

## 第六章 測量散射性對掌性物質之光學外差偏極計

### 6.1 前言

一般光學外差偏極計測量對掌性物質的光學旋轉角主要是針對非散射性的對掌性物質而言。然而在實際生命體中，往往都有其它的雜散物質存在，而且由於一般的光學外差偏極計都是 pre-configuration 架構[1-5]（即移頻器置於待測物之前）的關係，使得在量測時，因為光在含有雜散物質的對掌性物質中產生多重散射[6-8]，而引進額外的誤差，造成光學偏極計無法精確測出光學旋轉角。

在本章中，首先說明一般光學外差偏極計如何引進額外的相位差。同時，為了克服此一缺點，本章也提出了 post-configuration 的架構[9]（即是將移頻器置於待測物之後的架構），先讓線性偏光通過待測物，再經過四分之一波片與一快軸在特殊角度的二分之一波片，並由電光晶體調制穿透光束中含有偏光的部分，最後經過檢偏板，讓 p-與 s-偏光干涉，得到干涉信號。由於四分之一波片與二分之一波片的關係，干涉信號中用於決定光學旋轉角的相位差會被放大。之後將干涉信號經過帶通濾波器後，可將因非偏光(unpolarized light)所引進的額外信號去除，只剩欲求的信號與相位差被測到，如此可避免額外的誤差。此外，由於所測量的相位差可被放大，因此除了光學旋轉角的量測解析度提高，也可使測試物的厚度縮減，如此更可減低因散射所造成的解偏極(depolarization)與解同調(decoherence)的困擾[8]。

### 6.2 散射所引進的額外相位差

基於 pre-configuration 的一般光學偏極計系統架構可如 Fig. 6.1 所示。當一雷射光源經過一個由外加驅動器(由波形產生器 FG 與線性電壓放大器 LVA 所組成)

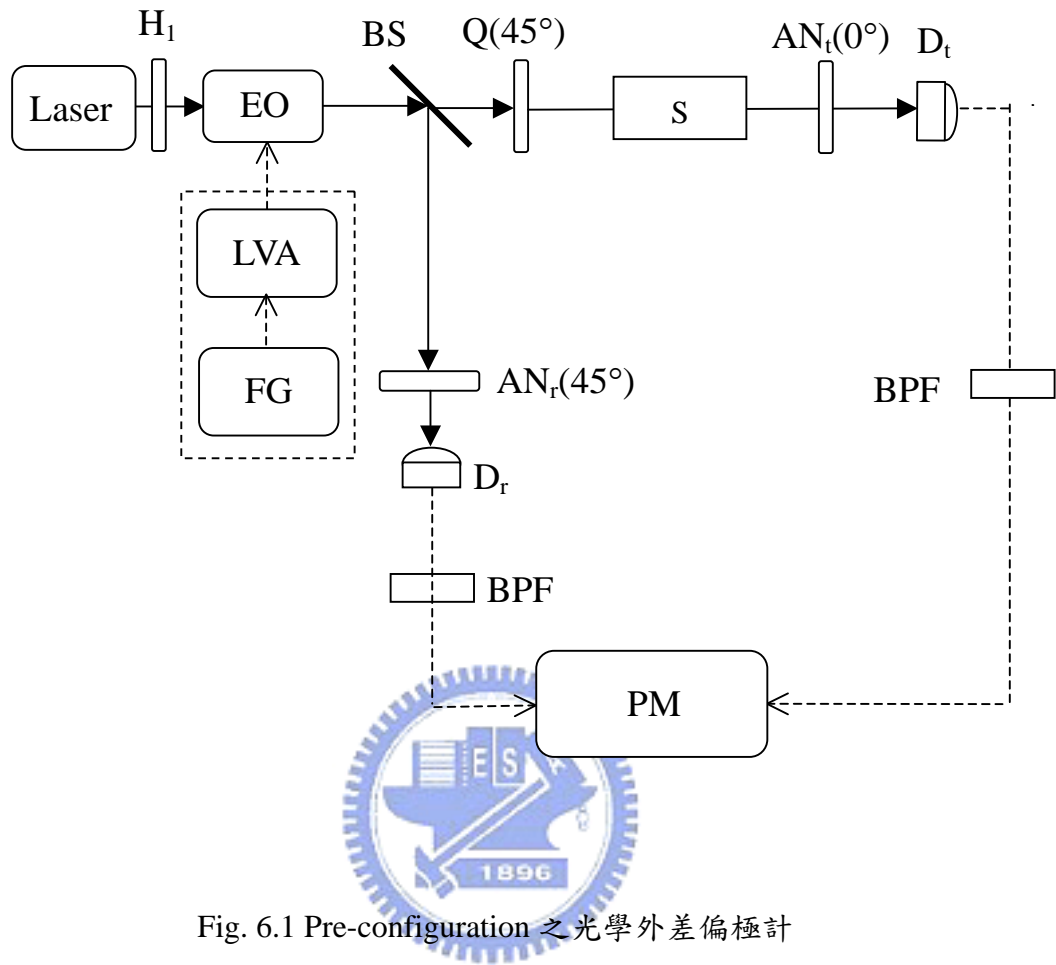


Fig. 6.1 Pre-configuration 之光學外差偏極計

所驅動的電光晶體 EO 調變後，產生外差光源，其 Jones vector 可表示為

$$\begin{aligned}
 E_0 &= EO(\omega t) \cdot E_{in} \\
 &= \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega t}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\omega t}{2}} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega t}{2}} \\ e^{-i\frac{\omega t}{2}} \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

之後外差光源被分光器BS分成兩道光束：反射光束經過穿透軸與x軸夾  $45^\circ$  的檢偏板AN<sub>r</sub>後，由光偵測器D<sub>r</sub>接收，其電場形式為

$$\begin{aligned}
 E_r &= AN_r(45^\circ) \cdot BS \cdot E_0 \\
 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\phi_{BS}/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_{BS}/2} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\omega t/2} \\ e^{-i\omega t/2} \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\frac{\omega t}{2} + \frac{\phi_{BS}}{2}\right) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{6.2}
 \end{aligned}$$

光偵測器D<sub>r</sub>所測得的強度為

$$I_r = \frac{1}{2} [1 + \cos(\omega t + \phi_{BS})]. \tag{6.3}$$

其中  $\phi_{BS}$  為p-與s-偏光於BS反射時，所引進的相位差。將此信號送入相位計PM，做為參考信號；另一方面，穿透光經過快軸與x軸夾  $45^\circ$  的四分之一波片後，產生旋光外差光束，其Jones vector可表示為

$$\begin{aligned}
 E_1 &= Q(45^\circ) \cdot E_0 \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\omega t/2} \\ e^{-i\omega t/2} \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i\omega t/2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{-i\omega t/2 + i\pi/2}. \tag{6.4}
 \end{aligned}$$

旋光外差光束通過未含散射物質之對掌性物質及穿透軸在x軸的檢偏板AN<sub>t</sub>後，由光偵測器D<sub>t</sub>接收，其Jones vector可表示為

$$\begin{aligned}
E_t &= AN_t(0^\circ) \cdot S \cdot E_1 \\
&= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i\omega t/2} + \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{-i\omega t/2+i\pi/2} \right] \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( e^{i[(\omega t/2)-\theta]} + e^{-i[(\omega t/2)-\theta-\pi/2]} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{6.5}
\end{aligned}$$

光偵測器所測得之光強度為

$$\begin{aligned}
I_t &= |E_t|^2 = \frac{1}{4} [1 + \cos(\omega t - 2\theta - \pi/2)] \\
&= \frac{1}{4} [1 + \cos(\omega t + \psi - \pi/2)], \tag{6.6}
\end{aligned}$$

其中  $\theta$  為對掌性物質的光學旋轉角。此強度經過帶通濾波器並送入相位計後，做為測試信號。相位計將參考信號與測試信號做相位比較，即可得到相位差並求得光學旋轉角。

上述的量測步驟主要是針對待測物為非散射性，但當旋光外差光束經過具有散射性的待測物後，由於解偏極與解同調的關係，使得旋光外差光束產生旋光與非偏光的混合[10]。而非偏光經過檢偏板後又變成具有調變頻率的偏光，進而干涉產生了額外的信號，此結果我們可用 Mueller matrices 的方法來說明。假設旋光外差光束經過只含散射物質而不具對掌性物質的待測物後，其 Stokes vector 為 [11-13]

$$\begin{aligned}
S_1 &= M \cdot M_{\lambda/4}(45^\circ) \cdot M_{EO}(\omega t) \cdot S_0 \\
&= M_{11} \begin{pmatrix} 1 & M_{12} & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{33} & M_{34} \\ 0 & 0 & M_{43} & M_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \omega t & -\sin \omega t \\ 0 & 0 & \sin \omega t & \cos \omega t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$= M_{11} \begin{pmatrix} 1 - M_{12} \sin \omega t \\ M_{21} - M_{22} \sin \omega t \\ M_{33} \cos \omega t \\ M_{43} \cos \omega t \end{pmatrix}, \quad (6.7)$$

其中 $M$ 、 $M_{\lambda/4}$ 及 $M_{EO}$ 分別表示散射物質、慢軸與x軸夾 $45^\circ$ 的四分之一波片與調變角頻差為 $\omega$ 之電光晶體調變器的Mueller matrices， $S_0$ 則表示線性偏振光之Stokes vector。根據偏極度(degree of polarization)的定義[11]，我們有

$$p = \frac{\sqrt{(M_{21} - M_{22} \sin \omega t)^2 + (M_{33}^2 + M_{43}^2) \cos^2 \omega t}}{1 - M_{12} \sin \omega t}, \quad (6.8)$$

因為 $M_{12}$ 、 $M_{21}$ 與 $M_{43}$ 的值和 $M_{33}$ 及 $M_{22}$ 相比是非常小且接近0，所以為了計算方便，我們將其忽略不計，因此上式可得

$$p \cong \sqrt{(M_{22} \sin \omega t)^2 + (M_{33} \cos \omega t)^2}. \quad (6.9)$$

所以非偏光的程度可表為

$$p_{unp} \cong 1 - p = 1 - \sqrt{M_{22}^2 \sin^2 \omega t + M_{33}^2 \cos^2 \omega t}. \quad (6.10)$$

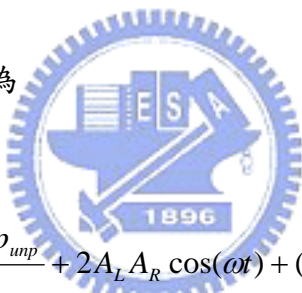
由 Eqs. (6.9)及(6.10)，則 Eq. (6.7)可表示成

$$S_1 = S_p + S_{unp} \cong M_{11} \begin{pmatrix} p \\ -M_{22} \sin \omega t \\ M_{33} \cos \omega t \\ 0 \end{pmatrix} + M_{11} \begin{pmatrix} p_{unp} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (6.11)$$

其中  $S_p$  表示偏光的Stokes vector，而  $S_{unp}$  表示非偏光的Stokes vector。由於在散射物質濃度低的情況下， $M_{22}$  與  $M_{33}$  相等，但在濃度高的情況下， $M_{22}$  與  $M_{33}$  數值接近，但不相等[14]。為了方便分析起見，我們仍假設  $M_{22} \approx M_{33}$ ，因此  $p \approx M_{22} \approx M_{33}$ ，所以Eq. (6.11)的第一項之Stokes vector即可近似為經過調變且頻差為  $\omega$  的左右旋光(形式如Eq. (6.4))。為了瞭解旋光與非偏光在通過檢偏板並且干涉之後的相位差，所以我們用Jones vector來表示偏光與非偏光通過穿透軸在x方向的檢偏板後的電場，其形式為[11]

$$E_{out} = \left( A_L e^{i\omega t/2} + A_R e^{-i\omega t/2} + \sqrt{\frac{M_{11} P_{unp}}{2}} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (6.12)$$

而光偵測器  $D_1$  所測得之強度為



$$I_{out} = |E_{out}|^2 = A_L^2 + A_R^2 + \frac{M_{11} P_{unp}}{2} + 2A_L A_R \cos(\omega t) + (A_L + A_R) \sqrt{\frac{M_{11} P_{unp}}{2}} \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right). \quad (6.13)$$

我們令  $M_{33} = M_{22} + \Delta M$  並將Eq. (6.9)代入上式可得

$$I_{out} = (A_L^2 + A_R^2) + \frac{M_{11} \left[ 1 - \sqrt{M_{22}^2 + (2\Delta M M_{22} + \Delta M^2) \cos^2 \omega t} \right]}{2} + 2A_L A_R \cos(\omega t) + (A_L + A_R) \sqrt{\frac{M_{11} P_{unp}}{2}} \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right). \quad (6.14)$$

經過整理可得

$$I_{out} = I_0 + I_1 \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) + (I_2 + 2A_R A_L) \cos(\omega t), \quad (6.15)$$

其中

$$I_0 = A_L^2 + A_R^2, \quad (6.16)$$

$$I_1 = (A_L + A_R) \sqrt{\frac{M_{11} P_{wp}}{2}}, \quad (6.17)$$

且

$$I_2 = \frac{M_{11}}{2} \left[ 1 - \sqrt{M_{22}^2 + (2\Delta M M_{22} + \Delta M^2) \cos^2 \omega t} \right]. \quad (6.18)$$

利用泰勒展開式對 $I_2$ 展開，可以得到

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{M_{11}}{2} \left[ 1 - M_{22} \left( 1 - \frac{\left( \frac{(2\Delta M M_{22} + \Delta M^2)}{M_{22}^2} \right)^2}{\sqrt{1 - \left( \frac{(2\Delta M M_{22} + \Delta M^2)}{M_{22}^2} \right)}} \cos \omega t + \dots + \right) \right] \\ &= \frac{M_{11}(1 - M_{22})}{2} + \frac{M_{11}(2\Delta M M_{22} + \Delta M^2)}{2M_{22} \sqrt{1 - \left( \frac{(2\Delta M M_{22} + \Delta M^2)}{M_{22}^2} \right)}} \cos \omega t + \dots + \\ &= C_0 + C_1 \cos \omega t + \dots +, \end{aligned} \quad (6.19)$$

將 Eq. (6.19) 代入 Eq. (6.15) 可以得到

$$I_{out} = I_0 + I_1 \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) + [(C_1 + 2A_R A_L) \cos \omega t + C_0 + \dots]. \quad (6.20)$$

輸出信號經過中心頻率為 $\omega$ 的帶通率波器後，得到

$$I'_{out} = (C_1 + 2A_R A_L) \cos \omega t. \quad (6.21)$$

Eq. (6.21) 是假設只含散射物質而不含對掌性物質所推得。當含有對掌性物質時，必須考慮光學旋轉角所引入的相位差，因此 Eq. (6.21) 變為

$$I'_{out} = C_1 \cos \omega t + 2A_R A_L \cos(\omega t + \psi). \quad (6.22)$$

其中  $\psi = -2\theta$  為對掌性物質之光學旋轉角所引進的相位差。經過整理上式可表示為

$$I'_{out} = I'_2 \cos(\omega t + \psi'), \quad (6.23)$$

其中

$$\psi' = \tan^{-1} \left( \frac{2A_R A_L \sin \psi}{C_1 + 2A_R A_L \cos \psi} \right). \quad (6.24)$$

因此額外的相位差為

$$\Delta\psi = \psi' - \psi = \tan^{-1} \left( \frac{2A_R A_L \sin \psi}{C_1 + 2A_R A_L \cos \psi} \right) - \psi$$



$$= -\tan^{-1}\left(\frac{C_1 \tan \psi}{C_1 + 2A_R A_L \sec \psi}\right). \quad (6.25)$$

由 Eq. (6.25)可知，若將散射性掌性物質置於調變器之後，會因為非偏光的影響產生額外相位差，而影響量測結果。

### 6.3 原理

根據前面所述，一般光學外差偏極計無法精確測量散射性對掌性物質的光學旋轉角。為了克服此一問題，提出了 post-configuration [9]的光學外差偏極計，其設計架構圖如 Fig. 6.2 所示。為了方便起見，我們以光的行進方向做為+z 軸，水

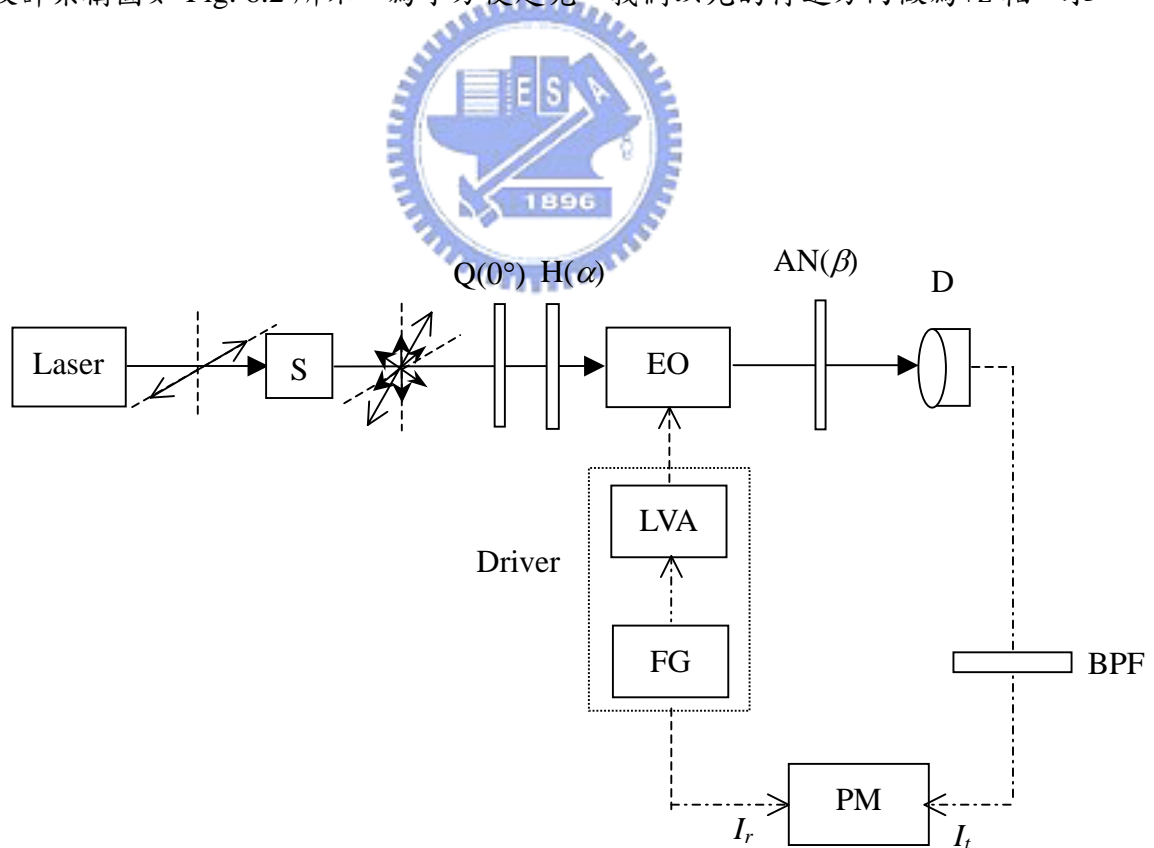


Fig. 6.2 Post-configuration 之光學外差偏極計

平軸為 x-軸。一偏極方向在水平方向的雷射光，經過長度為  $L$  並且含有散射物質的對掌性溶液的玻璃盒 (S)。因為受散射物質的影響，所以穿透光會變成部分偏極，而部分偏極光又可視為偏極光與非偏極光互不影響的混合。偏光部份的電場形式可表示如下

$$\begin{aligned}
 E_1 &= S(\theta) \cdot E_{in} \\
 &= A_1 \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= A_1 \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \end{pmatrix} e^{i\phi}, \tag{6.26}
 \end{aligned}$$

其中  $\theta_1$  代表對掌性物質對線偏光所產生的光學旋轉角， $\phi$  則代表散射物質在某個光頻下所引進的相位差[15]。因為偏光會受延遲器(retarder)的影響，所以當電場  $E_1$  的光分別經過一快軸在 x 軸上的四分之一波片 Q 和一快軸與 x 軸夾  $\alpha$  的二分之一波片 H 後，其 Jones vector 可表示為

$$\begin{aligned}
 E_2 &= H(\alpha) \cdot Q(0^\circ) E_1 \\
 &= \begin{pmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & -\cos 2\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \left[ A_1 \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \end{pmatrix} e^{i\phi} \right] \\
 &= A_1 \begin{pmatrix} \cos 2\alpha \cos \theta_1 + i \sin 2\alpha \sin \theta_1 \\ \sin 2\alpha \cos \theta_1 - i \cos 2\alpha \sin \theta_1 \end{pmatrix} e^{i\phi} \\
 &= \begin{pmatrix} B_1 e^{i\phi_1} \\ B_2 e^{i\phi_2} \end{pmatrix} e^{i\phi}, \tag{6.27}
 \end{aligned}$$

其中

$$\phi_1 = \tan^{-1}(\tan 2\alpha \cdot \tan \theta_1) , \quad (6.28)$$

$$\phi_2 = -\tan^{-1}(\cot 2\alpha \cdot \tan \theta_1), \quad (6.29)$$

$$B_1 = A_1 \sqrt{(\cos 2\alpha \cos \theta_1)^2 + (\sin 2\alpha \sin \theta_1)^2} , \quad (6.30)$$

及

$$B_2 = A_1 \sqrt{(\sin 2\alpha \cos \theta_1)^2 + (\cos 2\alpha \sin \theta_1)^2} . \quad (6.31)$$

當電場 $E_2$ 的光經過電光晶體EO調變後，其Jones vector可如下所示

$$\begin{aligned} E_3 &= EO(\omega t)E_2 \\ &= \begin{pmatrix} e^{i\omega t/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega t/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1 e^{i\phi_1} \\ B_2 e^{i\phi_2} \end{pmatrix} e^{i\phi} \\ &= \begin{pmatrix} B_1 e^{i(\omega t/2 + \phi_1)} \\ B_2 e^{-i(\omega t/2 - \phi_2)} \end{pmatrix} e^{i\phi} . \end{aligned} \quad (6.32)$$

之後偏光的電場 $E_3$ 與非偏光部份經過穿透軸與水平軸夾  $\beta$  的檢偏板AN後，由光偵測器D接收。最後偏光與非偏光的Jones vector為

$$\begin{aligned} E_{out} &= AN(\beta) \cdot (E_3 + \text{unpolarized light}) \\ &= [\cos \beta \cdot B_1 e^{i(\omega t/2 + \phi_1 + \phi)} + \sin \beta \cdot B_2 e^{-i(\omega t/2 - \phi_2 - \phi)} + u] \cdot \begin{pmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{pmatrix} . \end{aligned} \quad (6.33)$$

其中  $u$  表示非偏光經過檢偏板後的強度。光偵測器 D 所測得之光強度可表示為

$$\begin{aligned}
I_{out} &= |E_{out}|^2 \\
&= (\cos \beta \cdot B_1)^2 + (\sin \beta \cdot B_2)^2 + u^2 + \sin 2\beta \cdot B_1 B_2 \cos(\omega t + \phi_1 - \phi_2) \\
&\quad + 2(u) \left[ \cos \beta \cdot B_1 \cos\left(\frac{\omega t}{2} + \phi_1 + \phi\right) + \sin \beta \cdot B_2 \cos\left(\frac{\omega t}{2} - \phi_2 - \phi\right) \right] \\
&= I_0 + U \cos\left(\frac{\omega t}{2} + \varphi_a\right) + 2B_1 B_2 \cos(\omega t + \psi_1), \tag{6.34}
\end{aligned}$$

其中

$$I_0 = (\cos \beta \cdot B_1)^2 + (\sin \beta \cdot B_2)^2 + u^2, \tag{6.35}$$

$$U = 2u \sqrt{(\cos \beta \cdot B_1)^2 + (\sin \beta \cdot B_2)^2 + \sin 2\beta \cdot B_1 B_2 \cos[(\phi_1 + \phi_2 + \phi)]}, \tag{6.36}$$

$$\varphi_a = -\tan^{-1} \left( \frac{\cos \beta \cdot B_1 \sin(\phi_1 + \phi) - \sin \beta \cdot B_2 \cos(\phi_2 + \phi)}{\cos \beta \cdot B_1 \cos(\phi_1 + \phi) + \sin \beta \cdot B_2 \sin(\phi_2 + \phi)} \right), \tag{6.37}$$

及

$$\begin{aligned}
\psi_1 &= \phi_1 - \phi_2. \\
&= \tan^{-1}(\tan 2\alpha \tan \theta_1) + \tan^{-1}(\cot 2\alpha \tan \theta_1). \tag{6.38}
\end{aligned}$$

為了要將 Eq. (6.34)中之角頻率為 $\omega$ 的信號濾出，讓信號經過一中心角頻率為 $\omega$ 的帶通濾波器，則測試信號可變為

$$I'_{out} = 2B_1 B_2 \cos(\omega t + \psi_1). \tag{6.39}$$

另一方面，加在電光晶體的電子調制信號，可輸至相位計中作為參考信號  $I_r$ 。此參考信號可表示為：

$$I_r = \frac{1}{2}[1 + \cos(\omega t)]. \quad (6.40)$$

將測試信號  $I_t'$  與參考信號  $I_r$  送入鎖相放大器比較，可以得到由待測物的光學活性所引進的相位差  $\psi_1$ 。此外，由Eq. (6.38)可以知道，當二分之一波片的穿透軸  $\alpha$  接近  $45^\circ$  時，並且所測之光學旋轉角不大時，則相位差  $\psi$  可近似為

$$\psi_1 \cong \tan^{-1}(\tan 2\alpha \tan \theta_1), \quad (6.41)$$

因此只要得到相位差  $\psi_1$ ，即可求出旋轉角  $\theta_1$ 。



## 6.4 實驗與結果

為了驗證本方法的可行性，我們在室溫  $22^\circ\text{C}$  下測量重量濃度分別為 5%、10% 及 15% 且含有濃度 0.5 mg/ml 的 polystyrene latex spheres 之葡萄糖溶液。波長 632.8nm 的氬氖雷射為實驗中所使用的光源。待測溶液置於長度  $L=5\text{mm}$  的方形玻璃盒中。電光晶體 EO (Model 4002 Broadband, Newfocus) 則是使用於調制偏振光，使測試光的 p-與 s-偏極之間產生頻差為 1kHz 的信號。為了放大相位差與考慮對比度的關係，我們令  $\alpha=42^\circ$  及  $\beta=8^\circ$ 。角解析度為  $0.01^\circ$  的自製相位計則用於測量相位差。實驗結果如 Table 6.1 所示。此外我們也以 Fig. 6.1 架構，測量不含散射物質與含散射物質之相同濃度的葡萄糖溶液，以比較將調制器置於前後的差異性，其結果也列於 Table 6.1 中。由表中的量測結果可以發現，當以 Fig. 6.1 的架構測量含散射性的葡萄糖溶液，其相位差  $\psi'$  會比不含散射性物質的葡萄糖溶

液的相位差 $\psi$ 多出約 $3\sim 4^\circ$ ，而將調制器置於散射性葡萄糖溶液後如 Fig. 6.2 所示，所測之相位差不受散射物質的影響。

Table 6.1 Pre- 及 post- configuration 之光學外差偏極計對散射性葡萄糖溶液之量測結果

Solutions	$\psi$	$\theta$	$\psi'$	$\psi_1$	$\theta_1$
Glucose(w=5%)	-0.24	-0.120	-3.25	-1.15	-0.121
Glucose(w=10%)	-0.48	-0.240	-3.68	-2.36	-0.248
Glucose(w=15%)	-0.73	-0.365	-4.15	-3.53	-0.372

$\psi$ (deg): 以 Fig. 6.1 測量不含散射物質之葡萄糖液的相位差；

$\psi'$ (deg) : 以 Fig. 6.1 測量含散射物質之葡萄糖液的相位差

$\theta$ (deg) : 由  $\psi$  計算所得之光學旋轉角；

$\psi_1$ (deg):以Fig. 6.2 測量含散射物質之葡萄糖溶液的相位差；

$\theta_1$  (deg):由 $\psi_1$ 計算所之光學旋轉角。

## 6.5 討論

為了得到解析度 $\Delta\theta$ ，我們計算  $\tan\theta$  並對其微分。由 Eq. (6.41)，可以得到

$$\tan\theta_1 = \frac{\tan\psi_1}{\tan 2\alpha}, \quad (6.42)$$

由上式可得誤差  $\Delta\theta_1$  與  $\Delta\psi_1$  的關係為

$$\Delta\theta_1 = \frac{\sec^2\psi_1}{\tan 2\alpha \sec^2\theta_1} \Delta\psi_1. \quad (6.43)$$

考慮偏振旋混合誤差、二次諧波誤差[16]與相位計解析度，可以得到系統總相位誤差約為  $\Delta\psi_1=0.01^\circ$ 。將實驗條件 $\alpha=42^\circ$ 、 $\Delta\psi_1$ 與表中實驗結果到Eq. (6.43)，我們可以得到 $\Delta\theta_1 \cong 0.001^\circ$ 。



## 6.6 小結

在本章中，說明了 pre-configuration 之光學外差偏極計如何產生額外的相位差而影響量測精確度，並且也提出了 post-configuration 之光學外差偏極計以解決此一問題，使得在測量散射性對掌性物質時，能夠精確得到光學旋轉角。此外，由於本架構中，一些設置在特殊條件下的偏光元件，使得待測相位差可被放大，因而也提高了光學旋轉角的量測解析度。

## 參考文獻

1. I. H. J. King, C. Chou, H. Chang, and Y. C. Huang, "Concentration measurements in chiral media using optical heterodyne polarimeter," *Opt. Commun.* **110**, 259-262 (1994).
2. T. W. King, G. L. Cote, R. McNichols, and M. K. Goetz, "Multispectral polarimetric glucose detection using a single Pockels cell," *Opt. Eng.* **33**, 2746-2753 (1994).
3. C. Chou, Y. C. Huang, C. M. Feng, and M. Chang, "Amplitude sensitive optical heterodyne and phase lock-in technique on small optical rotation angle detection of chiral liquid," *Jpn. J. Appl. Phys.* **36**, 356-359 (1997).
4. G. L. Cote, M. D. Fox, and R. B. Northrop, "Noninvasive optical polarimetric glucose sensing using a true phase technique," *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **39**, 752-756 (2000).
5. C. M. Feng, Y. C. Huang, J. G. Chang, M. Chang, and C. Chou, "A true phase sensitive optical heterodyne polarimeter on glucose concentration measurement," *Opt. Commun.* **141**, 314-321 (1997).
6. I. A. Vitkin, and E. Hoskinson, "Polarization studies in multiply scattering chiral media," *Opt. Eng.* **39** 383-362 (2000).
7. I. A. Vitkin, R. D. Laszlo, and C. L. Whyman, "Effects of molecular asymmetry of optically active molecules on the polarization properties of multiply scattered light," *Optics Express* **10**, 222-229 (2002).
8. G. Jarry, E. Steimer, V. Damaschini, M. Epifanie, M. Jurczak, and R. Kaiser, "Coherence and polarization of light propagating through scattering media and biological tissues," *Appl. Opt.* **37**, 7357-7367 (1998).
9. M. P. Silverman, "Waves and grains," Prinveton, New Jersey, Ch.13 (1998).



10. B. E. A. Salech, and M. C. Tecich, “*Fundamentals of Photonics*,” JohnWiley & Sons, New York, Ch.10 (1991).
11. S. Huard, “*Polarization of Light*,” Wiley, New York, Ch.4, (1997).
12. B. Kaplan, E. Compain, and B. Drevillon, “ Phase-modulated Mueller ellipsometry characterization of scattering by latex sphere suspensions,” *Appl. Opt.* **39**, 629-636 (2000).
13. B. Kaplan, G. Ledanois, and B. Drevillon, “Mueller matrix of dense polystyrene latex sphere suspensions: measurements and Monte Carlo simulation,” *Appl. Opt.* **40**, 2769-2777 (2001).
14. C. F. Bohren, and D. R. Huffman, “ Absorption and Scattering of Light by Small Particles,” John Wiley & Sons, New York, ch. 13 (1983).
15. C. Chou, W. C. Kuo, T. S. Hsieh, and H. K. Teng, “A phase sensitive optical rotation measurement in a scattered chiral medium using a Zeeman laser,” *Opt. Commun.* **230**, 259-266 (2004).
16. M. H. Chiu, J. Y. Lee, and D. C. Su, “Complex refractive-index measurement based on Fresnel’s equations and the uses of heterodyne interferometry,” *Appl. Opt.* **38**, 4047-4052 (1999).