第二章　外差干涉術

2.1 前言

雷射干涉術[1-5]已經發展成一項重要的量測工具，從微小角度、微小位移、絕對距離、表面輪廓、到生化上的光學活性等，皆廣泛地使用雷射干涉技術。在各種的干涉術中，外差干涉術[6] 是一種極為重要且廣泛使用的技術。它具有快速反應、易與其它技術結合及量測精確度高的優點。

在本章中，我們將對外差干涉術的基本原理、電光晶體的移頻方式、外差光源的形成與外差干涉儀的基本架構做簡單的說明。最後，並對外差干涉術的誤差來源做討論與分析。

2.2 外差干涉術的基本原理

一般干涉術是由兩束頻率相同的雷射光起干涉作用，因此干涉條紋的變化是空間的函數，而外差干涉術則是由兩束頻率稍微不同的雷射光做干涉，以獲得差頻訊號，由此差頻信號中相位的變化，就能得到我們所需之待測訊息。以下以數學模式解釋之。

假設參考光與測試光的電場形式分別為

$$E_r(t) = A_r \exp(i\omega_1 t)\,, \tag{2.1}$$

與

$$E_t(t) = A_t \exp[i(\omega_2 t + \phi)], \tag{2.2}$$

其中，A_r, A_t 分別為參考光及測試光之振幅，而 ω_1, ω_2 分別為其角頻率，ϕ 為待測物所引起之相位差，當兩波互相重疊時，根據重疊原理，可得光強度之表示式如下：

$$I(t) = \left|E_r + E_t\right|^2 = A_r^2 + A_t^2 + 2A_r A_t \cos(\omega t + \phi)\,, \tag{2.3}$$

其中 $\omega = \left|\omega_2 - \omega_1\right|$ ，由上式可知待測訊息（即相位差）會被記錄在拍頻信號的相位裏，因此只要利用電子電路處理技術（如相位計或鎖相放大器等）將之與參考信號相比較，即可得到相位差 ϕ。

2.3 電光晶體調制原理與外差光源

在外差干涉術中，需要兩個具有不同頻率光束來互相干涉；欲將頻差引入光頻之中，需使用移頻器。一般移頻的方式可分成：

(a) 機械式：包括了旋轉偏光元件法[7,8]及移動繞射光柵法[9,10]等。這類移頻法的缺點，就是它們容易引進機械式的振動，在需要穩定的量測系統中，極易引起誤差。此外，它們的移頻量大概只有幾 kHz 而已，並不適合於快速量測。

(b) 電子式：包括了聲光調制器[11-13]、光彈調制器[14,15]、Zeeman 雷射[16,17]與電光晶體調制器[18]。電子式移頻法的移頻量較大，適合於快速量測系統。

目前大都使用電子式的移頻技術，以避開機械式振動與轉動所引起的誤差。本研究是以電光晶體當作移頻器，電光晶體是一種主動元件，隨著外加電壓的不同，會改變出射光的相位延遲度（phase retardation），當電光晶體所引進的相位延遲度與外加電壓成正比時，稱為一次電光效應（or Pockels effect）[19,20]；與外加電壓平方成正比時，稱為二次電光效應（or Kerr effect），本研究的電光晶體

屬於一次電光效應。

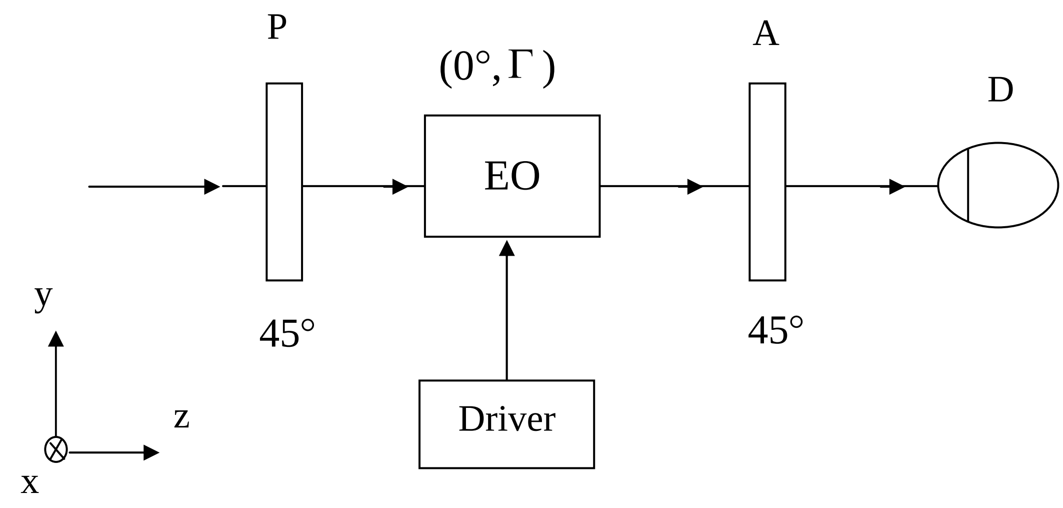

Fig. 2.1 電光晶體調制外差光源的光學架構

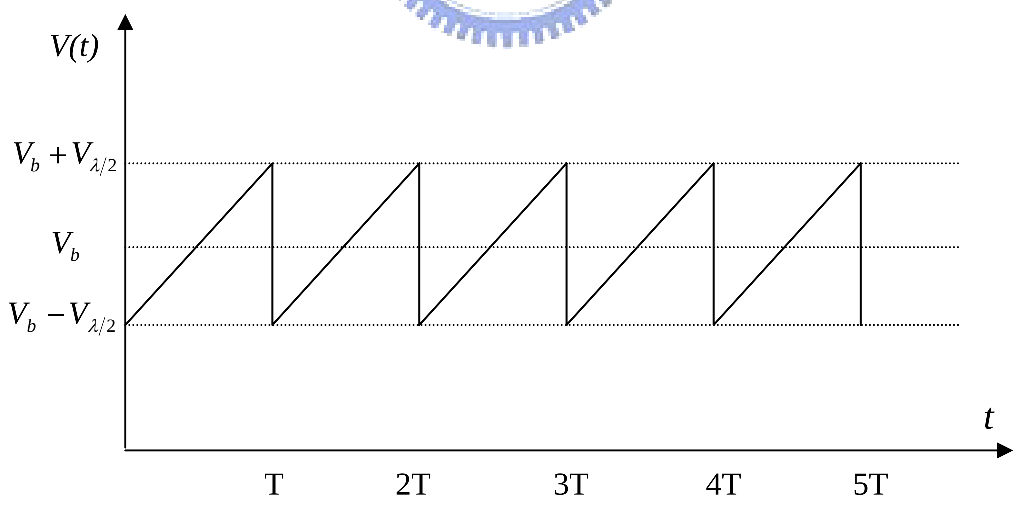

Fig. 2.2 鋸齒波之電壓信號

如 Fig. 2.1 所示，假設 z 軸為光前進方向，x 軸為水平方向，y 為鉛直方向。首先將電光晶體的快軸轉至水平方向，其 Jones matrix[21]可以表示為：

$$EO(\Gamma)=\begin{pmatrix} e^{i\frac{\Gamma}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\Gamma}{2}} \end{pmatrix}, \tag{2.4}$$

其中，Γ為電光晶體快軸與慢軸間的相位延遲。若使用一振幅為晶體半波電壓，角頻率為 $2\pi f$，波形如 Fig. 2.2 所示的鋸齒狀之電壓信號 $V(t)$ 來驅動此電光晶體，其數學形式可表示為

$$V(t)=\frac{2V_{\lambda/2}}{T}(t-mT)+(V_b-V_{\lambda/2}),\quad mT\le t\le (m+1)T\quad . \tag{2.5}$$

其中 m 為整數，$T=\dfrac{1}{f}$ 為信號之週期。將此電壓信號代入上式後，可得到隨時間變化的相位延遲為

$$\Gamma(t)=\frac{2\pi}{T}(t-mT)+\pi\left(\frac{V_b-V_\pi}{V_\pi}\right)+\Gamma_0, \tag{2.6}$$

上式的後兩項為初始相位延遲，只要選擇適當之直流偏壓V_b，即可去除初始相位。因此電光晶體相位延遲的 Jones matrix 可改寫為

$$EO(\omega t)=\begin{pmatrix} e^{-im\pi\frac{i2\pi ft}{2}} & 0 \\ 0 & e^{im\pi\frac{-i2\pi ft}{2}} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega t}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\omega t}{2}} \end{pmatrix}, \tag{2.7}$$

其中ω=2πf。當一偏振方向與 x 軸夾 45°之線性偏振光通過電光晶體後，其電場的 Jones vector 可表示為

$$
\begin{aligned}
E &= EO(\omega t)\cdot E_{in} \\
&= \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega t}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\omega t}{2}} \end{pmatrix}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}e^{i\omega_0 t}, \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega t}{2}} \\ e^{-i\frac{\omega t}{2}} \end{pmatrix}e^{i\omega_0 t},
\end{aligned} \tag{2.8}
$$

其中ω_0為光的角頻率。由上式可發現，在這種驅動的方式下，電場的 x 分量與 y 分量間就產生出ω的角頻差，此即我們所謂的外差光源。這與 Zeeman 雷射相似，同樣是在兩正交偏振分量上產生頻差；然而電光晶體所調制的外差光源中，其頻差可由驅動的電壓信號來控制，約在幾十 Hz 到幾百 MHz 之間。因此可以根據系統需要，選擇適當的頻差。

2.4 外差干涉儀的基本架構

本研究中所使用的光學架構是共光程外差干涉儀，其基本架構如 Fig. 2.3 所示。一外差光源的光束被分光鏡（BS）分為反射光與穿透光兩部份。反射光通過穿透軸與 x 軸夾 45°的檢偏板 $\mathrm{AN_r}$ 後，由光偵測器 $\mathrm{D_r}$ 接收，其電場形式為

$$
\begin{aligned}
E_{\mathrm{r}} &= \mathrm{AN_r}\cdot BS\cdot E_{\mathrm{in}} \\
&= \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix} e^{i\phi_{BS}/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_{BS}/2}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} e^{\frac{i\omega t}{2}} \\ e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix}e^{i\omega_o t} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{\omega t+\phi_{BS}}{2}\right)\cdot\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}e^{i\omega_0 t},
\end{aligned} \tag{2.9}
$$

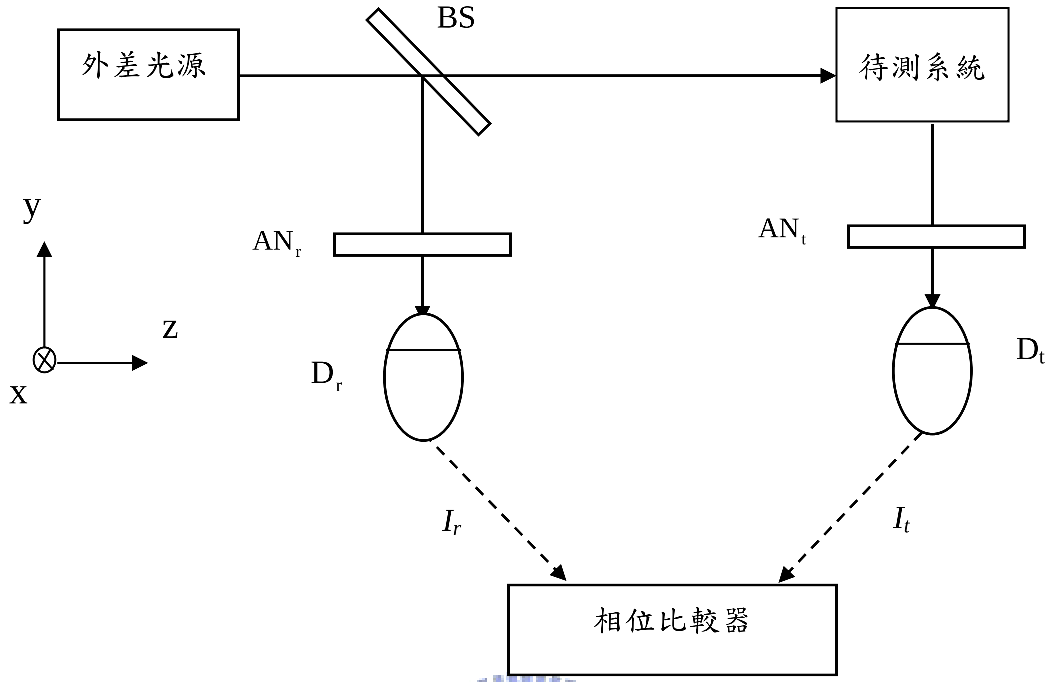

Fig. 2.3 外差干涉儀之基本架構圖

光偵測器所測得之光強度為

$$I_{\mathrm{r}} = \frac{1}{2}\left[1 + \cos(\omega t + \phi_{BS})\right]. \tag{2.10}$$

此強度輸入相位比較器，做為參考信號。另一方面，穿透分光鏡的光束則進入待測系統，待測系統因為會對兩正交偏振光分別引進不同的相位移，而使得兩正交偏振光之間產生相位差，此相位差即帶有待測系統中所欲測量的參數。通過待測系統的光束接著再通過穿透軸與x軸夾 45°的檢偏板AN_t後，再由光偵測器D_t接收，其電場形式為

$$
\begin{aligned}
E_{\mathrm{t}} &= \mathrm{AN}_{\mathrm{t}} \cdot \mathrm{S} \cdot E_{\mathrm{in}} \\
&= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_p e^{i\phi_p} & 0 \\ 0 & A_s e^{-i\phi_s} \end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} e^{\frac{i\omega t}{2}} \\ e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} e^{i\omega_o t} \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(A_p e^{\frac{i\omega t}{2}+i\phi_p} + A_s e^{-\frac{i\omega t}{2}+i\phi_s} \right)\cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\omega_o t}.
\end{aligned} \tag{2.11}
$$

光偵測器所測得之光強度為

$$
I_{\mathrm{t}} = \frac{1}{2}\left[1+\cos(\omega t+\phi)\right], \tag{2.12}
$$

其中S為待測物的Jones matrix，A_i及ϕ_i ($i=p,s$) 分別為偏光的振幅係數與相位移，而ϕ ($=\phi_p$-ϕ_s)為兩正交偏光之間的相位差。將此測試信號輸入相位比較器，與參考信號做相位比較即可得到相位差ϕ-ϕ_{BS}，而相位差ϕ_{BS}可利用將待測系統移開，讓光束直接由光偵測器D_t接收的方法，從相位比較器得到數值，如此即可求得待測系統中所引進的相位差ϕ。在本架構中，因為具有頻差的兩正交偏振光在干涉儀中走的是相同路徑，對於外界的擾動較不易受影響，穩定度因此較高。

2.5 外差干涉術之誤差分析

在外差干涉術中，其誤差來源除了相位計本身誤差之外，還有系統的週期性非線性誤差。系統週期性非線性誤差有外差光源的偏振旋轉混合效應與偏振態混合效應。

2.5.1 偏振旋轉誤差

偏振旋轉誤差也稱作二次諧波誤差(second harmonic error)[22,23]。主要形成原因是外差光源的兩正交偏振光與實驗室座標有偏移量所致。如Fig. 2.4 所示，假設z軸為光行進方向，x軸為水平軸，則理想的兩正交偏振光應在x及y方向。當兩正交偏振光與x或y軸有一旋轉角度 θ_R 時，則x軸上會出現兩頻率不同的偏振分量，y軸也會有兩個頻率不同的偏振分量。此時s-與p-偏光不再是單一頻率，則Eq. (2.8) 的外差光源之電場形式可改寫為

$$
\begin{aligned}
E_o' &= R \cdot E_o = \begin{pmatrix} \cos\theta_R & \sin\theta_R \\ -\sin\theta_R & \cos\theta_R \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{\frac{i\omega t}{2}} \\ e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} e^{i\omega_o t} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos\theta_R e^{\frac{i\omega t}{2}} + \sin\theta_R e^{-\frac{i\omega t}{2}} \\ -\sin\theta_R e^{\frac{i\omega t}{2}} + \cos\theta_R e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} e^{i\omega_o t},
\end{aligned}
\tag{2.13}
$$

其中R為旋轉矩陣。在參考光路徑中，光束通過穿透軸為45°的檢偏板AN_r後，光的振幅與強度分別可表示為

$$
\begin{aligned}
E_r &= \mathrm{AN_r}(45^\circ) E_o' = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos\theta_R e^{\frac{i\omega t}{2}} + \sin\theta_R e^{-\frac{i\omega t}{2}} \\ -\sin\theta_R e^{\frac{i\omega t}{2}} + \cos\theta_R e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} e^{i\omega_o t} \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[(\cos\theta_R - \sin\theta_R) e^{\frac{i\omega t}{2}} + (\cos\theta_R + \sin\theta_R) e^{-\frac{i\omega t}{2}} \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\omega_o t} \quad ,
\end{aligned}
\tag{2.14}
$$

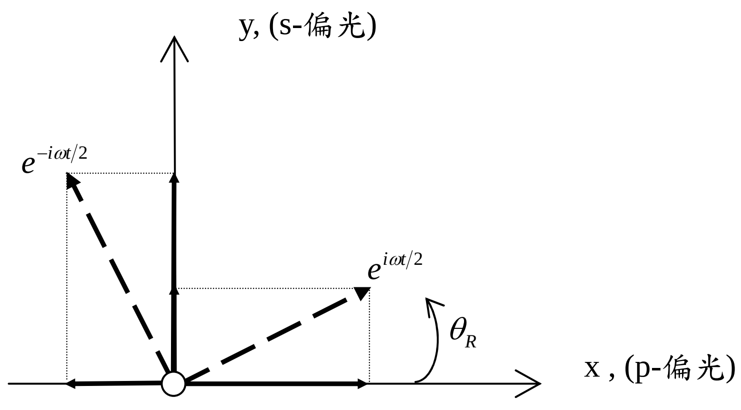

Fig. 2.4 偏振旋轉示意圖

與

$$
\begin{aligned}
I_{\mathrm{r}} &= \left|E_{\mathrm{r}}\right|^{2} \\
&= \frac{1}{2}\left(1+\cos 2\theta_{R} \cos \omega t\right)
\end{aligned}
\quad , \tag{2.15}
$$

由Eq. (2.15)可以發現，參考信號交流部份的振幅為$\cos 2\theta_R$，而相位項並沒有改變。另一方面，光束通過待測系統引進相位差後，再經過穿透軸為45°的檢偏板AN_t後，所得測試光的振幅與其強度分別可表示為

$$
\begin{aligned}
E_{\mathrm{t}} &= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e^{i\phi} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \cos\theta_R e^{\frac{i\omega t}{2}} + \sin\theta_R e^{-\frac{i\omega t}{2}} \\ -\sin\theta_R e^{\frac{i\omega t}{2}} + \cos\theta_R e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} e^{i\omega_o t} \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}}\left[\left(e^{i\phi}\cos\theta_R - \sin\theta_R\right)e^{\frac{i\omega t}{2}} + \left(\cos\theta_R + e^{i\phi}\sin\theta_R\right)e^{-\frac{i\omega t}{2}}\right]\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\omega_o t}
\end{aligned}
\quad , \tag{2.16}
$$

與

$$
\begin{aligned}
I_{\mathrm{t}} &= \left|E_{\mathrm{t}}\right|^{2} \\
&= \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{\cos^{2} 2\theta_{R} \cos^{2}\phi + \sin^{2}\phi}\,\cos(\omega t + \phi')\right)
\end{aligned}
\quad , \tag{2.17}
$$

其中

$$
\phi' = \tan^{-1}\left(\frac{\tan\phi}{\cos 2\theta_R}\right) \quad , \tag{2.18}
$$

在此 ϕ' 為測試信號相對於參考信號的相位差，而非待測系統所引入的相位差

ϕ，僅有在沒有偏振旋轉角的情形下，即θ_R=0，ϕ'才會等於ϕ。在偏振旋轉存在的情況下，相位差之誤差量為

$$\Delta\phi_R = \phi' - \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\tan\phi}{\cos 2\theta_R}\right) - \phi \text{，} \tag{2.19}$$

將 $\Delta\phi_R$，ϕ 與 θ_R 之間的關係以 Fig. 2.5 來表示，從圖中可看到誤差量 $\Delta\phi_R$ 是

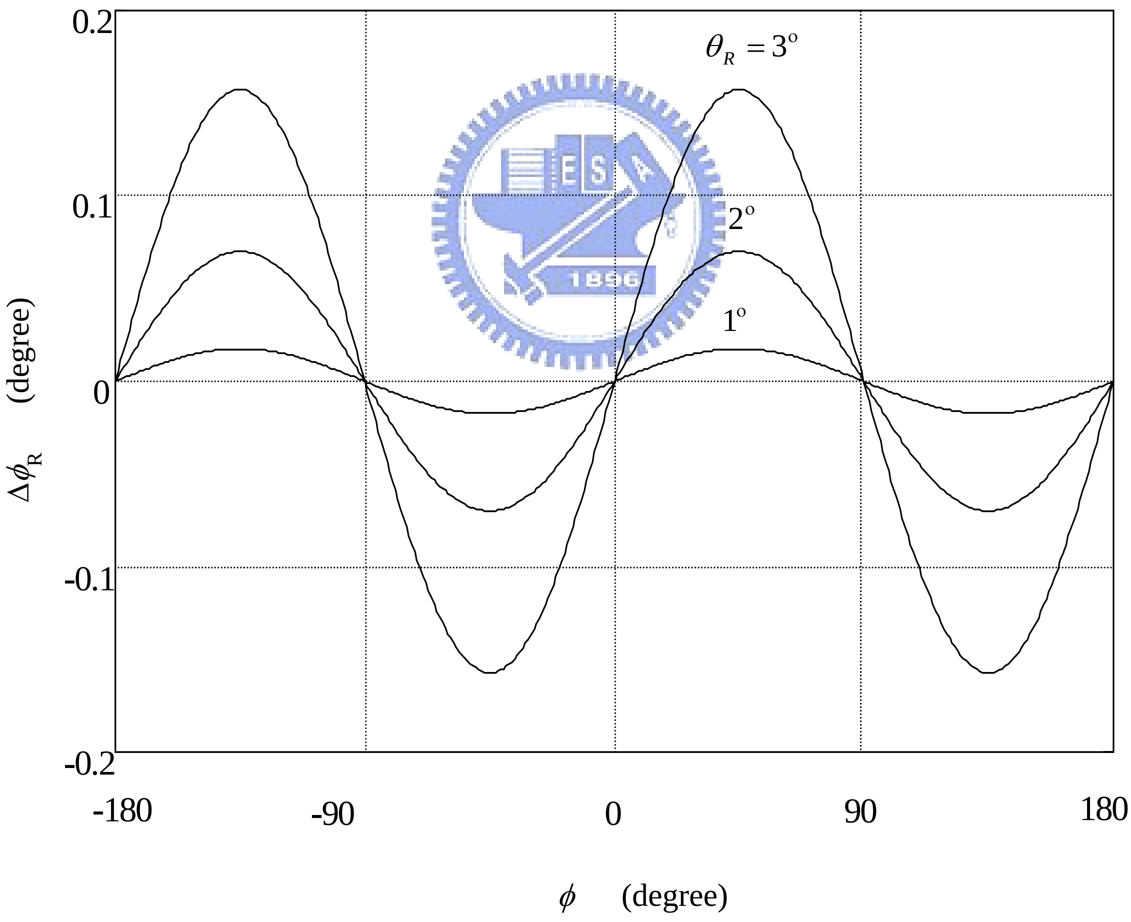

Fig. 2.5 偏振旋轉誤差$\Delta\phi_R$、ϕ與θ_R之間的關係圖

一個週期函數，當相位差 ϕ 經過一個 2π 的週期時，誤差量 $\Delta\phi_R$ 已經過了兩個週期，因此，才有二次諧波誤差的稱呼。由此圖中也可看出，當偏振旋轉 θ_R 的情況越大時，引進的誤差量 $\Delta\phi_R$ 也越大。欲將此項誤差減低，則必須在架設光學系統時，仔細調整與校正各個元件。圖中有一些特別的相位差值 ϕ，例如 $\pm180^{\circ}$，$\pm90^{\circ}$ 與 0° 的地方，誤差量為 0，也就是說，若設計一待測系統使測試相位差為 0° 時，可以有最小的誤差量。

2.5.2 偏振混合誤差[23-25]

當光線通過如偏極板或偏極分光鏡等偏光元件時，受到這些元件消光比(extinction ratio)的影響，常會發生偏極混合(polarization mixing)的現象。在實驗室座標中的 x 軸，除了主要的 x 方向的偏極光 (p-)外，尚有小部份的 y 方向 (s-)會耦合過來；同理，座標的 y 軸，除了有主要的 y 方向之偏極光(s-)外，也會有小部份 x 方向的偏極光(p-)會耦合過來，因此通過偏光元件後的 Jones vector 可表示

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Ae^{i\omega t/2} + \beta e^{-i\omega t/2} \\ Be^{-i\omega t/2} + \alpha e^{i\omega t/2} \end{pmatrix} e^{i\omega_0 t} , \qquad (2.20)$$

其中 $A = |A| e^{i\phi_A}$ 與 $B = |B| e^{i\phi_B}$ 分別是 x 軸方向與 y 軸方向的主要偏極振幅；而 $\alpha = |\alpha| e^{i\phi_\alpha}$ 與 $\beta = |\beta| e^{i\phi_\beta}$ 分別是在 y 方向與 x 方向的混合雜訊之偏極振幅。參考信號光路上經檢偏板 AN_r 之後的光強度為

$$
\begin{aligned}
I_{\mathrm{r}} = {} & |A|^2 + |B|^2 + |\alpha|^2 + |\beta|^2 + 2|A||\alpha|\cos(\phi_A - \phi_\alpha) + 2|B||\beta|\cos(\phi_B - \phi_\beta) \\
& + 2|A||B|\cos(\omega t + \phi_A - \phi_B) + 2|A||\beta|\cos(\omega t + \phi_A - \phi_\beta) + 2|\alpha||B|\cos(\omega t + \phi_\alpha - \phi_B) \text{，} \\
& + 2|\alpha||\beta|\cos(\omega t + \phi_\alpha - \phi_\beta)\,, \qquad (2.21)
\end{aligned}
$$

就參考光束而言，兩正交偏光走相同路徑，且經分光鏡 BS 反射之故，所以 $|A| \neq |B|$ ； $\phi_A - \phi_B = \phi_{BS}$ ，$\phi_\alpha - \phi_\beta = \phi_{BS}$，$\phi_A - \phi_\alpha = 0$，$\phi_B - \phi_\beta = 0$ ，也就是 $\phi_A - \phi_\beta = \phi_{BS}$，$\phi_\alpha - \phi_B = \phi_{BS}$ 皆為定值，且$|A|/|B| = |\alpha|/|\beta|$ ，其中 ϕ_{BS} 為分光鏡 BS 反射所引起的相位差。所以 Eq.（2.21）可寫為

$$
I_{\mathrm{r}} = (|A| + |\alpha|)^2 + (|B| + |\beta|)^2 + 2(|A||B| + |A||\beta| + |\alpha||B| + |\alpha||\beta|)\cos(\omega t + \phi_{BS})\text{；} \qquad (2.22)
$$

另一方面，測試光經過檢偏板 $\mathrm{AN_t}$ 後，光強度為

$$
\begin{aligned}
I_t = {} & |A|^2 + |B|^2 + |\alpha|^2 + |\beta|^2 + 2(|A||\alpha| + |B||\beta|)\cos(\phi) \\
& + 2\sqrt{\left[(|A||B| + |\alpha||\beta|)\cos(\phi) + |A||\beta| + |B||\alpha|\right]^2 + (|A||B| - |\alpha||\beta|)^2 \sin^2(\phi)}\,\cos(\omega t + \phi')\text{，} \qquad (2.23)
\end{aligned}
$$

其中相位差ϕ

′

$$
\phi' = \tan^{-1}\left[\frac{(|A||B| - |\alpha||\beta|)\sin\phi}{|A||\beta| + |B||\alpha| + (|A||B| + |\alpha||\beta|)\cos\phi}\right]\text{，} \qquad (2.24)
$$

由Eq. (2.23) 所示的測試信號與Eq. (2.22) 所示的參考信號(ϕ_{BS}值需預先測得)相比較，所得的相位差為ϕ' 而非待測相位差ϕ。所以由偏極混合所引起的相位誤差為

$$\Delta\phi_m = \phi' - \phi \text{ ，} \tag{2.25}$$

若 $|A|=|B|$，$|\alpha|=|\beta|$ 且 $|\alpha|/|A|=0.001$ 與 0.005 的情況下，$\Delta\phi_m$ 與 ϕ 的關係圖如 Fig. 2.6 所示。由圖我們可見到，當比值越小，偏振混合誤差越小；而在相位差ϕ為 $\pm180^\circ$ 與 0°之處，誤差量為 0，所以我們若設計一待測系統使測試相位差為 0° 時，即可把誤差量減至最低。

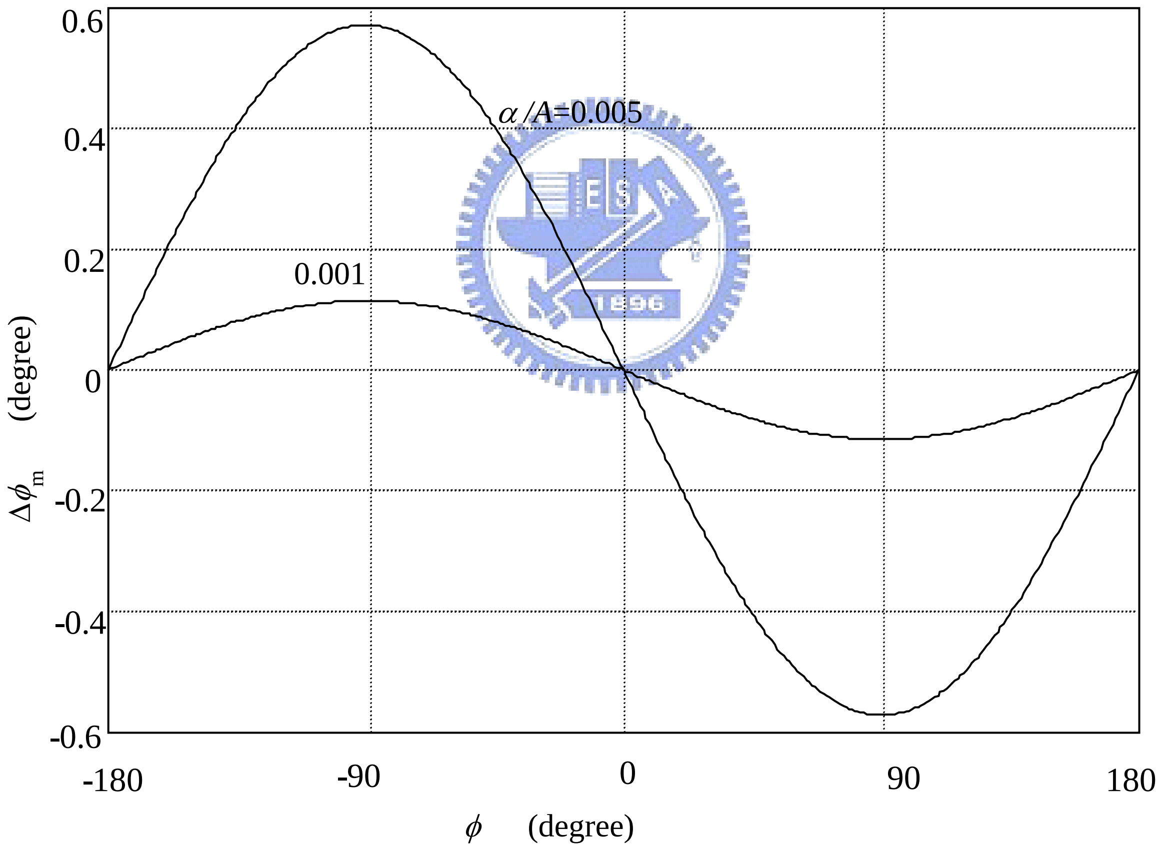

Fig. 2.6 偏振混合誤差$\Delta\phi_m$與ϕ的關係圖

2.6 小結

在本章中，我們說明了外差干涉術的基本原理與外差光源，其中也包括了各種移頻器，以及本論文所使用的電光晶體調制器的工作原理;此外也說明了外差干涉儀的基本架構。最後，探討了外差干涉術的週期非線性誤差，包括偏振旋轉誤差及偏振混合誤差。

參考文獻

1. G. E. Sommargren, “Optical heterodyne profilometry,” *Appl. Opt*. **20**, 610-618 (1981).
2. D. Pantzer, J. Politch, and L. Ek, “Heterodyne profiling instrument for the angstrom region,” *Appl. Opt.* **25**, 4168-4172 (1986).
3. H. Kikuta, S Asai, H. Yasukochi, and K. Iwata, “Force microscopy using common-path optical-heterodyne interferometer,” *Jap. J. Appl. Phys.* 587-590 (1991).
4. C. H. Lin, C, Chou, and K. S. Chang, ”Real time interferometric ellipsometry with optical heterodyne and phase lock-in techniques,” *Appl. Opt.* **29**, 5159-5162 (1990).
5. Y. Lin, Z. Zhou, and R. Wang, “Optical heterodyne measurement of the phase retardation of a quarter-wave plate,” *Opt. Lett*., **13**, 553-555 (1988).
6. R. S. Sirohi and M. P. Kothiyal, “Optical Components, Systems, Measurement Techniques,” *Marcel Dekker, Inc*., New York, 219-246 (1992).
7. J. C. Suits, “Magneto-optical rotation and ellipticity measurements with a spinning analyzer,” *Rev. Sci. Instrum.* **42**, 19-22 (1971).
8. M.P. Kothiyal and C. Delisle, “Optical frequency shifter for heterodyne interferometry using counterrotating wave plates,” *Opt*. *Lett.* **9**, 319-321 (1984).
9. W. H. Stevenson, “Optical frequency shifting by means of a rotating diffraction grating,” *Appl. Opt*. **9**, 649-652 (1970).
10. T. Suzuki and R. Hioki, “Translation of light frequency by a moving grating,” *J. Opt. Soc. Am*., **57**, 1551 (1967).
11. M. J. Ehrlich and L. C. Philips, and J. W. Wanger, “Voltage-controlled acousto-optic phase shifter,” *Rev. Sci. Instrum.*, **59**, 2390-2392 (1988).

12. M. G. Gazalet, M. Raveg, F. Haine, C. Bruneel, and E. Bridoux, “Acousto-optic low frequency shifter,” *Appl. Opt.*, **33**, 1293-1298 (1994).

13. P. Dirksen, J. V. D. Werf, and W. Bardoel, “Novel two-frequency laser,” *Prec. Eng*. **17**, 114-116 (1995).

14. J. C. Kemp, “Piezo-optical birefringence modulators:new use for a long known effect,” *J. Opt. Sci. Am.* **59**, 950-954 (1969).

15. S. N. Jasperson and S. E. Schnatterly, “An improved method for high reflectivity ellipsometry base on a new polarization modulation technique,” *Rev. Sci. Instrum.* **40**, 761-767 (1969).

16. H. Takasaki, N. Umeda,and M. Tsukiji, “Stabilized transvere Zeeman laser as a new light soure for optical measurement,” *Appl. Opt.* **19**, 435-441 (1980).

17. N. Umeda, M. Tsukiji, and H. Takasaki, “Stabilized ^{3}He-^{20}Ne transverse Zeeman laser,” *Appl. Opt*. **19**, 442-450 (1980).

18. D. C. Su, M. H. Chiu, and C. D. Chen, “Simple two frequency laser,” *Prec. Eng.*, **18**, 161-163 (1996).

19. H. Takasaki, M. Isobe, T. Masaki, A. Konda, T. Agatasuma, and Y. Watanable, “An automatic retardation meter for automatic polarimetry by means of an ADP polarization modulator,” *Appl. Opt.* **3**, 371-377 (1964).

20. B. H. Billings, “The electro-optic effect in uniaxial crystal of the type XH_2PO_4. I. Theoretical,” *J. Opt. Sci. Am.* **39**, 127-133 (1949).

21. A. Yariv and P. Yeh, “Optical waves in crystals,” John Wiley & Sons, New York, Chap.5, 121-154 (1984).

22. J. M. De Freitas and M. A. Player, “Importance of rotational beam alignment in the generation of second harmonic errors in laser heterodyne interferometry,” *Meas. Sci. Technol.*, **4**, 1173-1176 (1993).

23. C. M. Wu and R. D. Deslattes, “Analytical modeling of the periodic nonlinearity

in heterodyne interferometry", *Appl. Opt.* **37**, 6696-6700 (1998).

24. W. Hou and G. Wilkening, "Investigation and compensation of the nonlinearity of heterodyne interferometers", *Prec. Eng.* **14**, 91-98 (1992).
25. A. E. Rosenbluth and N. Bobroff, "Optical sources of nonlinearity in heterodyne interferometers", *Prec. Eng.* **12**, 7-11 (1990).