

國立交通大學

電信工程學系碩士班

碩士論文

利用適應性降峰值載波減小正交分頻多工
之峰值對平均功率比

Peak-to-Average Power Ratio Reduction of
OFDM Based on Adaptive Peak Reduction
Carriers

研究生：陳鉉文

指導教授：張文鐘 博士

中華民國九十五年八月

利用適應性降峰值載波減小正交分頻多工之峰值對平均功率比

Peak-to-Average Power Ratio Reduction of OFDM Based on Adaptive Peak
Reduction Carriers

研 究 生：陳鉉文

Student：Hsiang-Wen Chen

指導教授：張文鐘 博士

Advisor：Dr. Wen-Thong Chang

國立交通大學
電信工程學系碩士班
碩士論文



A Thesis

Submitted to Department of Communication Engineering

College of Electrical and Computer Engineering

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

In

Communication Engineering

August 2006

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十五年八月


利用適應性降峰值載波減小正交分頻多工之峰值對平均功率比

研究生：陳鉉文

指導教授：張文鐘 博士

國立交通大學電信工程學系碩士班

摘 要



由於正交分頻多工訊號的振幅會產生極大的動態範圍變化，導致訊號的峰值對平均功率比很大，而此比值若愈大會使傳輸訊號對於非線性失真愈敏感，造成功率放大器的效能降低與 ADC 及 DAC 的複雜度增加。為了解決峰值對平均功率比的問題，學者專家提出了很多不同種方法，其中 Tone Reservation 是一個用來降低峰值對平均功率比而不會破壞訊號本身的方法。

本篇論文採取 Tone Reservation 的概念並考慮了通道狀況的因素，以適應性的方式找出通道狀況最差的子載波作為降峰值載波來有效降低傳送訊號之峰值對平均功率比並使載波傳輸效率提升。

而在搜尋降峰值載波適當參數方面，我們主要是修改王的演算法以遞迴式的調整欲降低峰值的倍率 β ，使得每一個適應性降峰值載波都可以有效降低訊號的峰值對平均功率比而避免降峰值載波因無法降低 PAPR 而被捨棄浪費的情形發生。



Peak-to-Average Power Ratio Reduction of OFDM

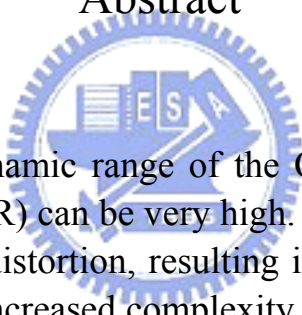
Based on Adaptive Peak Reduction Carriers

Student: Hsiang-Wen Chen

Advisor: Dr. Wen-Thong Chang

Department of Communication Engineering
National Chiao Tung University

Abstract



Due to the large dynamic range of the OFDM signal, the peak-to-average power ratio (PAPR) can be very high. This large PAPR value will lead to severe nonlinear distortion, resulting in reduced efficiency of the RF power amplifier and increased complexity of the analog-to-digital and digital-to-analog converters. To reduce the PAPR, several techniques have been proposed, among them Tone Reservation is a technique which lowers the PAPR without distorting the signal.

In this thesis, we investigate the technique of Tone Reservation and consider the effect of channel condition. Base on the channel condition, we adaptively choose the subcarrier with the worst channel condition to be our peak reduction carrier to effectively lower the signal PAPR and increase the efficiency of subcarrier transmission.

In searching the proper value of the peak reduction carriers, we modified Wang's algorithm to recursively adjust the percentage (β) we wanted to lower the peak value, so that each of the adaptive peak reduction carriers can effectively reduce the signal PAPR while avoiding the circumstance of wasting them if failed to reduce signal PAPR.

誌 謝

兩年多的研究所生涯終於要尾聲了，能夠順利的完成這篇論文首先要感謝我的指導老師張文鐘博士，沒有您在課業上以及研究上的指導，此篇論文也無法如期的完成。再來要感謝我的口試委員們：蘇育德教授、魏學文教授及林大衛教授，謝謝你們對此篇論文的指導與建議，使得內容能夠更加完善。

我還要感謝實驗室中已經畢業的學長，智維學長以及義浩學長，沒有你們的指導我在研究上也無法那麼順利的上手；還有兩年來一起努力打拼的夥伴們，昱成、為棟、培哲與志中，曾經的淚水與辛酸，曾經的歡樂與嬉鬧，有你們的陪伴在這枯燥乏味的研生活裡多了點樂趣。

最後，要特別感謝我的女朋友彥婷以及我的家人，因為你們的支持與鼓勵，使我能夠勇敢的面對每一次的挫折，順利的度過每一個難關，只想說一句：謝謝你們。

目 錄

中文摘要	I
英文摘要	III
誌謝.....	IV
目錄.....	V
表目錄.....	VIII
圖目錄.....	IX
第一章 簡介	1
1.1 前言背景.....	1
1.2 研究動機.....	2
1.3 論文組織.....	2
第二章 多用戶適應性分頻多工系統簡介	3
2.1 OFDM 的起源與架構.....	3
2.2 OFDM 之正交性.....	9
2.3 防護區間與循環字首	10
2.4 OFDMA 介紹.....	17
2.5 適應性應用介紹	20
2.6 適應性調變原理	22
第三章 峰值對平均功率比介紹.....	25

3.1 射頻系統簡介	25
3.2 功率放大器簡介	27
3.3 PAPR 簡介.....	37
3.4 PAPR 的分布.....	39
3.5 各種降低PAPR的方法簡介.....	41
3.5.1 Clipping	41
3.5.2 Coding.....	43
3.5.3 Symbol Scrambling.....	44
3.5.4 Partial Transmit Sequence (PTS)	45
3.5.5 Selective Mapping (SLM)	48
3.5.6 Tone Reservation (TR)	50
3.5.7 方法比較	52
第四章 適應性降峰值載波與 PAPR 降低之運用.....	53
4.1 TR 的發展	53
4.2 修正後的 TR 方法.....	57
4.3 使用適應性降峰值載波的 TR 方法.....	70
第五章 適應性降峰值載波模擬與分析.....	76
5.1 系統參數.....	76
5.2 模擬分析	81

第六章 結論	104
第七章 參考文獻	105



表 目 錄

表 3.1 Crest Factor 比較表	37
表 3.2 PAPR 比較表	49
表 3.3 降低 PAPR 方法比較圖	52
表 5.1 系統模擬參數	77
表 5.2 128-FFT OFDMA UL subcarrier allocations for PUSC	78
表 5.3 512-FFT OFDMA UL subcarrier allocations for PUSC	78
表 5.4 1024-FFT OFDMA UL subcarrier allocations for PUSC	79
表 5.5 2048-FFT OFDMA UL subcarrier allocations for PUSC	80
表 5.6 加入 1 個 PRC 下不同 β 值在各系統之平均 PAPR 降幅比較	99
表 5.7 使用固定式 β 與可調式 β 之平均降幅比較	100

圖 目 錄

圖 2.1 多載波調變系統架構圖.....	4
圖 2.2 分離式子載波頻率分配.....	5
圖 2.3 重疊式子載波頻率分配.....	5
圖 2.4 OFDM 傳送接收架構.....	8
圖 2.5 OFDM symbol 間的 ISI 示意圖.....	10
圖 2.6 加入防護區間的 OFDM symbol.....	11
圖 2.7 ICI 形成示意圖.....	11
圖 2.8 Cyclic Prefix.....	12
圖 2.9 加入 CP 的 OFDM symbol.....	13
圖 2.10 OFDMA 系統示意圖.....	18
圖 2.11 AOOFDM 系統架構圖	23
圖 3.1 RF 系統方塊圖.....	25
圖 3.2 A 類、B 類、C 類放大器工作點示意圖.....	27
圖 3.3 功率轉移函數示意圖	29
圖 3.4 訊號間互相干擾失真現象	31
圖 3.5 QPSK 訊號之 AM/AM 失真.....	32
圖 3.6 QPSK 訊號之 AM/PM 失真.....	33
圖 3.7 OFDM 訊號振幅示意圖	35

圖 3.8 OFDM 訊號 I/Q 示意圖.....	36
圖 3.9 4 倍超取樣之功率累積分布圖.....	40
圖 3.10 功率頻譜密度對截斷與未截斷的 OFDM 訊號比較	43
圖 3.11 PTS 運作方塊圖.....	46
圖 3.12 子區塊分割示意圖.....	47
圖 3.13 SLM 運作方塊圖.....	49
圖 3.14 TR 運作方塊圖	51
圖 4.1 OFDM 資料載波與降峰值載波示意圖.....	53
圖 4.2 以 PRCs 編碼書降低 PAPR 方塊圖.....	54
圖 4.3 FPA 示意圖	56
圖 4.4 基因演算法在傳送端的運作	57
圖 4.5 基因演算法流程圖	59
圖 4.6 修正後基因演算法方塊圖	60
圖 4.7 可調式延遲視窗產生不同相位示意圖	62
圖 4.8 修正後基因演算法流程圖	63
圖 4.9 16-PSK 傳送 BPSK 符元與 QPSK 符元示意圖	64
圖 4.10 Wang's 演算法流程圖.....	67
圖 4.11 適應性 PRC 演算法方塊圖	74
圖 5.1 不同超取樣倍率的比較	81

圖 5.2 不同 FFT 大小的比較.....	82
圖 5.3 不同調變模式的比較	83
圖 5.4 不同調變訊號之峰值功率與平均功率比較	84
圖 5.5 子通道使用數量的比較	85
圖 5.6 原 PAPR 與加入 PRCs 之 PAPR 比較.....	86
圖 5.7 不同 PRC 配置方法比較圖.....	87
圖 5.8 128-FFT 系統下不同 PRCs 使用數比較圖.....	88
圖 5.9 512-FFT 系統下不同 PRCs 使用數比較圖.....	88
圖 5.10 1024-FFT 系統下不同 PRCs 使用數比較圖.....	89
圖 5.11 2048-FFT 系統下不同 PRCs 使用數比較圖.....	89
圖 5.12 128-FFT β 值統計圖	91
圖 5.13 128-FFT β 累積分布圖	91
圖 5.14 512-FFT β 值統計圖	92
圖 5.15 512-FFT β 累積分布圖	92
圖 5.16 1024-FFT β 值統計圖.....	93
圖 5.17 1024-FFT β 累積分布圖.....	93
圖 5.18 2048-FFT β 值統計圖.....	94
圖 5.19 2048-FFT β 累積分布圖.....	94
圖 5.20 128-FFT 系統 PAPR 成效比較	96

圖 5.21 512-FFT 系統成效比較.....	97
圖 5.22 1024-FFT 系統成效比較.....	97
圖 5.23 2048-FFT 系統成效比較.....	98
圖 5.24 所提方法與 PTS 效能比較	101
圖 5.25 所提方法與 SLM 效能比較	102



第一章 簡介

1.1 前言背景

由於現在的高速無線通訊世代下，我們對於資料傳輸的需求量越來越大，而正交分頻多工(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM) [1]技術正是一個不錯的選擇，因為它除了有高效率的頻譜使用率外，還可以有效抵抗頻率選擇性衰減(frequency selective fading)與多重路徑效應所造成的問題。

然而正交分頻多工系統卻也有其潛在的問題必須被解決，其一就是正交分頻多工對於時間與頻率上的不同步非常的敏感，容易產生符號間干擾(Inter-symbol Interference, ISI)與載波間干擾(Inter-carrier Interference, ICI)的問題。另一個嚴重的問題就是正交分頻多工訊號的動態範圍很廣，導致峰值對平均功率比(Peak-to-Average Power Ratio, PAPR)很大，而此比值若越大會使傳輸訊號對於非線性失真越敏感，容易造成功率放大器的效能降低與數位類比轉換器(ADC及DAC)的複雜度增加。

1.2 研究動機

本篇論文主要是在探討正交分頻多工系統所衍生出的峰值對平均功率比問題。在過去幾年裡，有很多的學者專家提出了各種不同的方法來設法降低 PAPR 值，然而卻無法克服運算複雜度太大的問題，又或者需要破壞原本的信號，以犧牲錯誤率來換取峰值對平均功率比的降低。此篇論文採取的方式是在不需破壞原本信號下，以加入降峰值載波（Peak Reduction Carrier, PRC）來使整體訊號的峰值對平均功率比下降，並提出了降低複雜度的方法。



1.3 論文組織

由於我們的方法是應用在多用戶適應性正交分頻多工系統下，所以第二章會簡介適應性正交分頻多工多用戶存取（OFDMA）系統。第三章會對峰值對平均功率比做更深入的描述與曾被提出來解決 PAPR 過大的方法。第四章說明我們所提出的方法。第五章為電腦模擬比較。第六章是最後的結論。最後一章列出所有的參考文獻。

第二章 多用戶適應性分頻多工系統簡介

正交分頻多工 (OFDM) 主要的概念是將一串高速資料利用多個不同且互相正交的低速子載波 (sub-carrier) 平行傳送，以達到有效利用頻寬以及高速傳輸的目的及抵抗通道多路徑衰減的影響。OFDM 也可利用快速傅利葉轉換及反快速傅利葉轉換來實現，使得在硬體上更容易實現而不必增加複雜度。這一章我們會介紹 OFDM 及 OFDMA 的原理與架構，以及適應性調變技術如何應用在此架構上面。

2.1 OFDM 的起源與架構[2]

我們知道在傳統的單一載波傳輸系統中，是將連續的資料調變到一個載波上做連串的傳輸 (serial transmission)。因此若傳送的速率越高，所需要的頻寬相對越大，而傳輸的符元長度 (symbol duration) 就越短。所以當單載波調變訊號經過多路徑延遲通道時，通道的最大時間延遲 (delay spread) 佔整個符元長度的比例會大幅增加，因而產生嚴重的 ISI 問題。

多載波調變系統 (Multi-carrier modulation) 續而被提出來了。其原理是將一連串高速頻寬的資料經串列轉平行 (serial-to-parallel, S/P) 分成 N 個低速的窄頻資料再以不同的子載波平行傳送。圖 2.1 是一個簡單的多載波調變系統架構圖。

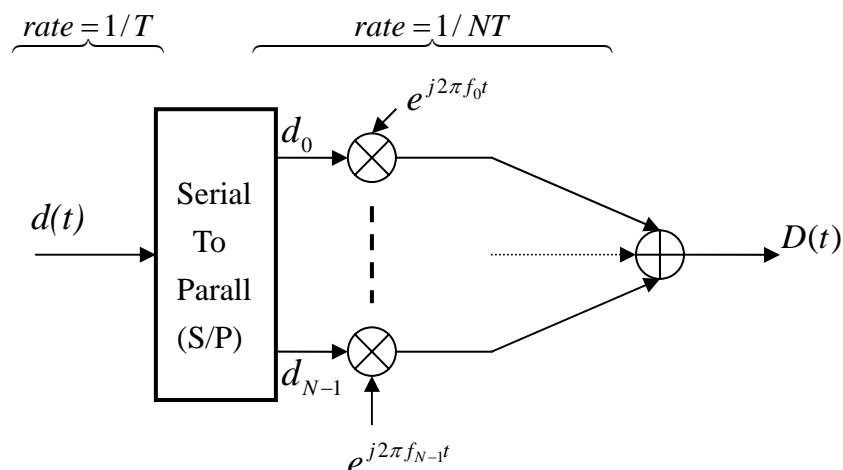


圖 2.1 多載波調變系統架構圖

原本資料的傳輸速率為 $1/T$ ，符元長度為 T ，經過 S/P 後可以發現資料傳輸速率降為 $1/NT$ ，而符元長度增加到 NT 。而 N 若越大，符元長度越長，越能忍受較大的通道延遲，所以更可以抵抗 ISI 的影響。

在多載波調變系統中對於頻率 $(f_0, f_1, \dots, f_{N-1})$ 的選擇必須非常的小心，否則容易發生不同頻率間的訊號互相干擾 (ICI)。為了解決 ICI 的問題，我們選擇 N 個互不重疊的頻段來傳送資訊，且頻段間隔著一小段空的頻率，稱之為 Guard Band，如此便可避免不同載波間的干擾，如圖 2.2 所示。

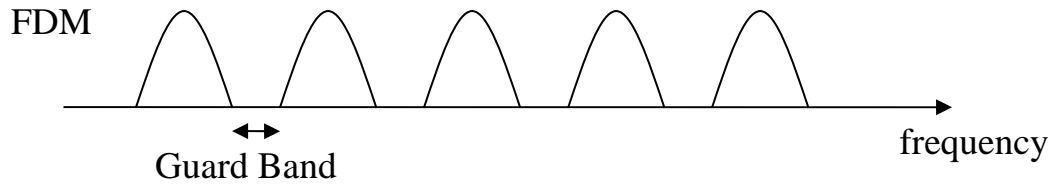


圖 2.2 分離式子載波頻率分配

然而利用此分離式子載波頻率分配方式卻無法有效的利用頻寬，為了增加頻譜的使用效率（Bandwidth efficiency），我們可以選擇另一種方式將每根子載波所使用的頻段互相重疊，如圖 2.3 所示，只要接收端在各次子載波的峰值作取樣，則這些子載波彼此就不會互相干擾了，也就代表著子載波們彼此有著相互正交的性質。而利用子載波彼此重疊且正交特性的分頻多工系統（Frequency Division Multiplexing）就統稱為正交分頻多工系統（OFDM）。

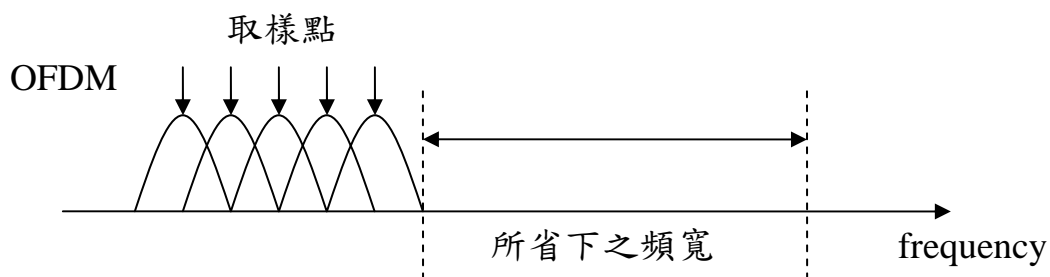


圖 2.3 重疊式子載波頻率分配

由圖 2.1 可以看出 OFDM 系統需要 N 個震盪器來產生 N 個子載波，且必須使這些子載波滿足正交特性，在硬體實作方面實在是太困難了。之後便有學者專家提出可以離散傅利葉轉換（Discrete Fourier Transform, DFT）取代 N 個震盪器來實現 OFDM 系統[3]。下面我們以簡單的數學式子說明之。

在圖 2.1 中，假設震盪器頻率為 f_k ，每個子載波的間隔為 Δf ，則我們可以用 $f_k = f_0 + k\Delta f$ 表示每個震盪出來的子載波頻率。若調變在每一個子載波的信號為複數信號 $d(t) = a(t) + jb(t)$ ，那每個子載波信號可表示成：

$$D_k(t) = d_k \cdot e^{j2\pi f_k t} \quad (2.1)$$

OFDM 系統的傳輸信號 $D(t)$ 是將這 N 個子載波上的信號加總之後再送出去，我們以下列式子表示：

$$D(t) = \sum_{k=0}^{N-1} D_k(t) = \sum_{k=0}^{N-1} d_k \cdot e^{j2\pi f_k t} \quad (2.2)$$

若我們將此 OFDM 信號以取樣頻率為 $1/\Delta t$ 來取樣，取樣後之信號可表示成：

$$\begin{aligned} D(n\Delta t) &= \sum_{k=0}^{N-1} D_k(n\Delta t) = \sum_{k=0}^{N-1} d_k \cdot e^{j2\pi f_k n\Delta t} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} d_k \cdot e^{j2\pi (f_0 + k\Delta f) n\Delta t} \end{aligned} \quad (2.3)$$

為了我們分析上的方便，我們用基頻表示法（Baseband）來表示信號， $f_0 = 0$ ，且令，則上式可表示成：

$$\begin{aligned}
 D(n\Delta t) &= \sum_{k=0}^{N-1} d_k \cdot e^{j2\pi k \frac{1}{N\Delta t} n\Delta t} \\
 &= \sum_{k=0}^{N-1} d_k \cdot e^{j\frac{2\pi}{N} kn} \\
 &= IDFT\{d_k\} = D[n]
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

$D[n]$ 代表的是經過反離散傅利葉轉換調變後在取樣點 n 所產生的信號， d_k 代表的是載在第 k 個子載波上所傳送的信號。由此我們可以發現使用 IDFT 取代震盪器確實可以較容易的實現 OFDM 傳輸系統，而接收端也只需要使用和傳送端反向的 DFT 就可順利的將訊號給解調出來了。如果選擇 N 為 2^m ，則可以更進一步的以快速傅利葉轉換（FFT）來實現以降低複雜度與加快執行速度。

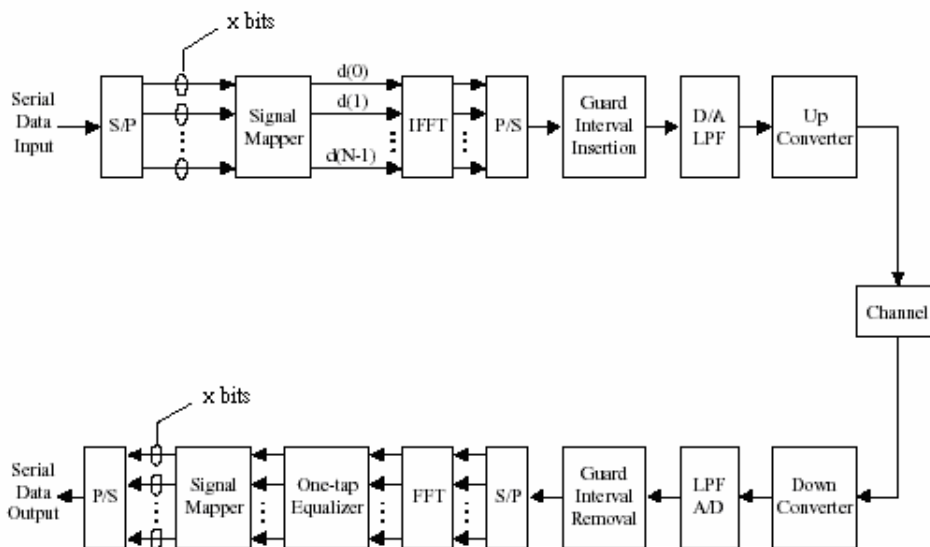


圖 2.4 OFDM 傳送接收架構

圖 2.4 為一個基於 FFT/IFFT 的 OFDM 系統架構圖，傳送端使一連串的高速資料經過 S/P 後轉成 N 個低速的平行資料流，再分別將此時的二位元信號以調變的方式（如 PSK、QAM 等）對應成調變訊號。這 N 個調變訊號可看成在頻域上的訊號，經過 IFFT 轉換後成為時域上的訊號，再經過平行轉串列（parallel-to-serial, P/S）後可得到一連串要傳送的訊號，再加上一段防護區間（Guard Interval, GI）後便可將此訊號送至通道中了。此處的通道效應包括了時變瑞雷衰減

（Rayleigh fading）通道和加成性白色高斯雜訊（AWGN）。其中加入防護區間主要的目的是為了減緩多路徑通道效應的干擾，詳細說明會在後面介紹。OFDM 信號送至接收端後先將之前加入的防護區間移除，再經過 S/P 與 FFT 後將信號由時域轉回頻域，然後藉由一個線性等化器還原通道效應，最後解調完之訊號即是我們要偵測的訊號。


2.2 OFDM 之正交性

先前我們提到了由於 OFDM 系統有著子載波們彼此正交的特性，使得頻譜可以有效的被利用，不會造成頻寬的浪費。這裡我們就詳細的說明 OFDM 如何產生正交性。

由式 (2.4) 中我們可以知道第 k 個子載波可以表示成：

$$D_k[n] = d_k \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \quad (2.5)$$

從向量空間的觀點來看，我們知道若兩向量做內積的結果是零，則代表著此二向量有著彼此正交的特性。我們將第 p 個與第 q 個子載波上的信號視為兩不同的向量，那麼在一個符元長度（symbol duration）內做內積可獲得：


$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{N-1} \left(d_p \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}pn} \right) \cdot \left(d_q \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}qn} \right)^* \\ &= d_p d_q^* \cdot \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}(p-q)n} \\ &= \begin{cases} N \cdot |d_p|^2 & , p = q \\ 0 & , p \neq q \end{cases} \end{aligned} \quad (2.6)$$

由此我們可以看出只要子載波間距為 $1/T$ 的整數倍， $T = N\Delta t = 1/\Delta f$ ，即為符元長度，則 OFDM 系統內之每個子載波皆不會互相干擾，接滿足正交的特性。

2.3 防護區間與循環字首 (Cyclic Prefix, CP)

OFDM 最大的特色之一就是其有效的抗多重路徑干擾能力，相較於單載波傳輸系統中，由於符元長度 (symbol duration) 較短，受到 ISI 的影響也就越嚴重。然而 OFDM 系統是把 N 筆資料載在不同子載波上傳送，每筆資料的符元長度可以被拉長 N 倍，當 N 越大，即通道延遲遠小於符元長度，則 ISI 的影響較不嚴重。

圖 2.5 代表著在雙路徑通道下，OFDM symbol 所遭受到 ISI 的影響，由圖中可以清楚看到上排的第 $n+1$ 個 OFDM symbol 會受到下排經過反射、延遲後才抵達的第 n 個 OFDM symbol 的干擾。

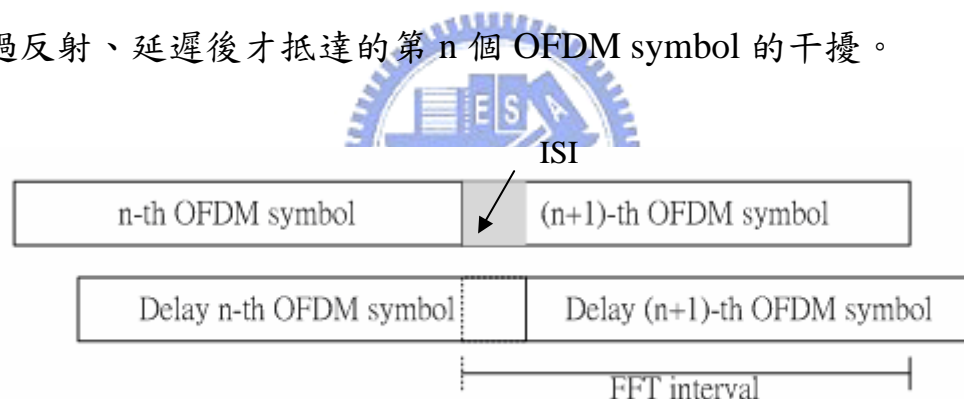


圖 2.5 OFDM symbol 間的 ISI 示意圖

為了解決 ISI 所造成的干擾，我們在兩連續 OFDM symbol 間空出一小段時間，我們稱之為防護區間 (Guard Interval, GI)，只要防護區間的長度大於通道延遲，兩 OFDM symbol 間就不會互相干擾了。我們以圖 2.6 來說明此現象。

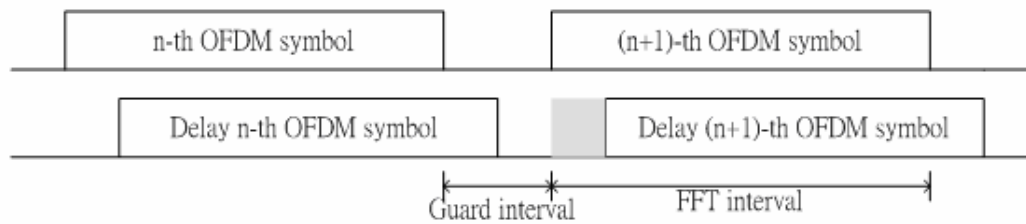


圖 2.6 加入防護區間的 OFDM symbol

雖然 OFDM symbol 透過防護區間解決了 ISI 的問題，但也因此產生了新的問題，OFDM 各子載波間的正交性被破壞了，這也就是先前提到的 ICI 之問題。

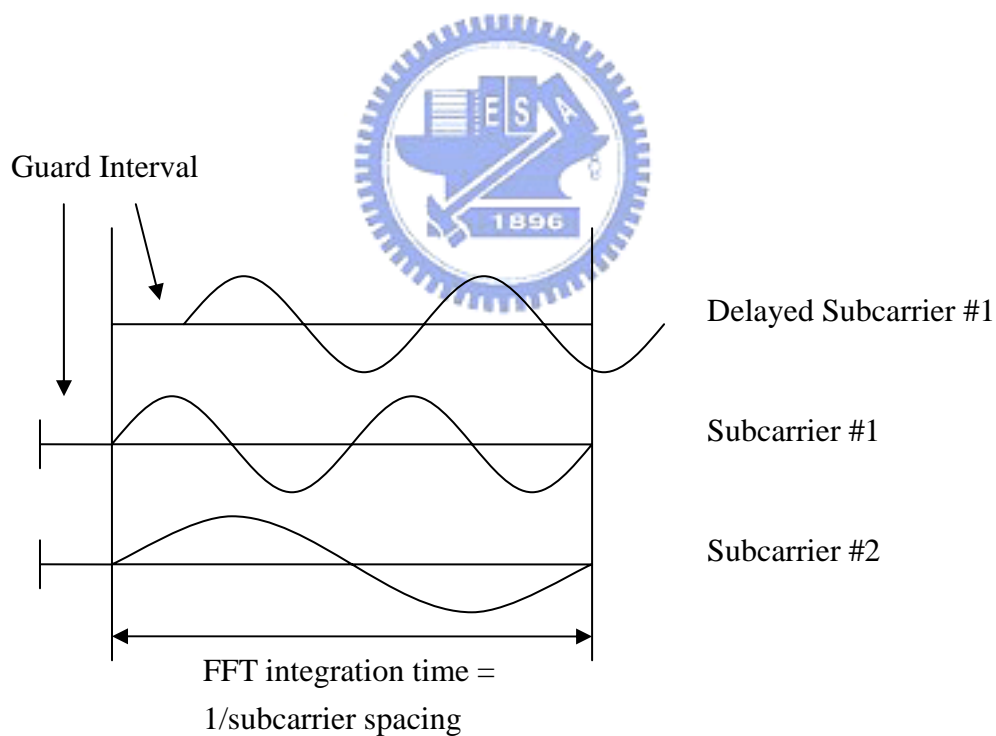


圖 2.7 ICI 形成示意圖

由圖 2.7 中可以明顯發現到，因為插入了空白區塊的防護區間，使得受到通道延遲 (delayed) 影響的 subcarrier #1 在一個 FFT 的週期時間內無法取得完整的載波來維持整數倍的週期，因此破壞了不同載波間的正交性。圖中也可以清楚看到 subcarrier #1 與 sub-carrier #2 正交，但 delayed subcarrier #1 與 subcarrier #2 卻失去的正交性。

所以為了維持載波間的正交性，OFDM 引用了循環字首 (Cyclic Prefix, CP) 的想法，也就是在原本沒傳任何東西的防護區間內，塞入一小段該 OFDM symbol 後半部的資訊，如圖 2.8 所示。

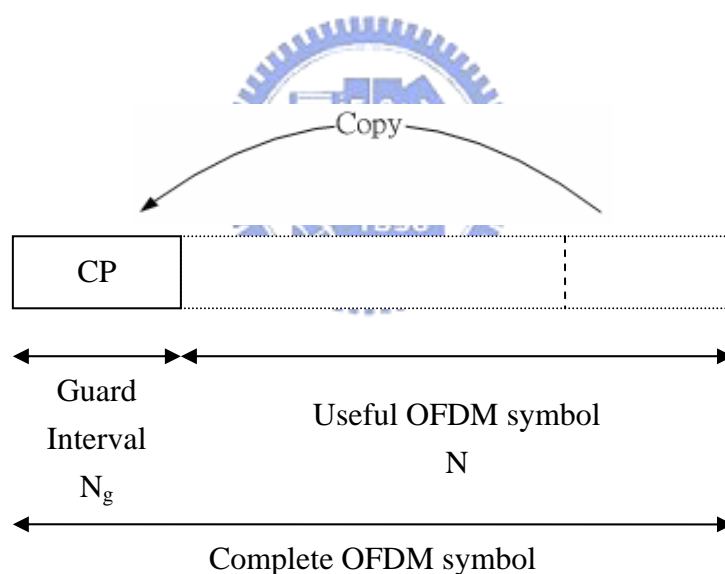


圖 2.8 Cyclic Prefix

利用 CP 可以保證受到通道延遲影響的子載波在一個 FFT 週期時間內還是可以取得整數倍週期的載波來維持正交性，解決 ICI 的問題。而 CP 長度必須大於通道延遲長度，才可同時解決 ISI 的問題。

由圖 2.9 中也可以確實的發現，CP 的特性確實解決了 OFDM symbol 間 ISI 與 ICI 互相干擾的問題。

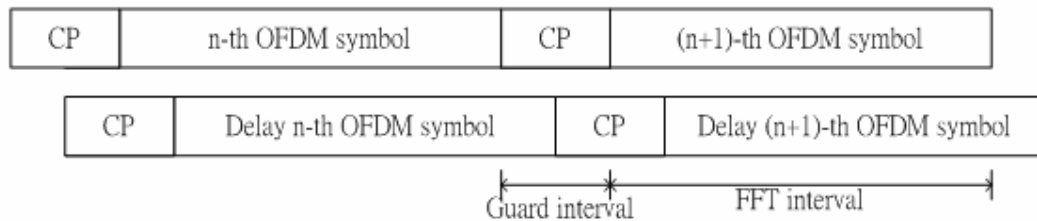


圖 2.9 加入 CP 的 OFDM symbol

CP 除了前述的好處之外還有一個很重要的特質，就是在接收端的有效 OFDM 符元 (Useful OFDM symbol) 可以表示成傳送端的有效 OFDM 符元與通道脈衝響應 (Channel impulse response) 做環狀迴積 (circular convolution) 的結果。

由於環狀迴積的特性使得頻譜上的每個載波看到的通道頻譜響應都相當於平坦衰減 (flat fading)，所以在頻譜上可視為有效 OFDM 符元與通道頻譜相乘的效果[4]，因此 OFDM 系統的通道補償等化器設計能大量的降低複雜度，下面我們會詳述之。

假設可解析的通道長度為 L ，有效 OFDM 符元長度為 N ，而 L 必須比保護區間的長度 N_g 還小。

接收端所收到的完整 OFDM 符元(Complete OFDM symbol) $\tilde{r}[n]$

可以寫成傳送端完整 OFDM 符元 $\tilde{s}[n]$ 與通道脈衝響應做線性迴積

(linear convolution)，如下式：

$$\tilde{r}[n] = \tilde{s}[n] * h[n] + w[n] \quad , 0 \leq n \leq N + N_g + L - 2 \quad (2.7)$$

其中 $\tilde{s}[n]$ 可定義成下式：

$$\tilde{s}[n] = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot e^{j2\pi \frac{k}{N}(n-N_g)} & , 0 \leq n \leq N + N_g - 1 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.8)$$

假設 X_k 代表載在第 k 個子載波的傳輸信號。

而 $h[n]$ 為第 n 個取樣點之通道脈衝響應， $w[n]$ 加成性白色高斯雜訊 (AWGN)。

對非時變通道而言，通道數學模型可以表示為：

$$h(t, \tau) = \sum_{n=1}^N \alpha_n e^{j\theta_n} \delta(\tau - \tau_n) \quad , \text{for all } t \quad (2.9)$$

N 可視為延遲路徑總數， α_n 代表第 n 個路徑的衰減大小 (fading gain)， τ_n 為第 n 個路徑的傳輸時間延遲， θ_n 為第 n 個路徑之相位，其中 $\theta_n = 2\pi f_c \tau_n$ ， f_c 為載波頻率。式 (2.9) 代表對所有時間 t 而言，通道都是一樣的 $h(t, \tau) = h(\tau)$ ，也就是 $h(\tau)$ 不會隨著時間而改變。

在非時變通道下，式（2.7）可以表達成：

$$\begin{aligned}\tilde{r}[n] &= \tilde{s}[n] * h[n] + w[n] \\ &= \sum_{\tau=1}^n h[\tau] \cdot \tilde{s}[n-\tau] + w[n]\end{aligned}\quad (2.10)$$

對時變通道而言，數學模型可以如下式表示：

$$h(t, \tau) = \sum_{n=1}^{N(t)} \alpha_n(t) e^{j\theta_n(t)} \delta(\tau - \tau_n(t)) \quad (2.11)$$

$N(t)$ 代表通道路徑的個數，而其值會隨著時間的不同而有所改變， $\alpha_n(t)$ 代表在時間點 t 所看到第 n 個路徑的衰減大小， $\tau_n(t)$ 代表在時間點 t 所看到第 n 個路徑的傳輸延遲時間， $\theta_n(t) = 2\pi f_c \tau_n(t)$ ，代表在時間點 t 所看到第 n 個路徑之相位大小，而 f_c 為載波頻率。式(2.11)與式（2.9）非常的類似，只不過式（2.11）的每個參數都是時間 t 的函數，也就是說在不同的時間所面臨到的通道是不一樣的。

在時變通道下，式（2.7）可以表達成：

$$\begin{aligned}\tilde{r}[n] &= \tilde{s}[n] * h[n, \tau] + w[n] \\ &= \sum_{\tau=1}^n h[n-\tau, \tau] \cdot \tilde{s}[n-\tau] + w[n]\end{aligned}\quad (2.12)$$

由於 CP 的特性，我們可以將完整 OFDM 符元與通道脈衝響應做線性迴積以有效 OFDM 符元（去掉 CP 後之 OFDM 符元）與通道脈衝響應做環狀迴積所取代，以下面式子表示之：

$$r[n] = s[n] \otimes_N h[n] + w[n] \quad , 0 \leq n \leq N-1$$

$$\text{where } \begin{cases} r[n] = \tilde{r}[n + N_g + 1] \\ s[n] = \tilde{s}[n + N_g + 1] \end{cases} , 0 \leq n \leq N-1 \quad (2.13)$$

$s[n]$ 代表傳送端送出的有效 OFDM 符元， $r[n]$ 為接收端所收到的有效 OFDM 符元， \otimes_N 代表 N 點環狀迴積（N-point circular convolution）。因此接收端有效 OFDM 符元經過 FFT 轉成頻域訊號後，可以表示成傳送訊號與通道頻譜響應相乘的結果[5]，如下式：

$$\begin{aligned} Y_k &= FFT \{r[n]\} \\ &= FFT \{s[n] \otimes_N h[n] + w[n]\} \\ &= X_k \cdot H_k + W_k \end{aligned} \quad (2.14)$$

其中， Y_k 代表接收到第 k 個子載波所載之信號。

我們可以從式（2.14）中觀察到，通道效應在頻域上可以等同於每個子載波受到平坦衰減效應（flat fading effect）的影響，因此只要透過一個簡單的關係式， $X_k = \frac{Y_k}{H_k}$ ，我們可以在頻域只用 1 個 tap 就可以對通道做補償，相較於時域上的等化器而言，OFDM 的頻域等化器有著相當低的複雜度。

2.4 OFDMA 介紹[2][6][7]

在一般的 OFDM 系統中，所有的子載波都是指派給一個使用者，在任何時間使用作資料的傳輸，也就是它並沒有提供多用戶的服務，如果要支援多用戶存取的功能就必須搭配分頻多工存取（FDMA）、分時多工存取（TDMA）或分碼多工存取（CDMA）等等之多工存取之技術才行。

在正交分頻多工存取（OFDMA）系統中，基本的精神是希望以 OFDM 為基底下來實行分頻多工存取。簡單的說，OFDMA 系統會先把所有可使用的子載波分成數個子通道（subchannel），這些由多個子載波所構成的子通道就是用來指派給不同使用者做資料傳輸的頻段基本單位。而 OFDMA 與 FDMA 最大的不同就是去除了 FDMA 為了區分各用戶所加入的 guard band。圖 2.10 是一個以正交分頻多工存取系統支援三個使用者的示意圖。

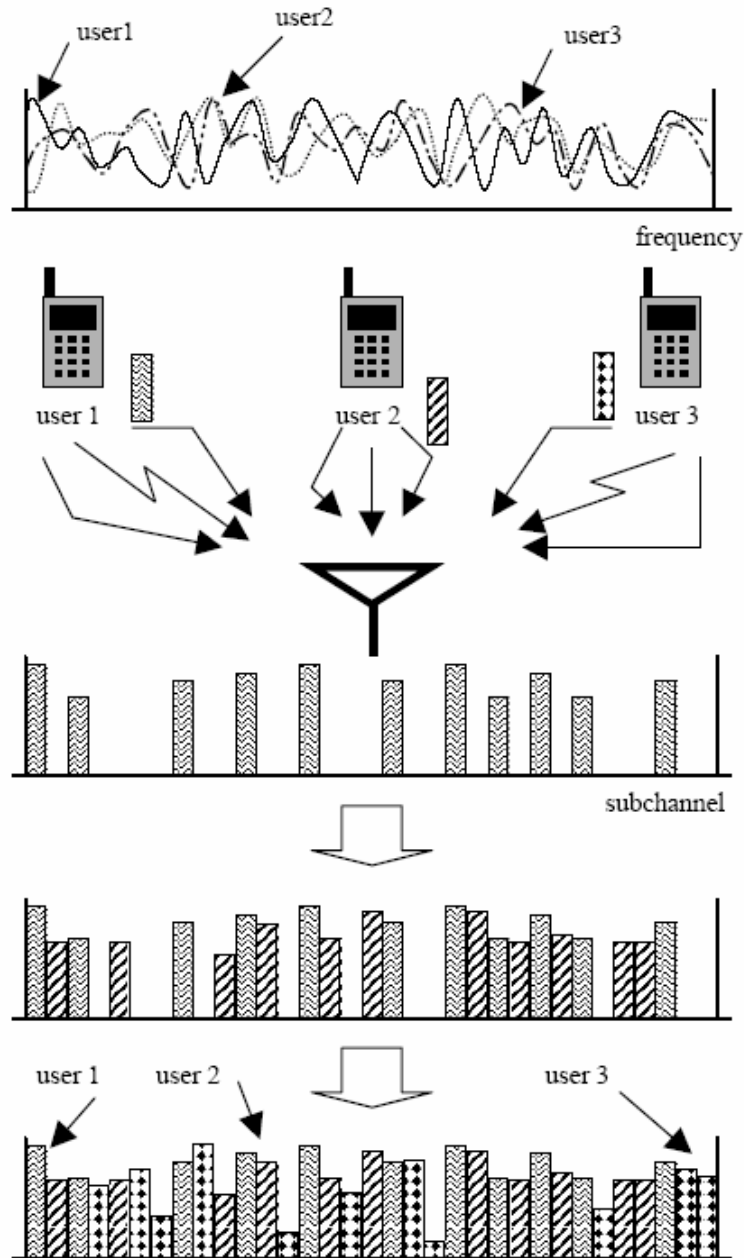


圖 2.10 OFDMA 系統示意圖

由圖 2.10 可以知道當 OFDMA 系統要支援三個使用者的時候，會先分配好哪幾個子通道是提供給哪一個使用者作訊號傳輸用。而不同使用者就在自己所被分配到的子通道上傳輸訊號。值得注意的是，構成子通道的子載波們不一定是相鄰的，也可以是分散在不同頻段的。

OFDMA 系統在下傳 (downlink) 時，一個子通道有可能會傳送資料給一個或多個使用者。而在上傳 (uplink) 時，一個使用者也可以被指派使用一個或多個子通道做訊號傳輸。再加上 OFDM 各子載波間正交的特性，不同使用者可以在各自可使用的頻段內同時做傳輸而互不干擾。如此，系統頻譜可以依據不同使用者的需求不同而動態式的分配使用頻段給使用者，以提高系統的傳輸效率。

OFDMA 系統還有一個很重要的優點，就是可以有效的降低蜂巢間干擾 (Inter-cell Interference)。蜂巢間干擾是普遍無線行動系統中常遇到的問題，也就是兩個不同的 cell 在同一個時間內使用同一個子通道做訊號傳輸所造成的干擾。例如在 Multi-Carrier (MC-) CDMA 系統與 Direct sequence (DS-) CDMA 系統中，就會明顯遭受到蜂巢間干擾的影響而產生嚴重的問題。然而，OFDMA 系統由於每個子通道可以設計成由不同排列的子載波所組成，因此若剛好發生在兩不同 cell 使用到同一子通道，也會因為子通道內的子載波組合不同而減小蜂巢間干擾的影響。

除此，OFDMA 符元 (symbol) 中之不同子載波也可以依據不同使用者的需求 (QoS) 差異或通道狀況 (channel condition) 的好壞甚至傳輸距離的長短來決定使用適當的調變模式以及編碼方式，來達到提高傳輸效率的效果。

但是，OFDMA 系統在實做上卻會面臨到一些困難的問題。例如為了能夠提供多用戶的服務，在控制機制上變的相當複雜。在每個使用者做資料傳輸時，必須能夠調整使他們的傳輸時間是一致的。且在上傳時也必須做功率控制 (power control)，使得不同使用者的傳送訊號在接收端強度都是相同的。

2.5 適應性應用介紹[8]

無線行動的通訊通道一般而言，很容易遭受到時變的通道品質變動，因此傳統所使用的固定模式機制經常會造成傳輸上的連續錯誤。一個有效的方法來解決此類問題就是依據接收端所接收到的瞬時通道品質資訊，再以適應性的方式調整系統參數使得傳輸效率有所提高，而通道品質資訊可藉由接收端透過回授通道回傳給傳送端。典型的適應性應用主要有三種，分別是適應性傳輸能量控制、適應性訊號時間週期控制與適應性調變選擇。

適應性傳輸能量控制是由 Hayes 所提出的方法，其主要的概念是利用控制傳輸的能量，來降低在不同時間或頻率所遭遇到的衰減效應。然而若在某一時間遭遇到一個衰減極為劇烈的通道，此傳輸機制為了克服傳輸上的困難，勢必需大量的提升傳輸能量，但也同時增強了鄰近通道的干擾效應。

並且在現實生活中，大多數的通訊規格對於傳輸的能量大小都有所限制與要求，並無法支援太大的傳輸能量服務。因此適應性傳輸能量控制雖然可有效解決時變通道的衰減問題，但卻也會產生額外的干擾，且在實際的通訊系統上，容易受到傳輸能量的限制而難以實現。

適應性訊號時間週期控制最初是由 Cavers 所提出的，他主要的想法是利用不同長度的時間週期對於訊號會有不同的通道衰減抵抗能力，來降低在不同時間或頻率所遭受到的衰減效應。然而，不同的時間週期長度相對會產生不同的頻寬，這對於在現今頻寬需求量越來越大的時代下，在頻寬的使用上是非常衝突的，浪費可用的頻寬是我們必須盡量避免的。

適應性調變選擇是另一種適應性應用的方式，其精神是在於利用不同的調變模式對於通道衰減會產生不同的抵抗能力，以達到有效抗衰減效應提高傳輸效益的目的。也就是說在面臨衰減強度較強烈的通道時，選擇利用較低階的調變模式傳送訊息以減少錯誤率的發生。而在面臨衰減強度較弱的通道時，則可以選擇以較高階的調變模式來增加系統的輸出效益。這是一個比較可行的適應方式，但是他卻強烈的依賴通道品質資訊的正確與否，通道品質資訊若有誤，便會造成整體系統效能的降低。

2.6 適應性調變原理

適應性調變通常是被使用在雙向的通訊系統上，因為傳輸參數的適應性處理必須依靠通道品質估測和訊息的傳遞。而適應性調變的原則是隨著時變通道的改變而產生不同的反應動作，目的是在增加系統的傳輸效益。

因此，為了使適應性調變能隨著通道品質的改變有效率的反應，通常會採取以下的步驟[9]：

- 通道品質估測 (Channel quality estimation)：為了能適當的選擇下次傳輸中所使用的傳輸參數，一個準確的通道估測機制是必需的，用來估測在下次傳輸中所將會面臨到的通道響應為何。
- 選擇下次傳輸需要用到的最佳參數 (Choice of the appropriate parameters for the next transmission)：基於針對下個傳輸週期所做的通道品質預測，傳送端可以適當的選擇下次傳輸所使用的調變模式與編碼方式。
- 以訊息傳遞選用參數或盲目式偵測選用參數 (Signaling or blind detection of the employed parameters)：接收端必須知道傳送端所選用的傳輸參數才能有效解調訊息。而這些參數可以由傳送端利用符元傳送，但卻會使有效資料的傳輸量降低。或者接收端以盲目式偵測的方式自行估出這些參數。

現在我們來探討適應性調變（Adaptive modulation）如何應用在 OFDM 系統與 OFDMA 系統上。參考圖 2.4 中，以適應性調變取代一般固定式的調變機制，在加上事先預測的通道品質資訊，就形成了適應性正交分頻多工系統（Adaptive OFDM, AOFDM），如圖 2.11 所示。

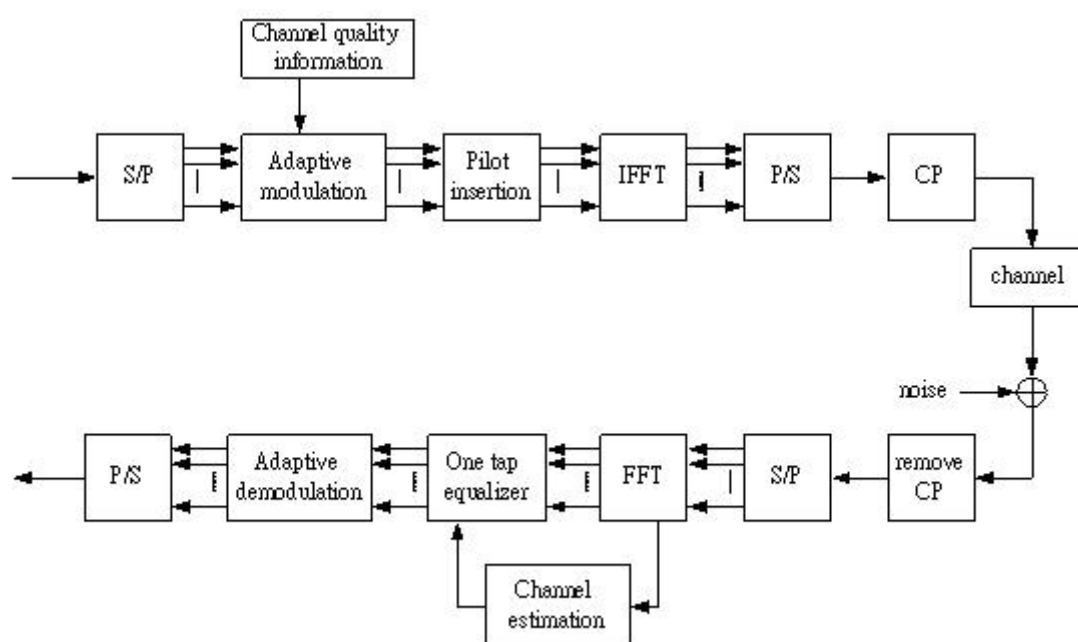


圖 2.11 AOFDM 系統架構圖

假設在此系統中的通道脈衝響應在一個 OFDM 符元週期內是固定不變的，則我們可以得到如下的關係式：

$$Y_k = X_k \cdot H_k + N_k \quad (2.15)$$

X_k 是資訊位元經過適應性調變產生器後的信號， k 代表第 k 個子載波， Y_k 為經過等化器處理後之信號， H_k 代表通道轉移函數， N_k 是 AWGN 雜訊。

由於在每個子載波的通道轉移函數與雜訊是獨立的，我們可以定義每個子載波的訊雜比（Signal-to-Noise Ratio, SNR）成[9]：

$$\gamma_k = |H_k|^2 \cdot \gamma \quad (2.16)$$

γ 代表的是傳送端的平均訊雜比。若無符號間干擾或其他來源所引起的干擾，則 γ_k 值的大小會影響在第 k 個子載波上的位元錯誤率。而適應性調變的目的就是依據不同子載波的 γ_k 大小來決定適當的調變模式使系統達到最高的使用效益。也就是在位元輸出率與錯誤率間找到一個彼此都可以接受的平衡點，通道增益大的子載波就以較高階的調變模式傳送（如 16QAM、64QAM），使可傳送更多的位元數，相反的在通道增益較差的子載波就以較低階的調變模式傳送（如 BPSK）或不傳，以降低錯誤率。

第三章 峰值對平均功率比介紹

在正交分頻多工系統中，最容易遭遇到的問題就是它具有很大的峰值對平均功率比（Peak-to-Average Power Ratio, PAPR），而此項問題會造成數位類比轉換器（Analog-to-Digital and Digital-to- Analog Converters, ADC and DAC）複雜度上的增加，以及功率放大器（Power Amplifier, PA）的使用效能降低。為了解決此項問題，許多學者專家也都做了相當多的研究。在此章節中我們將深入探討峰值對平均功率比的成因以及所造成的影響，再介紹一些曾被提出來降低峰值對平均功率比的方法。

3.1 射頻系統簡介

在普遍的 OFDM 系統中，其射頻系統主要是由 IQ 調變器（In-phase and Quadrature Modulator）、頻率轉換器（Baseband Converter）、頻譜濾波器（Spectral Filter）以及功率放大器（PA）所組成。如圖 3.1 所示。

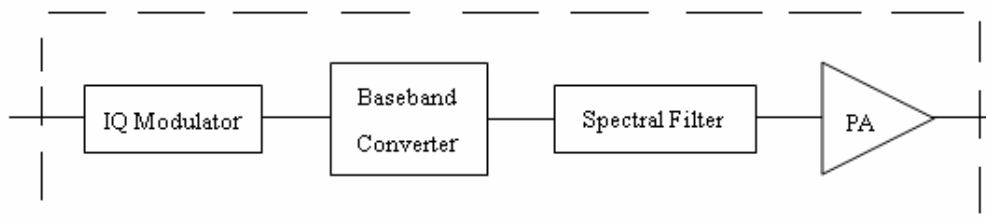


圖 3.1 RF 系統方塊圖

IQ 調變器的功能為使我們要傳輸的資料流分別依實數部分與虛數部分拆成兩組資料流，其中實數部分資料流 x_I 乘上一個正弦波，虛數部分資料流 x_Q 乘上一個餘弦波，再將這兩個弦波相加後得到一個調變後的中頻載波（intermediate frequency carrier, IF）訊號。此中頻載波的包跡（envelope） A ，可表示如下：

$$A = \sqrt{x_I^2 + x_Q^2} \quad (3.1)$$

調變後的中頻載波之後便透過頻率轉換器轉成一個射頻（radio frequency, RF）載波的訊號，其中頻率轉換器是由一個乘法器（multiplier）結合一個本地震盪器（local oscillator）所組成。

調變後的射頻載波訊號頻譜必須經過一個頻譜濾波器來修飾其形狀，原因是為了限制調變後射頻訊號的頻寬且使滿足特定規格或特定機構（如 Federal Communication Commission, FCC）對傳輸頻譜所定義的要求或限制。

最後，通過功率放大器的目的是在產生我們所需要的傳輸功率使資料可以達到可靠傳輸的要求。也就是將我們的訊號功率放大到穩定傳輸所需要的大小值。

3.2 功率放大器簡介[10]

在這裡我們會先介紹功率放大器的分類以及諧波失真 (harmonic distortion)，使我們更清楚了解到非線性失真 (nonlinear distortion) 對 OFDM 訊號的影響。

功率放大器的分類主要是依據偏壓方式的不同，而產生不同位置的工作點，當標準弦波輸入時，以輸出訊號不為零的範圍來區分，可分為 A 類、B 類、AB 類及 C 類，如圖 3.2 所示。

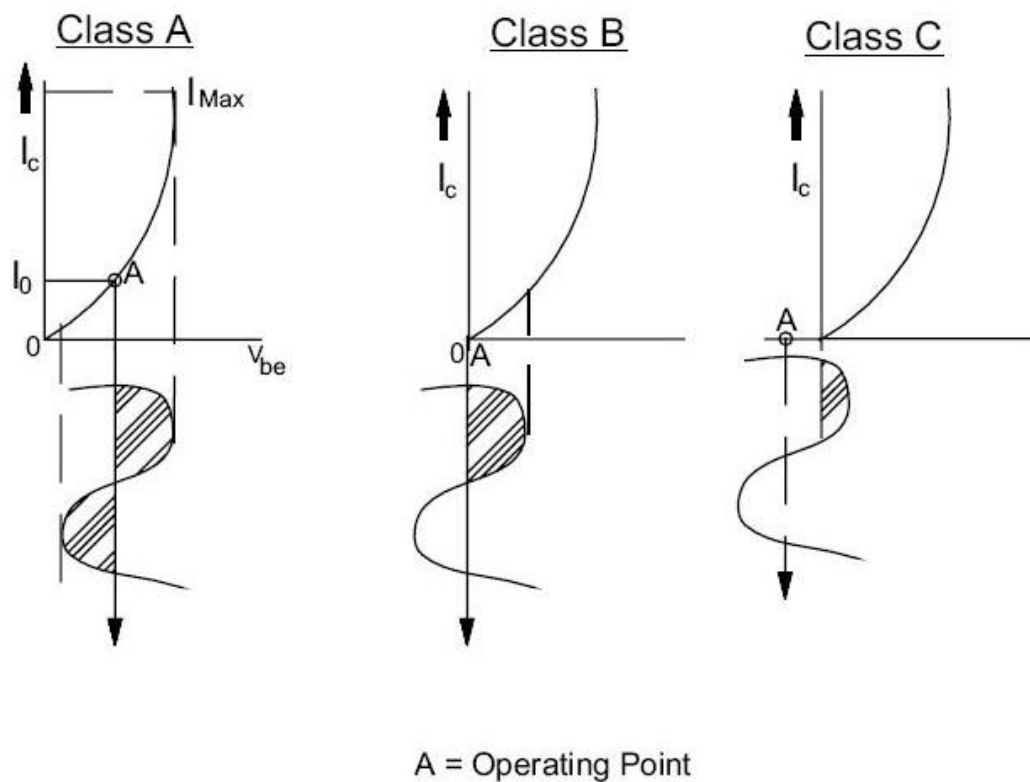


圖 3.2 A 類、B 類、C 類放大器工作點示意圖

其中，工作點 A 主要是由集極電流 I_c 所決定， I_c 的轉換式可表達如下：

$$I_c \approx I_s \cdot e^{V_{BE}/V_T} \quad (3.2)$$

而 I_s 代表逆向飽和電流 (reverse saturation current)， V_{BE} 為放大器的輸入電壓， V_T 是熱電壓 (thermal voltage) 為溫度的函式。由於上式的 BJT 轉移方程式為非線性的，因此在標準弦波輸入時，輸出會產生諧波的失真現象，更深入的探討可參考教課書[11][12]。

由圖 3.2 中我們可以清楚觀察到 A 類放大器在標準弦波輸入時，其輸出為一個全週期的波形。而其工作範圍主要是在放大器功率轉移函數 (power transfer function) 的線性區域，如圖 3.3 所示。線性區域所代表的是輸入功率與輸出功率存在著一個固定比例常數的關係，有可能是增大或減小。但是它卻也有著極差的功率轉換效率 (power conversion efficiency) 之缺點，功率轉換效率是用來描述放大器將 DC 功率轉換成 AC 功率的能力，可將其定義為輸出交流平均功率比上輸入直流平均功率。而 A 類放大器的功率轉換效率為 25%。

B 類放大器可以提供一個更大的輸出功率與較高的功率轉換效率，但缺點就是犧牲了工作範圍在線性區域內的特性與較嚴重的諧波失真影響。觀察圖 3.2 中間的圖可以發現在標準弦波輸入時，其輸出為一個半週期的波形。

AB 類放大器的工作點介於 A 類放大器與 B 類放大器之間，而當在標準弦波輸入時，其輸出為大於半週期的波形。

亦可從圖 3.2 中發現 C 類放大器在標準弦波輸入時，其輸出為一個小於半週期的波形。若與 A 類或 B 類放大器做比較，C 類放大器擁有極佳的功率轉換效率，但卻遭受到更嚴重的諧波失真。

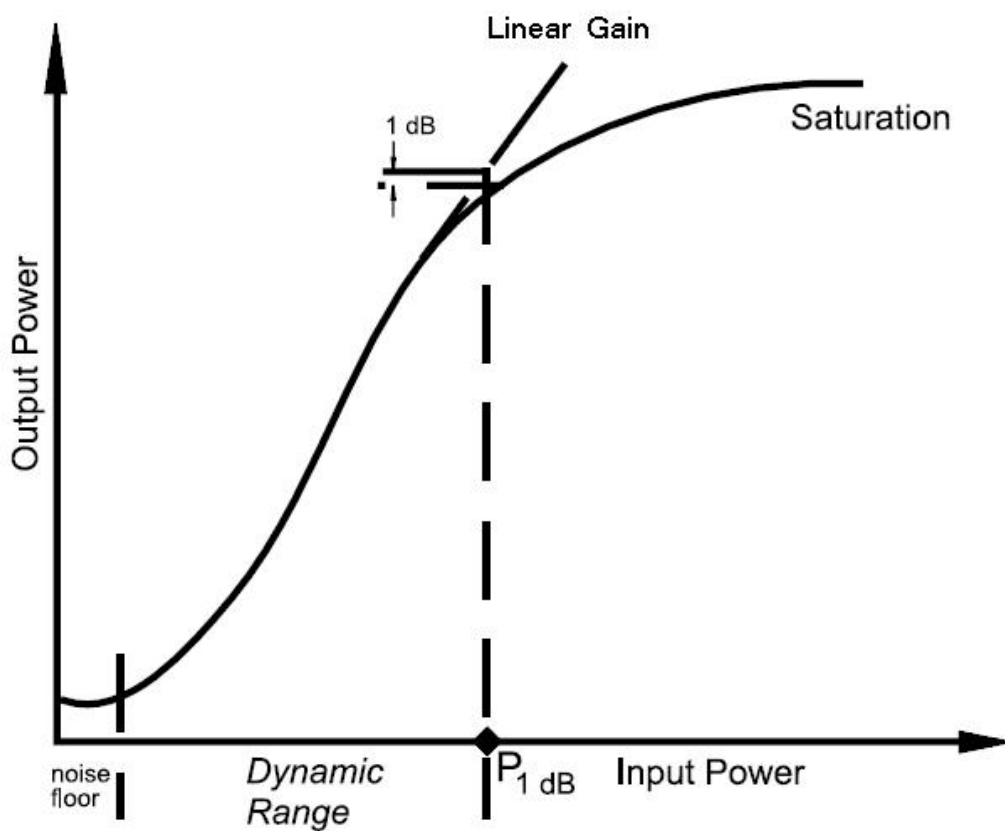


圖 3.3 功率轉移函數示意圖

圖 3.3 中 P_{1dB} 為 1-dB 壓縮點 (1-dB compression point)，代表的是在輸入功率增加 1dB，輸出功率卻會在功率放大器的線性增益 (linear gain) 線上減少 1dB。圖中的動態範圍 (dynamic range) 也就是功率放大器的線性區域，介於雜訊限制區域與飽和區域間。

總結而論，功率放大器設計可以分類成線性方式與非線性方式，非線性的功率放大器能夠有較佳的功率轉換效率，但是只適合一些常數包跡（constant-envelope）的訊號，如 FM、GFSK 或 GMSK[13]。而線性的功率放大器雖可適合所有的調變訊號，但其功率轉換效率卻也比較差。

現在我們來探討諧波失真所產生的問題，考慮兩個高頻載波要通過一個功率放大器的情況，由於 BJT 轉移方程式非線性的關係，功率放大器的輸出訊號除了原本輸入的訊號外，還會額外產生一些訊號間互相干擾（intermodulation interference）的成分。此種問題主要是發生在當輸入為兩個或兩個以上的頻率訊號，經放大器非線性特性後，在輸出端所產生的多於頻率成分。

由圖 3.4 中我們可以觀察到，訊號間互相干擾成分的分布其實非常的廣，他們會產生在輸入載波的附近也會產生在較遠處，而其中會造成最大問題的也就是這些長在輸入載波附近的訊號間干擾，因為我們比較不容易將這些在輸入載波附近的干擾給濾出來而產生失真的問題。

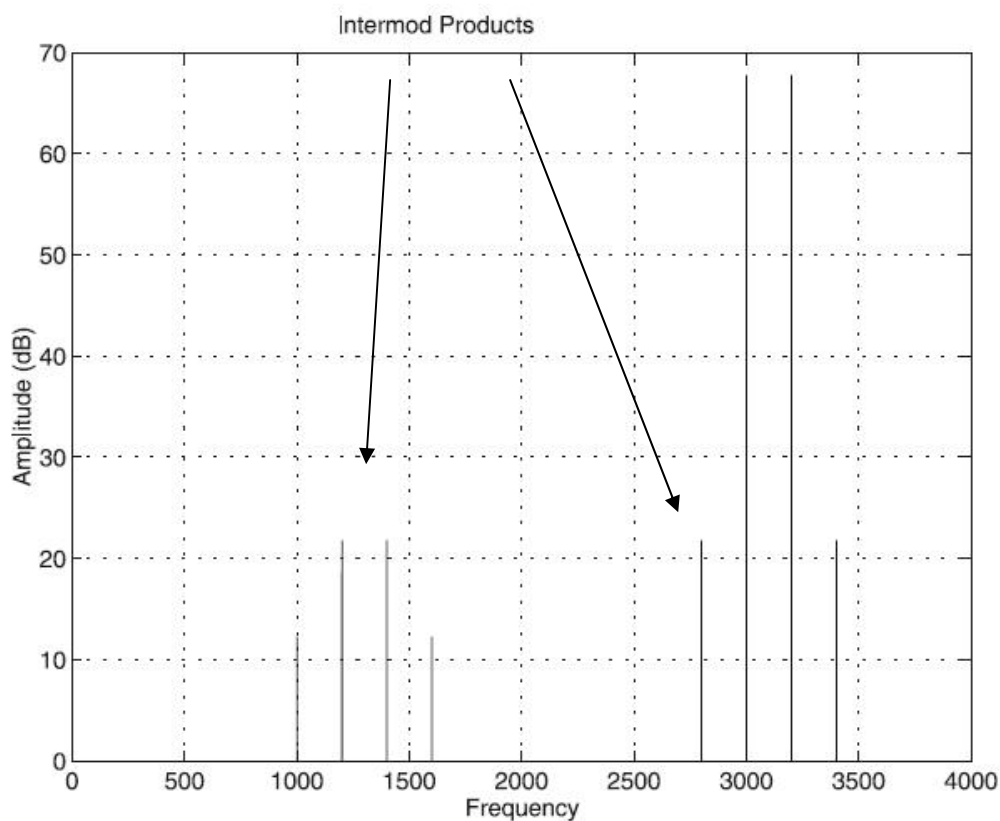


圖 3.4 訊號間互相干擾失真現象

功率放大器還會產生一個很嚴重的問題，就是當輸入訊號功率過大使得工作範圍超出了線性區域而進入了飽和區域，也就是輸入功率超過了 1-dB 壓縮點 (1-dB compression point) P_{1dB} ，如圖 3.3 所示。當操作在飽和區域時，輸入訊號功率的增加量並不會產生相對比例的輸出訊號功率增加量，因而產生輸出訊號的失真現象。

現在我們來從另外一個觀點來討論非線性失真對調變訊號所造成的影響。由於調變後的載波訊號（如 QPSK、16QAM、64QAM 等）經過非線性放大器後，會在輸出端產生振幅至振幅（AM/AM）調變以及振幅至相位（AM/PM）調變，我們觀察此調變過後的輸出訊號在複數波形上所產生的失真現象。

考慮以 QPSK 調變後的載波為輸入訊號，且輸入功率是操作在放大器的飽和區域內。則輸出訊號經 AM/AM 調變及 AM/PM 調變後的星座圖可以表示成圖 3.5 與圖 3.6。

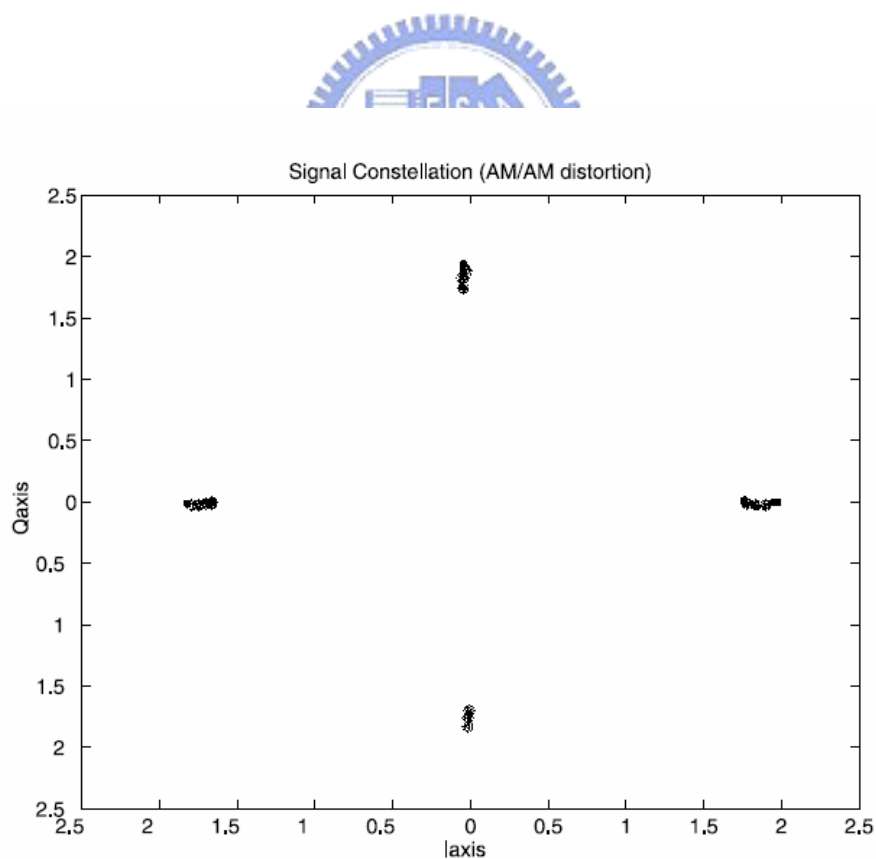


圖 3.5 QPSK 訊號之 AM/AM 失真

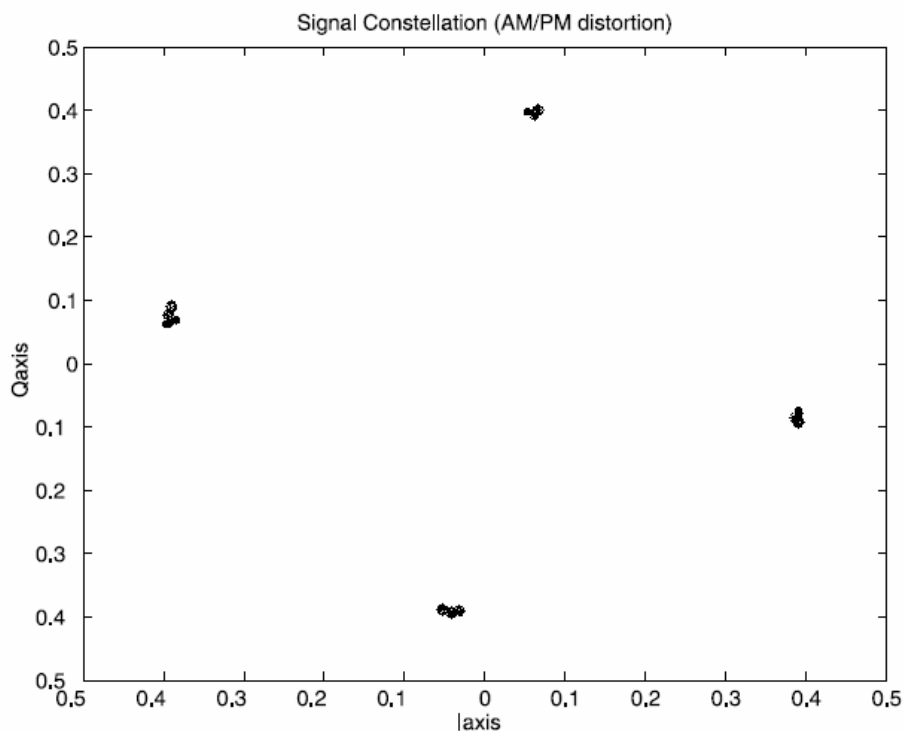


圖 3.6 QPSK 訊號之 AM/PM 失真

AM/PM 失真主要是由於在放大器的輸入訊號與輸出訊號間的相位差異所產生的。此種失真會使訊號星座圖歪斜或旋轉某個角度。然而，一般 AM/PM 產生的失真只需要透過領航載波（pilot tones）或一些已知的相位補償演算法就可以輕易的追蹤且補償掉此失真。

由先前對功率放大器的介紹我們知道一個理想的放大器在輸入功率的全部範圍內有一個固定的放大增益值，然而在實際的放大器中卻有一個最大輸出功率的限制。隨著輸入功率的增加而越來越逼近此限制，放大增益會越來越小。AM/AM 失真的產生主要就是由於放大增益隨著輸入功率的不同而有所變異所造成的。此失真會使訊號星座圖在空間上被壓縮。

相較於 AM/PM 失真，AM/AM 失真對於 OFDM 系統而言是個比較嚴重的問題，由於 OFDM 系統輸出訊號的動範圍很廣，很容易就使放大器操作在飽和區域而產生失真。因此，設計者必須盡量減小因輸入功率過大而產生的非線性失真問題。

現在我們來探討 OFDM 系統輸出訊號的動態範圍問題，經由第二章對 OFDM 系統的介紹後，我們知道一個 OFDM 訊號是由 N 個單獨調變後的子載波所組合而成的。因此，OFDM 訊號的振幅會產生一個極大範圍的動態變化，也就是振幅的動態範圍很廣，使得訊號的峰值對平均功率比（Peak-to-Average Power Ratio, PAPR）很大。尤其當此 N 個子載波剛好在某個時間點上有著相同的相位時，OFDM 訊號在此時間點所產生的峰值功率（peak power）將會是平均功率的 N 倍大[2][14]。

此種峰值對平均功率比很大的現象會造成傳送端在輸出時產生很嚴重的截斷（clipping）問題。而 clipping 會造成訊號功率頻譜密度上 in-band 失真與 out-of band 外洩等問題。為了使傳輸訊號的峰值在傳送時不會發生被截斷的現象，數位類比轉換器（D/A converter）需要能支援更多的位元數，且更重要的是功率放大器必須在訊號振幅的所有動態範圍內甚至是峰值處都滿足在線性範圍操作。但這樣會造成零件上的高成本以及高功率消耗量。

我們可以從圖 3.7、圖 3.8 中觀察到 OFDM 訊號振幅的動態變化，所使用的是 2048-FFT 的系統，而調變模式為 BPSK。圖 3.7 中所描繪的是 OFDM 傳輸訊號的振幅示意圖，我們可以觀察到訊號振幅的確有很廣的動態範圍，而峰值點也比平均值大很多。

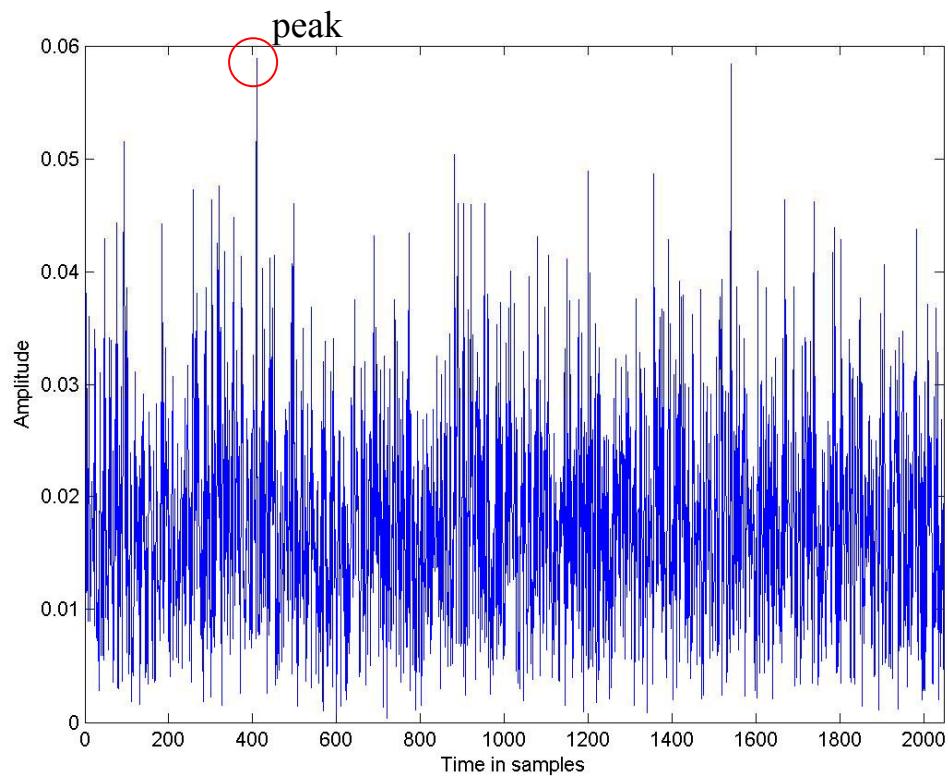


圖 3.7 OFDM 訊號振幅示意圖

圖 3.8 顯示出 OFDM 訊號 In-phase 的部分與 Quadrature 的部分，
從中也可以清楚發現到峰值點與均值點極大的差異。

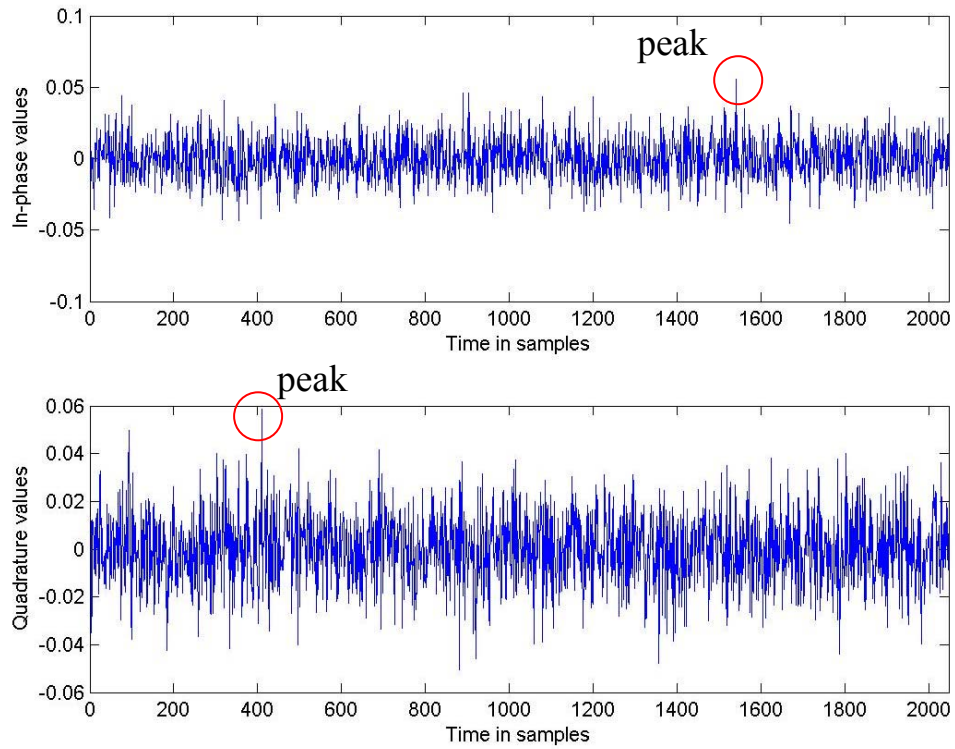


圖 3.8 OFDM 訊號 I/Q 示意圖

3.3 PAPR 簡介

現在我們來討論峰值對平均功率比的定義，為了有效分析 OFDM 訊號的分布，在峰值對平均功率比的使用上分為兩種定義，一種為功率導向，另一種則是振幅導向。

在功率導向的峰值對平均功率比(PAPR)中，它的峰值功率(peak power) 計算方式是計算正弦波在最大振幅等於訊號峰值之弦波功率。因此，一個未經調變的載波有著 0dB 的峰值對平均功率比。

另一種振幅導向的峰值對平均功率比又稱為 Crest Factor，是找出訊號最大值與訊號均方根的比值而產生的計量單位。因此，一個未調變的載波有 Crest Factor 值等於 3dB。在此篇論文中，主要使用的峰值對平均功率比是採納第二種振幅導向的計量方式作為效能比較的單位。






Item	Waveform	Mean value	Waveform factor	RMS	Crest factor
Sine wave		$\frac{2}{\pi} = 0.637$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$	$\sqrt{2} = 1.414$
Half rectification wave		$\frac{1}{\pi} = 0.318$	$\frac{\pi}{2} = 1.571$	$\frac{1}{2} = 0.5$	2
Full rectification wave		$\frac{2}{\pi} = 0.637$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$	$\sqrt{2} = 1.414$
Triangular wave		$\frac{1}{2} = 0.5$	$\frac{2}{\sqrt{3}} = 1.155$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577$	$\sqrt{3} = 1.732$
Square wave		1	1	1	1

表 3.1 Crest Factor 比較表

表 3.1 分析了很多不同波形的 Crest Factor，從中我們也可以發現到一個未經調變的正弦波有著 Crest Factor 等於 1.414，相當於 3dB。

我們觀察功率導向與振幅導向兩種峰值對平均功率比的定義方式，可以將他們的關係式寫成如下的式子[15]：

$$\begin{aligned}
 \text{PAPR}_{\text{power}} &= 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\text{sine power}|_{\text{amplitude=peak}}}{\text{signal mean power}} \right) \\
 &= 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{(\text{peak value})^2 / 2}{\text{signal mean power}} \right) \\
 &= 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{\text{peak value}}{\text{signal rms value}} \right) - 10 \cdot \log_{10}(2) \quad (3.3) \\
 &= \text{PAPR}_{\text{amplitude}} - 3\text{dB}
 \end{aligned}$$

而我們所使用的峰值對平均功率比定義如下式：

$$\text{PAPR} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\max |x(t)|^2}{\text{mean} [|x(t)|^2]} \right) \quad (3.4)$$

其中， $x(t)$ 為所傳輸的信號。

3.4 PAPR 的分布

我們考慮有 N 個子載波的 OFDM 符元，可以將其複數基頻訊號以下式表示：

$$D(t) = \sum_{k=0}^{N-1} d_k \cdot e^{j2\pi f_k t} \quad (3.5)$$

其中， d_k 為調變後的信號。由中央極限定理（central limit theorem）可以知道若 N 越大，則 $D(t)$ 的實數部分與虛數部分就會是高斯分佈（Gaussian distribution），其期望值為 0 且變異數為 1/2。因此，OFDM 訊號的振幅就會是雷利分佈（Rayleigh distribution），而訊號功率會產生自由度為二、平均值為零的卡方分佈（chi-square distribution），其累積分布函數可表示如下：

$$F(z) = 1 - e^{-z} \quad (3.6)$$

現在我們希望找出每個 OFDM 符元峰值功率的累積分布函數，假設取樣點間彼此不相關，在無超取樣（oversampling）的狀態下此假設是成立的，則 PAPR 小於某設定值的機率分布可寫成：

$$P(PAPR \leq z) = F(z)^N = (1 - e^{-z})^N \quad (3.7)$$

但若將訊號加入超取樣的動作後，取樣點間的不相關性便被破壞了，因此峰值功率的分部便很難找到一個適當的分布模型來描述。[2] 中提出一個近似的方法來描述超取樣後訊號的峰值功率分佈。

假設我們想找出 N 個子載波被超取樣 α 倍後的機率分布，則可以用 αN 個沒做超取樣的子載波之機率分布來近似，也就是說超取樣的影響可以用額外加入數個獨立取樣點來近似之。因此式 (3.7) 的 PAPR 機率分布可改寫成：

$$P(PAPR \leq z) = (1 - e^{-z})^{\alpha \cdot N} \quad (3.8)$$

由[2]中我們可以知道只要 N 值大於 64，則式 (3.8) 可以精準的描述出超取樣後的機率分布模型。

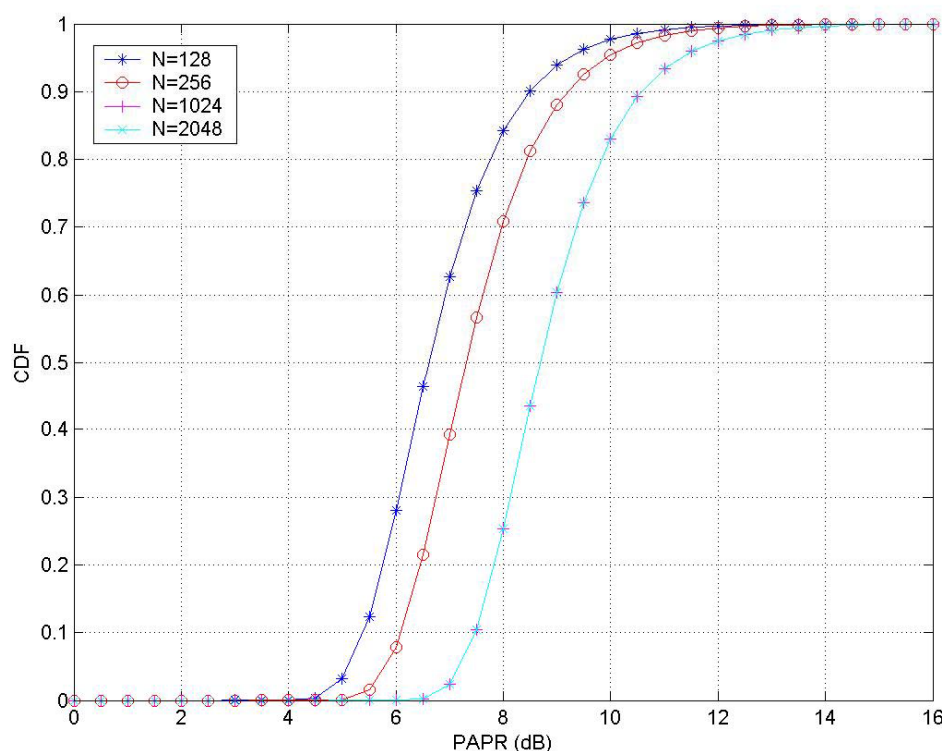


圖 3.9 4 倍超取樣之功率累積分布圖

圖 3.9 是以式 (3.8) 來模擬出 4 種不同載波使用量且取 4 倍超取樣的 PAPR 機率分布圖。

3.5 各種降低 PAPR 的方法簡介

在此小節中，我們將介紹過去幾年曾經被提出來克服 PAPR 過大的一些方法。用來降低 PAPR 的方法中可以分為兩大類，一類是破壞訊號的方法（Signal distortion techniques），原理是設法使訊號功率過大的取樣點之振幅降低，使達到減小 PAPR 的效果。另一類是不需要破壞訊號的方法（Distortionless PAPR reduction techniques），想法是設法修改訊號成具有較低 PAPR 的新訊號再傳送出去。

3.5.1 Clipping[16][17]

使 PAPR 下降最簡單直覺的方法就是 Clipping，直接把過大的輸入訊號振幅限制在某事先設定的大小值內傳輸，我們以下面的式子描述 Clipping 的運作：

$$x_{clip}(t) = \begin{cases} x(t), & |x(t)| \leq A \\ Ae^{j\angle x(t)}, & |x(t)| > A \end{cases} \quad (3.9)$$

其中 $x(t)$ 為原本的輸入訊號， $x_{clip}(t)$ 為修改過後的訊號， A 為截斷標準 (clipping level)，是預先設定訊號所能傳輸的最大峰值大小。

然而，此種事先破壞訊號方法卻會衍生出一些額外的問題。由於訊號振幅被破壞的關係，使得訊號頻譜會產生交疊(aliasing)的問題，我們稱之為 in-band distortion，此 in-band 失真無法透過濾波的方式消除而容易使訊號位元錯誤率 (BER) 的效果變差。另外，由於 OFDM 訊號受到非線性失真的影響，使得 out-of-band radiation 明顯增加，造成頻譜效益降低。In-band 失真與 out-of-band 外洩統稱為截斷雜訊 (clipping noise)。

Li 與 Cimini[16]分析了 Clipping 所產生的 out-of-band 外洩與 in-band 失真對 OFDM 系統所造成的影響，圖 3.10 中顯示的是 OFDM 訊號的平均功率頻譜密度，可以發現到隨著截斷訊號的幅度越多頻帶內的衰減越多且頻帶外的多於成份會長的越大，因此造成頻譜效益的降低。而 CR (clipping ratio) 代表的是截斷標準 A 除以 OFDM 訊號的均方根值，CR 值越小代表訊號截斷的幅度越大。

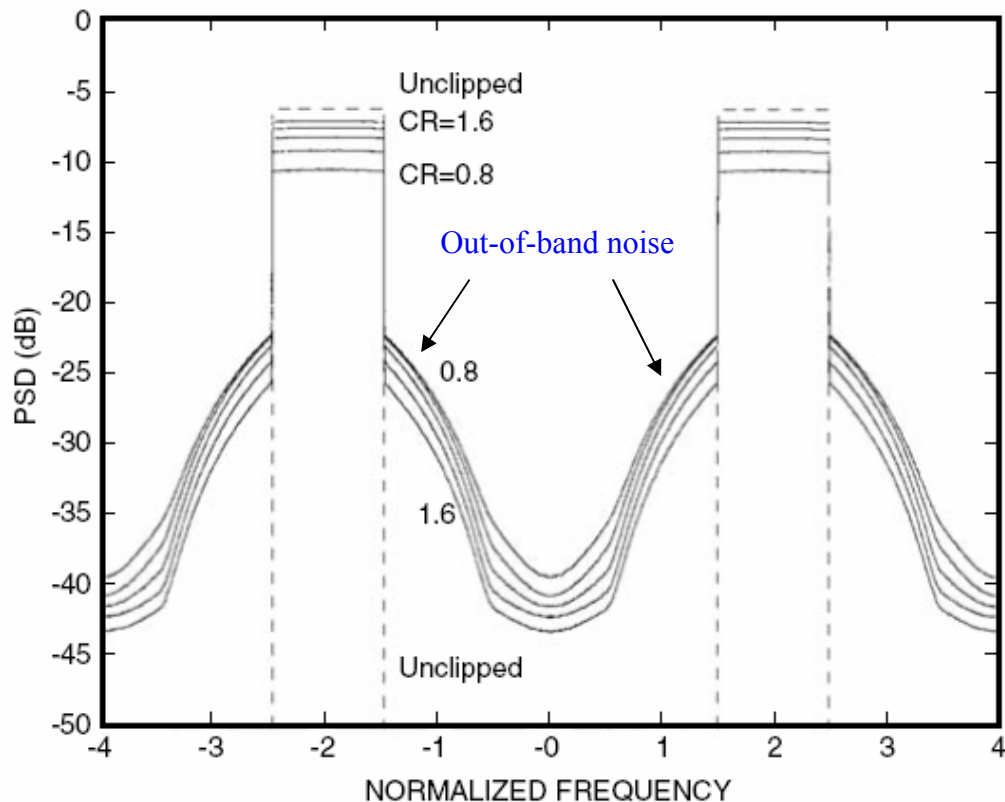


圖 3.10 功率頻譜密度對截斷與未截斷的 OFDM 訊號比較

為了解決 clipping noise 所帶來的問題，filtering 與 windowing[2] 等方法陸續被提出來。

3.5.2 Coding[18][19]

編碼(coding)是一種不需破壞訊號本身而使 PAPR 下降的方法，他是利用找出一組低 PAPR 值的代碼 (codewords)，使資料訊號對應到 (mapping) 適當的代碼來產生 PAPR 值較低的傳輸訊號。

然而編碼技巧也有其缺點存在，例如在搜尋適當的代碼時，必須花費相當大的運算量，需要龐大的記憶體來儲存所有會用到的代碼表（lookup table），使用此類方法時也會受限於子載波的數目與調變模式並且會降低資料的傳輸率。一個有潛力的編碼技巧是 Nee 所提出的 Golay Complementary Sequence[18]，他的優點為有提供錯誤更正的能力。

3.5.3 Symbol Scrambling[2]

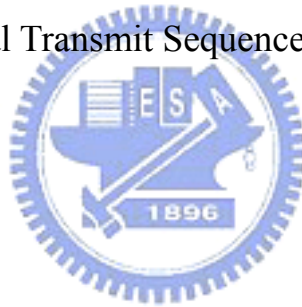
利用符元重組（symbol scrambling）方式使 PAPR 下降可以說是編碼技巧的一種變形，而差別便在於符元重組不會像一些編碼技巧試圖同時提供錯誤更正與 PAPR 降低的能力。

符元重組的基本概念是在每一個 OFDM 符元中，以一組特殊的重組序列（scrambling sequences）將輸入序列（input sequence）打亂後重組成新的傳輸序列，再從中選擇 PAPR 最低的傳輸序列作為要輸出的 OFDM 符元。

假使重組序列彼此間是不相關的，則他們所產生的新 OFDM 訊號及其 PAPR 值也會是不相關的。所以一個 OFDM 符元在未重組前，其 PAPR 超過某參考值的機率是 p ，則若使用 k 個重組序列來選擇輸出訊號可使 p 下降至 p^k 。

因此，符元重組的方式並不會像 clipping 的方法一樣確保 OFDM 訊號的 PAPR 值一定會小於某特定值，但是卻可以使 OFDM 訊號產生高 PAPR 值的機率大幅下降而不會有 in-band 失真與 out-of-band 外洩的問題。

以符元重組方式降低 PAPR 的方法中，有兩種方法是比較有潛力的，一種是 Partial Transmit Sequence，另一種是 Selective Mapping。此兩種方法的差別是在於第一種只將重組序列應用在部分子載波上面，而第二種是使獨立的重組序列應用在每一個子載波上面。下面幾節我們將詳細介紹 Partial Transmit Sequence 與 Selective Mapping 的運作原理。



3.5.4 Partial Transmit Sequence (PTS) [20][21]

PTS 的方法最先是由 Müller 與 Huber[20]所提出。他的基本概念是將一個 OFDM 區塊分成數個分開的子區塊 (subblocks)。再將這些子區塊乘以適當的相位權重，最後選擇 PAPR 最小的訊號輸出。我們以圖 3.11 中的方塊圖來說明 PTS 的運作。

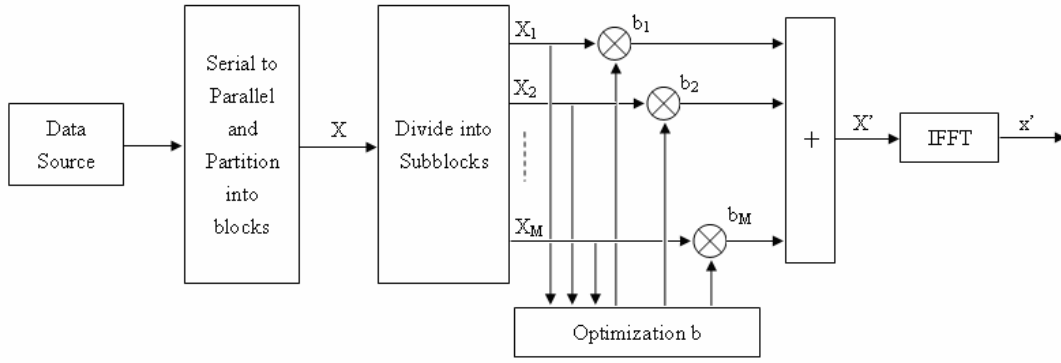


圖 3.11 PTS 運作方塊圖

假設 $X(n)$ 代表第 n 個要傳送的符元， $X_j(n)$ 代表第 n 個符元中載在第 j 個子載波上的信號，則OFDM區塊 $X(n)$ 可表示成：

$$X(n) = [X_0(n), X_1(n), \dots, X_{N-1}(n)]^T \quad (3.10)$$

相對應的 OFDM 時域訊號可寫成：

$$x(n) = \text{IFFT}\{X(n)\} \quad (3.11)$$

X_1, X_2, \dots, X_M 為將輸入訊號 X 切割後的子區塊。

$\{b_m, m=1, 2, \dots, M\}$ 代表載在不同子區塊上的相位權重。

將子區塊的訊號以相位權重加權後，我們可以得到一個新的傳輸訊號 X' ，如下式：

$$X' = \sum_{m=1}^M b_m X_m \quad (3.12)$$

PTS 的目的就是找出適當的相位權重 $\{b_m, m=1, 2, \dots, M\}$ ，使得輸出訊號 $x' = \text{IFFT}(X')$ 有最小的 PAPR 值。

而傳送端必須將所選用的相位權重 $\{b_m, m=1,2,\dots,M\}$ 傳給接收端，才能夠順利的解出所要的資料。

我們來舉個例子[22]說明 PTS 的運作，假設一個使用 8 個子載波的 OFDM 系統被切割成 4 個子區塊。若我們初始資料區塊的長相為 $X = [1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, -1]$ ，其 PAPR 值為 6.5321 dB。我們將 X 分割成 4 個子區塊後顯示如圖 3.12。而在此處所採取的分割方式是將相鄰載波分成一組子區塊。

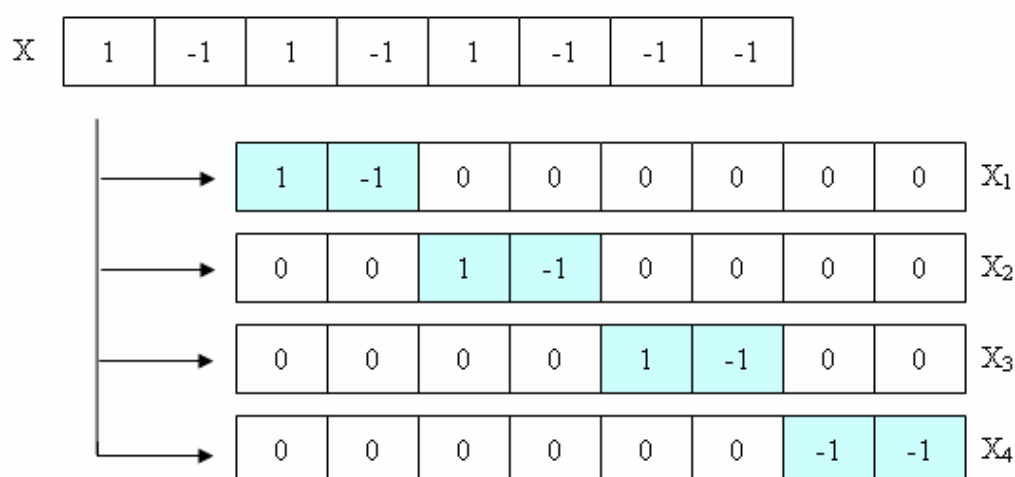


圖 3.12 子區塊分割示意圖

假設 $\{b_m, m=1,2,3,4\}$ 是分別載在 $\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$ 上的相位權重，若我們選擇 $[b_1, b_2, b_3, b_4] = [1, -1, -1, -1]$ ，則可以產生一個新的訊號 $x = \text{IFFT} \left\{ \sum_{m=1}^4 b_m X_m \right\}$ 具有最小的 PAPR 值等於 1.7609 dB，明顯比初始的訊號低很多。

值得注意的是在子區塊的分割方式中，不一定是相鄰載波分割，也可以採取間隔載波分割或隨機分割等方式。

3.5.5 Selective Mapping (SLM) [23]

SLM 的原理是使原本要做傳送的資料區塊產生出數個不同的候選資料區塊 (candidate data blocks)，這些候選資料區塊都代表著原本的傳送資料區塊，再從所有候選資料區塊內選出 PAPR 值最低的作為最後要傳送出去的資料區塊。整個 SLM 的運作流程如圖 3.13 方塊圖所示。

其中，我們將原本資料區塊乘上 M 個不同相位的序列來產生 M 個候選資料區塊，相位序列的長度為 N ，可表示成

$$\mathbf{B}^{(m)} = \left[b_0^{(m)}, b_1^{(m)}, \dots, b_{N-1}^{(m)} \right]^T, m = 1, 2, \dots, M。$$

而在接收端的部份，傳送端必須將所選擇的相位序列 $\mathbf{B}^{(m)}$ 傳送給接收端才能順利的將資料區塊還原。

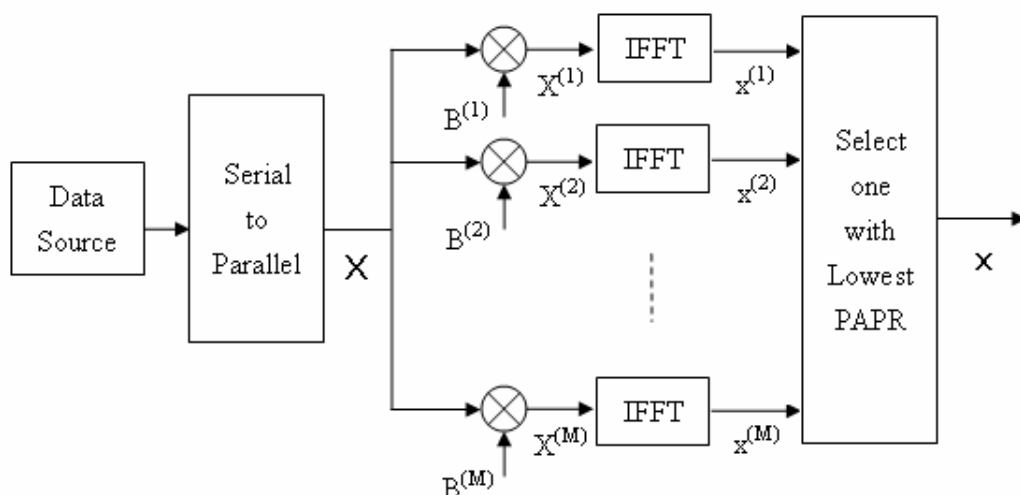


圖 3.13 SLM 運作方塊圖

我們以一個例子[22]解釋此方法，假設原始資料區塊為

$X = [1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, -1]$ ，選擇四組相位序列如下，

$$B^{(1)} = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$$

$$B^{(2)} = [-1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, -1]$$

$$B^{(3)} = [-1, 1, -1, 1, -1, 1, 1, 1]$$

$$B^{(4)} = [1, 1, -1, 1, 1, -1, 1, 1]$$

我們比較原始資料區塊PAPR值與所產生後選資料區塊 ($X^{(1)}$ 、 $X^{(2)}$ 、 $X^{(3)}$ 、 $X^{(4)}$) 的PAPR值如下：

	PAPR (dB)
X	6.5321
$X^{(1)}$	6.5321
$X^{(2)}$	3.0103
$X^{(3)}$	3.0103
$X^{(4)}$	1.7609

表 3.2 PAPR 比較表

由表 3.2 中可以發現 $X^{(4)}$ 有最小的PAPR值，所以選擇 $X^{(4)}$ 作為最後傳送出去的資料區塊。

在理論上，PTS 與 SLM 兩種方法都可以很有效的降低高 PAPR 值所發生的機率，但是他們所付出的代價是需要很龐大的計算量來找出適當的相位權重與相位序列以及多次的 IFFT 運算量，複雜度是它們所必須克服的問題。

3.5.6 Tone Reservation (TR) [24]

TR 方法的基本精神是將我們所用來傳輸資料的所有子載波中，特別保留幾個子載波不傳資料，而用來傳送一些使 PAPR 下降的特殊碼來達到 PAPR 值降低的目的，所保留下來的子載波們我們稱之為降峰值載波 (Peak Reduction Carriers, PRCs)。

假設我們用來傳送資料的 N 個子載波中，保留 L 個作為降峰值載波。而載在這些降峰值載波上的特殊碼我們以 $C = [C_0, \dots, C_{N-1}]$ 來表示，其中在所有用來傳送資料的子載波皆設為零， $\{C_n = 0, n \in \text{data carrier indexes}\}$ 。

加上降峰值載波後的時域訊號我們可以表示如下：

$$x + c = \text{IFFT}\{X + C\} \quad (3.13)$$

TR 的目的就是找出一組適當的特殊碼 $\{C\}$ ，使得最後輸出的訊號 $\{x+c\}$ 能有效的降低其 PAPR 值。運作流程如圖 3.14 所示。而在接收端只要忽略掉降峰值載波，就可以直接解出所需要的資料了。

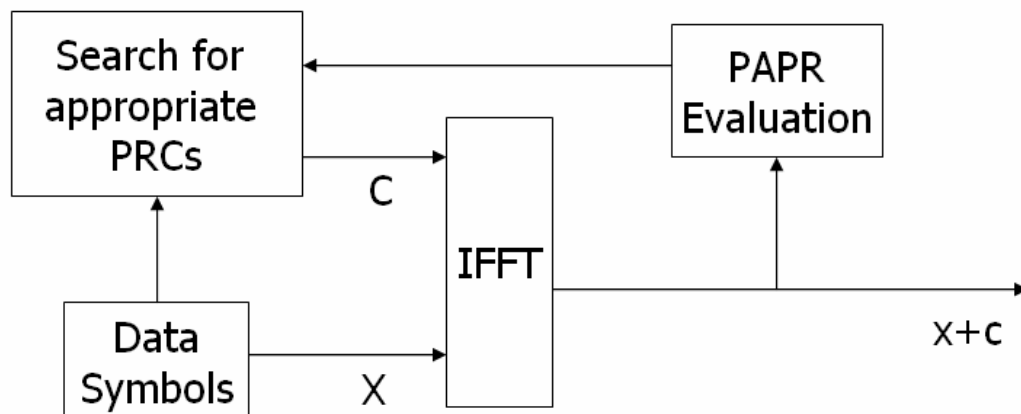


圖 3.14 TR 運作方塊圖

而 TR 的缺點就是在搜尋適當的特殊碼必須花費掉極龐大計算量，以及為了保留降峰值載波而使資料的傳輸速率減少。

3.5.7 方法比較

我們將前面所介紹的方法整理成下面的表格：

	Distortionless	Power increased	Data rate loss	Required processing at Tx and Rx
Clipping				Tx: Amplitude clipping filtering Rx: None
Coding	✓		✓	Tx: Encoding or table search Rx: Decoding or table search
PTS	✓		✓	Tx: M IFFTs Rx: Side information extraction, inverse PTS
SLM	✓		✓	Tx: M IFFTs Rx: Side information extraction, inverse SLM
TR	✓	✓	✓	Tx: IFFTs, find value for PRCs Rx: None

表 3.3 降低 PAPR 方法比較圖

Coding、PTS、SLM、TR 等技巧由於不會破壞訊號本身，所以不會造成 in-band distortion 與 out-of-band radiation 等失真。在傳輸功率方面，TR 因為額外傳輸 PRCs 的關係而使傳輸功率的增加。Coding 和 TR 因為編碼的關係與保留 PRCs 的關係使得訊號傳輸率降低，而 PTS 與 SLM 則是因為需傳送一些額外資訊 (side information) 使得傳輸率下降[22]。

第四章 適應性降峰值載波與 PAPR 降低之運用

經過前面幾章的介紹後，我們可以了解到減小峰值對平均功率比（PAPR）對 OFDM 系統的重要性。而在此篇論文中，我們所採取的方法是預留載波的技巧（Tone Reservation Technique, TR）。我們會先介紹一些曾被提出過的預留載波方法，然後在所選出來的降峰值載波（Peak Reduction Carriers, PRCs）加入適應性選擇的功能，並且提出減低複雜度的技巧。

4.1 TR 的發展

以預留的載波降低峰值對平均功率比的方法最初是由 Lawrey 與 Kikert[25]所提出的。他的想法是利用一些為了降低峰值對平均功率比而保留下來的子載波作為 PRCs，如圖 4.1 所示。而試圖調整降峰值載波的相位以及振幅來使訊號的 PAPR 值可以減到最小。

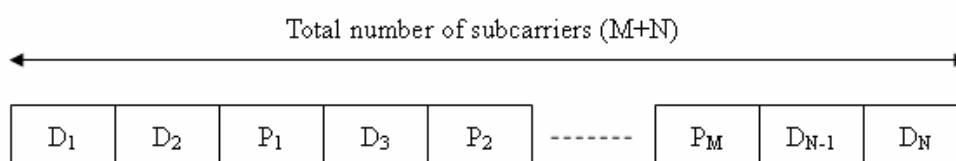


圖 4.1 OFDM 資料載波與降峰值載波示意圖

圖中 D_n 為資料載波（data carrier），共 N 個， P_m 為降峰值載波（PRCs），共 M 個。

Lawrey提出最佳的振幅與相位可以透過查表（look up table）或編碼書（codebook）來取得。因此，找出所有訊號的可能排列組合是必須的，假設每個資料載波有 i 種調變模式而PRCs有 j 種，則我們須嘗試 $(i^N \times j^M)$ 種不同的訊號組合來找出最佳的PRCs參數。然而這樣的地毯式搜尋實在是太耗計算量了，所以只適合應用在子通道（subchannel）較少的系統，如Lawrey所使用的 16 個子通道的OFDM系統。

若應用在子通道（subchannel）較多的系統，如超過 64 個子通道的 OFDM 系統，則透過編碼書來尋找最佳參數的運算量會變的相當大且必須花費掉極大的記憶空間來儲存編碼書。

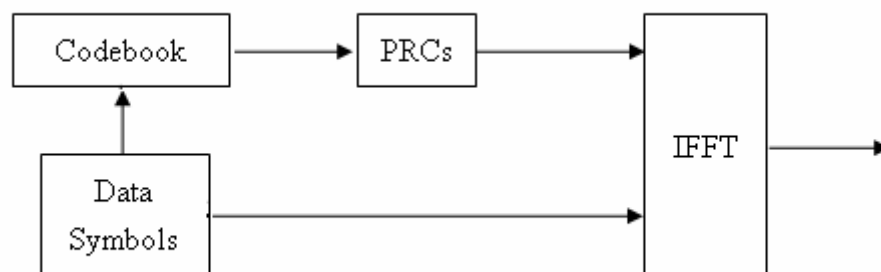


圖 4.2 以 PRCs 編碼書降低 PAPR 方塊圖

圖 4.2 是利用 PRCs 編碼書找尋最佳振幅與相位使整體訊號 PAPR 值降低的運作方塊圖。總結而論，Lawrey 的方法由於搜尋適當 PRCs 參數所需的計算量過大，只適合於使用子載波較少的 OFDM 傳輸系統，較不符合現世代的應用。

Tellado 與 Cioffi[26]也提出了類似的想法利用沒有傳送資料的載波使訊號 PAPR 值下降。而他們的方法是利用解線性程式（Linear Program, LP）來找出一組 PRCs 的最佳解使 PAPR 值可以有效降低。假設 C 是一組向量參數只在 PRCs 有值，在資料載波則為零。則我們傳輸的訊號可以寫成：

$$IFFT(X + C) = Q(X + C) = x + QC = x + c \quad (4.1)$$

其中 Q 為 IFFT 矩陣，而線性程式可表示如下：

$$\hat{C} = \arg \min_c \|x + QC\|_{\infty} \quad (4.2)$$

他們也建議用一些簡單的梯度演算法（gradient algorithm）以遞迴的方式加快搜尋的速度。



Gatherer 與 Polley 在[27]中提出了將截斷訊號（clipping signal）投影到傅立葉子空間（Fourier subspace）來找出 PRCs 參數值的方法使 PAPR 值降低。FPA（Fourier Projection Algorithm）的運作流程如圖 4.3 所示。

可以用下面的步驟說明 FPA 方法：

1. 先使訊號經過 IFFT 轉換產生時域訊號 w_s 。
2. 將過高的峰值截斷並紀錄截斷脈衝的大小 α 與位置 d 。
3. 若有發生截斷，則我們將原始訊號 w_s 加上大小為 α 循環位移 d

單位的修飾函數 $s(k)$ （shaping function）產生新訊號 \tilde{w} 。

4. 檢查 \tilde{W} 峰值是否過大。如果不需截斷則直接回傳 \tilde{W} 作為傳輸訊號。若過大則同樣紀錄截斷脈衝的大小 α' 與位置 d' ，並調整截斷訊號成 $w_c = \alpha\delta(k-d) + \alpha'\delta(k-d')$ 。
5. 一樣將原始訊號 w_s 加上 $w_c * s(k)$ 產生新訊號 \tilde{W} 並檢查 \tilde{W} 峰值是否過大。

這種方法的目的是設法以 PRCs 來產生截斷訊號的效果，使截斷目前訊號的峰值以及未來可能會出現的峰值。

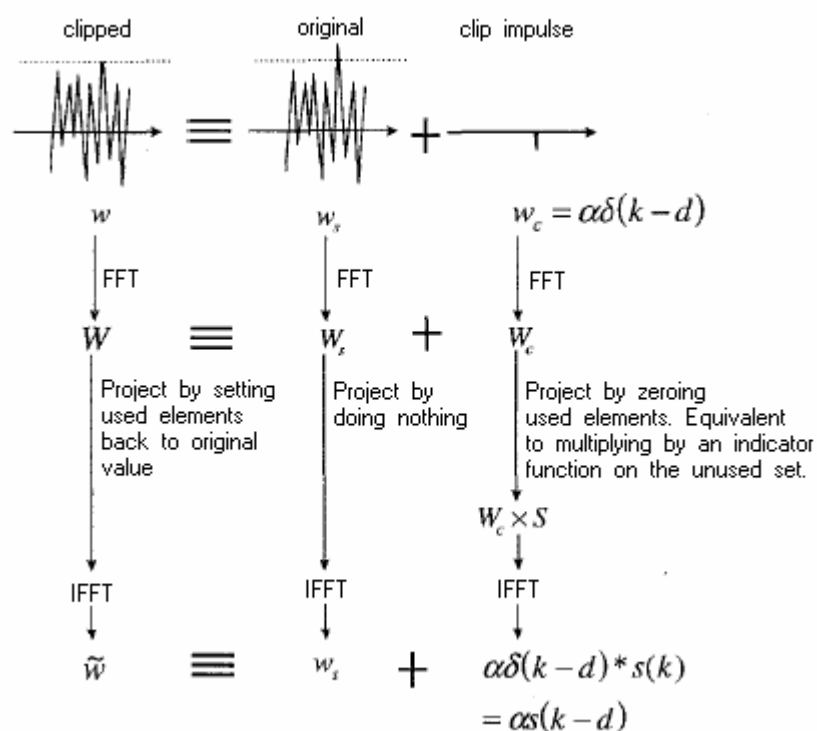


圖 4.3 FPA 示意圖

現在我們來解釋修飾函數 $s(k)$ 的由來，圖 4.3 中 w_c 為截斷脈衝訊號， α 代表所要截斷的幅度， d 為峰值的位置。將 w_c 轉成頻域信號 W_c 後，首先要乘上一個指示函數 S (indicator function)，目的在於只保留 PRCs 上的值而其他載波設為零，如此才能維持原本訊號的完整性而不會受到截斷訊號的影響。而將指示函數 S 的動作搬到時域上就相當於截斷脈衝 w_c 與修飾函數 $s(k)$ 作摺積的結果。

4.2 修正後的 TR 方法

Tan 與 Wassell 針對 Lawrey 的方法提出了利用基因演算法 (Genetic Algorithm, GA) 來遞迴式搜尋 PRCs 的次佳解，使運算複雜度可有效降低並且可以應用在使用多子通道的 OFDM 系統中[28]。

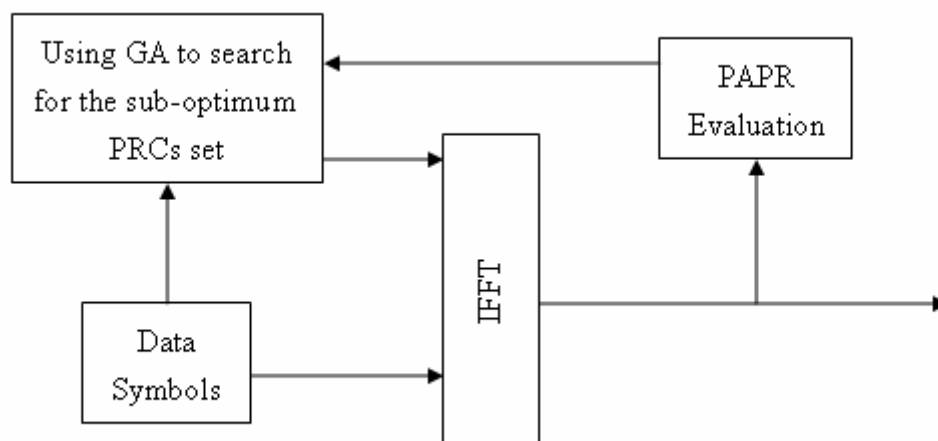


圖 4.4 基因演算法在傳送端的運作

圖 4.4 為一個簡單的傳送端示意圖，此方法在傳送前先透過基因演算法搜尋出最適當的 PRC 參數，找到後便將此具有 PAPR 最低的 PRC 次佳解結合資料符元當作最後輸出的訊號。

現在我們來討論基因演算法內部的運作流程，我們以下面的步驟敘述之，先假設 OFDM 系統的總子通道使用量為 $m+n$ ， n 個資料載波與 m 個 PRCs：

1. 首先隨機產生一組初始 PRC 總集合，此一總集合共包含 k 個子集合，而每個子集合各含有 m 個 PRC 參數。
2. 將每一組 PRC 子集合與 n 個資料符元 (data symbols) 載到 OFDM 子載波上後並計算其 PAPR 值，將 PAPR 值最低的幾個 PRC 子集合保留下來作為 PRC 參數的候選次佳解。
3. 在 k 組的 PRC 子集合中除了在第 2 步驟所保留 PAPR 最低的幾個子集合外，其他 PRC 子集合需進行重組 (crossover/recombination) 的動作，例如用特定的重組演算法交換 PRCs 間的參數 (如振幅或相位)。保留幾個最低 PAPR 子集合的目的是希望在新的 PRC 總集合內所找到候選次佳解 PAPR 值不會比舊的 PRC 總集合之候選次佳解 PAPR 值大，也就是確保在每一次遞迴所找出的候選次佳解之 PAPR 值只會越來越小，而避免經由遞迴使得最佳解被遺失的狀況發生。

4. 之後在新的總集合進行突變 (mutation) 的動作，也就是改變 PRC 子集合內參數的內容 (如 PRC 位置)。此動作的目的是避免所找到的次佳解僅為區域最小值 (local minimum)，而可以使搜尋範圍在另一個新的搜尋空間而找到更佳解。
5. 將所產生出新的總集合再回到步驟 2 找出 PAPR 值最低的幾個 PRC 子集合作為候選次佳解。
6. 經過幾次遞迴後，我們選擇 PAPR 值最低的 PRC 子集合當做最後傳送出去 OFDM 訊號的 PRC 參數。

整個基因演算法的過程我們以圖 4.5 來表示之。

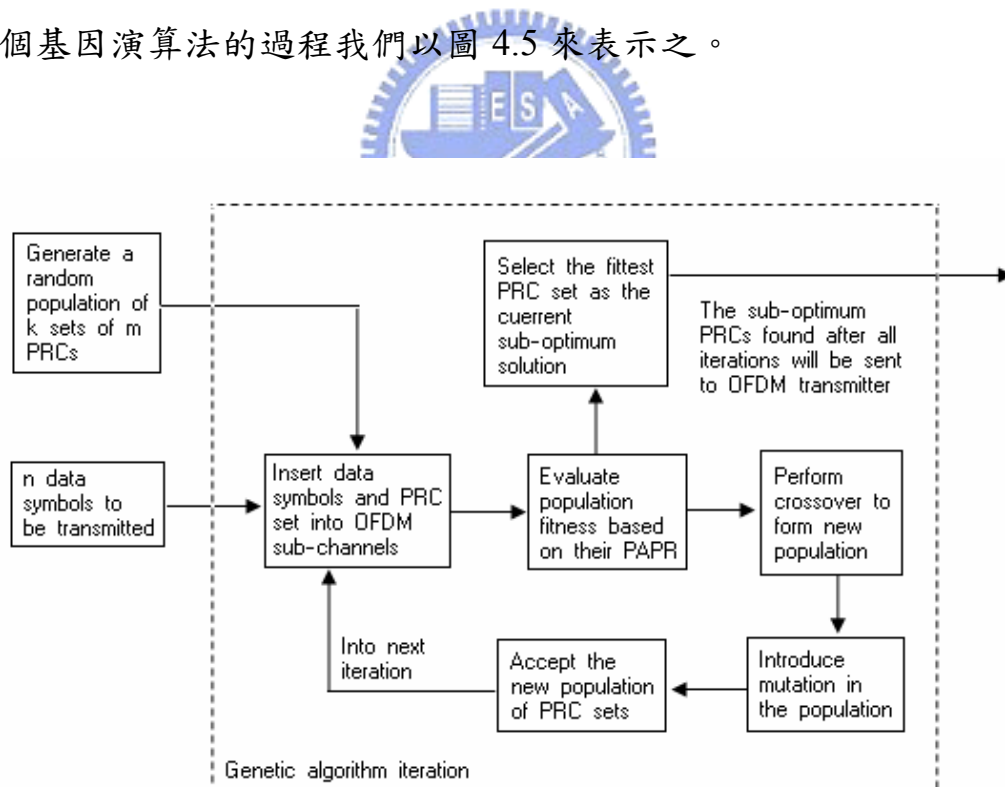


圖 4.5 基因演算法流程圖

採用基因演算法搜尋 PRC 參數可以依應用需求的不同，使得系統設計者可彈性的在運算複雜度與 PAPR 降低效果做取捨。遞迴的次數越多，所需的運算量越大，但可以使 PAPR 減低的幅度越多。相反的，遞迴次數少可減低運算量，但 PAPR 降低的效果就比較差。

雖然 Tan 與 Wassell 所提出的演算法與 Lawrey 比較的確使運算複雜度簡化的許多，但對於現今的通訊系統需求而言，其運算複雜度還是過於龐大，主要是來自於在每一次基因演算法的遞迴中都必須執行多次的 IFFT 運算。因此，Tan 與 Wassell 在[29]中提出將基因演算法搬到時域中來運算，如此就可減少每次遞迴時所必須額外花費的 IFFT 運算。我們以圖 4.6 來說明修正後基因演算法的運作。

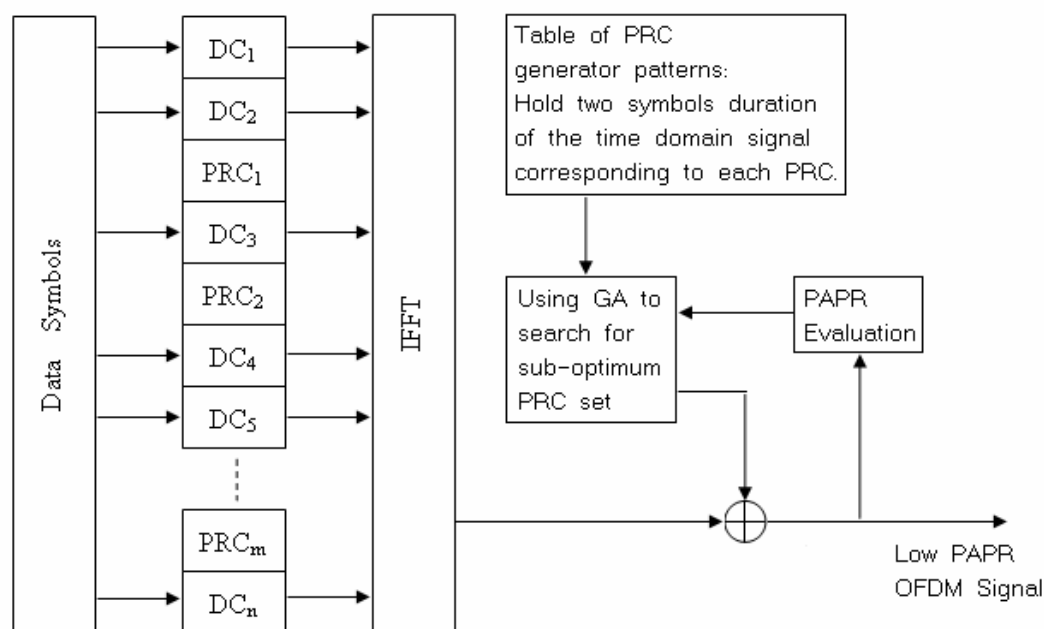


圖 4.6 修正後基因演算法方塊圖

為了使基因演算法能順利在時域做運算，我們必須事先知道所有 PRCs 的位置且 PRCs 位置不會隨著 OFDM 符元變換而有所不同。如此，我們才能先將所有 PRC 的時域訊號儲存在 PRC 表格內提供給基因演算法做運算。因此 IFFT 的運算就可以省掉每次遞迴所需的多餘運算而只需針對產生資料符元的時域訊號做一次運算就夠了。也就是說修正後的基因演算法犧牲了 PRC 位置的自由度來換取運算複雜度的降低，同時減小 PAPR 的效果也會相對變差。

現在我們來探討在 PRC 表格內儲存兩個 OFDM 符元週期長度的 PRC 時域訊號之目的，從基因演算法中我們知道他首先需產生一組 PRC 總集合包含 k 個子集合，而每個子集合含有 m 個 PRC，其中每一個 PRC 都有最多為 h 個相位變化， h 為一個 OFDM 符元內的取樣點總數。為了使不同的相位變化可以在時域上實現，我們只要透過一個可調式延遲視窗就可以做到了，視窗的長度為 h 。而儲存兩個 OFDM 符元週期長度的 PRC 時域訊號就是為了產生最大的相位變化為 2π ，如圖 4.7 所示。

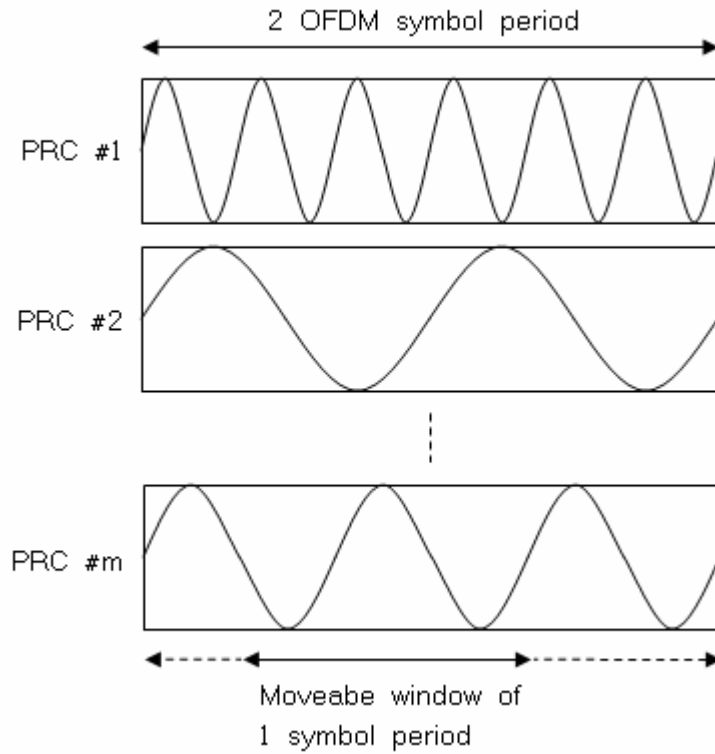


圖 4.7 可調式延遲視窗產生不同相位示意圖

舉個例子說明，假設我們使用 64 子通道的 OFDM 系統傳輸，則可調式延遲視窗在時域每延遲一個取樣點就相當於 PRC 在頻域產生 $2\pi/64$ 弧度的相位變化。若考慮超取樣 d 倍的訊號，則可調式延遲視窗每延遲一個取樣點相當於 PRC 產生 $2\pi/(64d)$ 弧度的相位變化。

在原始基因演算法[28]中曾討論過，同時最佳化 PRC 的振幅和相位與只最佳化 PRC 的相位比較，只會在降低 PAPR 效果上得到少許的增加，因此在修正後基因演算法只考慮相位上的變化。

所以在運作上，修正後的基因演算法利用可調式延遲視窗產生出不同相位的 PRC 子集合，再從中找出 PAPR 值最低的作為候選次佳解，一樣在重組（crossover）與突變（mutation）時產生新的 PRC 總集合。數次遞迴後，選擇 PAPR 最低的 PRC 子集合時域訊號與資料符元時域訊號相加就形成了我們最後傳送的訊號，如圖 4.8 示。也就是說修正後的基因演算法是設法找出每個 PRC 最適當的相位來產生 PAPR 最低的 OFDM 訊號，而遞迴愈多次可搜尋到愈適當的 PRC 相位。

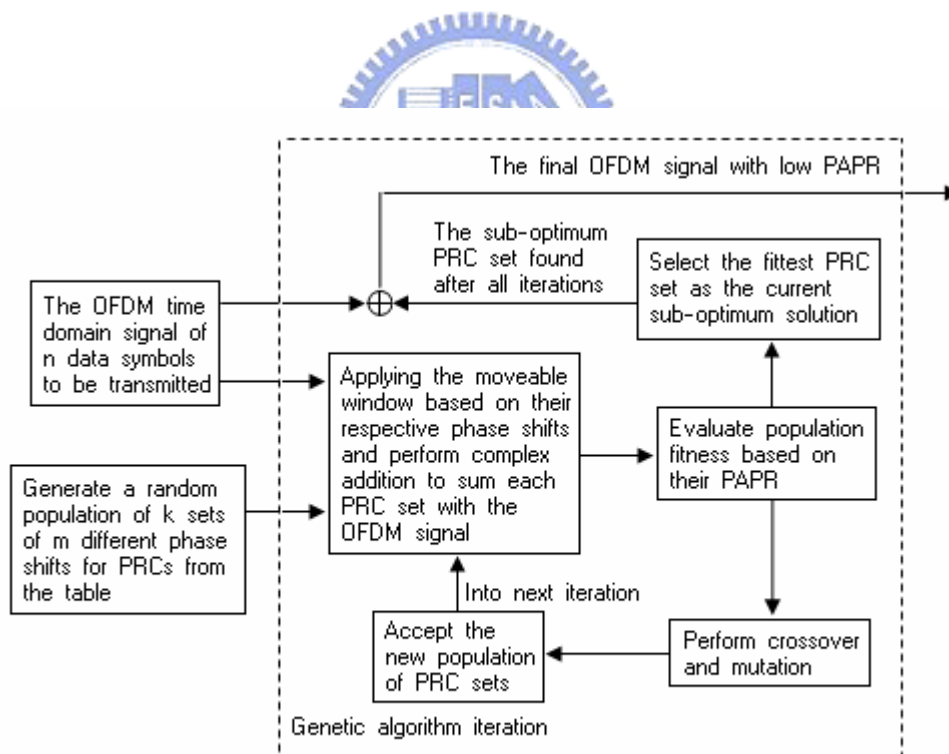


圖 4.8 修正後基因演算法流程圖

在第三章我們介紹過 TR 的方法可以有效減小訊號 PAPR，但卻也有複雜度過高以及資料傳輸降低的問題。而 Tan 與 Wassell 在[30]中提出使用可載資料的降峰值載波（Data Bearing Peak Reduction Carriers）來減輕傳輸率降低的問題。他的基本概念是以高階的調變模式來傳送低階的調變符元，如圖 4.9 所示，因此 PRC 所可以選擇的振幅與相位便受限於所要傳送的資料符元，所以在 PRC 上傳送愈多位元會使得降低 PAPR 的效果變愈差。

圖 4.9 為 PRC 採用 16-PSK 分成兩個區塊代表 BPSK 符元與分成四個區塊代表 QPSK 符元示意圖。

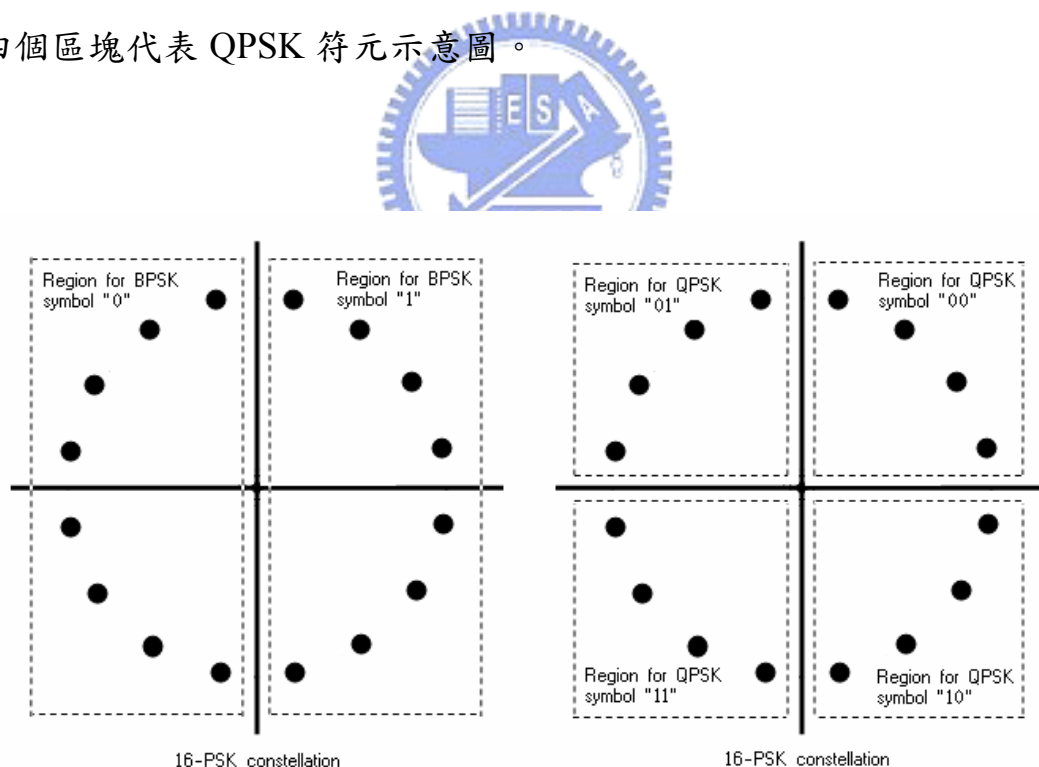


圖 4.9 16-PSK 傳送 BPSK 符元與 QPSK 符元示意圖

Wang 在[31]中提出另一種在時域計算出最佳 PRC 參數值的降低複雜度方法，此方法主要是參考 Gatherer 與 Polley 在[27]中的概念所發展出來的方法。

假設 X_k 是代表傳送在第 k 個子載波上的資料符元，而在所有預先保留的降峰值載波（PRC）都先不傳任何訊號：

$$\{X_i\} = 0, i \in A \quad (4.3)$$

其中， X_i 代表所預留下來的 PRC，而 A 代表所有 PRCs 的索引集合。

因此傳輸的訊號可寫成：

$$\{X_k\} = \begin{cases} X_k, k \neq i \\ 0, k = i \end{cases}, i \in A \quad (4.4)$$

而資料符元的時域訊號可表示為：

$$\{x_n\} = IFFT \{X_k\} \quad (4.5)$$

假設 $\{x_n\}$ 在 $n = p$ 取樣點的位置有峰值為 x_p 。

現在我們來探討如何決定 PRC 的參數值使 OFDM 訊號 PAPR 值可有效降低。假設第 i 個子載波為 PRC 且其參數值為 α_i ，則 PRC 可表達成下式：

$$\text{Peak Reduction Carrier} = \alpha_i \cdot C_i^{(i)}, i \in A \quad (4.6)$$

我們定義 $\{C_k^{(i)}\}$ 為一個除了在 PRC 有值為 1 之外 ($k=i$)，其餘載波都為零 ($k \neq i$) 之序列，可以表達如下式。

$$\{C_k^{(i)}\} = \begin{cases} 1, & k = i \\ 0, & k \neq i \end{cases}, i \in A \quad (4.7)$$

而 PRC 時域訊號可寫成：

$$\{c_n^{(i)}\} = IFFT \{C_k^{(i)}\} \quad (4.8)$$

將原傳輸訊號加上 PRC 後可以產生新的傳輸訊號如下：

$$\begin{aligned} \{\tilde{x}_n\} &= IFFT \{X_k + \alpha_i \cdot C_k^{(i)}\} \\ &= IFFT \{X_k\} + \alpha_i \cdot IFFT \{C_k^{(i)}\} \\ &= \{x_n\} + \alpha_i \cdot \{c_n^{(i)}\} \end{aligned} \quad (4.9)$$

$\{\tilde{x}_n\}$ 在 $n=p$ 取樣點所產生的新峰值可以寫成：

$$\tilde{x}_p = x_p + \alpha_i \cdot c_p^{(i)} \quad (4.10)$$

我們希望新峰值 \tilde{x}_p 能比舊峰值 x_p 減小了一個 β 倍的數值量，而 β 是一個被事先定義的常數值，如 1/20。則關係式可寫成：

$$\tilde{x}_p = x_p (1 - \beta) \quad (4.11)$$

因此，我們可以定義出 α_i 有如下的關係式：

$$\alpha_i = -\beta \frac{x_p}{c_p^{(i)}} \quad (4.12)$$

透過 α_i 的關係式我們可以發現新峰值 \tilde{x}_p 確實比舊峰值 x_p 減小了一個 β 倍的數值量。

若有複數個 PRCs 可以使用時，我們同樣重覆此流程來設定每一個 PRC 的參數值 α_i ，我們以圖 4.10 來說明此運作流程。

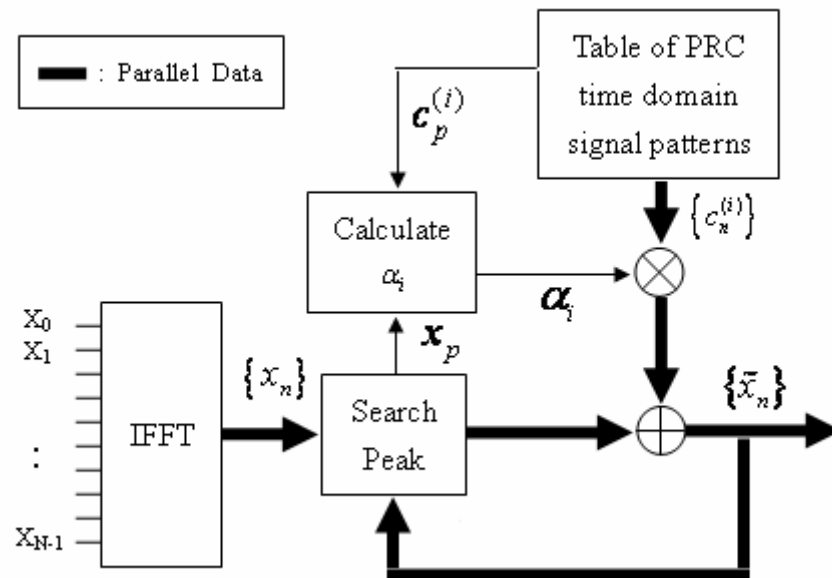


圖 4.10 Wang's 演算法流程圖

由圖 4.10 中可以發現因為 PRCs 的位置是我們預先知道的，所以可以先將所有的 PRC 時域訊號儲存在一個 PRC 表格內，使我們在計算 PRC 參數值時不需花費多餘的 IFFT 運算在 PRC 身上而只需一個 IFFT 來產生資料符元的時域訊號。

值得注意的是，利用此方法我們可以使原訊號 $\{x_n\}$ 的峰值 x_p 有效的在新訊號 $\{\tilde{x}_n\}$ 中降低，然而在同一時間也有可能使新訊號 $\{\tilde{x}_n\}$ 的其他取樣點數值增加，甚至大於原訊號 $\{x_n\}$ 的峰值 x_p ，也就是新訊號 $\{\tilde{x}_n\}$ 的峰值 $\tilde{x}_{\tilde{p}}$ 不一定與舊訊號 $\{x_n\}$ 的峰值 x_p 在同一個取樣點，而且 $\tilde{x}_{\tilde{p}}$ 還有可能比 x_p 還高（ $\tilde{x}_{\tilde{p}} > x_p$ ， $\tilde{p} \neq p$ ）。為了避免此類問題的發生，在每一次遞迴所產生的新訊號 $\{\tilde{x}_n\}$ 都要檢查其峰值 $\tilde{x}_{\tilde{p}}$ 是否大於舊訊號 $\{x_n\}$ 的峰值 x_p ，若新峰值比舊峰值大（ $\tilde{x}_{\tilde{p}} > x_p$ ），則我們放棄使用此次的 PRC（ $C_a, a \in A$ ）來降低舊訊號 $\{x_n\}$ 的峰值 x_p ，也就是設定其參數值 α_a 為零，然後繼續下一個 PRC 來試圖降低舊峰值 x_p 。

Wang 在[31]中也分析了 β 值在演算法中對 PAPR 減低的效能影響， β 是我們預先設定舊訊號峰值 x_p 可以減小的一個倍率值。而 β 愈大，可以使 x_p 降的更多，然而卻會使新訊號峰值 $\tilde{x}_{\tilde{p}}$ 大於 x_p 的機率增加。相反的， β 愈小使 x_p 降的愈少，但 $\tilde{x}_{\tilde{p}}$ 大於 x_p 的機率卻會降低。因此，設定出適當的 β 值是非常關鍵的，這裡以嘗試錯誤法（trial and error）來決定適當的 β 值。

我們來比較 Wang's 演算法與 Tan 與 Wassell 所提修正後基因演算法在計算複雜度方面的差異，假設兩個演算法所使用的系統參數相同，都使用 N 個子載波的 OFDM 系統，其中 m 個子載波保留下來作為 PRCs。在 Wang's 演算法中，我們可以忽略掉計算 α_i 所需的運算

量，考慮 $\{\tilde{x}_n\} = \{x_n\} + \alpha_i \cdot \{c_n^{(i)}\}$ 所消耗的計算量，經過 m 個 PRCs 後共執行了 $(N \times m)$ 個複數加法與 $(N \times m)$ 個複數乘法，由於 1 個複數加法包含 2 個實數加法且 1 個複數乘法包含 4 個實數乘法與 2 個實數加法，則此運算量共執行了 $(4N \times m)$ 個實數加法與 $(4N \times m)$ 個實數乘法，若 1 個實數乘法運算週期相當於 4 個實數加法運算週期，則總共相當於執行了 $(20Nm)$ 個實數加法運算週期。在修正後基因演算法中，我們用一樣的參數並考慮一個 PRC 總集合共包含 k 個子集合，則在每一次的遞迴中需要 $(N \times (m-1) \times k)$ 個複數加法來產生 k 個 PRC 子集合的訊號與 $(k \times N)$ 個複數加法使 k 個 PRC 子集合的訊號與資料符元訊號相加，所以在 r 次遞迴中共執行了 $(2 \times (N \times (m-1) \times k + k \times N) \times r = 2Nmkr)$ 個實數加法。

我們參考修正後基因演算法所提出最適當的 GA 運算參數，如每次遞迴時會產生 $(k=15)$ 個 PRC 子集合與遞迴次數 $(r=15)$ ，這是在 PAPR 降低效果與運算複雜度間最可以接受的參數組合。則修正後基因演算法共需 $(2Nm \times 15 \times 15 = 450Nm)$ 個實數加法，明顯在計算量比 Wang's 的大很多。主要也是因為基因演算法試圖同時調整所有的 PRC 參數來降低系統 PAPR，而 Wang's 演算法一次只調整一個 PRC。而我們選擇修改 Wang's 的演算法使可以利用適應性 PRCs 來降低訊號 PAPR 值。

4.3 使用適應性降峰值載波的 TR 方法

由於傳統降複雜度的 TR 方法是使用固定式的 PRCs，在資料傳輸方面並不是最有效率的使用子載波。並且綜觀過去曾提出方法中，很少有人將通道狀況的因素考慮進去。因此，我們考慮通道狀況的因素而提出一個使用適應性降峰值載波（Adaptive Peak Reduction Carriers）的方式，並使每個 PRC 的 β 值可被遞迴的調整來達到降低訊號 PAPR 值的目的，且使每個子載波在傳輸上能更有效的被利用。

首先，我們須先假設每個子載波的通道狀況（channel state information）都是已知的。為了使子載波在傳輸上能更有效的被利用，我們選擇通道狀況好的子載波來傳送資料符元，而通道狀況最差的幾個子載波當作PRC使訊號PAPR下降用。我們簡單舉個例子說明一下PRC位置選擇（PRC position selection）的運作流程，若 $[SC_1 SC_2 SC_3 SC_4 SC_5]$ 是指派給用戶A做資料傳輸用的子載波，而其中 SC_3 的通道狀況是最差的，那我們就保留 SC_3 來當作PRC而其他子載波用來傳輸資料（Data Carrier, DC），所以最後送出的訊號為 $[DC_1 DC_2 PRC_3 DC_4 DC_5]$ 。

當決定好 PRC 的位置後，我們考慮 Wang's 演算法來計算每一個 PRC 的參數值，但我們發現 Wang's 演算法中每個 PRC 所使用的 β 值是固定的，所以當新峰值大於舊峰值時他就選擇捨棄這次的 PRC 不用，這對於我們在子載波的使用效率上是非常不經濟的。

因此，我們提出了一個修正過後的演算法使我們適應性的 PRC 能有效的被利用而不會有浪費的情形發生並且達到訊號 PAPR 值下降的目的。我們以 $\{X_k\}$ 代表所傳送的資料符元序列，可參考式 (4.4)。其時域訊號 $\{x_n\}$ 有峰值點 x_p 在 $(n=p)$ 取樣點的位置。定義 $\{C_k^{(i)}\}$ 代表若第 i 個子載波被保留下來時的 PRC 序列，可參考式 (4.7)，其時域訊號可以表示成 $\{c_n^{(i)}\} = IFFT\{C_k^{(i)}\}$ 。為了減低複雜度，我們希望搜尋 PRC 最佳參數值 α_i 的演算法能在時域做運算。因此必須把所有產生出的 PRC 時域訊號儲存在一個暫存器中，以方便後面演算法在遞迴時不需重覆產生。

我們將資料符元訊號 $\{x_n\}$ 與 PRC 訊號 $\{c_n^{(i)}\}$ 相加後產生新的傳輸訊號 $\{\tilde{x}_n\}$ ，如式 (4.9) 所示。新訊號 $\{\tilde{x}_n\}$ 在 $(n=p)$ 取樣點所產生的新峰值表示成 $\tilde{x}_p = x_p + \alpha_i \cdot c_p^{(i)}$ 。

同樣的我們希望在每個 PRC 上設定適當的 α_i 使舊訊號 $\{x_n\}$ 的峰值 x_p 在新訊號 $\{\tilde{x}_n\}$ 中能有效被降低。

在 Wang's 演算法中，由於 β 值是固定的，使得當這次使用的降峰值載波 C_i 無法將峰值 x_p 有效降低時就捨棄不用它。我們不希望有這樣的狀況發生，因此我們設定 β_i 成一個我們可以調整的值。針對不同的 PRC，我們以遞迴的方式找出適合每個 PRC 的最佳 β_i 值，使每一個 PRC 都可以達到有效降低訊號 PAPR 的效果而不會被捨棄浪費掉。對於在我們所分配到僅有可以做傳輸的子載波中，對此類問題是非常計較的。

因此，我們定義 α_i 的關係式為：

$$\alpha_i = -\beta_i \frac{x_p}{C_p^{(i)}} \quad (4.13)$$

其中，我們針對不同 PRC 的 β_i 做遞迴式的搜尋出最適當值，使每一個 PRC 都能有效的降低訊號 PAPR 值。

在前面的介紹中我們曾經討論過，若將 β_i 值設的愈大可以使舊峰值 x_p 降的更多，但卻容易使新訊號 $\{\tilde{x}_n\}$ 中的峰值 \tilde{x}_p 變更大的機率提升。而 β_i 值若設的愈小雖會使 x_p 降的較小，但卻使新訊號峰值 \tilde{x}_p 變大的機率降低。

因此，我們先選擇 β_i 為較大的值（如 1/10），代入運算式（4.13）

中計算出 α_i 來產生新的訊號 $\{\tilde{x}_n\}$ 。我們檢查每個新訊號 $\{\tilde{x}_n\}$ 的峰值

$\tilde{x}_{\tilde{p}}$ ，若（ $\tilde{x}_{\tilde{p}} > x_p, \tilde{p} \neq p$ ）則我們調整 β_i 成一個較小的值（如 1/20），

重複檢查 $\tilde{x}_{\tilde{p}}$ 並調整 β_i 直到（ $\tilde{x}_{\tilde{p}} < x_p$ ）才停止遞迴。

藉由所搜尋出的 β_i ，使我們的舊峰值 x_p 可以有效下降 β_i 倍，如

下式所示：

$$\tilde{x}_p = x_p (1 - \beta_i) \quad (4.14)$$

當決定好第一個 PRC 的 α_i 後，我們以相同的步驟來遞迴式的設

定其他每一個 PRC 的 α_i 值，唯一的差別是下一個 PRC 所調整的訊號

峰值是原訊號 $\{x_n\}$ 經過之前 PRC 所調整過後的新訊號 $\{\tilde{x}_n\}$ 之峰值 $\tilde{x}_{\tilde{p}}$ 。

我們以下面的式子描述下第二個 PRC 與原訊號的關係：

$$\begin{aligned} \{\tilde{x}'_n\} &= IFFT \left\{ X_k + \alpha_i \cdot C_k^{(i)} + \alpha_j \cdot C_k^{(j)} \right\} \\ &= IFFT \left\{ X_k \right\} + \alpha_i \cdot IFFT \left\{ C_k^{(i)} \right\} + \alpha_j \cdot IFFT \left\{ C_k^{(j)} \right\} \\ &= \{x_n\} + \alpha_i \cdot \{c_n^{(i)}\} + \alpha_j \cdot \{c_n^{(j)}\} \\ &= \{\tilde{x}_n\} + \alpha_j \cdot \{c_n^{(j)}\} \end{aligned} \quad (4.15)$$

其中 $\{c_n^{(j)}\}$ 是第二個 PRC 的時域訊號，而 $\{\tilde{x}'_n\}$ 是經過第二個降峰

值載波 C_j 所調整後的訊號。

若 $\{\tilde{x}_n\}$ 在 $(n = \tilde{p})$ 取樣點有峰值 $\tilde{x}_{\tilde{p}}$ ，則我們可以找出峰值

$$\tilde{x}'_{\tilde{p}} = \tilde{x}_{\tilde{p}} + \alpha_j \cdot c_{\tilde{p}}^{(j)}。$$

以同樣的方式將舊峰值 $\tilde{x}_{\tilde{p}}$ 與 $c_{\tilde{p}}^{(j)}$ 代入式 (4.13) 中遞迴式的調整 β_j 來搜尋第二個降峰值載波 C_j 上的最佳 α_j 值。我們重複這樣的步驟來設定每一個 PRC 上最適當的 α_i 值。

我們將所提出的演算法以圖 4.11 來表示之。

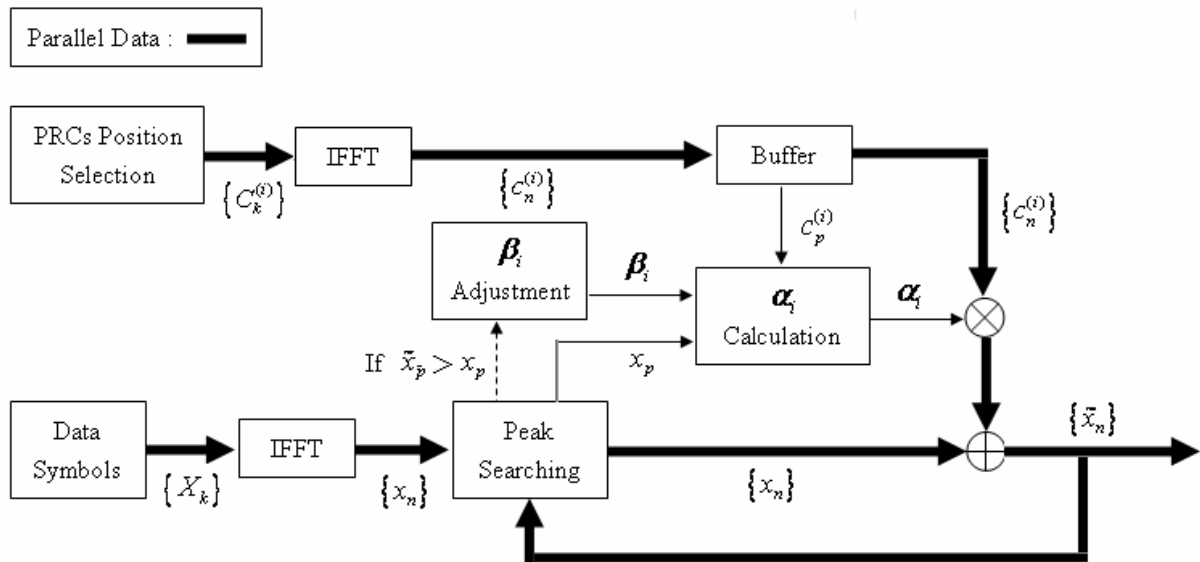


圖 4.11 適應性 PRC 演算法方塊圖

利用此演算法，我們可以使每一個 PRC 被有效的利用而不會有浪費捨棄的情形發生，並且透過尋找最佳的 β_i 值使每一個 PRC 都可以有效的使 PAPR 降低。

由於我們採取適應性的選擇 PRCs 的位置，因此每次傳送 OFDM 符元時 PRCs 位置都會依通道狀況的不同而有所改變。所以傳送端必須傳送一些額外的資訊說明 PRCs 的位置在哪裡，接收端才只要忽略掉這些 PRCs，直接針對資料載波作解調就可以了。

我們使用愈多 PRCs 可使 PAPR 值降的愈低，相對我們能夠使用傳送資料的子載波就被壓縮了。若我們考慮功率放大器的使用效率，則只需將 PAPR 值降到一個可接受的範圍就夠了，也就可以找出 PRCs 的最小個數，而訊號的錯誤率 BER 就不會因 PRCs 過多而增加且資料傳輸率亦不會受過多 PRCs 影響而降太低。[32]

複雜度也是適應性選擇 PRCs 會遭遇到的一個問題，傳統的機制是利用固定點的 PRCs 來使 PAPR 值下降，所以可把運算量全部轉到時域上做計算而省去複雜的 IFFT 計算，適應性 PRCs 由於會隨著通道狀況不同而有所改變，所以每次在傳送 OFDM 符元時可能都要經過 IFFT 的運算。雖然適應性的 PRCs 的運算量較複雜卻可以使訊號在傳輸上面更有效率且錯誤率 BER 更低。

第五章 適應性降峰值載波模擬與分析

在此章節中，我們將針對不同的系統參數來探討所提出的適應性降峰值載波(Adaptive Peak Reduction Carriers, Adaptive-PRCs)在降低訊號的峰值對平均功率比（Peak-to-Average Power Ratio, PAPR）之效能比較。

5.1 系統參數

我們所選擇的模擬環境主要是參考國際電機電子工程師協會（Institute of Electrical and Electronics Engineers, IEEE）所制定的 802.16e 標準[33]，主要是規範一個都會型區域網路（Metropolitan Area Network, MAN）的參考規格，此標準定義了三種傳輸模式：(Single Carrier)、(OFDM) 與 (OFDMA)，其中對於 OFDMA 的定義是我們主要探討的對象。

本章節的系統模擬裡，主要的比較標準就是在 OFDM 訊號要通過功率放大器（PA）前，有使用適應性降峰值載波與未使用在 PAPR 值上的差異，而所參考的基準就是訊號 PAPR 的補累積分布函數（Complementary Cumulative Distribution Function, CCDF）圖，其中 PAPR 所採取的定義就是第三章曾介紹過的 Crest Factor。

以下表格是我們主要使用的系統參數，所採用的調變方式為 BPSK、QPSK、16QAM 與 64QAM：

Simulation Parameters				
Modulation type	BPSK, QPSK, 16QAM, 64QAM			
Center frequency	3.5 GHz			
BW	6 MHz			
Sampling frequency	6.72 MHz			
Sampling time	0.15 μ sec			
Ratio of CP time to useful time	1/16			
Number of carriers	128	512	1024	2048
Subcarrier spacing	52.5 kHz	13.125 kHz	6.5625 kHz	3.2813 kHz
Useful symbol time	19 μ sec	76.2 μ sec	152.4 μ sec	304.8 μ sec
CP time	1.2 μ sec	4.8 μ sec	9.5 μ sec	19.1 μ sec
OFDMA symbol time	20.2 μ sec	81 μ sec	161.9 μ sec	323.9 μ sec

表 5.1 系統模擬參數

在[33]規格中，對於 OFDMA 傳輸模式定義出了四種不同大小的 FFT 尺寸（128、512、1024、2048），我們將依次的針對不同 FFT 大小做模擬分析。

我們採取的 OFDMA 子載波分配模式是依據[33]中所定義的 PUSC(Partial Usage of Sub-Channels)模式，考慮上傳(Uplink, UL)的狀況，不同 FFT 大小的子載波分配方式如下列表格所示。

N_{FFT}	128	
Parameter	Value	Notes
Number of DC subchannel	1	Index 64
N_{used}	97	Number of all subcarriers used within a symbol
Guard subcarriers: left, right	16, 15	-
TilePermutation	2, 0, 3, 1	Used to allocate tiles to subchannels
$N_{\text{subchannels}}$	4	-
N_{tiles}	24	-
Number of subcarriers per tile	4	Number of all subcarriers used within tile
Tiles per subchannel	6	-

表 5.2 128-FFT OFDMA UL subcarrier allocations for PUSC

N_{FFT}	512	
Parameter	Value	Notes
Number of DC subchannel	1	Index 256
N_{used}	409	Number of all subcarriers used within a symbol
Guard subcarriers: left, right	52, 51	-
TilePermutation	11,15,10,2,12,9,8,14,16,4,0,5,13,3,6,7,1	Used to allocate tiles to subchannels
$N_{\text{subchannels}}$	17	-
N_{tiles}	102	-
Number of subcarriers per tile	4	Number of all subcarriers used within tile
Tiles per subchannel	6	-

表 5.3 512-FFT OFDMA UL subcarrier allocations for PUSC

N_{FFT}	1024	
Parameter	Value	Notes
Number of DC subchannel	1	Index 512
N_{used}	841	Number of all subcarriers used within a symbol
Guard subcarriers: left, right	92, 91	-
TilePermutation	11, 19, 12, 32, 33, 9, 30, 7, 4, 2, 13, 8, 17, 23, 27, 5, 15, 34, 22, 14, 21, 1, 0, 24, 3, 26, 29, 31, 20, 25, 16, 10, 6, 28, 18	Used to allocate tiles to subchannels
$N_{\text{subchannels}}$	35	-
N_{tiles}	210	-
Number of subcarriers per tile	4	Number of all subcarriers used within tile
Tiles per subchannel	6	-

表 5.4 1024-FFT OFDMA UL subcarrier allocations for PUSC

N_{FFT}	2048	
Parameter	Value	Notes
Number of DC subchannel	1	Index 1024
N_{used}	1681	Number of all subcarriers used within a symbol
Guard subcarriers: left, right	184, 183	-
TilePermutation	6, 48, 58, 57, 50, 1, 13, 26, 46, 44, 30, 3, 27, 53, 22, 18, 61, 7, 55, 36, 45, 37, 52, 15, 40, 2, 20, 4, 34, 31, 10, 5, 41, 9, 69, 63, 21, 11, 12, 19, 68, 56, 43, 23, 25, 39, 66, 42, 16, 47, 51, 8, 62, 14, 33, 24, 32, 17, 54, 29, 67, 49, 65, 35, 38, 59, 64, 28, 60, 0	Used to allocate tiles to subchannels
$N_{\text{subchannels}}$	70	-
N_{tiles}	420	-
Number of subcarriers per tile	4	Number of all subcarriers used within tile
Tiles per subchannel	6	-

表 5.5 2048-FFT OFDMA UL subcarrier allocations for PUSC

由表中我們可以知道在 128-FFT 系統共含有 4 個子通道，
512-FFT 系統含有 17 個子通道，1024-FFT 系統含有 35 個子通道，
2048-FFT 系統含有 70 個子通道，而每個子通道由 24 個子載波所
構成。

5.2 模擬分析

在我們做任何模擬前，我們必須先對我們的 OFDM 傳輸訊號做超取樣的動作。若沒做超取樣，則我們無法準確的估出訊號的 PAPR 值，因為連續時間 OFDM 訊號以奈氏取樣頻率 (Nyquist sampling rate) 不一定取樣的到真正的峰值，也就表示實際的 PAPR 值會比所估出來的 PAPR 值大。因此，我們將訊號做超取樣後可以估出較精確的 PAPR 值。

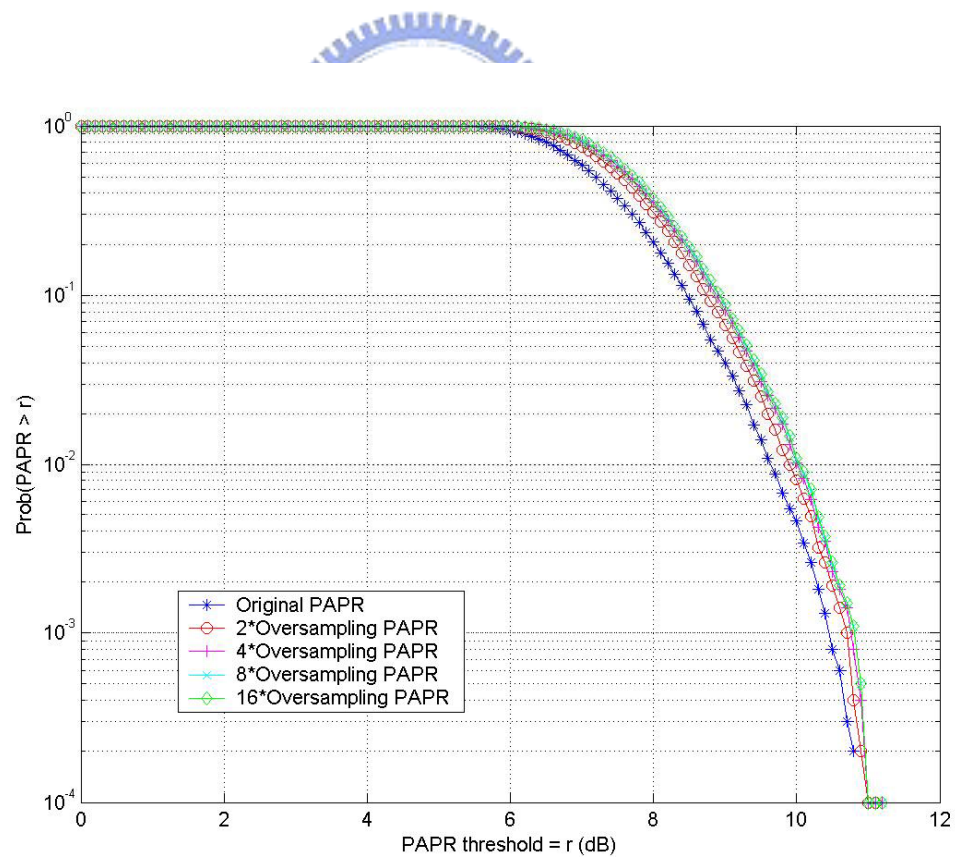


圖 5.1 不同超取樣倍率的比較

我們在圖 5.1 針對不同倍率的超取樣做模擬，所採取的 FFT 大小為 128，調變模式為 QPSK，並假設使用者可以利用全部的子通道做資料傳輸。其中我們跑了 1 萬個 OFDM 符元觀察到取 4 倍的超取樣就可以產生一個非常接近實際 PAPR 值的估測了，往後的模擬圖我們也將以 4 倍超取樣為基準。

我們現在針對不同 FFT 大小的 OFDM 訊號來比較其 PAPR 的差異，如圖 5.2 所顯示，同樣是假設使用者可以使用全部的子通道做傳輸，而調變模式為 QPSK。

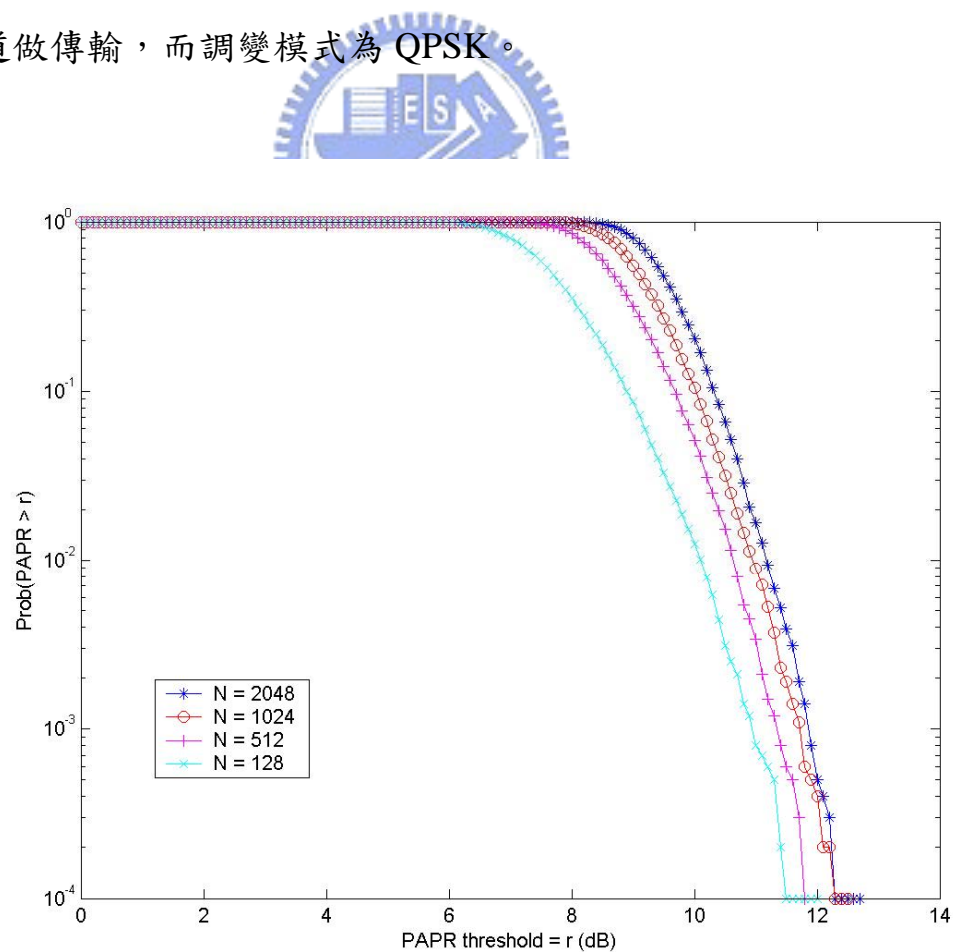


圖 5.2 不同 FFT 大小的比較

圖 5.2 中我們可以觀察到隨著所使用的子載波數愈多，愈容易產生較大的 PAPR 訊號。

現在我們來比較使用不同調變模式對 PAPR 值有何影響，如圖 5.3 所示，使用的 FFT 大小為 512。圖中可以觀察到除了 BPSK 的訊號可以有稍低的 PAPR 外，其餘三種調變模式其實差異不大。與調變模式比起來，所使用的載波數多寡對訊號 PAPR 值的影響是比較明顯的。

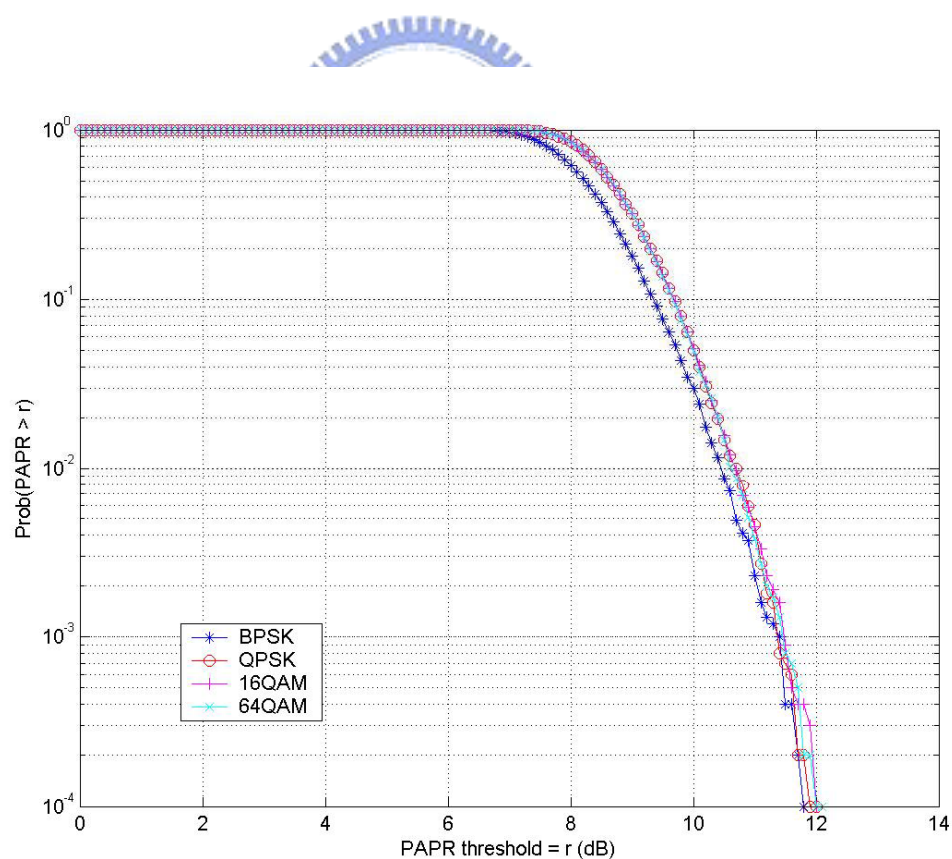


圖 5.3 不同調變模式的比較

我們再從圖 5.4 中可以觀察到 QPSK、16QAM、64QAM 的調變訊號之峰值功率與平均功率的比值是差不多的。而所統計出的 QPSK 平均 PAPR 為 7.7383 dB，16QAM 平均 PAPR 為 7.7295 dB，64QAM 平均 PAPR 為 7.7349 dB。

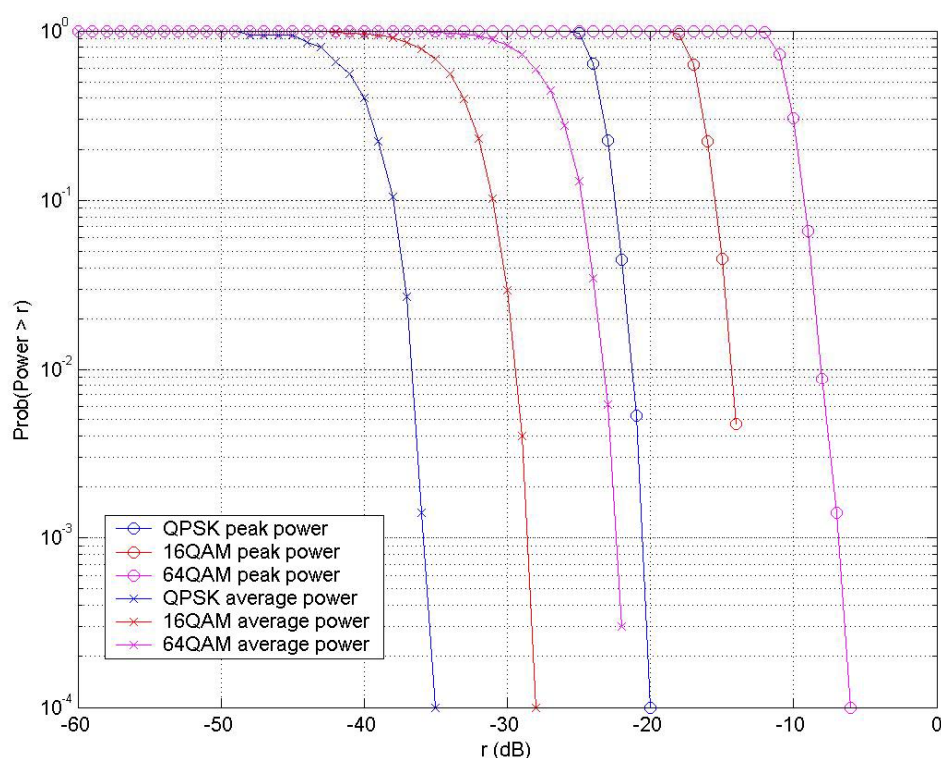


圖 5.4 QPSK、16QAM、64QAM 調變訊號峰值與平均功率比較

再來我們來比較使用者針對不同子通道的使用量對 PAPR 值的影響，如圖 5.5 所示。基於計算上的方便，我們選用 128-FFT 的系統，比較使用 1 個子通道與全部子通道來傳輸的 PAPR 值差異。

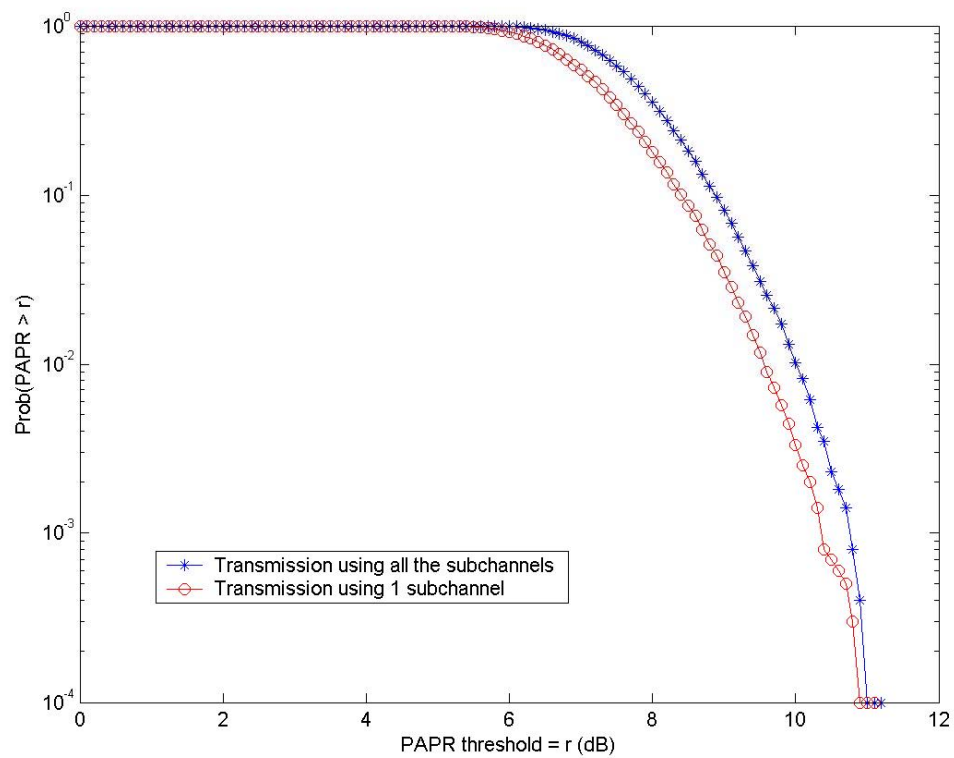


圖 5.5 子通道使用數量的比較

圖中可以看出使用愈多子通道來傳輸所產生的訊號 PAPR 值愈大。而用戶所能使用哪些子通道傳輸是由基地台分配的。

現在我們將適應性降峰值載波加入 OFDM 符元中，觀察訊號 PAPR 的變化，考慮 128-FFT 的系統，使用者只使用一個子通道做資料傳輸，比較沒有 PRC 的訊號 PAPR 與加了 1 個和 2 個 PRCs 的訊號 PAPR 之差別，如圖 5.6 所示。明顯看出加入 PRCs 後的訊號 PAPR 可以被有效的降低。

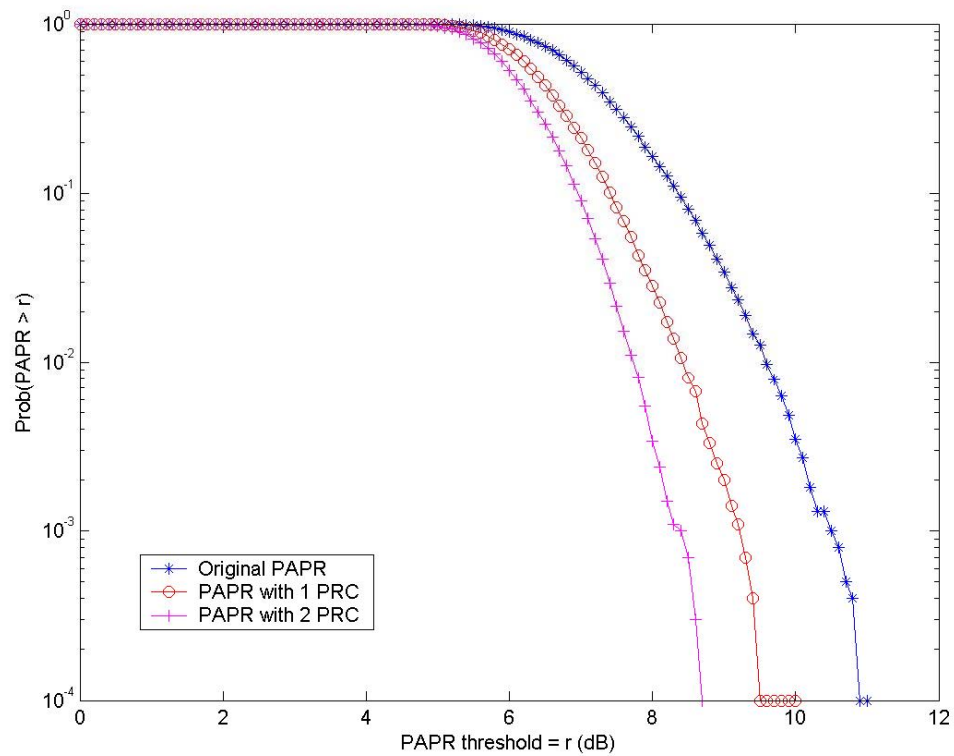


圖 5.6 原 PAPR 與加入 PRCs 之 PAPR 比較

現在我們考慮使用者可以使用多個子通道的情況，PRCs 的位置可以分為兩種配置方法：第一種方式是從個別的子通道中來選取，選擇子通道內通道狀況最差的幾根作為 PRC；第二種方式是從所有子通道內的子載波中選取通道狀況最差的幾根作為 PRCs。

圖 5.7 中，我們在 128-FFT 系統使用 2 個子通道做傳輸，分別比較兩種不同 PRC 配置方法對訊號 PAPR 的影響。可以從圖中看出兩種方法的效果差異不大，也就表示 PRCs 的位置並不會影響降低訊號 PAPR 值的成效。因此，我們選擇從所有子載波中通道狀況最差的幾根做 PRCs，使傳輸率可以達到最好效果。

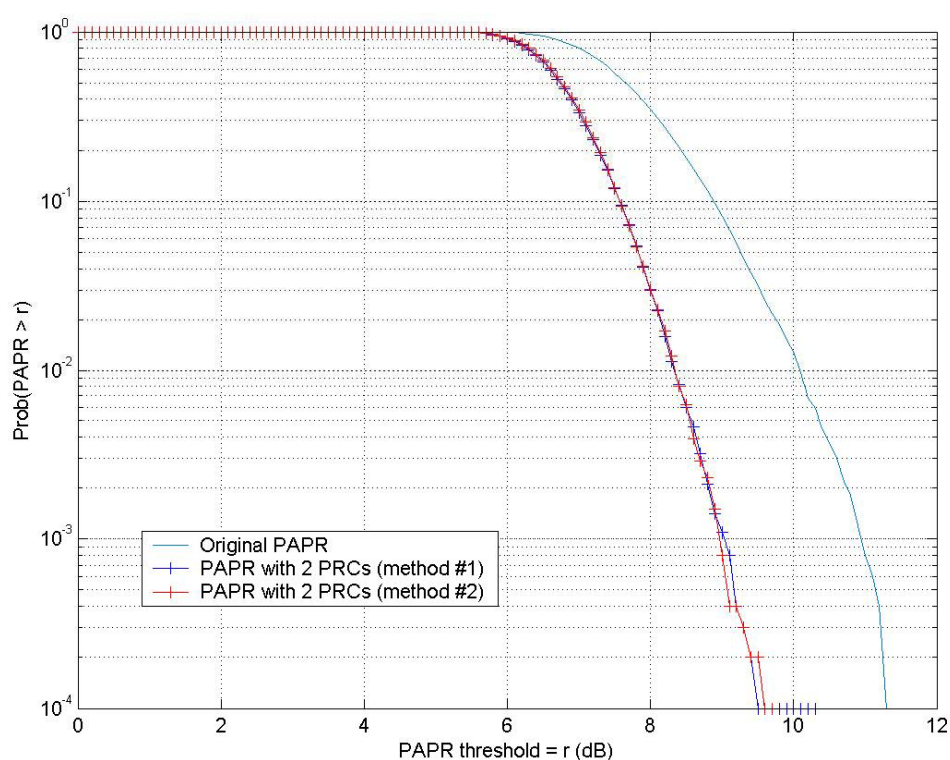


圖 5.7 不同 PRC 配置方法比較圖

先前我們提到若使用愈多 PRCs，可使訊號 PAPR 值降愈多，但相對也壓縮了可以傳送資料的子載波數量，我們現在針對不同 FFT 大小的系統來探討 PRCs 數量對訊號 PAPR 值的影響，如圖 5.8、圖 5.9、圖 5.10 與圖 5.11 所示。

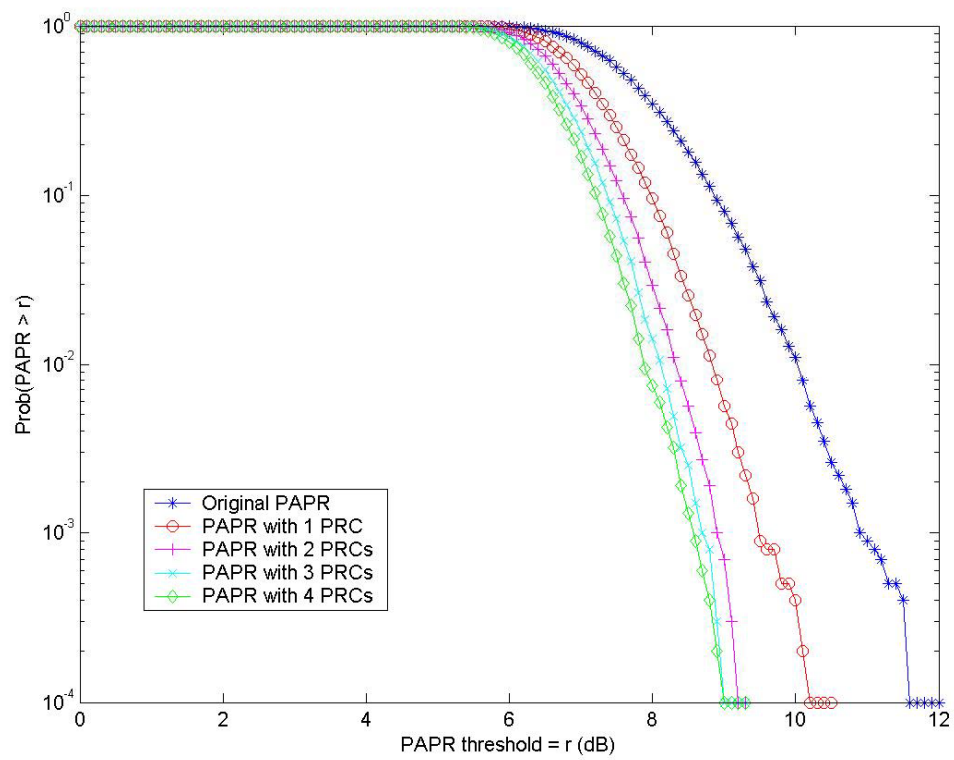


圖 5.8 128-FFT 系統下不同 PRCs 使用數比較圖

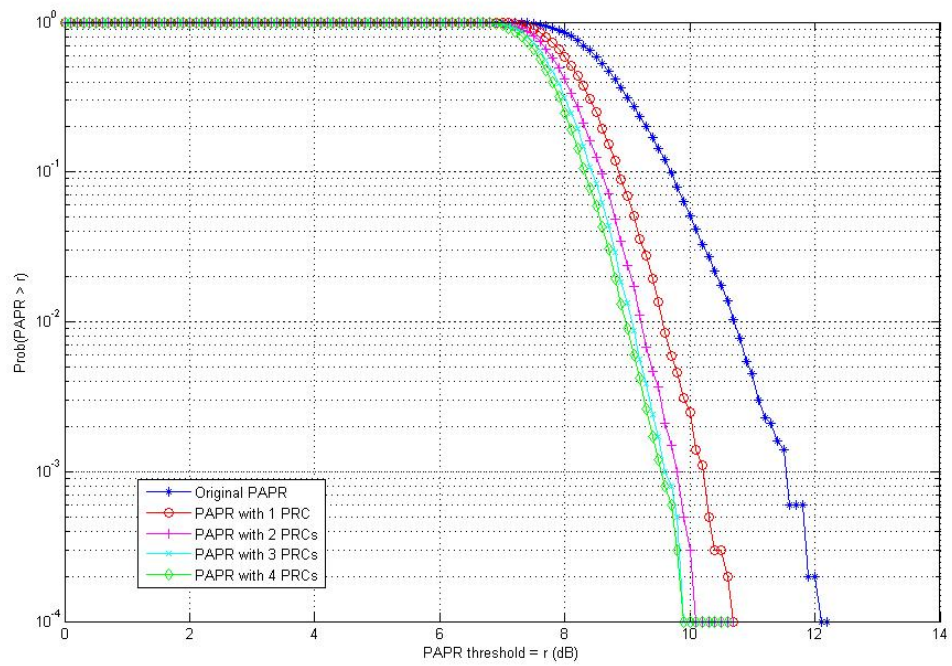


圖 5.9 512-FFT 系統下不同 PRCs 使用數比較圖

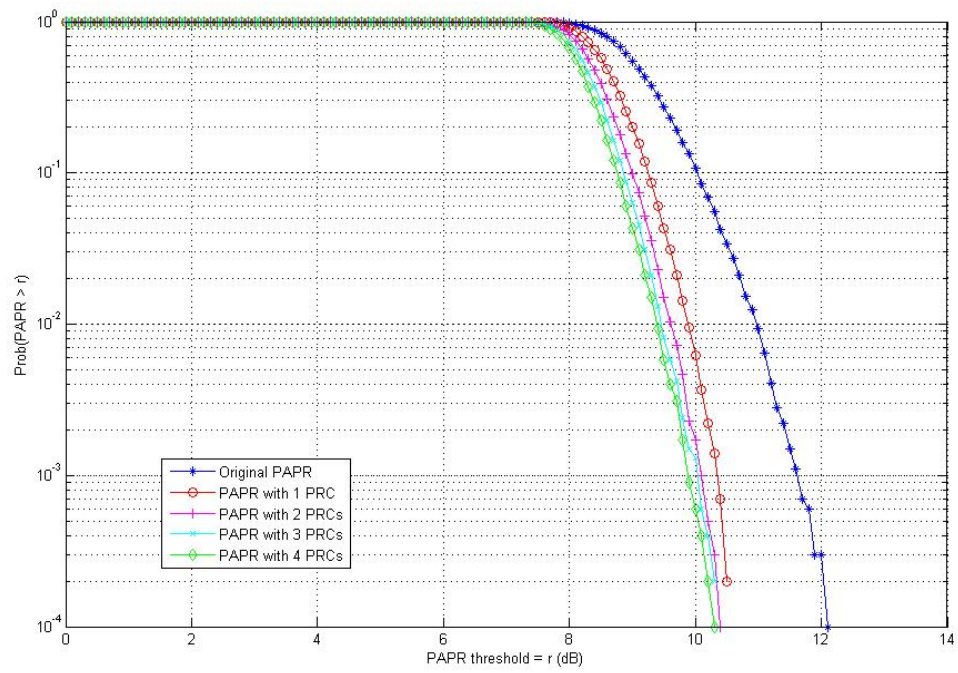


圖 5.10 1024-FFT 系統下不同 PRCs 使用數比較圖

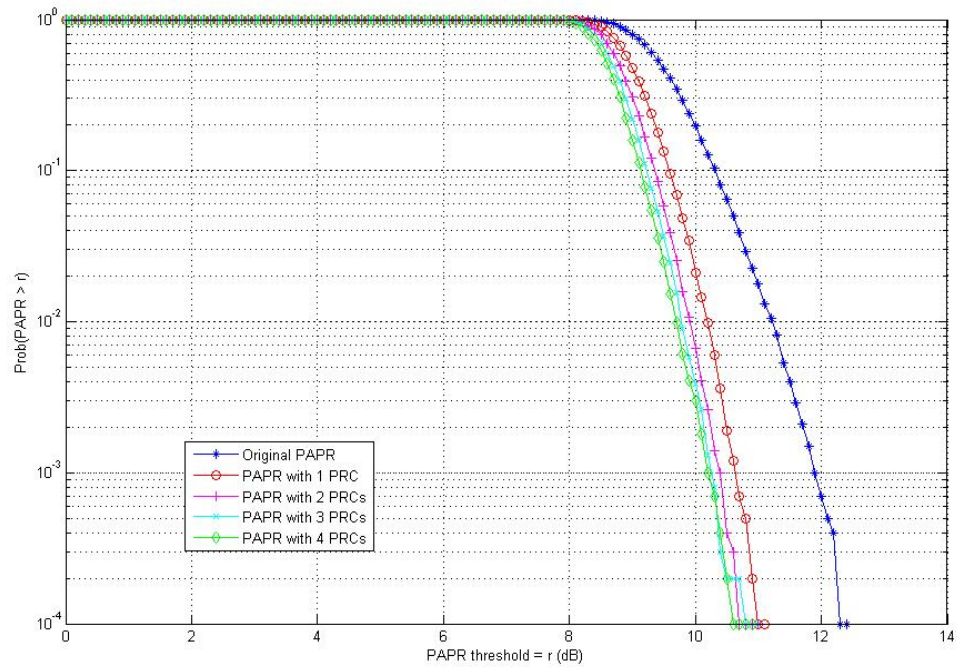


圖 5.11 2048-FFT 系統下不同 PRCs 使用數比較圖

由前面的圖中可以發現第一根 PRC 可以使訊號 PAPR 值降最多，而隨著 PRCs 個數的增加，所能降低訊號 PAPR 值的幅度卻會愈來愈小。換言之，所使用 PRCs 的數量愈多並無法產生降低訊號 PAPR 對等的效果，還會造成資料傳輸率的損失。因此，我們必須同時考慮降低訊號 PAPR 的效能與資料傳輸率來找出一個最佳的 PRCs 使用個數。而從圖中我們發現到使用第三根與第四根 PRC 時，降低訊號 PAPR 值的效果差異度已經不會很大了，第四根 PRC 平均也只比使用三根 PRCs 後的訊號 PAPR 值降低 1% 的幅度而已。所以為了兼顧降低系統 PAPR 效能與訊號傳輸率，依系統需求不同可選擇使用二到三根 PRCs 使 PAPR 值降低。

第四章中我們討論過訊號 PAPR 的降低主要取決於 PRCs 上參數值的決定方式，不同決定參數的演算法會產生出不一樣降低訊號 PAPR 值的效果。在我們的演算法中，每根 PRC 的參數值主要是搜尋出最佳的 β 值， β 是一個小於 1 的比例值，而我們所搜尋的方式是以遞迴式的先從 β 等於 1/10 開始，不合則減小 β 到 1/20、1/30、1/40 等等，最小到 β 等於 1/200。下面的模擬圖我們將針對 β 值做探討。

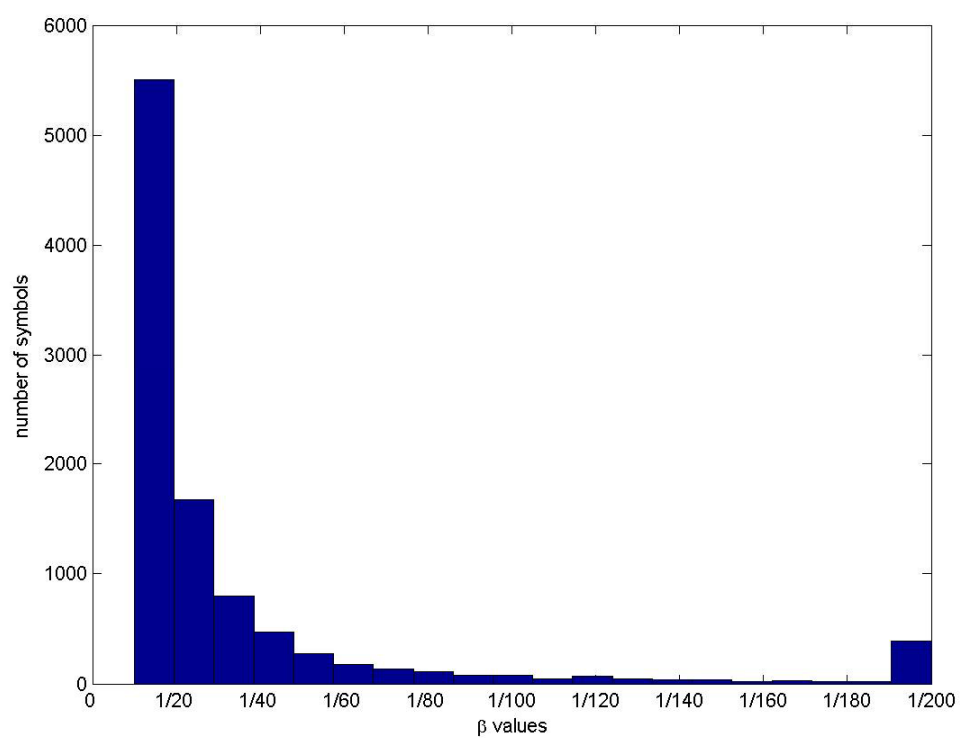


圖 5.12 128-FFT β 值統計圖

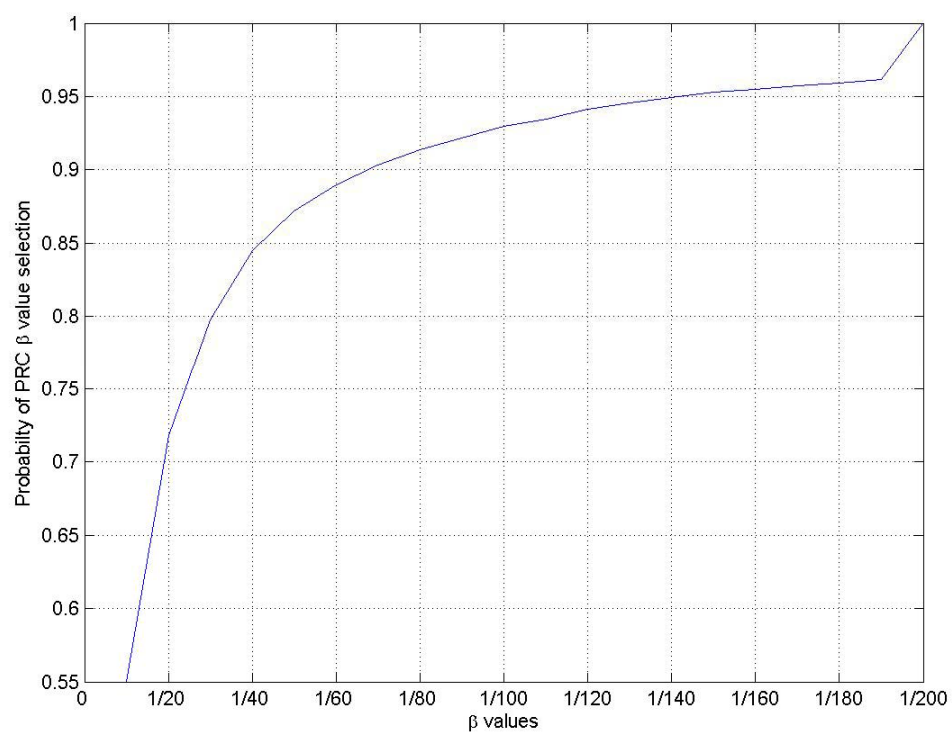


圖 5.13 128-FFT β 累積分布圖

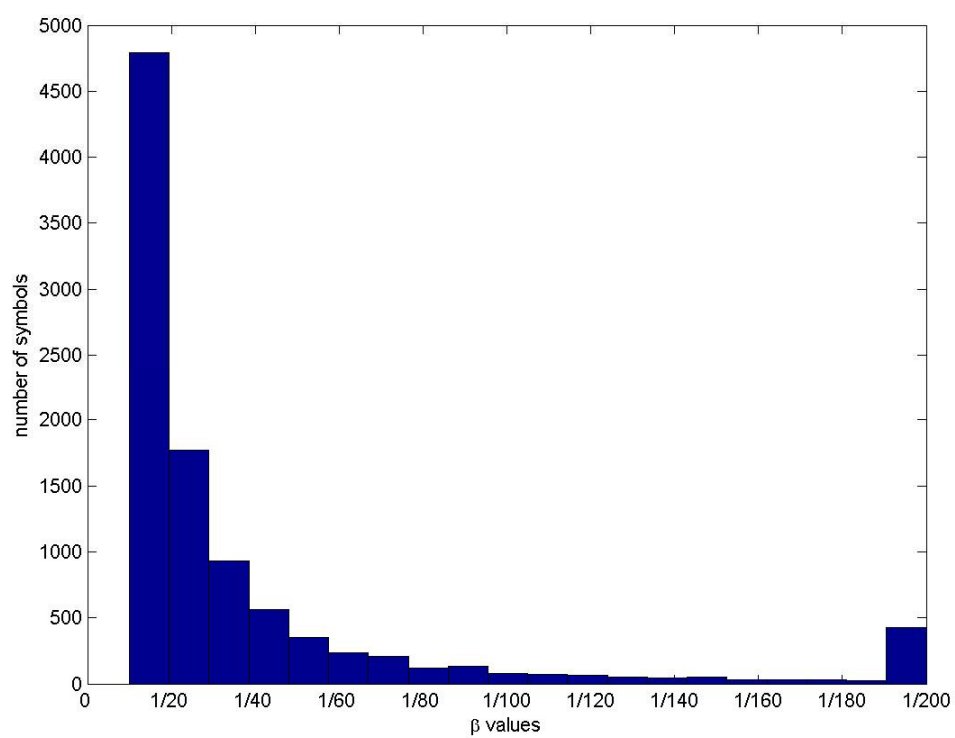


圖 5.14 512-FFT β 值統計圖

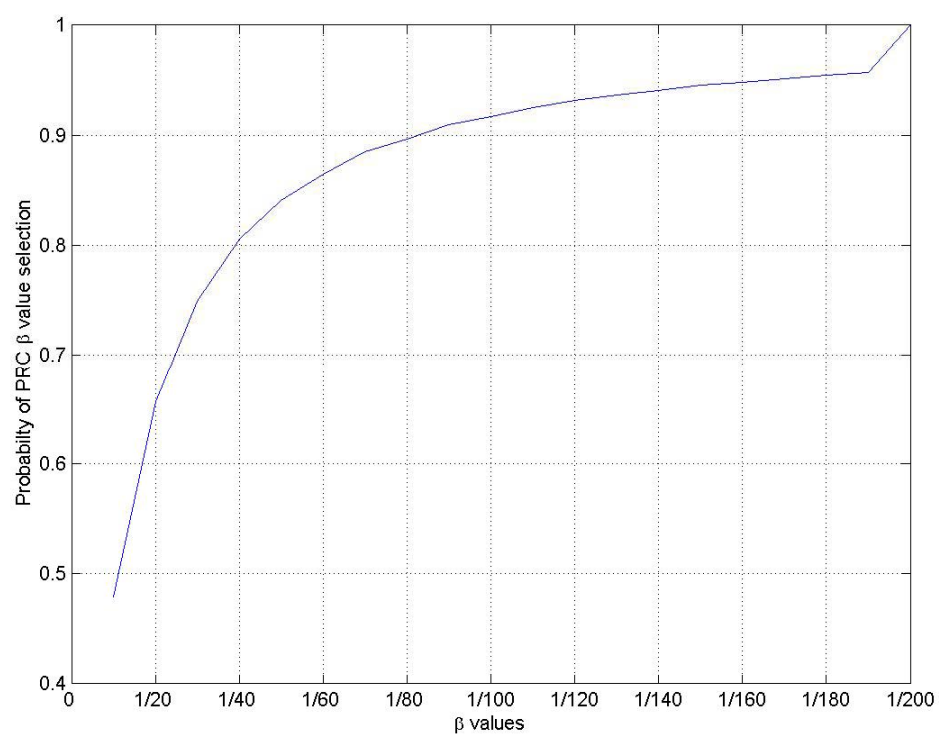
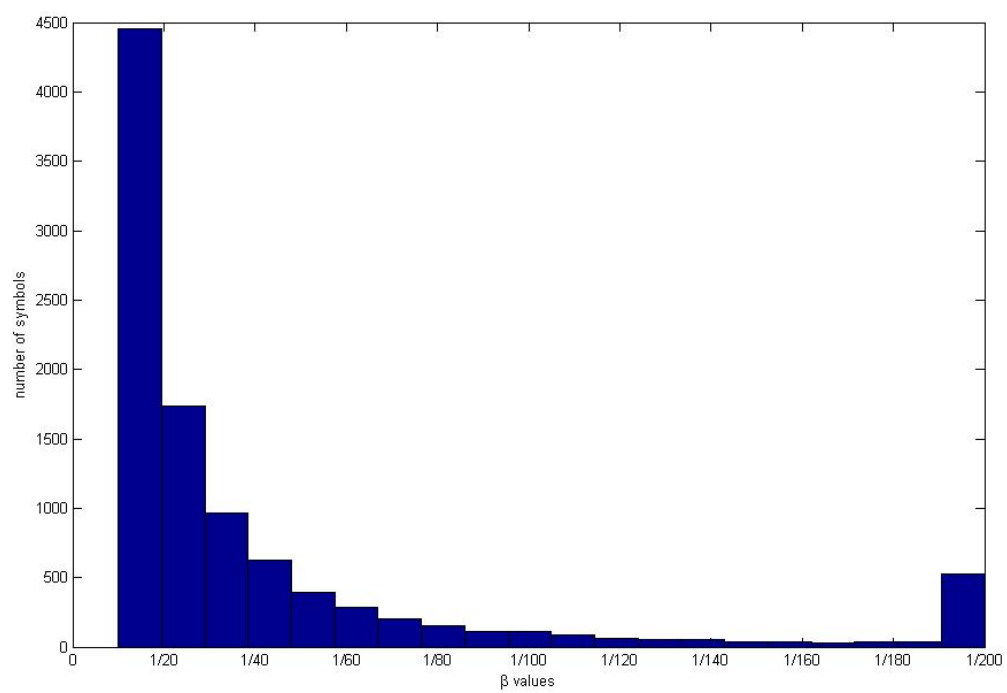
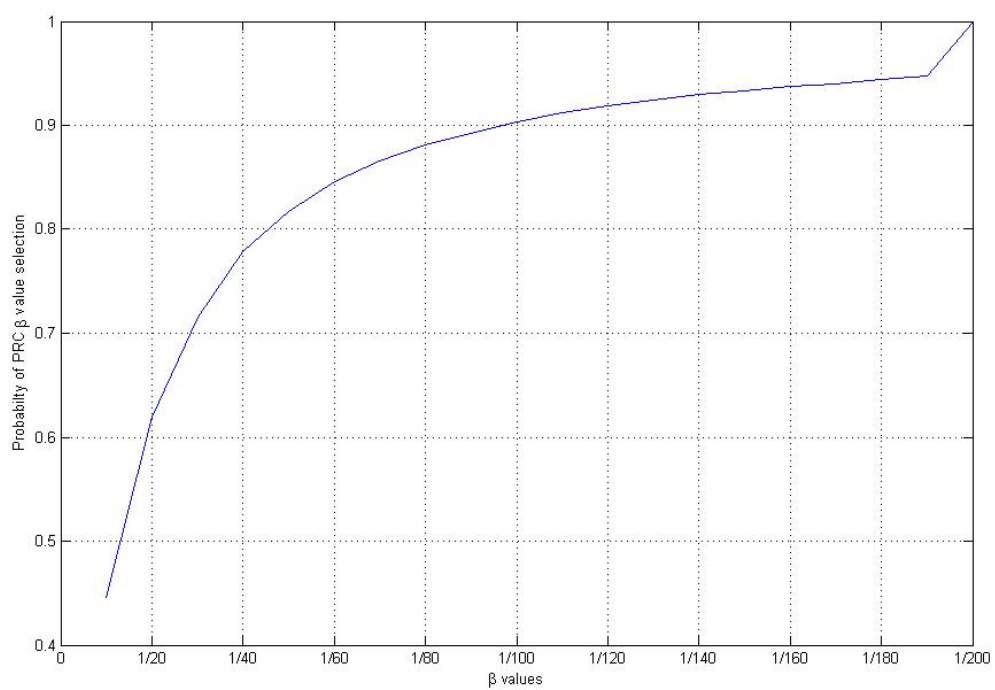


圖 5.15 512-FFT β 累積分布圖

圖 5.16 1024-FFT β 值統計圖圖 5.17 1024-FFT β 累積分布圖

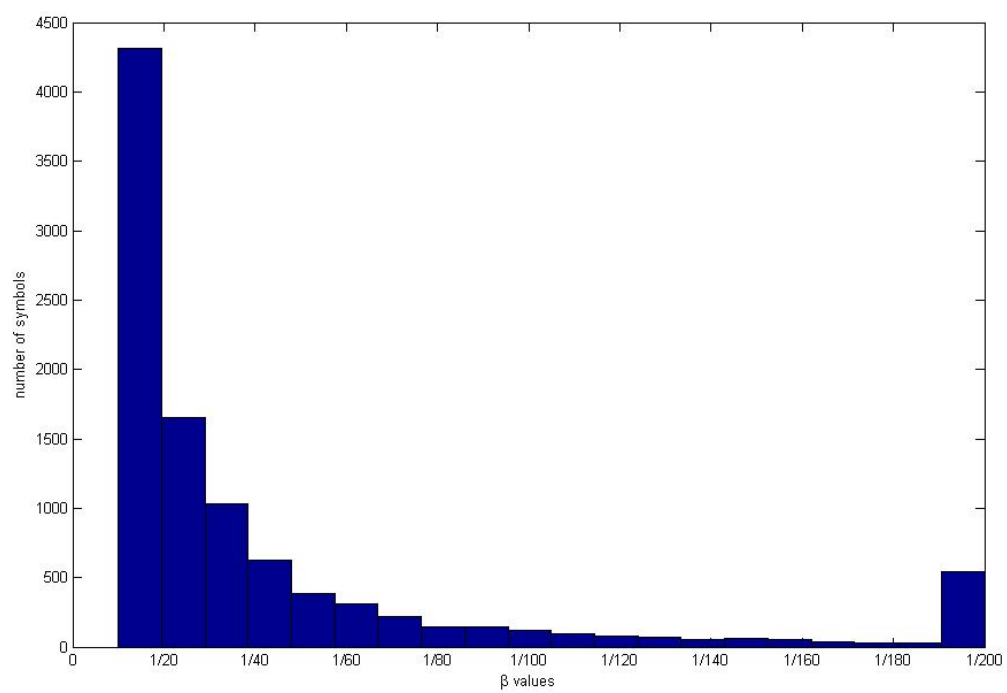


圖 5.18 2048-FFT β 值統計圖

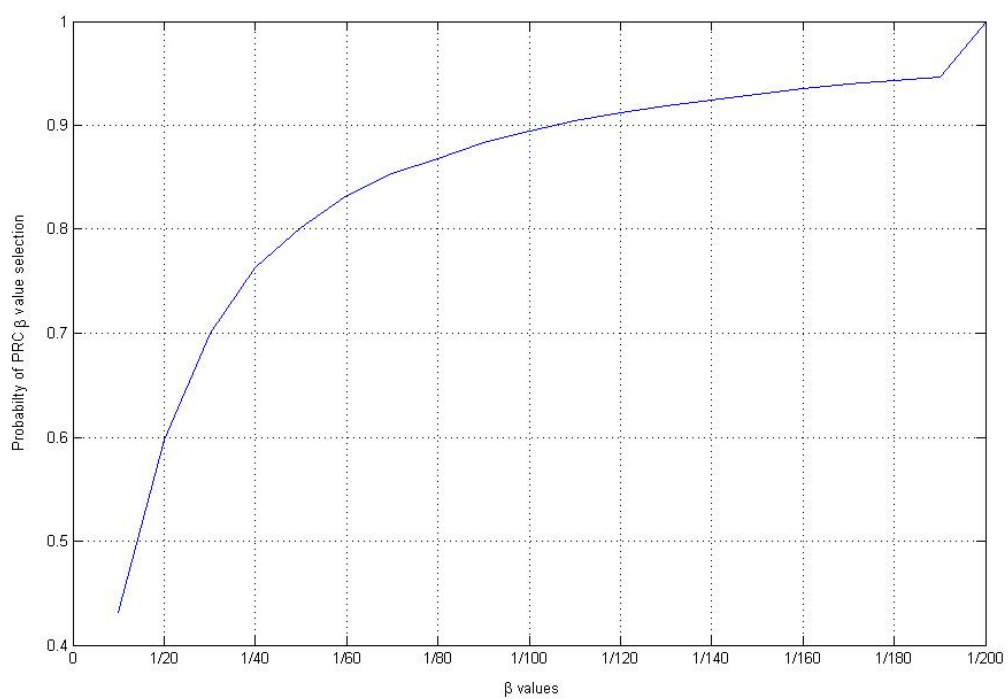


圖 5.19 2048-FFT β 累積分布圖

我們針對不同 FFT 大小來探討對 β 值的影響，其中 β 統計圖所顯示的是我們跑了 1 萬個加入 1 個 PRC 的 OFDM 符元後，每個符元所選用之 β 值的統計圖。而 β 累積分布圖是 β 遞迴次數與有效降低系統 PAPR 的機率分布圖。觀察任一個 FFT 大小的系統中可以發現當 β 為 1/10 時，通常有最高的機率使系統 PAPR 值降低，而當 β 遞迴到 1/20 時就有超過一半的機率可以使 OFDM 訊號的 PAPR 值下降。若比較四個不同 FFT 大小對 β 值的影響，我們發現到對同一個 β 值而言，點數比較少的 FFT 系統可以有較高的機率使訊號 PAPR 降下，而點數愈多的 FFT 系統能降低訊號 PAPR 的機率愈低，這是因為 FFT 點數愈多的系統會使新峰值大於舊峰值的機會增加所造成的。因此，若想要使降低訊號 PAPR 值的機率相同，則點數愈多的 FFT 系統 β 值需遞迴愈多次。舉個例子來說，在圖 5.13 中 128-FFT 系統只需遞迴到 β 為 1/70 就可以有 90% 的機率使訊號 PAPR 降低，在圖 5.15 中 512-FFT 卻需遞迴到 β 為 1/90，而在圖 5.17 中 1024-FFT 需遞迴到 β 為 1/100，在圖 5.19 中 2048-FFT 需遞迴到 β 為 1/110。

現在我們來比較三種不同演算法對降低訊號 PAPR 成效上的差異，第一種就是我們所提出的在適應性 PRCs 上應用可調式 β 值的方法，第二種是在固定 PRCs 上使用固定 β 值為 1/10 的方法，第三種是在固定 PRCs 上產生 64 種不同相位選擇的方法，而我們產生 64 種相位選擇的方式主要是參考[29]在 PRCs 的時域訊號產生 64 個不同延遲的訊號，而從中選擇最佳的相位使訊號 PAPR 值可以最低。不同 FFT 點數的系統如下面圖所示。

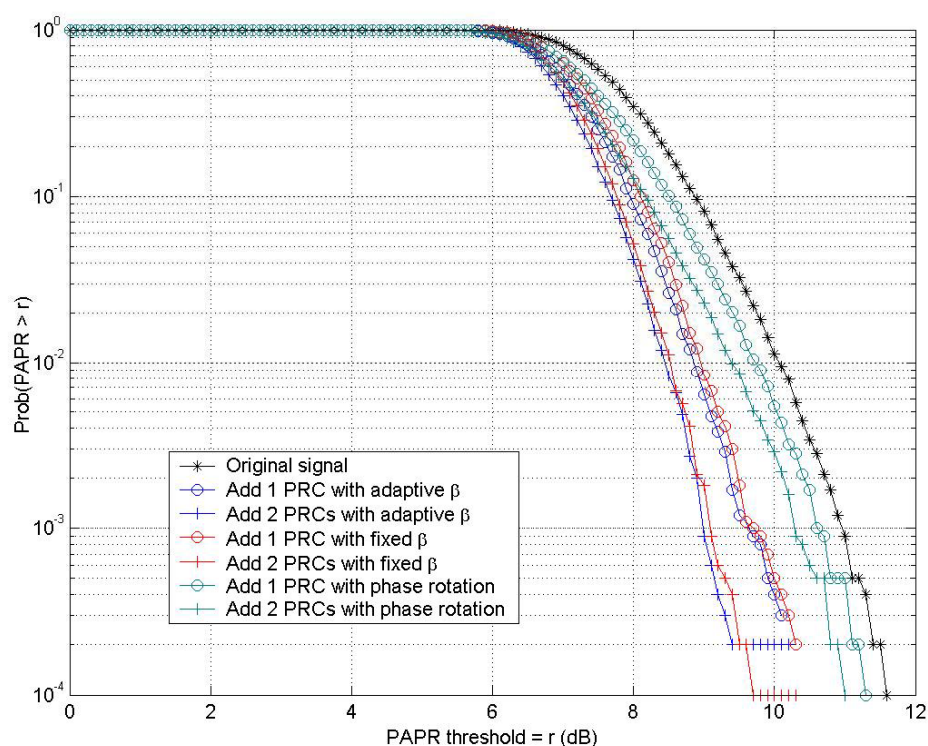


圖 5.20 128-FFT 系統 PAPR 成效比較

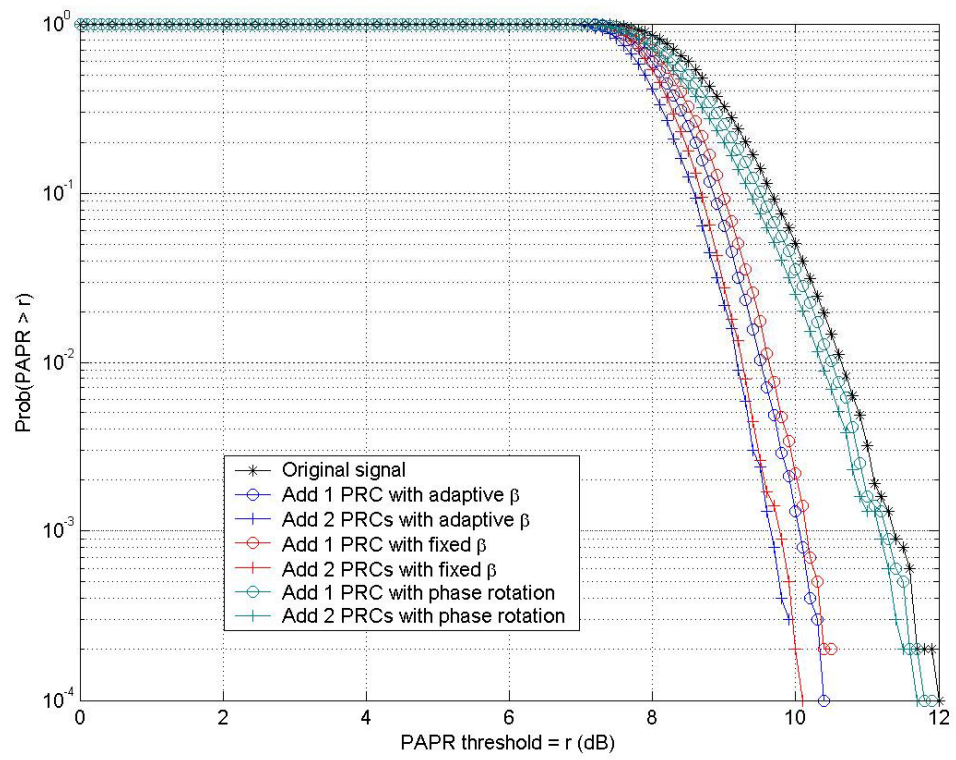


圖 5.21 512-FFT 系統成效比較

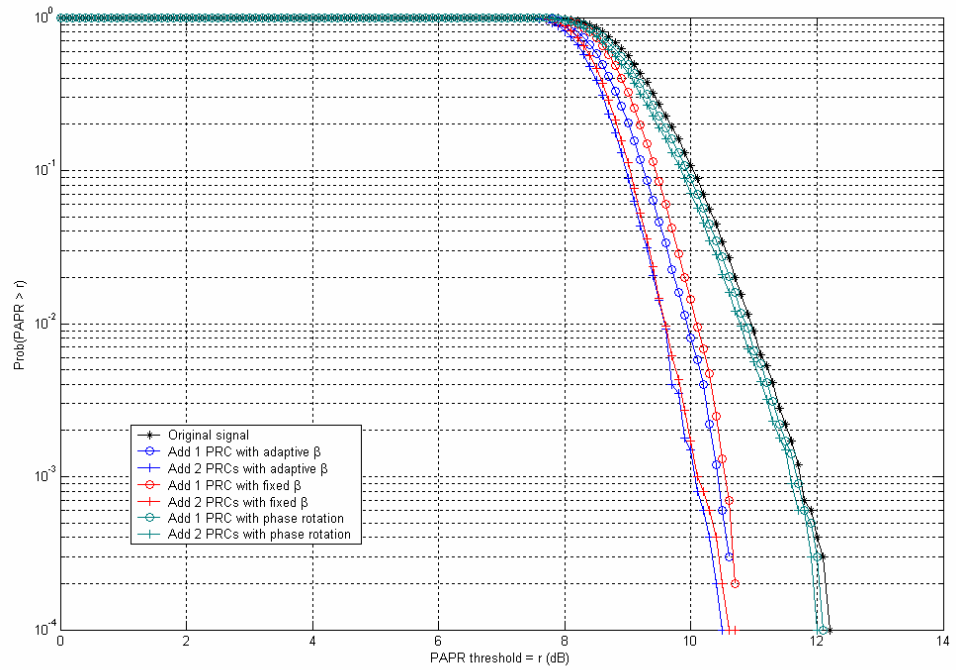


圖 5.22 1024-FFT 系統成效比較

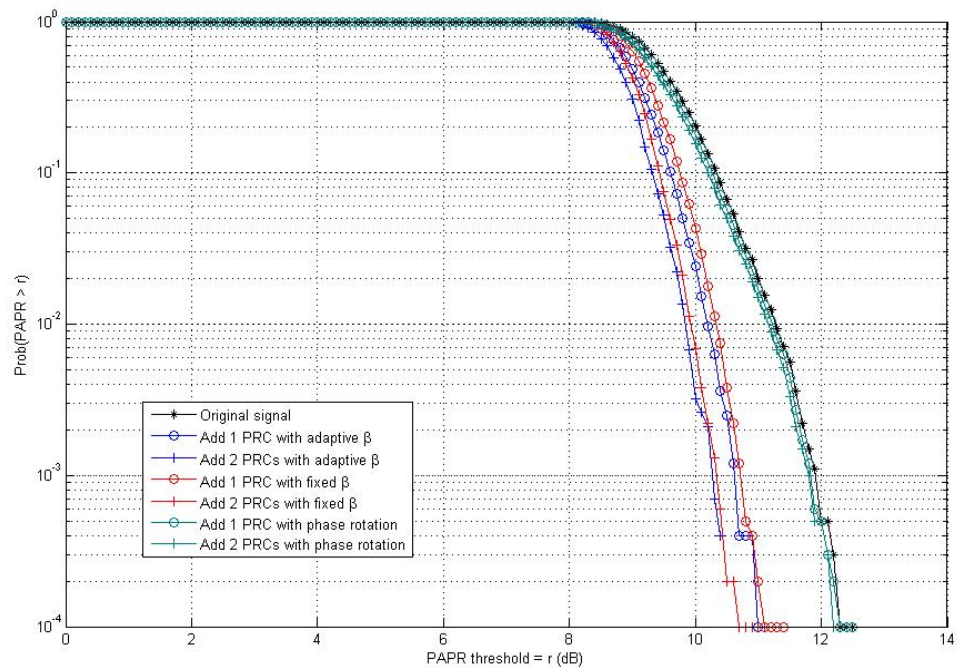



圖 5.23 2048-FFT 系統成效比較



由以上圖中的觀察，我們可以發現到利用可調式 β 值方法與利用固定式 β 值方法明顯都可以比產生 64 種不同相位選擇的方法降更多的 PAPR 值。這是因為前面兩種方法可以直接針對峰值所要降的比例 β 來找出最佳的振幅與相位，而第三種方法卻只能在有限的相位選擇內找出可降最多 PAPR 值的相位，相對能降的幅度也就比較小。

而由圖中我們也可以觀察到雖然可調式 β 值的方法與固定式 β 值的方法比較可使訊號 PAPR 值降低，但幅度不會很大，而這中間的進步主要就是由調整 β 值所另外提供降低訊號 PAPR 的表現。其幅度不會很大的原因是我們將 β 值調小則降低 PAPR 的效果就會變弱，但相對的 β 調小卻提高我們降低訊號 PAPR 的機率。

我們針對不同 FFT 點數的系統在 β 等於 1/10、1/20、1/30 做了一個測試，在 3 萬個 OFDM 符元中加入 1 個 PRC，統計出不同 β 值可以降低訊號 PAPR 的平均幅度，此平均幅度只考慮 β 值有效降低訊號 PAPR 的狀況而不考慮無法降低的狀況，如下表所示。而的確隨著所使用的 β 值愈小降低 PAPR 的效能愈差。




N-FFT	128	512	1024	2048
$\beta=1/10$	0.9491 dB	0.9004 dB	0.8752 dB	0.8352 dB
$\beta=1/20$	0.4334 dB	0.4265 dB	0.4194 dB	0.4025 dB
$\beta=1/30$	0.2879 dB	0.2821 dB	0.2807 dB	0.2760 dB

表 5.6 加入 1 個 PRC 下不同 β 值在各系統之平均 PAPR 降幅比較

而從表中也可以觀察到隨著 FFT 點數的增加，同一個 β 值所能降低 PAPR 的幅度也會變小。我們針對 128-FFT 系統另做一個測試，我們總共跑了 1 萬個 OFDM 符元，其中 56% 的符元在 β 等於 1/10 時就可以成功降下訊號 PAPR 值，而其餘 44% 的符元需遞迴到 β 等於 1/20、1/30、1/40... 等等。在 β 等於 1/10 的 PAPR 平均降幅為 0.9374 dB，而在等於其餘更小值時的 PAPR 平均降幅為 0.2698 dB。固定式 β 與可調式 β 的主要差異就是這些其餘 β 所產生的降幅。

我們另針對 3 萬個 OFDM 符元並統計出使用固定式 β 與可調式 β 的平均降幅，同樣在 128-FFT 系統下如表 5.7 所示。



原訊號平均 PAPR	7.7335 dB	
固定式 β 之平均 PAPR	7.2167 dB	降幅：0.5168 dB
可調式 β 之平均 PAPR	7.0860 dB	降幅：0.6475 dB

表 5.7 使用 1 個 PRC 下固定式 β 與可調式 β 之平均降幅比較

從表 5.7 中也可以看出使用可調式 β 之方法的確可以有比固定式 β 之方法更多的訊號 PAPR 降幅。

當加入第 2 個或第 n 個 PRC 時，其 β 值所能降低訊號 PAPR 的平均幅度就不能參考表 5.6、表 5.7 了，因為所能降低的幅度會隨著 PAPR 值的大小而影響表現，PAPR 欲小所能降低的幅度也會相對變小。因此，第 2 個或第 n 個 PRC 所能降的幅度平均上不會比第 1 個 PRC 多，只會愈降愈少。

我們將適應性 PRCs 的方法與 PTS 的方法做比較，如圖 5.24 所顯示的。從中我們可以發現到當我們加入 4 個 PRCs 就可以與 PTS 方法有差不多的成效了。其中 PTS 方法是將訊號分割成 4 個子區塊，而所使用的分割方法為相鄰分割（adjacent partition）。每個子區塊的相位權重是從 $\{\pm 1, \pm j\}$ 中所選出來的。

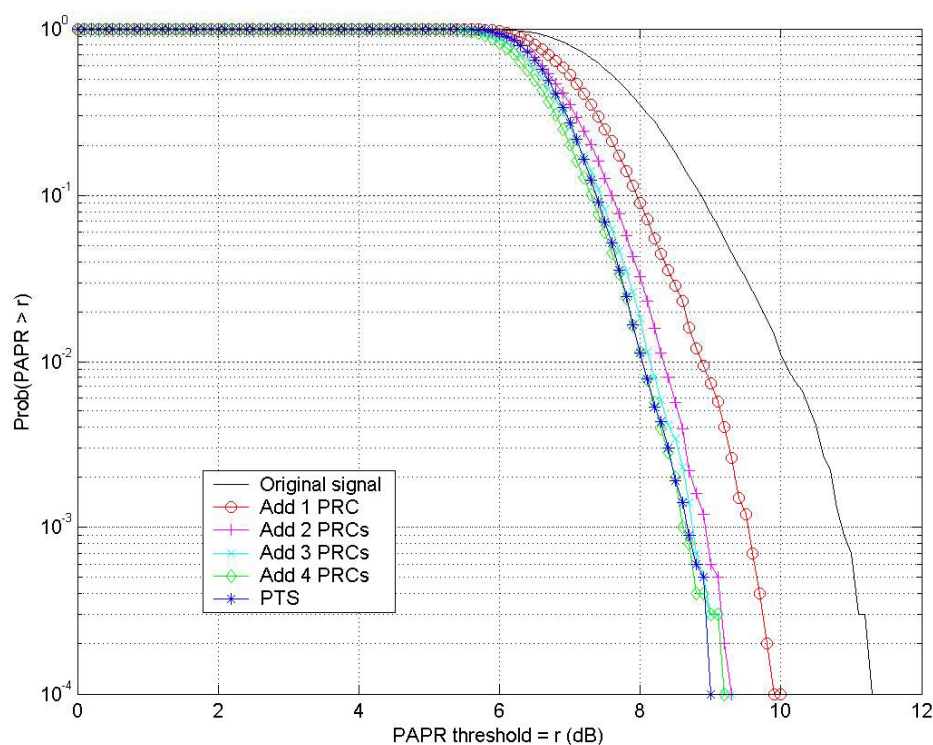


圖 5.24 所提方法與 PTS 效能比較

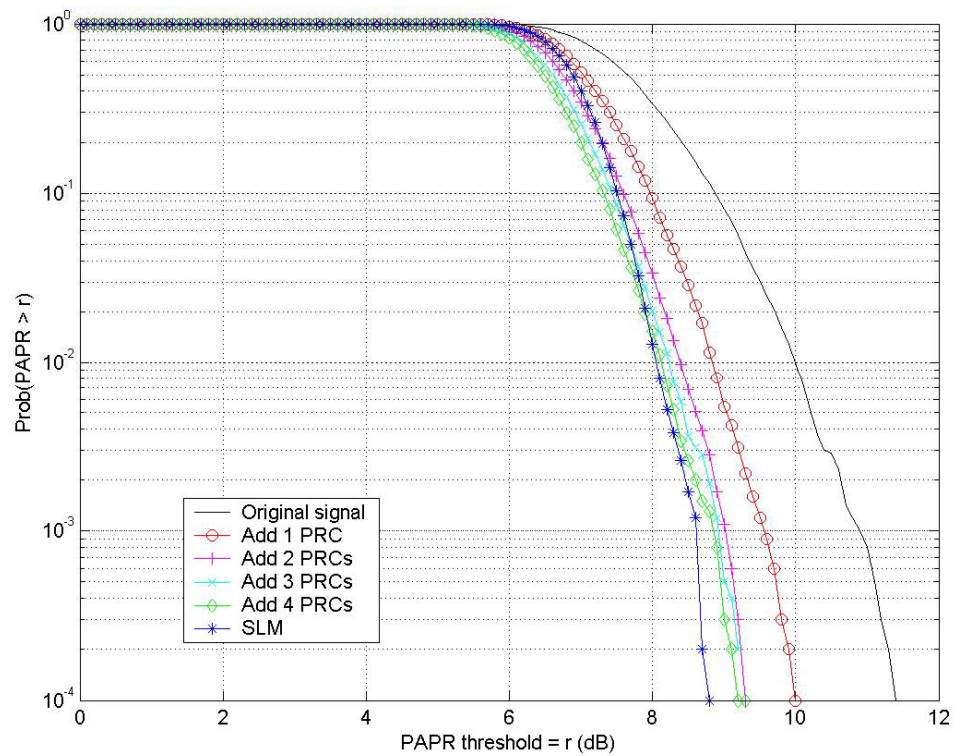


圖 5.25 所提方法與 SLM 效能比較



而我們一樣將適應性 PRCs 的方法與 SLM 的方法做比較，如圖 5.25 所示。由圖中也可以發現到當加入 4 個 PRCs 後，與 SLM 方法的成效差異也不會差很大。其中 SLM 方法所使用的相位序列個數為 4 組，而每組相位序列是隨機的從 $\{\pm 1, \pm j\}$ 中所產生出來。我們一開始先隨機產生 4 組相位序列，然後將 1 萬個 OFDM 符元乘上這 4 組相位序列來產生新的輸出訊號，再從所產生的 4 組新輸出訊號中選出 PAPR 最小的作為最後傳輸的訊號。

由以上的分析結果我們可以發現使用可調式 β 值的適應性 PRC 可以有效的降低訊號的 PAPR 值，若與固定點的 PRC 做比較可較有效率的使用載波來傳輸資料，由於使用通道狀況較好的載波做傳輸可使訊號的傳輸效率提高並減小錯誤率。但由於我們所加入在 PRC 位置選擇上的適應性以及 PRC β 值的可調性，使我們必須付出的複雜度也會相對增加。



第六章 結論

在 OFDM 系統中，設法降低訊號 PAPR 值是一個非常重要的議題，而此篇論文中也介紹了各種曾被提出過的降低 PAPR 值方法，然而在眾多方法中卻鮮少有人將通道狀況的因素考慮進去。因此，我們加入了通道狀況的因素提出了利用適應性降峰值載波的方法來降低 OFDM 訊號的 PAPR 值。

傳統使用降峰值載波的方法為了降低運算複雜度，所使用的是固定點的降峰值載波。而我們將降峰值載波加入了適應性位置選擇的功能，使通道狀況較好的載波優先用來傳送資料而通道狀況較差的則留下來當作降峰值載波。由於考慮了通道狀況的因素，使我們可以提高訊號傳輸率並減小錯誤率發生。

而我們所採取的演算法主要是參考 Wang's[31]的降峰值載波演算法，但 Wang's 的演算法中其 β 值是固定的，也就是說若有一個降峰值載波無法達到降低訊號 PAPR 的效果就捨棄不用，但這樣的做法對於我們適應性降峰值載波是非常浪費的。因此，我們提出一種可調式 β 值的方法使我們每一個適應性降峰值載波都可以有效的被利用來降低訊號 PAPR 值。

第七章 参考文献

- [1] B. R. Saltzberg, "Performance of an Efficient Parallel Data Transmission System," *IEEE Transactions on Communication Tech.*, Vol. 15, Issue 6, pp. 805 – 811, Dec. 1967.
- [2] R. van Nee and R. Prasad, *OFDM for Wireless Multimedia Communications*, Artech House, 2000.
- [3] S. B. Weinstein and P. M. Ebert, "Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform," *IEEE Transactions on Communication Tech.*, Vol. 19, Issue 5, pp. 628-634, Oct. 1971.
- [4] A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, *Discrete-Time Signal Processing*. Upper Saddle River, Prentice Hall, 1989.
- [5] S. K. Mitra, *Discrete Signal Processing: A Computer-Based Approach*, 2nd ed., McGraw-Hill, 2001.
- [6] J. Fu and Y. Karasawa, "Fundamental Analysis on Throughput Characteristics of Orthogonal Frequency Division Multiple Access (OFDMA) in Multipath Propagation Environments," *IEEE VTC 2002-Fall*, Vol. 2, pp. 1235-1239, Sep. 2002.
- [7] H. Rohling and R. Gruneid, "Performance Comparison of Different Multiple Access Schemes for the Downlink of an OFDM Communication System," *IEEE Vehicular Technology Conference*, Vol. 3, pp. 1365-1369, May 1997.
- [8] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*, 2nd ed., Prentice Hall, 1996.
- [9] L. Hanzo, C. H. Wong and M. S. Yee, *Adaptive Wireless Transceivers*, Wiley, 2002.
- [10] J. Terry and J. Heiskala, *OFDM Wireless LANs: A Theoretical and Practical Guide*, Sams, 2002.

- [11] A. S. Sedra and K. C. Smith, *Microelectronic circuits*, 4th ed., Oxford, 1998.
- [12] J. Millman, *Microelectronics: Digital and Analog Circuits and Systems*, McGraw-Hill, 1979.
- [13] K. Feher, *Wireless Digital Communications: Modulation and Spectrum Applications*, Prentice Hall, 1998.
- [14] Ahmad R.S. Bahai, Burton R. Saltzberg and Mustafa Ergen, *Multi-carrier Digital Communications: Theory and Applications of OFDM*, 2nd ed., Springer, 2004.
- [15] C. S. Peng, "OFDM Transceiver Design for Wireless Applications," Ph. D. dissertation, Institute of Electronics, National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan, R.O.C., May 2006.
- [16] X. Li and L. J. Cimini, Jr., "Effects of Clipping and Filtering on the Performance of OFDM," *IEEE Communication Letter*, Vol. 2, pp. 131-133, May 1998.
- [17] R. O'Neill, L.B. Lopes, "Envelope variations and spectral splatter in clipped multicarrier signals," *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 1995. PIMRC'95*. Vol. 1, pp. 71-75, Sep. 1995.
- [18] R. van Nee, "OFDM Codes for Peak-to-Average Power Reduction and Error Correction," *IEEE Global Telecommunication Conference*, Vol. 1, pp. 740-744, Nov. 1996.
- [19] J. A. Davis and J. Jedwab, "Peak-to-mean power control and error correction for OFDM transmission using Golay sequences and Reed-Muller codes," *Electronics Letters*, Vol. 33, Issue 4, pp. 267-268, Feb. 1997.
- [20] S. H. Müller and J. B. Huber, "OFDM with reduced peak-to-average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences," *Electronics Letters*, Vol. 33, Issue 5, pp. 368-369, Feb. 1997.

- [21] L. J. Cimini, Jr. and N. R. Sollenberger, "Peak-to-Average Power Ratio Reduction of an OFDM Signal Using Partial Transmit Sequences," *IEEE International Conference on Communications*, Vol. 1, pp. 511-515, Jun. 1999.
- [22] S. H. Han and J. H. Lee, "An Overview of Peak-to-Average Power Ratio Reduction Techniques for Multicarrier Transmission," *IEEE Wireless Communication*, Vol. 12, Issue 2, pp. 56-65, Apr. 2005.
- [23] S. H. Müller and J. B. Huber, "A Comparison of Peak Power Reduction Schemes for OFDM," *IEEE Global Telecommunications Conference, 1997. GLOBALCOM '97*, Phoenix, AZ, pp. 1-5, Nov. 1997.
- [24] J. Tellado, *Peak to Average Power Reduction for Multicarrier Modulation*, Ph.D. dissertation, Stanford University, 2000.
- [25] E. Lawrey and C. J. Kikkert, "Peak to Average Power Ratio Reduction of OFDM Signals Using Peak Reduction Carriers," *Proc. of 5th International Symposium on Signal Processing and its Applications, 1999*. Vol. 2, pp. 737-740, Aug. 1999.
- [26] J. Tellado and J. M. Cioffi, "Efficient Algorithm for Reducing PAR in Multicarrier Systems," *IEEE International Symposium on Information Theory, 1998*. pp. 191, Aug. 1998.
- [27] A. Gatherer and M. Polley, "Controlling Clipping Probability in DMT Transmission," *Conference Record of the 31st Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, pp. 578-584, Nov. 1997.
- [28] C. E. Tan and I. J. Wassell, "Sub-Optimum Peak Reduction Carriers for OFDM Systems," *IEEE VTC 2003-Spring*, Vol. 2, pp. 1183-1187, Apr. 2003.

- [29] C. E. Tan and I. J. Wassell, "Table-based Approach to Sub-Optimum Peak Reduction Carriers," *Proc. of the 2003 Joint Conference of the 4th International Conference on Information, Communications and Signal Processing and the 4th Pacific Rim Conference on Multimedia*, Vol. 2, pp. 879-883, Dec. 2003.
- [30] C. E. Tan and I. J. Wassell, "Data Bearing Reduction Carriers for OFDM Systems," *Proc. of the 2003 Joint Conference of the 4th International Conference on Information, Communications and Signal Processing and the 4th Pacific Rim Conference on Multimedia*, Vol. 2, pp. 854-858, Dec. 2003.
- [31] C. L. Wang, O. Yuan and H. C. Chen, "A Low-Complexity Peak-to-Average Power Ratio Reduction Technique for OFDM-Based Systems," *IEEE VTC 2004-Fall*, Vol. 6, pp. 4380-4384, Sep. 2004.
- [32] D. Wulich, "Definition of Efficient PAPR in OFDM," *IEEE Communication Letter*, Vol. 9, Issue 9, pp. 832-834, Sep. 2005.
- [33] IEEE Std 802.16e-2005 and IEEE Std 802.16-2004/Cor 1-2005, *IEEE Standard for Local and metropolitan area networks – Part 16: Air Interface for Fixed and Mobile Broadband Wireless Access Systems – Amendment 2: Physical and Medium Access Control Layers for Combined Fixed and Mobile Operation in Licensed Bands and Corrigendum 1*. New York, Feb. 2006.

簡 歷

陳鉉文，民國六十八年生於台北縣。民國九十三年畢業於私立中原大學電機工程學系，同年進入國立交通大學電信研究所，從事通訊系統方面的研究。於民國九十五年取得碩士學位，論文題目為「利用適應性降峰值載波減小正交分頻多工之峰值對平均功率比」。

