

國立交通大學

電信工程學系

碩士論文

天線系統之等效電路生成

Equivalent Circuit Generation for Antenna Systems



研究生：王義志

指導教授：趙學永 教授

中華民國九十五年六月

天線系統之等效電路生成

Equivalent Circuit Generation for Antenna Systems

研究生：王義志

Student : Yi-Chih Wang

指導教授：趙學永

Advisor : Hsueh-Yung Chao

國立交通大學
電信工程學系
碩士論文



A Thesis

Submitted to Department of Communication Engineering

College of Electrical and Computer Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in Communication Engineering

June 2006

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十五年六月

天線系統之等效電路生成

學生：王義志

指導教授：趙學永

國立交通大學電信工程學系碩士班

摘 要

本文提供新的觀點來探討現有一組經由向量網路分析儀得到天線的量測數據,則可將此天線轉換成含有電阻、電感、電容或壓控電流源(voltage controlled current source, VCSS)等元件的等效電路。文中比較了兩種生成等效電路的方法,第一種是經由複數跳頻(complex frequency hopping, CFH)和狀態空間(state space)等方法來生成等效電路,而第二種方法是由向量擬合法(vector fitting, VF)和極點留數形式(pole-residue form)得到對應的等效電路,於是分別由上述的兩種方法將單端輸入單端輸出(single input single output)系統的量測數據轉換成等效電路。而為了驗證兩種方法都能有效的生成等效電路,於是就做了兩個實驗,第一個實驗是將單極天線量測的數據分別經由兩種方法來生成等效電路,而另外一個實驗是將此單極天線置於依有透氣狹縫的金屬箱內,來模擬天線在腔內輻射,同樣的也經由兩種方法來生成等效電路。然後經由電路模擬軟體 SPICE 來驗證生成的等效電路是否可以準確的近似頻率響應,而最後會對生成的等效電路做比較。

Equivalent Circuit Generation for Antenna Systems

Student : Yi-Chih Wang

Advisor : Dr. Hsueh-Yung Chao

Department of Communication Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT

The thesis compares two algorithms for generating broadband equivalent circuits for highly resonant antenna systems. The first algorithm applies the complex frequency hopping (CFH) to generate equivalent circuits with resistors, capacitors and voltage controlled current sources (VCCSs). The second one applies vector fitting (VF) to generate equivalent circuits consist of resistors, reactors, capacitors and inductors. In order to test the above algorithms for generating equivalent circuits based on real-world measurement data, we build a monopole antenna attached to a finite ground plane and we build a copper box with a narrow ventilation slot. We measured the input impedances of both the standalone monopole antenna and the antenna enclosed in the copper chasis. The results demonstrate that both algorithms are very stable for generating broadband equivalent circuits for the resonant antenna system. Furthermore, we also identify the relationship between poles of the antenna transfer functions and the resonant frequencies.

誌 謝

在碩士兩年的時間內，能夠完成這篇碩士論文，首先我要感謝我的指導教授趙學永老師，在這兩年內當遇到問題的時候能和我討論且給我解決問題的方向，令我再這段時間內受益良多，接下來要感謝同實驗室的益廷、翔昱、當榮和已經畢業的旻靜學姊，尤其是益廷他幫我解決課業上和研究上的問題，再來感謝 718 實驗室的哲宇，獻哲，培育，志鴻，宗諺和政翰等人，並感謝曾經幫過我的朋友，明峰，博全等人，最後將這篇論文獻給我的家人。



目 錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
表目錄	v
圖目錄	vi
第一章	序論.....	1
1-1	簡介與研究動機.....	1
1-2	現有生成等效電路的方法.....	2
1-3	論文大綱.....	4
第二章	生成等效電路的流程.....	5
2-1	生成等效電路的流程圖.....	5
2-2	近似原來頻率響應的方法.....	6
2-2-1	複數跳頻(CFH).....	6
2-2-2	向量擬合法(VF).....	12
2-3	穩定性和被動性.....	17
2-4	生成等效電路.....	21
2-4-1	由狀態空間去找等效電路.....	21
2-4-2	由極點留數的形式去找等效電路.....	23
2-5	確認等效電路的正確性.....	24
第三章	實驗數據與驗證.....	25
3-1	單極天線.....	26
3-1-1	由複數跳頻生成單極天線的等效電路.....	27
3-1-2	由向量擬合法生成單極天線的等效電路.....	31
3-2	單極天線在有一狹縫的金屬箱.....	34
3-2-1	由複數跳頻產生單極天線置於有一狹縫的金屬箱的等效電路.....	35
3-2-2	由向量擬合法產生單極天線置於有一狹縫的金屬箱的等效電路.....	42
第四章	結論.....	47
第五章	未來研究方向.....	49
參考文獻	50

表 目 錄

表 3-1	比較兩種生成等效電路的方法.....	25
表 3-2	由複數跳頻找到共振頻率點對應到的極點和留數較大的極點.....	30
表 3-3	由向量擬合法找出共振點對應到的極點和留數.....	33
表 3-4	複數跳頻的極點留數, 現在只觀察到最高頻率為 1.5GHz.....	41
表 3-5	由向量擬何法找出全部主要的極點和留數.....	46
表 4-1	比較經由複數跳頻和向量擬合法來近似單極天線.....	47
表 4-2	比較經由複數跳頻和向量擬合法來近似單極天線置於有一狹縫的金屬箱...	47



圖 目 錄

圖 2-1	生成等效電路的基本流程圖	5
圖 2-2	基於極點匹配搜尋法的複數跳頻	8
圖 2-3	極點匹配搜尋的演算法	10
圖 2-4	基於轉移函數搜尋法的複數跳頻	10
圖 2-5	轉移函數搜尋法的演算法	11
圖 2-6	將複數跳頻找到的極點轉成系統的極點	12
圖 2-7	強制系統被動性的流程圖	20
圖 2-8	用狀態空間來生成等效電路	22
圖 2-9	由極點留數形式去找等效電路	23
圖 3-1	單極天線的結構圖	26
圖 3-2	單極天線經過複數跳頻得到在 s 平面上的分佈	28
圖 3-3	將圖 3-2 局部放大	28
圖 3-4	複數跳頻近似單極天線且強制穩定性後所得到的系統極點集合	29
圖 3-5	經過複數跳頻且強制滿足穩定性所生成單極天線之等效電路和原先的做比較	30
圖 3-6	經過向量擬合法近似單極天線的頻率響應, 所得到的系統特徵值和強制其被動性後的比較圖	31
圖 3-7	將圖 3-6 低頻的地方放大檢視強制被動性後的特徵值和原先的差別	32
圖 3-8	經過向量擬合法所得到的系統極點集合	32
圖 3-9	經由向量擬合法生成單極天線的等效電路和原先頻率響應比較的圖形	33
圖 3-10	金屬箱的結構和天線放置的方向	34
圖 3-11	在金屬箱內的單極天線經過複數跳頻所得到的極點分佈	35
圖 3-12	將圖 3-11 局部放大	36
圖 3-13	經由複數跳頻但未移除不穩定極點的系統極點分佈圖	36
圖 3-14	比較在金屬箱內的單極天線和由複數跳頻但未強制穩定性的頻率響應	37
圖 3-15	將圖 3-14 局部放大	38
圖 3-16	經過強制穩定性後的系統極點分佈圖	39
圖 3-17	比較在金屬箱內的單極天線和由複數跳頻且強制穩定性的頻率響應	39
圖 3-18	將圖 3-17 局部放大	40
圖 3-19	將圖 3-15 和圖 3-18 疊在一起比較差異性	40
圖 3-20	經過向量擬合法近似置於金屬箱中的單極天線之頻率響應, 所得到的系統特徵值和強制其被動性後的比較圖	42
圖 3-21	將圖 3-20 局部放大	43
圖 3-22	用向量擬合法找出系統極點的分佈圖	44
圖 3-23	用向量擬合法生成一單極天線置於金屬箱中的等效電路和原來的比較	44
圖 3-24	將圖 3-23 局部放大	45

第一章

序論

1-1 簡介與研究動機

近幾年來為了將量測的數據(如經由向量網路分析儀(vector network analyzer)所量測的 S 參數),或是將經過電磁全波模擬後的結果和電路模擬相結合,於是就出現了許多的方法將頻率響應(frequency response),轉成 SPICE 格式的等效電路。而這些方法主要應用於電力(power)系統分析,用來解整流變壓器的問題[1][4],或在導線(interconnect)分析上解因為高頻要考慮電磁共容(EMC)和電磁干擾(EMI)等效應所產生的問題 [2, 3],例如串音(crosstalk),震鈴(ringing)和失真(distortion)等問題。

將這些方法用來解單端輸入單端輸出(single input single output, SISO)的問題,現在應用在天線系統上。由量測或模擬得到的資料要轉成等效電路,而選用的頻率響應為 Y 參數做例子,此時若能將天線轉換成一組新的等效電路,則天線和其他電路就有溝通的橋樑,且將系統電路和天線都用 SPICE 格式表示,再用 SPICE 去做模擬則可以得到整個系統的特性,而以往是把天線用物理實體模型(physical model),來等效天線此元件的頻率響應,而因為操作的頻段愈來愈高頻,則集膚效應(skin effect)等高頻現象要考慮進去,這會使原先的物理實體模型只能用來近似某些頻段,而其他頻段就會不準確的現象,也就是物理實體的等效電路模型雖然能近似原響應,但近似的頻寬不夠寬頻。於是出現了將量測或模擬的頻率響應轉換成一組雖然沒有物理意義但是卻可以寬頻近似原來響應的等效電路(equivalent circuit)。

而隨著操作頻率越來越高,且操作頻段愈來愈廣的趨勢(如 UWB 天線),如何生成一個寬頻的等效電路來等效原來元件或電路的特性將愈來愈重要,而在接下來的章節中會提到現在有哪些技術可以用來生成寬頻的等效電路,而在生成等效電路時要細分成幾個步驟,和每個步驟所會遇到的相關問題,最後再舉例子驗證。

1-2 現有生成等效電路的方法

近幾年來為了能寬頻的產生一組新的等效電路,分別用來解決導線分析和電力方面的問題。而近十年來發展的方法有漸進波形評定法(asymptotic waveform evaluation, AWE) [5]、複數跳頻(complex frequency hopping, CFH) [6]、PVL[7] (Padé approximation via Lanczos process)、PRIMA(passive reduced-order interconnect macromodeling algorithm) [8]、向量擬合法(vector fitting, VF) [4]等方法,找出對應到狀態空間(state space)或極點留數形式(pole-residue form)的參數,再去產生一組等效電路,而生成等效電路的檔案格式,可以是 SPICE、電磁暫態程式(electromagnetic transients program, EMTP) [22] 等電路模擬軟體能辨識的格式。

其中 AWE 是基於 MNA(modified modal admittance)與 MMTs(moment matching techniques),首先由泰勒展開找出一組在 s 平面上的轉移函數(transfer function),得到每一項的係數,再經由培德近似(Padé approximation),分別去找出有理化形式(rational)所對應到分子項和分母項的係數。首先找分母項係數,先令分母常數項所對應到係數的值是 1,再由泰勒展開不同階數的係數找出分母項的其他係數,最後再由找出來的分母項係數去找分子項的係數。而因為就只有用一個泰勒展開式來近似原頻率響應,則會導致最後做出來的近似只有在原點附近展開會準,而其他範圍就不準的現象,而且為了解出分子和分母項係數,此時找到和泰勒展開係數有關的矩陣會是病態矩陣(ill conditioned matrix)。

為了克服單個展開點不能近似整個頻段的響應,和所找出來的矩陣是病態矩陣的問題,於是就有在 s 平面上,對多個沿著虛軸的複數頻率點(complex frequency)做泰勒展開的 CFH 出現,此法除了可以解決上述的問題外,同時也找到了正確且主要的極點(dominant poles)。CFH 的基本演算法是用二元搜尋(binary search)的方式[5],首先由量測最低頻率對應到 s 平面的點做泰勒展開,找到一組轉移函數可以正確近似低頻的頻率響應,再來在最高頻率所對應到 s 平面的點做泰勒展開,(其中頻率換到 s 平面的方式是 $s = j2\pi f$),得到另外一組在

高頻展開點能正確近似原頻率響應的轉移函數,接下來判斷這兩個轉移函數是否有共同的極點,沒有的話則在中間點(高頻加低頻除以二再轉到 s 平面)的地方做泰勒展開,而有共同的極點則將轉移函數對應到的極點(poles)和留數(residues)紀錄下來,一直找到沿著 s 平面的轉移函數且用這些轉移函數能近似原來的頻率響應為止。CFH 主要是用多組低階的轉移函數來近似原來的頻率響應,而同時找到整個系統的主要極點。

而 PRIMA 是由 MNA(modified nodal analysis)再基於克利洛夫子空間(Krylov subspace)和全等變換(congruent transformation),找出整個系統對應到的特徵值(eigenvalue),既將原來的系統相似轉換,使原系統 $\bar{\mathbf{A}} = \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{H}}_q\bar{\mathbf{K}}^{-1}$, 其中 $\bar{\mathbf{H}}$ 為 upper Hessenberg 矩陣,再將 $\bar{\mathbf{K}}$ 做 QR 分解,而 $\bar{\mathbf{K}} = [\bar{\mathbf{R}} \quad \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{R}} \quad \dots \quad \bar{\mathbf{A}}^q\bar{\mathbf{R}}]$, 而滿足 $\bar{\mathbf{K}}$ 和 $\bar{\mathbf{Q}}$ 的前 q 行所生成的空間是一樣的,此空間稱為克利洛夫子空間。用數學式子表示滿足 $\text{ColumnSpace}([\bar{\mathbf{R}} \quad \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{R}} \quad \dots \quad \bar{\mathbf{A}}^q\bar{\mathbf{R}}]) = \text{ColumnSpace}(\bar{\mathbf{Q}})$ 條件的空間,就是克利洛夫子空間,而 $\bar{\mathbf{Q}}$ 矩陣不會是病態矩陣,而且可以克服培德近似無法取太高階的轉移函數的問題,最後經由狀態空間找出對應到的等效電路。

向量擬合法[4],是經由疊帶的方式去找出系統的特徵值,而後找出對應到極點留數形式(pole-residue form)的轉移函數來近似原先的頻率響應,再將系統找出來的特徵值強制滿足被動性的條件,最後再將極點留數的形式轉成等效電路,經過 EMTP 來模擬。

1-3 論文大綱

本文主要分成五個章節，第一章是序論，簡介研究動機和現在有哪些方法來生成等效電路。第二章是介紹生成等效電路的原理和流程，在該章節提出兩種生成等效電路的方式，比較由最開始近似原先頻率響應的方法，最後到生成等效電路形式的不同。第三章是用單極天線在自由空間(free space)和單極天線在有一狹縫的金屬箱內，將量測數據轉成等效電路來驗證第二章所提的方法能生成代替原頻率響應的等效電路。第四章是結論第五章是未來研究方向。



第二章

生成等效電路的流程

2-1 生成等效電路的流程圖

生成等效電路的流程如圖 2-1 所示，首先得到導納參數(admittance parameter, Y), 接下來近似原來的頻率響應, 再決定是否強制系統滿足被動性, 找出狀態空間(state space) 或極點留數(pole residue) 形式來近似原來的頻率響應, 由上述的形式去生成等效電路, 此時得到的檔案其副檔名是 spice, 爾後將此檔案經由電路模擬軟體 SPICE 來模擬, 最後將模擬出來的和原來的結果做比對。在接下來的章節會詳細介紹每個流程。

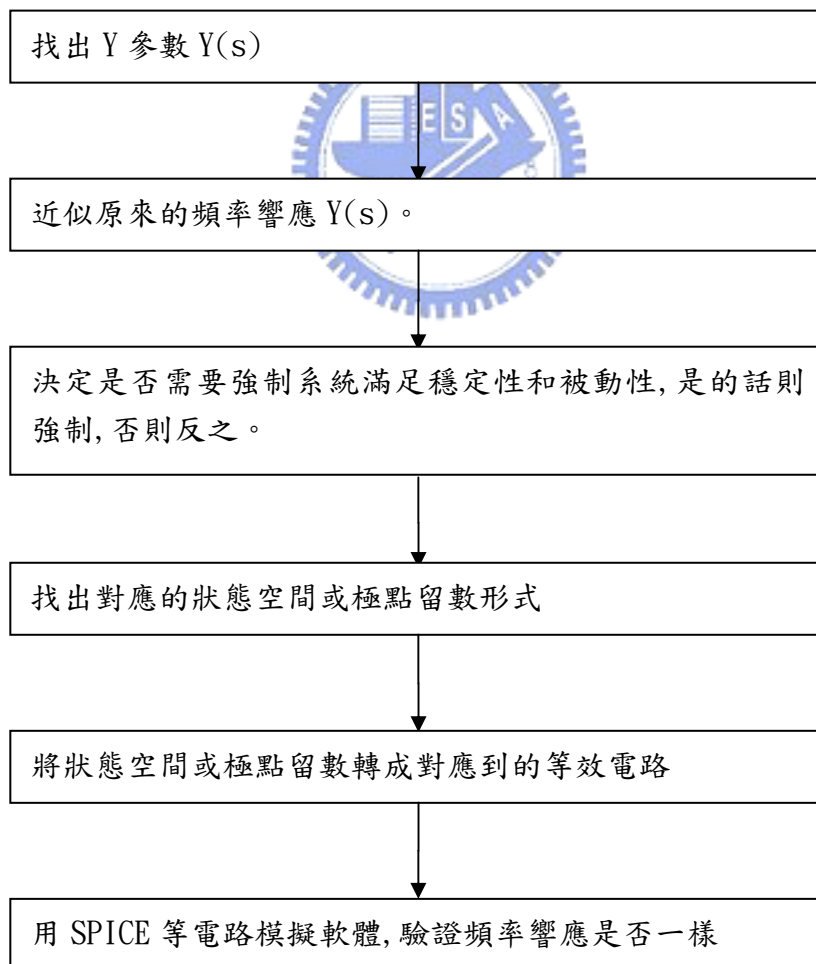


圖 2-1 生成等效電路的基本流程圖。

2-2 近似原來頻率響應的方法

首先將不是Y參數的頻率響應轉成Y參數,通常經由向量網路分析儀(vector network analyzer)量測得到散射參數(scattering parameter, S),再將S參數轉Y參數,而單級輸入單級輸出(SISO)的S參數轉Y參數的方式如(2.1) [9]所示,其中 Y_0 是特性組抗(characteristic impedance)的倒數,因為只有單一個輸入輸出端,所以S參數寫成 S_{11} ,而得到的 Y_{11} 代表在該端得到的輸入導納

$$Y_{11} = Y_0 \frac{(1 - S_{11})}{(1 + S_{11})} \quad (2.1)$$

有了頻率響應 $Y(s)$,接下來就是要近似此頻率響應。近似的方式有兩種,第一種是複數跳頻(complex frequency hopping, CFH) [2], [6],是用多個低階轉移函數組成一組高階的轉移函數,來近似原來的頻率響應。而另外一種是向量擬合法(vector fitting, VF) [1], [4],由系統的特徵值(eigenvalue),來近似原來的頻率響應。



2-2-1 複數跳頻(CFH)

原來的頻率響應是 $Y(s)$,現在先找出一組轉移函數 $\hat{Y}(s)$ (2.2)

$$\hat{Y}(s) = \sum_{i=0}^{L+M} s^i m_i, m_i = \frac{Y(s)^{(i)}}{i!} \quad (2.2)$$

其中各項係數 m_i ,是在 $s=0$ 的時候做泰勒展開時得到的係數,而再用培德近似

(Padé approximation)去找一組新的有理化形式的函數去近似 $\hat{Y}(s)$ (2.3)

$$\hat{Y}(s) = \frac{\sum_{l=0}^L s^l a_l}{\sum_{m=0}^M s^m b_m} \quad (2.3)$$

此時分母項係數為 b_m ，分子項係數為 a_l ，而對分母係數取正規化(normalized)，則分母 s^0 項對應到的係數 $b_0 = 1$ ，接下來由 s^{L+1} 到 s^{L+M} 項去找分母項的其他係數

(2.4)

$$\begin{bmatrix} m_{L-M+1} & m_{L-M+2} & \cdots & m_L \\ m_{L-M+2} & m_{L-M+3} & \cdots & m_{L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_L & m_{L+1} & \cdots & m_{L+M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_M \\ b_{M-1} \\ \vdots \\ b_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_{L+1} \\ m_{L+2} \\ \vdots \\ m_{L+M} \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

再由找出來的 b_m 和 s^0 到 s^L 的係數去做比對可以得到分子項的係數，而其關係如

(2.5) 所示

$$\begin{aligned} a_0 &= m_0, \\ a_1 &= m_1 + b_1 m_0, \\ &\vdots \\ a_L &= m_L + \sum_{i=1}^{\min(L,M)} b_i m_{L-i}, \end{aligned} \quad (2.5)$$



找出係數後又可將有理化形式的轉移函數用極點和留數的方式來表示(2.6)

$$\hat{Y}(s) = \hat{c} - \sum_{n=0}^{\infty} s^n \left[\sum_{i=0}^L \frac{\hat{k}_i}{\hat{p}_i^{n+1}} \right], m_0 = \hat{c} - \sum_{i=0}^L \frac{\hat{k}_i}{\hat{p}_i}, m_i = - \sum_{i=0}^L \frac{\hat{k}_i}{\hat{p}_i^{i+1}}. \quad (2.6)$$

和(2.2) 做比對可以將 m_i 用極點和留數的方式來表示，而由(2.7) 解出 \hat{c} 和

\hat{k}_i [2]

$$\begin{bmatrix} \hat{p}_1^{-1} & \hat{p}_2^{-1} & \cdots & \hat{p}_L^{-1} & -1 \\ \hat{p}_1^{-2} & \hat{p}_2^{-2} & \cdots & \hat{p}_L^{-2} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \hat{p}_1^{-L-1} & \hat{p}_2^{-L-1} & \cdots & \hat{p}_L^{-L-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_1 \\ \hat{k}_2 \\ \vdots \\ \hat{k}_L \\ \hat{c} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_0 \\ M_1 \\ \vdots \\ M_{L-1} \\ M_L \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

由上述流程可以找出一組極點和留數的集合，來準確近似該展開點附近的頻率響應。而整個頻段的頻率響應要藉由沿著 s 平面找到的多個取樣點，做泰勒展

開才能有效的近似, 而每一次展開的時候都有可能出現不屬於原先系統的極點, 此時要將這些極點移除掉, 於是就有複數跳頻(complex frequency hopping, CFH)的出現。而 CFH 的基本演算法是基於二元搜尋(binary search) 的方法, 又可以分成兩種, 第一種是極點匹配搜尋法(pole matching search method), 來達成 CFH。此方法是要判別兩相鄰的展開點得到的極點集合, 是否有重疊的極點, 如圖 2-2 所。

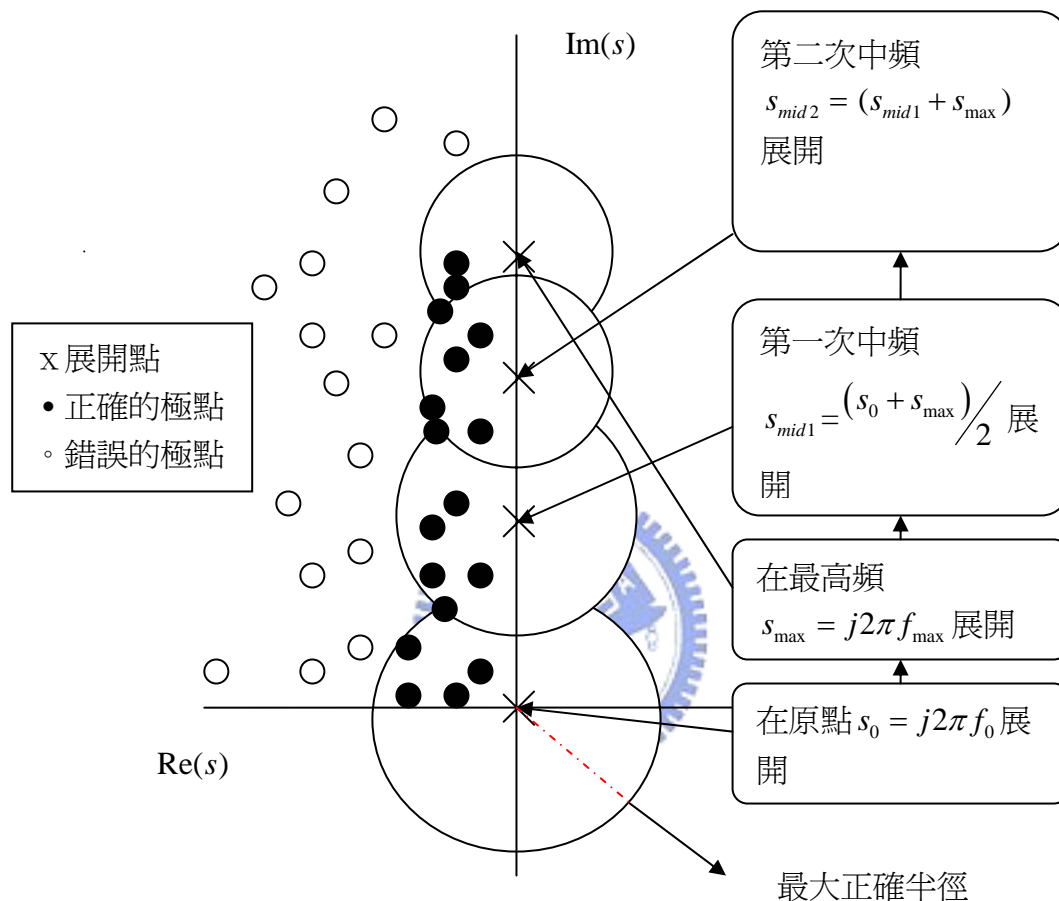


圖 2-2 基於極點匹配搜尋法的複數跳頻。

由圖 2-2 所示, 首先在最低頻率對應到 s 平面的點展開, 現在最低點為原點, 接下來在最高頻率對應到 s 平面的點展開, 比較兩者的極點集合是否有相同的極點, 沒有的話則取中間頻率(現為最高頻率和最低頻率的總合除以二對應到 s 平面的點), 重複上面的過程, 直到最後找出所有能代表原頻率響應的極點集合為止, 而其演算法如圖 2-3 所示。這個方法可以得到每個展開點所對應到正確極點存在的區域的最大半徑, 在該展開點最大半徑內的極值就是正確的, 而在外側則是錯誤的。對應到圖 2-2 又代表展開點所在位置, 虛線代表該展開點對應的最大半徑, 圓圈代表最大半徑所圍出正確極點的區域, 而在這裡面的黑點代表正確的極點, 落在該區域外的白點為錯誤的極點。

Pole Matching Search Algorithm

Parameter definition

OrgHop: Original hop; SearchHop: Search hop; EndHop: End hop;

PreHop(SearchHop): It links the search hop and the previous hop of the search hop.

CommonPole: If common poles are found, set the parameter CommonPole = 1.

SearchFinish: If search is finished, set the parameter = 1.

pole_error: Define the distance between the two pole sets of the each expansion.

Algorithm

OrgHop = 0;

Expand at OrgHop

Find a pole set $\{p\}^{(OrgHop)}$

EndHop = ϖ_{\max} ;

Expand at EndHop

Find a pole set $\{p\}^{(EndHop)}$

PreHop(EndHop) = OrgHop;

If no common poles between $\{p\}_{\min}$ and $\{p\}_{\max}$

CommonPole = 1 % Common poles are found.

SearchFinish = 1 % Search is finished.

else

while (Searchfinish !=1)

 SearchHop = EndHop;

 Searchfinish =1;

 while (SearchHop !=OrgHop)

 if ($\exists i, j$ such that $p_i \in \{p\}^{(SearchHop)}$, $p_j \in \{p\}^{(PreHop(SearchHop))}$,and

$|p_i - p_j| \leq pole_error$)

 CommonPole = 1;

 Store the residues and poles of SearchHop and PreHop(SearchHop);

 SearchHop = PreHop(SearchHop);

 else

 MidHop = (SearchHop+PreHop(SearchHop))/2;

 PreHop(MidHop) = PreHop(SearchHop);

 PreHop(SearchHop) = MidHop;

 Expand at MidHop;

 Find a pole set $\{p\}^{(MidHop)}$



```

        SearchHop = EndHop;
    end
end
end
end

```

圖 2-3 極點匹配搜尋的演算法。

而另外一種實現 CFH 的方法是轉移函數 (transfer function) 搜尋法如圖 2-4 所示, 先找出最低點的轉移函數 $Y_L(s)$, 再找出最高點的轉移函數 $Y_H(s)$, 接下來找出中間的展開點 f_{mid} , 再將這點帶入 $Y_L(s)$ 和 $Y_H(s)$ 去算兩者的誤差, 當小到某個值就當做兩者是重疊的, 若沒有的話則在 f_{mid} 做泰勒展開, 直到相鄰的轉移函數經由上述的方法重疊為止, 其基本演算法如圖 2-5 所示。

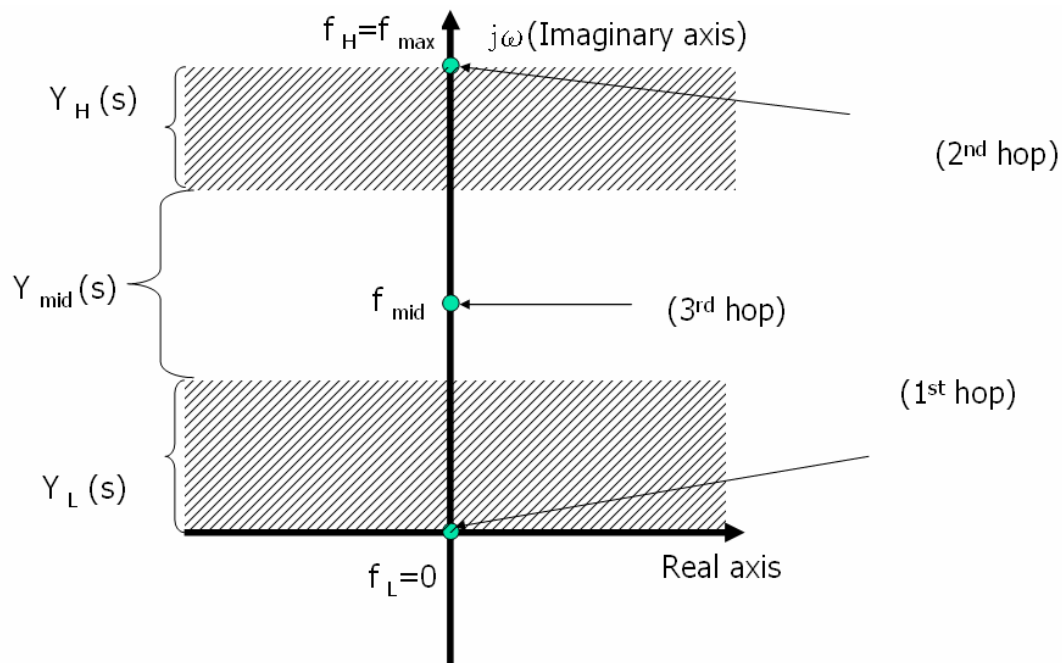


圖 2-4 基於轉移函數搜尋法的複數跳頻。

Step1: Set $s_L = 0$ and $s_H = j\omega_{\max}$.

Step2: Calculate two transfer functions at the original s_L and at the highest frequency s_H of operation.

Step3: Check the transfer functions at the midpoint $s = j\omega_{\max}/2$ between the two extremes. If the mismatch between two is below a prescribed error value, stop the algorithm. Else calculate another transfer function at $s = j\omega_{\max}/2$.

Step4: Continue to search in a similar procedure between $s = 0$ and $s = j\omega_{\max}/2$ and between $s = j\omega_{\max}/2$ and $s = j\omega_{\max}$ until the mismatch between two successive transfer function is below the prescribed error value.



圖 2-5 轉移函數搜尋法的演算法。

上面提供了兩種實現 CFH 的方法，而實際在實現 CFH 來達成寬頻近似原頻率響應，可以同時使用極點匹配搜尋法和轉移函數搜尋法來提高找出來新的轉移函數的準確度，由 CFH 找出來的極點集合是落在上半平面，而因為找出來的根是共軛存在，所以只要將原先在上半平面的點映射到下半平面，也就是直接將虛部取負值，則可以得到系統的極點集合，如圖 2-6 所示，原來由 CFH 找到的極點是黑色的點，假設找出的極點為 $s_R + js_I$ ，其中 s_R 和 s_I 都是正實數。則對應到的共軛極點 $s_R - js_I$ ，然後直接對應到下半平面的白色極點，而白點加黑點就是整個系統的極點，這樣就可以產生一組能近似原頻率響應的轉移函數。而要強制系統滿足穩定性的時候，選擇直接將落在左半平面的極點移除，如此也可以得到另外一組轉移函數，再將此轉移函數轉換成狀態空間表示式，其方式會在後面章節提及。

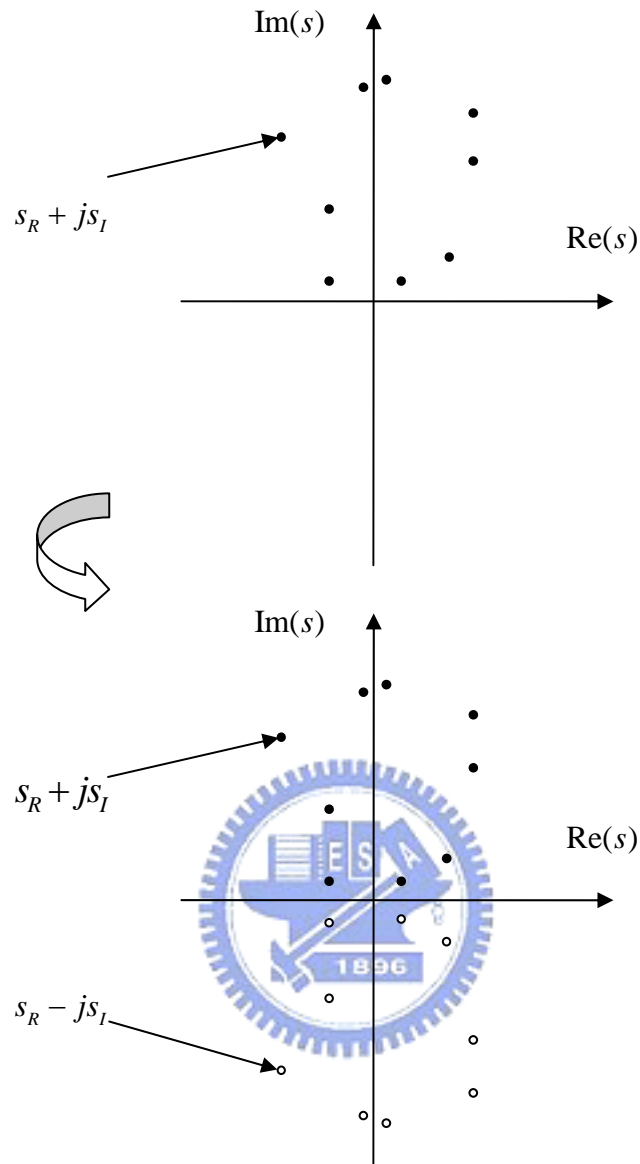


圖 2-6 將複數跳頻找到的極點轉成系統的極點

2-2-2 向量擬合法(VF)

由上述的 CFH 是用多個低階的轉移函數，生成一組高階的轉移函數來寬頻近似原來的頻率響應，但是卻會遇到要設定多小的誤差，才能正確判斷相鄰展開點所對應到的極點或轉移函數算是重疊的問題，而將經過上述方法所得到的轉移函數，其階數(order) 會很大，而所生成的等效電路所需要的基本元件也會比較多，於是乎就有個想法出現，是否可以直接找出一組較高階的轉移函數來有效的近似原來的頻率響應，此方法叫做向量擬合法(Vector fitting, VF) [4]。

此演算法是基於最小二乘方法(least square method) [10] 為基礎, 現在有一頻率響應 $Y(s)$, 改用 $\hat{Y}(s)$ 來近似, 則可以將 $\hat{Y}(s)$ 改成用部份分式形式 (fractional form) (2.8) 來近似

$$Y(s) \approx \hat{Y}(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - a_n} + d + se, \quad (2.8)$$

其中 d 和 e 是由所選取的轉移函數分母項的階數決定, 且 d 和 e 都為實係數, $d, e \in \mathbb{R}$, 如果分子項階數比分母項階數多一則有 d 和 e , 若是分子和分母的階數相等, 則只有 d , 而分子階數比分母小, 則 d 和 e 都為零, 其中的 a_n 是極點, c_n 是 a_n 所對應到的留數, 而 c_n 和 a_n 的值可以是實數也可以是複數, $c_n, a_n \in \mathbb{C}$, 而 N 代表近似原頻率響應的轉移函數階數。而此時為了避免解非線性的問題, 於是先選定起初的極點集合, 將可簡化成解線性的問題, 而未知數待解的是 c_n , d 和 e 這三樣。同樣的意思是當選定一組接近原來系統極點集合的新極點集合 \tilde{a}_n , $\tilde{a}_n \in \mathbb{C}$, 則分母項係數 $\tilde{D}(s)$ 就知道, $\tilde{D}(s): \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{C}^N$, 其中 N 對應到(2.8) 所近似的階數, 而原來的問題可以改寫成(2.9) 的型式

$$D(s)Y(s) = N(s); \frac{D(s)}{\tilde{D}(s)}Y(s) = \frac{N(s)}{\tilde{D}(s)}. \quad (2.9)$$

當一開始選定一組極點集合 \tilde{a}_n , 來構成 $\tilde{D}(s)$ 如(2.10) 所示

$$\tilde{D}(s) = \prod_{n=1}^N (s - \tilde{a}_n). \quad (2.10)$$

而各極點會滿足 $\tilde{a}_n \approx a_n$, 則在接下來文章的方程式, 遇到 a_n 改用 \tilde{a}_n 來代表, 所以 $\tilde{D}(s)$ 的階數和 $D(s)$ 的階數會一樣, 如此一來原來的分子項 $N(s)$ 除以 $\tilde{D}(s)$ 可以寫成以下的型式如 (2.11) 所示

$$\frac{N(s)}{\tilde{D}(s)} = Y(s) + \varepsilon(s). \quad (2.11)$$

其意思是表示經過上述的運算, 可視為原來由量測得到的頻率響應 $Y(s)$ 再加上一項誤差項 $\varepsilon(s)$, 而(2.11) 又可以改寫成(2.12)

$$\frac{N(s)}{\tilde{D}(s)} = \sigma(s)Y(s); \sigma(s) = \frac{\varepsilon(s)}{Y(s)} + 1 \quad (2.12)$$

而由(2.12) 將 $\sigma(s)$ 假定成(2.13) 的型式, 其中 \tilde{r}_n 是未知數

$$\sigma(s) = 1 + \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{r}_n}{s - \tilde{a}_n} \quad (2.13)$$

由(2.8), (2.12)和(2.13) 可以寫成(2.14) 的型式, 再將(2.14) 轉換成(2.15) 的型式

$$\sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - \tilde{a}_n} + d + se = \left[1 + \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{r}_n}{s - \tilde{a}_n} \right] Y(s), \quad (2.14)$$

$$\left[\sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - \tilde{a}_n} + d + se \right] - Y(s) \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{r}_n}{s - \tilde{a}_n} = Y(s) \quad (2.15)$$

其中的 s 是用量測的取樣頻率轉換成在 s 平面上的值來帶入, c_n , d , e 和 \tilde{r}_n 是待解的未知數, 則可以變成解 $\bar{\mathbf{A}}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ 的線性問題, 其中 $\bar{\mathbf{A}}$, \mathbf{x} 和 \mathbf{b} 分別如(2.16) 所示, 其中參數 s_k 下標的 K 代表量測時取樣頻率的點數, $s \in \mathbb{C}$, 或者是經過內插 (interpolation) 後所得到新的取樣點個數, 而 stack 代表將找出來的向量 \mathbf{A}_k 堆疊成一個矩陣 $\bar{\mathbf{A}}$, $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{(2N+2) \times 1}$, $\mathbf{b} \in \mathbb{C}^{K \times 1}$, $\mathbf{A}_k \in \mathbb{C}^{1 \times (2N+2)}$, $\bar{\mathbf{A}} = \mathbb{C}^{K \times (2N+2)}$ 。而原轉移函數階數 N 有一個限制, 是 $K \geq 2N + 2$

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} &= [c_1 \ \cdots \ c_N \ d \ e \ \tilde{r}_1 \ \cdots \ \tilde{r}_N]^T, \\
\mathbf{b} &= \left[Y(s_1) \ \cdots \ Y(s_K) \right]^T, \\
\bar{\mathbf{A}} &= \text{stack}(\mathbf{A}_K), \\
\mathbf{A}_K &= \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 & 1 & s_K & -Y(s_K) & \cdots & -Y(s_K) \\ s_K - \tilde{a}_1 & & s_K - \tilde{a}_N & & & s_K - \tilde{a}_1 & & s_K - \tilde{a}_N \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

一般在解上述的線性問題時，第一次所找的值並不會是最好的解，此解只是接近而不是正確的解，所以採用疊代(iteration)的方式來修正起初選定的極點集合 \tilde{a}_n ，而最終解出來的極點集合是原系統的極點集合。而要解出 \tilde{r}_n 又可以如(2.17)所示，先將 $\sigma(s)$ 化成極點和零點相乘的型式，再解出 \tilde{z}_n ， $\tilde{z}_n \in \mathbb{C}^N$ ，最後即可解出 \tilde{r}_n

$$\sigma(s) = 1 + \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{r}_n}{s - \tilde{a}_n} = \frac{\prod_{n=1}^N (s - \tilde{z}_n)}{\prod_{n=1}^N (s - \tilde{a}_n)}. \tag{2.17}$$

實際上在解(2.16)的線性系統時，通常都是在解複數系的問題，所以在一開始選取最初極點集合的時候，極點會是共軛複數的型式(2.18)

$$\tilde{a}_n = \alpha_n + j\beta_n, \tilde{a}_{n+1} = \alpha_n - j\beta_n, \alpha_n = -\beta_n / 100. \tag{2.18}$$

其中一開始 \tilde{a}_n 的虛部取和量測頻率有關，其關係如(2.19)為，

$$\beta = 2j\pi f, \tag{2.19}$$

將原來在頻域空間的資料點轉換到 s 空間上。又希望所選取的極點靠近虛軸，且所取的極點最終構成的系統滿足穩定性(stability)，所以又令實部是原來虛部的負一百分之一倍。且原先第 n 和 $n+1$ 項所對應到的極點(2.18)和留數(2.20)

$$c_n = \gamma_n + j\eta_n, c_{n+1} = \gamma_n - j\eta_n. \tag{2.20}$$

則原先的 $\bar{\mathbf{A}}$ 和 \mathbf{b} 會分別存入以下的資料(2.21)

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{K,n} &= \frac{1}{s_K - \tilde{a}_n} + \frac{1}{s_K - \tilde{a}_n^*}, \mathbf{b}_{1,n} = \text{Re}(Y(s_K)), \\ \mathbf{A}_{K,n+1} &= \frac{j}{s_K - \tilde{a}_n} - \frac{j}{s_K - \tilde{a}_n^*}, \mathbf{b}_{1,n+1} = \text{Im}(Y(s_K)) \circ \end{aligned} \quad (2.21)$$

其中 \tilde{a}_n^* 是 \tilde{a}_n 的共軛複數。於是原來解 c_n 複數系的問題, 變成解 γ 和 η 在實數系下的問題。

將(2.8) 用狀態空間[11, 12] (state space) 的概念帶入, 則可寫成(2.22), 其中 $\bar{\mathbf{A}}$, \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} 和 \mathbf{E} 分別如(2.23) 所示, $\bar{\mathbf{A}} \in \mathbb{C}^{N \times N}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{1 \times N}$, $\mathbf{D} \in \mathbb{R}$, $\mathbf{E} \in \mathbb{R}$, 再將上面的狀態空間

$$Y(s) \approx \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - \tilde{a}_n} + d + se = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \bar{\mathbf{A}})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} + s\mathbf{E}, \quad (2.22)$$

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \tilde{a}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \tilde{a}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \tilde{a}_N \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [c_1 \quad c_2 \quad \cdots \quad c_N], \mathbf{D} = d, \mathbf{E} = e \circ \quad (2.23)$$

利用(2.18) 和(2.20) 中關於極點和留數的表示方式, 現在只考慮所有的極點都是共軛複數的表示方式, 即 N 是偶數, 則原來的狀態空間表示式可以改用(2.24) 來代替。

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \tilde{\mathbf{A}}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \tilde{\mathbf{A}}_{N/2} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{A}}_i = \begin{bmatrix} \alpha_i & \beta_i \\ -\beta_i & \alpha_i \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ \vdots \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C}^T = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \eta_1 \\ \vdots \\ \gamma_{N/2} \\ \eta_{N/2} \end{bmatrix}, \mathbf{D} = d, \mathbf{E} = e \circ \quad (2.24)$$

2-3 穩定性和被動性

經由複數跳頻和向量擬合法找出狀態空間所對應到的參數後，在生成等效電路之前最好能確保電路的穩定性(stability) 和被動性(passivity)。而解出來的極點可能會出現在 s 平面的右半平面，即對應到極點的實部大於零，這樣的極點就稱為不穩定(unstable) 的極點。為了要讓整個系統滿足穩定性，則要將不穩定的極點強制它最終處在穩定的狀態，可以直接將不穩定的點從原先的極點集合中移除，則所有的極點都在左半平面，但是仍然可能導致系統不滿足被動性，之所以會要確保系統的被動性，是因為若其中一個電路滿足穩定性但不滿足被動性的條件，則當和其他電路相連接後，可能會導致新的系統不穩定。而用另外的方式來說明被動性[13 - 15]，即整個系統找出來的 Y 參數，當外加任意的電壓源 \mathbf{v} ，*代表將電壓源取共軛轉秩後做運算，最終該系統隨著頻率改變的時候只會吸收功率，而不會產生功率。由數學式子表示的話就如(2.25) 所示

$$\mathbf{P} = \text{Re}\{\mathbf{v}^* \mathbf{i}\} = \text{Re}\{\mathbf{v}^* (\mathbf{G} + j\mathbf{B}) \mathbf{v}\} = \text{Re}\{\mathbf{v}^* \mathbf{G} \mathbf{v}\}, \quad (2.25)$$

\mathbf{G} 是輸入導納的實部， \mathbf{B} 代表輸入導納的虛部，現在因為輸入導納直接用量測的資料代入，則其實部和虛部都存成向量的形式。而為了滿足吸收能量的條件，所以運算過後的功率要是正值，就是 \mathbf{G} 最終的值也要是正值。

將狀態空間的參數帶入(2.22)，得到輸入導納，只要讓輸入導納的實部 \mathbf{G} 滿足正定(positive definite) 的條件，也就是說， \mathbf{G} 所對應到的特徵值都是正值的時候，則(2.25) 在不同頻率下算出來的 Y 參數都會是正值，則此系統就滿足被動性[14]。

讓系統滿足被動性的方式可如[16] 所提，只對 Y 參數負的特徵值所在區域做補償，而不對整個頻域做補償，先將(2.22)的狀態空間參數轉成對應到的漢米爾頓矩陣 $\bar{\mathbf{N}}$ (2.26)，再計算此矩陣的特徵值，且讓該矩陣的特徵值不會產生比零小的特徵值。

$$\bar{\mathbf{N}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} - \mathbf{B}(\mathbf{D} + \mathbf{D}^T)^{-1} \mathbf{B} & \mathbf{B}(\mathbf{D} + \mathbf{D}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \\ -\mathbf{C}^T(\mathbf{D} + \mathbf{D}^T)^{-1} \mathbf{C} & -\bar{\mathbf{A}}^T + \mathbf{C}^T(\mathbf{D} + \mathbf{D}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \end{bmatrix}. \quad (2.26)$$

而在[14, 15] 則提出了以下的方法, 將強制被動性的問題, 改成解受限制的最小二乘方近似(constrained least square approximation), 其內容如下所示, 首先將原參數線性化(linearization) 並利用(2.27)

$$\Delta \mathbf{Y}_{fit} = \bar{\mathbf{M}} \Delta \mathbf{x}, \quad (2.27)$$

解出 $\bar{\mathbf{M}}$, $\Delta \mathbf{x}$ 放(2.8)用有理化型式表示的參數, $\Delta \mathbf{Y}_{fit}$ 放經過向量擬何法後得到的 Y 參數, \mathbf{Y} 的實部 \mathbf{G} 又可以用(2.28) 的方式表示, 其中 $\Delta \mathbf{g}_{fit}$ 放經過近似後 Y 參數的實部

$$\Delta \mathbf{g}_{fit} = \text{Re} \{ \bar{\mathbf{M}} \} \Delta \mathbf{x} = \bar{\mathbf{P}} \Delta \mathbf{x}, \quad (2.28)$$

又可以找出系統的特徵值和近似後 Y 參數實部的關係(2.29)

$$\Delta \Lambda = \bar{\mathbf{Q}} \Delta \mathbf{g}_{fit}, \quad (2.29)$$

將(2.28) 和(2.29) 合在一起則可以得到系統特徵值和有理化型式的關係(2.30)

$$\Delta \Lambda = \bar{\mathbf{Q}} \bar{\mathbf{P}} \Delta \mathbf{x} = \bar{\mathbf{R}} \Delta \mathbf{x}, \quad (2.30)$$

現在就變成解如何讓原來的 Y 參數和經過被動性的等效電路 Y 參數誤差量最小, 即解(2.31) 的問題

$$\mathbf{Y}(s) - \mathbf{Y}_{fit}(s, \mathbf{x}) \rightarrow 0, \mathbf{Y}(s) - (\mathbf{Y}_{fit}^0(s, \mathbf{x}) + \bar{\mathbf{M}} \Delta \mathbf{x}) \rightarrow 0, \quad (2.31)$$

其中 $\mathbf{Y}(s)$ 是量測得到的輸入導納, $\mathbf{Y}(s) \in \mathbb{C}^K$, 而 $\mathbf{Y}_{fit}(\mathbf{s})$ 是經過近似後的輸入導納, $\mathbf{Y}_{fit}(s): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}^K$, 而在解此問題的時候, 希望同時能滿足解出來的輸入導納的實部和其特徵值要大於零, 則條件如(2.32)

$$\Delta \Lambda = \bar{\mathbf{R}} \Delta \mathbf{x} \geq -\Lambda, \quad (2.32)$$

此時可以把(2.31) 和(2.32) 改寫成(2.33) 所示的方式, 而(2.33) 可以用二次規劃(quadratic programming) 來解, 在滿足(2.33) 的條件下

$$\bar{\mathbf{A}} \Delta \mathbf{x} \rightarrow \mathbf{b}, \bar{\mathbf{B}} \Delta \mathbf{x} \leq \mathbf{c}, \bar{\mathbf{A}} = \bar{\mathbf{M}}, \mathbf{b} = \mathbf{Y} - \mathbf{Y}_{fit}^0, \bar{\mathbf{B}} = -\bar{\mathbf{R}}, \mathbf{c} = \Lambda. \quad (2.33)$$

將(2.34) 所得的值最小化

$$\frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}^T \bar{\mathbf{H}} \Delta \mathbf{x} - \mathbf{f}^T \Delta \mathbf{x}, \text{ 其中 } \bar{\mathbf{H}} = \bar{\mathbf{A}}^T \bar{\mathbf{A}}, \mathbf{f} = \bar{\mathbf{A}}^T \mathbf{b}. \quad (2.34)$$

其流程如圖 2-7 所示。



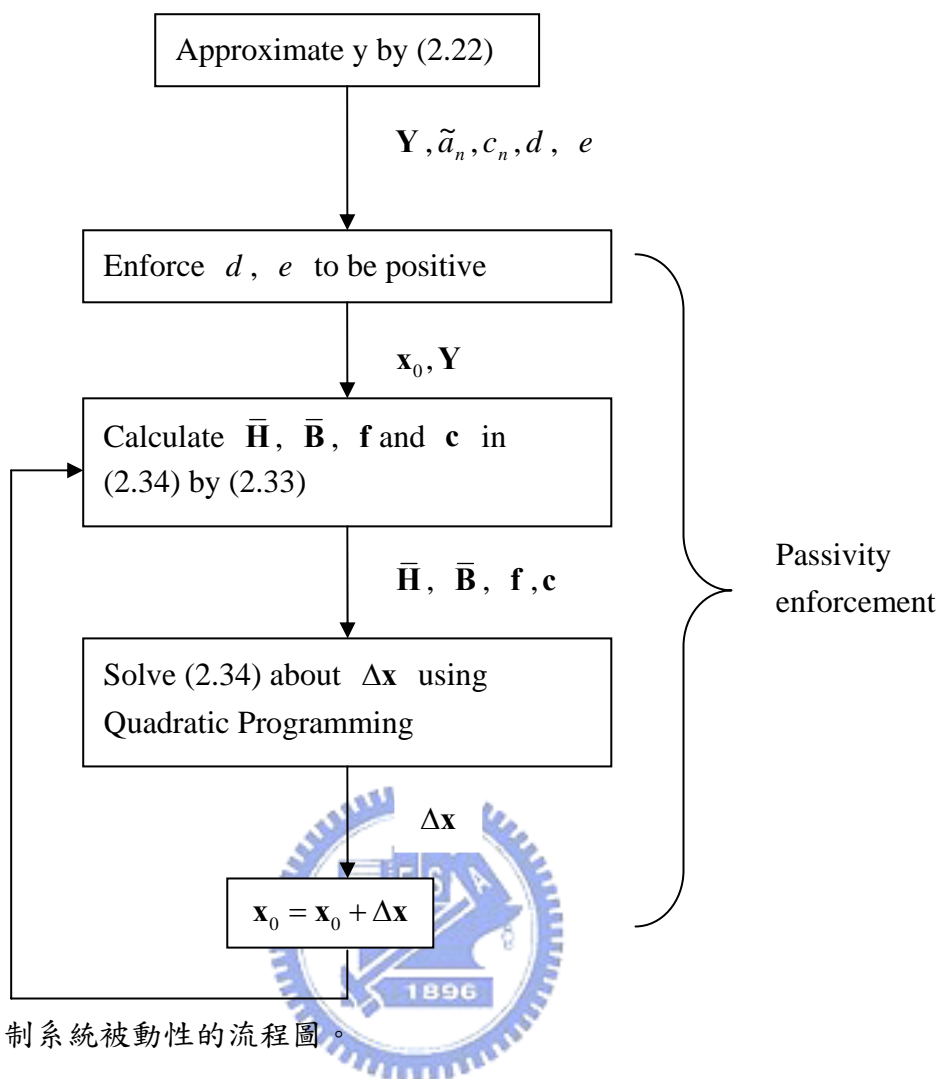


圖 2-7 強制系統被動性的流程圖。

實際上可以用另外的方式來達成被動性[17], 當只看輸入導納的實部 \mathbf{G} 的時候, 則可以寫成(2.35) 的型式, 其中的 d 和 e 都是實數

$$\mathbf{G}(s) = \text{Re}\{\mathbf{Y}(s)\} = \text{Re}\left\{\sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s-a_n} + d + se\right\} = \text{Re}\left\{\sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s-a_n}\right\} + d, \quad (2.35)$$

則要讓 \mathbf{G} 在任何頻率下都是正值, 則可以改成以下的問題(2.36), 其中 \mathbf{D} 即為(2.35) 的 d , 而 $\mathbf{P}(s)$ 為(2.35) 中所有極點留數形式項相加的結果

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{P}(s) + \mathbf{D}, \quad (2.36)$$

現在將(2.36) 作對角化(diagonalize) 後(2.37)

$$\bar{\mathbf{T}}(\bar{\mathbf{\Lambda}}_{pos} + \bar{\mathbf{\Lambda}}_{neg})\bar{\mathbf{T}}^{-1} = \mathbf{P} + \mathbf{D}, \quad (2.37)$$

再將所有的特徵值區分成正的部份和負的部份, 其中 $\bar{\mathbf{\Lambda}}_{pos}$ 代表正的特徵值, $\bar{\mathbf{\Lambda}}_{neg}$ 代表負的特徵值, 而現在將(2.37) 中 $\bar{\mathbf{\Lambda}}_{neg}$ 強迫其值為零, 則得到修正過後的輸入導納 \mathbf{G}_{corr} 會變成(2.38)

$$\mathbf{G}_{corr} = \bar{\mathbf{T}}\bar{\mathbf{\Lambda}}_{pos}\bar{\mathbf{T}}^{-1} = \mathbf{P} + \mathbf{D} - \bar{\mathbf{T}}\bar{\mathbf{\Lambda}}_{neg}\bar{\mathbf{T}}^{-1}。 \quad (2.38)$$

則(2.23) 的 d 這項就已經強制被動性了。

2-4 生成等效電路

接下來將找出來一組現有軟體所能辨識的等效電路, 因為現在是用 SPICE 來驗證, 所以生成出來的等效電路要經過 SPICE 執行, 最終仍然要得到和原來一樣的頻率響應。下面討論兩種生成等效電路的方式。第一種是由狀態空間表示式(2.22) 去對應等效電路, 等效電路的元件包含電阻、電容和電壓控制電流源(voltage control current source), 以上三種元件。另外一種則是從極點留數的形式(2.8), 用電路學的觀點去轉成只含電阻, 電容和電感的等效電路。

2-4-1 由狀態空間去找等效電路

現在舉一個單端輸入單端輸出(SISO) 的系統做例子, 用分子和分母階數都是 n 階的轉移函數來近似原來的頻率響應, 轉換成狀態空間的表示式其關係式如(2.39) 所示, 其中因為是單端的關係, 所以只有一組和輸入端(port) 有關的參數 v_1 和 i_1 , 而因為是用 n 階轉移函數去近似, 所以在生成狀態空間(state space) 的時候產生 n 個節點(node), 而每個節點都有對應到的參數 x_1 到 x_n 為各節點的電壓, 則由(2.39) 可以經這組狀態空間表示成圖 2-8 的等效電路型式[2], 而現

在取狀態空間的數目為二($n = 2$) 的時候做例子。其中各個值可以由(2.24) 分別找出來。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \vdots \\ b_{n1} \end{bmatrix} [v_1], \quad (2.39)$$

$$[i_1] = [c_{11} \quad c_{12} \quad \cdots \quad c_{1n}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + [d_{11}][v_1]$$

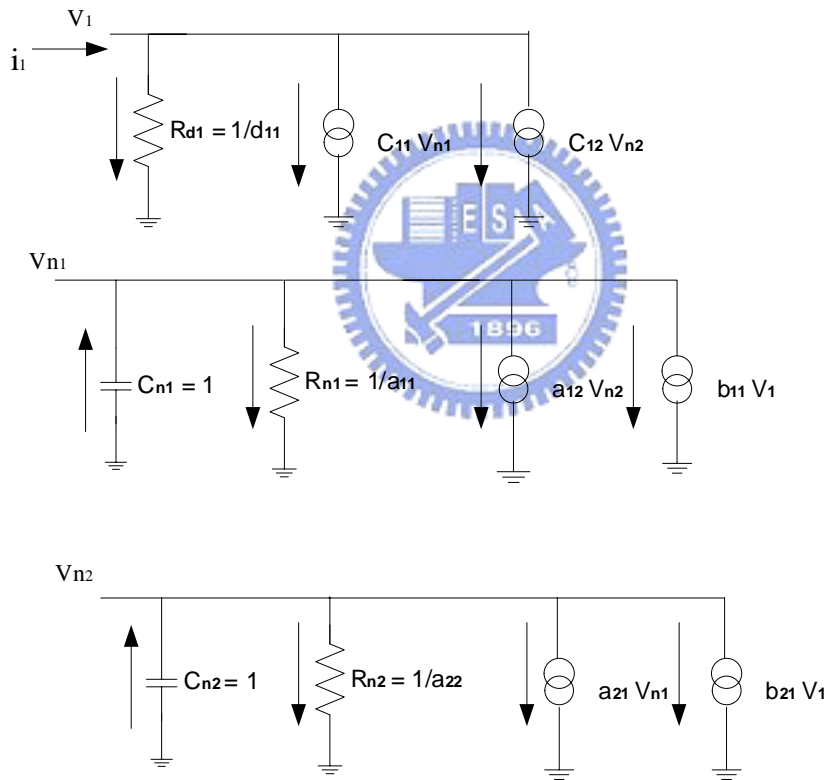


圖 2-8 用狀態空間來生成等效電路。

由圖 2-8 可以推出最後生成等效電路的元件數，現在無(2.22) E 這項，且是 SISO 的系統，所以當有 d 這項則會在輸入端(port) 有一個並聯電阻，實數極點會在該節點的位置掛載一個電阻，一個由輸入端產生的壓控電流源，和在輸入端接上一個由該節點所生成的壓控電流源，再利用(2.24) 所式的關係可以得到當有

M 組共軛形式的極點, 會在每個節點(node) 上有一個電容, 一個電阻, 一個壓控電流源, 此壓控電流源代表其他節點對此節點的影響。當利用(2.24)內 B 的表示方式, 則一組共軛極點所產生的電路於每兩個節點才有一個由輸入端對節點影響的壓控電流源, 而在輸入端會有每一個節點對該輸入端影響的壓控電流源。如果是上述 N 個實數極點和 M 組共軛極點所構成的系統, 總共會產生 $1+3N+9M$ 個元件。

2-4-2 由極點留數的形式去找等效電路

由(2.8) 極點留數的形式, 又稱為浮士特典型式(Foster's canonical form), 也可以生成一組等效電路[18-19], 因為原先的轉移函數是 Y 參數, 所以將等效電路用並聯的形式來表示。其中每個電路元件的值如(2.40) 所示, 為了避免和(2.18) 與(2.20) 的參數混淆, 所以把最終找到的極點留數的值, 分別用以下的參數表示, 而由(2.8) 極點留數形式中, s 項的常數向對應到圖 2-9 的電容 C_0 , 常數項的倒數對應到圖 2-9 的電阻 R_0 , 而再將極點分成實數部份的極點為 a_r , 而此極點的留數是 c_r , 共軛複數的極點是 $a' + ja''$ 和 $a' - ja''$, 而對應到的留數分別是 $c' + jc''$ 和 $c' - jc''$, 而生成等效電路對應到的參數如(2.40) 所示。

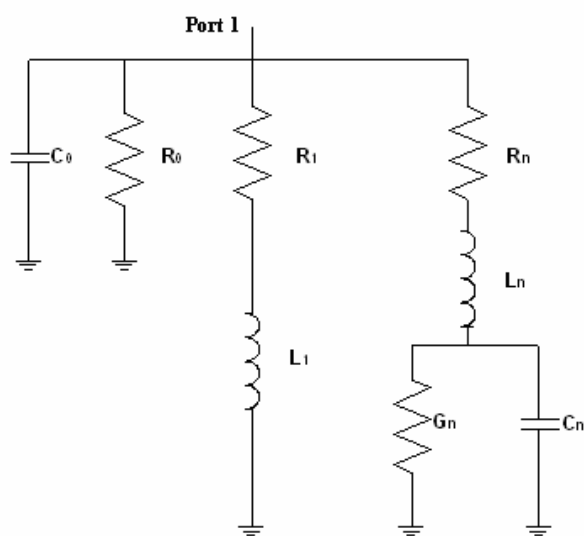


圖 2-9 由極點留數形式去找等效電路。

$$\begin{aligned}
C_0 &= e, R_0 = \frac{1}{d}, \\
L_1 &= \frac{1}{c_r}, R_1 = -\frac{a_r}{c_r}, \\
L_n &= \frac{1}{2c'}, \\
R_n &= [-2a' + 2(a'c' + a''c'')L_n]L_n, \\
C_n &= \frac{1}{L_n[(a'^2 + a''^2) + 2(a'c' + a''c'')R_n]}, \\
G_n &= -2(a'c' + a''c'')C_nL_n.
\end{aligned} \tag{2.40}$$

而在(2.40)找共軛極點對應到的參數 R_n , L_n , C_n 和 G_n ,是將一組共軛極點所對應的極點留數形式將其通分,轉成一個分母階數是二和分子階數是一的轉移函數,由此函數的分子 s 項的係數先將 L_n 的值定義出來,接下來用分子的常數項和分母 s 項的係數求得 R_n ,然後由分子和分母的常數項找出 C_n ,最後由於 L_n , C_n 已經知道此時再由分子的常數項找出 G_n 。

現在考慮有 d 這項,由圖2-8所示當有 d 這項,則有 R_0 這項,是實數極點則會產生一個電阻 R_1 和電感 L_1 ,一組共軛極點會對應到 R_n , L_n , C_n 和 G_n 等四個元件,當系統由 N 個實數極點和 M 組共軛極點構成和有 d 這項,則會有 $1+2N+4M$ 個元件。

2-5 確認等效電路的正確性

當經過前面章節所敘述的流程過後,則一組代替原頻率響應的等效電路就出現了,雖然其中的電阻,電容,電感,或者是壓控電流源(voltage controlled current source, VCCS)等元件會出現負值,但是經過如 SPICE[20-21]或 EMTP[22]等電路模擬軟體執行後,仍然可以得到能近似原頻率響應的解。最終將等效電路的結果和原先量測的結果顯示在同一張圖型上,由此來判斷所生成的等效電路是否是正確的。

第三章

實驗數據與驗證

經過第二章的流程, 當選則近似原頻率響應和最終生成等效電路的方式不同, 則生成的等效電路就不一樣。現在將同一個頻率響應分別用兩種流程來生成等效電路, 第一種是經由複數跳頻(CFH), 而沒有強制被動性, 再經狀態空間如圖 2-8 的方式去生成第一組等效電路。而另外一種方式是藉由向量擬合法(VF) 近似原來的頻率響應, 再將找出來的頻率響應(Y 參數) 強制滿足被動性, 最後再經過極點留數表示式, 如圖 2-9 去生成另外一組等效電路。而現在將單極天線(monopole antenna), 和此單極天線放置於有一狹縫的金屬箱內, 來模擬天線輻射的狀況, 經由型號為 HP 8510 的向量網路分析儀(vector network analyzer) 所得到的 S 參數。再分別將得到的 S 參數經過微波工程所提及的參數轉換方式[9], 找出對應的 Y 參數, 然後將 Y 參數分別經過複數跳頻和向量擬合法得到等效電路, 在表 3-1 整理兩個流程各用到哪些演算法, 及其等效電路所含元件種類。

生成等效電路方法的比較		
近似頻率響應的方式	複數跳頻(CFH)	向量擬合法(VF)
是否強制被動性	否	是
由什麼形式來生成等效電路	狀態空間表示式	極點留數表示式
等效電路所含元件	R, C, VCCS	R, L, C, G

表 3-1 比較兩種生成等效電路的方法。

3-1 單極天線

現在實做出來的單極天線參考[23], 而結構圖如圖 3-1 所示

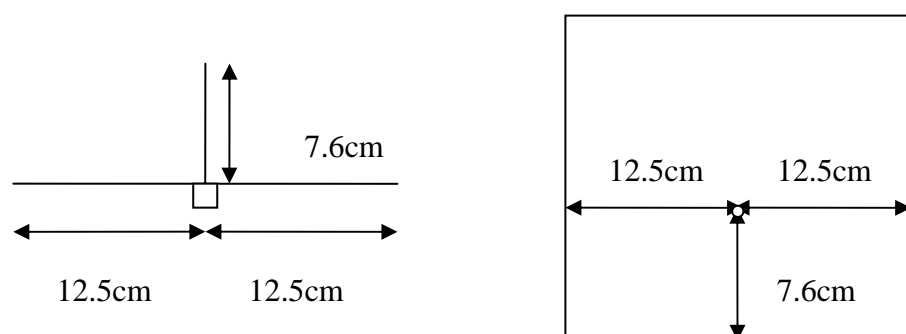


圖 3-1 單極天線的結構圖。

其中左邊的圖是側面觀, 而圖中的正方形代表 SMA 的接頭, 右邊的圖是俯視圖, 而該圖白色的圓圈代表 SMA 接頭穿過金屬板的位置, 而該點和每個邊的距離如該圖左側所標示。而單極天線的長度是 7.6 cm, 垂直焊接於 SMA 接頭穿過金屬板的端點。

當有了上面的結構, 接下來進行量測。在量測之前要先進行校正 (calibration) 的工作, 而現在為了將 SMA 接頭的誤差給扣除掉, 於是做了將 SMA 接頭分別將其突出的金屬端用尖嘴鉗剪斷再用銼刀將突出的部份磨到和外圍的金屬同高, 這樣以減少雜散電容 (fringing capacitance) 的值。經過這樣的動作則完成了校正所需的開路 (open)。另外一個也經過以上的步驟, 再多將焊錫鍍在金屬表面此一步驟, 使 SMA 接頭中心的金屬和外圍的金屬相通, 這樣就構成了量測所需的短路 (short)。由於是量測單極 (single port) 的結構, 所以不需要做穿透 (through) 的校正。

由上面的方式, 可以找出該 SMA 接頭實際的介電質常數 (dielectric constant) 和輸入阻抗 (input impedance), 最後可以解出損耗參數, 而將量測的資料經過 MATLAB 去解非線性的問題, 則得到上述的參數。其中電介質常數是 1.01, 輸入阻抗是 50.119 Ω , 損耗參數是 0.013。而經過以上的校正, 則可以得到更為

準確的轉移函數(S 參數), 而現在量測的頻段都是由 0.5 到 2 GHz。

3-1-1 由複數跳頻生成單極天線的等效電路

有了上述的 S 參數以後, 先轉成 Y 參數, 然後經過複數跳頻(CFH), 同時使用極點匹配和轉移函數搜尋法來達成 CFH。先選出適當的值, 判斷兩相鄰的展開點所找出來低階轉移函數的極點集合, 是否有相同的極點落在 s 平面上, 此時選用低階轉移函數的階數是 7, 上述的是極點匹配搜尋法。再分別將找出來的兩個低階轉移函數, 用兩個展開點的中點帶入, 則得到兩個在該中間點所對應到的輸入導納, 當兩者相減小於一個夠小的值, 則視為兩個低階轉移函數所對應到的輸入導納是一樣的, 上述的方式就是轉移函數搜尋法。圖 3-2 就是同時使用兩種方法完成 CFH 的流程, 在 s 平面上所顯示的圖。圖 3-3 為圖 3-2 的局部放大, 而為了清楚看出複數跳頻的意思, 所以選取 s 在水平軸由 -4.3×10^8 到 4.3×10^8 rad/s, 垂直軸由 9.2×10^9 到 9.9×10^9 rad/s, 其中每個展開點對應到的正確半徑構成的圓圈, 又代表正確極點的所在位置, 點代表錯誤的極點。由圖 3-3 看出, 在展開點所對應到的正確半徑內, 有可能包含錯誤的極點, 這些錯誤的極點是由其他頻率找出來低的階轉移函數所產生, 但是在最後生成一組新的等效電路的時候, 那些錯誤的極點將不會被選取進去。再將由 CFH 找到的極點直接映射到下半平面, 如圖 2-6 所示的方式, 則可以得到系統的極點集合, 此時的極點還未強制穩定性。

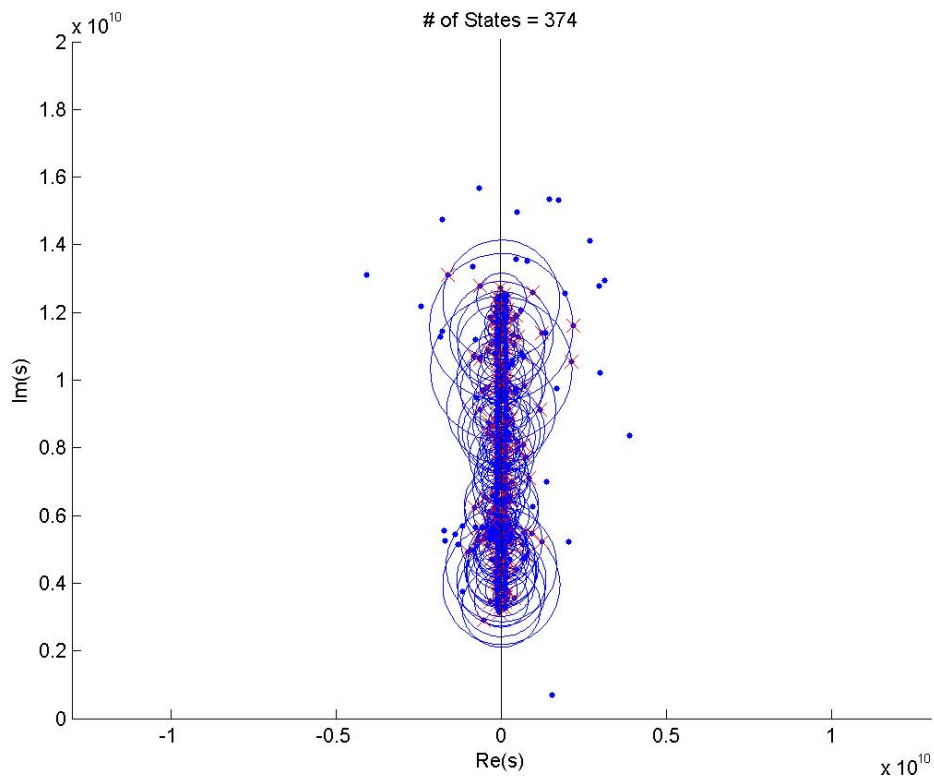


圖 3-2 單極天線經過複數跳頻得到在 s 平面上的分佈。

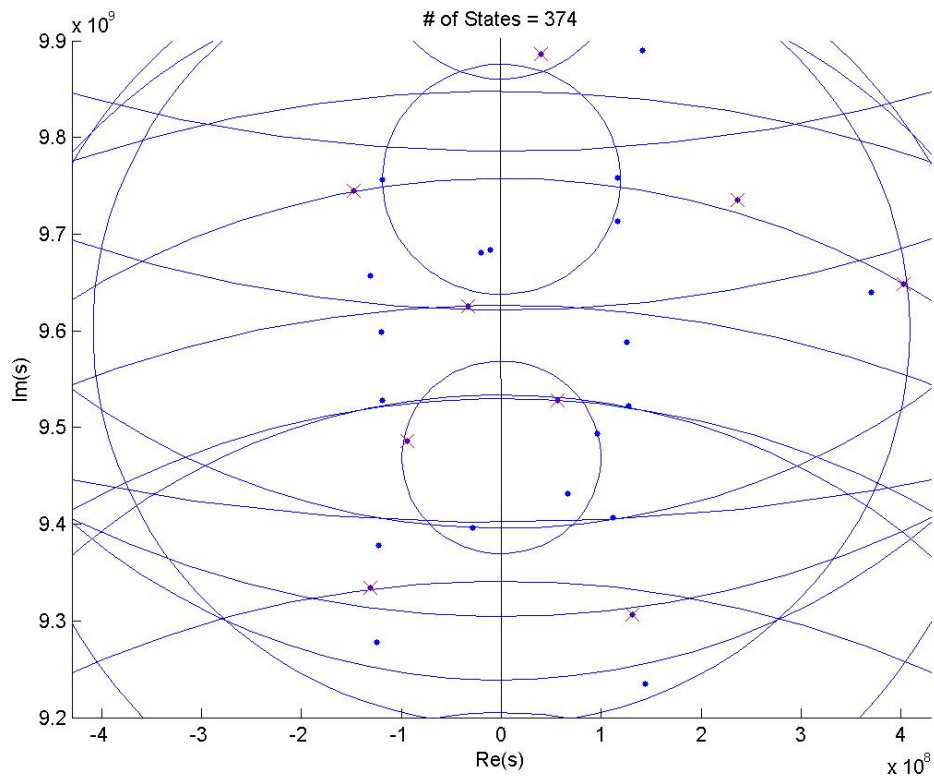


圖 3-3 將圖 3-2 局部放大。

經過 CFH 後接下來要讓系統維持穩定性(stability), 則直接將落在右半平面導致系統不穩定的極點移除掉, 於是就產生一組新的極點和留數集合, 由這些構成整個系統的極點如圖 3-4 所示, 極點的數目由 374 個減少到 184 個。

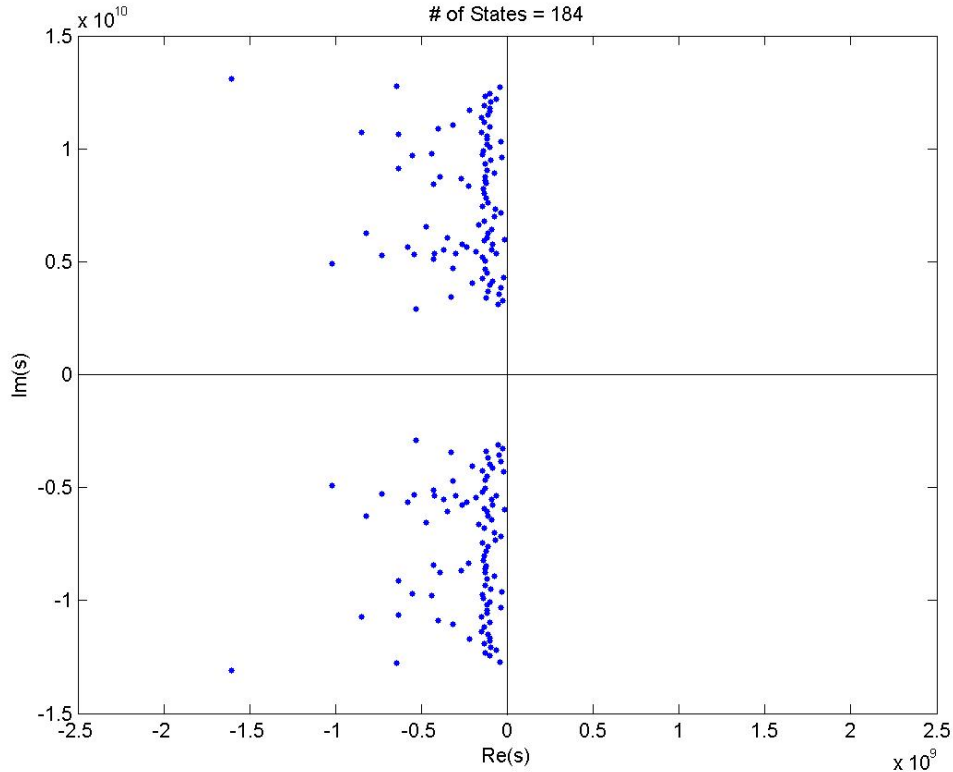


圖 3-4 複數跳頻近似單極天線且強制穩定性後所得到的系統極點集合。

再將圖 3-4 的極點集合用(2.22) 的狀態空間表示式來生成等效電路, 此時的狀態空間不包含(2.22) 的 E 這項, 而原先的極點和留數是複數, 於是利用(2.24) 所示的方式去轉成所有參數都是實數的狀態空間, 而(2.24) 的過程就是將原先的複數矩陣轉成對應到的喬丹典型(Jordan canonical) 形式。最後產生如圖 2-7 所示的等效電路形式, 只用電容, 電阻和壓控電流源來生成 SPICE 格式等效電路的檔案, 再將該檔案經過 SPICE 執行後所得到的結果如圖 3-5 所示。圖 3-5 的 G_{in} 是代表輸入導納的實部, 而 B_{in} 是輸入導納的虛部, 實線代表原來量測的頻率響應, 而點所構成的曲線表示經過複數跳頻得到的等效電路, 而現在經過複數跳頻來生成近似單極天線的頻率響應需要 166 個展開點, 而這些展開點找出來的正確極點有 374 個, 經過強制穩定性後, 剩下 184 個極點, 所需等效電路的元件要 829 個, 而 184 個極點都是共軛形式出現, 所以對應到 2-4-1 節的 M 是 92, N 是 0。而有考慮 D 這項, 所以會有一個在輸入端的電阻, 於是總共個數是 829, 和 2-4-1

節所推出來的元件總數一樣。

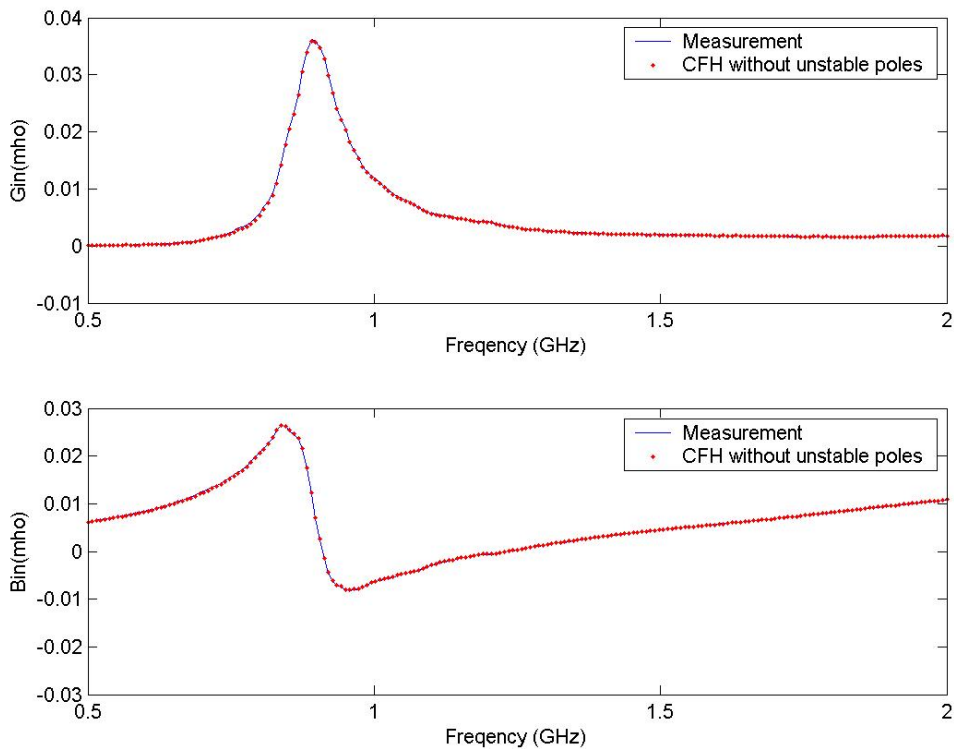


圖 3-5 經過複數跳頻且強制滿足穩定性所生成單極天線之等效電路和原先的做比較。



而經由圖 3-5 共振點發生在輸入導納虛部為零的時候，而表 3-2 列出在共振點附近的極點，其中在頻率為 0.92 GHz 的點，對應到的極點是利用 $\text{Im}(s) = j2\pi f$ ，由系統極點的虛部對應到共振頻率的位置，對應到在編號為 4 的那組極點，而由表 3-2 知道，在其附近仍然有其他留數也很大的極點，如編號 1 到 3 的極點，因為複數跳頻來近似該共振點的值是由鄰近該共振點的極點來共同達成。

N0.	Poles (rad/s)	Residues	Frequency (GHz)
1	$-7.3044e8 \pm 5.2857e9i$	$-2.0748e10 \pm 4.1233e10i$	0.8412
2	$-2.3549e8 \pm 5.6287e9i$	$-8.7743e8 \mp 3.8691e8i$	0.8958
3	$-5.8016e8 \pm 5.6519e9i$	$-3.8807e10 \pm 2.4226e10i$	0.8995
4	$-2.6251e8 \pm 5.7691e9i$	$-3.9268e8 \pm 4.6181e8i$	0.9181

表 3-2 由複數跳頻找到共振頻率點對應到的極點和留數較大的極點。

3-1-2 由向量擬合法生成單極天線的等效電路

接下來將同樣的結構改成一開始是用向量擬合法(VF)來近似原來的頻率響應,找出一開始能近似原頻率響應的極點和留數,而後將系統強制穩定性和被動性,就是當 Y 參數的特徵值出現負值的時候就將該位置的值改正值,而原特徵值和經過被動性的特徵值如圖 3-6 所示,而圖 3-7 將觀察範圍調到水平軸由 0.5 到 0.7 GHz,垂直軸是由-0.0002 到 0.0015。顯示出在低頻原先比零小的值被強制為正值。其中實線代表原先的特徵值,而虛線代表經過被動性的特徵值,而在圖 3-7 清楚的看出在 0.5 GHz 附近有將小於零的特徵值強制其大於零。而最終經過向量擬合法找到的極點集合如圖 3-8 所示,點代表經過向量擬合法找出來的系統極點。

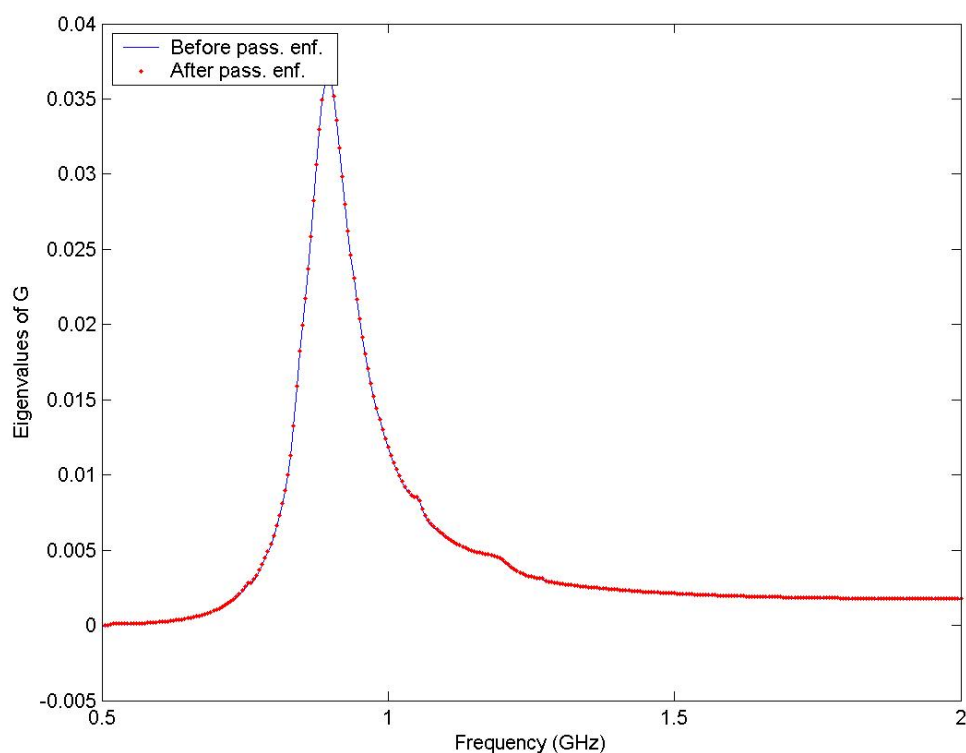


圖 3-6 經過向量擬合法近似單極天線的頻率響應,所得到的系統特徵值和強制其被動性後的比較圖。

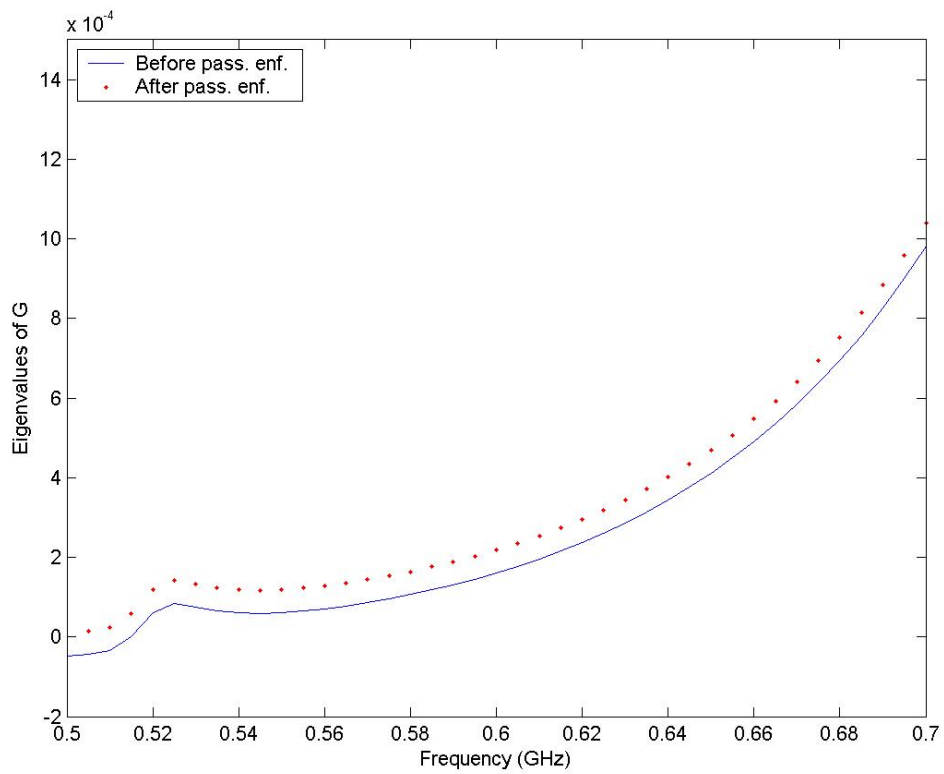


圖 3-7 將圖 3-6 低頻的地方放大檢視強制被動性後的特徵值和原先的差別。

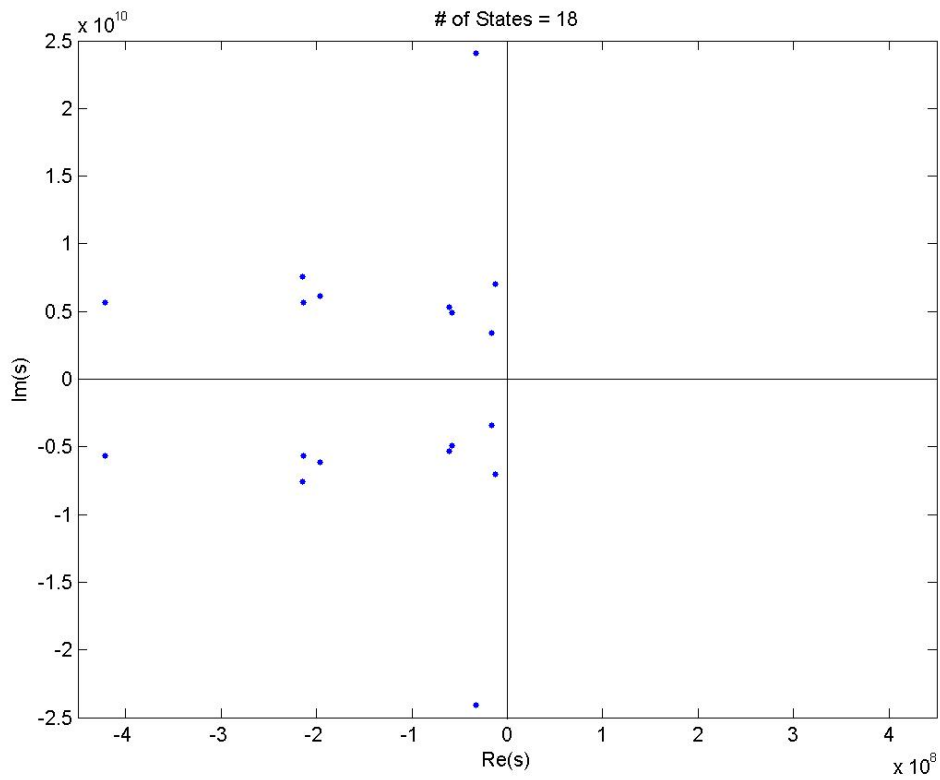


圖 3-8 經過向量擬合法所得到的系統極點集合。

經過了強制穩定性和被動性以後就有新的一組如(2.35) 表示的轉移函數, 現在轉移函數階數是 18, 也就是 9 組共軛複數的極點, 而沒有實數極點, 再加上有考慮 d 這項, 所以就有 37 個元件, 和由 2-4-2 所推的結果一致, 接下將此等效電路經過 SPICE 模擬。則原來和後來的頻率響應的關係如圖 3-9 所示, 其中藍色線代表原來量測的資料, 而紅色的點代表經過向量擬合法生成等效電路後的頻率響應。

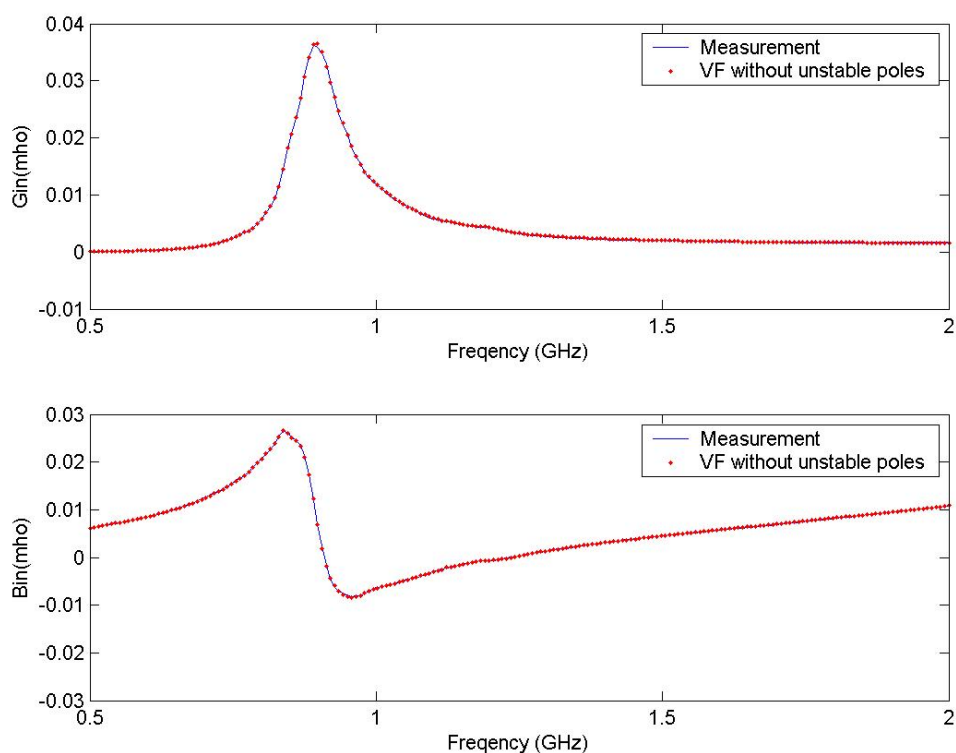


圖 3-9 經由向量擬合法生成單極天線的等效電路和原先頻率響應比較的圖形。

共振點落在輸入導納虛部為零的頻率, 對應到表 3-3 就是第一組和第二組的極點所在位置, 而這兩組的留數是整個系統中最大的幾個, 代表由向量擬合法找出來的極點就是系統極點所在位置。

N0.	Poles (rad/s)	Residues	Frequency (GHz)
1	$-2.1349e8 \pm 5.6403e9i$	$3.2057e6 \mp 2.5073e6i$	0.8976
2	$-4.2115e8 \pm 5.6848e9i$	$9.5481e6 \pm 5.5772e6i$	0.9047

表 3-3 由向量擬合法找出共振點對應到的極點和留數。

3-2 單極天線在有一狹縫的金屬箱

經過上一節，已知當單極天線置於自由空間(free space)的時候兩種方法都可以生成代替原來量測結果的等效電路。而現在考慮較為複雜的問題會怎樣呢？為了驗證兩者都可以近似原來的頻率響應，於是現在將圖 3-1 的天線置於有一狹縫的金屬箱，來模擬天線輻射的問題，該金屬箱的尺寸和天線的擺放方式如圖 3-10 所示。長 30 公分，寬 30 公分，高 15 公分的金屬箱，在長方形的面上開一個大小為寬 22.5 公分高為 2 公分的狹縫，而距離底邊 2.3 公分，而狹縫其中一側 3.8 公分，再將該天線放在金屬箱中，再用四個金屬圓柱支撐該片金屬板，每個金屬柱高 2 公分，栓於圖 3-1 該片金屬板距離每個邊 4 公分的地方。

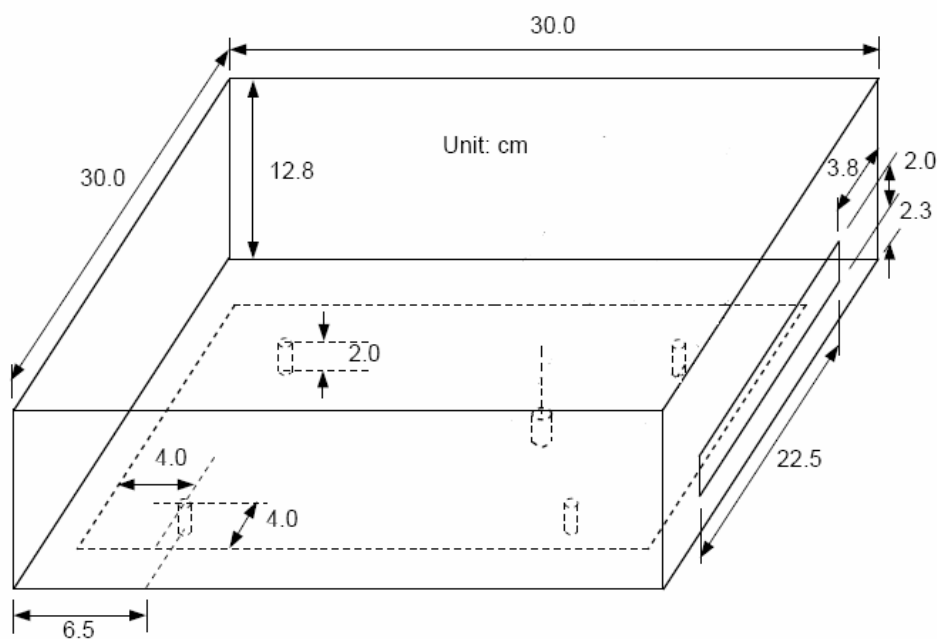


圖 3-10 金屬箱的結構和天線放置的方向。

3-2-1 由複數跳頻產生單極天線置於有一狹縫的金屬箱的等效電路

由複數跳頻來生成等效電路,而現在因為起初量測的資料點無法有效的抓到整個共振情況下的頻率響應(原先的資料點是 401 點),於是乎先將原來的資料點作內插(interpolation),使原來的資料點數變多,但如此會導致原先由量測得到的輸入導納本該大於零,而經過內插後的值會是負值。要解決上述的問題,可以將量測的取樣頻率點增加,且經過完整的校正流程即可避免其發生,但是若儀器本身的限制,量測的點數無法提高時,則仍然必須使用內插來增加取樣點數。圖 3-11 表示在這個情況下達成 CFH 的過程中正確的極點落在 s 平面上的資訊,為了能看清楚所找出來的 hop 是圓的,此圖並不包含全部的極點,同樣的圓圈代表該展開點正確極點的區域,而點代表各個展開點所找出來的極點,又代表正確極點,由圖 3-11 局部放大,實部由 -2.53×10^8 到 2.53×10^8 rad/s,虛部由 5.85×10^9 到 6.25×10^9 rad/s。後看出所找到正確的極點大多都落在虛軸附近。而圖 3-13 顯示在未經過強制穩定性所找出來的系統極點集合。

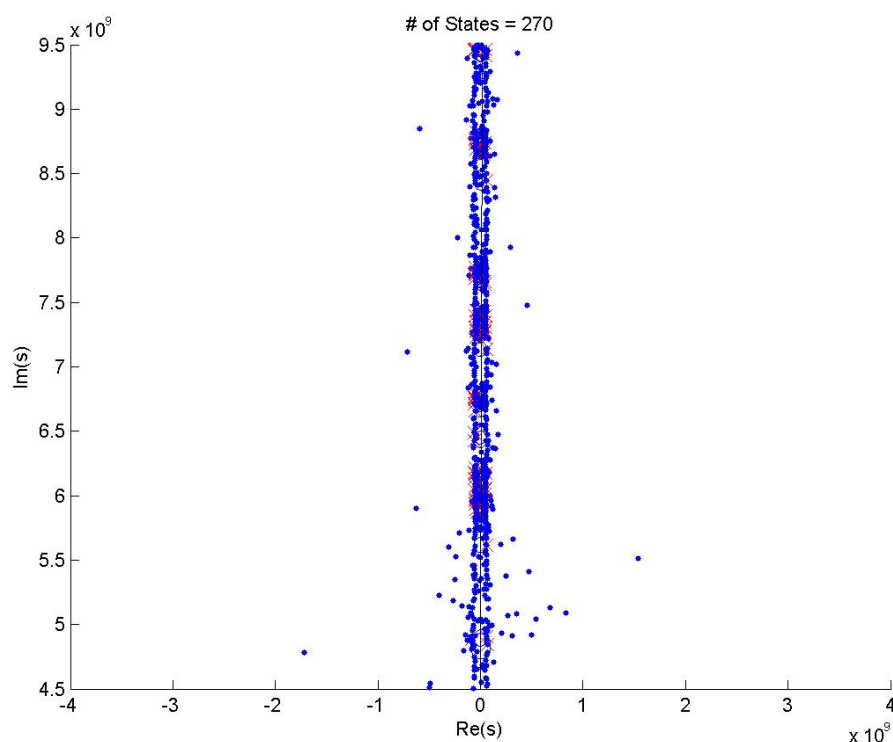


圖 3-11 在金屬箱內的單極天線經過複數跳頻所得到的極點分佈。

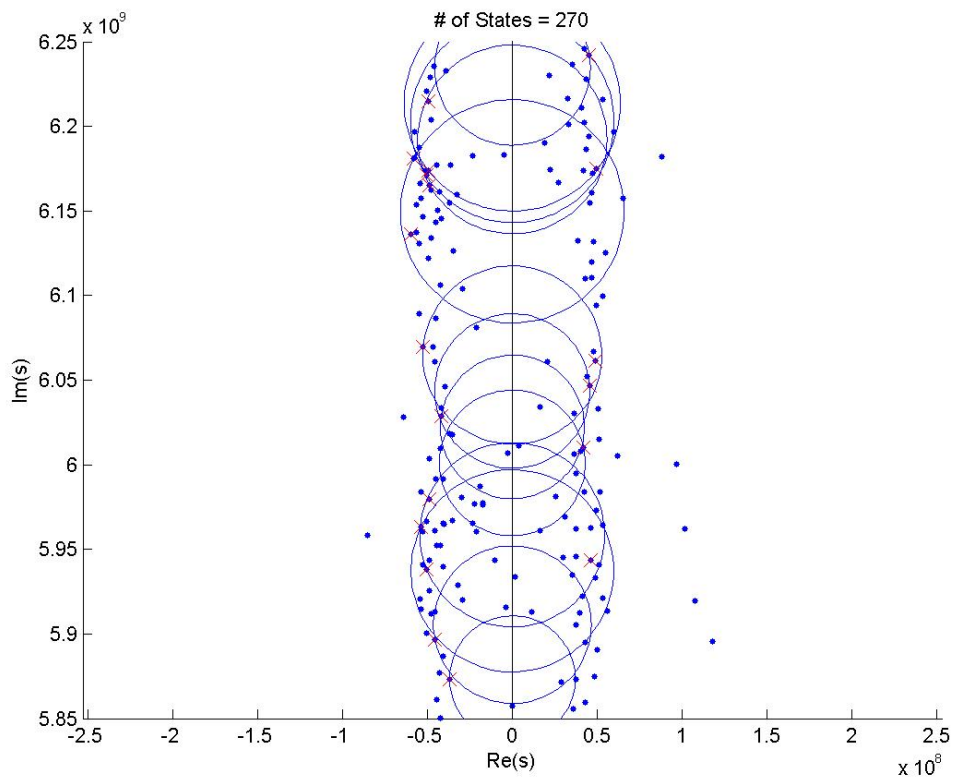


圖 3-12 將圖 3-11 局部放大。

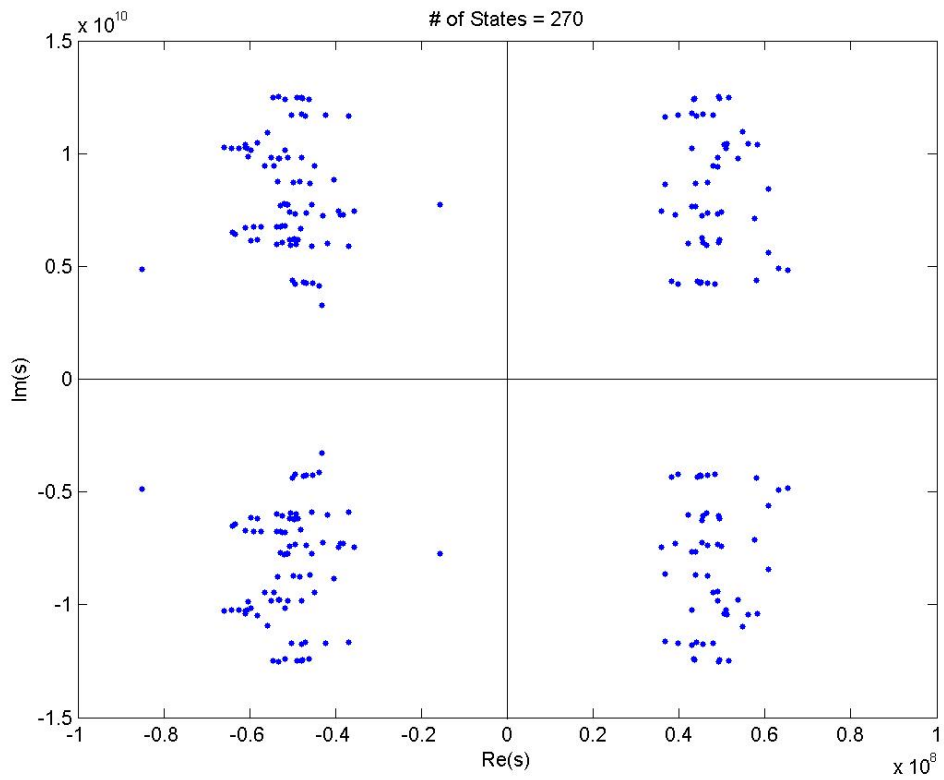


圖 3-13 經由複數跳頻但未移除不穩定極點的系統極點分佈圖。

經過了以上的流程,此時還沒有強制系統滿足穩定性和被動性,再由圖 2-8 所示的方式找出對應到的等效電路,總共經過 438 次的展開點,這些展開點所涵蓋正確的極點集合有 270 點,而最後生成的等效電路需要 1216 個元件,才能有效的近似原來的頻率響應,由 2-4-1 知道系統有 135 組共軛極點, M 等於 135,而沒有實數極點, N 等於 0,總共的數量和所推測的是一樣的。最後經由 SPICE 模擬,將兩者顯示在同一張圖上做出來的結果如圖 3-14 所示。而實線條代表原先的頻率響應,其中點所構成的曲線代表經由複數跳頻而未強制滿足穩定性來近似天線輻射的狀況,圖 3-15 為沿著頻率軸細部觀察輸入導納實部在 -0.01 到 0.03 mho 和原來的差距,以及輸入導納虛部由 -0.03 到 0.03 mho 的等效電路頻率響應和原量測的關係,由其中看出該方法在輸入導納實部在接近零的地方近似的並不是很好,且可以看出輸入導納實部有小於零的值出現,但整體而言已經可以近似整個頻率響應。

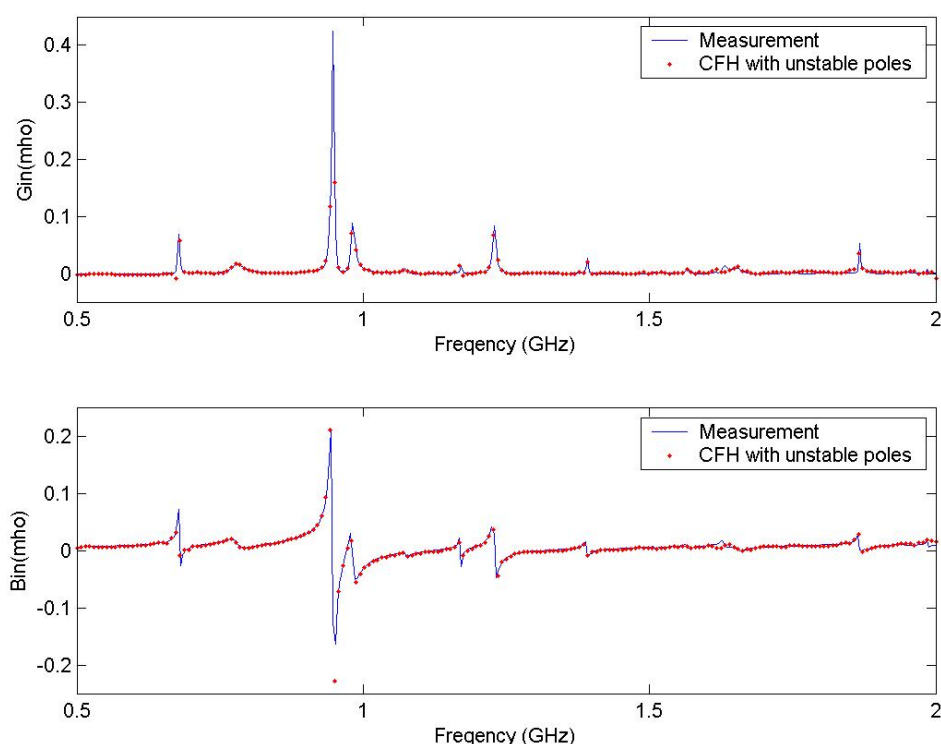


圖 3-14 比較在金屬箱內的單極天線和由複數跳頻但未強制穩定性的頻率響應。

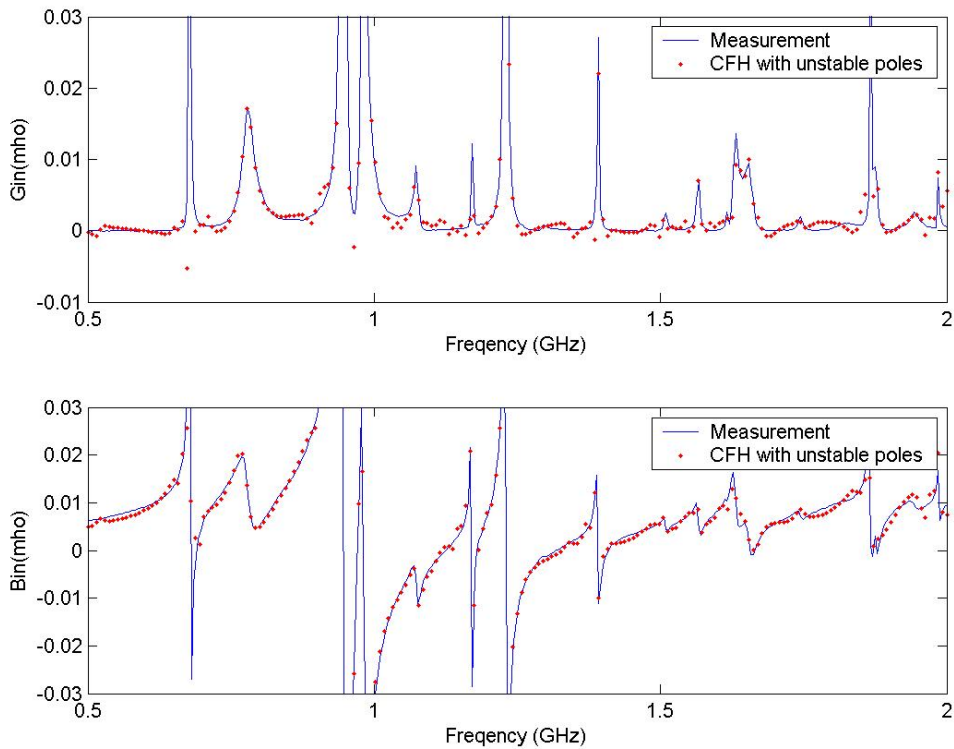


圖 3-15 將圖 3-14 局部放大。

接下來將圖 3-13 中不穩定的極點直接移除掉，則現在找出來新的極點集合如圖 3-16 所示，則剩下的極點數是 164 個，再將這些極點集合轉成等效電路總共 739 個元件，包含電容，電阻和壓控電流源，剩下的穩定共軛極點是 82 組，沒有實數極點，用 2-4-1 的方式去找等效電路的元件，總共的元件數目是一樣的。和原來的比較如圖 3-17 所示，實線依是原先的頻率響應而虛線代表強制穩定性後的等效電路所對應到的頻率響應，而圖 3-18 為圖 3-17 之局部放大，觀察的區域和圖 3-15 是一樣的，而在圖 3-17 標誌出由 CFH，且強制穩定性後找出系統極點的值，這些數字對應到表 3-4 所示的系統極點。

而圖 3-19 將圖 3-15 和圖 3-18 相疊，其中實線的是原來的頻率響應，點所構成的曲線是經由複數跳頻但是還未強制滿足穩定性，而虛線是複數跳頻經過強制穩定性的頻率響應，由此圖可以看出將不穩定點移除後，會讓輸入導納的實部接近於零的區域和原來的值差距越大，且虛部無法有效的近似。

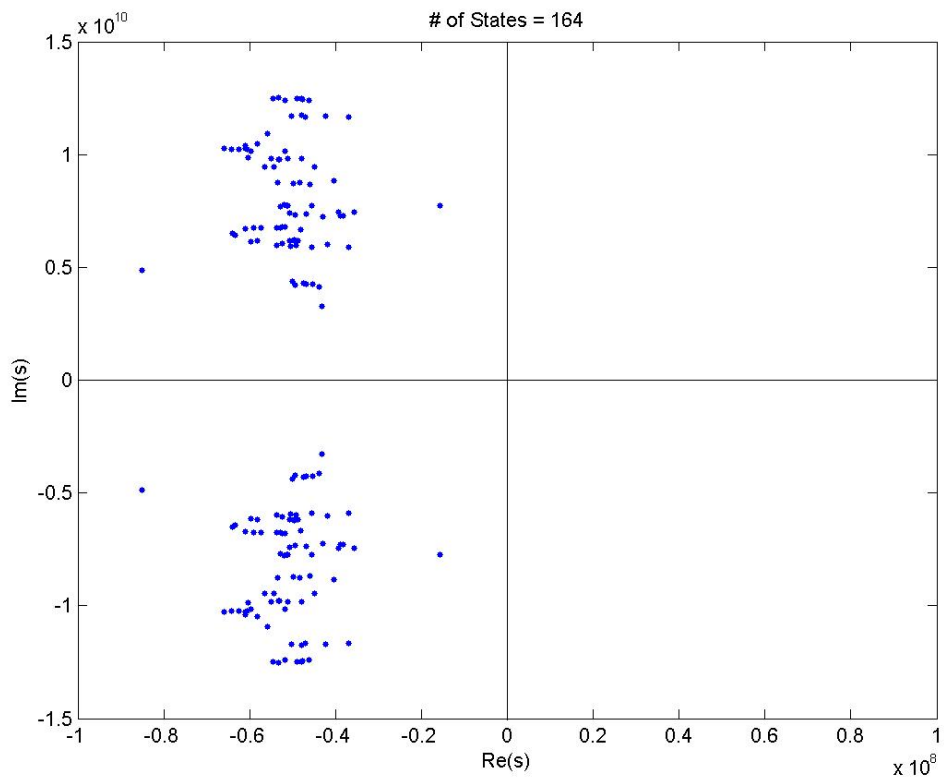


圖 3-16 經過強制穩定性後的系統極點分佈圖。

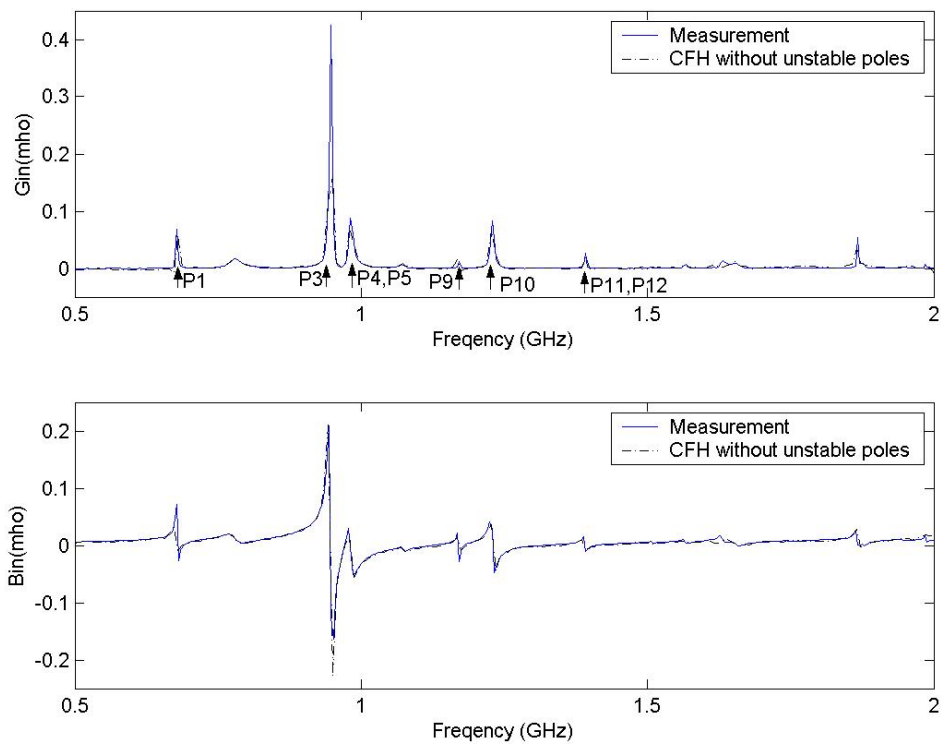


圖 3-17 比較在金屬箱內的單極天線和由複數跳頻且強制穩定性的頻率響應。

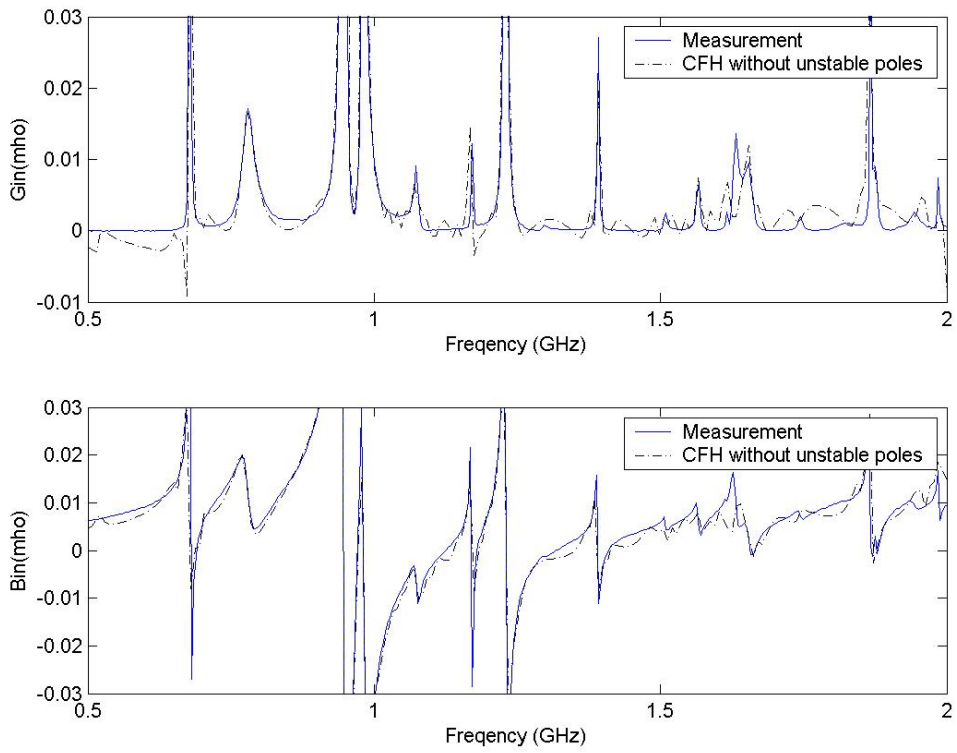


圖 3-18 將圖 3-17 局部放大。

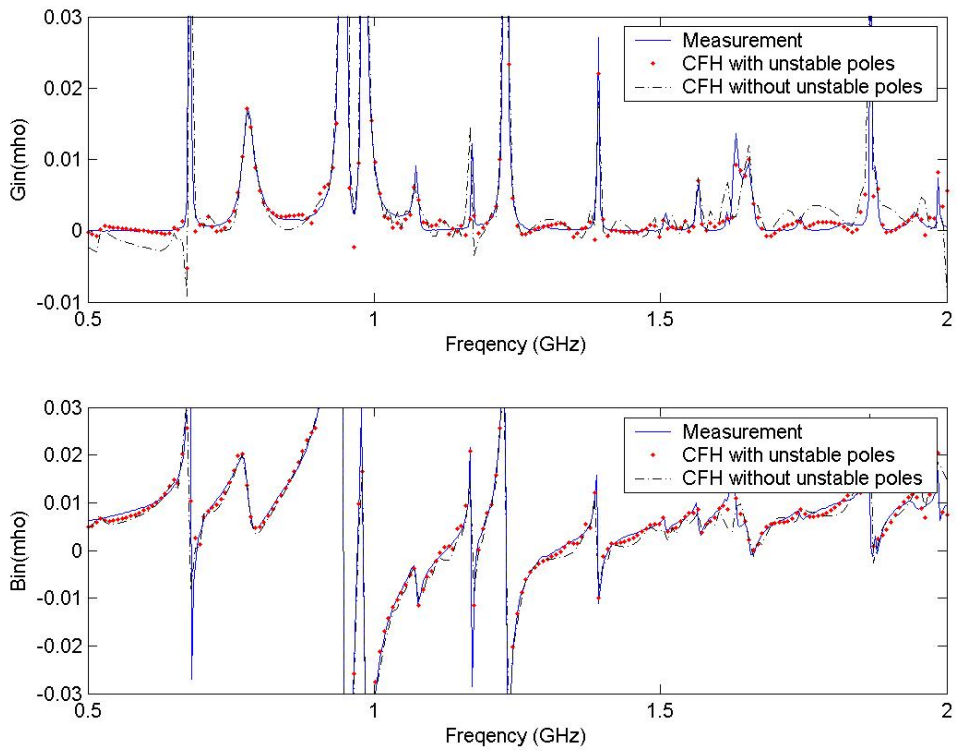


圖 3-19 將圖 3-15 和圖 3-18 疊在一起比較差異性。

表 3-4 是將複數跳頻且移除不穩定點的極點, 在取出共振點對應到的極點集合和留數較大的幾個極點, 圖 3-17 找共振點的位置的方式也是找輸入導納虛部為零的頻率點, 且共振點已經用箭頭標示, 旁邊的編號是對應到表 3-4 的極點組, 而第一個共振點對應到的極點是在表 3-4 編號為 1 的極點, 而第二個共振點對應到編號為 3 的極點, 第三個共振點對應到編號 4 和 5 兩組極點, 第四個對應到編號 9 的極點, 第五個對應到編號 10 的極點, 第六個共振點對應到表 3-4 編號 11 和 12 的兩組極點。而由表 3-4 中知道其他極點也會產生很大的留數, 比方說編號 6-8 的留數很大, 於是就對第三和第四個共振點有貢獻, 由此也可以驗證之前所說的要模擬該共振點的現象, 是由多個鄰近此共振點的極點共同造成的。

No.	Poles (rad/s)	Residues	Frequency (GHz)
1	-4.6856e7 ± 4.2668e9i	6.2669e6 ∓ 1.6602e7i	0.6791
2	-8.5136e7 ± 4.8824e9i	1.5278e6 ± 5.9979e5i	0.7771
3	-5.0448e7 ± 5.9382e9i	-4.3627e7 ± 1.399e8i	0.9451
4	-4.8738e7 ± 6.1652e9i	-2.0039e9 ∓ 2.8919e9i	0.9812
5	-5.0643e7 ± 6.1709e9i	1.1162e10 ± 1.1266e10i	0.9821
6	-5.3754e7 ± 6.7506e9i	-2.9436e9 ∓ 9.3465e9i	1.0744
7	-5.2831e7 ± 6.7545e9i	1.2667e10 ± 8.1167e9i	1.0750
8	-5.9028e7 ± 6.7618e9i	-1.9906e10 ∓ 2.6065e9i	1.0762
9	-5.2833e7 ± 7.6889e9i	1.6375e6 ± 1.0885e6i	1.2237
10	-5.1258e7 ± 7.7259e9i	-2.4927e8 ∓ 2.2086e8i	1.2296
11	-4.9763e7 ± 8.7323e9i	3.765e6 ± 4.9236e6i	1.3897
12	-5.3399e7 ± 8.7567e9i	-3.4982e6 ∓ 1.7706e6i	1.3936
13	-5.6467e7 ± 9.4629e9i	1.382e9 ± 5.2255e8i	1.5060

表 3-4 複數跳頻的極點留數, 現在只觀察到最高頻率為 1.5 GHz。

3-2-2 由向量擬合法產生單極天線置於有一狹縫的金屬箱的等效電路

現在改用向量擬合法來近似放在金屬箱內的單極天線的頻率響應，先經過向量擬合法找出新的極點和留數的集合來近似原先的圖形，而後再將輸入導納對應到的特徵值強制其滿足被動性，圖 3-20 顯示了輸入導納的特徵值，虛線代表經過強制被動性的系統特徵值，實線代表原來的特徵值，由 3-21 將其由特徵值 -0.0001 到 0.003 之間做局部放大，將可以看出原先比零小的值，都會被強制成正值，而且輸入導納全部頻率的特徵值都將被調整。

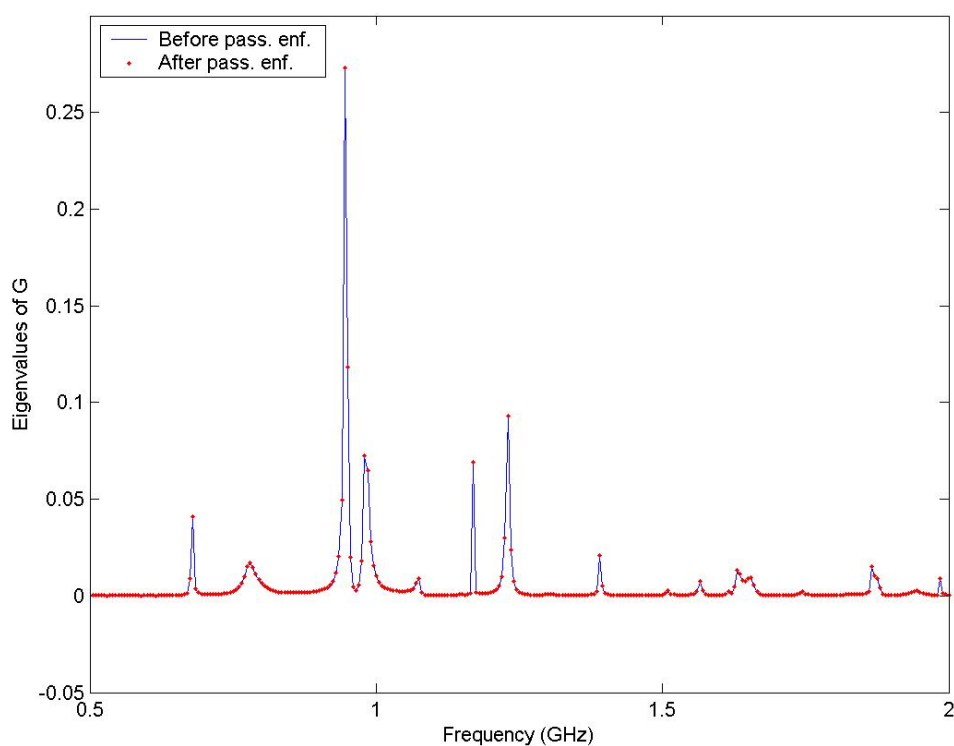


圖 3-20 經過向量擬合法近似置於金屬箱中的單極天線之頻率響應，所得到的系統特徵值和強制其被動性後的比較圖。

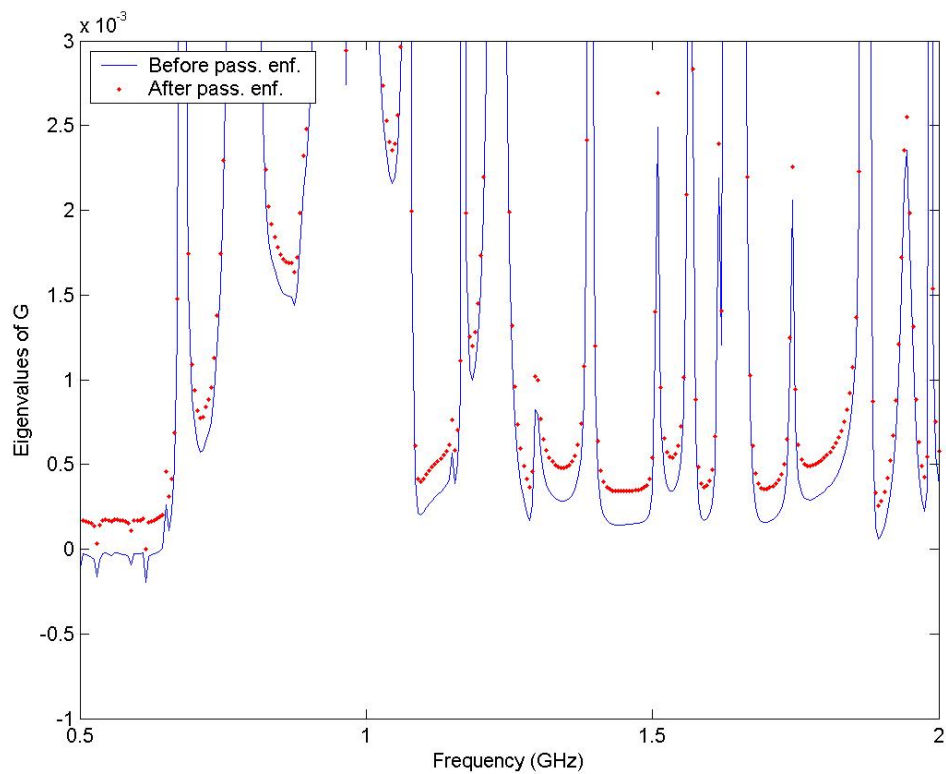


圖 3-21 將圖 3-20 局部放大。

經過了強制系統滿足被動性後，現在將找出來的極點和留數集合轉成極點留數的形式，此時不包含 e 這項，再經過圖 2-9 所示的方式找出對應到的等效電路，圖 3-22 代表最終經由向量擬合法所找出來的等效電路的極點分佈圖。而圖 3-23 中實線是原先量測的圖形，虛線是經過向量擬合法所生成等效電路的頻率響應，圖 3-23 標示的數字是對應到表 3-5 的系統極點組，而其中除了數字 2 並不是系統的共振點。圖 3-24 為圖 3-23 沿著頻率軸細部觀察輸入導納實部在 -0.01 到 0.03 mho 和原來的差距，以及輸入導納虛部由 -0.03 到 0.03 mho 的等效電路頻率響應和原量測的關係。

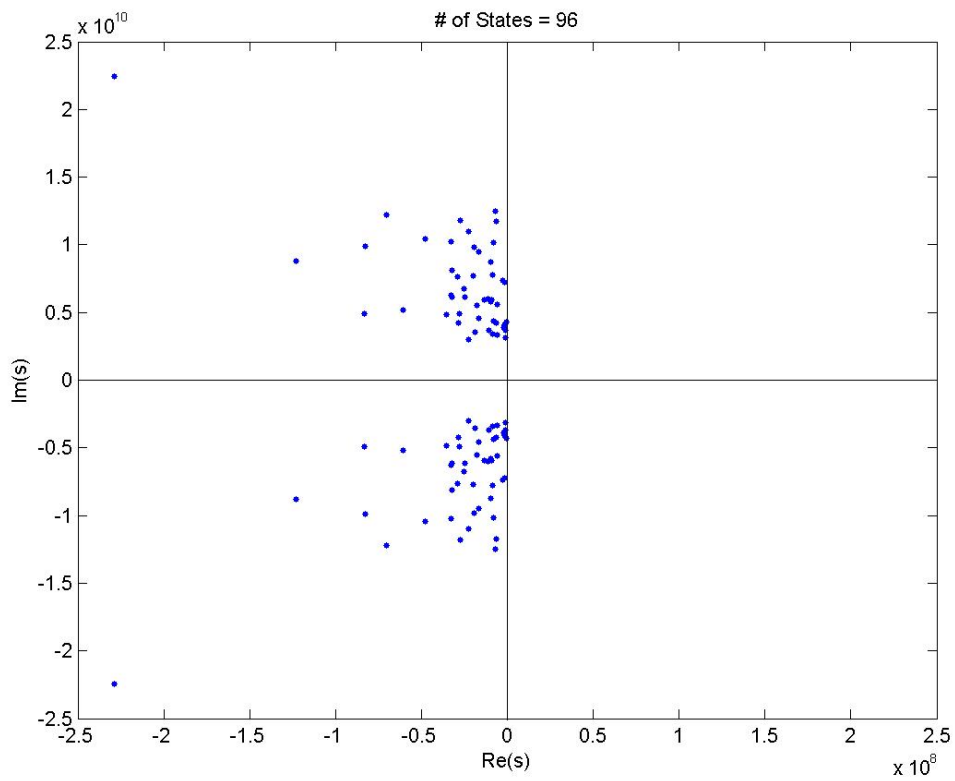


圖 3-22 用向量擬合法找出系統極點的分佈圖。

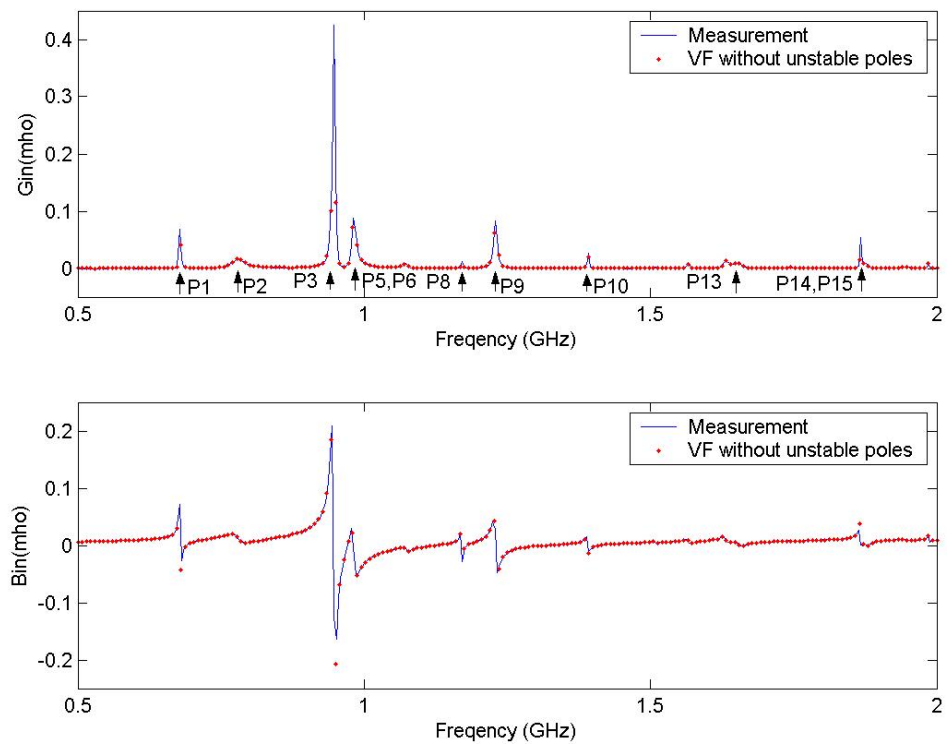


圖 3-23 用向量擬合法生成一單極天線置於金屬箱中的等效電路和原來的比較。

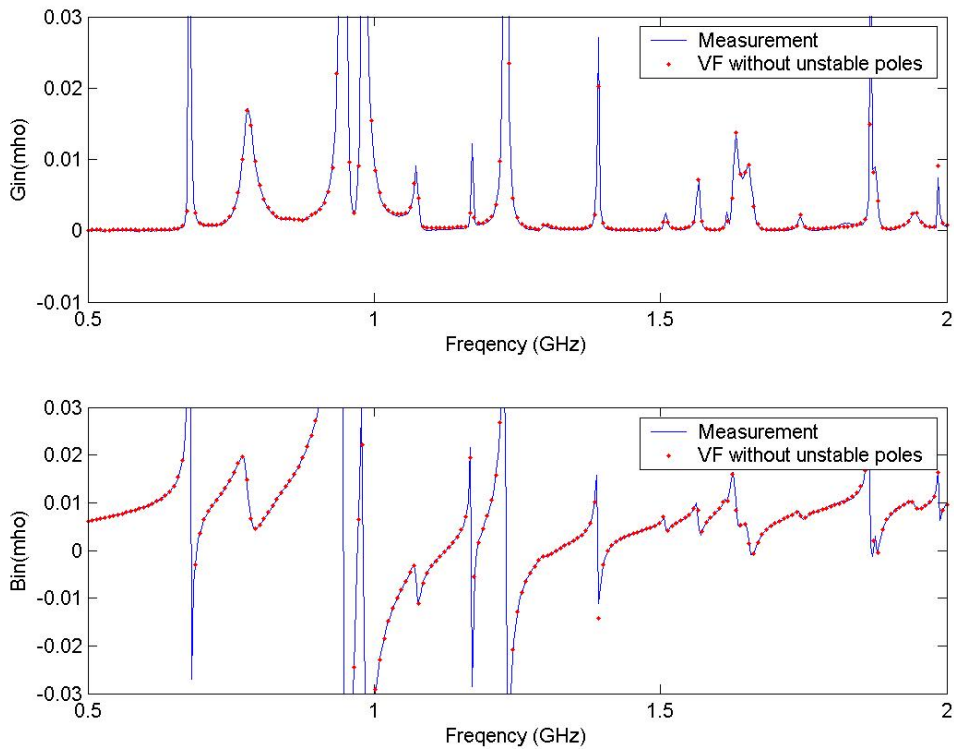


圖 3-24 將圖 3-23 局部放大。

而上述的向量擬合法來近似原先的圖形，需要 96 個極點，總共的元件是 193 個，也就是現有 48 組共軛極點，套用 2-4-2 的公式，M 是 48，N 是 0，和得到的元件個數是一樣的。這些元件只包含電阻，電容，電感和電導，而且在接近零的地方也可以得到很好的近似，較由複數跳頻得出來的結果好，且輸入導納的實部也都大於零。而且由向量擬何法可以準確的找出系統共振的點，同時也可以知道哪幾個頻率點使輸入導納的虛部有明顯變化。

最後將經由向量擬合法找出來系統共振點所在位置的極點和留數，並將其整理成表 3-5，而將圖 3-24 和表 3-5 做比較，得到輸入導納的虛部等於零的頻率和所找出來的極點是一致的，共振頻率分別是 0.677, 0.947, 0.985, 1.225, 1.236, 1.39, 1.657 最後是 1.874 GHz，對應到表 3-5 是編號為 1, 3, 5 和 6 為 0.985 GHz 所對應到的極點組，8, 9, 10, 13, 14 和 15 是 1.657 GHz 所對應到的極點組，而 1.874GHz 對應到的是 16 的極點組，表 3-5 其他的頻率點，代表讓虛部的值有明顯變化的頻率點，比方說第 2 組極點對應到的是 0.77 GHz，但是不是真正的共振點。且由表 3-5 的最後一組(編號 17)的極點知道，找出來的系統極點有比取樣頻率高的極點。

No.	Poles (rad/s)	Residues	Frequency (GHz)
1	$-6.6491e6 \pm 4.2629e9i$	$7.8985e5 \pm 35355i$	0.6785
2	$-8.3038e7 \pm 4.892e9i$	$1.3872e6 \pm 1.993e5i$	0.7786
3	$-1.3355e7 \pm 5.9495e9i$	$6.1203e6 \mp 4.5346e5i$	0.9469
4	$-8.9885e6 \pm 5.9663e9i$	$-1.0623e5 \mp 35384i$	0.9496
5	$-2.4591e7 \pm 6.1656e9i$	$1.368e6 \pm 2.8394e5i$	0.9813
6	$-3.2209e7 \pm 6.1716e9i$	$1.0867e6 \pm 2.628e5i$	0.9822
7	$-2.549e7 \pm 6.7528e9i$	$2.0951e5 \mp 1.1062e5i$	1.0747
8	$-2.5651e6 \pm 7.3533e9i$	$2.9092e5 \pm 8874.4i$	1.1703
9	$-1.9604e7 \pm 7.7268e9i$	$1.8275e6 \mp 61969i$	1.2298
10	$-9.6224e6 \pm 8.7416e9i$	$3.2393e5 \mp 6442.9i$	1.3913
11	$-1.9358e7 \pm 9.8387e9i$	$1.4703e5 \mp 4856.6i$	1.5659
12	$-3.2713e7 \pm 1.024e10i$	$3.5415e5 \pm 2.045e5i$	1.6297
13	$-4.806e7 \pm 1.0406e10i$	$3.3302e5 \mp 2.2164e5i$	1.6562
14	$-6.5159e6 \pm 1.1729e10i$	$3.5283e5 \pm 37289i$	1.8667
15	$-2.7366e7 \pm 1.1795e10i$	$1.8971e5 \mp 1.1231e5i$	1.8772
16	$-7.0237e7 \pm 1.2217e10i$	$1.6659e5 \mp 20562i$	1.9444
17	$-2.2872e8 \pm 2.2427e10i$	$2.049e8 \pm 2.3036e6i$	3.5694

表 3-5 由向量擬何法找出全部主要的極點和留數。

第四章

結論

經過上面兩種流程,若只是近似頻率響應的問題,則兩種方法只要經過適當的參數設定,最終都能有效的分別近似簡單和複雜的天線系統,且生成的等效電路都滿足穩定性。由第三章的結果,可以整理成下面的表格,表 4-1 比較以單極天線量測的數據經由兩種方法生成等效電路,表 4-2 藉著此單極天線置放在一有狹縫的量測數據來生成兩個等效電路。

起初複數跳頻經由 CFH 來達成近似原來的頻率響應時,當在自由空間的時候所產生的等效電路元件的數目雖然多,但是當用此方法來近似天線輻射的問題時,如 3-2 節所示,最終會發現實際上雖然展開的頻率點變多,但是最後正確的構成新的轉移函數的極點和留數集合的值卻變少了,也就是經過這樣的方法,找出來的等效電路總數比在自由空間找出來的少。而經過向量擬合法利用 VF 來近似原來的頻率響應,在自由空間所需要的極點和留數集合較少,而當近似多個共振點的時候所找到的極點和留數集合的數量就明顯的變多。整體比較而言向量擬合法可以得到較好的近似。而在生成等效電路的時候,經由極點留數表示式來找出對應的等效電路,可以得到較少的原件數目。

方法名稱	複數跳頻	向量擬合法
極點數目	184	18
等效電路元件數目	829	37

表 4-1 比較經由複數跳頻和向量擬合法來近似單極天線。

方法名稱	複數跳頻	向量擬合法
極點數目	164	96
等效電路元件數目	739	193

表 4-2 比較經由複數跳頻和向量擬合法來近似單極天線置於有一狹縫的金屬箱。

而在近似原來單極天線的時候複數跳頻會和向量擬合法所取的極點數目差距甚多,是因為複數跳頻和兩個參數的設定有關,其中一個是多近代表兩相鄰轉移函數的極點是重疊的,和兩個低階轉移函數找出來的輸入導納相差多少才能視

為兩個值是一樣，而轉成等效電路後仍要確定是否和原先的頻率響應是一樣的。所以才會導致兩者最後找出來的極點數目相差如此的大。

由表 3-4 和 3-5 用兩種方法對輻射的問題找出來的極點做比較可以知道，由複數跳頻找出來的極點集合當要近似共振點時，是用多個接近此共振點的極點來得到該共振點的現象，所以在共振點和其附近會出現較大的留數，因此無法直接判斷共振點的位置，而經過向量擬合法找出系統的極點，可以正確的找出共振點的位置，和導致輸入導納出現明顯變化的頻率點，只是系統會有落在取樣頻率點以外的極點。

由表 4-1 和表 4-2 知道當近似的頻率響應的變化幅度較小則用向量擬合法生成的等效電路會較少，而當原先的頻率響應變化幅度愈劇烈的時候複數跳頻最終找出來的等效電路個數有機會比經由向量擬合法找出來的少。而要得到較少的等效電路元件總數，則可以由極點留數表示式來找出對應到的等效電路。



第五章

未來研究方向

未來的研究方向,我們將探討複數跳頻法能否和向量擬合法一樣有效地近似原來的頻率響應,而所生成能近似原來轉移函數的等效電路是否是最小實現(minimal realization)的。進一步,我們會將上述生成等效電路的方法運用在MIMO (multiple input multiple output) 的系統上,因通訊方面,天線的系統經常含有多個發射天線和多個接收天線,這時候也同樣的可以將生成等效電路的流程用在來解決當天線靠太近的時候會導致的干擾問題。



参 考 文 献

- [1] B. Gustavsen, "Computer code for rational approximation of frequency dependent admittance matrices," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 17, no. 4, pp. 1093-1098, Oct. 2002.
- [2] R. Achar and M. S. Nakhla, "Simulation of high speed interconnects," *Proceeding of the IEEE*, vol. 89, no. 5, pp. 693-728, May 2001.
- [3] D. Saraswat, R. Achar and M. Nakhla, "Fast algorithm and practical considerations for passive macromodeling of measured/ simulated data," *IEEE Trans. Components, Packaging and Manufacturing Technology*, vol. 27, no. 2, pp. 57-70, Feb. 2004.
- [4] B. Gustavsen and A. Semlyen, "Rational approximation of frequency domain response by vector fitting," *IEEE Trans. PWRD*, vol. 14, no. 3, pp. 1052-1061, July 1999.
- [5] L. T. Pillage and R. A. Rohrer, "Asymptotic waveform evaluation for timing analysis," *IEEE Trans. Computer Aided Design*, vol. 9, no. 4, pp. 352-366, April 1990.
- [6] E. Chiprout and M. S. Nakhla, "Analysis of interconnect networks using complex frequency hopping(CFH)," *IEEE Trans. Computer Aided Design*, vol. 14, no. 2, pp. 186-199, Feb. 1995.
- [7] P. Feldmann and R. W. Freund, "Efficient linear circuit analysis by Padé approximation via Lanczos process," *IEEE Trans. Computer Aided Design*, vol. 14, no. 5, pp. 639-649, May 1995.
- [8] A. Odabasioglu, M. Celik and L. T. Pileggi, "PRIMA: Passive reduced order interconnect macromodeling program," *IEEE Trans. Computer Aided Design*, vol. 17, no. 8, pp.645-654, Aug. 1998.
- [9] David M. Pozar, *Microwave Engineering*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 1998.
- [10] E. C. Levi, "Complex curve fitting," *IRE Trans. on Automatic Control*, vol. AC-4, pp. 37-44, Jan. 1959.
- [11] T. Kailath, *Linear Systems*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1980.
- [12] C. T. Chen, *Linear System Theory and Design*. Stony Brook, New York: Holt, Rinehart and Winston, 1999.
- [13] S. Byod and L. O. Chua, "On the passivity criterion for LTI n-ports," *Circuit Theory and Applications*, vol. 10, pp. 323-333, Nov. 1982.
- [14] B. Gustavsen and A. Semlyen, "Enforcing passivity for admittance matrices approximated by rational functions," *IEEE Trans. PWRD*, vol. 16, no. 1, pp.

97-104, Feb. 2001.

- [15] F. A. M. Cipparrone, B. Gustavsen, A. Semlyen, A. Feijoo and J. Cidras, "Discussion of enforcing passivity for admittance matrices approximated by rational functions," *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 16, no. 4, pp. 954-955, Nov. 2001.
- [16] D. Saraswat, R. Achar, and M. Nakhla, "Enforcing passivity for rational function based macromodels of tabulated data," *EPEP*, pp. 295-298, Oct. 2003.
- [17] S. F. Silverman, "On the simulation of overhead transmission lines," Master dissertation, University of Manitoba, Winnipeg, Manitoba, Canada, 2005.
- [18] P. Liu, Z. Qi and X.D. Tan, "Passive hierarchical model order reduction and realization of RLCM circuits," *Quality of Electronic Design*, pp. 603-608, Mar. 2005.
- [19] G. C. Temes and J. Lapatra, *Introduction to circuit synthesis and design*. New York, NY: McGraw-Hill Book Company, 1997.
- [20] *Star-HSPICE Manual*, Chapter 4: Using Elements. Synopsis Inc., Mountain View, CA, 2001.
- [21] T. L. Quarles, "The SPICE3 implementation guide," Univ. California, Berkeley, Tech. Rep., ERL-M89/44, 1989.
- [22] H. W. Dommel, *EMTP Theory Book, Second Edition*. Vancouver, British Columbia: Microtran Power System Analysis Corporation, 1992.
- [23] H. Y. Chao, "A multilevel fast multipole algorithm for analyzing radiation and scattering from wire antennas in a complex environment," Ph.D. dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, IL, 2002.