

平行式工具機之基因法參數優化與模糊法扭力控制

研究生：李權原

指導教授：秦繼華 博士

國立交通大學機械工程學系

中文摘要

本文針對 3RPS 工具機，建立計算力矩控制架構，並與傳統位置控制比較兩者在不同載重中對於連續路徑之追蹤行爲。針對軌跡在高速且大曲率時所造成輪廓精度降低的問題，本文利用模糊邏輯控制建立進給速度、曲率及輪廓誤差的關係式，以替代複雜且不精準的數學推導，並結合基因演算法以系統化的方式建立系統控制參數，經由模擬和實驗結果證明，在軌跡爲大曲率變化下可經由減速動作達到提升空間軌跡輪廓精度的效果。爲了能夠直接量測運動平台在空間中所行走的軌跡路徑，本論文也提出架設循圓量測儀(Ballbar)的方法，藉由循圓量測儀量測實際的平台位置姿態，來比較本文所發展的軌跡修正方法，最後以 3RPS 平行式機構上驗證其可行性。

Genetic algorithm enhanced Fuzzy logic-computed torque contour control for parallel machine tools


Student: Quan-Yuan Li

Advisor: Dr. Jih-Hua Chin

Department of Mechanical Engineering

National Chiao-Tung University

Abstract

The logo of National Chiao-Tung University is a circular emblem. It features a gear-like outer border. Inside the circle, there is a stylized representation of a building or industrial structure. At the bottom of the emblem, the year '1896' is inscribed.

In this study the computed-torque control has been developed on 3RPS parallel machine tool, and compared the continuous trajectory tracking in different load with traditional position control. In order to improve the low precision of tracking in high feedrate and large curvature, the relationship of feedrate, curvature and contour error has been established with fuzzy logic control to replace the complicated and inaccurate mathematics model, and also combined with genetic algorithm to build up control parameters. The simulation and experimental results show that this new control strategy improves the performance of contouring. To measure the spatial position of the platform directly, a method is presented using ballbar. The different control methods developed in this paper can be compared by using ballbar, and test in the 3RPS parallel machine tool.

誌謝

終於畢業了，碩士兩年來的生活，每天過得戰戰兢兢，因為自身不是本科的學生，只因爲一時的考運讓我有幸能夠進入交通大學的大門，從一開始對控制毫無概念的學生，也完成了一篇能獲得老師認可的碩士論文，這期間要感謝的人實在太多了，不過首先要感謝的就是導師秦繼華，謝謝您不吝對我這個頑靈不改的學生進行不間斷地教導與鞭策，因為有老師的協助才有這篇論文的產生。

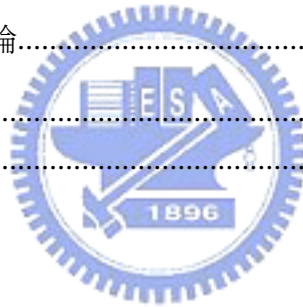
在做研究的生活中，深深感受到學術的研究不是自己就能獨立完成，感謝小毛學長平時對我的教導，使我擁有了研究的基礎；也感謝偉倫學長的幫助，沒有你的幫助，我不可能完成扭力控制的實驗架構；同時也要感謝我唯一的碩士同學小孔，二年來的研究生活說長不長，但是苦悶卻是一定有的，感謝小孔一路陪我走過此研究生涯，因為有你的樂觀進取才使得我有繼續努力支撐下去的希望；另外也要感謝實驗室的學弟俊傑以及小平，謝謝你們平時對我的幫助；感謝機械工廠的老師與師傅，謝謝你們在我遭遇到實驗的困難時，提供專業的指導，並以如此便宜的學生價格幫我訂作了三組的接頭，讓我的實驗能夠順利完成。

最後要感謝的就是二十幾年來默默在我背後支持的父母了，非常感謝你們能夠支持我到碩士畢業，即使我知道家裡的情形並不是非常富裕，在我感到徬徨失措時，提供一個溫暖的家，讓我沒有後顧之憂，非常感謝。

目錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌謝.....	iii
目錄.....	iv
圖目錄.....	vi
表目錄.....	x
符號說明.....	xi
第一章 緒論.....	1
1.1 文獻回顧.....	2
1.2 論文大綱.....	4
第二章 運動平台的機構特性.....	5
2.1 座標系統.....	5
2.2 運動學分析.....	9
2.2.1 逆向運動學 (Inverse Kinematics).....	9
2.2.2 前向運動學 (Forward Kinematics).....	11
2.3 動力學分析.....	13
2.3.1 逆向動力學分析 (Inverse Dynamics).....	13
2.3.1.1 Manipulator Jacobin矩陣與Link Jacobin矩陣.....	14
2.3.1.2 虛功原理.....	19
2.4 軌跡模擬.....	21
第三章 平行式機構軌跡追蹤策略.....	27
3.1 計算力矩控制.....	27
3.2 交叉耦合預補償控制.....	30
3.2.1 輪廓誤差模型.....	30
3.2.2 交叉耦合預補償控制結合計算力矩控制.....	31

3.3 模糊邏輯控制與基因演算法.....	32
3.3.1 模糊邏輯控制.....	32
3.3.2 基因演算法.....	36
3.3.3 模糊邏輯控制結合基因演算法應用於軌跡追蹤.....	40
3.4 模擬與討論.....	47
第四章 實驗與討論.....	56
4.1 實驗架構.....	56
4.2 循圓量測儀(Ballbar)架設.....	58
4.3 單軸的定位控制.....	60
4.4 位置控制[34]與計算力矩控制實驗比較.....	63
4.5 實驗結果.....	69
4.6 實驗結果分析與討論.....	85
第五章 結論.....	86
參考文獻.....	87



圖目錄

圖 2.1	3RPS平行式機構實驗機台	5
圖 2.2	運動平台機構空間配置示意圖.....	7
圖 2.3	座標轉換示意圖.....	7
圖 2.4	Newton_Raphson method[26]	13
圖 2.5	驅動軸之尤拉角示意圖.....	14
圖 2.6	典型驅動軸之自由體圖.....	15
圖 2.7	軌跡一的卡氏座標圖.....	23
圖 2.8	軌跡一的工作空間圖.....	23
圖 2.9	軌跡一的桿長變化圖.....	23
圖 2.10	軌跡一的桿件輸出力圖.....	23
圖 2.11	軌跡二的卡氏座標圖.....	24
圖 2.12	軌跡二的工作空間圖.....	24
圖 2.13	軌跡二的桿長變化圖.....	24
圖 2.14	軌跡二的桿件輸出力圖.....	24
圖 2.15	軌跡三的卡氏座標圖.....	25
圖 2.16	軌跡三的工作空間圖.....	25
圖 2.17	軌跡三的桿長變化圖.....	25
圖 2.18	軌跡三的桿件輸出力圖.....	25
圖 3.1	馬達與滾珠螺桿示意圖[27].....	27
圖 3.2	計算力矩控制示意圖.....	29
圖 3.3	工作空間輪廓誤差示意圖[5].....	30
圖 3.4	交叉偶合預補償控制結合計算力矩控制示意圖[34].....	31
圖 3.5	模糊邏輯控制系統基本架構.....	33
圖 3.6	常用之模糊歸屬函數圖形.....	34

圖 3.7	模糊推論法示意圖.....	35
圖 3.8	基因演算法之架構流程.....	37
圖 3.9	曲線在高曲率下，進給速度對於軌跡的追蹤情形.....	40
圖 3.10	在軌跡曲率”大”，且輪廓誤差”大”的情形下	42
圖 3.11	在軌跡曲率”大”，且輪廓誤差”小”的情形下.....	42
圖 3.12	在軌跡曲率”小”，且輪廓誤差”小”的情形下	43
圖 3.13	Fuzzy logic control and Genetic Algorithm enhanced CCPM.....	44
圖 3.14	Genetic Algorithm adjusted Membership function.....	45
圖 3.15	歸屬函數之參數定義示意圖.....	46
圖 3.16	軌跡一工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖.....	48
圖 3.17	軌跡一工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖.....	48
圖 3.18	軌跡二模糊控制之曲率歸屬函數示意圖.....	49
圖 3.19	軌跡二模糊控制之輪廓誤差歸屬函數示意圖.....	49
圖 3.20	軌跡二工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖.....	50
圖 3.21	軌跡二工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖.....	50
圖 3.22	軌跡二工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖.....	51
圖 3.23	軌跡三模糊控制之曲率歸屬函數示意圖.....	52
圖 3.24	軌跡三模糊控制之輪廓誤差歸屬函數示意圖.....	52
圖 3.25	軌跡三工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖.....	52
圖 3.26	軌跡三工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖.....	53
圖 3.27	軌跡三工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖.....	53
圖 4.1	實驗硬體流程圖.....	57
圖 4.2	Ballbar架設示意圖.....	58
圖 4.3	Ballbar實際架設示意圖(整體照片).....	59
圖 4.4	Ballbar實際架設示意圖(近照).....	60

圖 4.5	各桿件之步階響應圖.....	61
圖 4.6	軌跡一之工作空間圖.....	63
圖 4.7	軌跡一於不同載重下之桿件IAE比較.....	64
圖 4.8	軌跡一於不同載重下之工作空間(α, β)輪廓誤差IAE比較.....	65
圖 4.9	軌跡三之工作空間圖.....	66
圖 4.10	軌跡三於不同載重下之桿件IAE比較.....	67
圖 4.11	軌跡三於不同載重下之工作空間(α, β)輪廓誤差IAE比較.....	67
圖 4.12	實驗計算力矩控制示意圖.....	69
圖 4.13	實驗交叉偶合預補償控制結合計算力矩控制示意圖.....	70
圖 4.14	Fuzzy logic control and Genetic Algorithm enhanced CCPM.....	70
圖 4.15	軌跡一期望與實際軌跡示意圖.....	71
圖 4.16	軌跡一Ballbar量測分析圖.....	71
圖 4.17	軌跡一驅動軸位置誤差示意圖.....	72
圖 4.18	軌跡一工作空間位置誤差示意圖.....	72
圖 4.19	軌跡一工作空間輪廓誤差示意圖.....	72
圖 4.20	軌跡一期望與實際軌跡示意圖.....	73
圖 4.21	軌跡一Ballbar量測分析圖.....	73
圖 4.22	軌跡一驅動軸位置誤差示意圖.....	74
圖 4.23	軌跡一工作空間位置誤差示意圖.....	74
圖 4.24	軌跡一工作空間輪廓誤差示意圖.....	74
圖 4.25	軌跡二實驗直角座標示意圖.....	75
圖 4.26	軌跡二實驗工作空間示意圖.....	75
圖 4.27	軌跡二驅動軸位置誤差示意圖.....	75
圖 4.28	軌跡二工作空間位置誤差示意圖.....	75
圖 4.29	軌跡二工作空間輪廓誤差示意圖.....	76

圖 4.30 軌跡二實驗直角座標示意圖.....	76
圖 4.31 軌跡二實驗工作空間示意圖.....	76
圖 4.32 軌跡二驅動軸位置誤差示意圖.....	77
圖 4.33 軌跡二工作空間位置誤差示意圖.....	77
圖 4.34 軌跡二工作空間輪廓誤差示意圖.....	77
圖 4.35 軌跡二實驗直角座標示意圖.....	78
圖 4.36 軌跡二實驗工作空間示意圖.....	78
圖 4.37 軌跡二驅動軸位置誤差示意圖.....	78
圖 4.38 軌跡二工作空間位置誤差示意圖.....	78
圖 4.39 軌跡二工作空間輪廓誤差示意圖.....	79
圖 4.40 軌跡三實驗直角座標示意圖.....	79
圖 4.41 軌跡三實驗工作空間示意圖.....	79
圖 4.42 軌跡三驅動軸位置誤差示意圖.....	80
圖 4.43 軌跡三工作空間位置誤差示意圖.....	80
圖 4.44 軌跡三工作空間輪廓誤差示意圖.....	80
圖 4.45 軌跡三實驗直角座標示意圖.....	81
圖 4.46 軌跡三實驗工作空間示意圖.....	81
圖 4.47 軌跡三驅動軸位置誤差示意圖.....	81
圖 4.48 軌跡三工作空間位置誤差示意圖.....	81
圖 4.49 軌跡三工作空間輪廓誤差示意圖.....	82
圖 4.50 軌跡三實驗直角座標示意圖.....	82
圖 4.51 軌跡三實驗工作空間示意圖.....	82
圖 4.52 軌跡三驅動軸位置誤差示意圖.....	83
圖 4.53 軌跡三工作空間位置誤差示意圖.....	83
圖 4.54 軌跡三工作空間輪廓誤差示意圖.....	83

表目錄

表 2.1	上平板與底板接頭位置示意表.....	6
表 3.1	模糊控制器之規則庫定義表.....	43
表 3.2	基因演算法參數邊界定義表.....	46
表 3.3	軌跡一控制增益值參數表.....	47
表 3.4	軌跡二控制增益值參數表.....	49
表 3.5	軌跡二之模糊邏輯控制參數表.....	49
表 3.6	軌跡三控制增益值參數表.....	51
表 3.7	軌跡三之模糊邏輯控制參數表.....	51
表 3.8	模擬各軌跡控制方法IAE比較表.....	54
表 4.1	單位步階之PID控制參數表.....	60
表 4.2	桿件步階響應性能表.....	62
表 4.3	實驗軌跡規劃表.....	69
表 4.4	軌跡一實驗ballbar分析資料表.....	84
表 4.5	實驗各軌跡控制方法IAE比較表.....	84

符號說明

q : generalized coordinate of z 、 α 、 β

P and W : platform and world frame which vector reference to

$R(\alpha, \beta, \gamma)$: Roll-Pitch-Yaw Euler Angles

a_i : the vector of i-th revolute joint

b_i : the vector of i-th ball joint

x_p : displacement of z-axis

L_i : link vector of i-th link

l_i : length of i-th link

n_i : the unit vector of i-th link

v_{bi} : the velocity of i-th ball joint

\dot{l}_i : axial velocity of i-th link

\dot{v}_{bi} : the acceleration of i-th ball joint

\ddot{l}_i : axial acceleration of i-th link

ω_i : the angular velocity of i-th link

α_i : angular acceleration of i-th link

J : Jacobian matrix

ϕ and θ : Euler Angles

d_i : the distance between ball joint and revolute joint

e_1 : distance of the mass center of lower link to revolute joint

e_2 : distance of the mass center of upper link to ball joint

r_{1i} : the center of the cylinder

r_{2i} : the center of the piston

m_{1i} : mass of lower link



m_{2i} : mass of upper link

\dot{x}_{1i} : velocity of mass center of lower link

\dot{x}_{2i} : velocity of mass center of upper link

g : gravitational acceleration

J_p : platform Jacobian

${}^i J_{1i}$ and ${}^i J_{2i}$: link Jacobian

f_p and n_p : the applied and inertia forces exerted at the center of the platform

I_{1i} and I_{2i} : the inertia matrix of the lower link and upper link

m_p : mass of upper platform

τ : actuator output force

R_u and R_l : the radius of the upper platform and lower platform

E : tracking error

E_r : contour error of workspace

\bar{V}_k : precompensation velocity vector

\bar{V} : average unit velocity of desired and actual velocity

IAE : Integral Absolute-Error

FLC : fuzzy logic control

GA : genetic algorithms

CCPM : cross coupled precompensation method

P_d : desired position

P_a : actual position

V_a : actual tangent unit velocity vector

V_d : desired tangent unit velocity vector



第一章 緒論

平行式機構的研究及受到矚目是從 Stewart 在 1965 年的介紹[1]開始。運動平台機構(Stewart platform manipulator , SPM)的優點在於其高負載、低慣性、高精度及可高速化等特性優於傳統串聯式機器人，一般應用於飛行模擬器上。而隨著工業的進步，對於工件的切削加工精度和快速化的需求也隨之提高，若將運動平台發展成切削工具機，運用運動平台的特性優點，必能提升加工效率與品質；因此，如何提升運動平台的效能和空間軌跡的追蹤能力，成為目前發展運動平台機構的最大課題。

在現代的工具機加工過程中，軌跡路徑當時的進給速度和曲率變化是影響加工精度的重要因素，為了提升軌跡的輪廓精度，一般方法是利用圓形近似法(Circular approximation)擬合曲線以推導出曲率、輪廓誤差與進給速度的數學相關式，這種方法在加工路徑為平面曲線且具有曲率變化時，可以藉由降低當時的進給速度，達到提升軌跡輪廓精度的效果，但是對於加工路徑為空間中的立體軌跡而言，隨著軌跡的複雜性提高，將會導致近似方法在擬合曲線中，所推導出的數學模型不精確性提高，因而限制了應用在運動平台上的可行性。因此本論文將利用模糊邏輯控制無需推導精準數學模型的特性，以模糊邏輯控制建立進給速度、曲率與輪廓誤差之間的幾何模型，來提升運動平台在空間軌跡的追蹤能力。

此外，在運動平台的量測儀器應用方面，一般是在各驅動桿件上加裝光學尺，藉由所量測得到的各桿位置訊號，經由前向運動學的計算得到即時的平台姿態位置，由於前向運動學的解並非唯一，所計算得到的結果並不代表是實際平台的姿態位置。為了能夠直接量測運動平台在空間中所行走的軌跡路徑座標，本論文提出架設循圓量測儀(Ballbar)的方法，藉由循圓量測儀量測實際的平台位置姿態，來比較本文所發展的軌跡修正方法，最後以 3RPS 平行式機構驗證其可行性。

1.1 文獻回顧

對於工具機的輪廓誤差補償方面，在一般的正交式(Orthogonal)雙軸工具機系統上 Koren [2] 提交叉偶合控制的架構，並證實在雙軸的控制系統可以改善輪廓誤差，Huan [3] 提出一種工具機的軌跡預補償方法，利用速度預補償，得到良好的軌跡精度，Chin and Tsai [4] 將預補償法進一步發展到傳統串聯式機器手臂上，Chin and Lin [5] 整合預補償與交叉偶合兩種方法，運用在三軸的工具機上。經由上述文獻可以得知預補償與交叉偶合兩種方法確實可改善一般工具機所要求的工作精度，但是在工具機為高速進給且具有曲率變化的情形下，[6~9]就提到進給速度和軌跡的曲率變化是造成弦高誤差(Chord error)擴大的主要原因，文獻中利用軌跡的曲率變化資訊，對工具機的進給速度做控制，證實軌跡在曲率的變化下，仍可降低軌跡的弦高誤差，不過文獻中利用圓形近似法所推導出的曲率、弦高誤差與進給速度的關係式，仍有幾何上的誤差缺點。

一般而言，模糊邏輯控制是以模糊集合論(Fuzzy Set)作為數學基礎，它的誕生是以 Zadeh [10] 在 1965 年提出模糊理論為起始。自從 1974 年 Mamdani [11] 首先利用模糊數學理論進行蒸汽機和鍋爐控制方面的研究獲得成功後，模糊邏輯控制的研究和應用一直十分活躍。在傳統工具機的應用上，[12~14]利用模糊邏輯控制來代替一般傳統 PID 控制器，經由模擬和實驗做比較，證明擁有較快的響應(response)和超越量(overshoot)減少之特性；在史都華平行機構的應用上，[15~17]也顯示模糊邏輯控制在處理非線性及不明確性(Uncertainty)的問題上，擁有較佳的穩定性(Stability)與強健性(Robust)表現。由於在空間的軌跡追蹤上，理想中的路徑規劃是當任意一條軌跡的曲率變化量增加，造成輪廓精度降低時，則即時對工具機的進給速度做減速的動作，但是由於軌跡的曲率、輪廓誤差與進給速度三者之間並無存在一精確的數學關係式[6~9]，並且很難以利用數值方法推導出精準的數學模型，因此本論文利用模糊邏輯控制不需要精準系統模型的特性為基礎，來建立三者之間的關係，以便改善工具機在高速進給和軌跡的曲率變化下，輪廓誤差擴大的情形發生。

基因演算法應用於模糊邏輯控制之方法，由設計者角度，模糊邏輯控制之規則庫與歸屬函數調整可視為組合最佳化的問題，而基因演算法是極有效且強健的搜尋最佳解技術，[18~20]利用基因演算法所設計後的模糊控制器主要有二項優點，一為設計過程不需人類經驗，完全由電腦計算，二為所設計出之 FLC 具有強健性且容錯性的特質。因此基因演算法對於模糊邏輯控制的確能提供客觀且最佳化之設計，除了防止人為經驗設計的疏失，也提供一個有系統化建立模糊邏輯控制之選擇。

在運動平台的量測儀器應用方面，一般是在各驅動桿件上加裝光學尺，藉由所量測得到的各桿位置訊號，經由前向運動學的計算得到即時的平台姿態位置，由於前向運動學的解並非唯一，所計算得到的結果並不代表是實際平台的姿態位置。[21~22] 利用雷射量測系統來自動追蹤架設於上平板形心的貓眼(Cat' eye)，藉由貓眼表面反射雷射光來量測平台移動時的位移量，經由座標轉換得到平台的實際姿態，以用來修正機構的絕對精準度，雖然經由雷射自動追蹤量測系統所量測的數據非常精準，但是缺點是量測儀器的價格非常昂貴，無法符合經濟上的考量。[23]設計一 3D laser ball bar 機構，利用三組雷射感測器來量測平台移動時所產生的位移量與旋轉角度，由於文中的 3D laser ball bar 末端是和上平板形心處桿件相連接，在雷射感測器方面就不需具備自動追蹤的性能要求，可大幅降低設備成本，可以說是目前最經濟且有效的量測方法。因此本論文利用現有的量測儀器(Ballbar)，設計來量測平台的實際姿態，以利用來比較各控制策略的誤差修正效果。

1.2 論文大綱

本篇論文架構分爲五章，概述說明如下所示：

第一章 緒論：敘述本研究之研究動機、文獻回顧及論文架構。

第二章 運動平台機構分析：介紹本篇論文中所用於平行式機構之運動學分析，包含前向運動學與逆向運動學，接著進行動力學分析，最後模擬各軌跡的桿長變化與輸出扭力的行爲。

第三章 平行式機構軌跡追蹤策略：首先以計算力矩控制爲基礎，結合交叉偶合預補償方法，並考慮進給速度與曲率對軌跡精度的影響，提出利用模糊邏輯控制建立曲率、輪廓誤差與進給速度三者之間的幾何模型，最後以基因演算法對控制器作最佳化的調整，並以模擬進行各控制法則的優劣比較。

第四章 實驗與討論：利用第三章所提的控制架構進行實驗驗證，並提出架設循圓量測儀的方法，最後對實驗的數據做討論。

第五章 結論。



第二章 運動平台的機構特性

本章節中將討論三軸平行式機構的特性，首先介紹本論文所研究的是一個 3RPS 平行式機構(Revolute-Prismatic-Spherical)，如圖 2.1 所示，再來分別對其機構運動學及動力學等關係加以推導分析。

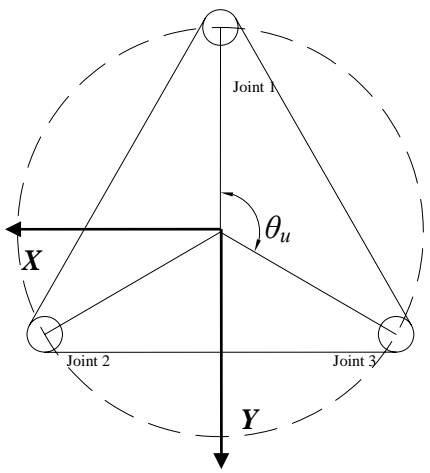
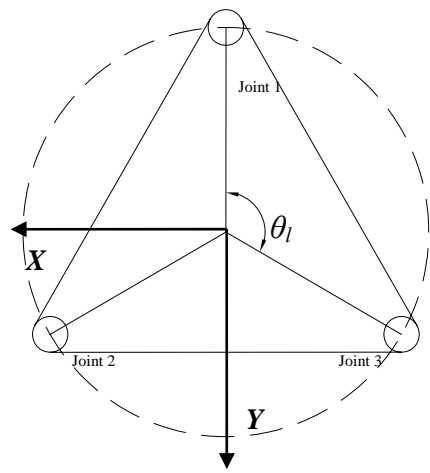


圖 2.1 3RPS 平行式機構實驗機台

2.1 座標系統

本論文中所研究的機台為 3RPS 平行式機構，其結構是由上平板與下平板以三根驅動軸並聯而成，上平板和驅動軸間以球接頭聯結，而下平板與驅動軸則以只有 1 個旋轉自由度的接頭聯接，上平板的三個球接頭位置為半徑 R_u 之圓內接正三角形的頂點，同理下平板的三個接頭位置為半徑 R_l 之圓內接正三角形的頂點。其配置可由表 2.1 中得知：

表 2.1 上平板與底板接頭位置示意表

<i>Upper platform</i>	<i>Lower Bases</i>
$R_u=105\text{ mm}$	$R_l=150\text{ mm}$
$\theta_u=120^\circ$	$\theta_l=120^\circ$
	

機構的上平台座標向量可表示成[26]：

$$q = (z, \alpha, \beta)^T \quad (2.1.1)$$

如圖 2.2 所示，其中 z 代表卡氏座標的 Z 軸方向，而 α 、 β 代表分別對 x 、 y 軸旋轉的尤拉角(Eular angle)。各軸移動距離向量 l 可表示成：

$$l = [l_1 \quad l_2 \quad l_3]^T \quad (2.1.2)$$

如圖 2.2 所示，座標 \mathbf{W} 為世界座標；動座標 \mathbf{P} 則是固定在運動平板上的參考座標，動座標 \mathbf{P} 和座標 \mathbf{W} 的原點假設位於運動平板和下平板的形心位置。

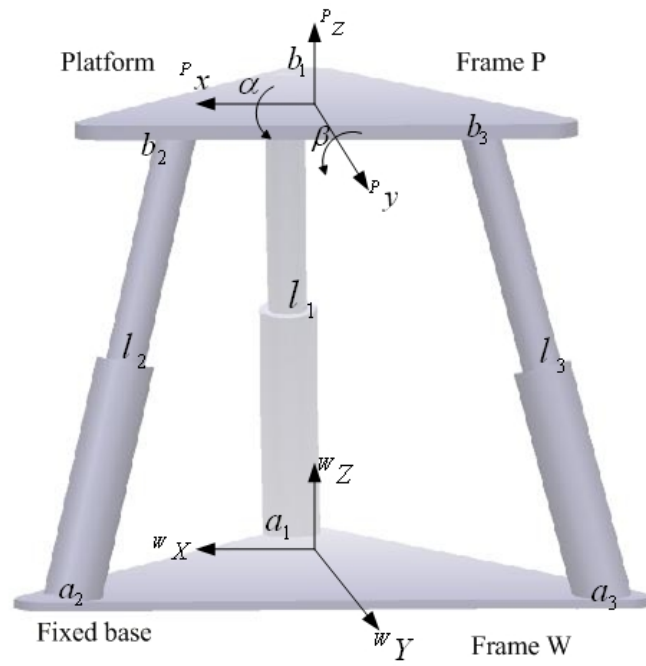


圖 2.2 運動平台機構空間配置示意圖

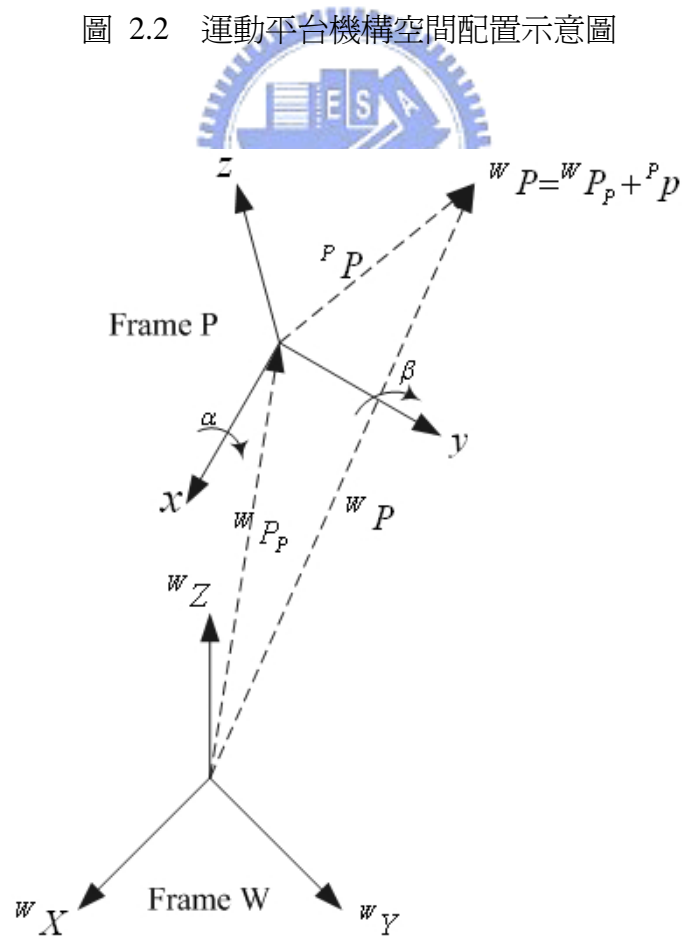


圖 2.3 座標轉換示意圖

如圖 2.3 所示，假設一位於運動平板上之向量 \mathbf{P} 相對於世界座標 \mathbf{W} 的初始位置可表示成：

$${}^w P = (0 \quad 0 \quad z)^T \quad (2.1.3)$$

向量 \mathbf{P} 經過運動平台的位移和旋轉後，對於座標 \mathbf{W} 可表示成：

$${}^w P = (0 \quad 0 \quad z_p)^T + {}^w R_p P \quad (2.1.4)$$

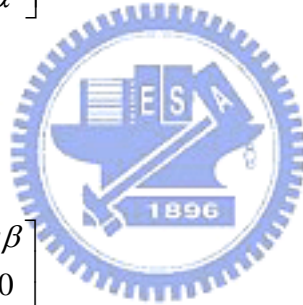
旋轉矩陣 ${}^w R_p$ 代表對動座標 \mathbf{P} 之 x, y 軸做旋轉：

對 x 軸旋轉 α 得：

$$R(x, \alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha & -s\alpha \\ 0 & s\alpha & c\alpha \end{bmatrix} \quad (2.1.5)$$

對 y 軸旋轉 β 得：

$$R(y, \beta) = \begin{bmatrix} c\beta & 0 & s\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta & 0 & c\beta \end{bmatrix} \quad (2.1.6)$$



既然動座標 \mathbf{P} 對 z 軸不做旋轉，所以轉換矩陣為單位矩陣：

$$R(z, \gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1.7)$$

將(2.1.5)(2.1.6)(2.1.7)式相乘可得旋轉矩陣 ${}^w R_p$ ：

$${}^w R_p = R(z, \gamma)R(y, \beta)R(x, \alpha) = \begin{bmatrix} c\beta & s\beta s\alpha & s\beta c\alpha \\ 0 & c\alpha & -s\alpha \\ -s\beta & c\beta s\alpha & c\beta c\alpha \end{bmatrix} \quad (2.1.8)$$

， c 和 s 代表 *cosine* 和 *sine* 函數。

2.2 運動學分析

在本節中將探討運動平板之位置、速度、加速度與各驅動軸的位置、速度、加速度的關係。

2.2.1 逆向運動學 (Inverse Kinematics)

逆向運動學的問題定義為：已知運動平板形心的位置、速度以及加速度進而求解各軸位置、速度與加速度。

逆向運動學：位置分析

如圖 2.2 所示， b_i $i=1,2,3$ 為運動平台之球接頭位置向量。向量 b_i 相對於世界座標 \mathbf{W} 可表示成[26]：

$${}^w b_i = {}^w x_p + {}^w R_p {}^P b_i, \quad {}^w x_p = [0, 0, z]^T \quad (2.2.1)$$

${}^P b_i$ 代表向量 b_i 相對於動座標 \mathbf{P} 。決定 ${}^w b_i$ 後，驅動軸之向量 L_i 可表示成：

$${}^w L_i = {}^w b_i - {}^w a_i \quad (2.2.2)$$

驅動軸長度 l_i 為向量 L_i 的距離可表示成：

$$l_i = \sqrt{L_i \cdot L_i} \quad (2.2.3)$$

驅動軸的單位向量如下：

$${}^w n_i = \frac{{}^w L_i}{l_i} \quad (2.2.4)$$

逆向運動學：速度分析

由方程式(2.2.1)的時間微分可得球接頭 b_i 的速度向量[26]：

$${}^w v_{b_i} = {}^w \dot{x}_p + \omega_p \times {}^w R_p {}^P b_i ,$$

$$\text{其中 } {}^w \dot{x}_p = [0, 0, \dot{z}]^T \text{ and } \omega_p = [\dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad 0]^T \quad (2.2.5)$$

驅動軸的速度會等於球接頭 b_i 的速度向量對驅動軸單位向量 n_i 的投影：

$$\dot{l}_i = {}^w v_{b_i} \cdot {}^w n_i = {}^w \dot{x}_p \cdot {}^w n_i + \omega_p \cdot ({}^w R_p {}^P b_i \times {}^w n_i) \quad (2.2.6)$$

從 (2.2.6)式可得到 platform Jacobian matrix[26]：

$$\dot{l} = J_p \dot{q} , \quad \dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} \quad (2.2.7)$$

其中

$$J_p = \begin{bmatrix} n_{1,z}^T & ({}^w R_p {}^P b_1 \times {}^w n_1)_{x,y}^T \\ \vdots & \vdots \\ n_{3,z}^T & ({}^w R_p {}^P b_3 \times {}^w n_3)_{x,y}^T \end{bmatrix} \quad (2.2.8)$$

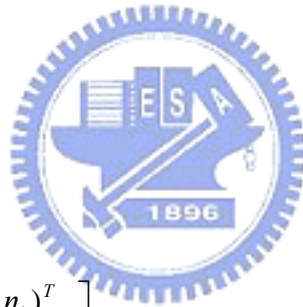
當 $\det(J)=0$ 可能會在工作空間中產生奇異點。所以爲了避免奇異點的發生，事先的軌跡規劃是必要的。

逆向運動學：加速度分析

由 (2.2.5)式的時間微分可得球接頭 b_i 之加速度向量[26]：

$${}^w \dot{v}_{b_i} = {}^w \ddot{x}_p + \alpha_p \times {}^w R_p {}^P b_i + \omega_p \times (\omega_p \times {}^w R_p {}^P b_i) ,$$

$$\text{其中 } {}^w \ddot{x}_p = [0, 0, \ddot{z}]^T \quad (2.2.9)$$



對(2.2.6)式作時間微分可得驅動軸之加速度：

$$\ddot{l}_i = {}^w \dot{v}_{bi} \cdot {}^w n_i - l_i (\omega_i \times (\omega_i \times {}^w \dot{n}_i)) \cdot {}^w n_i \quad (2.2.10)$$

其中 ω_i, α_i 分別為驅動軸之角速度和角加速度：

$$\omega_i = ({}^w n_i \times {}^w v_{bi}) / l_i \quad (2.2.11)$$

$$\alpha_i = ({}^w n_i \times {}^w \dot{v}_{bi} - 2\dot{l}_i \omega_i) / l_i \quad (2.2.12)$$

最後，將逆向運動學計算步驟及方程式整理如下：

1. 代入(2.2.3)式求得驅動軸長度 l_i
2. 代入(2.2.6)式求得驅動軸速度 \dot{l}_i
3. 代入(2.2.11)式求得驅動軸角速度 ω_i
4. 代入(2.2.10)式求得驅動軸加速度 \ddot{l}_i
5. 代入(2.2.12)式求得驅動軸角加速度 α_i



2.2.2 前向運動學 (Forward Kinematics)

前向運動學的問題定義為：已知各軸位置、速度、加速度進而求解運動平板形心的位置、速度以及加速度。

前向位置運動學分析：

在前一節之逆向位置運動學分析中得到：

$$l = \text{inverse kinematic}(q) \quad (2.2.13)$$

在前向運動學分析時已知各軸伸長量 l ，目的為求解對應之平台姿態，因此定義函數[26]：

$$F = \text{inverse kinematics}(q) - l = 0 \quad (2.2.14)$$

則前向解問題即可視為一非線性系統方程式的求根問題，通常使用之求解方法為 Newton_Raphson method[26]。因為非線性方程式之根不唯一，所以雖然使用最佳化方法求得一解，但仍然無法確定此解即為目前之平台姿態。另外，Newton_Raphson method 在 *Jacobian* 矩陣出現奇異點時將會失效。但若是機構設計得當，在其工作空間中不會有運動學上奇異點發生的話，Newton_Raphson method 仍是可行方案。

Step.1 將量得的驅動軸長 l_i 與給定的初始姿態 q_0 帶入(2.2.14)式。

Step.2 由 $J^{-1}\Delta F$ 的關係可得到誤差值 Δq 。

Step.3 藉由 $q^{k+1} = q^k + \Delta q$ 計算出新的姿態，並將所得的 q^{k+1} 代入前式去算新的誤差值 Δq^{k+1} 。

Step.4 重複上述步驟直到誤差值 $\Delta q \leq$ 容許誤差，則 $q^{k+1} = q^k + \Delta q$ 即為所求之可動板姿態。

在步驟 1 的初始姿態 q_0 必須猜測得到，通常是以前次計算得到的上平台姿態作為猜測值。也因此在此過程中所算得的誤差值是以其為基準，可以避免所計算的姿態 q^{k+1} 超出應有的工作空間，並大幅降低計算的時間。

前向速度運動學：

在 2.2.1 節中得到式 (2.2.7) 之逆向速度運動學方程式，將之左右各乘以 J^{-1} 即可得[26]：

$$\dot{q} = J^{-1} \cdot \dot{L} \quad (2.2.15)$$

此即是速度之前向解。同理，當 $\det(J^{-1})=0$ 時將遇到前向運動學奇異點。

Newton_Raphson method [26]流程圖如下所示：

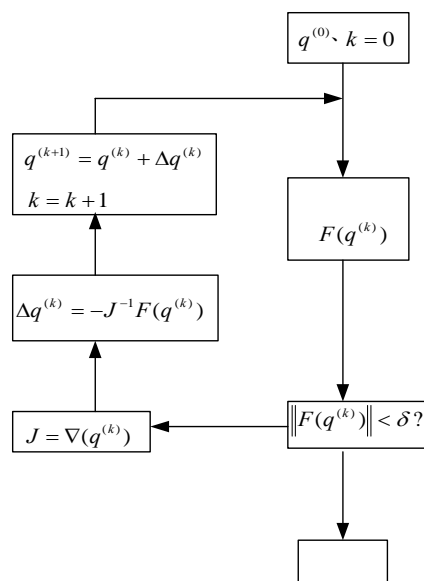


圖 2.4 Newton_Raphson method[26]

2.3 動力學分析

在分析並聯式機構的動態模型時，因為存在多連桿封閉迴路，所以動態方程式一般而言非常複雜。文獻中最常使用的幾種分析方法有：Newton-Euler 方法、Lagrangian 方法以及虛功原理[24](Principle of Virtual Work)。本論文所使用的方法是虛功原理，虛功原理的好處在於拘束力(Constrain force)一開始就可以被消去，不需要像 Newton-Euler 法一樣去計算在每個接頭上的作用力，因此相關各拘束力的方程式也不會出現，進而大幅降低其計算次數，所以利用虛功原理來推導並聯式機構的動態模型是最有效率的方法。

2.3.1 逆向動力學分析 (Inverse Dynamics)

在此節中所謂逆向動力學問題的定義為：給定可動板的姿態 q 、速度 \dot{q} 、加速度 \ddot{q} ，求出各驅動軸所需的出力 $[\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T$ 。

2.3.1.1 Manipulator Jacobin 矩陣與 Link Jacobin 矩陣

爲了讓計算簡化，首先在接頭 a_i 上定義一動座標系 (x_i, y_i, z_i) ，其與底板座標 (x, y, z) 的關係如圖 2.5 所示[24]：

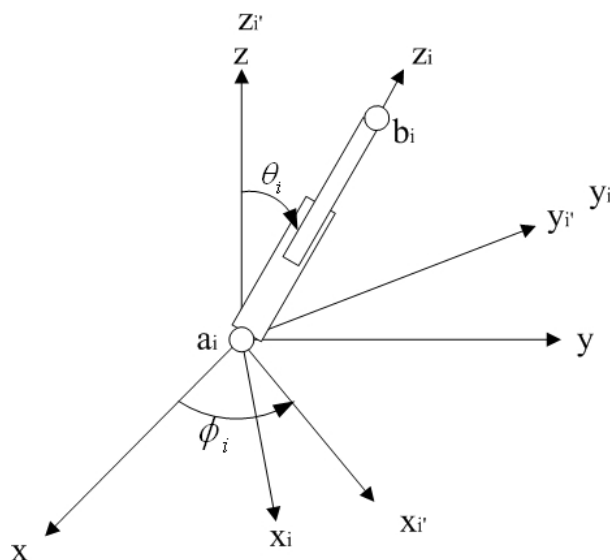


圖 2.5 驅動軸之尤拉角示意圖

假設每根驅動軸和固定底板以萬向接頭相聯結，所以驅動軸相對於固定底板所做的旋轉可以用二個 Euler angles (ϕ_i, θ_i) 來描述。由底板座標對 z 軸旋轉 ϕ_i 得到座標 (x'_i, y'_i, z'_i) ，再對 y'_i 軸旋轉 θ_i 得到驅動軸的動座標系 (x_i, y_i, z_i) 。動座標系 (x_i, y_i, z_i) 與底板座標系 W 之間的座標轉換可由一轉動矩陣達成：

$${}^w R_i = \begin{bmatrix} c\phi_i c\theta_i & -s\phi_i & c\phi_i s\theta_i \\ s\phi_i c\theta_i & c\phi_i & s\phi_i s\theta_i \\ -s\theta_i & 0 & c\theta_i \end{bmatrix} \quad (2.3.1)$$

其中 ϕ_i, θ_i 可由驅動桿的單位向量 ${}^w n_i$ 得到：

$${}^w n_i = \begin{bmatrix} c\phi_i s\theta_i \\ s\phi_i s\theta_i \\ c\theta_i \end{bmatrix} \quad (2.3.2)$$

結合式(2.2.4)和(2.3.2)得：

$$\begin{aligned}
 c\theta_i &= {}^w n_{iz} \\
 s\theta_i &= \sqrt{{}^w n_{ix}^2 + {}^w n_{iy}^2}, (0 \leq \theta \leq \pi) \\
 s\phi_i &= {}^w n_{iy} / s\theta_i \\
 c\phi_i &= {}^w n_{ix} / s\theta_i
 \end{aligned} \tag{2.3.3}$$

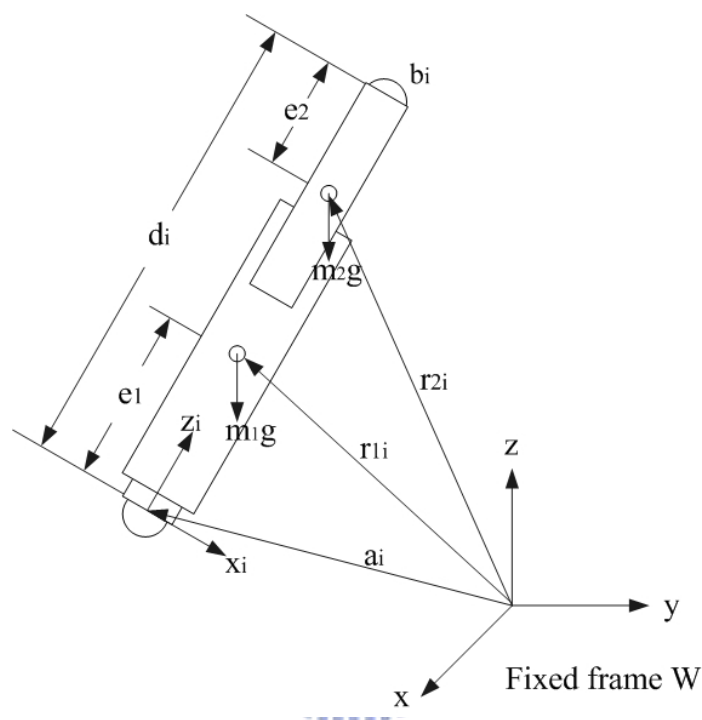


圖 2.6 典型驅動軸之自由體圖

如圖 2.6 所示[24]，每根驅動軸包含一圓筒 (cylinder，桿件 1)和一活塞(piston，桿件 2)， e_1, e_2 分別代表圓筒質心相對接頭 a_i 和活塞質心相對球接頭 b_i 的距離，因此圓筒和活塞的質心座標可表示成：

$$r_{1i} = a_i + e_1 {}^w n_i \tag{2.3.4}$$

$$r_{2i} = a_i + (l_i - e_2) {}^w n_i \tag{2.3.5}$$

將式(2.2.5)乘以轉動矩陣 ${}^w R_i^T$ ，可得相對驅動軸動座標之球接頭速度：

$${}^i v_{bi} = {}^i R_w {}^w v_{bi} \tag{2.3.6}$$

同理將式(2.2.9)乘以轉動矩陣 ${}^w R_i^T$ ，可得相對驅動軸動座標之球接頭加速度：

$${}^i \dot{v}_{bi} = {}^i R_w {}^w \dot{v}_{bi} \quad (2.3.7)$$

同理將式(2.2.4)乘以轉動矩陣 ${}^w R_i^T$ ，可得相對驅動軸動座標之球接頭單位向量：

$${}^i n_i = {}^i R_w {}^w n_i \quad (2.3.8)$$

將式(2.3.6) (2.3.7) (2.3.8)代入式(2.2.11)(2.2.12)得：

$${}^i \omega_i = \frac{1}{l_i} ({}^i n_i \times {}^i v_{bi}) \quad (2.3.9)$$

$${}^i \alpha_i = \frac{1}{l_i} {}^i n_i \times {}^i \dot{v}_{bi} - \frac{2\dot{l}_i}{l_i} {}^i \omega_i \quad (2.3.10)$$

圓筒和活塞的質心速度可由(2.3.4)(2.3.5)對時間微分求得：

$${}^i v_{1i} = e_1 {}^i \omega_i \times {}^i n_i \quad (2.3.11)$$

$${}^i v_{2i} = (l_i - e_2) {}^i \omega_i \times {}^i n_i + \dot{l}_i {}^i n_i \quad (2.3.12)$$

同理，圓筒和活塞的質心加速度可由(2.3.11)(2.3.12)對時間微分求得：

$${}^i \dot{v}_{1i} = e_1 {}^i \omega_i \times {}^i n_i + e_1 {}^i \omega_i \times ({}^i \omega_i \times {}^i n_i) \quad (2.3.13)$$

$${}^i \dot{v}_{2i} = \ddot{l}_i {}^i n_i + (l_i - e_2) {}^i \dot{\omega}_i \times {}^i n_i + (l_i - e_2) {}^i \omega_i \times ({}^i \omega_i \times {}^i n_i) + 2\dot{l}_i {}^i \omega_i \times {}^i n_i \quad (2.3.14)$$

從式(2.2.5)得：

$${}^w v_{bi} = J_{bi} \dot{q} \quad (2.3.15)$$

，其中 \dot{q} 代表運動平台之速度和角速度， J_{bi} 定義為 3×3 矩陣：

$$J_{bi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & b_{i,z} \\ 0 & -b_{i,z} & 0 \\ 1 & b_{i,y} & -b_{i,x} \end{bmatrix} \quad (2.3.16)$$

將式(2.3.15)代入式(2.3.6)得：

$${}^i v_{bi} = {}^i J_{bi} \dot{q} \quad (2.3.17)$$

其中：

$${}^i J_{bi} = {}^i R_w J_{bi} \equiv \begin{bmatrix} {}^i J_{bi,x} \\ {}^i J_{bi,y} \\ {}^i J_{bi,z} \end{bmatrix} \quad (2.3.18)$$

式(2.2.7)可改寫成：

$$\dot{l}_i = {}^i J_{bi,z} \dot{q} \quad (2.3.19)$$

將式(2.3.19)以每根驅動軸重寫三次，得到三個方程式所組成的矩陣：

$$\dot{l} = J_p \dot{q} \quad (2.3.20)$$

其中

$$J_p = \begin{bmatrix} {}^1 J_{b1,z} \\ {}^2 J_{b2,z} \\ {}^3 J_{b3,z} \end{bmatrix} \quad (2.3.21)$$

J_p 即為 manipulator Jacobian 矩陣[24]。

同理，式(2.3.9)(2.3.11)(2.3.12)可改寫成：

$${}^i \omega_i = \frac{1}{l_i} \begin{bmatrix} -{}^i J_{bi,y} \\ {}^i J_{bi,x} \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q} \quad (2.3.22)$$

$${}^i v_{1i} = \frac{e_1}{l_i} \begin{bmatrix} {}^i J_{bi,x} \\ {}^i J_{bi,y} \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q} \quad (2.3.23)$$

$${}^i v_{2i} = \frac{1}{l_i} \begin{bmatrix} (l_i - e_2) {}^i J_{bi,x} \\ (l_i - e_2) {}^i J_{bi,y} \\ l_i {}^i J_{bi,z} \end{bmatrix} \dot{q} \quad (2.3.24)$$

結合式(2.3.22) (2.3.23)(2.3.24)得到：

$${}^i \dot{x}_{1i} = {}^i J_{1i} \dot{q} \quad (2.3.25)$$

$${}^i \dot{x}_{2i} = {}^i J_{2i} \dot{q} \quad (2.3.26)$$

其中

$${}^i J_{1i} = \frac{1}{l_i} \begin{bmatrix} 0_{1 \times 3} \\ -{}^i J_{bi,y} \\ {}^i J_{bi,x} \end{bmatrix} \quad (2.3.27)$$



$${}^i J_{2i} = \frac{1}{l_i} \begin{bmatrix} l_i {}^i J_{bi,z} \\ -{}^i J_{bi,y} \\ {}^i J_{bi,x} \end{bmatrix} \quad (2.3.28)$$

式(2.3.27)(2.3.28)即為 link Jacobian 矩陣[24]。

2.3.1.2 虛功原理

在使用虛功原理前，必須先將作用在上平板質心位置的外力與外力矩表示為 [24]：

$$F_P = \begin{bmatrix} \hat{f}_P \\ \hat{n}_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{ext} + m_P \mathbf{g} - m_P \dot{v}_P \\ n_{ext} - I_P \alpha_P - \omega_P \times (I_P \omega_P) \end{bmatrix} \quad (2.3.29)$$

其中 f_{ext} 、 n_{ext} 為作用在質心的外力與外力矩，並且外力只求其在 Z 向分量，外力矩只求其在 X、Y 向分量，因為只有在其自由度方向才有虛位移。同樣的，作用在驅動軸上下桿件質心位置的力與力矩可表示為：

$${}^i F_{1i} = \begin{bmatrix} \hat{f}_{1i} \\ \hat{n}_{1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{1i} {}^i R_w \mathbf{g} - m_{1i} {}^i \dot{v}_{1i} \\ -{}^i I_{1i} {}^i \dot{\omega}_i - {}^i \omega_i \times ({}^i I_{1i} {}^i \omega_i) \end{bmatrix} \quad (2.3.30)$$

$${}^i F_{2i} = \begin{bmatrix} \hat{f}_{2i} \\ \hat{n}_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{2i} {}^i R_w \mathbf{g} - m_{2i} {}^i \dot{v}_{2i} \\ -{}^i I_{2i} {}^i \dot{\omega}_i - {}^i \omega_i \times ({}^i I_{2i} {}^i \omega_i) \end{bmatrix} \quad (2.3.31)$$

同理，外力與外力矩只求其在自由度方向分量。根據虛功原理，運動平台的虛功方程式可寫成：

$$\delta l^T \tau + \delta q^T F_P + \sum_{i=1}^3 (\delta x_{1i}^T {}^i F_{1i} + \delta x_{2i}^T {}^i F_{2i}) = 0 \quad (2.3.32)$$

其中 τ 為驅動件要求輸出的力。根據前面的推導結果：

$$\delta l = J_p \delta q \quad (2.3.33)$$

$$\delta x_{1i} = {}^i J_{1i} \delta q \quad (2.3.34)$$

$$\delta x_{2i} = {}^i J_{2i} \delta q \quad (2.3.35)$$

將式(2.3.33) (2.3.34) (2.3.35)帶入(2.3.32)式可得：

$$\delta q^T \left[J_P^T \tau + F_P + \sum_{i=1}^3 ({}^i J_{1i}^T F_{1i} + {}^i J_{2i}^T F_{2i}) \right] = 0 \quad (2.3.36)$$

因爲虛位移不爲零，所以式(2.3.36)可以改寫成：

$$J_P^T \tau + F_P + \sum_{i=1}^3 ({}^i J_{1i}^T F_{1i} + {}^i J_{2i}^T F_{2i}) = 0 \quad (2.3.37)$$

經過整理後可得：

$$\tau = -F_z - J_P^{-T} (F_P + J_x^T F_x + J_y^T F_y) \quad (2.3.38)$$

其中

$$F_z = \begin{bmatrix} \hat{f}_{21,z} \\ \hat{f}_{22,z} \\ \hat{f}_{23,z} \end{bmatrix} \quad (2.3.39)$$

$$F_x = \begin{bmatrix} (e_1 \hat{f}_{11,x} + (l_1 - e_2) \hat{f}_{21,x} + \hat{n}_{11,y} + \hat{n}_{21,y}) / l_1 \\ (e_1 \hat{f}_{12,x} + (l_2 - e_2) \hat{f}_{22,x} + \hat{n}_{12,y} + \hat{n}_{22,y}) / l_2 \\ (e_1 \hat{f}_{13,x} + (l_3 - e_2) \hat{f}_{23,x} + \hat{n}_{13,y} + \hat{n}_{23,y}) / l_3 \end{bmatrix} \quad (2.3.40)$$

$$F_y = \begin{bmatrix} (e_1 \hat{f}_{11,y} + (l_1 - e_2) \hat{f}_{21,y} - \hat{n}_{11,x} - \hat{n}_{21,x}) / l_1 \\ (e_1 \hat{f}_{12,y} + (l_2 - e_2) \hat{f}_{22,y} - \hat{n}_{12,x} - \hat{n}_{22,x}) / l_2 \\ (e_1 \hat{f}_{13,y} + (l_3 - e_2) \hat{f}_{23,y} - \hat{n}_{13,x} - \hat{n}_{23,x}) / l_3 \end{bmatrix} \quad (2.3.41)$$

式(2.3.38)即是此機構的逆向動力學方程式[24]，輸入要求之姿態、速度、加速度，即可計算得各驅動軸所需出力。

2.4 軌跡模擬

此節將利用式(2.1.1)至式(2.3.41)的運動學及動力學方程式，彙整出運動平台軌跡運作時所需之計算力[24]：

$$F = Dynamics(q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad (2.4.1)$$

使用 Matlab 軟體模擬上述之運動平台動態行為，並且假設重力是唯一作用於驅動桿件上的外力，系統所需之各項實驗參數則是經由電子磅秤量得，分別條列如下：

動平板質量及其轉動慣量：

$$M_p = 1.444 \text{ kg} \quad {}^P I_p = \begin{bmatrix} 10430 & 0 & 0 \\ 0 & 10430 & 0 \\ 0 & 0 & 20860 \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$$

驅動軸下桿件(link1)質量、長度及其轉動慣量：

$$M_{1,i} = 0.985 \text{ kg} \ (i=1,2,3), \ e1 = 110 \text{ mm}, \ {}^i I_{1i} = \begin{bmatrix} 4030 & 0 & 0 \\ 0 & 4030 & 0 \\ 0 & 0 & 110.8 \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$$

驅動軸上桿件(link2)質量、長度及其轉動慣量：

$$M_{2,i} = 0.838 \text{ kg} \ (i=1,2,3), \ e2 = 45 \text{ mm}, \ {}^i I_{2i} = \begin{bmatrix} 1515 & 0 & 0 \\ 0 & 1515 & 0 \\ 0 & 0 & 94.3 \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$$

表(2.1)中上平板與下底板圓半徑：

$$R_u = 105 \text{ mm} \quad R_l = 150 \text{ mm}$$

模擬所規劃的軌跡有三組，其中 t 為時間(seconds)：

其中軌跡一的設計，是爲了提供架設循圓量測儀時，所要行走的路徑，因此與其他軌跡不同處在於，軌跡的規劃是在於卡氏座標中，是一條 X-Y 平面上的圓弧曲線，但是運動平台的形心只有工作空間(z, α , β)的位置座標，因此本文在上平

板的形心處架設一刀頭桿件，其長度假設為 t_0 ，實際為 5cm，利用上平板的旋轉角度 (α, β) ，使桿件末端在卡氏座標 X-Y 平面上產生一圓形曲線，以利用循環量測儀檢測運動平台機構的誤差行為。桿件末端在卡氏座標的實際位置為：

$$Ta = [0 \ 0 \ z] + {}^A R_B * [0 \ 0 \ t_0]^T \quad (2.4.2)$$

整理展開可得：

$$Ta = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_0 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ -t_0 \cdot \sin \alpha \\ z + t_0 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta \end{bmatrix} \quad (2.4.3)$$

最後運動平台的工作空間 (z, α, β) 可由式子(2.4.3)轉換得到：

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{Y}{-t_0}\right), \quad \beta = \sin^{-1}\left(\frac{X}{t_0 \cdot \cos(\sin^{-1}(\frac{Y}{-t_0}))}\right),$$

$$z = Z - t_0 \cdot \cos(\sin^{-1}(\frac{Y}{-t_0})) \cdot \cos(\sin^{-1}(\frac{X}{t_0 \cdot \cos(\sin^{-1}(\frac{Y}{-t_0}))})) \quad (2.4.4)$$

而軌跡二和軌跡三的設計，為工作空間中具有曲率變化的空間軌跡，以用來驗證模糊邏輯控制的成效，其中架設於上平板形心處的刀頭桿件空間位置可以由式(2.4.3)得到。

軌跡一：

$$Ta = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \cdot \cos(\frac{2}{7} \cdot \pi \cdot t) \\ 10 \cdot \sin(\frac{2}{7} \cdot \pi \cdot t) \\ 310 \end{bmatrix}, \text{ 時間為 } 0 \sim 7 \text{ 秒}$$

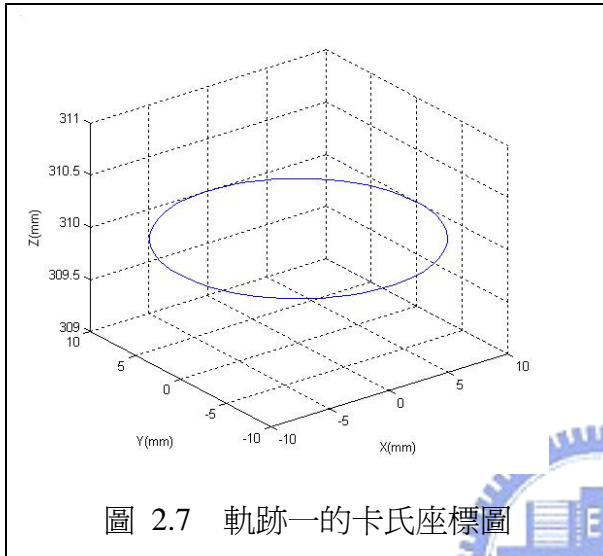


圖 2.7 軌跡一的卡氏座標圖

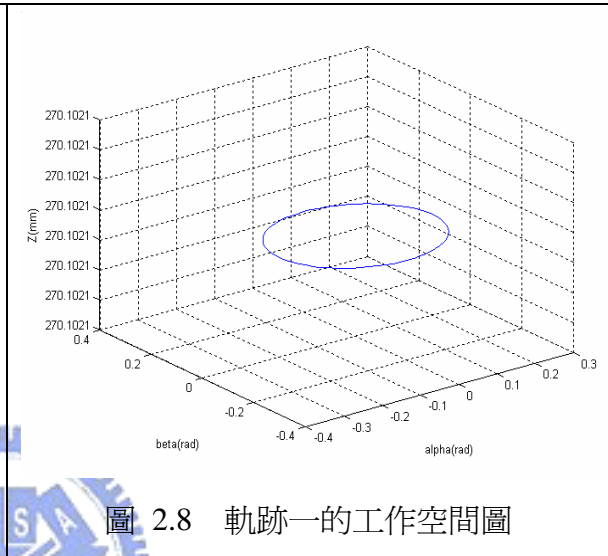


圖 2.8 軌跡一的工作空間圖

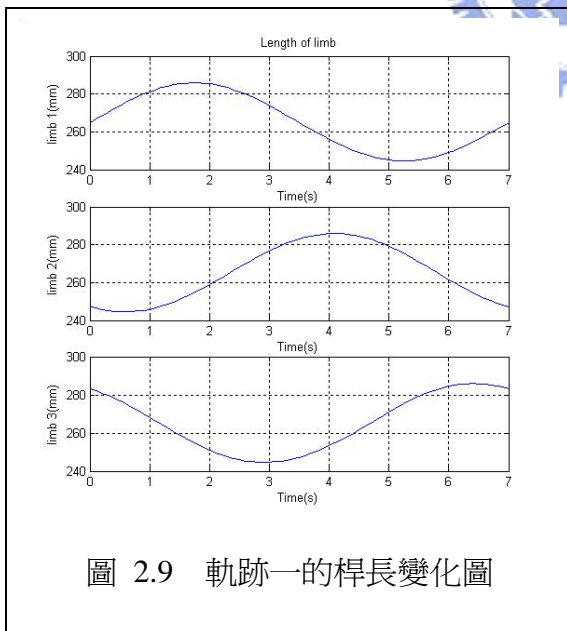


圖 2.9 軌跡一的桿長變化圖

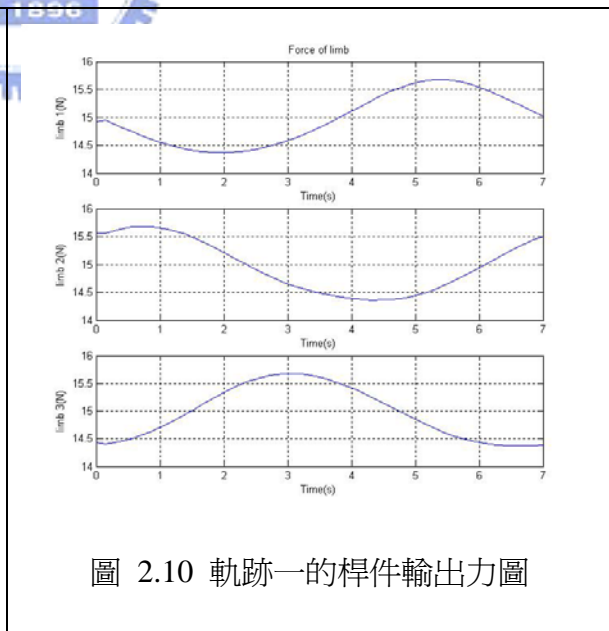


圖 2.10 軌跡一的桿件輸出力圖

軌跡二：

$$p = \begin{bmatrix} 270 \\ -0.2 + \frac{0.4}{7} \cdot t \\ \left(-0.2 + \frac{0.4}{7} \cdot t\right)^2 \end{bmatrix}, \text{ 時間為 } 0 \sim 7 \text{ 秒}$$

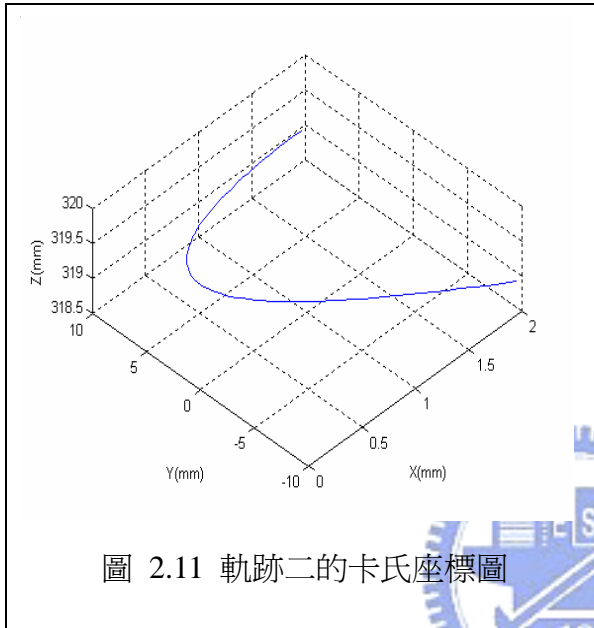


圖 2.11 軌跡二的卡氏座標圖

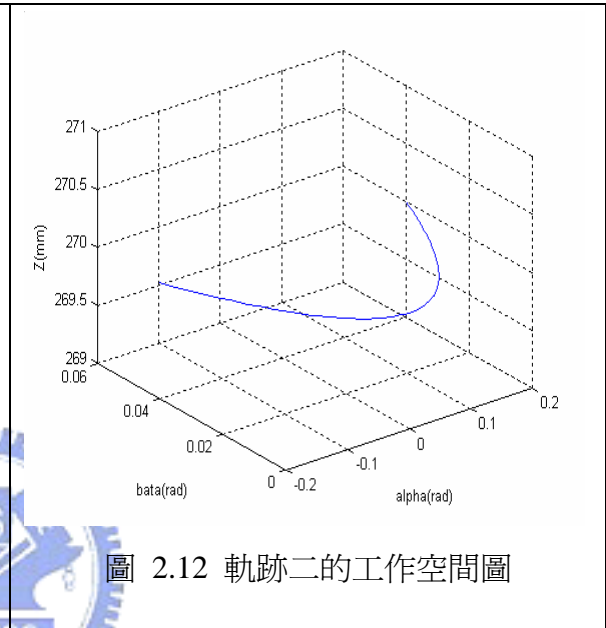


圖 2.12 軌跡二的工作空間圖

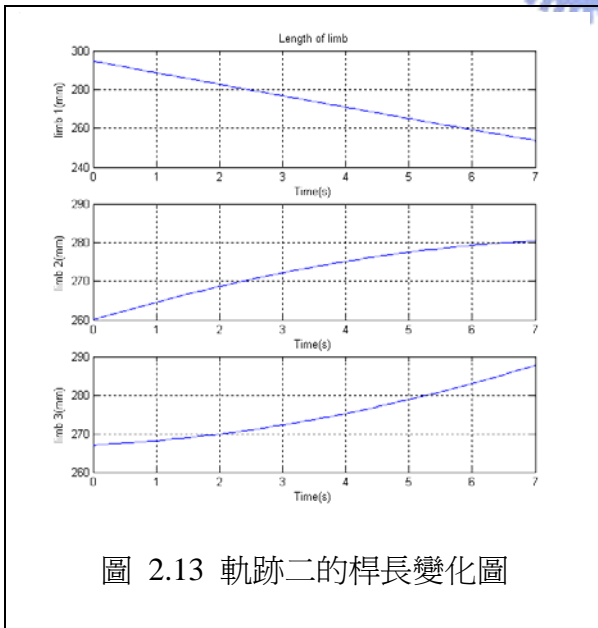


圖 2.13 軌跡二的桿長變化圖

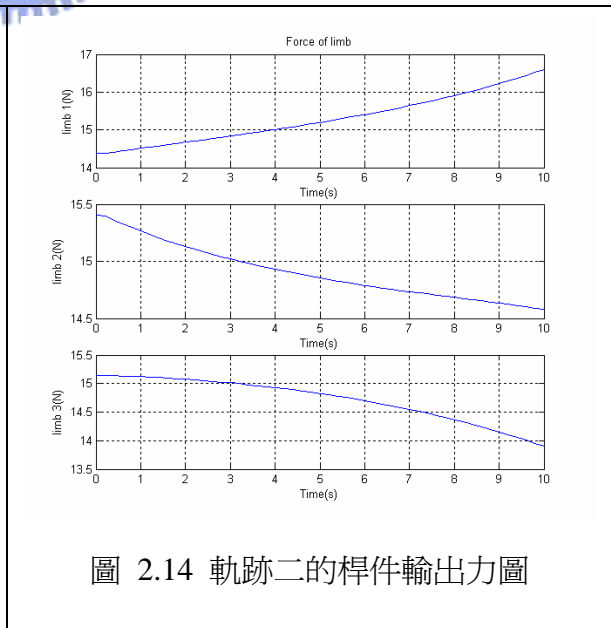


圖 2.14 軌跡二的桿件輸出力圖

軌跡三：

$$p = \begin{bmatrix} 260 + 3 \cdot t \\ \frac{\pi}{180} \cdot t \cdot \cos(t) \\ \frac{\pi}{180} \cdot t \cdot \sin(t) \end{bmatrix}, \text{ 時間爲 } 0 \sim 7 \text{ 秒}$$

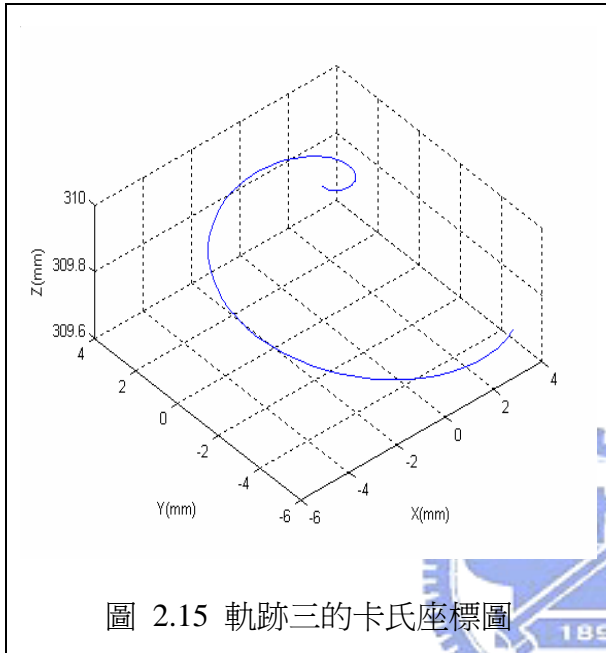


圖 2.15 軌跡三的卡氏座標圖

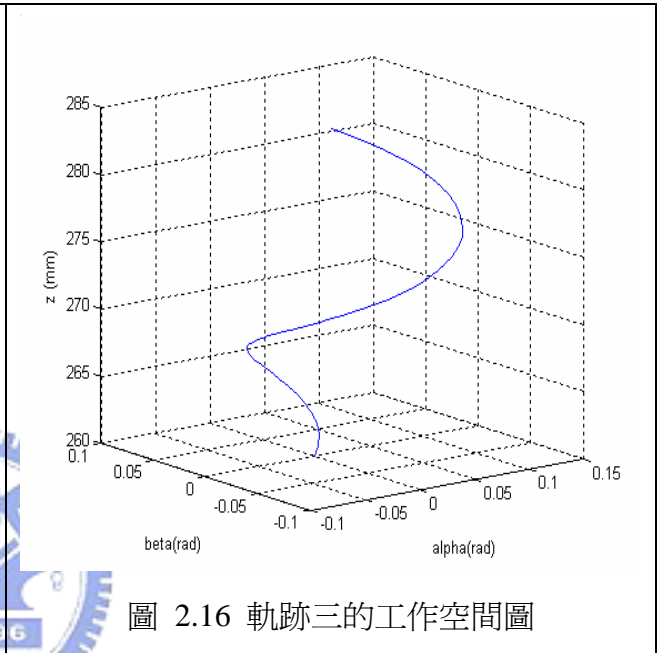


圖 2.16 軌跡三的工作空間圖

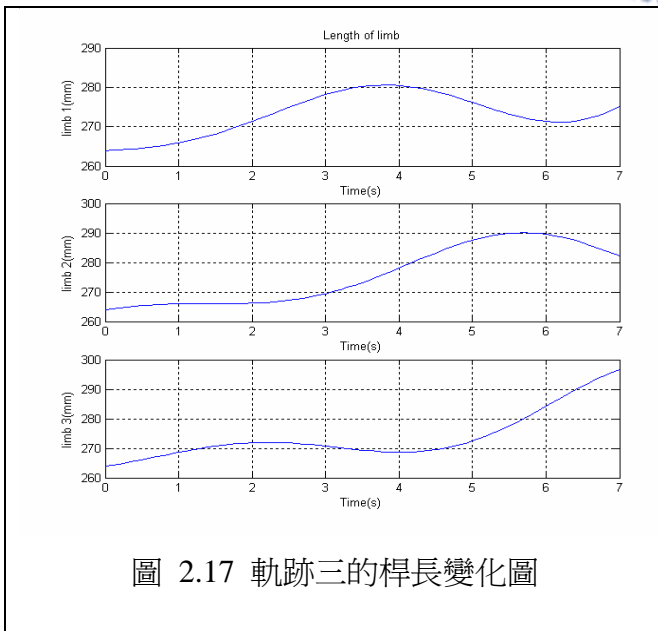


圖 2.17 軌跡三的桿長變化圖

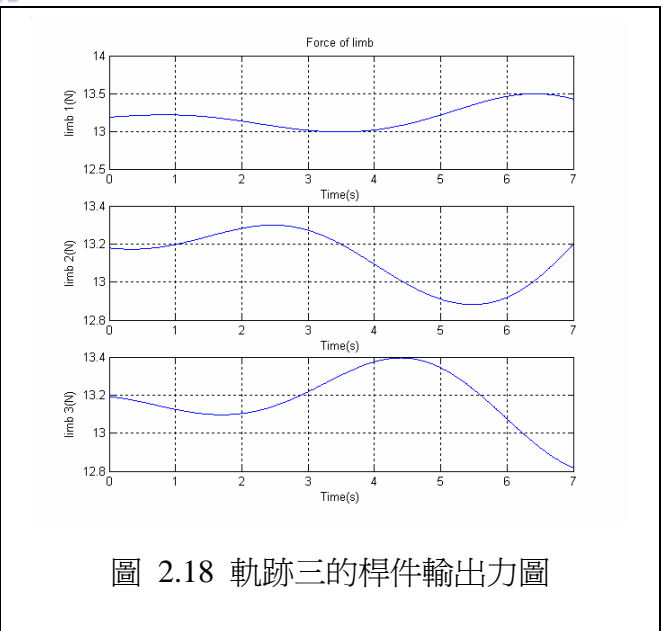


圖 2.18 軌跡三的桿件輸出力圖

如圖 2.9、2.13、2.17 所示，代表規劃軌跡可經由逆向運動學解耦為各軸位置訊號；根據式(2.4.1)則可計算出各驅動軸所需出力變化，如圖 2.10、2.14、2.18 所示。經由各圖的觀察可以發現驅動軸之長度變化與所需出力成反向關係；假設驅動軸只有伸長的情形下時，則驅動軸的出力會漸漸減少，此現象可解釋為當運動平板上升遠離底板時，驅動桿件的方向逐漸垂直，因此減少所需出力。

經由上述軌跡動態模擬的結果將有助於了解系統的動態行為，並且得到正確的軸向出力以便控制驅動軸。



第三章 平行式機構軌跡追蹤策略

在此章節中，將利用第二章所建立的系統動態模型，計算出各驅動軸所需扭力，以建立系統的計算力矩控制架構。在輪廓誤差的修正方面，以計算力矩控制為基礎結合交叉耦合預補償方法，並考慮機台進給速度與軌跡曲率對精度的影響，提出利用模糊邏輯控制建立曲率、輪廓誤差與進給速度三者之間的幾何模型，最後以基因演算法對控制器作最佳化的調整，並以模擬進行各控制法則的比較。

3.1 計算力矩控制

在進行系統的計算力矩控制前，必須先建立驅動器(actuator)的模型，此模型的輸入為電壓訊號，而輸出為驅動桿件所需的出力。整體的運動方式是由馬達的旋轉軸帶動皮帶，然後再經由皮帶帶動滾珠螺桿使得桿件做伸長或縮短的直線動作，進而使上平板形心點達到工作空間的軌跡座標，如圖 3.1 所示，為驅動器的模型，其內容包括馬達模型與滾珠螺桿模型。

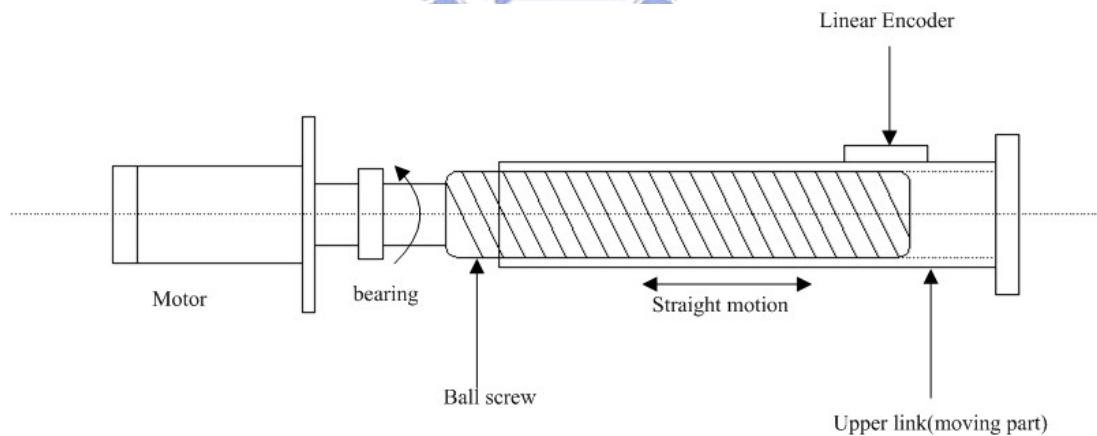


圖 3.1 馬達與滾珠螺桿示意圖[27]

根據[27]的推導可以得到下列主要關係式：

$$T_b = \frac{1}{\eta} K_R P \quad (3.1.1)$$

式(3.1.1)為驅動軸的軸向力 P 與螺桿扭矩 T_b 的關係式，其中滾珠螺桿的導程角與

螺桿效率 $\eta = 0.9$ ， K_R 為馬達旋轉產生直線運動的轉換係數($L/2\pi$ L：螺桿導程)，此處 K_R 為 0.637。

在馬達只有螺桿迴轉的情形下，所需的馬達扭矩 T_a 為：

$$T_a = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} \quad (3.1.2)$$

其中 J 為馬達軸與螺桿之慣性矩(此處 J 為 $0.025 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$)， θ 為馬達軸回轉角，故馬達的輸出扭矩即為：

$$T = T_a + T_b \quad (3.1.3)$$

而輸入電壓與上桿件位移的關係式如下[27]：

$$\frac{X(s)}{Ea(s)} = \frac{Kt}{Ra} \frac{1}{\frac{MJ}{K_n K_R} s^4 + \frac{1}{K_n K_R} \left[\frac{MKtKm}{Ra} + CJ \right] s^3 + \left[\frac{MK_R}{\eta} + \frac{KtKm}{K_n K_R Ra} + \frac{J}{K_R} \right] s^2 + \left[\frac{CK_R}{\eta} + \frac{KtKm}{K_n K_R Ra} \right] s} \quad (3.1.4)$$

式(3.1.4)即為本論文在進行計算力矩控制模擬時所使用的驅動器(actuator)模型，其中

Ra ：電樞電阻， Km ：旋轉反電勢常數， Kt ：扭矩常數， C ：回轉軸衰減係數， K_n ：導螺桿與上桿件之進給剛性， $x(t)$ ：上桿件位移。

計算力矩控制的定義為：給定可動板的姿態 q 、速度 \dot{q} 、加速度 \ddot{q} ，求出各驅動軸所需的出力 $[\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T$ ，經由控制器修正所需的扭力，以達到控制的目的，並利用第二章所推導出來的動態模型，其控制流程[25]如圖 3.2 所示：

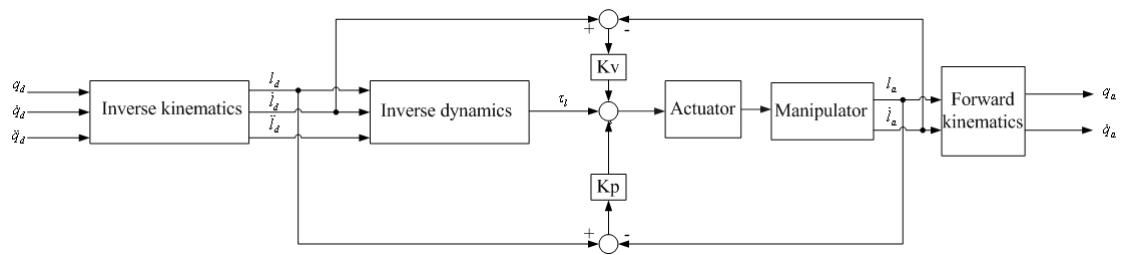


圖 3.2 計算力矩控制示意圖

控制律可表示成：

$$\tau = M(\ddot{q}_d + u) + h(q, \dot{q}) \quad (3.1.5)$$

其中輸入訊號：

$$u(t) = K_v \cdot \dot{e} + K_p \cdot e \quad (3.1.6)$$

在圖 3.2 運動平台機構的動態方程式可寫成：

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q) = \tau \quad (3.1.7)$$

其中 $M(q)$ 為慣性矩陣 (inertia matrix)、 $V(q, \dot{q})$ 為離心力及科氏力項及 $G(q)$ 為重力項。在式(3.1.5)中：

$$h(q, \dot{q}) \equiv V(q, \dot{q}) + G(q) \quad (3.1.8)$$

如此一來可以準確的得到在某個姿態所需要的控制量，使得整個系統的誤差動態可表示成：

$$\ddot{e} + K_v \cdot \dot{e} + K_p \cdot e = 0 \quad (3.1.9)$$

其中

$$e = q_d - q, \quad \dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q} \quad (3.1.10)$$

3.2 交叉耦合預補償控制

交叉耦合預補償控制[5]目的在於增加軌跡行走時的精度，而在本文中用來判斷工作精度優劣的準則為輪廓誤差，其中輪廓誤差的定義是利用空間軌跡的幾何關係所推導出，然後由控制器同時對工作空間座標 (z, α, β) 中的位置及速度訊號作誤差修正，以改善軌跡的輪廓精度。

3.2.1 輪廓誤差模型

輪廓誤差的定義為實際輪廓與期望輪廓的最短距離，在工作空間中的幾何關係示意圖如下：

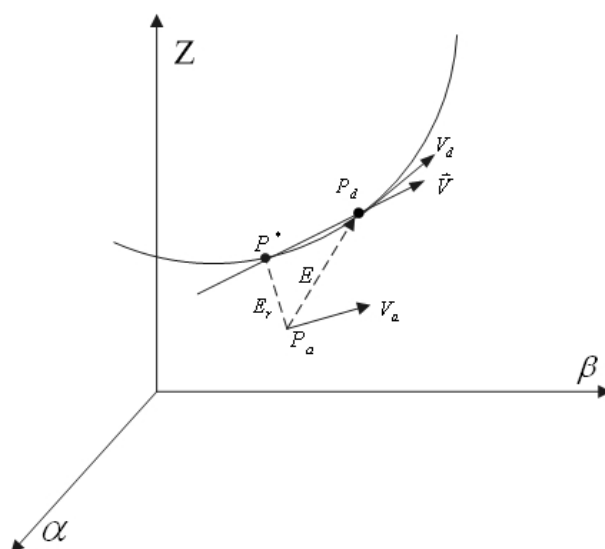


圖 3.3 工作空間輪廓誤差示意圖[5]

圖 3.3 中， P_d 為曲線上的期望位置， P_a 為目前的實際位置， P^* 為曲線中最接近實際位置之點。追蹤誤差(tracking error)定義為 $E = P_d - P_a$ ，而輪廓誤差定義為 $E_r = P^* - P_a$ 。 V_d 、 V_a 則分別為在 P_d 、 P_a 的速度向量，因此平均速度 \bar{V} 可表示為[5]：

$$\bar{V} = \frac{P_d + P_a}{\|V_d + V_a\|} \quad (3.2.1)$$

根據圖 3.3 的幾何關係可以得到[5]：

$$E_r \cong -(E \times \bar{V}) \times \bar{V} \cong E - (E \cdot \bar{V}) \bar{V} \quad (3.2.2)$$

式(3.2.2)即為輪廓誤差的近似計算式。

3.2.2 交叉耦合預補償控制結合計算力矩控制

在控制策略上，雖然計算力矩控制在機台的整體追蹤能力上，擁有良好的成效，但是對於工具機的切削加工精度需求卻無法應付，原因在於計算力矩控制是對各驅動軸作桿長的控制修正，所以對於誤差的修正是在軸空間座標 (L_1, L_2, L_3) 進行，但是對於工具機的加工過程而言，決定精度的優劣卻是在工作空間 (z, α, β) 中，因此本章節以計算力矩控制為基礎結合預補償與交叉耦合兩種方法，目的在於利用工作空間上的輪廓誤差修正，來提升軌跡的輪廓精度。控制流程如圖 3.4 所示：

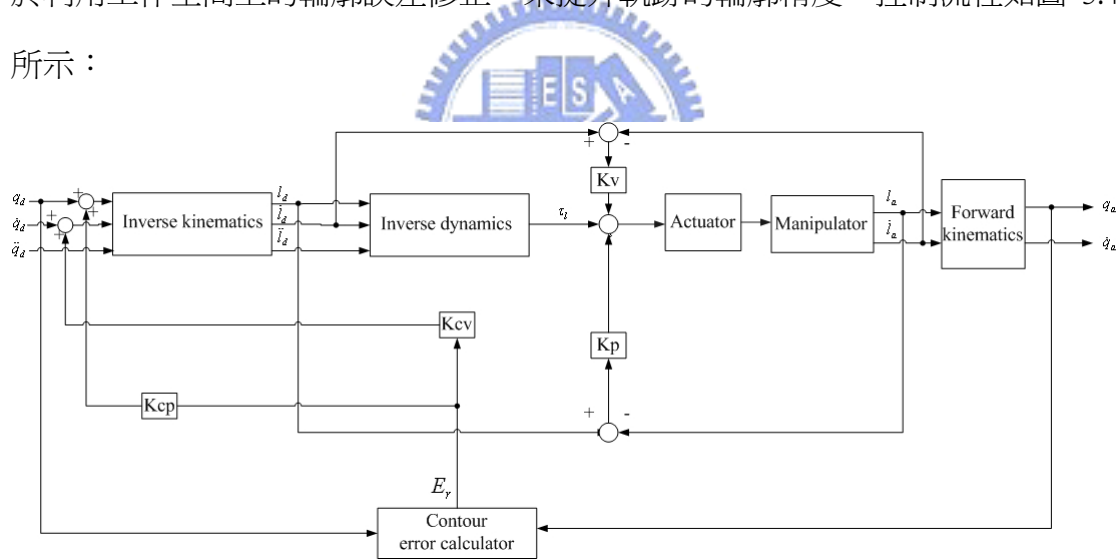


圖 3.4 交叉耦合預補償控制結合計算力矩控制示意圖[34]

在圖 3.4 中， K_{cp} 為交叉耦合控制的增益值， K_{cv} 則為速度預補償控制的增益值。

3.3 模糊邏輯控制與基因演算法

本節將介紹模糊邏輯控制與基因演算法的原理及基本架構，並考量軌跡的進給速度和曲率變化對於精度的影響，提出利用模糊邏輯控制建立曲率、輪廓誤差與進給速度三者之間的幾何模型，最後以基因演算法對控制器作最佳化的調整。

3.3.1 模糊邏輯控制

模糊邏輯控制是以模糊集合論(Fuzzy Set)作為數學基礎，它的誕生是以 Zadeh [10]在 1965 年提出模糊理論為起始，其特色在於適用於如數學模型建立不完全、某些複雜可變的受控系統，並且和傳統控制器不同的地方在於模糊邏輯控制的設計是依賴於操作者的經驗。在一般傳統控制器中，參數或控制輸出的調整是根據動態模型形的狀態分析來進行的，而模糊邏輯控制的參數或控制輸出的調整是從函數的邏輯模型產生的規則(Rules)來進行的，因此一般改善模糊邏輯控制性能的最有效方法就是調整其規則庫(Rule base)或歸屬函數(Membership function)，但是規則庫或歸屬函數的設計通常是將人的操作經驗轉化為模糊語言形式獲得，過程不但耗時，也缺乏有系統地建構控制器，因此本論文將利用基因演算法建立模糊邏輯控制的系統參數。

模糊控制器的基本架構如圖 3.5 所示，主要程序包含模糊化(Fuzzification)、資料庫(Data Base)、規則庫(Rule Base)、推論機構(Inference Engine)及解模糊化(Defuzzification)五個部份[28][29]，以下就這五部分加以簡單說明。

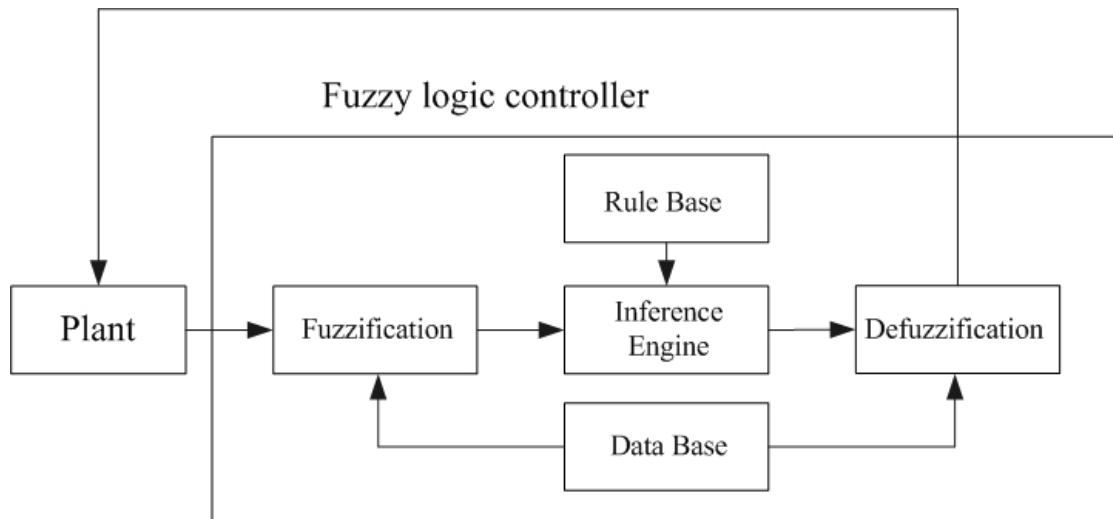


圖 3.5 模糊邏輯控制系統基本架構

(一) 模糊化(Fuzzification)

模糊化的功能是将外界輸入之確定值(Crisp value)資料轉換成適當語意之模糊資料(也可稱為是模糊集合中之歸屬函數值)，其主要功能有：

- (1) 接收受控系統輸出之量測值。
- (2) 進行尺度映射(Mapping)，代表將輸入變數值轉換成至相對應之論域(universe of discourse)。
- (3) 將輸入資料轉換成適合語意值。

(二) 資料庫(Data Base)

資料庫的功能在於提供模糊化與解模糊化時所需之歸屬函數，一般常用歸屬函數類型如圖 3.6 所示：

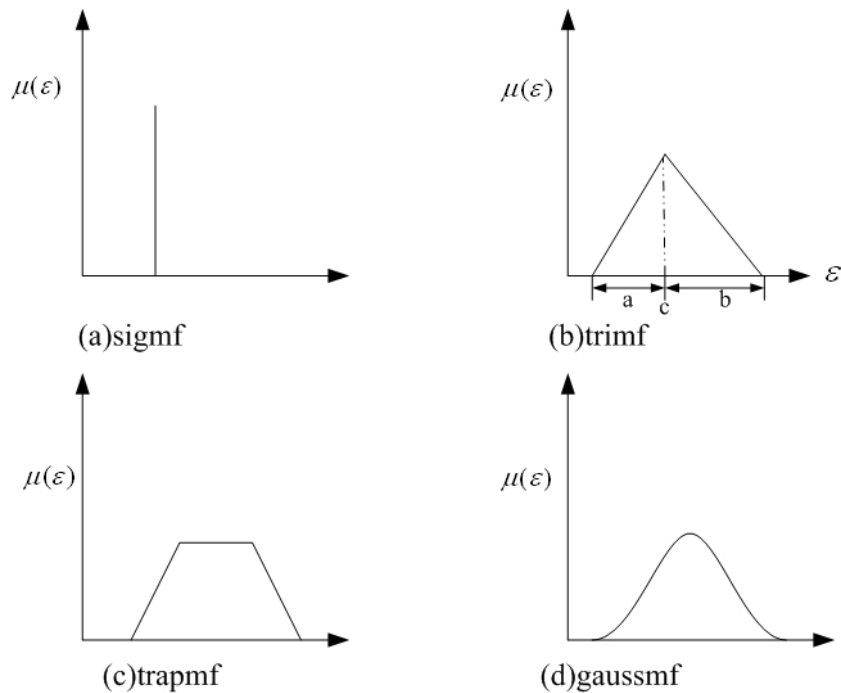


圖 3.6 常用之模糊歸屬函數圖形

如圖 3.6 所示，以本文所使用的三角形歸屬函數(trimf)做說明，其方程式可表示成：

$$\mu(\varepsilon) = \begin{cases} 1 + (\varepsilon - c) / a & \varepsilon \in [c - a, c] \\ 1 - (\varepsilon - c) / b & \varepsilon \in [c, c + b] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.3.1)$$

(三) 規則庫(Rule Base)

規則庫代表整個系統的思考法則，其中所儲存的規則，是以 *if - then* 的形式表示代表包含人類判斷之模糊控制演算法則。一般規則庫的產生方法有：

- (1) 以專家經驗或知識為基礎產生。
- (2) 由觀察操作員的控制行為得到。
- (3) 根據受控體對控制輸入與系統輸出的關係歸納受控行為，並以試誤法設計。
- (4) 將控制系統以學習演算法修正，是目前最有效率及系統式的方法。

(四) 推論機構(Inference Engine)

當控制器的輸入已模糊化後，接著依其所觸發之控制規則，進行適合度的運算。

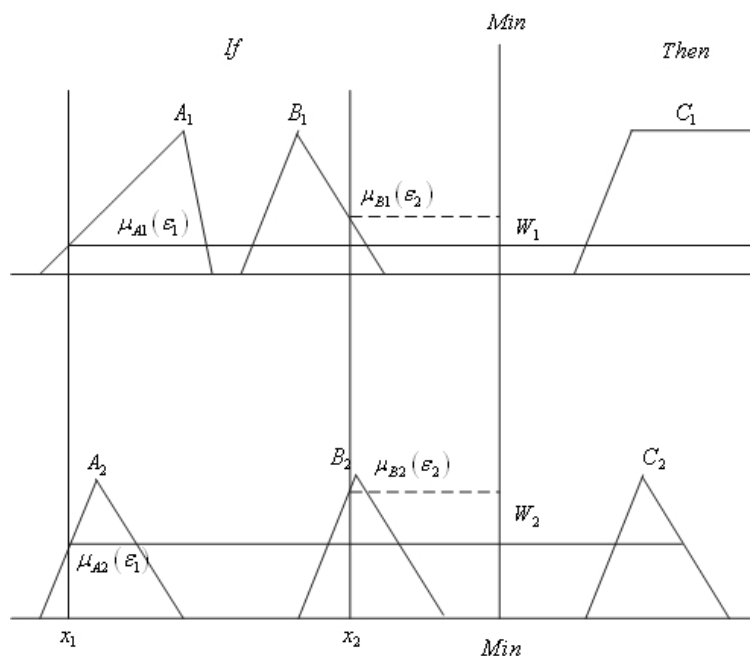


圖 3.7 模糊推論法示意圖

圖 3.7 中，假設控制輸入值為 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ，其所觸發之規則有兩條：

Rule 1 : If ε_1 is A_1 AND ε_2 is B_1 Then U is C_1

Rule 2 : If ε_1 is A_2 AND ε_2 is B_2 Then U is C_2

其中適合度(True value) W_1, W_2 可表示成：

$$\begin{aligned} W_1 &= \min(\mu_{A_1}(\varepsilon_1), \mu_{B_1}(\varepsilon_2)) \\ W_2 &= \min(\mu_{A_2}(\varepsilon_1), \mu_{B_2}(\varepsilon_2)) \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

(五) 解模糊化(Defuzzification)

如果輸出語意變數是用模糊集合定義的，則為曼尼型推論(Mamdani)，此推論在解模糊化的過程中必須要解面積的重心，但是如果圖形太複雜，計算時間就會增加，由於實驗中控制器必須對下一點的軌跡做誤差補償，如果運算時間太長，就會無法達到即時控制的效果，因此本文採用另一種蘇敢諾型推論(Sugeno style)[33]，其推論的輸出是以公式所組成：

$$Z = P \cdot \varepsilon_1 + Q \cdot \varepsilon_2 + R \quad (3.3.3)$$

其 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 為控制輸入值， P, Q, R 為預先設計好的常數值，故解模糊化的輸出 Z 只需套用式(3.3.3)計算得到，不需花費太多計算時間。此處 $P, Q=0$ ，只剩 R 值，在歸屬函數圖形代表為單竿(Singleton or spike)，最後的輸出值可由結合式(3.3.2)及(3.3.3)得到：

$$\text{Final output} = \frac{\sum_{i=1}^N W_i Z_i}{\sum_{i=1}^N W_i} \quad (3.3.4)$$

3.3.2 基因演算法

基因演算法的基本理論是由 Holland[30]首先提出，是基於演化過程的一種最佳化搜尋機構。

傳統基因演算法的流程如圖 3.8 所示，其步驟：首先針對問題的要求，將所要搜尋的參數編碼成字串(物種)，以方便接下來做複製、交配與突變的運算工作，如此隨機產生重複 N 個初始物種，接著根據問題求解的條件給予適當的適應函數，將適應值高的物種複製至交配池(mating pool)，適應值低的則淘汰，經由交配過程所產生新的物種，透過突變過程來避免落入局部最佳解，和此重複下去即可得到適應值最高的物種及最佳解。接下來將對基因演算法之流程步驟 [31][32]做說明：

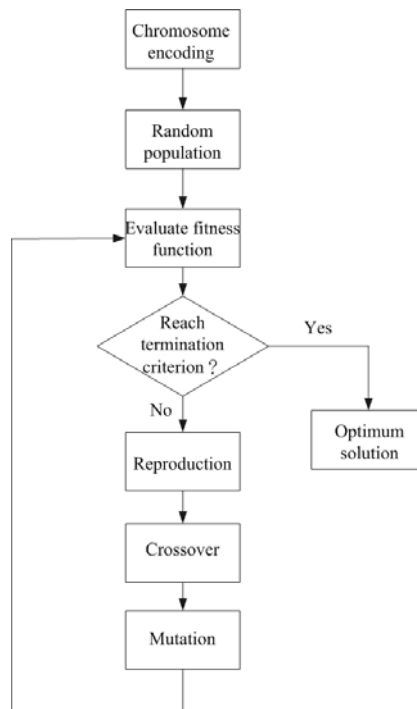


圖 3.8 基因演算法之架構流程

(一) 定義染色體字串

基因演算法將每種搜尋參數的可能解以字串的形式表示，此字串稱為染色體，不同的染色體代表不同的參數解集合，染色體內部的個別字元稱為基因，染色體內的基因即是基因演算法所需最佳化的參數。為了有效的搜尋參數，首先必須先確認每個參數的搜尋範圍，並將每個參數以固定長度字串予以編碼(encoding)，本文所使用的編碼方式[31]為二進位碼(binary code)，轉換公式為：

$$x = B2D \cdot (UB - LB) / (2^L - 1) + LB \quad (3.3.5)$$

其中，B2D 為二進位換成十進位數，UB 為基因最大數，LB 為基因最小數，L 為 bit length，x 為基因實數值。

(二) 選擇族群大小(Population)

族群大小即是有多少組染色體，或是有多少組解。族群大小會直接影響基因演算法的搜尋效率，族群太大會使收斂太慢而導致搜尋時間過長，而族群太小則收斂較快，但會導致較差的解，而本文所選擇的族群大小為 30。

(三) 定義適應函數(Fitness function)

適應函數為基因演算法在最佳化過程中最重要的關鍵，因為所訂出的適應函數代表基因演算法的性能指標(performance index)。若能使適應函數達到最大，則系統誤差的行為便可達到最佳化，本文目的為增加軌跡追蹤的精度要求，因此以輪廓精度做為性能指標，定義適應函數如下：

$$\text{適應函數值} = \frac{1}{IAE} \quad (3.3.6)$$

其中

$$IAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\varepsilon(i)| \quad , \text{ 其中 } \varepsilon(i) \text{ 為輪廓誤差值} \quad (3.3.7)$$

(四) 複製(Reproduction)

複製是依據每一種物種的適應程度來決定在下一代中應被淘汰或複製的個數多寡的一種運算過程，本文採用輪盤挑選法(Roulette Wheel)[31]進行再生演算，假設有一族群，其大小為 n 個個體，且每一個體所對應的適應函數值分別為 $f_i (i=1, 2, \dots, n)$ ，則在此族群中，每一個體被拷貝到下一代的機率為：

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^n f_j} \quad (3.3.8)$$

其中 p_i 為第 i 個染色體被選取的機率， f_i 是第 i 個染色體的適應值。

(五) 交配(Crossover)

交配是隨機選取族群內的個體，根據交配機率選擇兩個個體配成一對，藉由兩個個體間相互交換字串的部份位元，以組成新的個體的一種運算過程。本文所使用的方法為單點交配[31](此處交配率為 0.7)，單點交配就是在所選出的兩字串中，隨機選取一交配點，並交換兩字串中此交配點後的所有字元，例如：

1001|11

0111|00

在兩字串中插入交配點，交配後得到新子代為：

1001|00

0111|11

(六) 突變(Mutation)

雖然根據上述的各種運算，的確能指引基因演算法朝向最佳解的目標前進，但是若沒有其他的機制，基因演算法則會陷入區域最佳解中。因此，加上突變後，便可以確保在基因演算法演化的過程中，空間中的所有可能解都有被搜尋到的機會，以便能獲得整體最佳解。依突變率，選擇出欲進行突變運算的染色體進行突變，對於本文所使用的二進位字串而言就是將字串的 0 變成 1，1 變成 0，而本文所設定的突變率為 0.06。

(七) 終止測試(Termination Test)

進行式(3.3.6)、(3.3.7)適應函數計算，判斷是否到達預設的終止條件，否則繼續複製、交配及突變流程。

3.3.3 模糊邏輯控制結合基因演算法應用於軌跡追蹤

本節考量軌跡的進給速度和曲率變化對於精度的影響，提出利用模糊邏輯控制建立曲率、輪廓誤差與進給速度三者之間的幾何模型，最後結合基因演算法對控制器作最佳化的調整。

如圖 3.9 所示，代表工具機在空間中的一條任意行走軌跡， P_d 為曲線上的期望位置， P_a 為目前的實際位置， P^* 為曲線中最接近實際位置之點。輪廓誤差的定義為實際輪廓與期望輪廓的最短距離 $E_r = P^* - P_a$ 。在行進高曲率的加工路徑上，由於進給速度過於快速，導致實際軌跡偏離期望軌跡的位置，產生位置及輪廓誤差無法及時收斂，即使結合了預補償速度 $\vec{V}_k = K_v \cdot E_r$ 的效果，仍無法有效降低輪廓誤差，推究其主要原因，為軌跡曲率高再加上進給速度過快，導致交叉耦合預補償控制無法達成預期的成效。

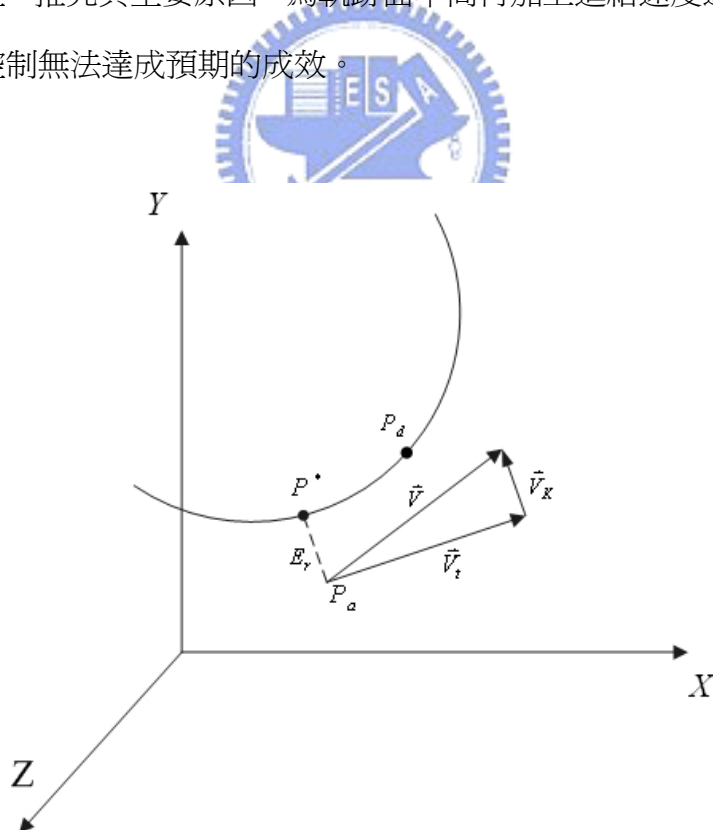


圖 3.9 曲線在高曲率下，進給速度對於軌跡的追蹤情形

針對參數化曲線和弦高誤差(chord error) [6]提出適應性進給速度插補方法，文中利用圓弧近似法決定出曲率、弦高誤差與曲線速度的關係式，在使用圓弧近似法擬合任意曲線的同時，雖然能得知曲率、弦高誤差與曲線速度之數學關係式，但是也會產生曲線的擬合誤差，因此本論文藉由模糊邏輯控制無需得知完整數學模型的特性以及可反映人類思考模式的優點，提出使用模糊邏輯控制來建立曲率、輪廓誤差與曲線速度三者之間關係式方法。

假設上平板形心行進在曲率變化的路徑上，藉由系統量測迴授資訊得知輪廓誤差大於容許範圍時，則在實際位置的切線速度進行減速的動作：

$$\vec{V} = \vec{V}_t - \frac{\vec{V}_t}{|\vec{V}_t|} \cdot K + \vec{V}_K \quad (3.3.9)$$

其中預補償速度 $\vec{V}_K = K_V \cdot E_r$ ， \vec{V}_t 為切線速度， K 為隨著曲率、輪廓誤差而改變的變數，為模糊控制器的輸出值。本文將 K 值的範圍設計介於 0 和 1 之間，因此對於進給速度具有減速的機制，並且在小曲率、高精度的軌跡中可恢復成原本的進給速度行走。

假設一隨時間變動的參數曲線 $F(t) = X(t)i + Y(t)j + Z(t)k$ ，則任意一點的曲率 κ 可由下列式子計算得到：

$$\kappa = \frac{\|F' \times F''\|}{\|F'\|^3} \quad (3.3.10)$$

經由式子(3.3.10)及(3.2.2)可以即時得到軌跡上任意一點的瞬時曲率及輪廓誤差資訊，以做為模糊邏輯控制的兩項輸入值，並經由下列圖 3.10,3.11,3.12，訂定出曲率、輪廓誤差與減速變數 K 之間的幾何關係以及模糊規則，再經由模糊推論求得在不同曲率、輪廓誤差下所需要的減速變數 K 。

如圖 3.10 所示，軌跡為曲率”大”，且輪廓誤差”大”的情形下，爲了同時降低輪廓誤差以及曲率的影響，給定 K 值爲”大”，並由式(3.3.9)得到由預補償速度及模糊減速機制改良後的修正速度 \vec{V} 。

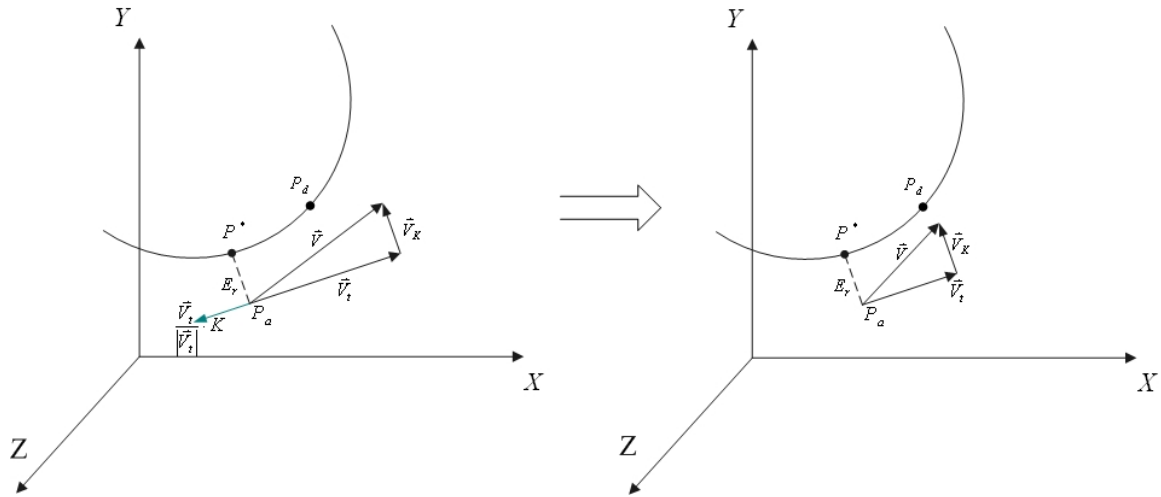


圖 3.10 在軌跡曲率”大”，且輪廓誤差”大”的情形下

如圖 3.11 所示，軌跡為曲率”大”，且輪廓誤差”小”的情形下，由於大曲率的關係，爲了避免行進軌跡在下一點產生誤差的擴大，給定 K 值爲”小”，對於切線速度進行小幅度的減速動作。

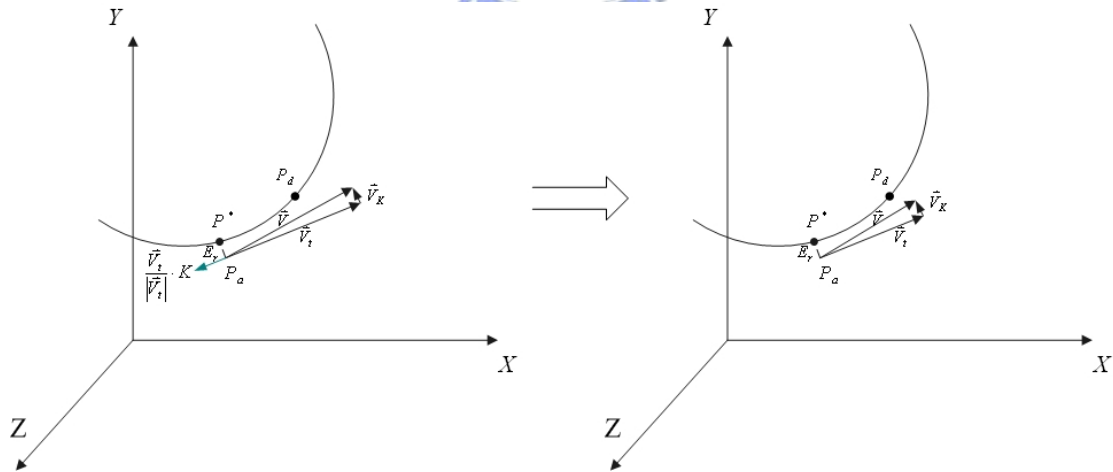


圖 3.11 在軌跡曲率”大”，且輪廓誤差”小”的情形下

如圖 3.12 所示，軌跡為曲率”小”，且輪廓誤差”小”的情形下，可發現預補償速度控制已經足夠應付，所以給定 K 值爲”零”，此時進給速度照著原本預定的速度行走。

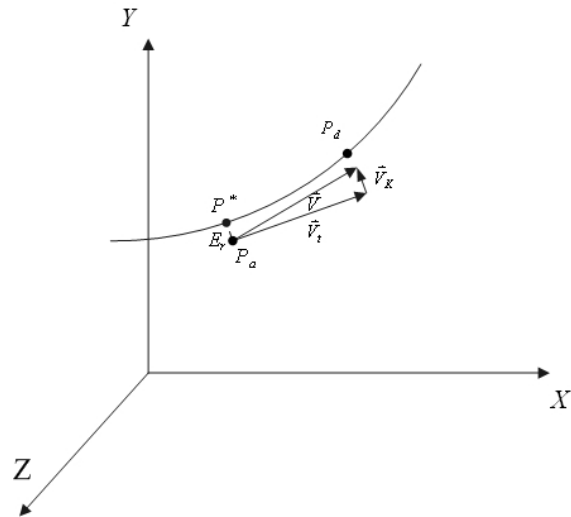


圖 3.12 在軌跡曲率”小”，且輪廓誤差”小”的情形下

依照上述的軌跡幾何關係，可以訂定出模糊控制的規則庫(Rule base)，如表 3.1 所示：

表 3.1 模糊控制器之規則庫定義表

Curvature E_r	PL	PS	ZE	NS	NL
Large	Large	Small	Small	Small	Large
Medium	Large	Small	Zero	Small	Large
Small	Small	Zero	Zero	Zero	Small

其中 PL 為”正大”，PS 為”正小”，ZE 為”零”，NS 為”負小”，NL 為”負大”。

圖 3.13 為系統的完整架構，由於輸入值的歸屬函數調整關係到控制器的輸出表現，所以必須謹慎選擇，而通常為了達到工作需求有二種建立歸屬函數的方法，第一種是藉由操作員長時間觀察系統運作行為來加以調整，第二種則是採用發展架構完整的最佳化方法，基於前者需累積大量經驗、時間才能達到目標，因此本文採用執行方便、有效率的基因演算法來加以規劃設計，以降低輪廓誤差(E_r) 為性能指標，調整搜尋參數 $K_1 \sim K_{10}$ ，參數的定義如圖 3.14 所示：

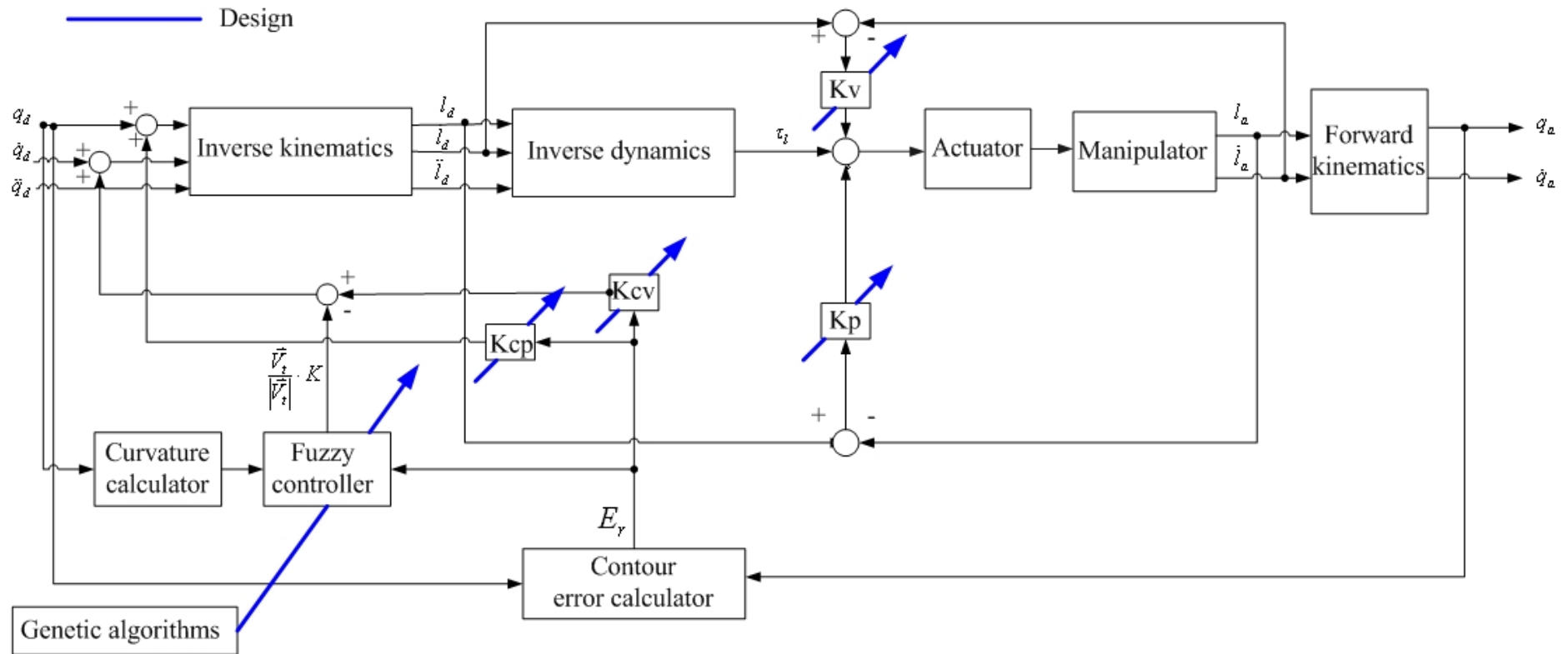


圖 3.13 Fuzzy logic control and Genetic Algorithm enhanced CCPM

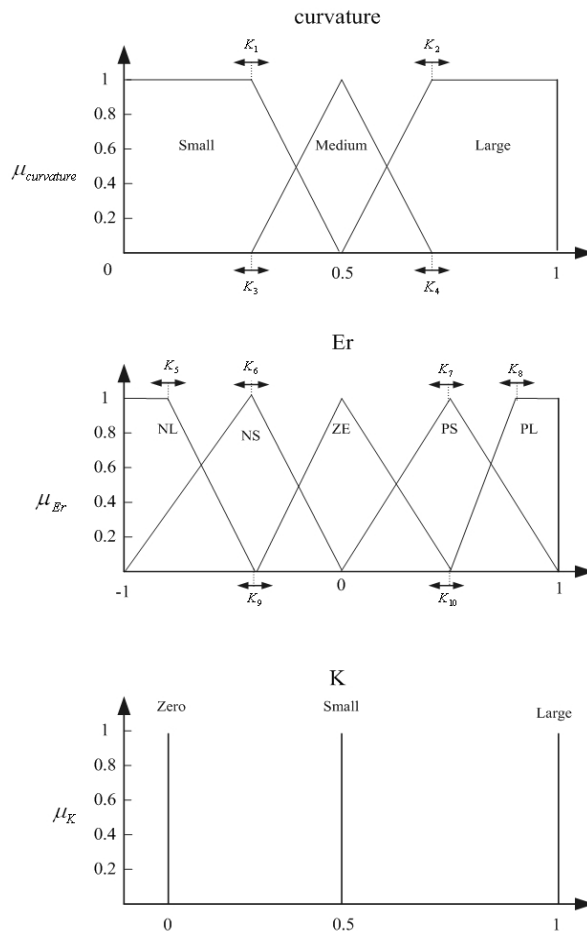


圖 3.14 Genetic Algorithm adjusted Membership function

如圖 3.14 所示，模糊邏輯控制的輸入值為曲率(curvature)與輪廓誤差(E_r)，輸出值為減速參數 K ，由於本文中解模糊化的推論型式為 Sugeno style，因此輸出值的歸屬函數設計為單竿(Singleton or spike)圖形，此推論方法的優點在於解模糊化的過程中不需要計算面積的重心，可大幅減少控制器運算所花費的時間，因此可以符合實驗中實行即時控制的要求。

此外，模糊邏輯控制的輸入值之各等級(例如：small,medium,large)歸屬函數參數(K_i)間，具有一定程度之相對大小關係，故有必要加以定義，綜合得知有下列之限制，以圖 3.15 加以舉例說明：

(1) 以同一等級的歸屬函數而言，以三角形歸屬函數做說明，假設等級為”small”

之歸屬函數左邊底角、頂點以及右邊底角之參數值分別為 K_1^{small} 、 K_2^{small} 和

K_3^{small} ，則應符合： $K_1^{small} < K_2^{small} < K_3^{small}$ 。

(2) 以不同等級的歸屬函數 (small、medium) 舉例說明，則應符合：

$$K_1^{small} < K_1^{medium} < K_3^{small}、K_2^{small} < K_2^{medium} \text{ 以及 } K_3^{small} < K_3^{medium}。$$

最後輸入值的歸屬函數之各參數($K_1 \sim K_{10}$)範圍限制可定義如表 3.2 所示，以做為基因演算法搜尋時的邊界限制。

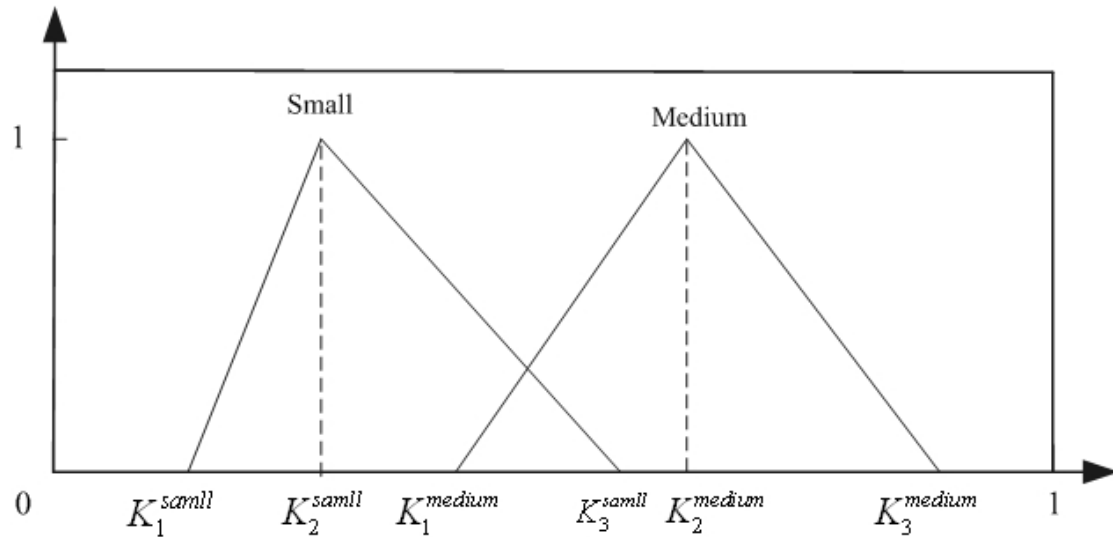


圖 3.15 歸屬函數之參數定義示意圖

表 3.2 基因演算法參數邊界定義表

$0 < K_1 < 0.5$	$-1 < K_5 < K_6 < 0$
$0.5 < K_2 < 1$	$-1 < K_9 < 0$
$0 < K_3 < 0.5$	$0 < K_7 < K_8 < 1$
$0.5 < K_4 < 1$	$0 < K_{10} < 1$

3.4 模擬與討論

本章節將利用第二章所模擬的三種軌跡，來比較與分析控制法則於輪廓誤差的效果，在誤差的比較方法上，是用 IAE (Integral Absolute-Error)值為判斷，其定義為[5]：

$$IAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\varepsilon(i)|, \text{ 其中 } \varepsilon(i) \text{ 為誤差值。}$$

此外，在各軌跡於不同控制策略下的增益值參數選擇方面，本文是以 simulink 軟體模擬整體控制流程，並使用基因演算法來搜尋決定增益值參數，其中基因演算法的交配率為 0.7，突變率為 0.06，族群大小為 30，並產生 40 個世代，適應函數定義在式(3.3.6)、(3.3.7)，經由圖 3.8 的基因演算法流程反覆尋優，得到表 3.3、3.4、3.6 的最佳化增益值參數表。

表 3.5、3.7 為模糊邏輯控制的參數表，其中各參數的定義可參考圖 3.14，基因演算法的交配率、突變率等設計與上一段相同，最後根據表 3.2 的參數邊界限制，以基因演算法搜尋得到最佳化的歸屬函數參數以表 3.5、3.7 條列出。圖 3.18、3.19、3.23、3.24 是根據表 3.5、3.7 最佳化參數表所繪製而成的歸屬函數示意圖。

本節中也將利用軌跡一與軌跡三之模擬結果與文獻[34]進行比較，本文所建立之控制架構(computed-torque control、CCPM)與文獻[34]的模擬架構相同，差別在於系統之控制參數選擇，文獻[34]是採用試誤法決定，而本文則是利用基因演算法根據輪廓誤差為準則對整體控制流程進行尋優加以找出最佳化的參數，對於控制系統之參數選擇判斷可藉此模擬比較出兩種方法的優缺點。

(1)、軌跡一模擬

表 3.3 軌跡一控制增益值參數表

	PD for Position Error		P for Contour Error	P for Precompensation
	P gain	D gain	P gain	P gain
Computed-torque control	260	57	0	0
CCPM	260	57	0.0247	13.57

Structure 1：計算力矩控制(圖 3.2)：

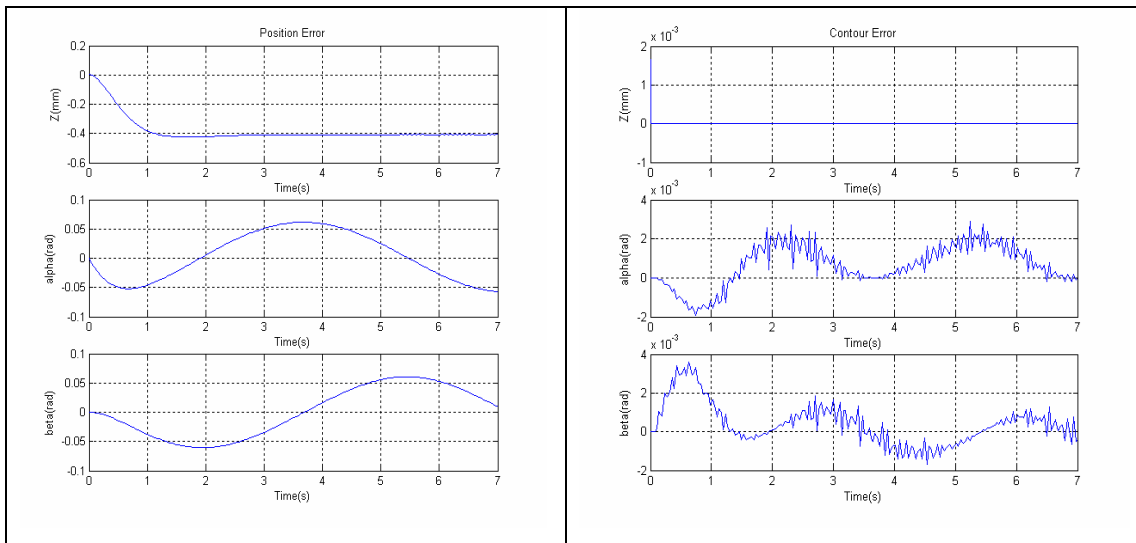


圖 3.16 軌跡—工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖

Structure 2：計算力矩控制結合交叉耦合預補償控制 (圖 3.4)：

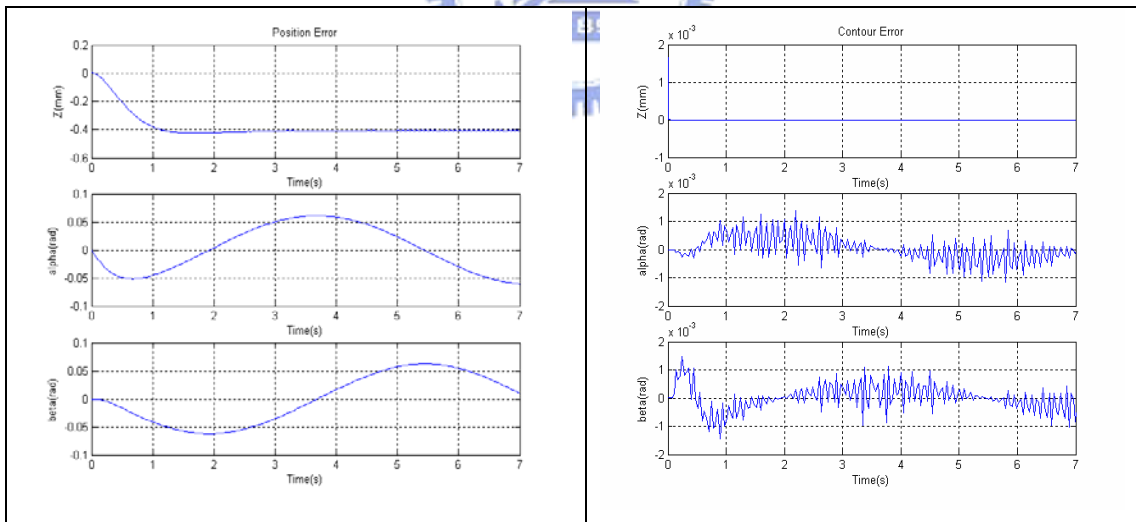


圖 3.17 軌跡—工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖

(2)、軌跡二模擬

表 3.4 軌跡二控制增益值參數表

	PD for Position Error		P for Contour Error	P for Precompensation
	P gain	D gain	P gain	P gain
Computed-torque control	190	76	0	0
CCPM	190	76	0.1	29

表 3.5 軌跡二之模糊邏輯控制參數表

K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
0.04148	0.549	0.1448	0.7658	-0.8305
K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}
-0.01517	0.04174	0.5826	-0.6186	0.4154

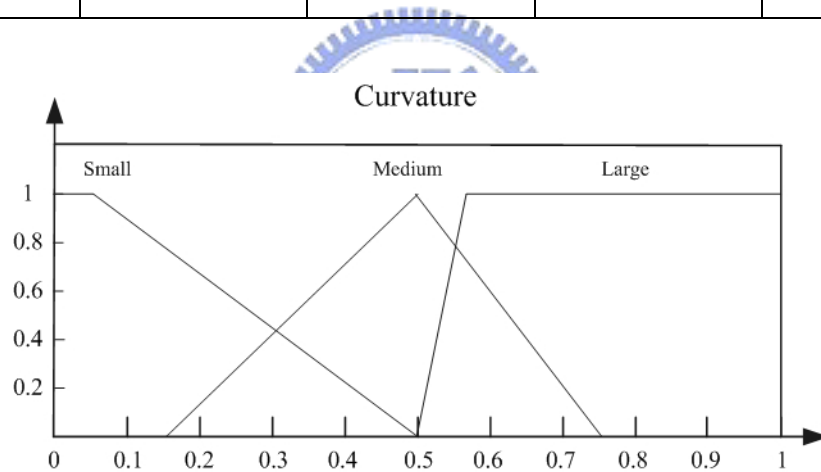


圖 3.18 軌跡二模糊控制之曲率歸屬函數示意圖

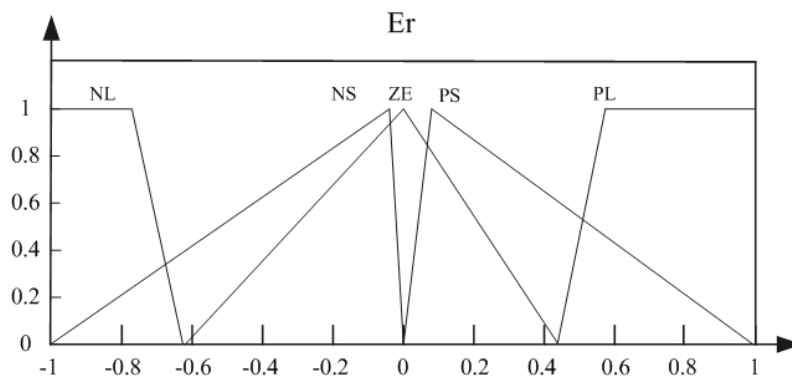


圖 3.19 軌跡二模糊控制之輪廓誤差歸屬函數示意圖

Structure 1：計算力矩控制(圖 3.2)：

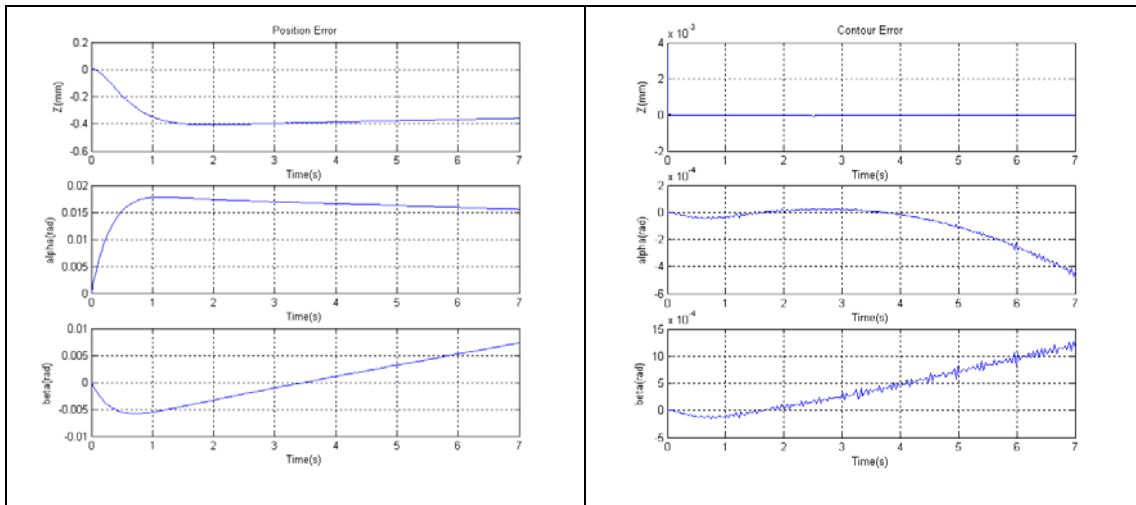


圖 3.20 軌跡二工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖

Structure 2：計算力矩控制結合交叉耦合預補償控制 (圖 3.4)：

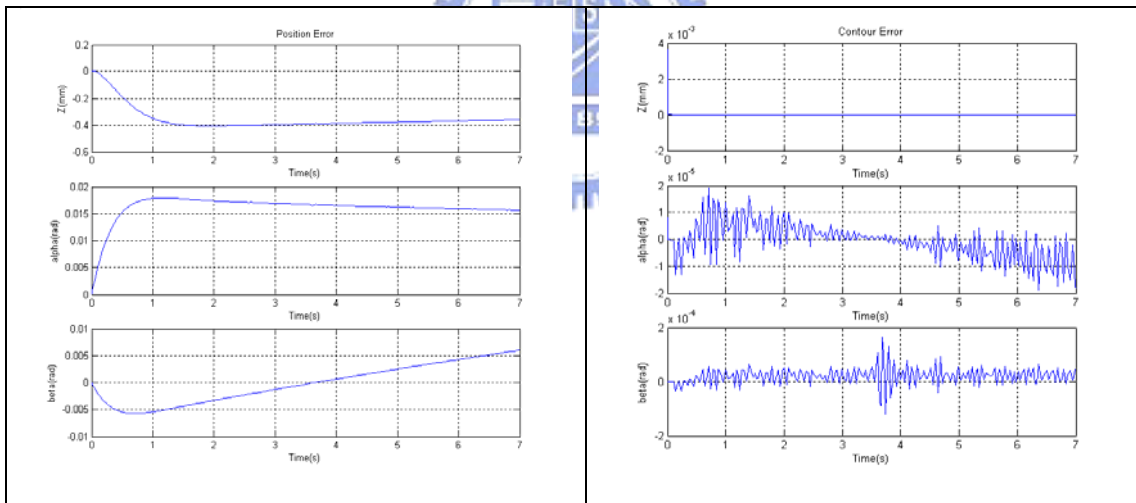


圖 3.21 軌跡二工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖

Structure 3：模糊邏輯控制 (圖 3.13)：

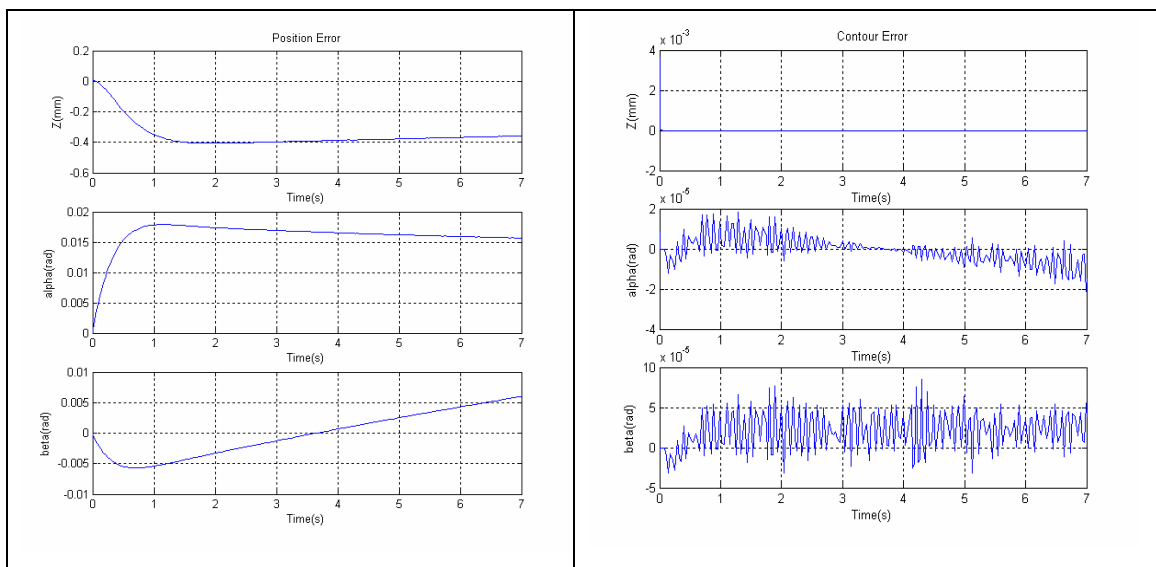


圖 3.22 軌跡二工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖

(3)、軌跡三模擬

表 3.6 軌跡三控制增益值參數表

	PD for Position Error		P for Contour Error	P for Precompensation
	P gain	D gain	P gain	P gain
computed-torque control	290	49.34	0	0
CCPM	290	49.34	.0138	24.115

表 3.7 軌跡三之模糊邏輯控制參數表

K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
0.2274	0.934	0.0056	0.9632	-0.9416
K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}
-0.1061	0.01452	0.3798	-0.1213	0.1278

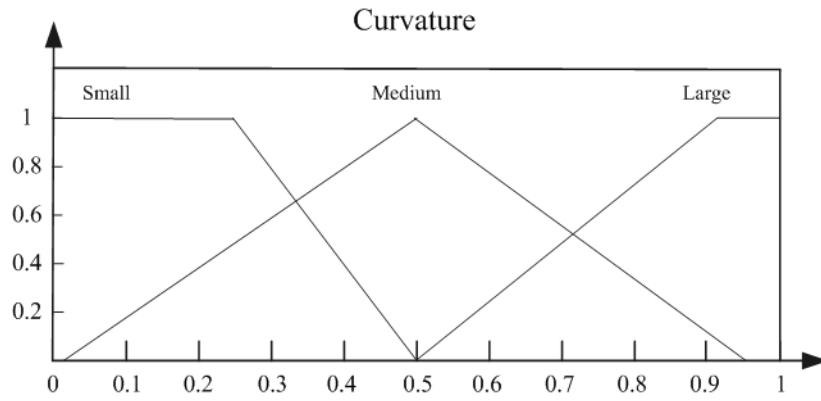


圖 3.23 軌跡三模糊控制之曲率歸屬函數示意圖

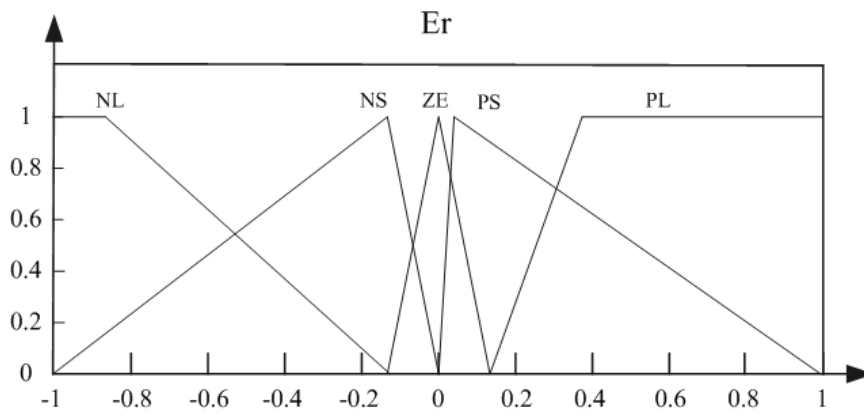


圖 3.24 軌跡三模糊控制之輪廓誤差歸屬函數示意圖

Structure 1：計算力矩控制(圖 3.2)：

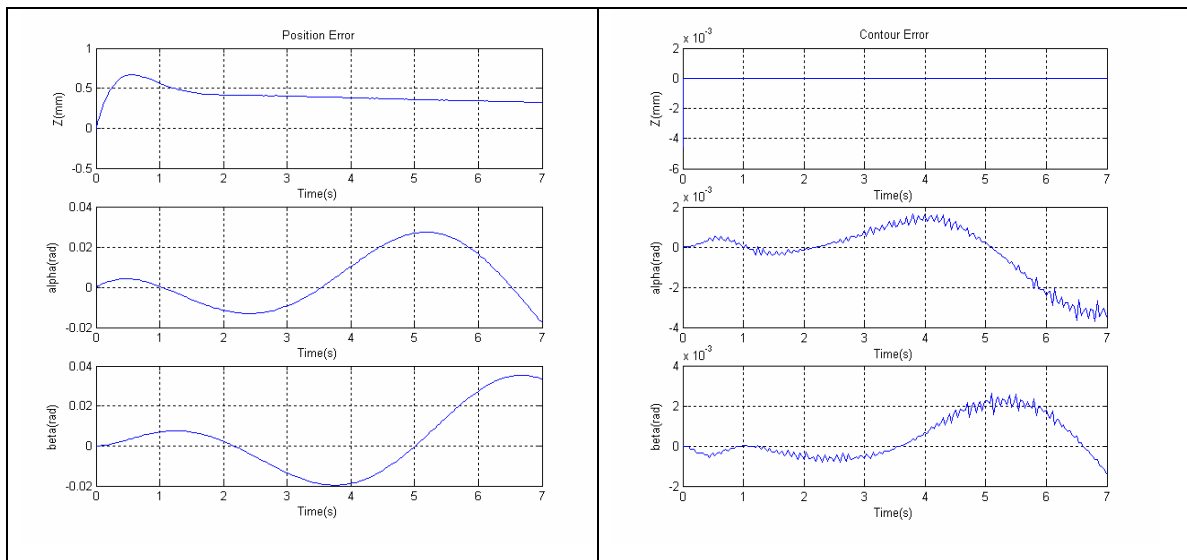


圖 3.25 軌跡三工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖

Structure 2：計算力矩控制結合交叉耦合預補償控制 (圖 3.4)：

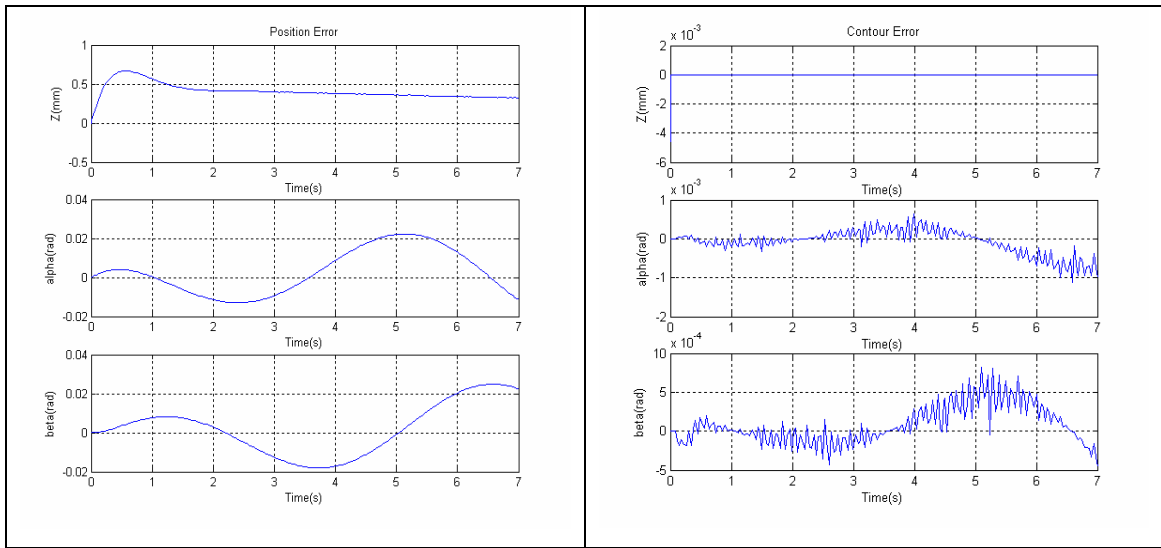


圖 3.26 軌跡三工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖

Structure 3：模糊邏輯控制 (圖 3.13)：

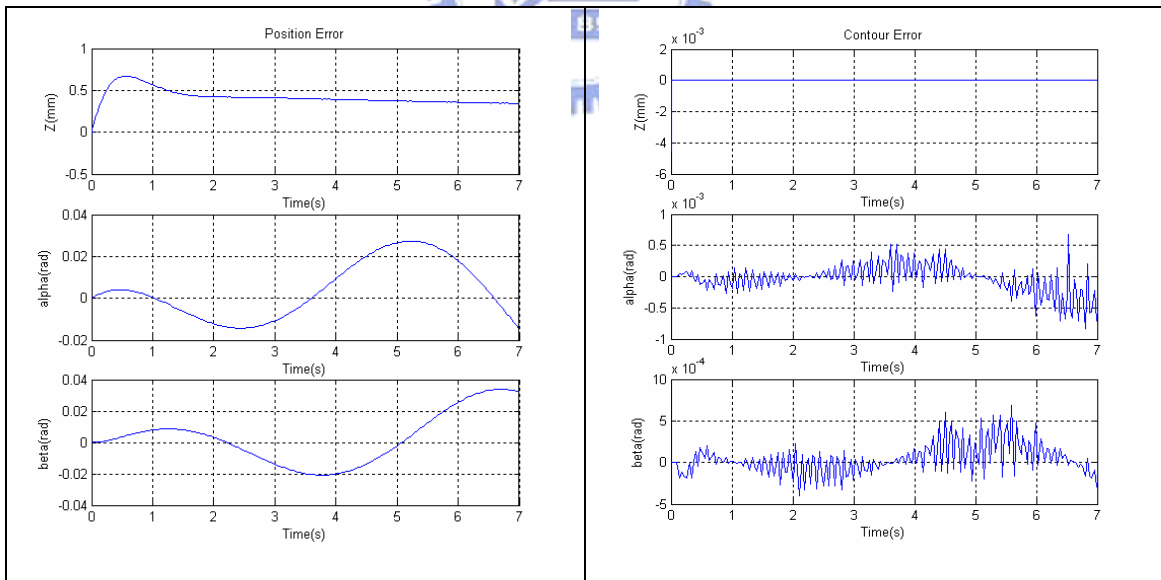


圖 3.27 軌跡三工作空間追蹤誤差與輪廓誤差示意圖

表 3.8 模擬各軌跡控制方法 IAE 比較表

Trajectory number	Control strategy	Position error in work space		Contour error in work space	
		z	α 、 β	z	α 、 β
1	CTC+CCS[34]	0.5317	0.0865	0.0102	0.0152
	CTC+CCPM[34]	0.5137	0.0934	0.0184	0.0054
	CTC	0.35497	0.0693	8.1258e-6	0.0017
	CTC+CCPM	0.35502	0.0710	8.2035e-6	0.00069
2	CTC	0.3326	0.0184	3.6032e-5	5.1461e-4
	CTC+CCPM	0.28753	0.0156	3.0047e-5	2.8589e-5
	CTC+CCPM+FLC	0.2468	0.0134	3.0031e-5	2.1868e-5
3	CTC+CCS[34]	0.4843	0.0217	6.6913e-4	0.0024
	CTC+CCPM[34]	0.4825	0.0277	6.6263e-4	0.0014
	CTC	0.38473	0.0229	2.2189e-5	0.0017
	CTC+CCPM	0.38215	0.0195	2.2082e-5	0.0004
	CTC+CCPM+FLC	0.35781	0.0191	2.0297e-5	2.8689e-4

表 3.8 中，文獻[34]是以扭力控制為模擬的控制架構基礎，分別結合 CCS 和 CCPM 進行模擬比較，且文獻[34]之軌跡一與軌跡三的路徑規劃與本文相同。其中 CCS 為交叉耦合控制，CCPM 代表交叉耦合預補償控制，CTC 代表計算力矩控制，FLC 代表模糊邏輯控制。

在軌跡一的模擬中，由圖 3.16、3.17 得知，在加入 CCPM 控制之後，模擬結果顯示 α 、 β 角的輪廓誤差有大幅的收斂改善，從原本的 $\pm 2 \times 10^{-3}$ 收斂至 $\pm 1 \times 10^{-3}$ 的輪廓誤差區間，因此 CCPM 即使在計算力矩控制的環境下，也可提升空間軌跡的輪廓精度。

在軌跡二的模擬中，由圖 2.12 得知軌跡二為一條中間曲率大、頭尾曲率小的曲線，圖 3.20 可以觀察發現，輪廓誤差在 3.5 秒後有發散的現象，這可說明計算力矩控制無法追蹤曲率大幅變化的區段，造成輪廓誤差發散無法收斂，圖 3.21 為加入 CCPM 後的誤差示意圖，經由 CCPM 的補償量可使輪廓誤差收斂至固定範圍內，不會有誤差持續發散的現象，但是 β 角的輪廓誤差在中間區段仍有震盪產生，因此 CCPM 在軌跡具有曲率變化的情形下仍有缺陷，而圖 3.22 為模糊邏輯控制下的誤差示意圖，由圖中可看出上述的問題沒有出現， β 角的輪廓誤差非常穩定的保持在 $\pm 5 \times 10^{-5}$ 之內，主要原因在於路徑曲率突然增加時，模糊邏輯控制即時對進給速度進行減速動作，因此避免輪廓誤差產生瞬間的震盪。

在軌跡三的模擬中，由圖 3.25 得知 5~7 秒的區間，位置誤差以及輪廓誤差皆有急速增加的現象發生，造成此現象的主要原因可以很清楚從圖 2.16 得知在該軌跡末端為大曲率的路徑，使得控制系統在該區段的軌跡變化中追蹤不及而無法做出適當的反應，因而造成極大的路徑輪廓誤差產生，然而在圖 3.27 的輪廓誤差末端區域卻沒有這樣的情形，其主要原因在於上述的末端路徑曲率增加時，模糊邏輯控制以此資訊即時對該區段的進給速度進行減速動作，因此使得輪廓誤差能收斂至與前段的小曲率軌跡一樣。

經由軌跡二以及軌跡三的模擬結果可以證實，本文利用模糊邏輯控制所建立曲率、輪廓誤差與進給速度之間的幾何模型，在軌跡為大曲率變化時，確實可經由減速動作達到提升空間軌跡輪廓精度的效果。

此外，本文以表 3.8 的模擬結果與文獻[34]比較，可以發現在相同的扭力控制架構下經由各軌跡之 IAE 相比，本文利用基因演算法尋優後的數據明顯小於文獻[34]的結果，以[34]所使用的試誤法來看，其原理是隨機給與參數值來反覆測試出最好的模擬結果，此過程中不僅需要消耗大量人工時間來調整參數變動量，也會因起始參數選取不佳而落入局部解，因此本文嘗試使用基因演算法來決定控制系統之參數，模擬結果顯示由基因演算法所決定之參數確實能得到最佳之軌跡精度，為了防止試誤法中人為經驗設計的疏失，基因演算法的確提供一個有系統化建立系統參數之選擇。

第四章 實驗與討論

本研究的實驗目的有三點：

1. 在以相同的實驗機台(3PRS 平行式機構)下，藉由平面路徑(軌跡一)和立體路徑(軌跡三)的實驗中，來比較本論文所建立的計算力矩控制架構和文獻[34]中的傳統位置控制架構有何差異性(章節 4.4)。
2. 對於三種軌跡追蹤控制方法(分別為計算力矩控制 CTC、交叉耦合預補償控制 CCPM 以及模糊邏輯控制 FLC)，藉由追蹤三種不同的軌跡路徑(第 2.4 節)，以實驗數據比較 FLC、CTC 和 CCPM 在輪廓精度方面之功效(章節 4.5、4.6)。
3. 證實循圓量測儀的架設方法，可以量測實際運動平台的上平板姿態，並且經由實驗數據加以比較控制方法於軌跡輪廓精度的追蹤情形(章節 4.5、4.6)。

4.1 實驗架構

圖 4.1 為本論文之整體實驗架構圖，控制機台為 3RPS 平行式機構，運作方式先利用電腦計算出扭力命令，並換算成類比電壓訊號後，經由 D/A 卡輸出至各驅動軸的驅動器(Driver)，驅動馬達旋轉，再經由導螺桿使桿件做直線運動，藉由加裝在桿件上的光學尺量測現在桿件的實際長度，再回授給編碼器讀取卡做接收處理，其中控制 sampling time 為 0.01 秒，而循圓量測儀的架設為量測目前上平板的卡氏座標姿態。

系統實驗架構簡介說明如下：

1. 個人電腦：撰寫控制法則並計算控制扭力輸出至 D/A 卡。
2. D/A 卡：將數位控制數值轉換為類比電壓輸出。
3. 驅動器：根據不同電壓值驅動馬達運轉。
4. 3RPS 平行式機構：由三組 AC 伺服馬達所驅動的三軸運動平台。
5. 編碼器讀取卡：偵測光學尺所回授的 pulse 訊號。
6. 循圓量測儀：量測上平板刀頭末端在 X-Y 平面上的誤差情形。

本論文實驗之各個設備規格如下：

1. 個人電腦：Pentium4-2.8GHZ，RAM1.5GB，控制軟體為 Borland C++Builder 6。
2. D/A 卡：ADLINK 公司的 PCI-6208，8 channels voltage output for PCI interface，voltage output range：-10V to10V。

3. 驅動器：Panasonic 公司的 MINAS-A 系列 AC 伺服馬達驅動器，額定扭矩為 0.16 Nm ，最大回轉速度為 3000r/min 。
4. 編碼器讀取卡：ADLINK 公司的 PCI-8134，4 channels pulser signal input for Encoder index signal，pulse rate setting steps：0 to 2.4Mpps 。
5. 光學尺：為 RENISHAW 公司所代理的線性光學尺，型號為 RGH41X，解析度達 $1\mu\text{m}$ 。
6. 桿件滾珠螺桿：精度為 C5 等級，行程為 5cm ，導程誤差為 $18\mu\text{m}$ 。
7. 循圓量測儀：為 RENISHAW 公司所代理的線性量測儀器，解析度為 $0.1\mu\text{m}$ ，行程為 -1.25 mm 到 1.75 mm ，採樣率為 250 point/second 。

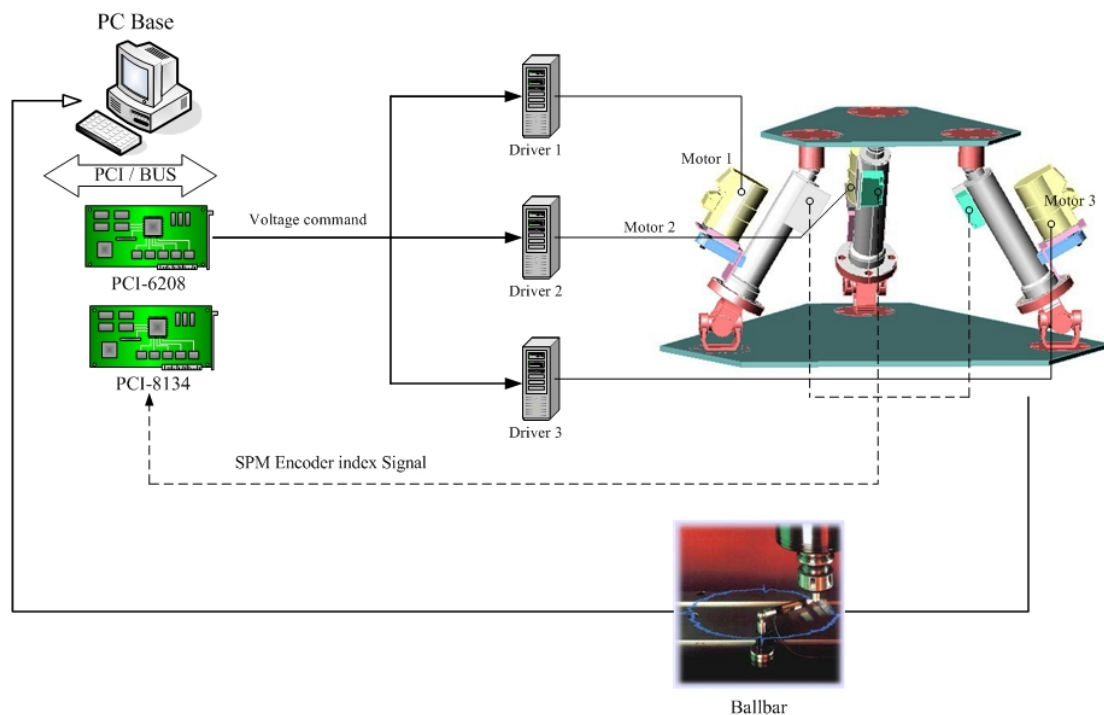


圖 4.1 實驗硬體流程圖

在做計算力矩控制之前，必須先經由第二章的逆向動力學計算出各軸所需扭力，並換算成類比電壓訊號，才能由 D/A 卡輸出，此處驅動軸的所需出力與馬達輸出扭力關係式可由式(3.1.1)~(3.1.3)計算得到，扭力命令與類比電壓訊號關係式由驅動器設定為 $3V = 0.16\text{ N}\cdot\text{m}$ ，代表當 D/A 卡輸出 3 伏特的電壓時，馬達會產生 $0.16\text{ N}\cdot\text{m}$ 的扭力。

4.2 循圓量測儀(Ballbar)架設

在運動平台的量測儀器應用方面，一般是在各驅動桿件上加裝光學尺，藉由所量測得到的各桿位置訊號，經由前向運動學的计算得到即時的平台姿態位置，由於前向運動學的解並非唯一，因此無法真實得到平台的姿態位置資訊。[21~22] 利用雷射量測系統來自動追蹤架設於上平板形心的貓眼(Cat' eye)，藉由貓眼表面反射雷射光來量測平台移動時的位移量，經由座標轉換得到平台的實際姿態，以用來修正機構的絕對精準度，雖然經由雷射自動追蹤量測系統所量測的數據非常精準，但是缺點是量測儀器的價格非常昂貴，無法符合經濟上的考量。[23]設計一 3D laser ball bar 機構，利用三組雷射感測器來量測平台移動時所產生的位移量與旋轉角度，由於文中的 3D laser ball bar 末端是和上平板形心處桿件相連接，在雷射感測器方面就不需具備自動追蹤的性能要求，可大幅降低設備成本，因此可以說是目前最經濟且有效的量測方法。

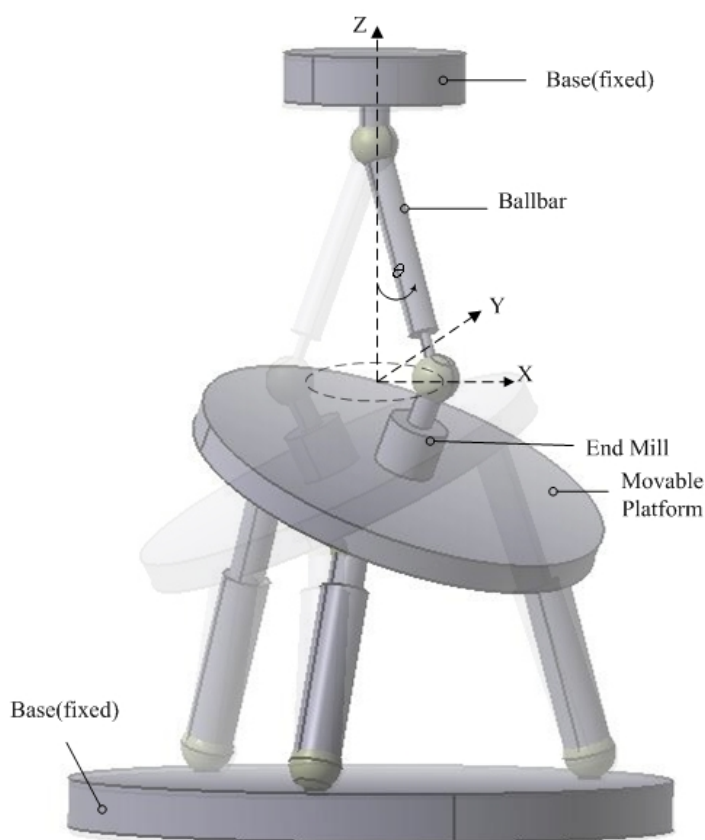


圖 4.2 Ballbar 架設示意圖

爲了能夠直接量測運動平台在空間中所行走的軌跡路徑座標，以比較第三章所發展的軌跡修正策略，爲本研究中架設循圓量測儀(Ballbar)的目的。

如圖 4.2 所示，本文在上平板的形心處架設一刀頭桿件，其長度爲 5cm，循圓量測儀以基座固定於平板形心的正上方，以磁力將 ballabr 的一端與上平板刀頭桿件末端相連接，並固定平台 Z 軸方向位置，利用上平板的旋轉角度(α, β)，使桿件末端在卡氏座標 X-Y 平面上產生一圓弧曲線(第 2.4 節軌跡一，圖 2.7)，經由 ballabr 與 Z 軸所夾的角度 θ (此處爲 6°)，可以得此圓弧曲線的誤差 ε ：

$$\varepsilon = e \cdot \sin(\theta) \quad (4.2.1)$$

其中 e 爲 ballabr 內部線性感測器所量測得到的位移誤差量。

最後藉由 ballabr 回授行走此圓弧時的誤差，來比較與驗證各控制方法在卡氏座標上的誤差修正情形。

圖 4.3 與圖 4.4 爲 ballabr 在機台上的實際架設情形：



圖 4.3 Ballbar 實際架設示意圖(整體照片)



圖 4.4 Ballbar 實際架設示意圖(近照)

4.3 單軸的定位控制

本節使用 PID 為控制器對單獨驅動軸做定位控制，測試各驅動軸對單位步階的追蹤情形，各驅動軸的控制量如下：

$$u(t) = k_p \cdot e + k_i \int edt + k_d \cdot \dot{e} \quad (4.3.1)$$

其中 $e = l_d - l_a$ ，控制參數表如下：

表 4.1 單位步階之 PID 控制參數表

k_p	k_i	k_d
6000	80	30

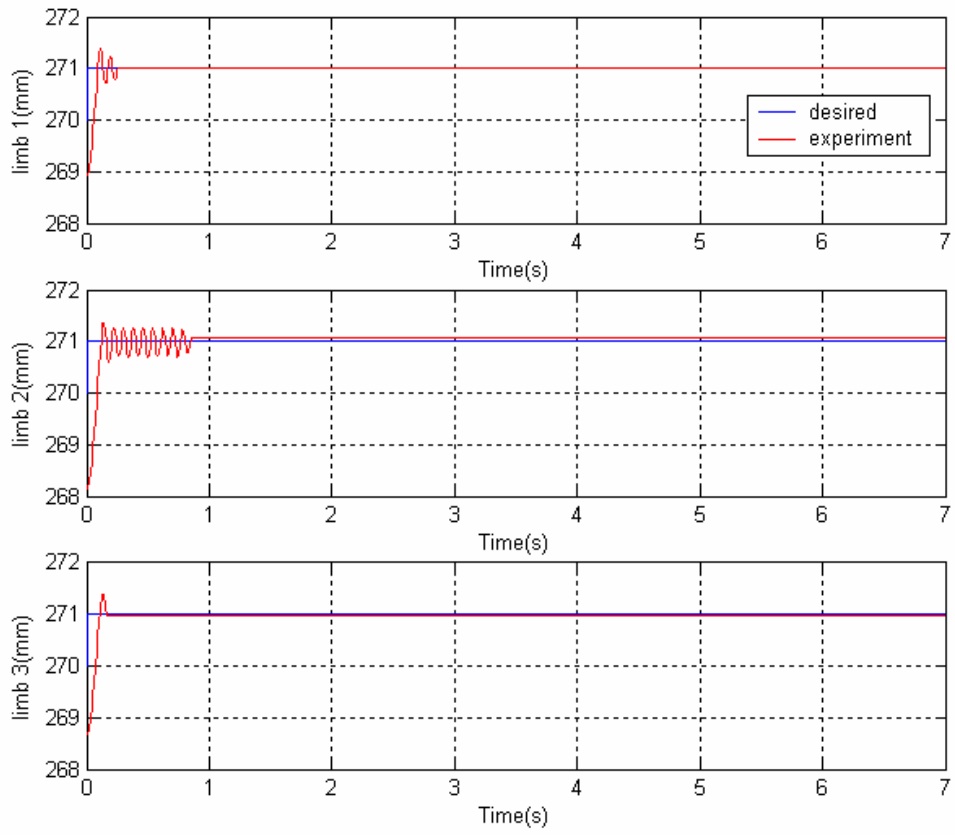


圖 4.5 各桿件之步階響應圖

表 4.2 桿件步階響應性能表

	Limb1	Limb2	Limb3
Maximum overshoot(%)	0.1439	0.1435	0.1373
Delay time(s)	0.05	0.06	0.055
Rise time(s)	0.1	0.12	0.11
Setting time(s)	0.27	0.86	0.17

圖 4.5 為各桿件的步階響應圖，由圖中可以發現伺服馬達在做單軸的定位控制時，其反應非常快速，約 0.1 秒的時間即可達到所規劃的位置，而且誤差很小，由表 4.2 比較各驅動軸的差異性，可以看出各驅動軸在最大超越量、延遲與上升時間的比較上，非常相近，不過桿件二的安定時間明顯大於其他桿件，這和桿件的硬體設計有關，不同桿件在機構運作時的物理特性必定有差異性，根據單軸的定位測試中，可作為之後章節軌跡追蹤的控制基礎。

4.4 位置控制[34]與計算力矩控制實驗比較

實驗目的：在以相同的實驗機台(3PRS 平行式機構)下，藉由軌跡一和軌跡三的實驗中，來比較本論文所建立的計算力矩控制架構和文獻[34]的位置控制架構有何差異性。

實驗中所追蹤的軌跡一如圖 4.6 所示，為上平板 z 軸方向固定經由旋轉角 α, β 旋轉得到之一圓曲線，在平台無負載以及上平板的形心處加載 13kg、26kg 重物的情形下，以此來比較不同載重中位置控制[34]與計算力矩控制對於軌跡的追蹤行為。

另外如圖 4.9 所示，軌跡三為空間中的立體螺旋路徑，藉由此軌跡將運動平台行走路徑由 2D 平面提升為 3D 的立體座標，來觀察位置控制[34]與計算力矩控制對於軌跡複雜性提高時所產生之變動。

(1)、軌跡一實驗：

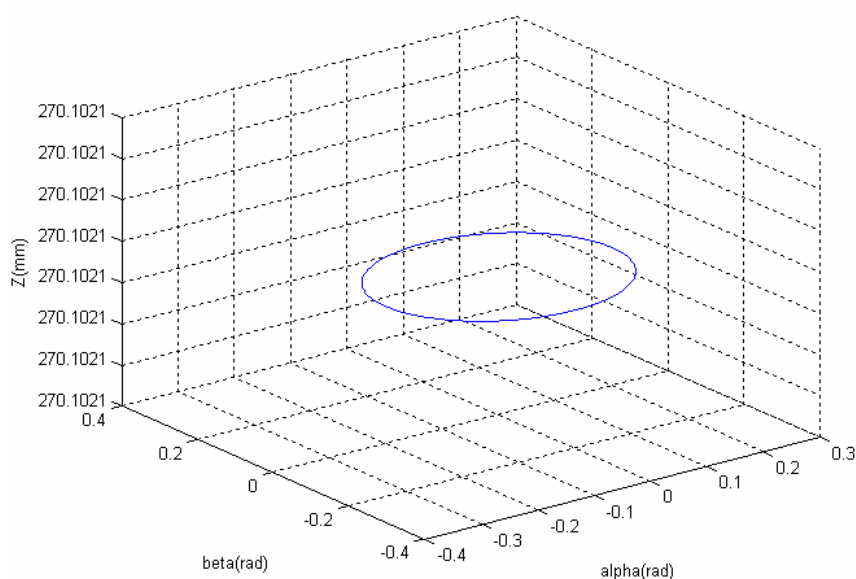


圖 4.6 軌跡一之工作空間圖

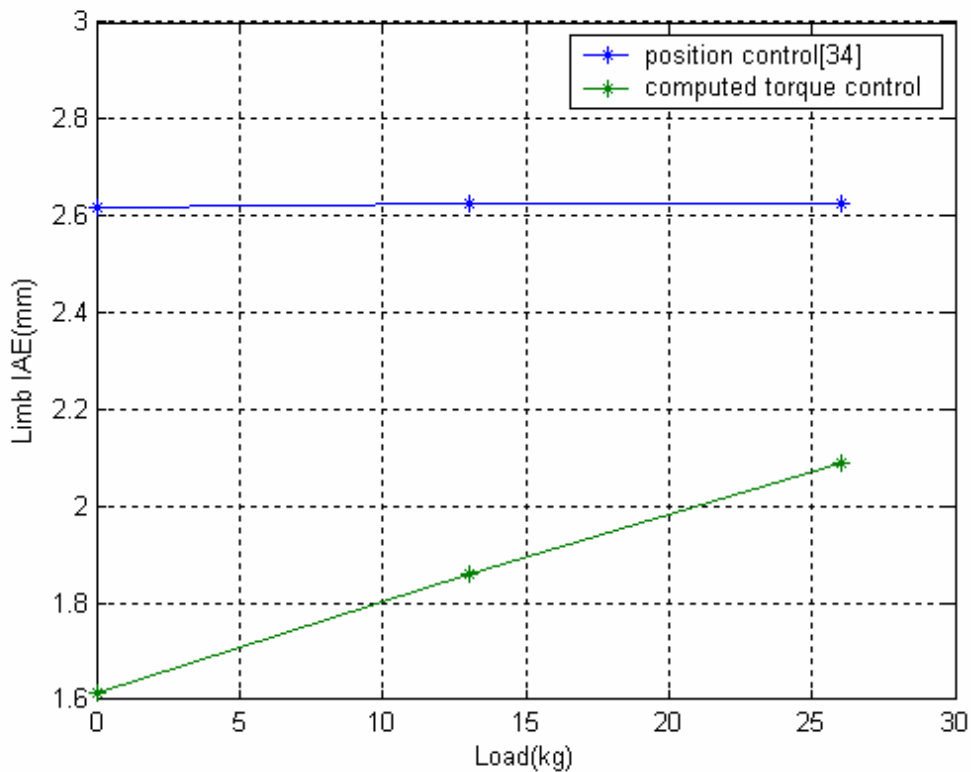


圖 4.7 軌跡—於不同載重下之桿件 IAE 比較

圖 4.7 為不同載重下之各桿件總合 IAE 比較，當載重為零時，可以發現計算力矩控制之 IAE 明顯低於傳統的位置控制，但是隨著上平板載重的增加，計算力矩控制之 IAE 呈現線性擴大，而位置控制 IAE 則是保持在 2.6mm，因此可以推論隨著載重的增加，在位置控制下並不會對各桿件的追蹤性能造成嚴重影響，而在計算力矩控制下隨著載重增加將會降低各桿件的追蹤性能，但是以整體的情形來看，在負載為 30kg 以下，計算力矩控制下的桿件追蹤性能還是比位置控制好，因此當運動平台所加載的負重為容許重量時，計算力矩控制比較位置控制更能提升運動平台在桿件的追蹤性能。

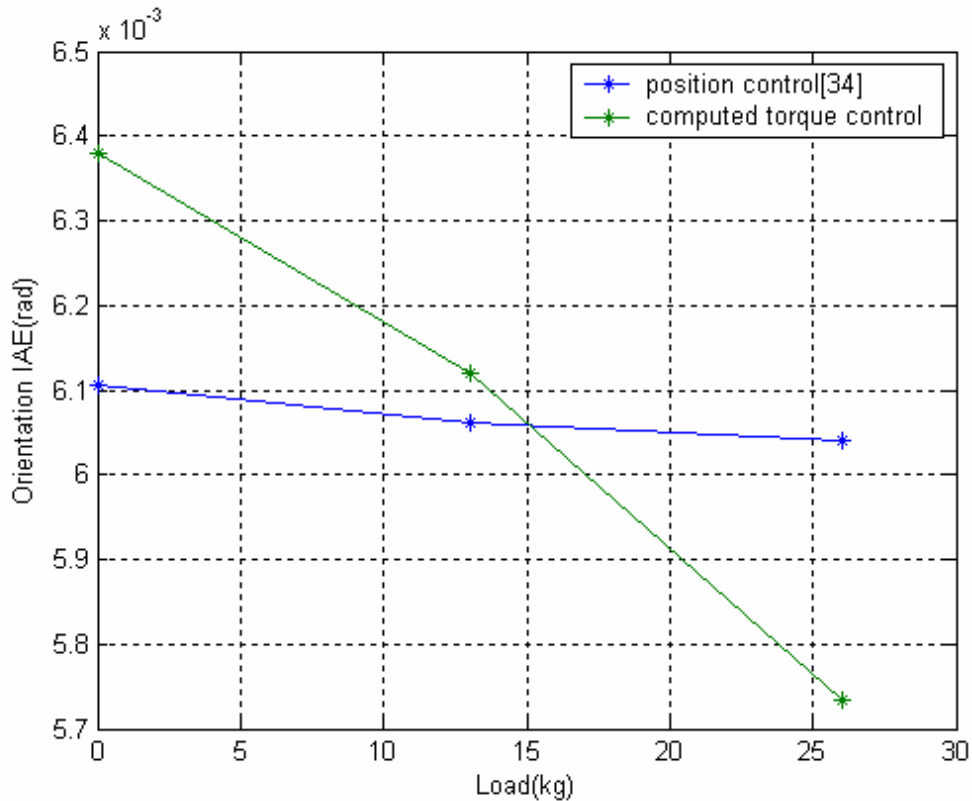


圖 4.8 軌跡一於不同載重下之工作空間 (α, β) 輪廓誤差 IAE 比較

由圖 4.8 整體的輪廓誤差比較圖可以發現無論是位置控制或是計算力矩控制皆有一個共同點，那就是在載重增加時各控制法則的工作空間輪廓誤差不會擴大反而有改善的效果，這對於本論文一開始欲將運動平台發展成切削工具機的目的而言，由於切削的過程中工件和刀具之間一定會有相當大小的接觸力，而實驗中對載重增加的意義就相同於接觸力的大小，因此實驗結果可驗證運動平台非常適合於工具機的切削加工應用。

另外在一開始負載為零的情形下，計算力矩控制對於輪廓誤差的效果是明顯不如位置控制，但是隨著負載的增加，尤其是負載到達 15kg 時，計算力矩控制的 IAE 就已經小於位置控制，由位置控制的觀念來看，位置控制是以規劃的軌跡經由逆向運動學推算出各驅動軸所需的位移量，因此位置控制並不會因為負載的增加而改變各驅動軸位移量大小，這由圖 4.8 位置控制的 IAE 為平緩線段可觀察得知，但是計算力矩控制則是會同時考慮到當時的位置、速度、加速度以及承載力情形，並以此資訊利用逆向動力學計算出各驅動軸所需出力大小，即使運動

平台有負載的增加，計算力矩控制也會即時做出相對應的動作，由圖 4.8 可觀察發現計算力矩控制隨著負載增加，對於輪廓誤差的改善效果比照位置控制更是明顯，且輪廓誤差同等於切削時所要求的工作精度，因此在切削加工的應用方面，計算力矩控制會比位置控制來得有潛力。

(2)、軌跡三實驗：

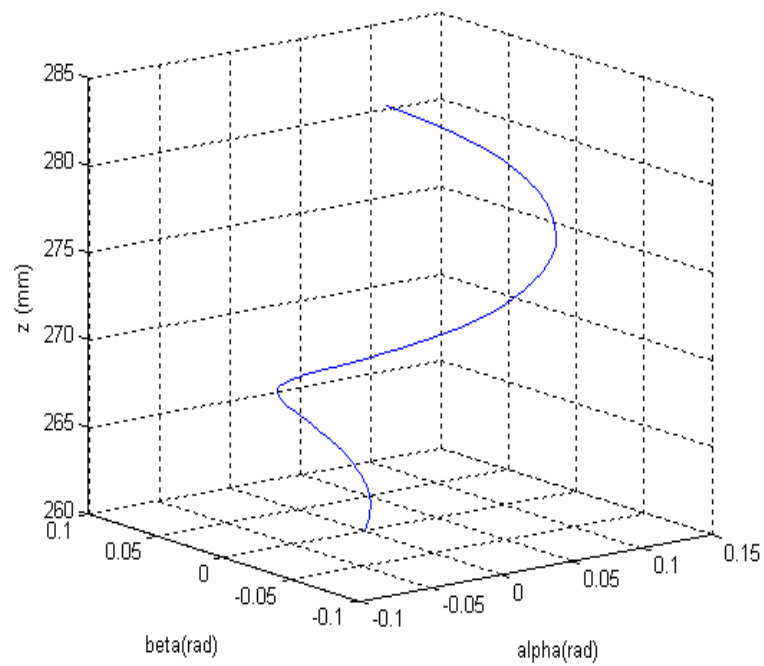


圖 4.9 軌跡三之工作空間圖

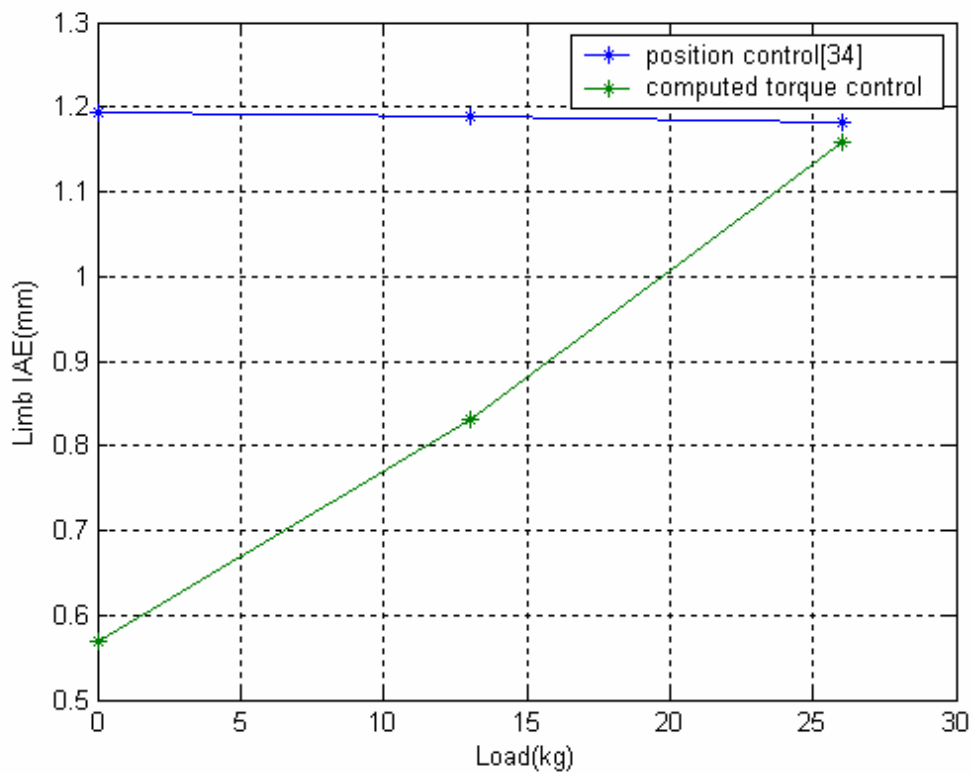


圖 4.10 軌跡三於不同載重下之桿件 IAE 比較

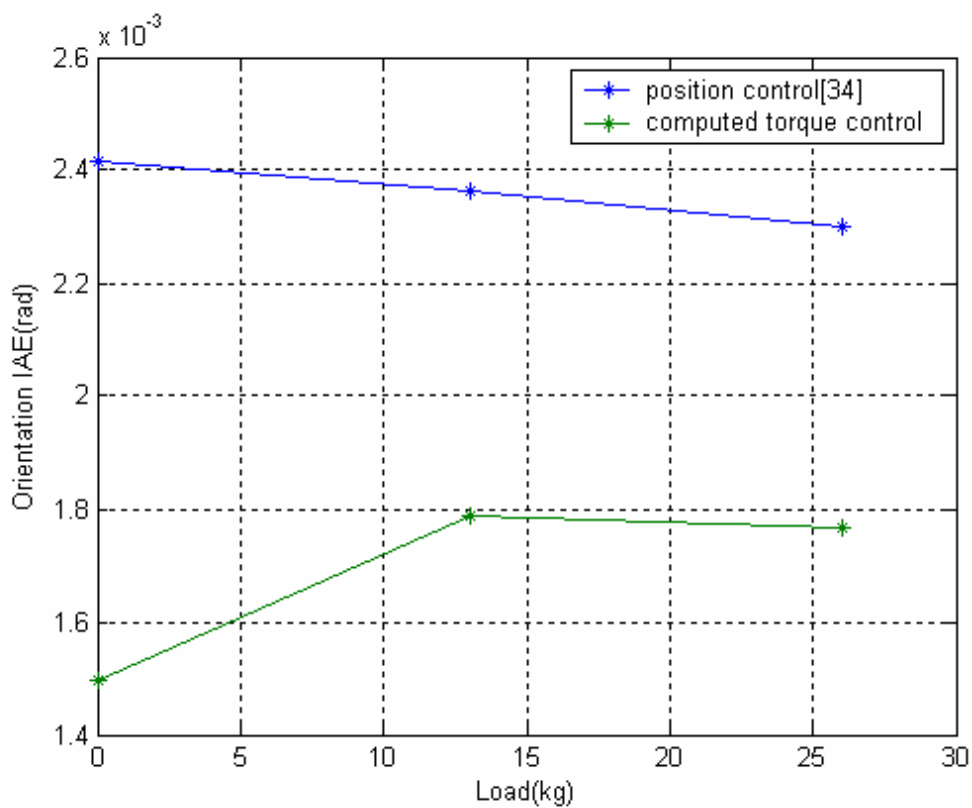


圖 4.11 軌跡三於不同載重下之工作空間(α, β)輪廓誤差 IAE 比較

由圖 4.10 可以觀察得知軌跡三的桿件 IAE 比較圖大致與圖 4.7 軌跡一的桿件 IAE 比較圖相似，同樣在載重為增加的情形下，位置控制並不會有太大的影響，反而計算力矩控制會隨著負載增加造成桿件的追蹤性能會有大幅的降低情形發生。且圖 4.10 與圖 4.7 比較中得知，計算力矩控制在桿件追蹤誤差方面，軌跡三的發散速度有明顯的增加，在負載約 27kg 處計算力矩控制的 IAE 就會大於位置控制的 IAE 值，這是因為軌跡三與軌跡一的路徑規劃不同，軌跡三為空間中的立體螺旋路徑，路徑的複雜性提高因而增加了控制法則對於各桿件的追蹤負荷，造成計算力矩控制的 IAE 加速擴大。

由圖 4.11 的輪廓誤差比較圖得知，計算力矩控制對於輪廓誤差並不如圖 4.8 一樣是隨著負載增加而有降低效果，反而在載重為 0 至 13kg 時，計算力矩控制的 IAE 是增加情形，13kg 至 26kg 之 IAE 則是趨於緩和減少，這顯示計算力矩控制仍有缺點，特別是隨著所規劃軌跡的複雜性提高(由平面路徑到空間路徑)，計算力矩控制於輪廓誤差的改善效果越不穩定，這是一個可繼續研究的課題。以整體的軌跡追蹤性能而言，有負載的情形下，在計算力矩控制的環境下會優於位置控制。



4.5 實驗結果

本節將利用以第 2.4 節所規劃的三組軌跡做為實驗軌跡(如表 4.3 所示)，並以第三章的控制架構來比較各種軌跡的追蹤性能(如圖 4.12,4.13,4.14 所示)，其中軌跡一的設計，是爲了提供架設循圓量測儀時，所要行走的路徑，因此與其他軌跡不同處在於，軌跡的設計爲卡氏座標 X-Y 平面上的圓弧曲線，而軌跡二和軌跡三的設計，爲工作空間中具有曲率變化的空間軌跡，以用來驗證模糊邏輯控制的成效。並且由第 3.4 節的模擬中，經由基因演算法所規劃的系統最佳化參數值做爲實驗中控制器的增益值。

表 4.3 實驗軌跡規劃表

<u>Trajectory 1</u>	$X(t) = 10 \cdot \cos(\frac{2}{7} \cdot \pi \cdot t), Y(t) = 10 \cdot \sin(\frac{2}{7} \cdot \pi \cdot t), Z(t) = 310$
<u>Trajectory 2.</u>	$Z(t) = 270, \alpha(t) = -0.2 + \frac{0.4}{7} \cdot t, \beta(t) = \left(-0.2 + \frac{0.4}{7} \cdot t\right)^2$
<u>Trajectory 3.</u>	$Z(t) = 260 + 3 \cdot t, \alpha(t) = \frac{\pi}{180} \cdot t \cdot \cos(t), \beta(t) = \frac{\pi}{180} \cdot t \cdot \sin(t)$

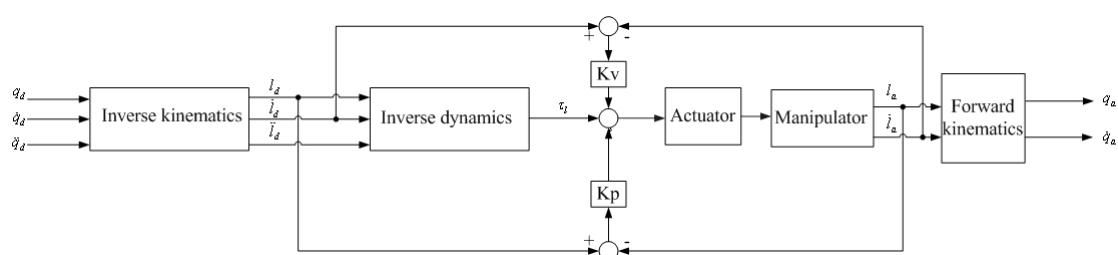


圖 4.12 實驗計算力矩控制示意圖

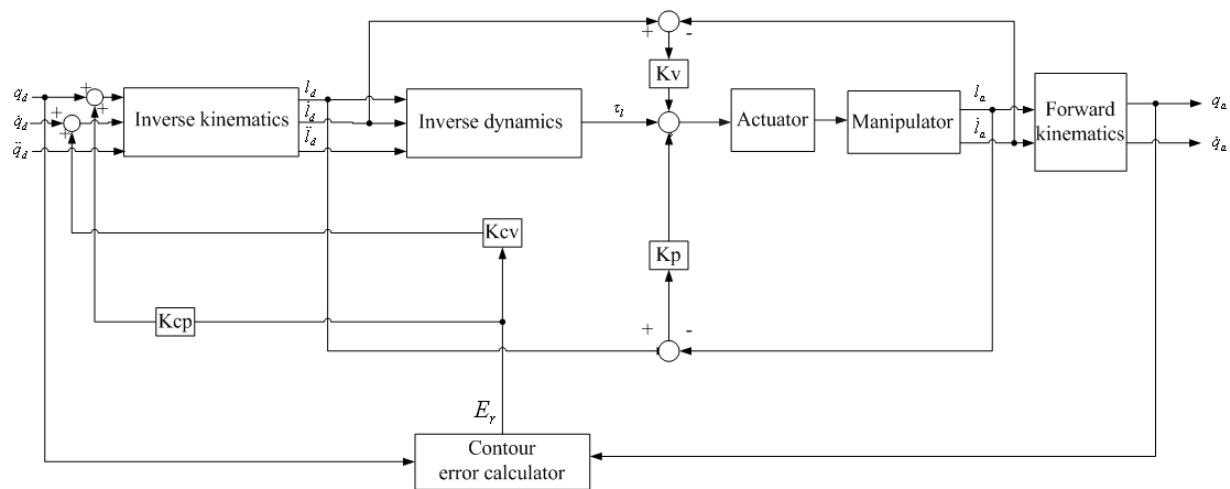


圖 4.13 實驗交叉耦合預補償控制結合計算力矩控制示意圖

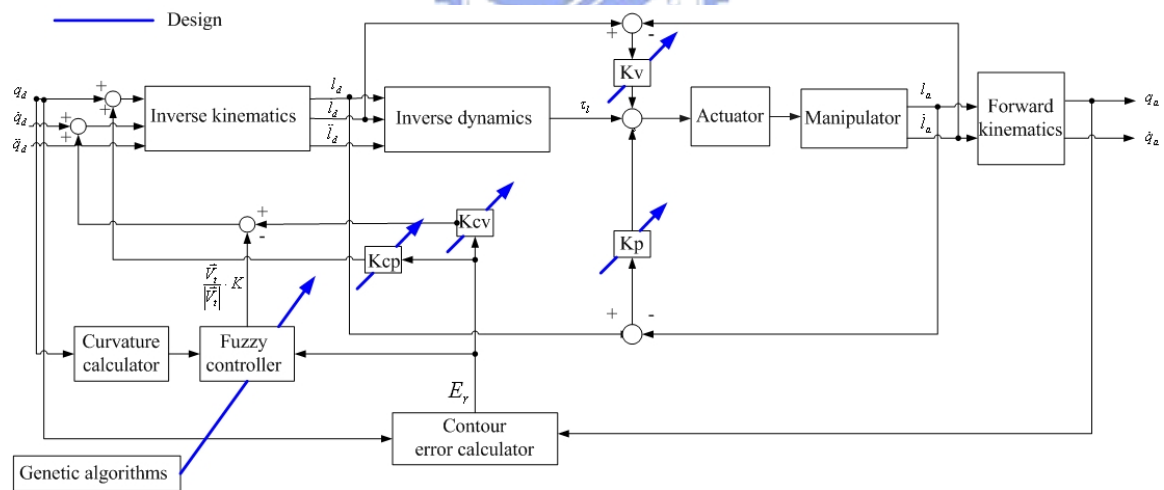


圖 4.14 Fuzzy logic control and Genetic Algorithm enhanced CCPM

(1)、軌跡一（第二章）實驗

Structure 1：計算力矩控制(圖 4.12)

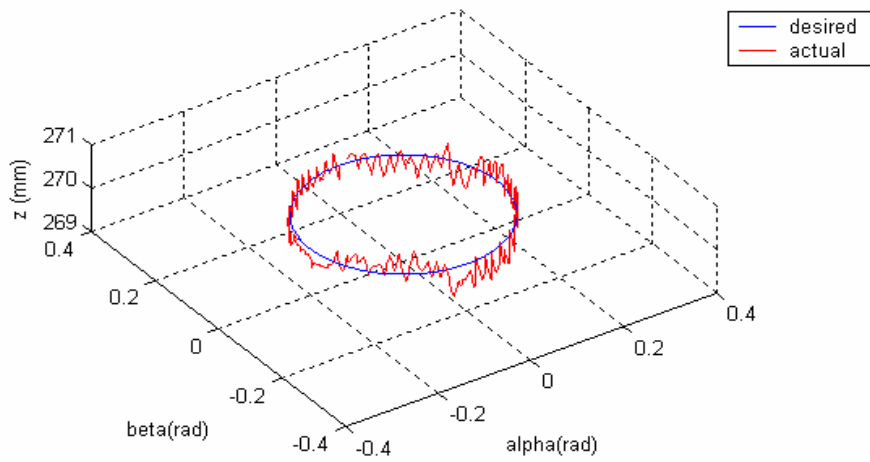


圖 4.15 軌跡一期望與實際軌跡示意圖

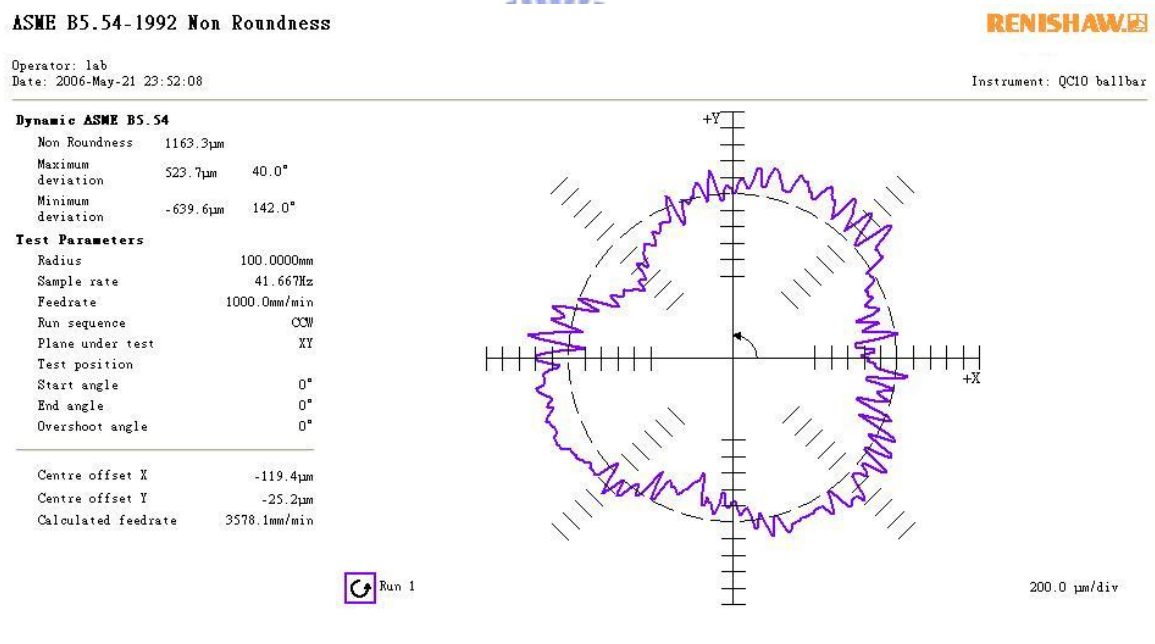


圖 4.16 軌跡一 Ballbar 量測分析圖

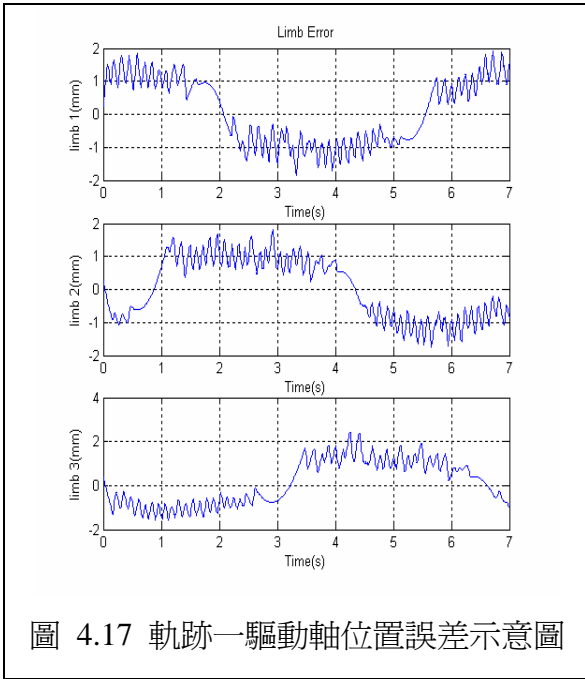


圖 4.17 軌跡—驅動軸位置誤差示意圖

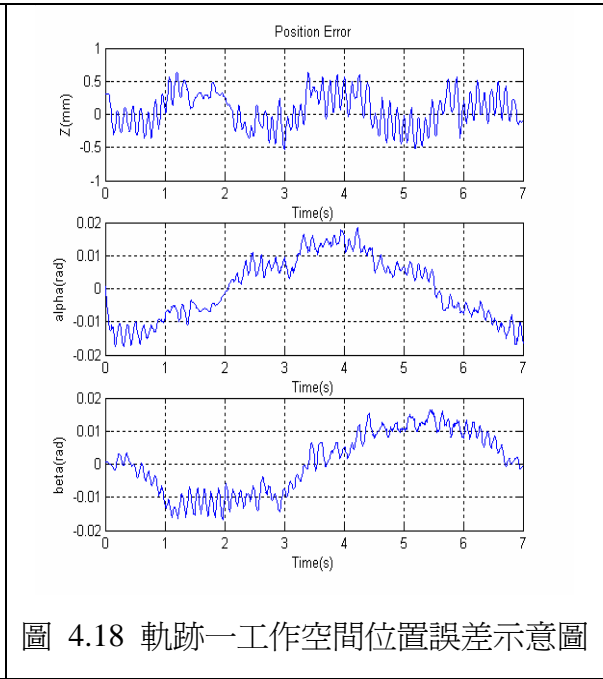


圖 4.18 軌跡—工作空間位置誤差示意圖

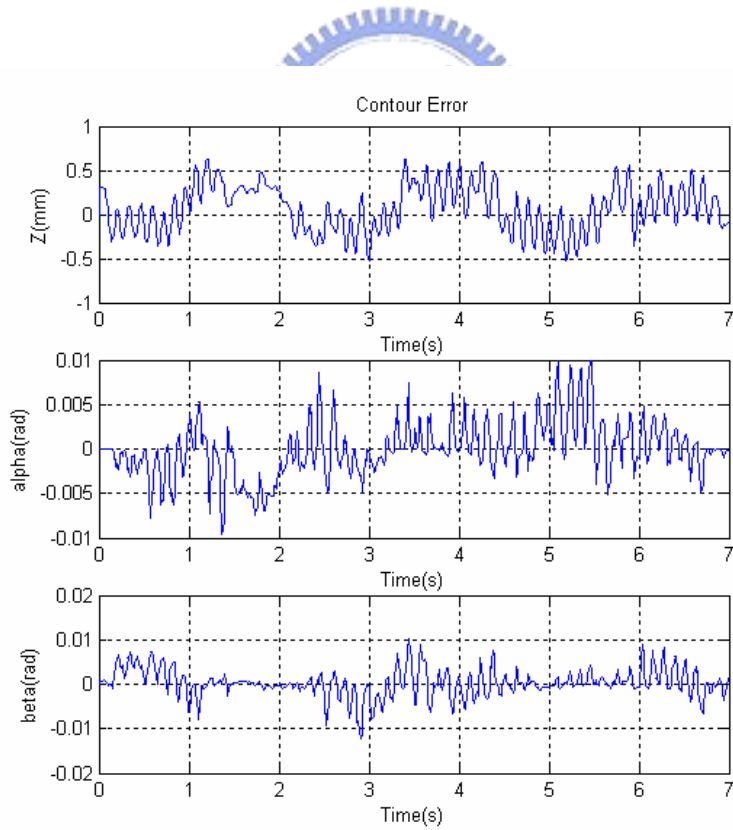


圖 4.19 軌跡—工作空間輪廓誤差示意圖

Structure 2：計算力矩控制結合交叉耦合預補償控制(圖 4.13)

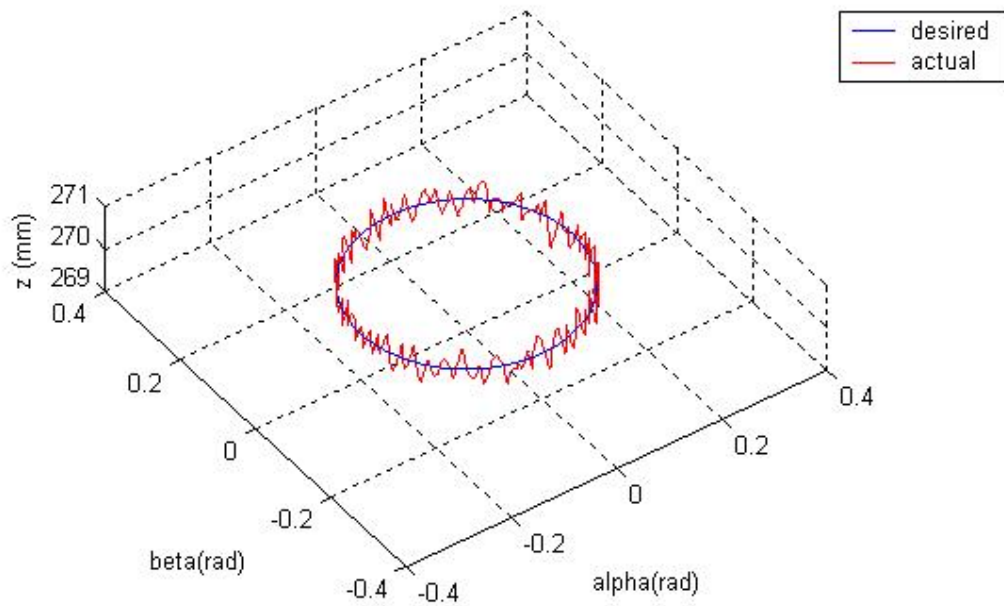


圖 4.20 軌跡一期望與實際軌跡示意圖

ASME B5.54-1992 Non Roundness

Operator: lab
Date: 2006-May-21 23:58:44

RENISHAW

Instrument: QC10 ballbar

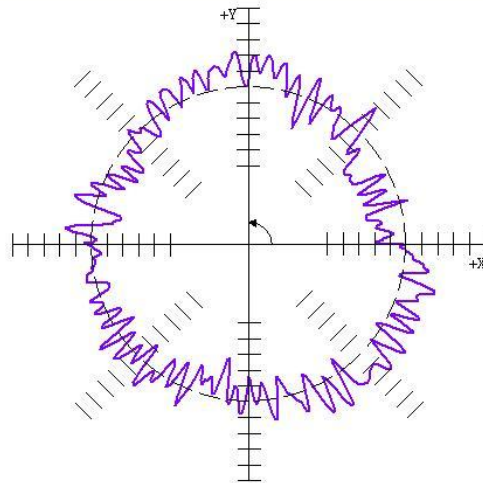
Dynamic ASME B5.54

Non Roundness	980.8 μ m
Maximum deviation	461.1 μ m 94.0°
Minimum deviation	-519.7 μ m 260.0°

Test Parameters

Radius	100.0000mm
Sample rate	41.667KHz
Feedrate	1000.0mm/min
Run sequence	CCW
Plane under test	XY
Test position	
Start angle	0°
End angle	0°
Overshoot angle	0°

Centre offset X	-248.6 μ m
Centre offset Y	-68.9 μ m
Calculated feedrate	3553.8mm/min



Run 1

200.0 μ m/div

圖 4.21 軌跡一 Ballbar 量測分析圖

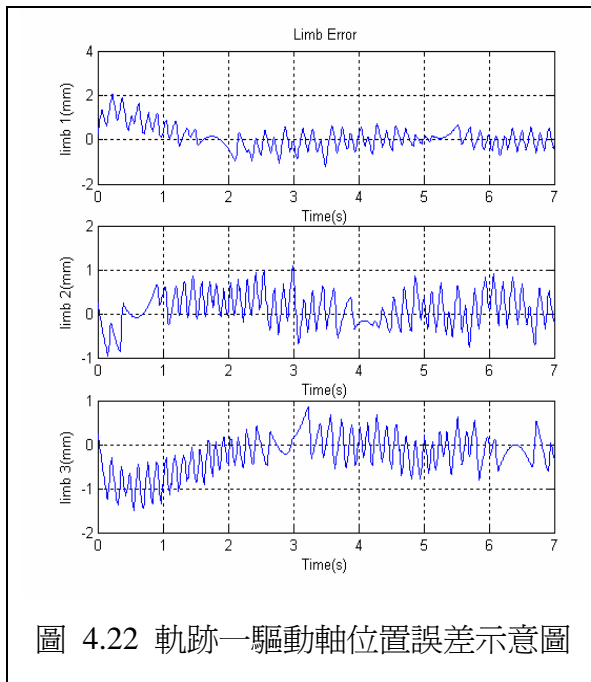


圖 4.22 軌跡一驅動軸位置誤差示意圖

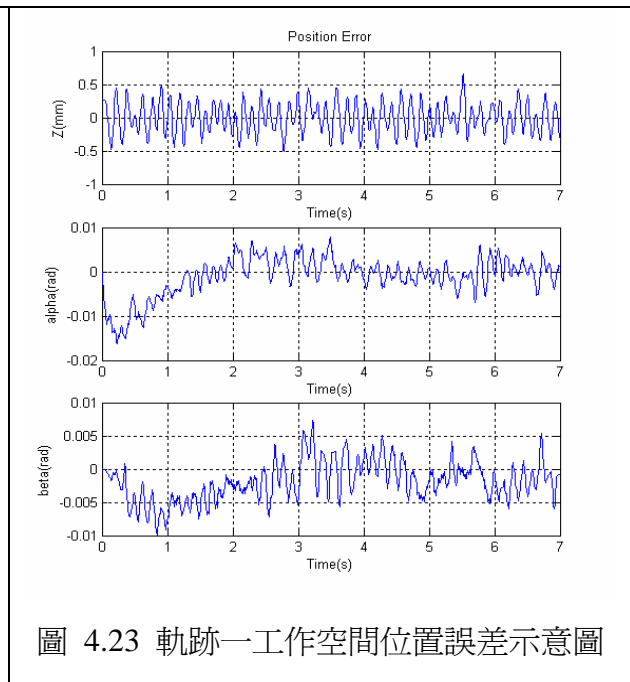


圖 4.23 軌跡一工作空間位置誤差示意圖

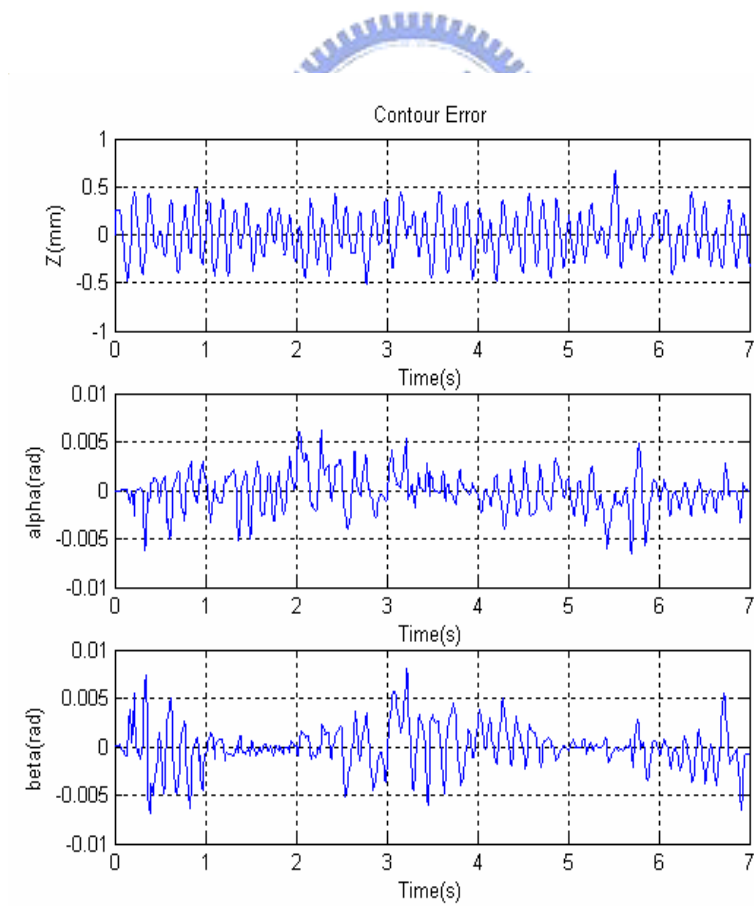


圖 4.24 軌跡一工作空間輪廓誤差示意圖

(2)、軌跡二（第二章）實驗

Structure 1：計算力矩控制(圖 4.12)

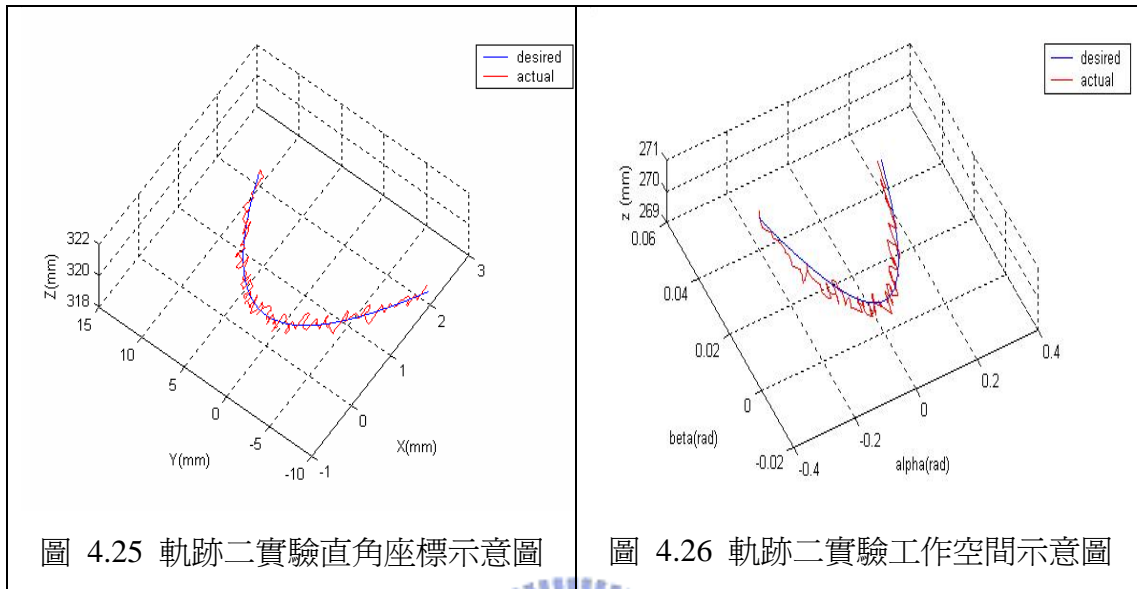


圖 4.25 軌跡二實驗直角座標示意圖

圖 4.26 軌跡二實驗工作空間示意圖

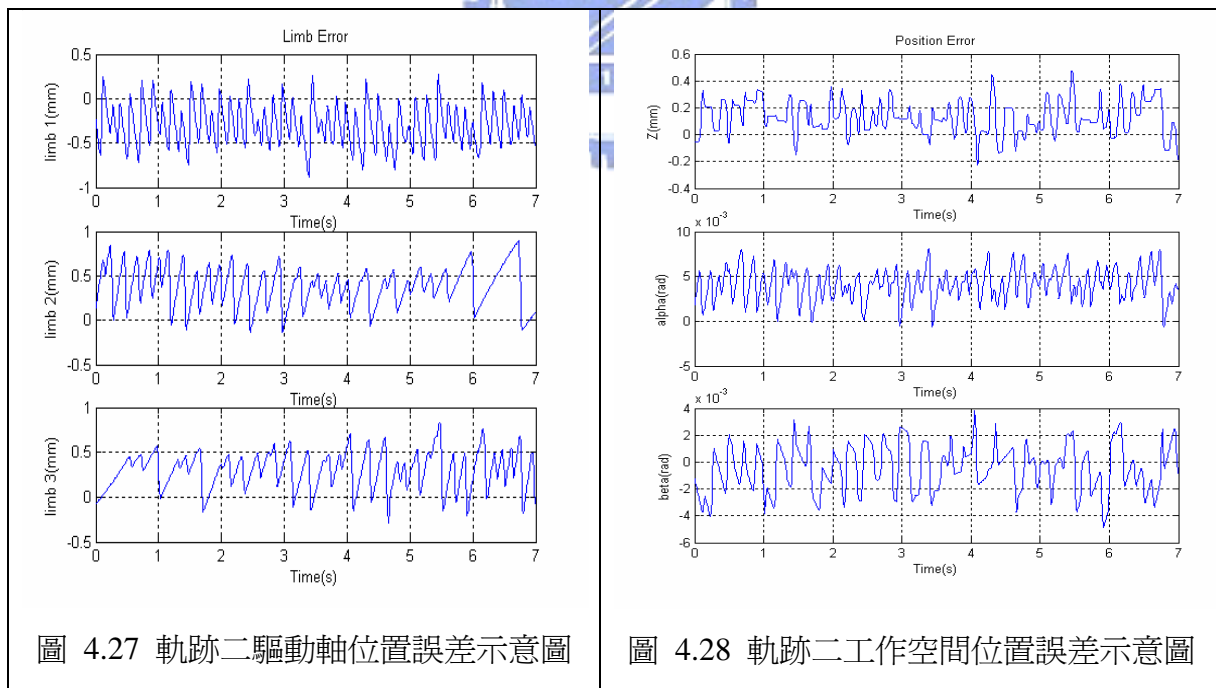


圖 4.27 軌跡二驅動軸位置誤差示意圖

圖 4.28 軌跡二工作空間位置誤差示意圖

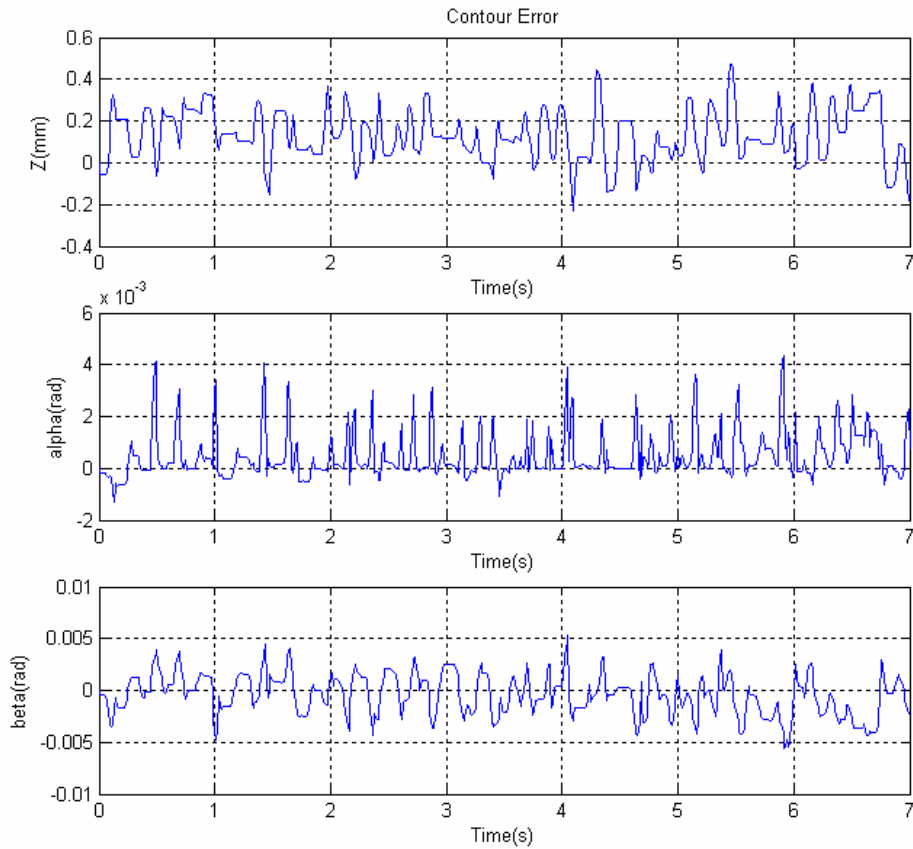


圖 4.29 軌跡二工作空間輪廓誤差示意圖

Structure 2：計算力矩控制結合交叉耦合預補償控制(圖 4.13)

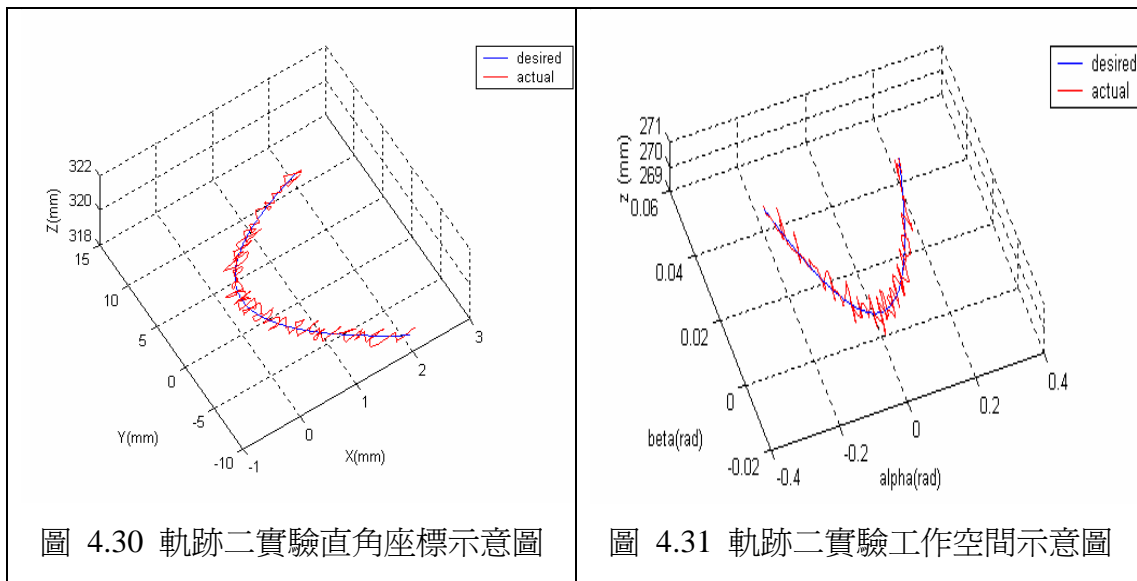


圖 4.30 軌跡二實驗直角座標示意圖

圖 4.31 軌跡二實驗工作空間示意圖

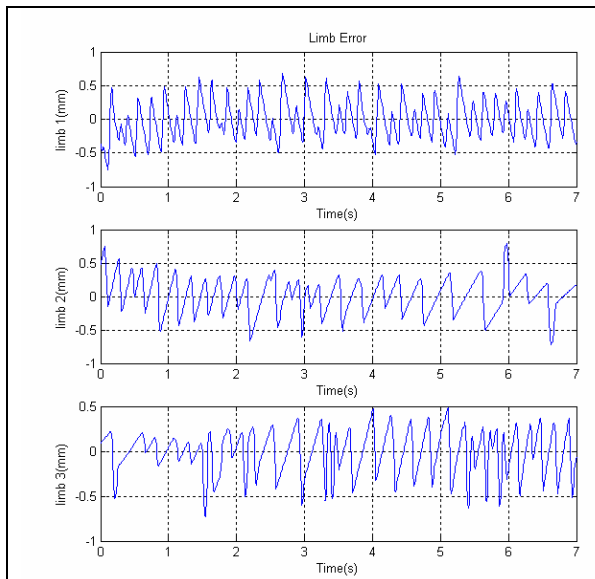


圖 4.32 軌跡二驅動軸位置誤差示意圖

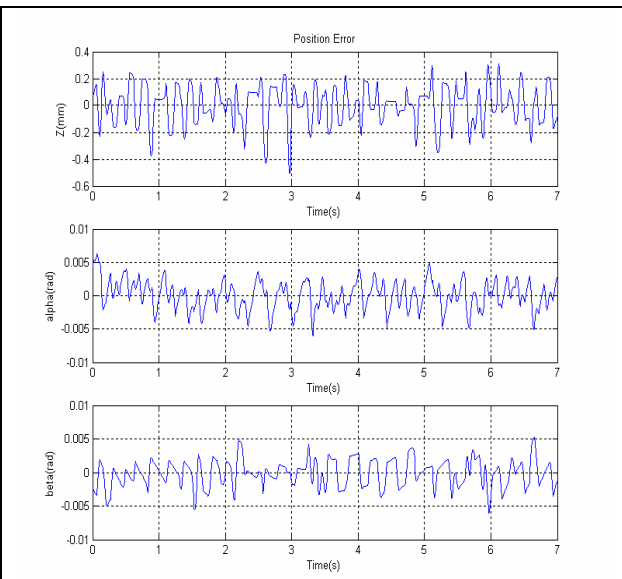


圖 4.33 軌跡二工作空間位置誤差示意圖

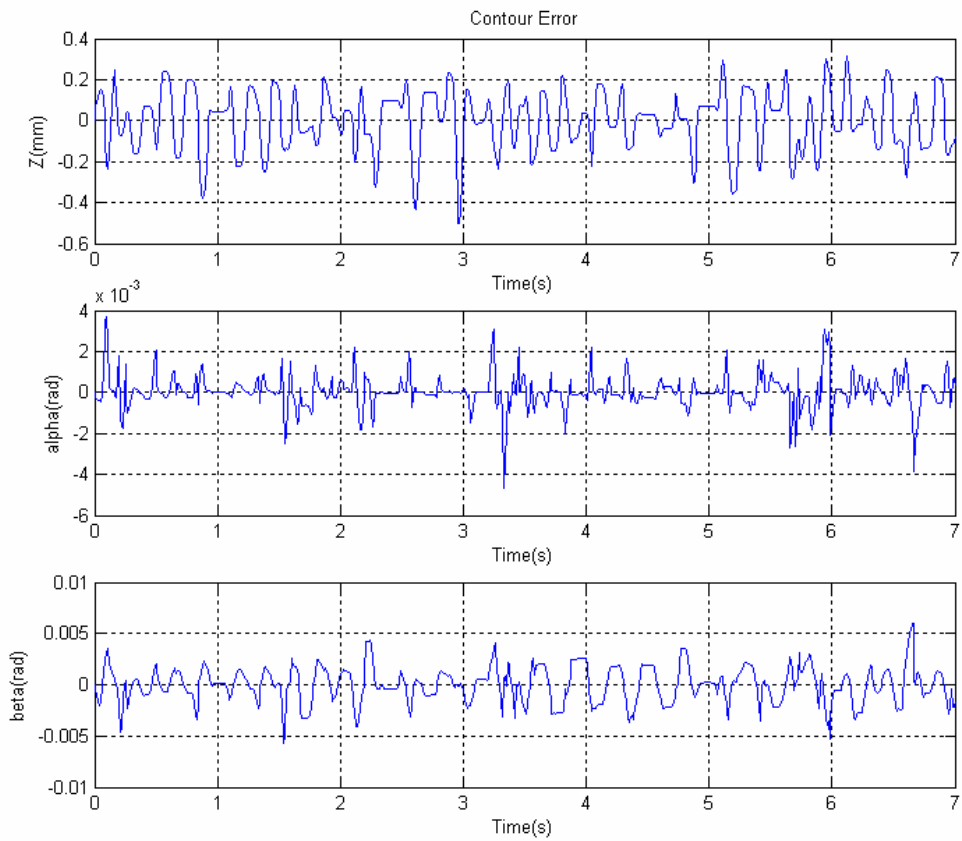
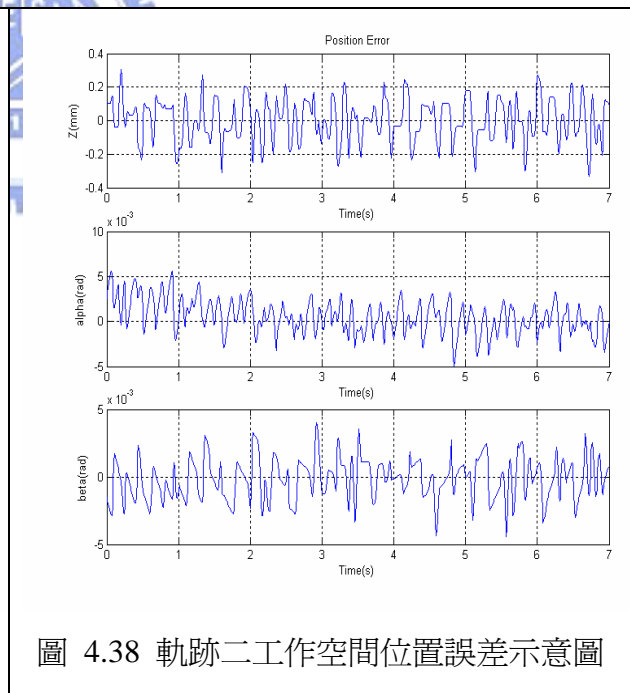
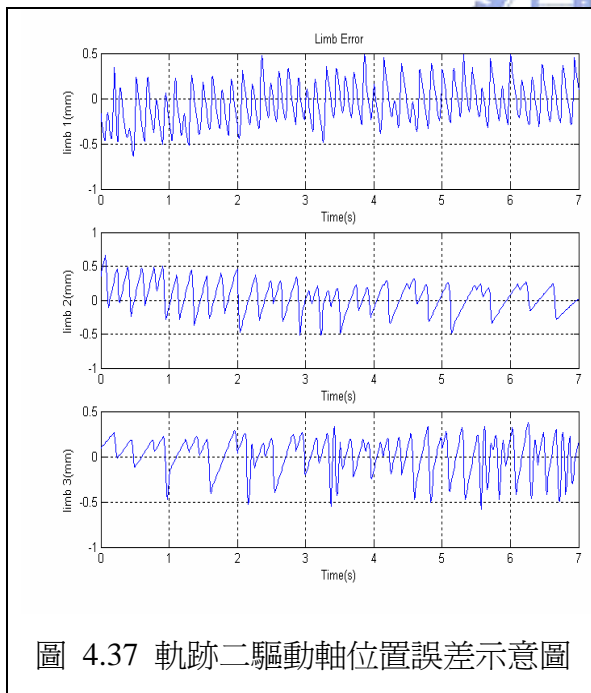
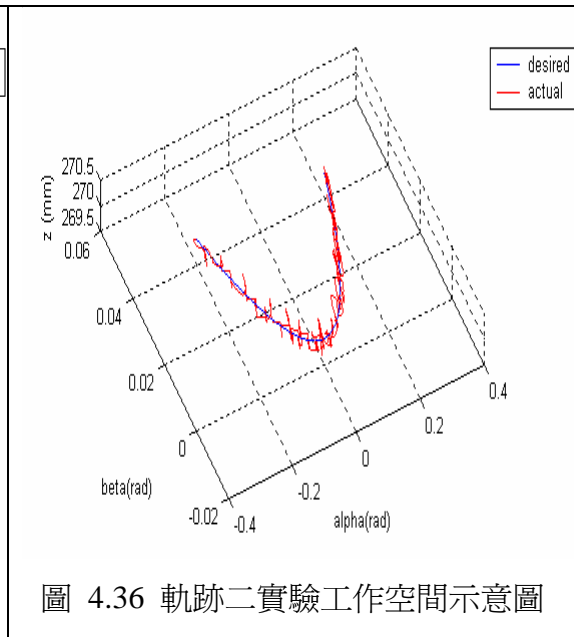
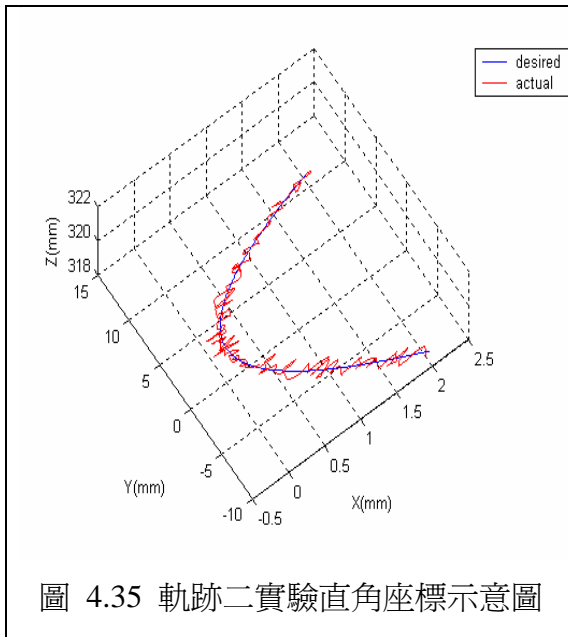


圖 4.34 軌跡二工作空間輪廓誤差示意圖

Structure 3：模糊邏輯控制(圖 4.14)



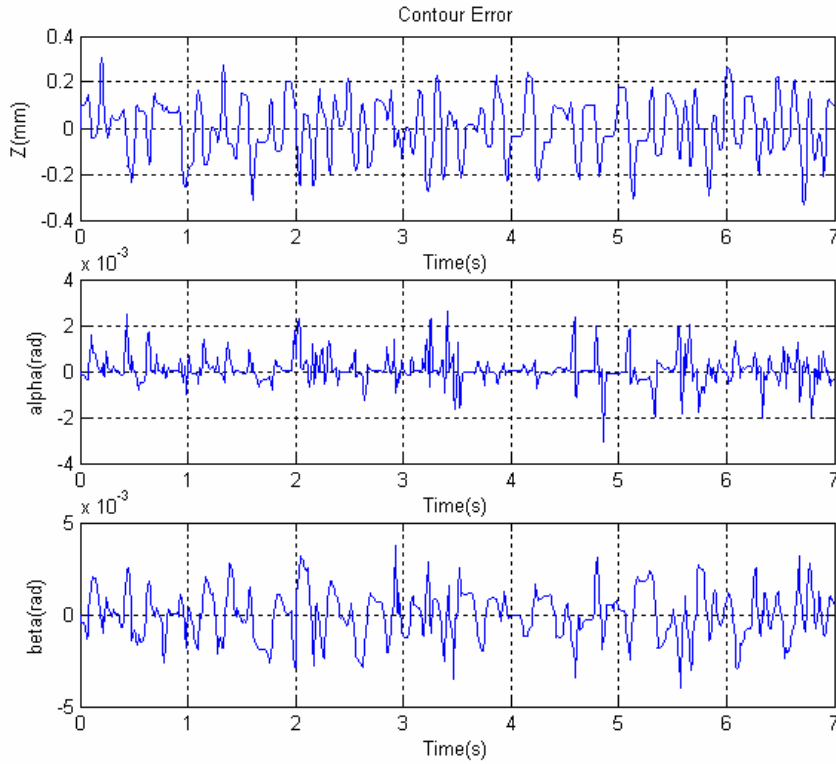


圖 4.39 軌跡二工作空間輪廓誤差示意圖

(3)、軌跡三（第二章）實驗

Structure 1：計算力矩控制(圖 4.12)

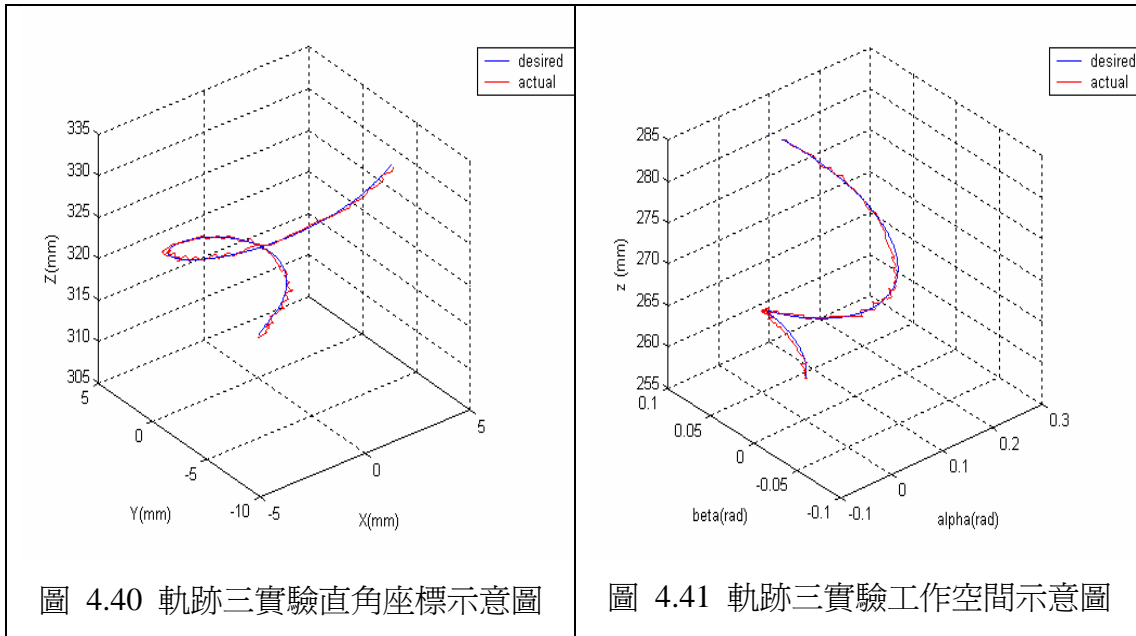


圖 4.40 軌跡三實驗直角座標示意圖

圖 4.41 軌跡三實驗工作空間示意圖

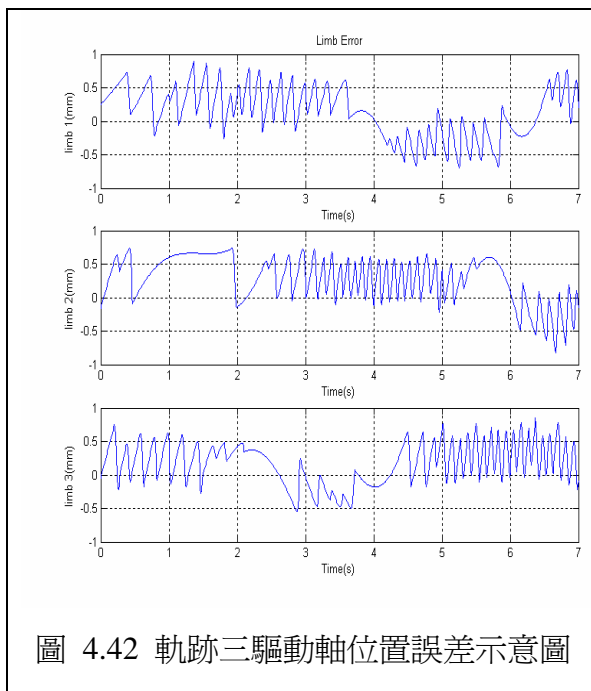


圖 4.42 軌跡三驅動軸位置誤差示意圖

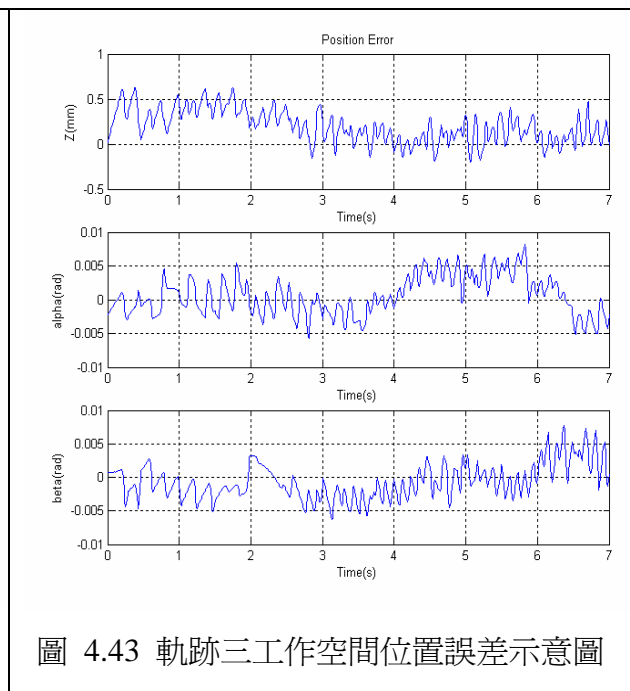


圖 4.43 軌跡三工作空間位置誤差示意圖

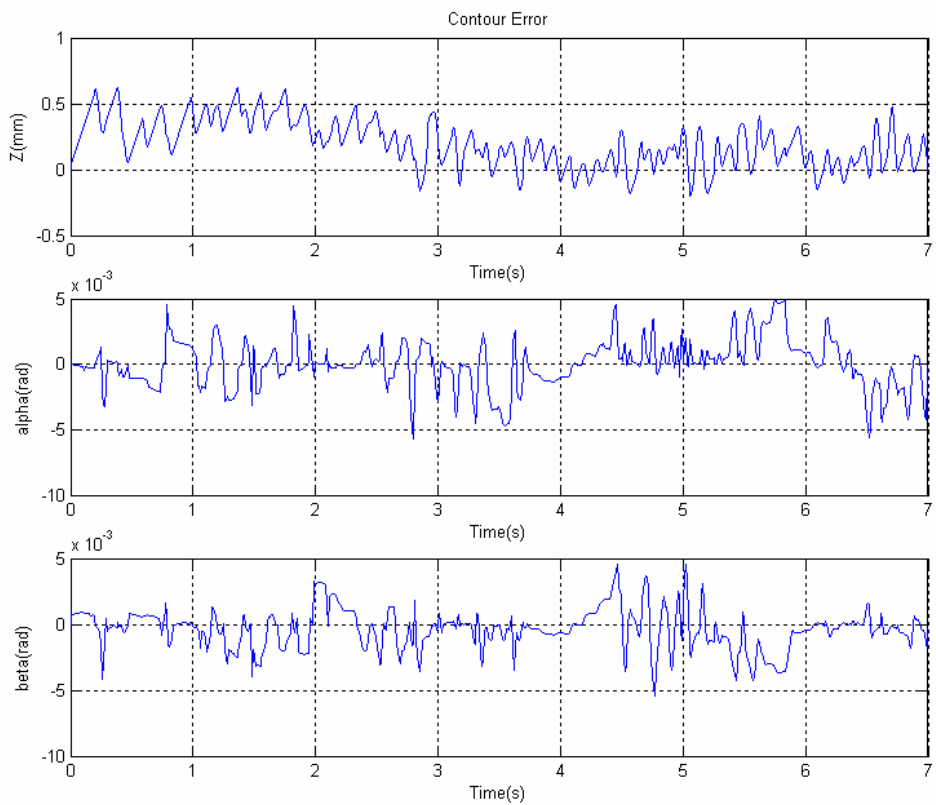


圖 4.44 軌跡三工作空間輪廓誤差示意圖

Structure 2：計算力矩控制結合交叉耦合預補償控制(圖 4.13)

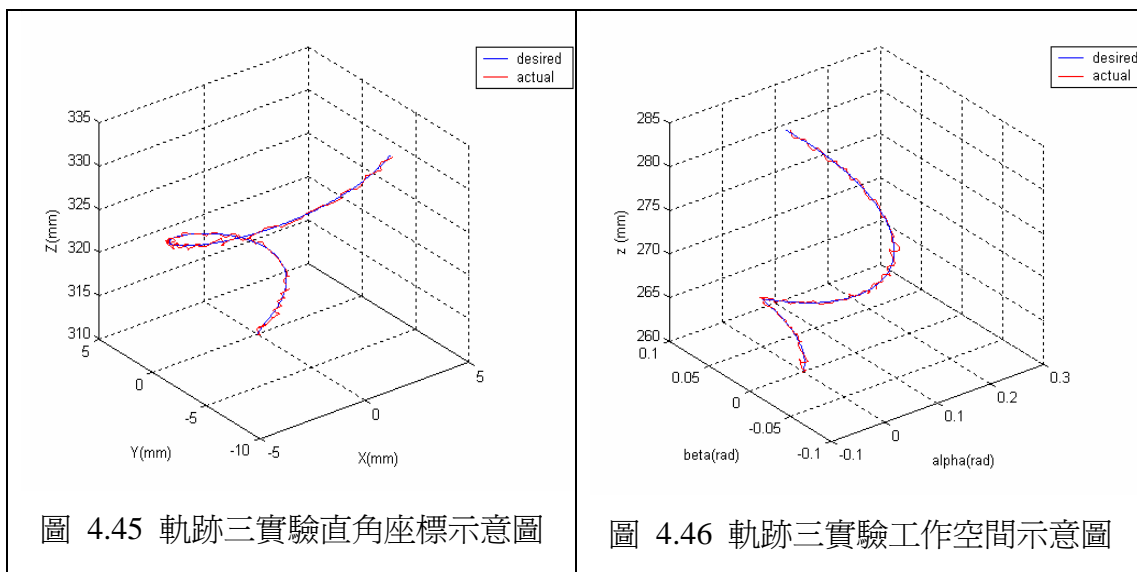


圖 4.45 軌跡三實驗直角座標示意圖

圖 4.46 軌跡三實驗工作空間示意圖

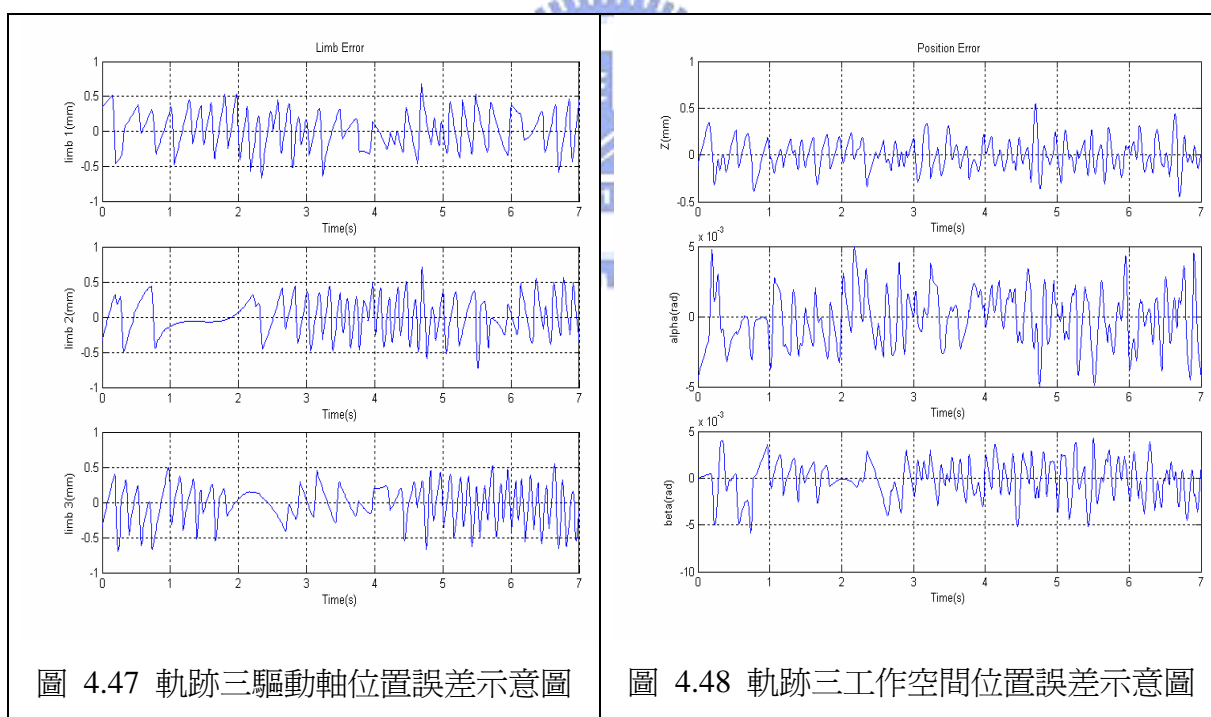


圖 4.47 軌跡三驅動軸位置誤差示意圖

圖 4.48 軌跡三工作空間位置誤差示意圖

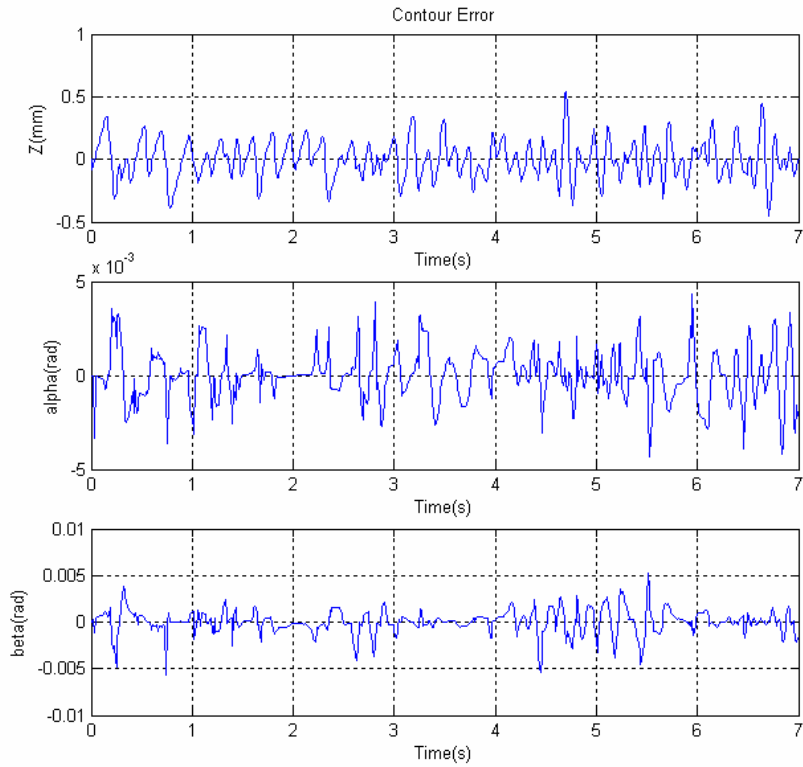


圖 4.49 軌跡三工作空間輪廓誤差示意圖

Structure 3：模糊邏輯控制(圖 4.14)

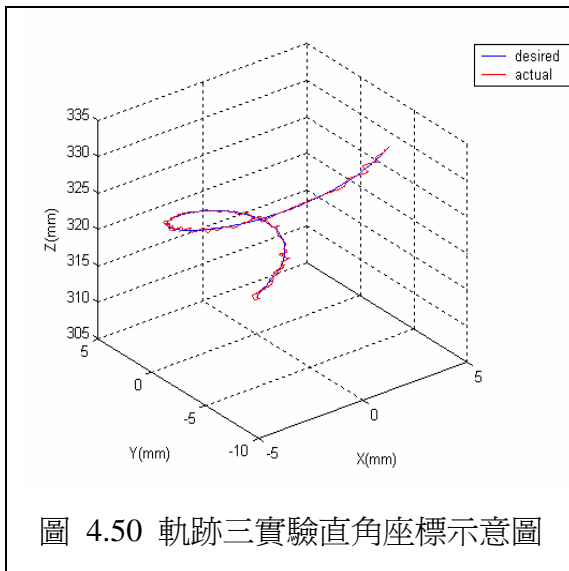


圖 4.50 軌跡三實驗直角座標示意圖

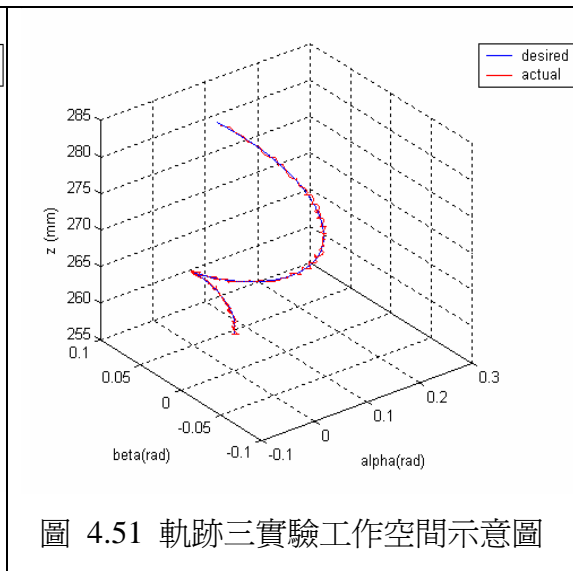


圖 4.51 軌跡三實驗工作空間示意圖

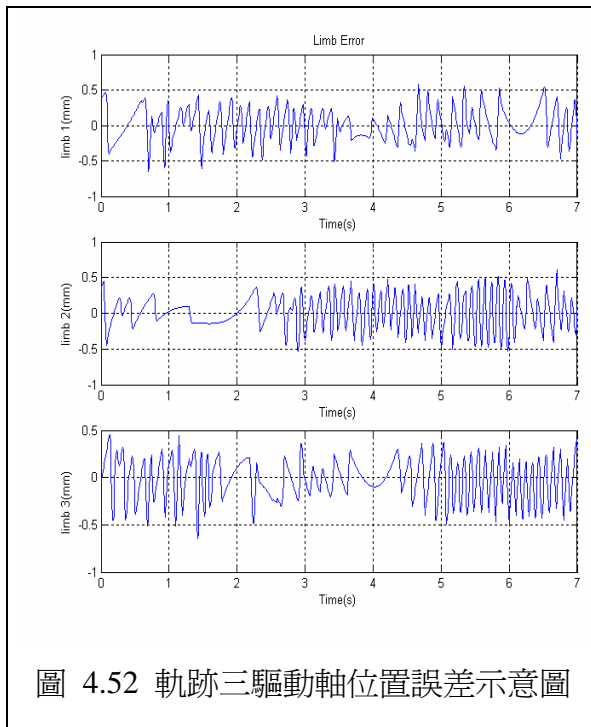


圖 4.52 軌跡三驅動軸位置誤差示意圖

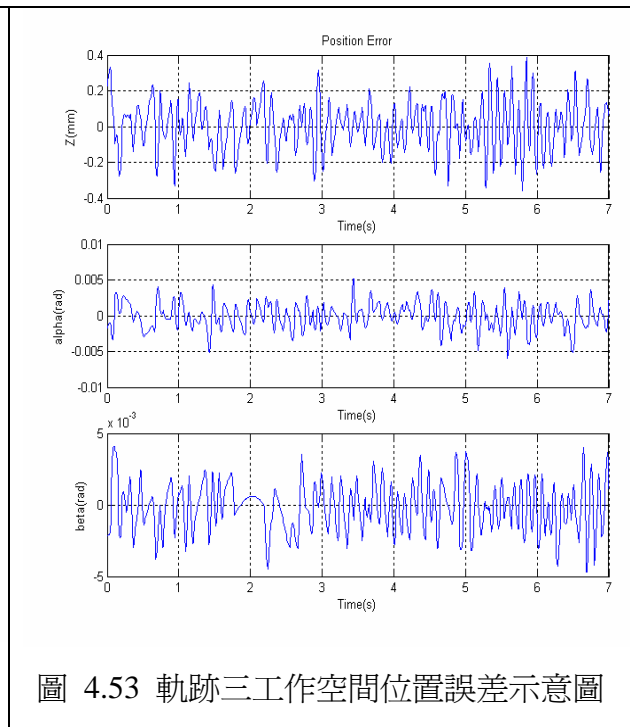


圖 4.53 軌跡三工作空間位置誤差示意圖

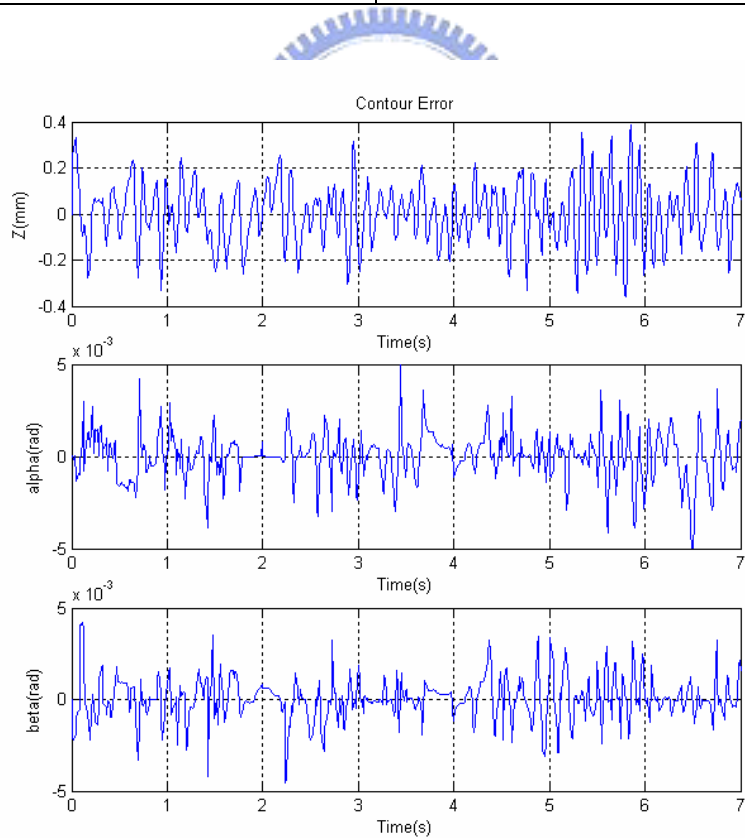


圖 4.54 軌跡三工作空間輪廓誤差示意圖

表 4.4 軌跡一實驗 ballbar 分析資料表

	IAE (mm)	feedrate(mm/min)	Maximum deviation(μm)	Minimum deviation(μm)
CTC	0.041714	3578.1	523.7	-639.6
CTC+CCPM	0.032106	3553.8	461.1	-519.7

表 4.5 實驗各軌跡控制方法 IAE 比較表

Trajectory number	Control strategy	Position error in work space		Contour error in work space		Position error of limb
		z	α 、 β	z	α 、 β	
1	CTC	0.2254	0.0165	0.2249	0.0045	2.7247
	CTC+CCPM	0.1915	0.0062	0.1911	0.003	1.0939
2	CTC	0.1463	0.0056	0.1463	0.0022	1.0087
	CTC+CCPM	0.1158	0.0033	0.1157	0.0018	0.6275
	CTC+CCPM+FLC	0.1016	0.0027	0.1014	0.0014	0.5295
3	CTC	0.2194	0.0046	0.2194	0.0025	0.9902
	CTC+CCPM	0.1199	0.0031	0.1197	0.0018	0.6124
	CTC+CCPM+FLC	0.1082	0.0027	0.1079	0.0016	0.5487

表 4.5 中，CCPM 代表交叉耦合預補償控制，CTC 代表計算力矩控制，FLC 代表模糊邏輯控制。

4.6 實驗結果分析與討論

在軌跡一的實驗中，圖 4.16 和圖 4.21 為 CTC 和 CCPM 控制架構下，使用循圓量測儀所量測得到的上平板形心桿件實際姿態，由圖中可以得知桿件末端在 X-Y 平面上的圓軌跡誤差情形，圖 4.16 中可以發現在圖形上有 3 個明顯的凸起與凹陷，且經過多次實驗中觀察凸起的方向大小並不會改變，代表 CTC 架構下所追蹤的軌跡在 X-Y 平面上有週期性的誤差行為，造成軌跡的輪廓精度大幅降低。圖 4.21 為加入 CCPM 後的軌跡追蹤示意圖，除了一開始 $0^\circ \sim 45^\circ$ 有較大的輪廓誤差外，其餘的路徑中均能將輪廓誤差控制在一定的範圍內，不至於有明顯的凸起或凹陷情形發生，藉由 ballbar 所量測得到之實驗數據可以真實地表現出兩種控制法在追蹤圓軌跡時的誤差行為，與傳統利用光學尺量測的差異性在於，光學尺只能量得桿長的變化量，再以此桿長資訊經過前向運動學計算才能得到上平板的形心姿態，因此經由計算得到的姿態只能算是理想中的解答，對於平台的上下接頭在運作時產生的誤差便不能量測出來，這也是造成理想姿態與實際平台姿態有差距的主要原因，因此在量測儀器方面，利用 ballbar 所得到的位置資訊比起光學尺需要經過計算才能得到的理想解答來得真實可靠。此實驗也驗證了 ballbar 架設在運動平台的可行性，在行進路徑為圓軌跡的情形下，可以做為控制策略的誤差修正效果之比較工具。

軌跡二和軌跡三的實驗規劃為具有曲率變化的空間曲線，目的是用來驗證 FLC 對於軌跡修正的成效，由表 4.5 中的 IAE 值可看出 FLC 不只有降低輪廓誤差的作用，對於桿件的位置誤差也有收斂的效果，雖然 FLC 在輪廓誤差改善幅度方面沒有 CCPM 大，但 FLC 為一考慮曲率變化而產生的減速機制，若是增加 FLC 對速度的補償量，雖然可以再降低輪廓誤差，但對於桿件的位置誤差會造成追蹤不及的影響，因此本文在基因演算法的尋優過程中已排除這種情形的發生，所調整後的系統參數並不會有位置誤差和輪廓誤差互相損害的情形發生。

在實驗過程中，各驅動軸的輸出力是由第二章所推導的動態模型計算得到，亦即代表各驅動桿件所受的外力只有重力，這是模擬時的理想狀況，但是實際的實驗環境中上桿件與下桿件之間具有摩擦力的影響，若要達到更好的軌跡追蹤性能，需將控制架構中考慮摩擦力的補償，至於如何針對各驅動桿件建立摩擦力的修正模型，則是可繼續研究的課題[25]。

第五章 結論

本論文在 3RPS 平行式機構上建立計算力矩控制的基本架構，並且針對平台有負載的情形下與傳統位置控制以實驗進行比較(章節 4.4)，由實驗結果顯示位置控制並不會因為負載的增加而造成軌跡輪廓誤差有太大的影響，反而在計算力矩控制的架構下，逆向動力學會利用承載力的資訊計算出各驅動軸所需出力大小，即使運動平台有負載的增加，各驅動軸也會即時做出相對應的動作，實驗證明計算力矩控制對於輪廓誤差有明顯的改善效果，對於本論文欲將運動平台發展成切削工具機的目的而言，具有相當大的潛力。

在系統之控制參數選擇方面，本文以基因演算法和傳統的試誤法進行比較(章節 3.4)，過程中基因演算法根據輪廓誤差為準則對整體控制流程進行尋優加以找出最佳化的參數，並藉由複製、交配與突變等運算工作成功避免試誤法需要消耗大量人工時間來調整參數變動，也防止因起始參數選取不佳而落入局部解的情形發生。模擬比較結果顯示由基因演算法所決定之參數確實能得到最佳之軌跡精度，在面對高精度且自動化的加工環境需求下，提供了一個有系統化建立控制參數之選擇。

對於軌跡在高速且曲率變化量增加時會造成輪廓精度降低的問題，由於一般方法是利用圓形近似法(Circular approximation)在擬合曲線時來推導出曲率、輪廓誤差與進給速度的數學相關式，但是這種方法會隨著軌跡的複雜性提高，導致所推導出的數學模型不精確性也會相對提高，因此本文提出利用模糊邏輯控制器無需推導精準數學模型的特性來建立起三者之間的關係式，並由模擬和實驗結果證明，FLC 在軌跡為大曲率變化時，確實可經由減速動作達到提升空間軌跡輪廓精度的效果。

在實驗量測儀器方面，以往平台在工作空間上的姿態必須經過光學尺量測及前向運動學(Forward kinematic)的計算才能得到，由於前向運動學是以最佳化的方法求解，因此仍無法證明是目前平台的真實姿態，而本論文藉由循圓量測試儀(Ballbar)的架設可以直接量測到上平板的實際軌跡追蹤情形，經由 ballbar 量測得到的實驗數據在行進路徑為圓軌跡的情形下，可以做為控制策略的誤差修正效果之比較工具。

參考文獻

- [1] Stewart D., "A platform with six degree of freedom," Proc. Institute of Mechanical Engineers, Vol.108, No. 3884, pp.371-386, 1965.
- [2] Koren Y., "Cross-coupled biaxial computer control for manufacturing systems," ASME Trans Journal of Dynamic System, Measurement and Control, Vol.102, No.4, pp.265-272, 1980.
- [3] Huan J., "Bahnregelung zur Bahnerzeugung an numerisch gesteuerten Werkzeugmaschinen," Dissertation, University of Stuttgart, 1982.
- [4] Chin J. H., Tsai H. C., "A Path algorithm for Robotic Machining," Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol.10, No.3, pp.185-198, 1993.
- [5] Chin J. H., Lin T.C., "Cross-Coupled Precompensation Method for the Contouring Accuracy of Computer Numerically Controlled Machine Tools," Int. J. Machine Tools and Manufacture, Vol.37, No.7, pp.947-967, 1997.
- [6] Yeh S. S., Hsu P. L., "Adaptive-Feedrate Interpolation for Parametric Curves with a Confined Chord Error," Computer-Aided Design, Vol.34, No.3, pp.229-237, 2002.
- [7] Yong T., Narayanaswami R., "A parametric interpolator with confined chord errors, acceleration and deceleration for NC machining," Computer-Aided Design, Vol.35, No.13, pp.1249-1259, 2003.
- [8] Liu X., Ahmad F., Yamazaki K., Mori M., "Adaptive interpolation scheme for NURBS curves with the integration of machining dynamics," Int. J. Machine Tools and Manufacture, Vol.45, No.4-5, pp.433-444, 2005.
- [9] Sun Y., Wang J., Guo D., "Guide curve based interpolation scheme of parametric curves for precision CNC machining," Int. J. Machine Tools and Manufacture, Vol.46, pp.235-242, 2006.
- [10] Zadeh L. A., "Fuzzy sets," Information and Control, pp.338-353, 1965.
- [11] Mamdani E. H., "Application of fuzzy algorithms for control of a simple dynamic plant," Proc. IEEE, Vol.121, No.12, pp.1585-1588, 1974.
- [12] Chin J. H., Cheng Y. M., Lin J. H., "Improving contour accuracy by fuzzy-logic enhanced cross-coupled pre-compensation method," Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol.20, No.1, pp.65-76, 2004.
- [13] Corbet T., Sepehri N., Lawrence P. D., "Fuzzy control of a class of hydraulically actuated industrial robots," IEEE. Trans. on Control Systems Technology, Vol.4,

No.4, pp.419-426, 1996.

- [14] Eroglu E., Cansever G., Kucukdemiral L. B., Dalci B., "PD, PID and fuzzy logic control of three link planar arm," IEEE. Proc. of the Fourth Int. Workshop on Robot Motion and Control, pp.191-196, 2004.
- [15] Mann G. K., Surgenor B. W., "Model-free intelligent control of a 6-DOF Stewart-Gough based parallel manipulator," IEEE. Proc. of the 2002 Int. Conf. on Control Application, Vol.1, pp.495-500, 2002.
- [16] Chung I. F., Chang H. H., Lin C. T., "Fuzzy control of a six-degree motion platform with stability analysis," IEEE. Int. Conf. on Systems, Man and Cybernetics, Vol.1, pp.325-330, 1999.
- [17] Zyada Z., Hasegawa Y., Fukuda T., "Force control with fuzzy compensation of gravity and actuators' friction forces of a hydraulic parallel link manipulator," IEEE. Int. Conf. on Systems, Man and Cybernetics, Vol.2, pp.202-207, 2002.
- [18] Herrera F., Lozano M., Verdegay J. L., "Generating fuzzy rules from examples using genetic algorithms," Proc. 5th Int. Conf. of Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, pp.675-680, 1994.
- [19] Heider H., Tryba V., Muhlenfeld E., "Automatic design of fuzzy systems by genetic algorithms," In Proc. Fifth International Conf. on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge Based Systems, pp.665-670, 1994.
- [20] Homaifar A., McCormick E., "Simultaneous design of membership functions and rules sets for fuzzy controllers using genetic algorithms," IEEE. Trans. On Fuzzy Systems, Vol.3, No.2, pp.129-139, 1995.
- [21] Kosei Y., Arai T., Sugimoto K., Takatsuji T., Goto M., "Design and Accuracy Evaluation of High Speed and High Precision Parallel Mechanism," Proc. of ICRA '98, Leuven, Belgium, Vol.3, pp.1340-1345, 1998.
- [22] Gao M., Li T., Yin W., "Calibration method and experiment of Stewart platform using a laser tracker," 2003. IEEE Int. Conf. on Systems, Man and Cybernetics, Vol.3, pp.2797-2802, 2003.
- [23] Wang H., Fan K. C., "Identification of Strut and Assembly Errors of a 3-PRS Serial-Parallel Machine Tool," Int'l Journal of Machine Tool and Manufacture, Vol.44, pp.1171-1178, 2004.
- [24] Tsai L. W., "Solving the inverse dynamics of a Stewart –Gough manipulator by the principle of virtual work," J. Mechanical Design, Vol.122 , No.1, pp.3-9,

2000.

- [25] Sciavicco L., Siciliano B., “Modeling and control of robot manipulators,” McGraw-Hill, Inc., 1996.
- [26] Harib K., Srinivasan K., ”Kinematic and dynamic analysis of Stewart platform-based machine tool structures,” *Robotica*, Vol.21, pp.541-554, 2003.
- [27] 洪榮哲 編譯, 機構設計-精密定位法, 全華科技圖書股份有限公司, 1998.
- [28] Ian S. S., “Fuzzy control of industrial systems-theory and application,” Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [29] 王文俊, 認識 Fuzzy, 全華科技圖書股份有限公司, 2001.
- [30] Holland J. H., “Genetic algorithms,” *Sci. Am.*, pp.66-72, 1992.
- [31] 周鵬程, 遺傳演算法原理與應用-活用 matlab, 全華科技圖書股份有限公司, 2001.
- [32] 蘇木春、張孝德, 機器學習類神經網路、模糊系統以及基因演算法, 全華科技圖書股份有限公司, 1999.
- [33] Sugeno M., “Industrial applications of fuzzy control,” Elsevier Science Pub. Co., 1985.
- [34] Chang W. L., “The Development and Experiments of Continuous Path Contour Control on a 3RPS Parallel Machine Tool” , Institute of Mechanical Engineering, National Chiao-Tung., Taiwan, ROC., Master’s Thesis, 2006.