考量，我們在此介紹結合 LDPC code 和 MC-MC with MPIC 的渦輪等化技術的架構，並在第四章的電腦模擬結果驗證了此渦輪等化架構系統。然而在系統中會使用到部份等化合併方式 (partial equalization combining, PEC)，但 PEC 最重要的參數  $\beta$  在本論文中並沒用去詳加探討，而如何找到一個最佳值也是非常重要的，這在未來是一個很有趣的探討方向。

而經由第四章電腦模擬驗證本論文提出兩種接收機技術在多路徑衰減通道中均可有效的提高效能。然而，在第四章的電腦模擬中，我們都假設通道估計是完美的，通道估計的準確性是否對系統效能造成深遠的影響是一個值得探討的問題，因此我們應繼續模擬並比較不同程度上通道估計的誤差，來觀察其對系統效能所造成的影響。如何設計一準確的通道估計方法，也是未來值得我們努力研究的方向。另外，本論文並沒有探討同步的機制，但由於我們提出的系統會將資訊分段，因此同步的問題將會是一個影響系統效能的關鍵，而這也是一個未來將努力的地方。

另外在這個模擬中並沒有針對 LDPC 的 parity matrix( $H$ ) 找出最佳化的解，模擬的過程中發現 parity matrix( $H$ ) 其 1 的個數對效能的影響很大，因此未來可以針對如何找出好的 parity matrix( $H$ ) 來進行研究。

## 參考文獻

- [1] ETSI EN 300 744 v1.4.1 : Digital Video Broadcasting (DVB) : Framing structure, channel coding, and modulation for digital terrestrial television. 2001.
- [2] William Y.Zou, Yiyang Wu, "COFDM: AN OVERVIEW", *IEEE Transactions on broadcasting*, Vol. 41, No. 1, pp. 1-5, March 1995.
- [3] Ashish Pandharipande, "Principles of OFDM", *IEEE Potentials*, pp. 16-19, April/May 2002.
- [4] Stephen B. Wicker, *Error Control Systems for Digital Communication and Storage*.
- [5] Higuchi, K., Fujiwara, A., Sawahashi, M., "Multipath interference canceller for high-speed packet transmission with adaptive modulation and coding scheme in W-CDMA forward link", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 20, NO. 2, pp. 419-432, February 2002.
- [6] Ralf Koetter, Andrew C. Singer, Michael Tüchler, "Turbo Equalization", *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 67-80, January 2004.
- [7] Michael Tüchler, Ralf Koetter, Andrew C. Singer, "Turbo Equalization: Principles and New Results", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 50, No. 5, pp.754-767, May 2002.
- [8] C. Douillard, M. Jezequel, C. Berrou, A. Picart, P. Didier, and A. Glavieux, "Iterative correction of intersymbol interference: Turbo equalization", *European Trans. Telecomm.*, vol. 6, pp. 507-511, Sept.-Oct 1995.
- [9] R. G. Gallager, "Low Density Parity Check Codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, IT:8:21-28, Jan. 1962.
- [10] R. Kimura and E. Adachi, "Comparison of OFDM and Multicode MC-CDMA in Frequency Selective Fading Channel," *Electron. Letters*, vol. 39, no. 3, pp.317-318, Feb.2003.
- [11] Andrew J. Viterbi, *CDMA: Principles of Spread Spectrum Communication*, Addison-Wesley, 1995.
- [12] Mei-Ling Wang, "A Study on Downlink Receiver Design for OFDM/CDMA-based Mobile Communication System", M.S. Thesis, Dept. Com. Eng., NCTU, Hsinchu, ROC, 2001.
- [13] Slimane, S.B., "Partial equalization of multi-carrier CDMA in frequency selective fading channels", *IEEE Conference*, Vol. 1, pp. 26-30, June 2000.
- [14] John L. Fan , *Constrained Coding and Soft Iterative Decoding*.
- [15] B. Vucetic, J. Yuan, *Turbo Codes : principle and application*, Kluwer Academic Publishers, 2000. *Coding*, John Wiley & Sons, 2002.

- [16] Robert H. Morelos-Zaragoza, *The Art of Error Correcting Coding*, John Wiley & Sons, 2002.
- [17] Therodore S. Rappaport, *Wireless Communications*, Prentice Hall PTR, 1996.
- [18] J. G. Proakis, *Digital Communications*, New York: McGraw-Hill, 1989.
- [19] Simon Haykin, *Communication System*, 4<sup>th</sup> ed. John Wiley & Sons, 2001.
- [20] Guan-Hua Chen, “A Comparison between Coded OFDM and Turbo Equalization Based Coded OFDM/CDMA Transmission Techniques for Digital Broadcasting Applications”, NCTU Master Thesis, 2005.
- [21] Yong-Jhe Lin, “A Study on LDPC Coding Technique and Its Application to Digital Video Broadcasting Systems”, NCTU Master Thesis, 2005.





# 個人簡歷

## 基本資料

姓名：李盈宏

性別：男

生日：西元 1981 年 10 月 6 日

出生地：高雄縣

## 學歷



2004.9~2006.6	國立交通大學電信工程研究所	畢業
2000.9~2004.6	國立交通大學電信工程學系	畢業
1997.9~2000.6	高雄市長高雄高級中學	畢業
1994.9~1997.6	高雄縣立鳳甲國民中學	畢業

## 研究所選修課程

通訊系統相關課程：數位通訊、無線通訊、展頻通訊、  
數位用戶線路

信號處理相關課程：數位信號處理簡介、適應性訊號處理