

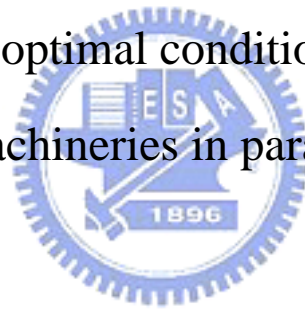
國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

複數台離心式流體機械並聯之複雜管路流量計算

A study of the optimal condition of centrifugal
machineries in parallel



研究生：施坤宏

指導教授：傅武雄 博士

中華民國九十五年七月

複數台離心式流體機械並聯之複雜管路流量計算

A study of the optimal condition of centrifugal
machineries in parallel

研究生：施坤宏

Student: Kung-Hong Shih

指導教授：傅武雄

Advisor: Wu-Shung Fu

國立交通大學

機械工程學系



A Thesis

Submitted to Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Mechanical Engineering

June 2006

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

複數台離心式流體機械之複雜管路流量計算

研究生：施坤宏

指導教授：傅武雄 博士

國立交通大學機械工程學系

摘要

本文主要目的為採用多台同型之離心式流體機械的並聯方式，進行複雜管路流量計算。對於複雜管路系統，單台離心式流體機械往往無法提供龐大的流量需求，必須採用多台並聯的方式處理，然而多台離心式流體機械並聯的缺點在於每台流量極易分配不均，由計算結果得知主要受到性能曲線斜率的影響。

本文的另一目的為將效率曲線隨轉速變化的公式求出，並將效率曲線並入模擬計算的過程裡，求得每台離心式流體機械的效率值，進而計算出系統所需的總功率，從不同的並聯台數中，選取出最省能的並聯方式。



A Study of The Optimal Condition of Centrifugal
Machineries In Parallel

Student: Kung-Hong Shih

Advisor: Wu-Shung Fu

Department of Mechanical Engineering

National Chiao Tung University

Abstract

In order to provide huge mass flow rate, the centrifugal machineries in parallel are necessary. However, the problem mentioned above is hardly studied. The aim of this study is to solve the complex piping problems with centrifugal machineries in parallel, and to obtain the optimal situation for the centrifugal machineries in parallel. The relating formulas are derived from affinity law and a method of curve fitting is adopted to express the parameters used in the above formula. As a result, the most efficient satiation among the possible situations could be determined.

The another aim of this study is to formulate the equation of the efficiency curve varied with the rotation rate. We can count the efficiency of each centrifugal fluid machineries in any rotation rate, and then we will obtain the used power of the system. The optimal operation choice of different numbers of the parallel fluid machineries will be got.

致 謝

感謝父母親二十餘年來含辛茹苦的養育之恩，使我能夠順利的完成碩士學業。在歷經兩年的碩士生涯中，特別感謝吾師傅武雄教授在課業上及論文上的悉心指導，以及在生活上無微不至的照顧，在此至上最高的謝意。同時感謝學長連信宏在程式上的指導，以及廖宜寬、李崇綱、余政倫和陳鴻儀等人的協助。最後，僅以本文獻給我的家人與師長和朋友。



目錄

中文摘要	I
英文摘要	II
誌謝	III
目錄	IV
表目錄	V
圖目錄	VI
符號說明	VIII
第一章 緒論	1
第二章 物理模式	6
第三章 數值方法	41
第四章 結果與討論	48
第五章 結論	79
參考文獻	80



表目錄

表 4-1 單機之各管段與工作流體詳細資料	58
表 4-2 雙機並聯之各管段與工作流體詳細資料.....	59
表 4-3 三機並聯之各管段與工作流體詳細資料.....	60
表 4-4 實際與計算在效率值為 55%時的資料點.....	61
表 4-5 修正後所計算效率值為 55%時的資料點.....	61
表 4-6 微小改變相似定理所計算效率值為 55%時的資料點.....	61
表 4-7 不同系統需求與不同數目並聯的理論計算結果	62
表 4-7 不同系統需求與不同數目並聯的理論計算結果(續)	63
表 4-8 不同系統需求與不同數目並聯的公式計算結果.....	64
表 4-8 不同系統需求與不同數目並聯的公式計算結果(續).....	65
表 4-9 四機並聯系統之各管段詳細資料.....	66
表 4-10 A 型風機在不同並聯數的計算結果.....	67
表 4-11 B 型風機在不同並聯數的計算結果.....	67
表 4-12 C 型風機在不同並聯數的計算結果.....	68

圖目錄

圖 1-1 固定轉速之風機曲線資料圖	5
圖 2-1 單台離心式流體機械系統之物理模式示意圖	23
圖 2-2 某泵浦轉速 1750rpm 資料圖	24
圖 2-3 資料點與二次多式式曲線圖	25
圖 2-4 90 度圓形彎角	26
圖 2-5 其它角度彎角	27
圖 2-6 三管相連接	28
圖 2-6 三管相連接(續)	29
圖 2-7 風門與損失係數	30
圖 2-8 管路突擴與突縮損失係數	31
圖 2-9 某風機性能曲線與系統阻抗曲線	32
圖 2-10 轉速 N_o 和 N_R 之性能曲線與系統阻抗曲線	33
圖 2-11 單台、雙台與三台並聯之性能曲線	34
圖 2-12 雙台離心式流體機械並聯之物理模式圖	35
圖 2-13 三台離心式流體機械並聯之物理模式圖	36
圖 2-14 泵浦直徑之修正圖	37
圖 2-15 以二次多項式表示效率曲線	38
圖 2-16 以三次多項式表示效率曲線	39
圖 2-17 以四次多項式表示效率曲線	40
圖 4-1 某風機在 1500 rpm 下之性能曲線圖	69
圖 4-2 風機轉速為 1500 rpm 之流量分佈	69
圖 4-3 風機轉速為 2083 rpm 之流量分佈	70
圖 4-4 風機轉速為 4167 rpm 之流量分佈	70

圖 4-5 風機轉速為 1500 rpm 之流量分佈·····	71
圖 4-6 風機轉速為 2362 rpm 之流量分佈·····	71
圖 4-7 風機轉速為 1500 rpm 之流量分佈·····	72
圖 4-8 風機轉速為 1833 rpm 之流量分佈·····	72
圖 4-9 四組不同的風機性能曲線·····	73
圖 4-10 各組風機之流量分佈圖·····	73
圖 4-11 三台風機並聯之性能曲線與系統阻抗曲線·····	74
圖 4-12 泵浦在不同直徑之性能曲線和等效率圖·····	74
圖 4-13 泵浦直徑修正後之性能曲線和等效率圖·····	75
圖 4-14 當相似定理 $n = 1.05$ 、 $m = 2.05$ 和 $k = 2.92$ 時之等效率圖·····	75
圖 4-15 四次多項式曲線與效率資料點對照圖·····	76
圖 4-16 四機並聯之複雜管路系統·····	76
圖 4-17 A 型風機轉速 1750 rpm 時之性能曲線和效率曲線·····	77
圖 4-18 B 型風機轉速 1750 rpm 時之性能曲線和效率曲線·····	77
圖 4-19 C 型風機轉速 1750 rpm 時之性能曲線和效率曲線·····	78

符號說明

A_n	管路編號 n 的截面積	[m ² or inch ²]
BHP_O	離心式流體機械在初始轉速(或直徑)時的功率	[W or HP]
BHP_R	離心式流體機械在變更轉速(或直徑)時的功率	[W or HP]
C_b	彎角損失常數	
$C_{b,c}$	三管連接流經子管與連管損失常數	
C_n	出入口兩端壓力相差值	[Pa or Ft]
$C_{s,c}$	三管連接流經主管與連管損失常數	
C_{Sn}	性能曲線方程式在初始轉速(或直徑)的各項係數值	
C'_{Sn}	性能曲線方程式在變更轉速(或直徑)的各項係數值	
D_n	管路編號 n 的管徑	[mm or inch]
D_O	離心式流體機械的原始直徑	[mm or inch]
D_R	離心式流體機械的變更直徑	[mm or inch]
E_i	效率曲線方程式在初始轉速(或直徑)的各項係數值	
E'_i	效率曲線方程式在變更轉速(或直徑)的各項係數值	
e_n	管路編號 n 的壁面絕對粗糙度	[mm or inch]
E_f	離心式流體機械效率值	
E_{f_O}	離心式流體機械在初始轉速(或直徑)的效率值	
E_{f_R}	離心式流體機械在變更轉速(或直徑)的效率值	
f_n	管路編號 n 的摩擦因子	
G_n	管路編號 n 離心式流體機械配方衍生項	
K_n	管路編號 n 的壓力損失係數	

K_{sys}	系統需求常數，等於 $\frac{P_{sys}}{Q_{sys}^2}$	
L_n	管路編號 n 的長度	[m or Ft]
N_O	離心式流體機械的初始轉速	[rpm]
N_R	離心式流體機械的變更轉速	[rpm]
Q_{JP}	J 台並聯的總流量	[CMS or GPM]
Q_n	管路編號 n 的流量	[CMS or GPM]
Q_{sys}	系統需求流量	[CMS or GPM]
Re_n	管路編號 n 流體的雷諾數	
S_i	功率曲線方程式在初始轉速(或直徑)的各項係數值	
P_n	節點編號 n 流體的全壓值	[Pa or Ft]
P_{sys}	系統所需克服的壓力	[Pa or Ft]
$P_{v,c}$	流體之動壓值	[Pa or Ft]
V_n	管路編號 n 流體的平均速度	[m/s or Ft/s]
ΔP_n	流體流經管路編號 n 的壓損值	[Pa or Ft]
ρ	流體密度	[kg/m ³ or lbf/Ft ³]
μ	流體黏滯係數	[kg/m · s or lbf · s/Ft ²]



第一章 緒論

近十幾年來，台灣的半導體產業發展快速，半導體廠房的數量也逐年增多，不止帶來巨額的產業產值，也創造了大量的就業機會。隨著廠房愈蓋愈大，在流體輸送系統(含抽風系統、送風系統及液體輸送循環系統)上，更顯示其重要性。半導體工業產品的製造過程中，常常使用酸鹼溶液、有機溶劑、特殊氣體材料等有害人體健康的化學物質，這意味著若沒有良好的製程排氣系統設計，將對工作環境品質及員工的健康造成莫大的傷害，所以複雜管路系統計算方法的探討與研究，將可解決流量與壓力分配不合的情況。

複雜管路系統實際應用在許多地方，不論是工業的排氣系統、大樓的通風系統，或是流體運輸系統，所用的物理理論大同小異，包含因為管段所造成的摩擦損失(即 Darcy-Weisbach 方程式)，其它配件所造成的壓力損失(通稱 minor loss)，以及離心式流體機械性能曲線。在複雜管路系統設計上，必需考慮傳送流量和流速的限制，以及系統壓力平衡性、噪音、空間配置及系統造價成本的問題。進行管路系統設計時，必須知道的條件通常有：配件及設備資料、設計限制及參數資料、系統資料和管段資料。待求的設計項目有：各管段的直徑大小和全壓損失，並決定出適當風機或泵浦的壓力。縱使在設計中已考慮到許多物理因素，但設計出的管路系統，在壓力的平衡性效果常常不好。以下將會介紹出常見的管路系統設計方法，並探討其優缺點。

目前常見複雜管路的設計方法有四種，主要為速度法(Velocity Method)、等摩擦法(Equal Friction Method)、靜壓再得法(Static Regain Method)和 T-最佳化設計方法(T-Method Optimization)[1]。速度法的設計原理是先為系統中所有管段之速度做設定，依管段之流量與流速進行尺寸設計。為了控制噪音問題，會有速度的上限；為了避免污染物堆積，造成管路堵塞的問題，會有速度的下限。速度法是目前所有設計方法中最簡單的，然而系統壓力不易平衡，設計後

須花費額外的時間和成本進行壓力調整平衡。等摩擦法是假設系統中所有管段的單位長度全壓損失都相同，利用迭代的計算程序，取得新的等摩擦率，將其應用在原先壓降較小的路徑，透過減小下游管段的尺寸，以改良壓力的平衡。然而在系統中若存在各個路徑，其總長度相差極大，壓力的平衡性會出問題，因此等摩擦法通常適用在對稱性系統，或是系統中各路徑總長度接近。靜壓再得法是將 Bernoulli 方程式及 Borda 方程式結合後推導出靜壓再得計算公式，並在風管系統中利用靜壓再得來節省能源。但從流體力學的觀點上，靜壓再得法理論的不適用性包含有：(1) Bernoulli 定律不適用於分歧的樹狀管路系統；(2) 靜壓再得法無法真正使系統壓力平衡；(3) 靜壓再得因子的不確定性；(4) 不可能利用動能轉換為靜壓再得的過程達到節省能源的目的。T-最佳化設計方法以管路系統的生命週期成本(包含風機運轉所消耗的能源成本及管路系統建構成本)為基礎，目的在於使生命週期成本最小化之外，也容易達到系統壓力完全平衡，設計的過程包含系統收縮、風機選擇與系統展開這三個步驟。T-最佳化設計方法的缺點在於流速控制性較差。這四種設計方法，都是先知道各管段的長度與連接情況下，進行管段直徑的選擇；在風機的選擇上，往往也是利用操作點的圖解法處理。除了已經介紹過的四種設計方法外，Gosselin 和 Bejan[2] 提出在知道各節點間的距離和需求流量的條件之下，建立一個只需最小泵浦功率的傳輸結構系統，其中管路連接的方式與管段直徑大小，都必需經由模擬計算後才能得知。

雖然目前發展出許多套設計方法，但是設計與實際運作中，仍然會有些許的差距，此時必須依靠其它裝置來進行調整。經這些更動之後，常常會影響到其它管路流量的大小。常見工廠管路系統變更的方式有：改變風門(damper)檔板的角度、改變管段的尺寸與性質、增加工作區與配件、對風機作變頻控制、更換風機、風機的串並聯等等。然而在半導體廠房裡，在沒有任何的評估之下，憑經驗來做手動操作是很大膽的行為，若是操作不當，很容易造成管路系統完全癱瘓，甚至危害到員工的生命安全。因此必需借助模擬的方式，針對實際的管路配置與風機條件，著手進行計算，來達到改進的要求。因此模擬出實際管路系統的運作情況，

扮演著極重要的地位。

T 模擬方法(T-Method Simulation)[1]利用系統收縮、選取風機操作點和系統展開的三步驟，求取系統管段內的流量分配，可以其發現計算流程和 T-最佳化設計方法十分相似，都是屬於 T 方法理論。Jeepson[3]利用克西赫夫(Kirchhof)的第一、第二定律，在節點處建立連續方程式和以迴圈為基礎的能量方程式，得到足夠的方程式，求得複雜管路系統內部流體流量及流動的情形，雖然可以求得多台泵浦同時存在的情況，然而對並聯形式的例子卻沒有說明。而 Osiadacz[4]在管路系統建立方程式的演算法，有詳盡的說明。林[5]將 Jeepson 和 Osiadacz 的理論結合後，求出複雜管路內的流量分佈情形，並從中知道，進行管路系統模擬時，離心式流體機械的性能曲線可以由二次多項式表示，此二項式和原性能曲線極為吻合。其餘各管路元件的壓力損失係數，在 ASHRAE 的手冊[6]可求得。

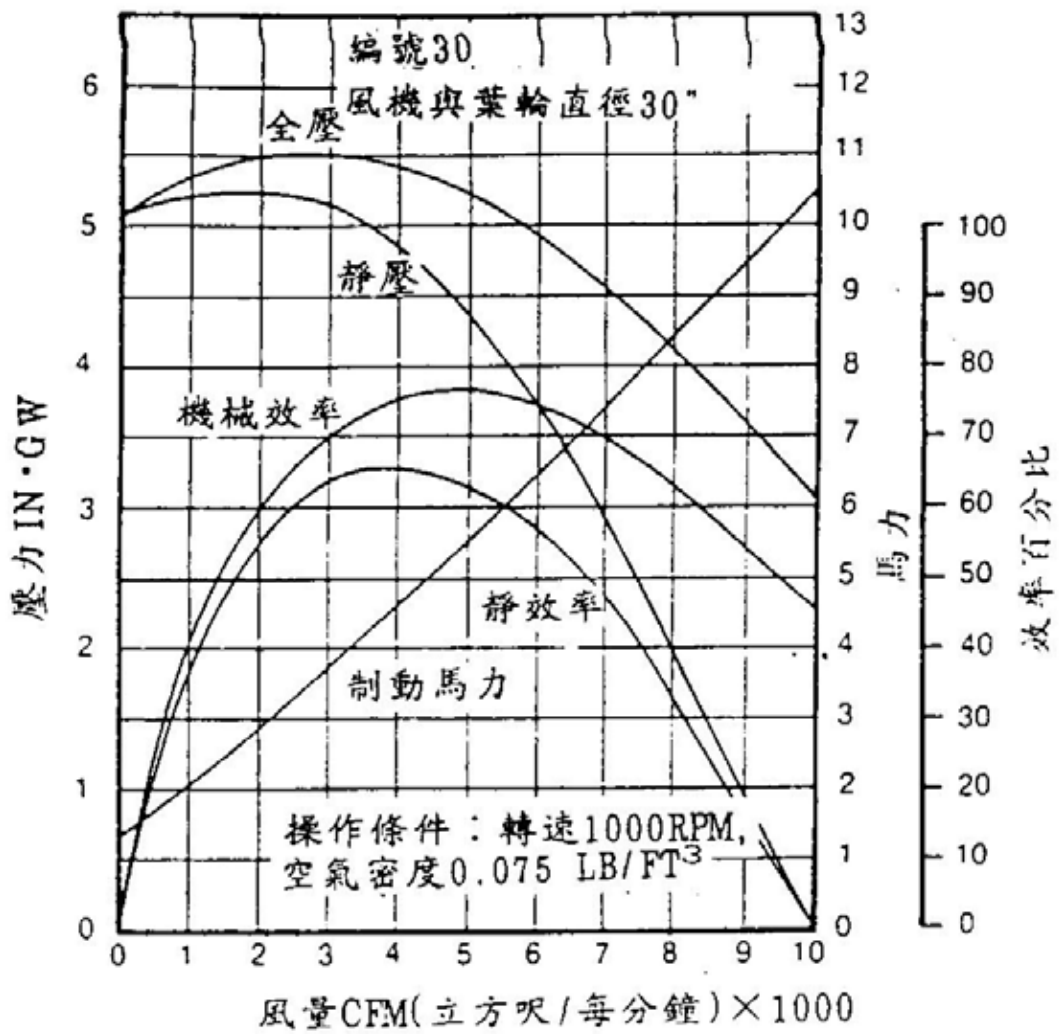
對於複雜的管路系統計算，離心式流體機械是影響流量最重要的因素，然而廠商所提供的離心式流體機械，只有在某固定轉速下的性能曲線和機械效率曲線等相關資料如圖 1-1，對於其它未知轉速下的資料，必需靠其它相關的公式求得。在調整轉速方面，文獻[7][8]說明了風機定律，指出風機轉速與流量、壓力和功率之間的關係式；而文獻[9]說明了泵浦的相似定理，其轉速與流量、壓力和功率之間的關係式，均與風機定律相同，此外也提供了泵浦變更的直徑時，直徑與流量、壓力和功率的關係式，當變更直徑與原提供直徑相差愈大，計算出來的誤差也愈大，因此理想的使用範圍為變動直徑不小於原直徑的 70%。文獻[10]更是提出泵浦的相似定理，在直徑上的修正方法。

在複雜管路系統環境下，單台離心式流體機械往往難以提供龐大的需求流量，為了使總流量提高，最常使用的方法為使多台離心式流體機械並聯運作。文獻[5]指出當多台相同之離心式流體機械並聯時，可以將其等效於單台離心式流體機械。即假設每台離心式流體機械所分配的流量相同，所提供的壓力也相同，因此可以看成有一台離心式流體機械在運作時，與並聯時對系統造成的影響相同，此台假想之離心式流體機械提供的流量和並聯時的總流量相同，而提供的壓

力是實際上單台所提之壓力。此方法也是在目前管路系統設計或模擬上，最常用的方法。這種方法只能計算出系統之總流量，對於每一台實際上的流量分配，並無法得知。

綜合以上之觀點，由於以往模擬計算複雜管路方法，只能求單一離心式流體機械操作的環境下，遇到多台並聯的作業系統下，並沒有直接的模擬計算方法，無法精確的求得每台實際分配流量的多寡。因此本文的首要目的，模擬多台相同之離心式流體機械並聯的管路系統，求得每根管段與每台流體機械的實際流量。為了使系統總流量達到預期目標，必須調整離心式流體機械之轉速，調整轉速後之性能曲線方程式和機械效率曲線方程式，本文也將利用文獻[7][8][9]之相關定理，推導求得套入模擬計算中。最後本文探討將機械效率曲線，應用於管路的模擬計算中，以求得在並聯時，準確的計算出每台所提供的功率，並從計算結果中分析出如何選擇出最省能的並聯台數。






(a)

圖 1-1 固定轉速之風機曲線資料圖

第二章 物理模式

本研究在探討多台離心式流體機械並聯時，對複雜管路系統的流量造成的影響，因此要先知道流量的分配情況。先從單一離心式流體機械的數值計算進行說明，再說明系統阻抗曲線、操作點、離心式流體機械並聯之性能曲線等相關數學模式，並指出單一離心式流體機械並無法提供龐大之流量需求，須借助並聯型式解決，進而說明如何求得並聯型態所需之方程式。在系統採用並聯型態時，由於二台、三台等多台並聯型態，都可利用調整轉速，達到滿足系統的需求總流量與壓力，然而必需並聯多少台，才能達到最省能的效果，使用的總功率最少。為此目的，效率曲線隨著轉速變動的方程式，也將詳細說明。

單台離心式流體機械之物理模式如圖 2-1 所示，圖中有圓圈○的數字是管路編號，沒有圓圈的數字是節點(管路交接處)編號，線段代表管路，代表離心式流體機械。離心式流體機械性能曲線由廠商提供圖示，為了計算上的方便，必須把性能曲線用數學式表示。不同型號的離心式流體機械，性能曲線亦隨之不同。圖 2-2 為某泵浦在轉速 1750rpm 的不同尺寸葉扇(impeller)性能曲線(圖上 7"、6 1/2"，標示為 a 之曲線)、等功率線(圖上 2HP、11/2HP，標示為 b 之曲線)與等效率線(圖上 68%、65%，標示為 c 之曲線)。為了方便計算上的執行，可將性能曲線表示成多項式。以圖面上葉扇尺寸 6 1/2" 的性能曲線為例，從圖上可取得流量為 0, 30, 45, 56, 72, 87, 105, 120, 137, 147, 165 GPM(加侖/分)，泵浦所提供的水頭分別為 47, 47, 46, 45, 44, 42, 39, 36, 32, 28, 22 FT(呎，水頭單位)，總共 11 個資料點，也因此多項式可使用的最高次數為 10 次，可寫成

$$H = \sum_{n=0}^{10} a_n Q^n \quad (2-1)$$

有 11 個未知係數($a_0, a_1, a_2, \dots, a_{10}$)，因此需要 11 個方程式求解。將已知的 11 個資料點分別帶入(2-1)可得到所需的 11 個方程式，聯立後可寫成

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 1 & 30 & 30^2 & \cdot & \cdot & \cdot & 30^{10} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 165 & 165^2 & \cdot & \cdot & \cdot & 165^{10} \end{bmatrix}_{11 \times 11} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{10} \end{bmatrix}_{11 \times 1} = \begin{bmatrix} 47 \\ 47 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 22 \end{bmatrix}_{11 \times 1} \quad (2-2)$$

下標表示該矩陣的行和列。(2-2)式為一線性聯立方程組，可使用高斯消去法求解，得到多項式的係數。由(2-2)式可知，有 m 個資料點時，最高次方為 $m-1$ 次。當多項式的最高次方過大時(如 30^{10} , 165^{10})，極易求出係數不準確。為了避免上述的情形，採用二次多項式來表示性能曲線，僅需要圖上的三個資料點。圖 2-3 為 11 個資料點與二次多項式曲線的比較圖，可發現相似性極大。

圖 2-1 之管路系統，共有 7 根管段和 8 個節點(包含流體出入口與合流體，即所有管段的兩端點)。其中節點 1、2、3、4 為支管入口，節點 8 為出口。在管 7 上有一台離心式流體機械，圖上的箭頭符號(<)為程式內定計算所假設的方向，並不代表實際流體流動的方向。整個系統所待求的是各個管段流量 Q_n ，下標 n 為管路編號，代表不同管路的流量。因為有 7 個未知數(Q_1 , Q_2 , ... , Q_7)，需要 7 個線性獨立方程式求解。利用節點處流量守恆建立的連續方程式，如節點 5，管 5 的流量等於管 1 和管 2 的流量和。可表示成(2-3)式

$$Q_1 + Q_2 - Q_5 = 0 \quad (2-3)$$

同理，節點 6 和 7 可列出(2-4)式與(2-5)式流量守恆方程式

$$Q_3 + Q_4 - Q_6 = 0 \quad (2-4)$$

$$Q_5 + Q_6 - Q_7 = 0 \quad (2-5)$$

其它的節點(節點 1、2、3、4 和 8)並沒有流量守恆的關係，因此無法寫出可用來求解的流量方程式。

目前有三個方程式，尚缺的另外四個方程式可由能量守恆的概念求得。考慮管 5，兩端的節點分別為節點 5 和節點 7，若流量從節點 5 流向節點 7，表示節點 5 比節點 7 有較大的壓力值，而流體流經管 5 會因為摩擦或管路結構造成壓力

損失，表示成 ΔP_5 ，節點 5 和節點 7 的全壓分別表示成 P_5 和 P_7 ，則兩節點關係可寫成

$$\Delta P_5 = P_5 - P_7 \quad (2-6)$$

管 5 的全壓損失 ΔP_5 又可表示成 $K_5 Q_5^2$ (本章後面會有解說)，其中 K_5 表示管 5 的全壓損失係數，所以(2-6)式可寫成

$$K_5 Q_5^2 = P_5 - P_7 \quad (2-7)$$

各管路有不同的結構與裝置，所以會有不同的全壓損失係數，以下標區分不同管段全壓損失係數。(2-7)式等號左邊含有未知數 Q_5 ，而等號右邊的未知數則為 P_5 和 P_7 ，如此一來增加一個方程式，但卻多了兩個未知數。由於內部節點的壓力值不易求得，必須從進出口的壓力值著手。假設所有進出口的全壓條件已知(也就是節點 1、2、3、4 和 8)，當流體是從節點 1 流進，流經管 1、管 5 和管 7，最後從節點 8 流出，利用(2-6)式的原理可寫成

$$\Delta P = P_1 - P_8 \quad (2-8)$$

其中 ΔP 為各管段全壓損失與離心式流體機械所改變的全壓總合，也就是(2-8)可改寫成

$$\begin{aligned} \Delta P &= (P_1 - P_5) + (P_5 - P_7) + (P_7 - P_8) \\ &= \Delta P_1 + \Delta P_5 + \Delta P_7 - \Delta P_{S7} \end{aligned} \quad (2-9)$$

其中 $\Delta P_1 = P_1 - P_5$ 、 $\Delta P_5 = P_5 - P_7$ 和 $\Delta P_7 - \Delta P_{S7} = P_7 - P_8$ ，而 ΔP_{S7} 表示流體流經管 7 時，離心式流體機械所提供的壓力值，這也表示節點 7 和節點 8 之間的壓差值，包含管路摩擦的壓損值和離心式流體機械提供的壓力值。因此由(2-8)式和(2-9)式整理後可得到

$$\Delta P_{S7} - \Delta P_7 - \Delta P_5 - \Delta P_1 = P_8 - P_1 = C_1 \quad (2-10)$$

因為 P_1 和 P_8 為已知，因此 C_1 為一常數。最後將 ΔP 換成 $K_n Q_n^2$ 的型式，可得到

$$\Delta P_{S7} - K_7 Q_7^2 - K_5 Q_5^2 - K_1 Q_1^2 = C_1 \quad (2-11)$$

其它的方程式同理可得，分別為

$$\Delta P_{S7} - K_7 Q_7^2 - K_5 Q_5^2 - K_2 Q_2^2 = P_8 - P_2 = C_2 \quad (2-12)$$

$$\Delta P_{S7} - K_7 Q_7^2 - K_6 Q_6^2 - K_3 Q_3^2 = P_8 - P_3 = C_3 \quad (2-13)$$

$$\Delta P_{S7} - K_7 Q_7^2 - K_6 Q_6^2 - K_4 Q_4^2 = P_8 - P_4 = C_4 \quad (2-14)$$

C_2 、 C_3 和 C_4 一樣為常數。(2-11)式~(2-14)式的路徑，均從含離心式流體機械管段的出口節點(節點8)，走向各個入口節點(節點1、2、3和4)。此時方程式共有7個，而未知數共有8個，多出一個未知數 ΔP_{S7} ，是由於離心式流體機械所造成的，必須從性能曲線方程式著手，找出最後一方程式。

(2-1)式代表離心式流體機械的性能曲線方程式，先前提過用二次多項式來表示已十分吻合，因此可將離心式流體機械在某固定轉速下的性能曲線寫成

$$\Delta P_{S7} = C_{S1} Q_7^2 + C_{S2} Q_7 + C_{S3} \quad (2-15)$$

其中 C_{S1} 、 C_{S2} 和 C_{S3} 皆為常數，下標S表示離心式流體機械。(2-11)式~(2-14)式等號左邊的每一項(除了 ΔP_{S7})，均為一全壓損失係數乘上管路流量的平方。因此為了將 ΔP_{S7} 併入方程組計算，將(2-15)式利用配方法寫成

$$\begin{aligned} \Delta P_{S7} &= C_{S1} \left(Q_7^2 + \frac{C_{S2}}{C_{S1}} Q_7 + \left(\frac{C_{S2}}{2C_{S1}} \right)^2 \right) + C_{S3} - \frac{C_{S2}^2}{4C_{S1}} \\ &= C_{S1} \left(Q_7 + \frac{C_{S2}}{2C_{S1}} \right)^2 + C_{S3} - \frac{C_{S2}^2}{4C_{S1}} \\ &= C_{S1} G_7^2 + C_{S4} \end{aligned} \quad (2-16)$$

其中 $G_7 = Q_7 + \frac{C_{S2}}{2C_{S1}}$ 且 $C_{S4} = C_{S3} - \frac{C_{S2}^2}{4C_{S1}}$ 。將(2-16)式代入(2-11)式，整理過後可以得到

$$C_{S1} G_7^2 - K_7 Q_7^2 - K_5 Q_5^2 - K_1 Q_1^2 = C_1 - C_{S4} \quad (2-17)$$

同理，(2-12)~(2-14)式也可以將(2-16)式代入

$$C_{s1}G_7^2 - K_7Q_7^2 - K_5Q_5^2 - K_2Q_2^2 = C_2 - C_{s4} \quad (2-18)$$

$$C_{s1}G_7^2 - K_7Q_7^2 - K_6Q_6^2 - K_3Q_3^2 = C_3 - C_{s4} \quad (2-19)$$

$$C_{s1}G_7^2 - K_7Q_7^2 - K_6Q_6^2 - K_4Q_4^2 = C_4 - C_{s4} \quad (2-20)$$

此時未知數 ΔP_{s7} 轉換成未知數 G_7 ，同樣多出一未知數 G_7 ，不過可由(2-16)式的配方過程，再取得一方程式

$$G_7 - Q_7 = \frac{C_{s2}}{2C_{s1}} \quad (2-21)$$

因此目前系統共有 8 個方程式(2-3)式~(2-5)式、(2-17)式~(2-21)式和 8 個未知數(Q_1 、 Q_2 、 \dots 、 Q_7 、 G_7)，則可以解出所有的管路流量。

(2-17)式~(2-20)式的 K_n ($n=1, 2, \dots, 7$)均為已知數，此為管路的全壓損失係數，這包含兩個部分，一是流體流經管路因摩擦所造成的損失，二是管路系統中所安裝各式設備(equipment)及配件(fitting)，所造成的次要損失(Minor Loss)。以下將介紹將如何處理這部分。

(1) 摩擦損失

流體流經管路會因為摩擦而造成全壓損失，不同材質、管徑和長度的管路損失，可用 Darcy-Wesbach 公式[3]來計算

$$\Delta P_n = \rho \cdot f_n \frac{L_n}{D_n} \frac{V_n^2}{2} \quad (2-22)$$

下標 n 表示不同管路有不同長度(L_n)、管徑(D_n)與材質，在不同的平均速度時(V_n)，會有不同的全壓損失。 f_n 稱為摩擦因子(friction factor)，與雷諾數(Reynolds number, $\frac{\rho V_n D_n}{\mu}$ ， μ 為流體黏滯係數， ρ 為流體密度)和管路相對粗糙度有關，可由 Colebrook 公式[6]求得

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log_{10} \left(\frac{e}{D} + \frac{9.35}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad \text{Re} > 4000 \quad (2-23)$$

其中 e 為管壁的絕對粗糙度(absolute roughness)，單位為長度單位。 $\frac{e}{D}$ 稱為相對粗糙度。由於 Colebrook 求解時較為困難，因此可以用 Altshul-Tsal 方程式

[6]來求得 f 值，為

$$f' = 0.11 \left(\frac{e}{D} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0.25} \quad (2-24)$$

若 $f' \geq 0.018$: $f = f'$

若 $f' < 0.018$: $f = 0.85 f' + 0.0028$

只要知道相對粗糙度和雷諾數，便可以直接求得 f 值。將(2-22)式的速度項改成流量，可寫成

$$\Delta P_n = f_n \frac{L_n}{D_n} \frac{\rho}{2} \left(\frac{Q_n}{A_n} \right)^2 = K_n Q_n^2 \quad (2-25)$$

而 K_n 即為管路的全壓損失係數， A_n 為管路截面積。

(2) 次要損失(Minor Loss)

管路系統中，常見造成次要損失的原因有彎管(bend)、風門(damper)、不同管路的連接等。次要損失與動壓呈成正比關係，其通式可寫成

$$\Delta P = C_c P_{v,c} \quad (2-26)$$

其中 $P_{v,c}$ 代表動壓， C_c 代表損失係數，下標 c 代表連管(common)。其中動壓等於

$P_{v,c} = \rho \frac{V_n^2}{2}$ ，因此(2-35)式可寫成

$$\Delta P = \rho \cdot C_c \frac{V_n^2}{2} \quad (2-27)$$

(i)、彎管(bend)：

實際管路結構中常受限於廠房現場的配置，在同一段管路中常會有許多轉彎的部分即稱為彎角。如圖 2-4 和圖 2-5 分別為 90 度彎角和其它角度彎角的結構與損失係數。經過彎角的全壓損失為

$$\Delta P = \rho \cdot C_b \frac{V_n^2}{2} \quad (2-28)$$

C_b 為彎角損失係數，可從圖 2-4 和圖 2-5 上依據不同管路條件得到。 V_n 是該管路管內流體的平均速度。因此(2-28)式也可以將速度轉換成流量。若一管路有一彎角，則包括摩擦所造成的全壓損失可寫成

$$\begin{aligned}
\Delta P_n &= \rho \cdot f_n \frac{L_n V_n^2}{D_n} + \rho \cdot C_b \frac{V_n^2}{2} \\
&= \left(\rho \cdot f_n \frac{L_n}{D_n} \frac{1}{2A_n^2} + \rho \cdot C_b \frac{1}{2A_n^2} \right) Q_n^2 \\
&= K_n Q_n^2
\end{aligned} \tag{2-29}$$

其中全壓失係數 K_n 包括因摩擦和彎角所造成的損失。

(ii)、三管路相接

三管相連接(wee)分別為主管(main, straight-through)，子管(branch)和連管(common branch)。如圖 2-6 為一主管和連管管徑相同，且子管與主管角度為 30 度的結構圖與損失係數。圖中標示 s 即為主管，b 即為子管，而 c 為連管。從主管到連管的全壓損失用 $\Delta P_{s,c}$ 。從主管流經連接處到連管的全壓損失為

$$\Delta P_{s,c} = \rho \cdot C_{s,c} \frac{V_c^2}{2} \tag{2-30}$$

而從子管流經連接處到連管的全壓損失為

$$\Delta P_{b,c} = \rho \cdot C_{b,c} \frac{V_c^2}{2} \tag{2-31}$$

其中 $C_{s,c}$ 和 $C_{b,c}$ 可由圖 2-6 的表格查得。(2-30)式與(2-31)式都是乘上的連管平均速的平方，而非主管或子管的。建立方程式時，需要依照經過的路徑來計算三管連接處所造成的全壓損失。考慮圖 2-1 之路徑管 1→管 5 和管 2→管 5，管 5 為連管，管 2 為子管，管 1 為主管，比較(2-17)式與(2-18)式，當兩方程式皆通過節點 5 時，所造成的全壓損失各不相同。因此建立方程式時，每條路徑各自計算經過節點連接處時的全壓損失。

(iii)、其它

除了(i)和(ii)之外，尚有風門(圖 2-7)與管路突擴與突縮(圖 2-8)所造成的次要損失，其公式皆與(2-26)式相似，更詳細的資料可以由文獻[6]中找到。

到目前為止，說明了如何建立方程式，經計算所求得之流量結果，除了與現實管路系統比較外，尚可利用操作點的原理判斷。對複雜的管路系統而言，若系

統設定不變，則系統的全壓損失與總流量的平方成正比，畫成 $P-Q$ 圖為一條曲線，稱為系統阻抗曲線。可寫成

$$P_{sys} = K_{sys} Q_{sys}^2 \quad (2-32)$$

其中 K_{sys} 為固定常數， Q_{sys} 為系統的總流量， P_{sys} 為系統的全壓損失。因此在系統不變的條件下，已知系統的在某流量時的對應全壓損失，則可求出系統的阻抗曲線。圖 2-9 為系統阻抗曲線與性能曲線的交叉點，該點所對應的流量與壓力，即為系統的總流量與系統的全壓損失，稱為操作點。若離心式流體機械的性能曲線(2-33)式和系統阻抗曲線(2-32)式已知，由於系統的全壓損失等於離心式流體機械所提供的壓力，系統的總流量等於離心式流體機械所提供的流量(即

$P = P_{sys}$)，(2-32)式代入(2-33)式可得到(2-34)式

$$P = C_{S1}Q^2 + C_{S2}Q + C_{S3} \quad (2-33)$$

$$C_{S1}Q_{sys}^2 + C_{S2}Q_{sys} + C_{S3} = K_{sys}Q_{sys}^2 \quad (2-34)$$

利用公式法可求得兩曲線的交點(操作點)流量 Q_{sys}

$$Q_{sys} = \frac{-C_{S2} \pm \sqrt{C_{S2}^2 - 4(C_{S1} - K_{sys})C_{S3}}}{2(C_{S1} - K_{sys})} \quad (2-35)$$

如圖 2-9 所示，假設系統需求總流量為 15000 CMH，而操作點之流量為 12000 CMH，表示此轉速下無法達到系統需求，可藉由調整轉速提高流量。轉速的調速方法，可由相似定理(Affinity Law)計算推導求得，其流量與轉速、壓力、功率與轉速的關係為：

$$\frac{Q_o}{Q_R} = \frac{N_o}{N_R} \quad (2-36)$$

$$\frac{P_o}{P_R} = \frac{N_o^2}{N_R^2} \quad (2-37)$$

$$\frac{BHP_o}{BHP_R} = \frac{N_o^3}{N_R^3} \quad (2-38)$$

其中 Q 表示流量， N 表示轉速， P 表示壓力， BHP (Brake Horse Power)表示所

需功率，下標 0 代表原始轉速 N_0 時的狀態，而下標 R 代表變更轉速 N_R 時的狀態。

圖 2-10 為某離心式流體機械在轉速為 N_0 和 N_R 的性能曲線之示意圖，圖中 A 和 B 點分別為在固定的系統下，不同轉速時的操作點。(2-32)式可以求得 A、B 兩點的關係式為

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{K_{sys} Q_A^2}{K_{sys} Q_B^2} = \frac{Q_A^2}{Q_B^2} \quad (2-39)$$

這也代表有相異兩點均在系統阻抗曲線上，其關係式必滿足(2-39)之型式。若直接將 A 點由(2-36)式與(2-37)式計算，把轉速調高至 N_R ，所求得的结果為 C 點，其關係式可表示為

$$\frac{Q_A}{Q_C} = \frac{N_0}{N_R} \quad (2-40)$$

$$\frac{P_A}{P_C} = \frac{N_0^2}{N_R^2} \quad (2-41)$$

將(2-40)式代入(2-41)式

$$\frac{P_A}{P_C} = \frac{Q_A^2}{Q_C^2} \quad (2-42)$$

(2-42)式指出 C 在系統阻抗曲線上，即 B 點和 C 點同一點。也就是已知操作點 A，即可利用相似定理計算出不同轉速性能曲線與系統阻抗曲線的操作點 B。

若 B 點為系統的目標流量與壓力(即 $Q_B = Q_{sys}$ 和 $P_B = P_{sys}$)，但不知離心式流體機械所需轉速為多少，由(2-32)式可以計算出參數 K_{sys} ，可寫成

$$K_{sys} = \frac{P_{sys}}{Q_{sys}^2} \quad (2-43)$$

離心式流體機械轉速 N_0 時的性能曲線方程式如(2-33)式所示，將(2-33)式與(2-43)式所需係數代入(2-35)式，求得系統流量 Q_A 。再利用(2-36)式求得 N_{sys}

$$N_{sys} = N_0 \frac{Q_{sys}}{Q_A} \quad (2-44)$$

將原本的離心式流體機械轉速調至 N_{sys} ，即可得到所需的流量。利用(2-36)式和(2-37)式，離心式流體機械調整轉速後的方程式為

$$\frac{N_o^2}{N_{sys}^2} P = C_{S1} \left(\frac{N_o}{N_{sys}} Q_{sys} \right)^2 + C_{S2} \left(\frac{N_o}{N_{sys}} Q_{sys} \right) + C_{S3} \quad (2-45)$$

將係數移項整理後可得到

$$\begin{aligned} P &= C_{S1} Q_{sys}^2 + C_{S2} \frac{N_{sys}}{N_o} Q_{sys} + C_{S3} \left(\frac{N_{sys}}{N_o} \right)^2 \\ &= C'_{S1} Q_{sys}^2 + C'_{S2} Q_{sys} + C'_{S3} \end{aligned} \quad (2-46)$$

其中 $C'_{S1} = C_{S1}$ 、 $C'_{S2} = C_{S2} \frac{N_{sys}}{N_o}$ 和 $C'_{S3} = C_{S3} \left(\frac{N_{sys}}{N_o} \right)^2$ ，(2-46)式即為變更轉速後之性能曲線方程式。

每台離心式流體機械之轉速有一定的上限，當轉速調至最高時，仍然無法達到系統需求流量，這時就必須採用多台離心式流體機械並聯。當同樣型號的離心式流體機械並聯在一起，性能曲線的流量隨並聯離心式流體機械的數目增加而以倍數增加，而壓力值不變。圖 2-11 即為為離心式流體機械在固定轉速時，不同數目並聯的性能曲線。比較圖上單台與兩台並聯的性能曲線，提供相同壓力的條件下，兩台並聯所提供的流量是單台的兩倍。同樣的，三台並聯在同樣壓力的條件下，提供三倍的流量。換句話說，不同數目之離心式流體機械並聯後，整體的性能曲線也隨著改變。若單台的性能曲線為

$$P = C_{S1} Q_{1p}^2 + C_{S2} Q_{1p} + C_{S3} \quad (2-47)$$

其中 C_{S1} 、 C_{S2} 和 C_{S3} 一樣為常數， Q_{Jp} ($J = 1、2、3、\dots$) 代表並聯離心式機械的總流量，下標 J 代表離心式流體機械的台數。當 J 台離心式流體機械並聯時，在相同的壓力條件下，流量會變成 J 倍，也就是 $Q_{Jp} = J \times Q_{1p}$ ，帶入(2-47)式可得到

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{C_{S1}}{J^2} Q_{Jp}^2 + \frac{C_{S2}}{J} Q_{Jp} + C_{S3} \\
 &= C_{S1}'' Q_{Jp}^2 + C_{S2}'' Q_{Jp} + C_{S3}'''
 \end{aligned}
 \tag{2-48}$$

其中 $C_{S1}'' = \frac{C_{S1}}{J^2}$ 、 $C_{S2}'' = \frac{C_{S2}}{J}$ 和 $C_{S3}''' = C_{S3}$ 。

(2-48)式即將多台並聯之離心式流體機械，目前已知如何將多台並聯等效於單台的方法，並可利用操作點的原理，計算多台並聯之系統總流量。然而在並聯的型式不同下，總流量是否會於每台中均分，從操作點的原理是無法得知。先前已說明如何求得單台管路系統之方程式，兩台以上之並聯方程式原理其實也是一樣，分別從流量守恆、能量守恆和性能曲線方程式中求得。

考慮圖 2-12 兩台並聯之系統，每台離心式流體機械的性能曲線相同，為

$$P = C_{S1} Q^2 + C_{S2} Q + C_{S3} \tag{2-49}$$

共有 9 個流量未知數(Q_1 、 Q_2 、 \dots 、 Q_9)，因此需 9 個線性獨立方程式。流量守恆方程式為建立在非出入口之節點上，其中 3 個節點(即節點 5、6 和 7)與(2-3)式~(2-5)式相同，再多加節點 8 的流量守恆

$$Q_7 - Q_8 - Q_9 = 0 \tag{2-50}$$

共 4 個流量守恆方程式。能量守恆方程式依之前的原理，只要從某一出入口走向另一出入口即可，也就是節點 10 分別走向節點 9、4、3、2 和 1，節點 9 走向節點 4、3、2 和 1，節點 4 走向節點 3、2 和 1，節點 3 走向節點 2 和 1，以及節點 2 走向節點 1。因此在這個系統中，總共可以找出 15 條路徑。然而剩下所需之方程式只需 5 個，若選擇不當，會造成方程式此線性相依，解出無限多組解。為了避免這種情況發生，用以下規則找尋最後的方程式。若系統有 M 台離心式流體機械並聯，在扣除流量守恆方程式個數後，尚需 N 條能量守恆方程式，最方便的能量守恆路徑選法如下：

步驟 1：先選定某一固定離心式流體機械(比如管 9)的出口為起點，走向各個吸入口節點，可找出 $N-M+1$ 個方程式。

步驟 2：剩下 $M-1$ (即剩下離心式流體機械的數量)的方程式，以其它某一離心式

流體機械的出口為起點，走向任一吸入口節點，便可再找到一條方程式，

例如從出口節點 9 走經管 8→管 7→管 5→管 1到入口節點 1。

步驟 3：若有三台離心式流體機械以上並聯，再以剩下的離心式流體機械的出口

為起點，同步驟 2 再找出一條方程式。

這也表示說其中一台離心式流體機械，會提供 $N-M+1$ 個方程式，其它台則各提供 1 方程式。

根據以上之步驟，步驟 1 可得到 4 個方程式

$$C_{S1}G_9^2 - K_9Q_9^2 - K_7Q_7^2 - K_5Q_5^2 - K_1Q_1^2 = P_{10} - P_1 - C_{S4} = C_1 - C_{S4} \quad (2-51)$$

$$C_{S1}G_9^2 - K_9Q_9^2 - K_7Q_7^2 - K_5Q_5^2 - K_2Q_2^2 = P_{10} - P_2 - C_{S4} = C_2 - C_{S4} \quad (2-52)$$

$$C_{S1}G_9^2 - K_9Q_9^2 - K_7Q_7^2 - K_6Q_6^2 - K_3Q_3^2 = P_{10} - P_3 - C_{S4} = C_3 - C_{S4} \quad (2-53)$$

$$C_{S1}G_9^2 - K_9Q_9^2 - K_7Q_7^2 - K_6Q_6^2 - K_4Q_4^2 = P_{10} - P_4 - C_{S4} = C_4 - C_{S4} \quad (2-54)$$

步驟 2 可得到最後一個方程式

$$C_{S1}G_8^2 - K_8Q_8^2 - K_7Q_7^2 - K_5Q_5^2 - K_1Q_1^2 = P_9 - P_1 - C_{S4} = C_5 - C_{S4} \quad (2-55)$$

其中 G_8 和 G_9 與(2-16)式的原理相同，是由性能曲線配方法得到，因此最後必須增加的方程式為

$$G_8 - Q_8 = \frac{C_{S2}}{2C_{S1}} \quad (2-56)$$

$$G_9 - Q_9 = \frac{C_{S2}}{2C_{S1}} \quad (2-57)$$

此時如果再添加一方程式，其路徑為節點 9 走向節點 2，方程式為

$$C_{S1}G_8^2 - K_8Q_8^2 - K_7Q_7^2 - K_5Q_5^2 - K_2Q_2^2 = P_9 - P_2 - C_{S4} = C_6 - C_{S4} \quad (2-58)$$

將(2-51)式減去(2-52)式，以及(2-55)式減去(2-58)式，都可得到(2-59)式

$$K_2Q_2^2 - K_1Q_1^2 = P_2 - P_1 \quad (2-59)$$

這也代表路徑選擇過多或是不當時，會造成方程式線性相依的問題。以上雙機並聯需要的方程式，包含 4 個流量守恆方程式(2-3)式~(2-5)式和(2-50)式，5 個

能量守恆方程式(2-51)式~(2-55)式，以及因性能曲線增加的 2 個方程式(2-56)式和(2-57)式，總共 11 個方程式。

依照這 3 個步驟，同理可以選取出三台並聯系統所需之能量守恆方程式。考慮如圖 2-13 之系統，每台離心式流體機械之性能曲線皆相同，同(2-49)式。從步驟 1 可得到 4 個方程式

$$C_{S1}G_8^2 - K_8Q_8^2 - K_7Q_7^2 - K_5Q_5^2 - K_1Q_1^2 = C_1 - C_{S4} \quad (2-60)$$

$$C_{S1}G_8^2 - K_8Q_8^2 - K_7Q_7^2 - K_5Q_5^2 - K_2Q_2^2 = C_2 - C_{S4} \quad (2-61)$$

$$C_{S1}G_8^2 - K_8Q_8^2 - K_7Q_7^2 - K_6Q_6^2 - K_3Q_3^2 = C_3 - C_{S4} \quad (2-62)$$

$$C_{S1}G_8^2 - K_8Q_8^2 - K_7Q_7^2 - K_6Q_6^2 - K_4Q_4^2 = C_4 - C_{S4} \quad (2-63)$$

從步驟 2 可得到

$$C_{S1}G_9^2 - K_9Q_9^2 - K_{10}Q_{10}^2 - K_7Q_7^2 - K_5Q_5^2 - K_1Q_1^2 = C_5 - C_{S4} \quad (2-64)$$

從步驟 3 可得到

$$C_{S1}G_{11}^2 - K_{11}Q_{11}^2 - K_{10}Q_{10}^2 - K_7Q_7^2 - K_5Q_5^2 - K_1Q_1^2 = C_6 - C_{S4} \quad (2-65)$$

其中 G_8 、 G_9 和 G_{11} 同理可由性能曲線方程式中求得。

$$G_8 - Q_8 = \frac{C_{S2}}{2C_{S1}} \quad (2-66)$$

$$G_9 - Q_9 = \frac{C_{S2}}{2C_{S1}} \quad (2-67)$$

$$G_{11} - Q_{11} = \frac{C_{S2}}{2C_{S1}} \quad (2-68)$$

三機並聯的方程式共可求得 14 個方程式。從單機、雙機到三機並聯的方式中發現到，若系統有 X 條管段，有 M 台離心式流體機械並聯，所需的線性獨立方程式必須要有 $X+M$ 條。

到目前為止，已提出了如何計算多台離心式流體機械並聯系統之流量計算，為了達到最省能源的並聯台數，必須得知系統所需之總功率。離心式流體機械之

功率公式為

$$BHP = \frac{Q \times P}{Z \times Ef} \quad (2-69)$$

其中 BHP 代表功率， Q 代表流量， P 代表壓力， Ef 代表效率， Z 代表單位轉換常數。隨著流量與壓力單位使用的不同， Z 值也隨之改變。以一般泵浦而言，流量的單位為 GPM ，而壓力使用單位為 FT ，所以 Z 值為 3960。從(2-69)式中可以得知，除了流量與壓力外，效率值 Ef 也會影響到功率值的大小。

若廠商給的離心式流體機械的資料圖包含等效率曲線，那麼只要知道離心式流體機械操作時的壓力和流量，則可直接查出效率值。如圖 2-2 之不同直徑泵浦，像 U 字型之(C)曲線為等效率曲線。若葉片直徑為 7 英吋，在流量 120 GPM 與壓力 45 FT 時，其效率值約為 66%，那麼所使用功率為 2.06 HP ；若葉片直徑為 6 英吋，在流量 120 GPM 與壓力 27 FT 時，其效率值約為 61%，使用功率為 1.34 HP 。又如圖 1-1 所示風機，假使廠商給的資料為在固定轉速下之效率曲線 (Ef ，也就是機械效率)或功率曲線 (BHP ，即制動馬力)，當轉速變更時，其曲線也必定隨之改變，也因此無法從查表中求得，只得借助數學轉換公式逼近。

轉速變更時之相似定理(Affinity Law)如(2-36)式~(2-38)式所示，而直徑變更時之相似定理也和轉速的相似定理公式類似，為

$$\frac{Q_o}{Q_r} = \left(\frac{D_o}{D_r}\right)^n \quad (2-70)$$

$$\frac{P_o}{P_r} = \left(\frac{D_o}{D_r}\right)^m \quad (2-71)$$

$$\frac{BHP_o}{BHP_r} = \left(\frac{D_o}{D_r}\right)^k \quad (2-72)$$

以泵浦而言，其 $n=1$ ， $m=2$ ， $k=3$ [9]；若以風機而言 $n=3$ ， $m=2$ ， $k=5$ [7]。文獻[9]提到當泵浦變動直徑與原提供直徑相差愈遠時，其計算求得的誤差值也愈大，因此變動直徑以不小於原直徑之 70%為原則。文獻[10]提供泵浦直徑計算的修正圖，如圖 2-14 所示，可以使(2-70)式~(2-72)式所計算的誤差值減少。其

中橫軸代表欲求之直徑比，而縱軸代表修正後計算的直徑比，例如原直徑 D_o 為 7"，提供的流量 Q_o 為 100 GPM，欲求直徑 D_R 為 6" 時之流量，實際直徑比為 0.857，從橫軸找到 0.857 的值，對應縱軸的值約為 0.839，因此要利用(2-70)式~(2-72)式公式計算時，在直徑比所代入的值應為 0.839，所求之 Q_R 為 83.9 GPM。

效率曲線可和性能曲線一樣，可利用多項式表示。先前性能曲線採用二次多項式表示，是由於能量守恆方程式流量均為二次式，會比較方便計算。而在效率曲線方面，由於是獨立出來的計算式，因此可採用更高次之多項式表示。因此效率曲線可寫成

$$Ef = \sum_{i=0}^j E_i Q^i \quad (2-73)$$

其中 j 代表最高次項， E_i 為係數。圖 2-14 到圖 2-16 分別是以二次、三次以及四次多項式，所呈現圖 2-14 風機之效率曲線圖。可以發現二次多項式和三次多項式，與原資料點有較大的差異，而四次多項式較為相近，這也代表不同之曲線圖，不見得一定要用二次來表示，可以採用較符合之多項式表示。

以下將利用(2-70)式到(2-72)式，證明當轉速或直徑變更時，其效率曲線的變化情況。從(2-69)式可得知效率與流量、壓力和功率之相關式

$$Ef_o = \frac{Q_o \times P_o}{Z \times BHP_o} \quad (2-74)$$

下標 0 代表直徑為 D_o 。如今將轉速由 D_o 調成 D_R 時，效率值 Ef_R 為

$$Ef_R = \frac{Q_R \times P_R}{Z \times BHP_R} \quad (2-75)$$

因為 Q_o 和 Q_R 、 P_o 和 P_R 以及 BHP_o 和 BHP_R 必需滿足相似定理，因此將(2-70)式~(2-72)式代入(2-75)式得到

$$Ef_R = \frac{\left(\frac{D_R}{D_O}\right)^n Q_O \times \left(\frac{D_R}{D_O}\right)^m P_O}{Z \times \left(\frac{D_R}{D_O}\right)^k BHP_O} = \left(\frac{D_R}{D_O}\right)^{n+m-k} \frac{Q_O \times P_O}{Z \times BHP_O} = \left(\frac{D_R}{D_O}\right)^{n+m-k} Ef_O \quad (2-76)$$

因此若 Ef_O 之多項式為

$$Ef_O = \sum_{i=0}^j E_i Q_O^i \quad (2-77)$$

所以 Ef_R 之多項式應為

$$Ef_R = \left(\frac{D_R}{D_O}\right)^{n+m-k} Ef_O = \left(\frac{D_R}{D_O}\right)^{n+m-k} \sum_{i=0}^j E_i Q_O^i \quad (2-78)$$

最後將 Q_O 轉換成 Q_R ，可得到

$$Ef_R = \left(\frac{D_R}{D_O}\right)^{n+m-k} \sum_{i=0}^j E_i \left(\frac{D_O}{D_R}\right)^\alpha Q_R^i = \sum_{i=0}^j E_i \left(\frac{D_O}{D_R}\right)^{\alpha-n-m+k} Q_R^i = \sum_{i=0}^j E'_i Q_R^i \quad (2-79)$$

其中 $E'_i = E_i \left(\frac{D_O}{D_R}\right)^{\alpha-n-m+k}$ ，而 $\alpha = i \times n$ 。

同理轉速變更時，可利用(2-79)式求解。當轉速不同時，其 $n=1$ ， $m=2$ ， $k=3$ ，求出之 Ef_R 為

$$Ef_R = \sum_{i=0}^j E_i \left(\frac{N_O}{N_R}\right)^i Q_R^i \quad (2-80)$$

利用以上之效率曲線轉換公式，再配合(2-69)式，即可求出不同轉速(或直徑)時的功率值。

若功率曲線也為已知，以多項式表示為

$$BHP_O = \sum_{i=0}^j S_i Q_O^i \quad (2-81)$$

因此利用(2-70)式和(2-72)式，一樣可求出不同直徑時之功率曲線。將這兩式代入(2-81)式為

$$\left(\frac{D_o}{D_R}\right)^k BHP_R = \sum_{i=0}^j S_i \left(\frac{D_o}{D_R}\right)^\alpha Q_R^i \quad (2-82)$$

而 $\alpha = i \times n$ ，將(2-82)式整理可得

$$BHP_R = \sum_{i=0}^j S_i \left(\frac{D_o}{D_R}\right)^{\alpha-k} Q_R^i \quad (2-83)$$

同理轉速變更時，可利用(2-83)式求解。當轉速不同時，其 $n = 1$ ， $m = 2$ ， $k = 3$ ，

求出之 BHP_R 為

$$BHP_R = \sum_{i=0}^j S_i \left(\frac{N_o}{N_R}\right)^{i-3} Q_R^i \quad (2-84)$$



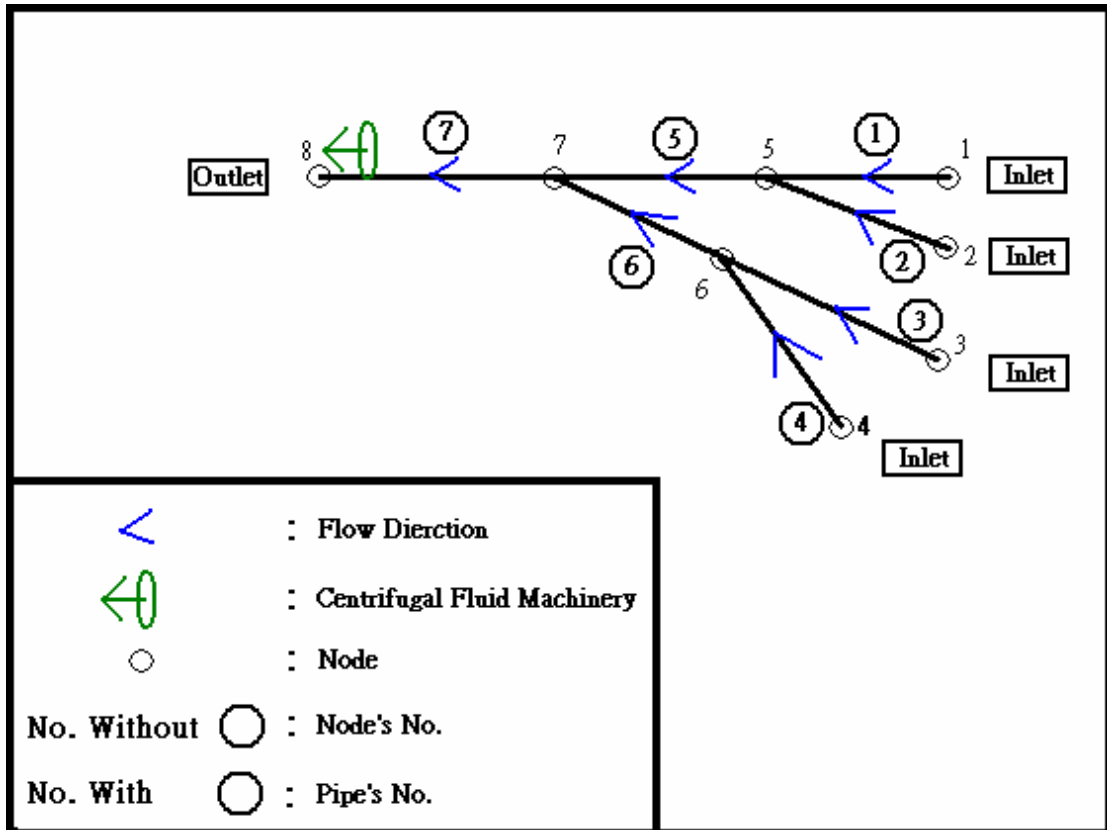


圖 2-1 單台離心式流體機械系統之物理模式示意圖

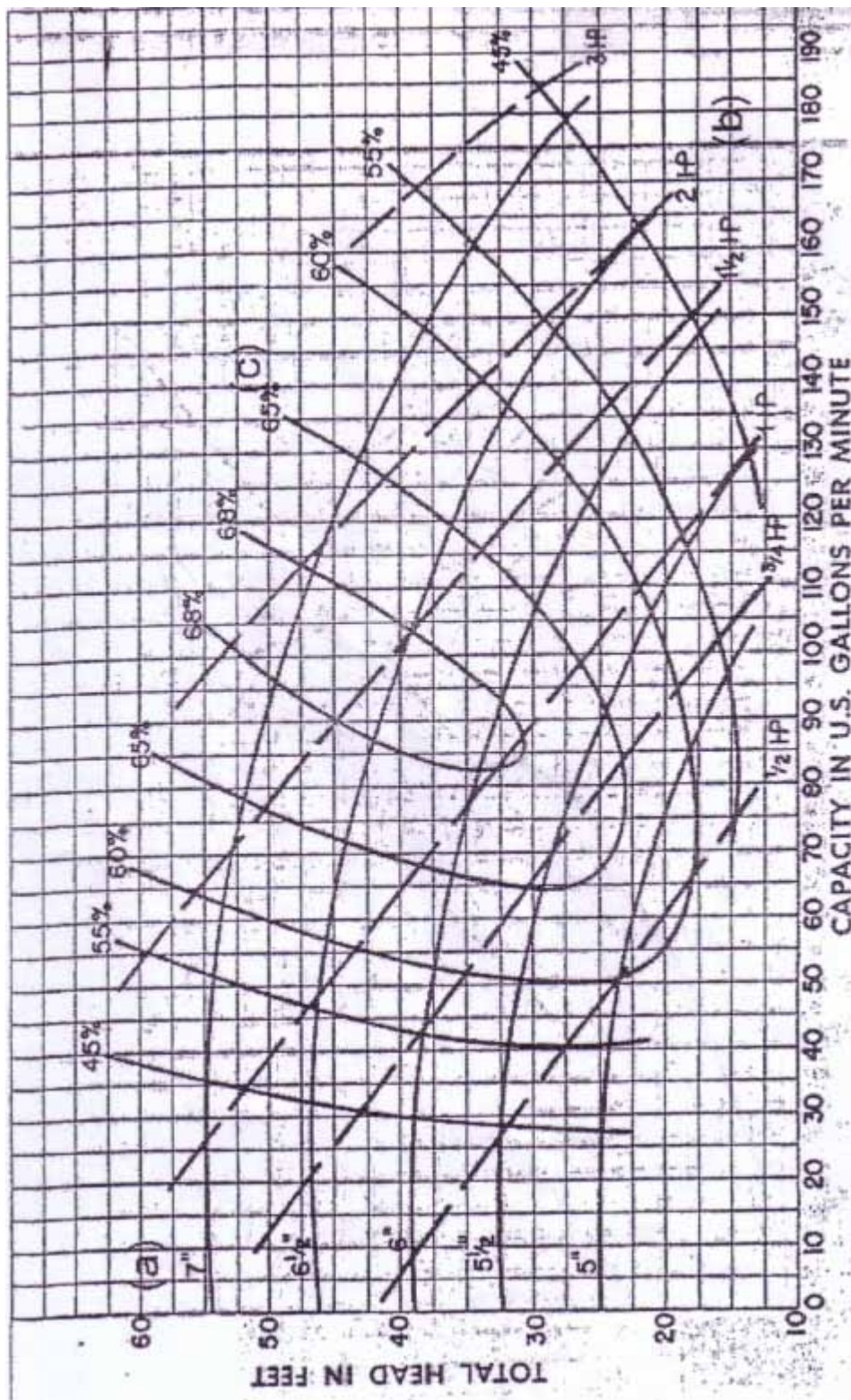


圖 2-2 某泵浦轉速 1750rpm 資料圖

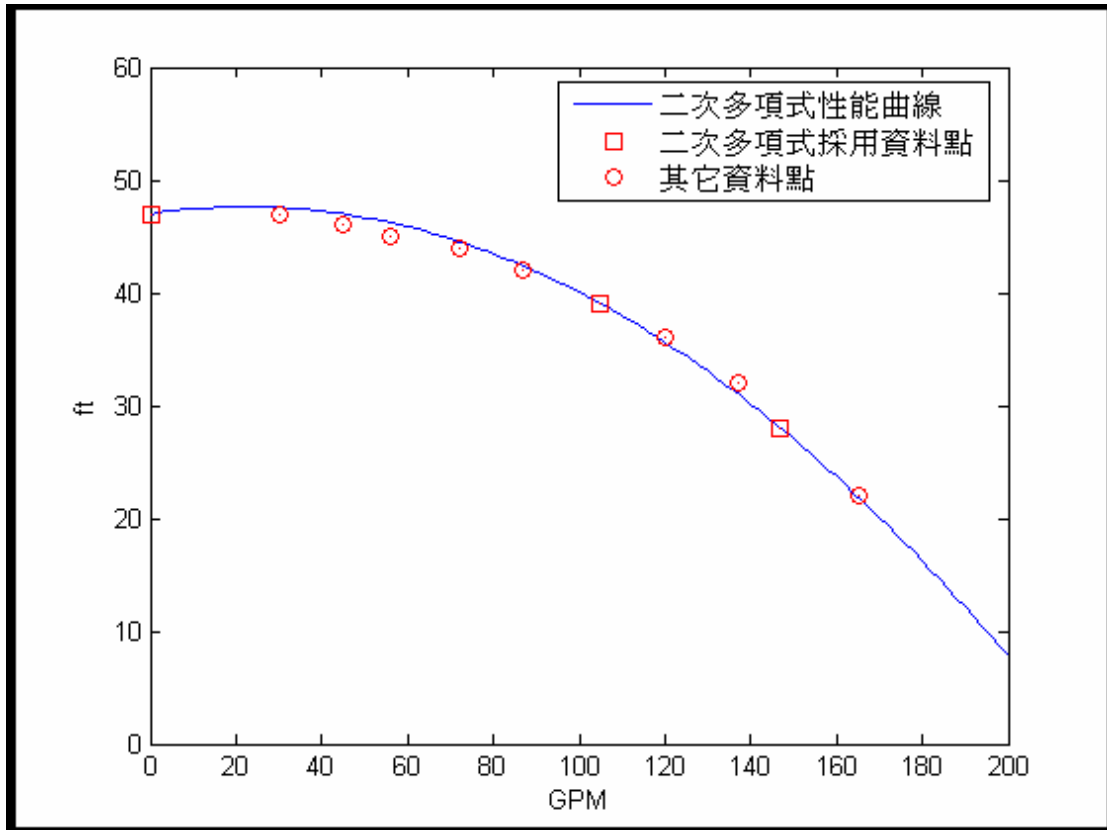
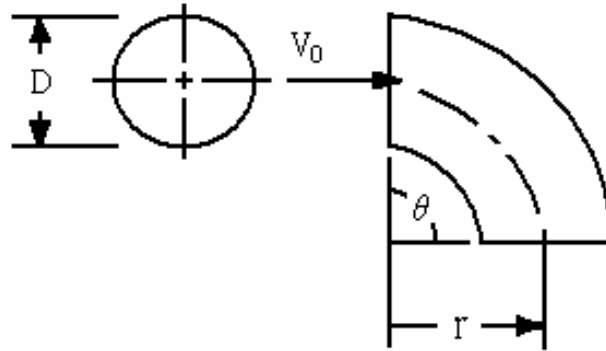


圖 2-3 資料點與二次多式式曲線圖

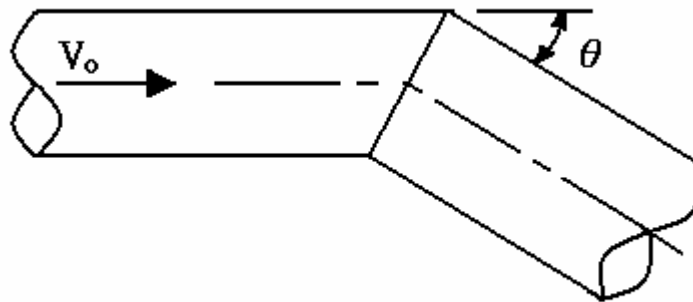


$$C_b = K_\theta C_b'$$

Coefficients for 90° Elbows						
r/D	0.5	0.75	1.0	1.5	2.0	2.5
C_b	0.71	0.33	0.22	0.15	0.13	0.12

Angle Correction Factors K_θ (Idelchik 1986, Diagram 6-1)											
θ	0	20	30	45	60	75	90	110	130	150	180
K_θ	0	0.31	0.45	0.6	0.78	0.9	1	1.13	1.2	1.28	1.4

圖 2-4 90 度圓形彎角

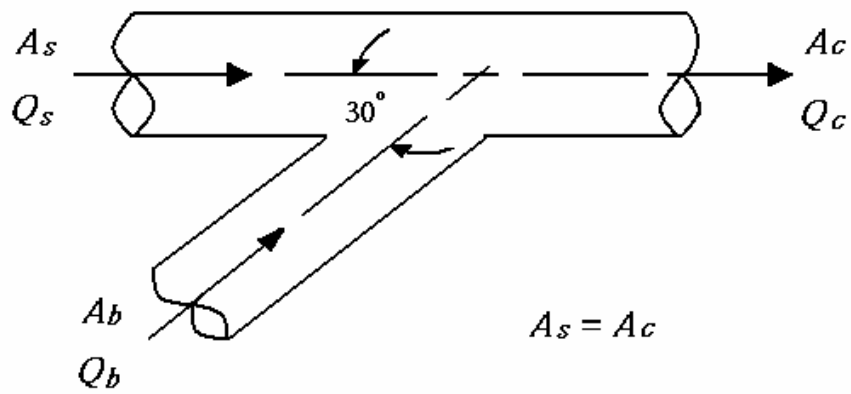


$$C_b = K_{Re} C'_b$$

θ , deg	20	30	45	60	75	90
C_b	0.08	0.16	0.34	0.55	0.81	1.2

Reynolds Number Correction factors : M/hc								
$Re \times 10^{-4}$	1	2	3	4	6	8	10	≥ 14
K_θ	1.4	1.26	1.19	1.14	1.09	1.06	1.04	

圖 2-5 其它角度彎角



Branch $C_{b,c}$

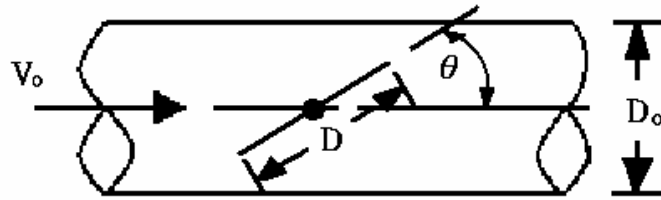
		A_b/A_c						
Q_b/Q_c	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1.0	
0	-0.1	-0.1	-0.1	-0.9	-0.9	-0.9	-0.9	
0.1	0.21	-0.46	-0.57	-0.51	-0.53	-0.54	-0.54	
0.2	3.1	0.37	-0.06	-0.16	-0.23	-0.24	-0.28	
0.3	7.6	1.5	0.5	0.15	-0.04	-0.06	-0.08	
0.4	14	3.0	1.2	0.42	0.19	0.13	0.12	
0.5	21	4.6	1.8	0.53	0.24	0.19	0.15	
0.6	30	6.4	2.6	0.77	0.35	0.28	0.17	
0.7	41	8.5	3.4	0.99	0.42	0.28	0.22	
0.8	54	12	4.2	1.2	0.47	0.29	0.25	
0.9	58	14	5.3	1.4	0.49	0.29	0.22	
1.0	84	17	6.3	1.6	0.49	0.21	0.15	

圖 2-6 三管相連接

Branch $C_{s,c}$

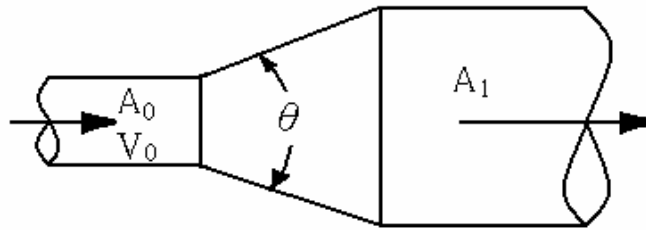
A_b/A_c							
Q_b/Q_c	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1.0
0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.02	0.11	0.13	0.15	0.16	0.17	0.17
0.2	-0.33	0.01	0.13	0.19	0.24	0.27	0.29
0.3	-1.1	-0.25	-0.01	0.1	0.22	0.3	0.35
0.4	-2.2	-0.75	-0.3	-0.05	0.17	0.26	0.36
0.5	-3.6	-1.4	-0.7	-0.35	0	0.21	0.32
0.6	-5.4	-2.4	-1.3	-0.7	-0.2	0.06	0.25
0.7	-7.6	-3.4	-2.0	-1.2	-0.5	-0.15	0.1
0.8	-10	-4.6	-2.7	-1.8	-0.9	-0.43	-0.15
0.9	-13	-6.2	-3.7	-2.6	-1.4	-0.8	-0.45
1.0	-16	-7.7	-4.8	-3.4	-1.9	-1.2	-0.75

圖 2-6 三管相連接(續)

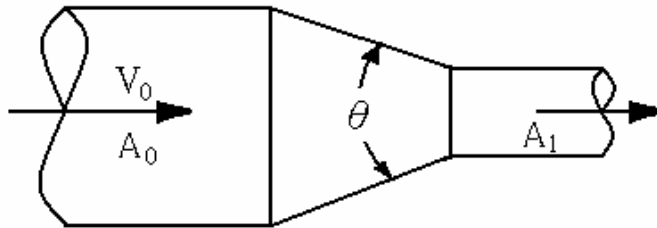


θ , degrees											
D/D_0	0	10	20	30	40	50	60	70	75	80	85
0.5	0.19	0.27	0.37	0.49	0.61	0.74	0.86	0.96	0.99	1.0	1.0
0.6	0.19	0.32	0.48	0.69	0.94	1.2	1.5	1.7	1.8	1.9	1.9
0.7	0.19	0.37	0.64	1.0	1.5	2.1	2.8	3.5	3.7	3.9	4.1
0.8	0.19	0.45	0.87	1.6	2.6	4.1	6.1	8.4	9.4	10	10
0.9	0.19	0.54	1.2	2.5	5.0	9.6	17	30	38	45	50
1.0	0.19	0.67	1.8	4.4	11	32	113	--	--	--	--

圖 2-7 風門與損失係數



$$A_0/A_1 < 1$$



$$A_0/A_1 > 1$$

		θ , degrees									
A_0/A_1	10	15	20	30	45	60	90	120	150	180	
0.06	0.21	0.29	0.38	0.6	0.84	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	
0.1	0.21	0.28	0.38	0.59	0.76	0.8	0.83	0.84	0.83	0.83	
0.25	0.16	0.22	0.3	0.46	0.61	0.68	0.64	0.63	0.62	0.62	
0.5	0.11	0.13	0.19	0.32	0.33	0.33	0.32	0.31	0.3	0.3	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.22	0.24	0.48	0.72	0.96	1.0	
4	0.8	0.64	0.64	0.64	0.88	1.1	2.7	4.3	5.6	6.6	
6	1.8	1.4	1.4	1.4	2.0	2.5	6.5	10	13	15	
10	5.0	5.0	5.0	5.0	6.5	8.0	19	29	37	43	

圖 2-8 管路突擴與突縮損失係數

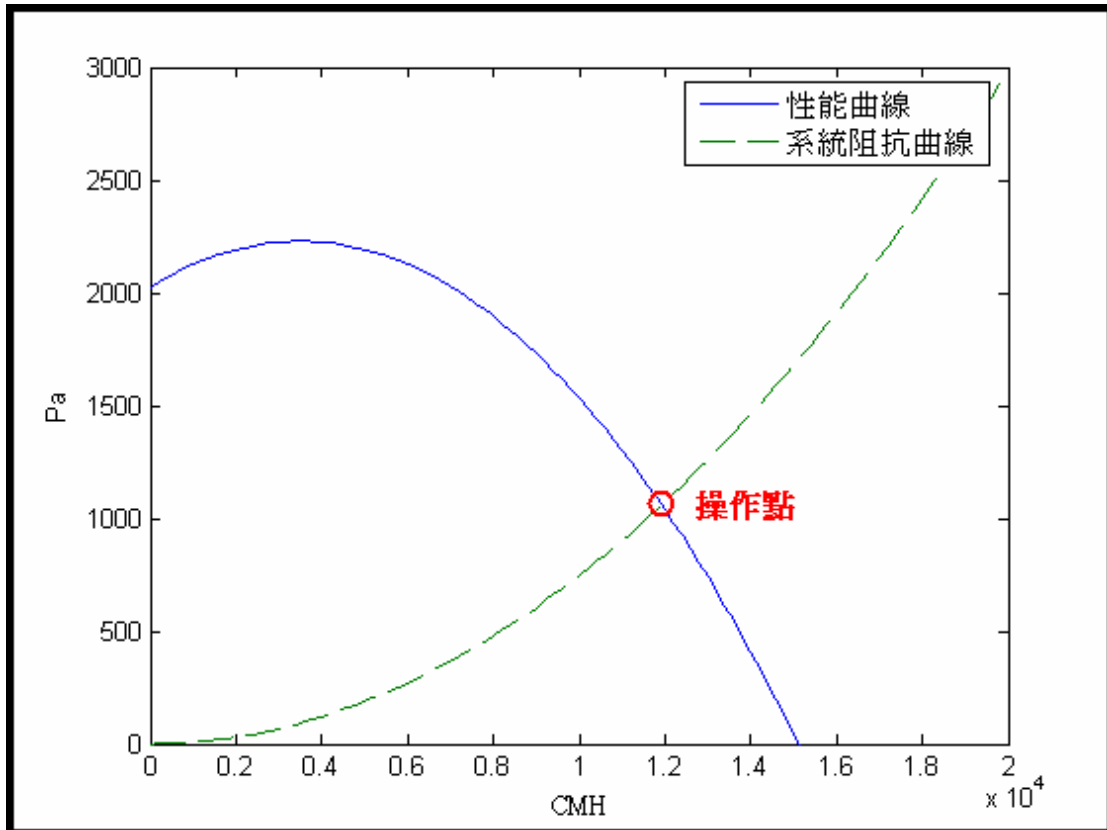


圖 2-9 某風機性能曲線與系統阻抗曲線

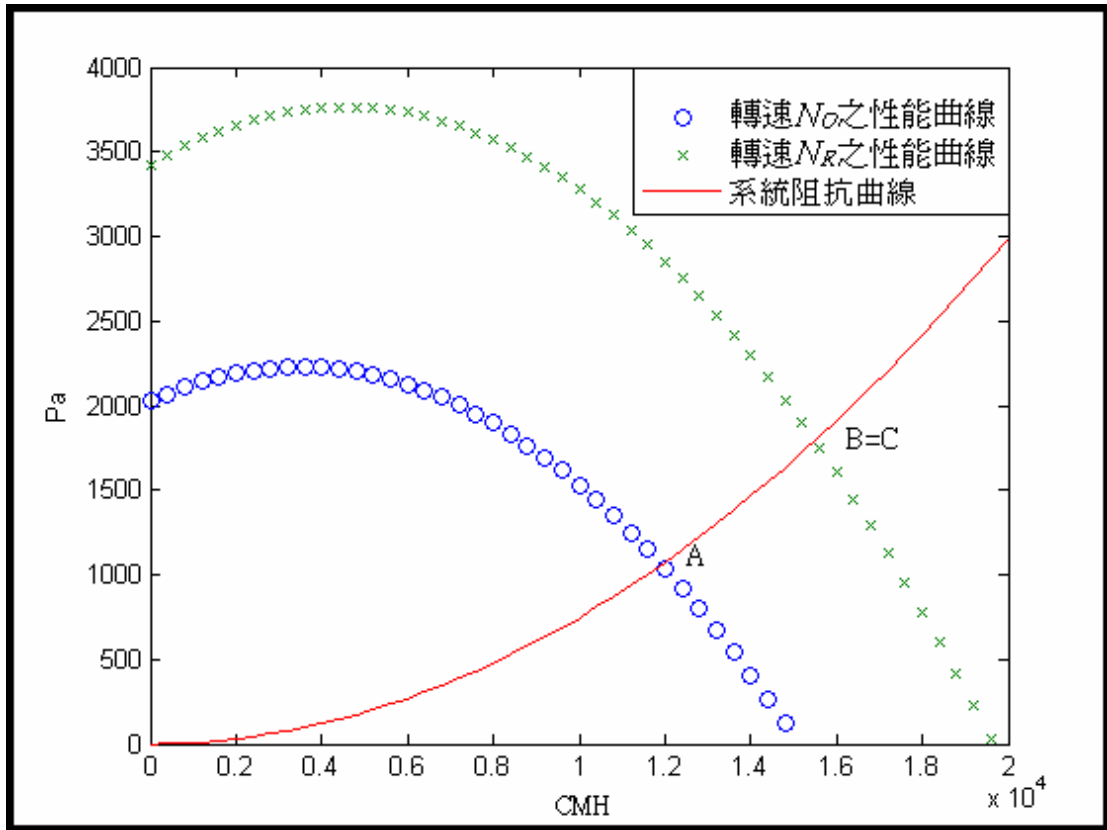


圖 2-10 轉速 N_O 和 N_R 之性能曲線與系統阻抗曲線

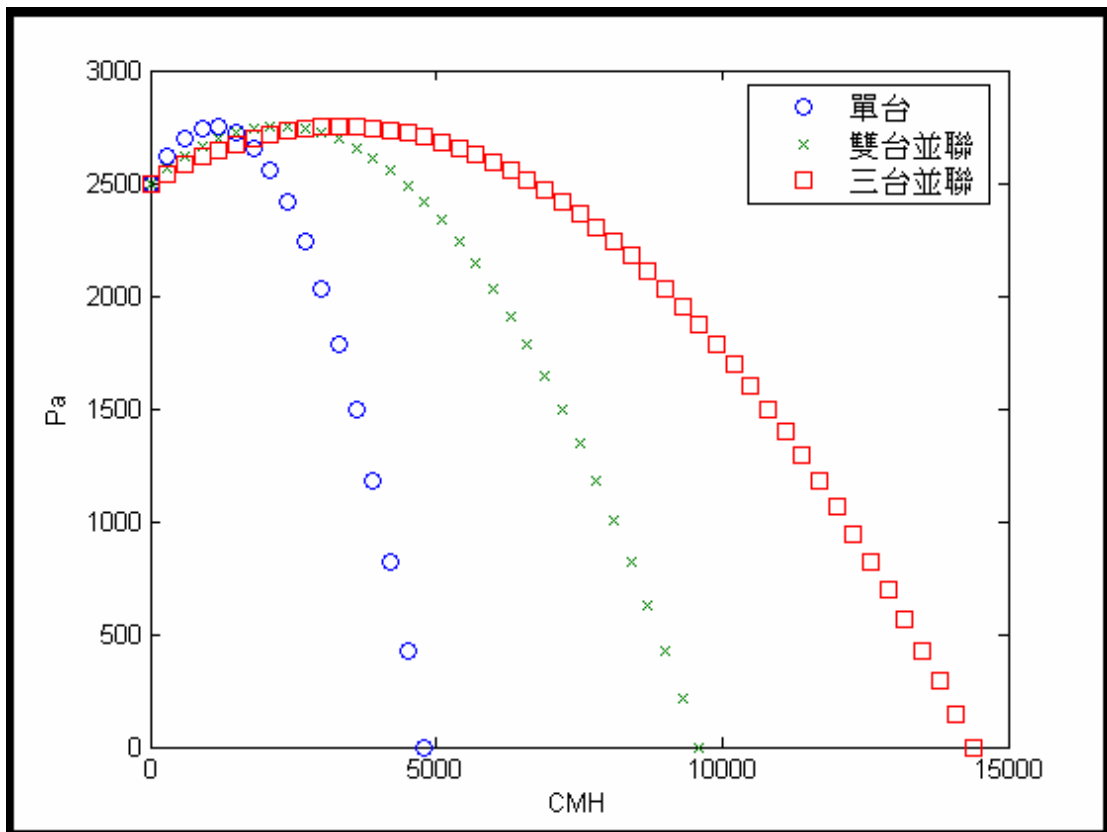


圖 2-11 單台、雙台與三台並聯之性能曲線

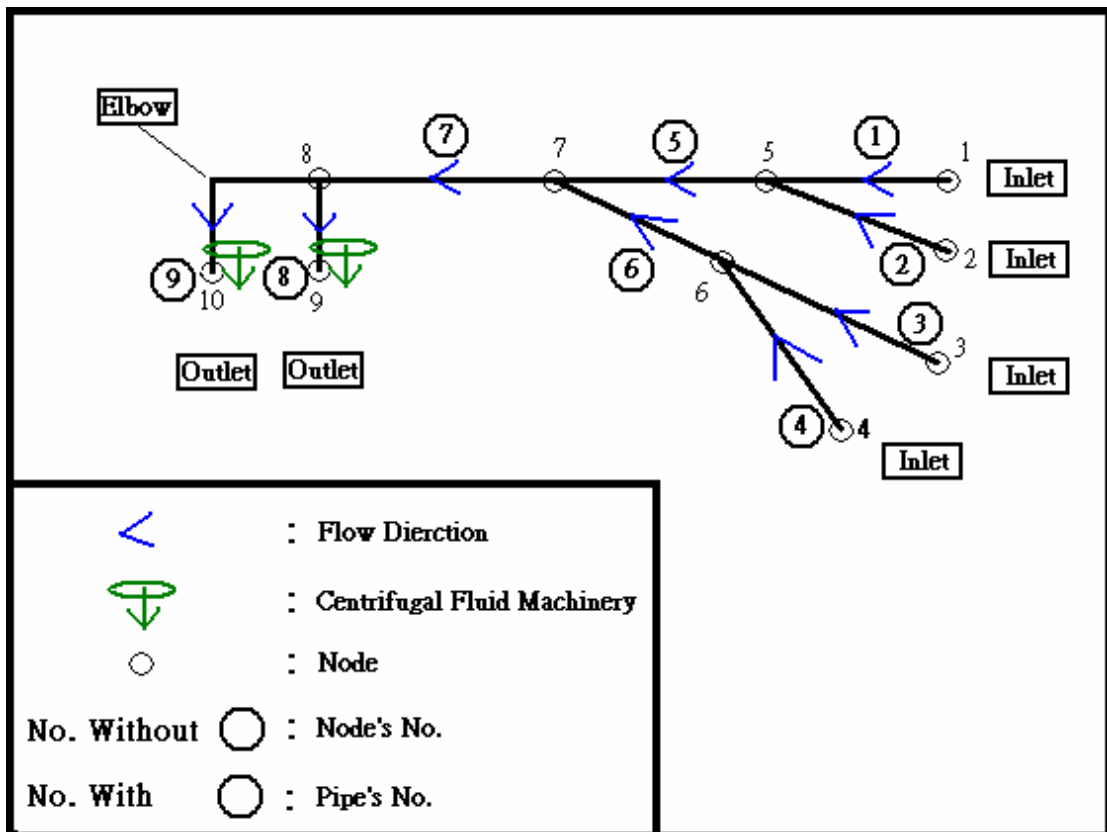


圖 2-12 雙台離心式流體機械並聯之物理模式圖

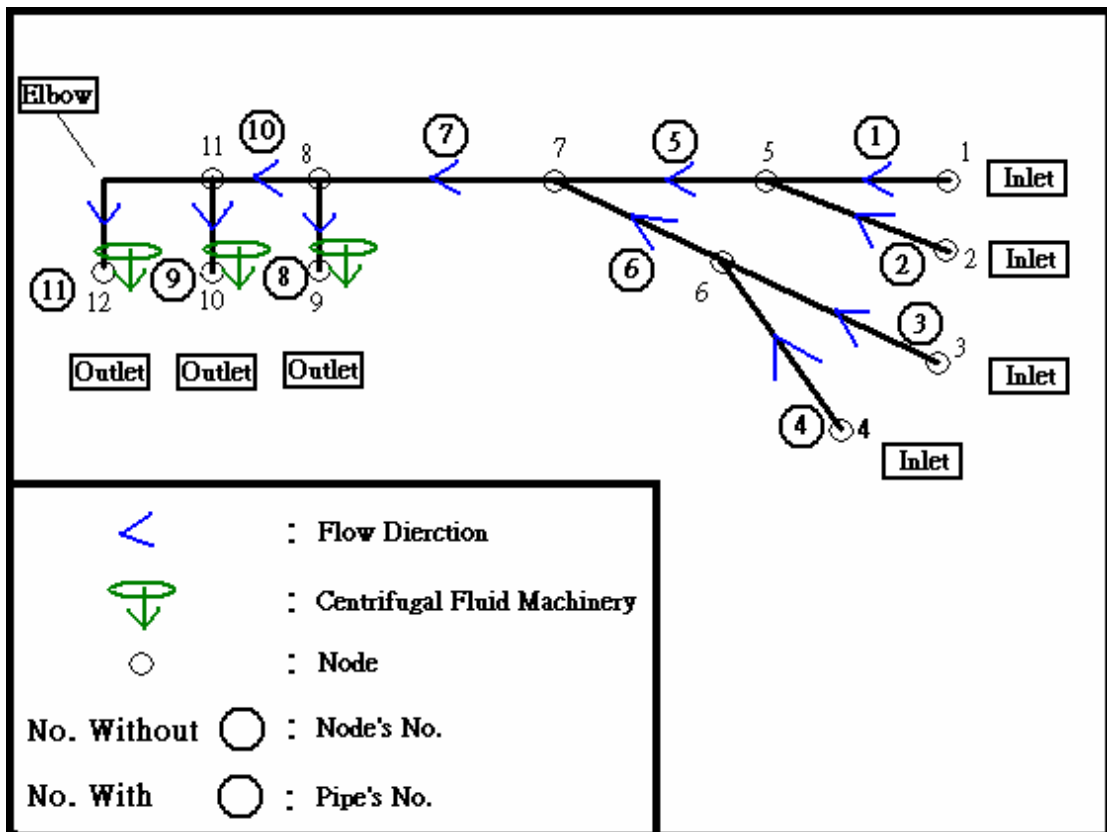


圖 2-13 三台離心式流體機械並聯之物理模式圖

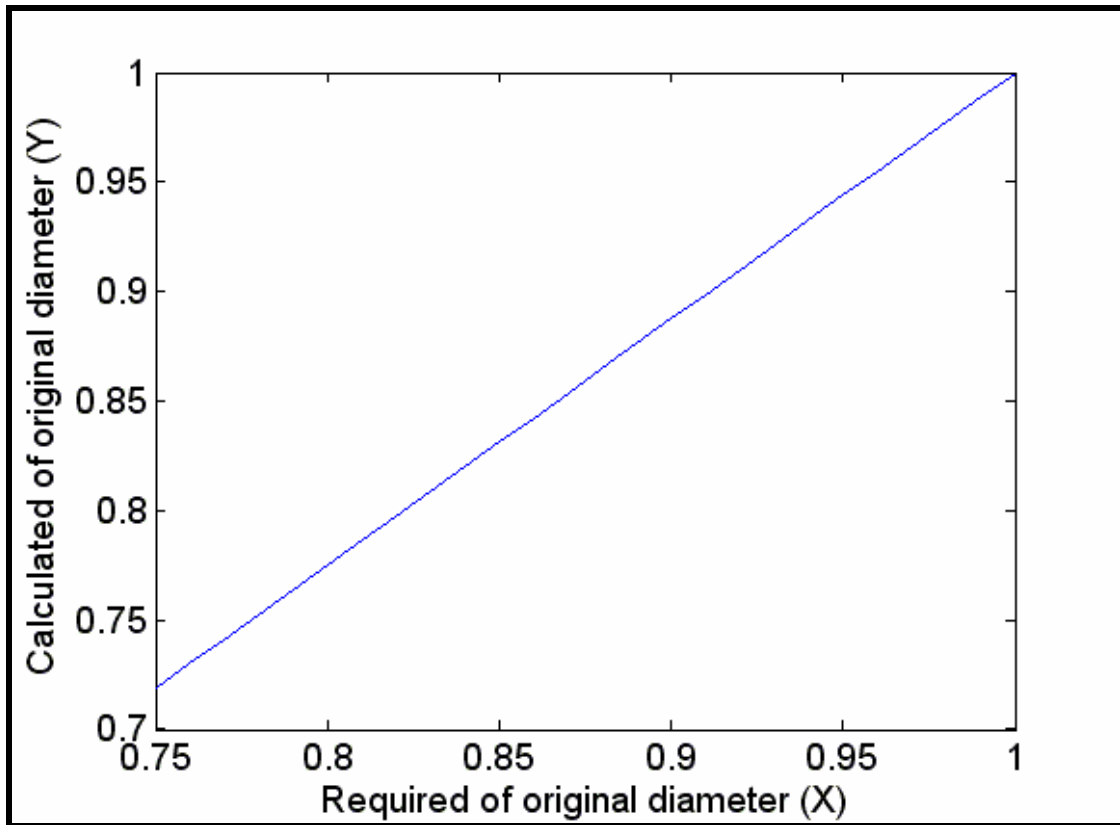


圖 2-14 泵浦直徑之修正圖

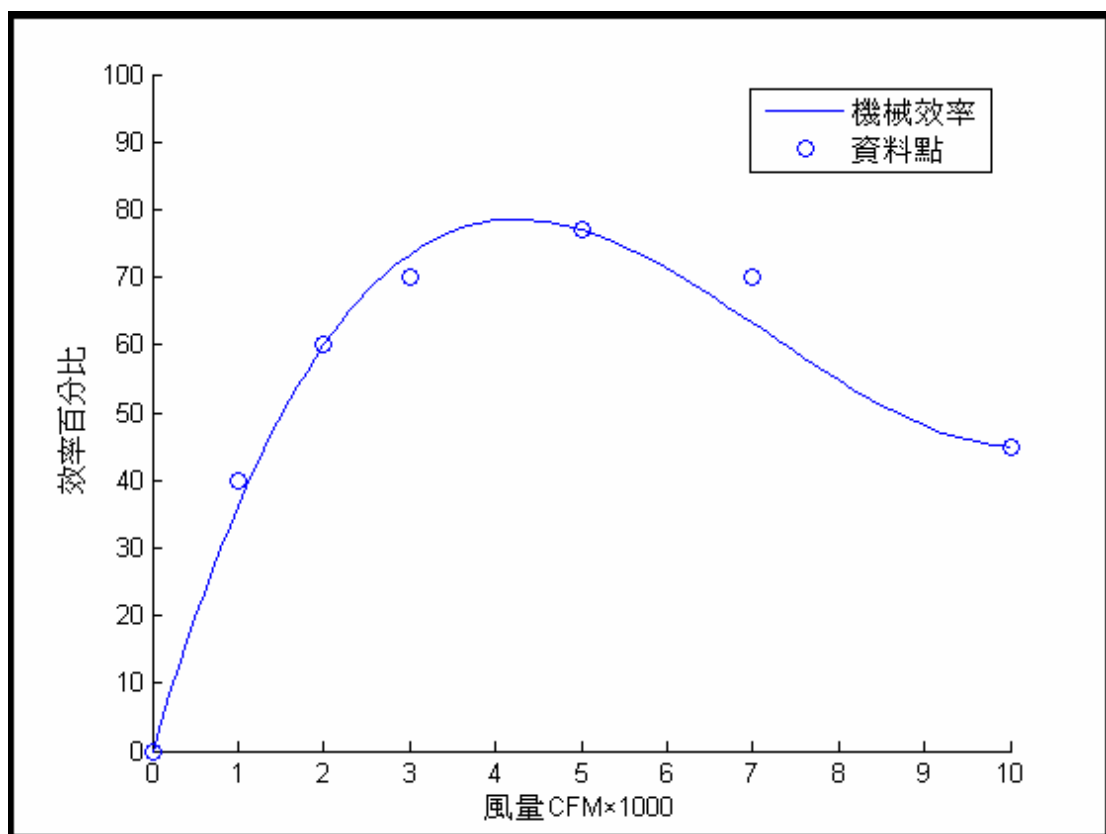


圖 2-15 以二次多項式表示效率曲線

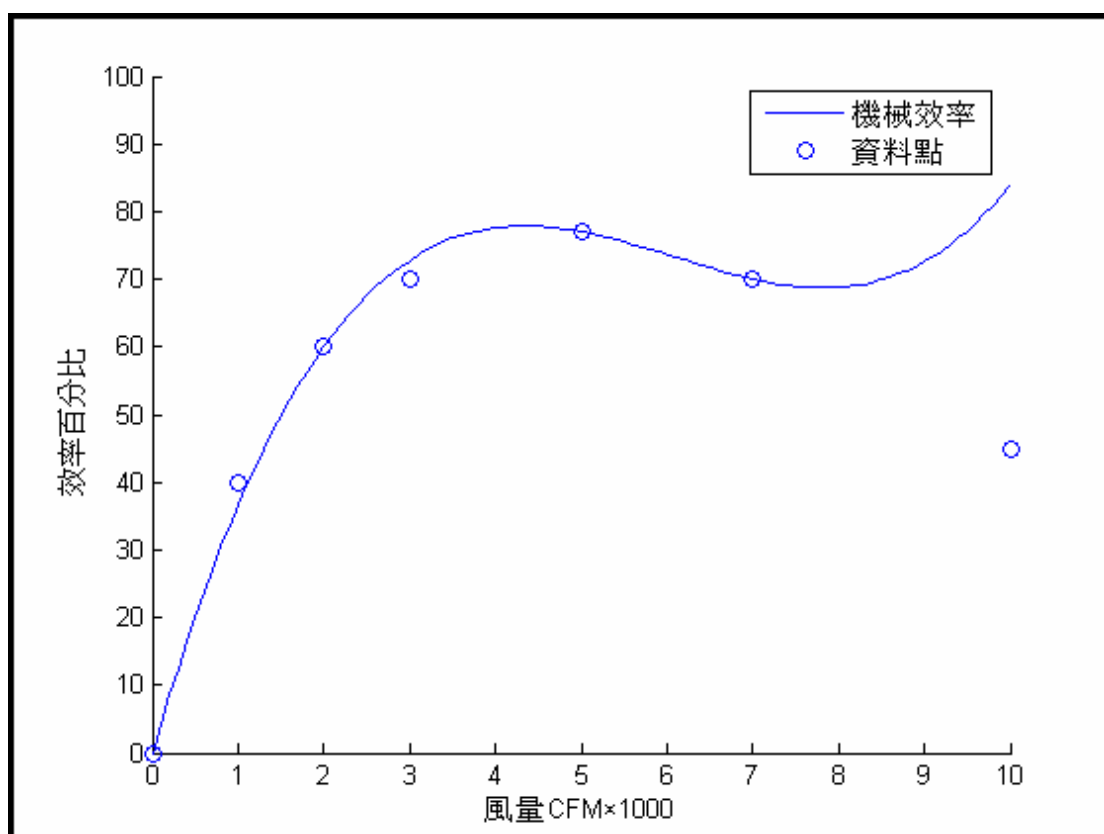


圖 2-16 以三次多項式表示效率曲線

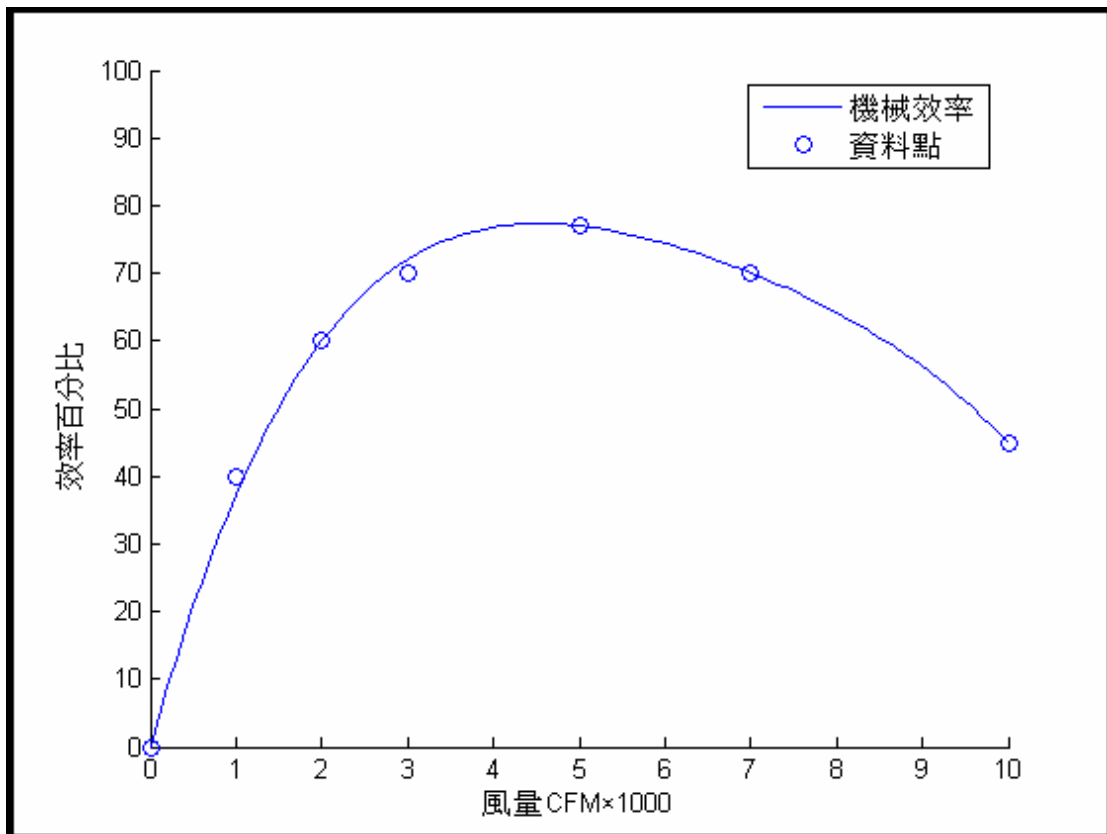


圖 2-17 以四次多項式表示效率曲線

第三章 數值方法

考慮如圖 2-13 之管路系統，整個方程式的建立與求解過程，可分為下列 5 個步驟進行：

- (1) 輸入資料：輸入所有管段連接的相對資料，包含各管段的長度、直徑和粗糙度、管路元件(風門、合流管和彎管等)，工作流體密度與黏滯係數，系統所有出入口的全壓值，離心式流體機械性能曲線、效率曲線和所在管段與流向，以及設定所有未知數(Q_n 和 G_n)的初始值。
- (2) 建立預設流量方向：由於輸入資料中，並沒有給定流向值，在此要先決定各管段流量的方向性，才能往下建立方程式。
- (3) 建立方程式：當初始流向設定完成後，便可求出流量守恆所在節點，和能量守恆之路徑方程式。
- (4) 非線性方程式轉換成線性方程式：將能量守恆所建立的非線性方程組轉換成線性方程組。
- (5) 解線性聯立方程組與誤差設定：利用線性法求解流量未知數，並設定合理之誤差值，使得流量與各管段壓損值達到收斂條件。

(1) 輸入資料

輸入的方法採用綜合法(Combined Representation, [5])，由 3 個一維陣列表示其管路結構的相對位置。考慮圖 2-13 的管路，輸入的 3 個向量

元素對應的節點 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

位置向量 T: [1 2 3 4 5 8 11 14 17 18 19 22]

相連接管路向量 AT: [1 2 3 4 1 2 5 3 4 6 5 6 7 7 8 10 8 9 10 9 11 11]

相連接節點向量 TL: [5 5 6 6 1 2 7 3 4 7 5 6 8 7 9 11 8 11 8 10 12 11]

T是位置向量，用來對應每一個節點在其它兩個向量開始的位置。AT是相連接管

路向量，用來記錄與節點相連接的管路。TL是相連接節點向量，用來記錄與節點相連接的節點。如T向量第1個元素1代表在AT和TL中，與節點1有關的資料從第1個元素開始，也就是說AT向量記錄與節點1相連接的管路是管1，TL向量記錄與節點1相連接的節點是節點5；而T向量第5個元素就代表節點5相關的資料從第5個算起，意即與節點5相連接的管路是管1、管2和管5，相鄰的節點是節點1、節點2和節點5。同理，與節點6相連接的管路有管3、管4和管6，與節點6相鄰的節點有節點3、節點4和節點7，其它的節點可以依此類推。此外，尚需要輸入每根管路的長度、直徑、粗糙度與工作流量的密度，用來計算摩擦的全壓損失，粗糙度與管路材質有關。其它元件包括風門，多管連接的結構或其它會造成全壓損失的元件。除了這些輸入的資料外，尚需離心式流體機械所在的管段、流向和性能曲線。

(2) 建立預設流量方向

由於綜合法並沒有輸入流體的流向，可依系統的需求假設初始流向，若系統為排氣系統，則流體從吸入口流向離心式流體機械，如圖 2-13 所設立的流向，由節點 1、2、3 和 4 流向節點 9、10 和 12。因此我們採用樹狀圖的方式，將流向先做初步假設。單機系統之建立樹狀結構的步驟為

1. 以最外側離心式流體機械的出口節點(也就是節點 12)為參考起點，將此點設為目標點(存入於目標點向量中)，同時將目標點也存入已搜尋向量。
2. 找出與目標點相連接的節點，判別此節點是否存在於已搜尋向量，若尚未存在，則將方向設為相鄰節點流向目標點，並將資料記錄下來，反之則跳過。
3. 此時將有設定方向之相鄰節點，存入下次目標點向量與已搜尋向量中，待目標點向量內之所有目標點用完，下次目標點向量取代目標點向量。
4. 若已搜尋過向量的節點數目等於管路的節點數則程式結束，否則持續步驟 2 和步驟 3。
5. 最後判別離心式流體機械之流向是否與所在管段流向相同，如果不同則

更正為離心式流體機械之流向。

以圖 2-13 為例，起始目標點為節點 12，找到相鄰點為節點 11，此點並不存在於已搜尋向量中，因此管 11之流量尚未決定，將流量設為節點 11 流向節點 12，也就是管 11之流向是朝著節點 12。此時設立管段對應節點之矩陣，縱軸為管段編號，橫軸為節點編號，在矩陣位置(11, 12)定義為 1，代表是管 11流向節點 12 為正向；在矩陣位置(11, 11)為-1，代表管 11流向節點 11 為負向，其它不存在之位置，用 0 表示。待方向記錄完成後，將節點 11 設為目標點，存入下次目標點向量以及已搜尋向量。由於原目標點向量中，只有節點 12，其相鄰管段之流量全設定完成，因此這時可將下次目標點向量取代原目標點向量，再由新的目標點向量開始搜尋。新的目標點只有節點 11，此時相鄰節點中，節點 12 存在於已搜尋向中，所以跳過不計，而節點 8 和節點 10 尚未存在，因此分別將管 9和管 10流向定義完成後，將下次目標點向量更新為節點 8 和節點 10，同時也將兩節點存入已搜尋向量。此時再更新目標點向量，此時目標點為節點 8 和節點 10，由於節點 11 已搜尋過，也代表節點 10 找不到下次的目標點，而節點 8 則可找到節點 9 和節點 7，因此下次的目標點只有節點 7 和節點 9。利用以上的原理，可一直往下找尋，直到所有節點已被搜尋過後，才算流向設定完成。

以上之步驟為步驟 1 到步驟 4 的過程，其結果為(3-1)式所示

$$\begin{bmatrix}
 -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1
 \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

若是系統只有單一流體機械，只需執行步驟 1 到步驟 4 即可。但以圖 2-13 之三機並聯的例子，可發現管 8和管 9流向不合，因此再執行步驟 5，矩陣變為(3-2)式

$$\begin{bmatrix}
 -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1
 \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

在矩陣位置(8,8)、(8,9)、(9,10)和(9,11)正負號均改變。如此一來，管路系統之流量方向設定完成。

如果在步驟 1 中，選取的初始目標點並非在最外側，而是其它任意出入口點如節點 9，最後所找到的流向矩陣為

$$\begin{bmatrix}
 -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1
 \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

可發現第 10 列，也就是管 10之流向不符合常理，會使得程式容易發散。

(3) 建立方程式

當初步流向設定完成時，接著是找出系統所需的方程式。質量守恆方程式可利用(3-2)式求得，(3-2)式之第 n 行代表節點而第 m 列代表管段 m 。因此第 1 行代表節點 1，可觀察出除了矩陣位置(1, 1)不為 0 外，(2, 1)到(2, 11)均為 0，這也代表節點 1 是出口或入口節點，不會有質量守恆方程式。而從第 5 行中，發現(1, 5)、(2, 5)和(5, 5)均不為 0，所以節點 5 有質量守恆方程式，依此方法可找出所有含連續方程式的節點，並將方程式建立出來。

接著是求出能量守恆方程式，方程式的路徑皆由出口節點走向入口節點，因此需將出入口節點求出。出入口節點可由(3-2)式中求得，在第 1、2、3、4、9、10 和 12 行的所有元素中，只有一個元素不為 0，這也代表這些節點為出入口節點，而節點 9、10 和 12 不為 0 的元素為 1，代表這些節點為出口節點，而節點 1、2、3 和 4 為不為 0 的元素為 -1，代表入口節點。

出入口節點區分完成後，開始著手能量守恆方程式的建立。選取任一入口節點為起始節點，走向其它出口節點，建立同出口節點數量的方程式，同樣以圖 2-13 為例，就是第一個入口節點要找出三組方程式。假設起始節點 1，接著利用(3-2)式找尋節點 1 的下游管段和節點。從第 1 行中的元素中，找出值為 -1 之位置(1, 1)，這表示管 1為節點 1 之下游管段，再從第 1 列中找出值為 1 的位置(1, 5)，這也表示節點 5 為下游節點。接著以節點 5 再往下游找尋管段和節點，利用同樣的方法可找出管 5和節點 7，直到找到出口節點為止，最先找到的出口節點為節點 9，所以第一個路徑為管 1→管 5→管 7→管 8。此時還需再兩組方程式，一樣以節點 1 為起始節點往下游找尋，直到找到節點 8 時，下游節點為節點 9 和節點 11，然而節點 9 已在先前找過，因此路徑改走向節點 11，這也表示若已找過之出口節點則不採用。最後兩組路徑為管 1→管 5→管 7→管 10→管 9和管 1→管 5→管 7→管 10→管 11。求出最先三組方程式後，再分別以其它入口節點為起始節點，利用同樣的方法求得最後方程式路徑，也就是管 2→管 5→管 7→管 8、管 3→管 6→管 7→管 8和管 4→管 6→管 7→管 8，如此一來便可以求得所有

能量守恆方程式的路徑。

雖然第二章能量守恆方程式是以出口節點為起點找尋，此數值找法卻是以入口節點為起點，主要是因為這樣找尋的方法，在程式上判別與寫法會比較方便，而且所求出的方程式和第二章所求得的一樣。

最後再將(2-66)式到(2-68)式三個方程式加入即可。由於我們要解方程組為 $Ax=b$ 的形態，而以上方程組所找到的 A 矩陣只有以下的形態

$$\begin{bmatrix}
 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix} \tag{3-4}$$

其中的每一行依序代表的位置為

$$[Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \quad Q_4 \quad Q_5 \quad Q_6 \quad Q_7 \quad Q_8 \quad Q_9 \quad Q_{10} \quad Q_{11} \quad G_{11} \quad G_9 \quad G_8]$$

第 1 列到第 5 列為質量守恆方程式，第 6 列到第 11 列代表能量守恆方程式，第 12 列到第 14 列代表性能曲線配方法所增加的方程式。

接著便是求出能量守恆方程式中每項的 K_n 值。方程式中的每項 K_n 值，可能包含摩擦、彎管、風門和合流管等因素項，所造成的壓損係數，因此必需配合給定的條件代入。大部份的壓力損失係數，如彎管(2-28)式等因素，均知道管路配件條件後即可立即求出，與流量無關。而摩擦損失和多管相連接所造成的壓損係數值，皆和流量 Q_n 有關，可從(2-23)式、(2-24)式和圖 2-6 的表中得知。也因此這兩種因素所造成的壓損係數值，是以預設的初始流量值求得。例如管 1 中含

有風門和彎管，分別造成的壓損係數為 K_{1d} 和 K_{1b} ，再包含因摩擦所造成的壓損係數 K_{1f} ，管 1 的總壓損係數為 $K_1 = K_{1f} + K_{1b} + K_{1d}$ ，再將 K_1 代入(3-4)式中(6, 1)、(7, 1)和(8, 1)的位置即可。而合流管所造成的壓損係數，會因為路徑而有所不同，如(2-30)式和(2-31)式所示，所以(3-4)式中(8, 5)和(9, 5)的 K_5 會不一樣，(8, 5)的 K_5 是套入管 1經過管 5的壓損值，而(9, 5) K_5 是套入管 2經過管 5的壓損值。當所有 K_n 再代入(3-4)式中之能量守恆方程式中，可以發現未知數 Q_n 和 G_n 還是以平方項出現，接下來便要著手將非線性方程轉換成線性方程式。

(4) 非線性方程式轉換成線性方程式

(2-60)式~(2-65)式均為非線性方程式，為了將其改寫成線性方程組，將管路壓力損失 $K_n Q_n^2$ 改寫成 $K_n^\beta Q_n^\beta Q_n^{\beta+1}$ ，上標 β 代表迭代的次數，這也表示 $K_n^\beta Q_n^\beta$ 是採用舊值計算，而 $Q_n^{\beta+1}$ 即為待求的未知數。因此可以將(2-60)式改寫成

$$C'_{S1} G_8 - K'_8 Q_8 - K'_7 Q_7 - K'_5 Q_5 - K'_1 Q_1 = C_1 - C_{S4} \quad (3-5)$$

其中 $C'_{S1} = C_{S1} G_8^\beta$ ， $K'_n = K_n Q_n^\beta$ 。同理，(2-61)式~(2-65)式也可和(3-5)式一樣，改寫成線性方程式，最後便是解線性聯立方程組。

(5) 解線性聯立方程組與誤差設定

線性聯立方程組可利用最常見之高斯消去法求解。所求出的 $Q_n^{\beta+1}$ 必需達到收斂條件，也就是誤差值 $(Q_n^{\beta+1} - Q_n^\beta) / Q_n^\beta$ 必需小於 0.001。若未達收斂條件，則 $Q_n^{\beta+1}$ 取代原 Q_n^β 之位置，重復計算求得之新的流量值。為了加速收斂速度，可添設收斂係數 γ ，即 $Q_n'^{\beta+1} = Q_n^\beta + (1 - \gamma) Q_n^{\beta+1}$ ，再將 $Q_n'^{\beta+1}$ 代入迭代過程， γ 值約 0.7~0.8 時收斂速度最快。當流量收斂後，需再將每根管段之壓損值求出，確認每段的壓損值達到收斂條件，相對誤差小於 0.001，迭代過程才算完成。

第四章 結果與討論

本章將分為四個部分討論。第一部分採用圖 2-1 之物理模式，給予適當的管路資料與離心式風機性能曲線，探討風機轉速變動時之流量變化，同時採用圖 2-12 和圖 2-13 之物理模式圖，證明並聯能有效改善總流量的問題。第二部分探討圖 2-13 採用不同型式的風機性能曲線，對並聯流量分配所造成的影響。第三部分驗證效率曲線方程式(2-79)，先採用圖 2-2 之資料，求出泵浦在不同直徑下效率變化，其次採用文獻[5]之資料，求出不同轉速下之效率變化。第四部分討論在複雜的管路系統下，從單機到四機並聯的條件下，從中求得最省能的並聯模式。

圖 2-1 各管段與工作流體詳細資料如表 4-1 所示，管路材料為不銹鋼管，在節點 5、6、7 處的合流管，夾角均為 30 度，管 1 和管 3 上設有風門，抽風口與吸風口的外界條件均為 1 大氣壓，圖 4-1 為某風機在 1500 rpm 下之性能曲線，二次方程式為

$$P = -0.009Q^2 + 1.852Q + 1000 \quad (4-1)$$

此環境下所求得的结果如圖 4-2 所示，管路系統兩旁之流量數值，代表各出入口的流量值，因此系統總流量為 432 CMH，緊接總流量下方之壓力值 118 Pa，為風機在此流量的壓力值。由於各出入口的壓力條件均在一大氣壓，這也表示管路所損失的壓力值，剛好為風機所提供的壓力值，如管 1、管 5 和管 7 的壓損值總合為 118 Pa，管 3、管 6 和管 7 的壓損值總合也為 118 Pa，均符合能量守恆定律。欲使系統總流量提升為 600 CMH，由(2-44)式可得

$$\frac{600}{432} \times 1500 = 2083 \quad (4-2)$$

因此風機轉速需調至 2083 rpm，而從(2-46)式可得變更轉速後的風機性能曲線

$$\begin{aligned} P &= -0.009Q^2 + 1.852 \times \frac{2083}{1500}Q + 1000 \times \left(\frac{2083}{1500}\right)^2 \\ &= -0.009Q^2 + 2.572Q + 1000 \end{aligned} \quad (4-3)$$

將此性能曲線代入計算中，所求得之流量與壓損值如圖 4-3 所示，總流量值為 601 *CMH*，相對誤差值為 0.17%。假如需求的總流量提高至 1200 *CMH*，同理可從(2-44)式求得轉速需調高至 4167 *rpm*，因此風機性能曲線變為

$$P = -0.009Q^2 + 5.144Q + 7717 \quad (4-4)$$

計算的結果如圖 4-3，總流量為 1204 *CMH*，相對誤差值為 0.3%。以上兩組不同轉速下的計算結果，均與預期的流量十分吻合。但此台風機的最高轉速只到 3000 *rpm*，這也表示雖然在計算上可模擬出 4167 *rpm* 時的情形，但實際上卻是無法達到的，須靠多機並聯的方式處理龐大的流量問題。

圖 2-12 為雙機並聯之管路系統，詳細的管路資料如表 4-2 所示。圖 2-12 和圖 2-1 相比，除了在節點 8 的合流管夾角為 90 度，以及多出管 8 和管 9 這兩根管段外，其餘條件不變。兩台風機採用相同的風機，同圖 4-1 之性能曲線。在此條件下所模擬的結果如圖 4-5 所示，系統總流量為 762 *CMH*。同樣在壓損值方面，管 1、管 5、管 7 和管 8 的壓損值總合為 426 *Pa*，而管 4、管 6、管 7 和管 9 的壓損值總合為 373 *Pa*，與風機所提供的壓力值相同，也符合能量守恆定律。欲使流量提升到 1200 *CMH*，由(2-44)式可求得每台風機轉速需調高至 2362 *rpm*，風機性能曲線方程式變為

$$P = -0.009Q^2 + 2.916Q + 2480 \quad (4-5)$$

重新計算後之結果如圖 4-6 所示，系統之總流量為 1204 *CMH*，與需求流量十分相近。比較圖 4-3 與圖 4-6，由於管 1 到管 7 的結構相同，而且系統之總流量也相同，因此管 1 到管 7 的流量值與壓損值也都會相同。

圖 2-13 為增至三機並聯的管路結構圖，詳細管路資料如表 4-3。每台風機性能曲線同圖 4-1，在轉速 1500 *rpm* 所得到的結果如圖 4-7，系統總流量為 982 *CMH*。欲將流量提升至 1200 *CMH* 時，利用(2-44)式可求得所需的轉速為 1833 *rpm*，性能曲線方程式為

$$P = -0.009Q^2 + 2.263Q + 1493 \quad (4-6)$$

圖 4-8 為當所有風機轉速調至 1833 *rpm* 下，所模擬出來的結果。如同圖 4-3 和

圖 4-6，管 1到管 7的流量與壓損值均相近。

從圖 4-2 的單機系統，圖 4-5 的雙機並聯系統，到圖 4-7 的三機並聯系統，每當系統增加一台風機並聯時，流量由 432 CMH、762 CMH 到 982 CMH 隨之變大。而從圖 4-4、圖 4-6 和圖 4-8 得知，風機並聯數愈多，對相同的目標流量，風機轉速的調整幅度也由 4167 rpm、2362 rpm 到 1833 rpm 逐漸變小，顯示出並聯系統改善風機沒有辦法無限提高轉速之缺點。

如圖 4-9 所示為四種不同型式之風機 A 型、B 型、C 型和 D 型之性能曲線，取出任一型式之三台相同型式之風機，代入圖 2-13 之並聯管路系統下計算，所求得之總流量均為 1200 CMH，結果如圖 4-10 所示，圖 4-11 為不同四組之三台並聯風機與系統之操作點圖。在圖 4-10 中，由於系統總流量相同，管 1到管 7之流量分配均相同，如管路系統旁所標示之流量，而圖左下角表格為四組不同風機之流量與風機壓力值的分配情形，流量誤差代表與均分流量 400 CMH 之相對誤差。由圖 4-10 可以發現，A 型風機是與誤差最小的組別，其次為 B 型風機和 C 型風機，而 D 型風機為誤差最大的組別。從系統流量的分配情況討論，當系統需求為 1200 CMH，管 1到管 7的壓損值必為固定值，而當管 8、管 9和管 11的流量愈接近 400 CMH 時，管 8、管 9、管 10和管 11的壓損值也可視為固定值，這也表示在三根不同管段上的同型風機流量相當時，每台風機所提供的壓力值也相差不大，如 A 型風機在管 8、管 9和管 11所提供的壓力分別為 994、954 和 896 Pa，而 B 型風機在管 8、管 9和管 11所提供的壓力分別為 992、956 和 896 Pa，兩組對應管段的風機壓力十分相近。這也表示操作點落在風機性能曲線上的位置，最好是在流量變化微小時，壓力變化很大地方，即性能曲線上較陡的部分。如圖 4-11 之 A 型風機操作點的位置，是四組風機中斜率最陡的，其次為 B 型和 C 型，而 D 型風機的操作點落在頂點最平緩之處，亦即流量改變時，壓力並未隨之改變， P 和 Q 的對應關係不敏感，導致不滿足流量均分的條件，因此三機流量分配極為不均。所以在並聯的系統中，為了使各機流量相同，操作點盡量要遠離性能曲線頂點平緩之處。

(2-79)式為效率曲線隨直徑或轉速變更之公式，考慮如圖 2-2，以泵浦直徑 7" (即 D_o) 之資料當作已知資料，性能曲線以二次多項式表示，採用的資料點為流量 0、70 和 160 GPM ，對應水頭為 54、53 和 35 FT 。在效率曲線以四次多項式表示，採用的資料點流量為 0、40、80、120 和 160 GPM ，對應的效率百分比為 0、48、65.5、66.5 和 56。因此直徑為 7" 時的性能曲線方程式為

$$P = -1.16 \times 10^{-3} Q^2 + 6.7 \times 10^{-2} Q + 54 \quad (4-7)$$

而效率曲線方程式為

$$Ef = -1.46 \times 10^{-7} Q^4 + 7.16 \times 10^{-5} Q^3 - 1.65 \times 10^{-2} Q^2 + 1.75 Q \quad (4-8)$$

有了(4-7)式和(4-8)式這兩組方程式，就可利用(2-79)式將直徑為 6 1/2"、6"、5 1/2" 和 5" 時(即 D_R)的效率曲線求出。相似定理(2-70)式~(2-72)式在泵浦直徑變動中的 n 、 m 和 k 分別為 1、2 和 3，與轉速變動之相似定理(2-36)式~(2-38)式類似，因此(2-46)式也可適用於泵浦直徑變更時的情況，即將(2-46)式中 N_{sys} 代表直徑變更後之 D_R ，而 N_o 代表原來直徑 D_o ，因此不同直徑下之性能曲線方程式為

$$P = C_{s1} Q^2 + C_{s2} \left(\frac{D_R}{D_o} \right) Q + C_{s3} \left(\frac{D_R}{D_o} \right)^2 \quad (4-9)$$

(4-10)~(4-13)依序為當直徑變為 6 1/2"、6"、5 1/2" 和 5" 時的性能曲線方程式。

$$P = -1.16 \times 10^{-3} Q^2 + 6.22 \times 10^{-2} Q + 46.56 \quad (4-10)$$

$$P = -1.16 \times 10^{-3} Q^2 + 5.74 \times 10^{-2} Q + 39.67 \quad (4-11)$$

$$P = -1.16 \times 10^{-3} Q^2 + 5.26 \times 10^{-2} Q + 33.33 \quad (4-12)$$

$$P = -1.16 \times 10^{-3} Q^2 + 4.78 \times 10^{-2} Q + 27.55 \quad (4-13)$$

在效率曲線上，將 $n = 1$ 、 $m = 2$ 和 $k = 3$ 代入(2-79)式，四次多項式之轉換公式為

$$Ef = E_4 \left(\frac{D_o}{D_R} \right)^4 Q^4 + E_3 \left(\frac{D_o}{D_R} \right)^3 Q^3 + E_2 \left(\frac{D_o}{D_R} \right)^2 Q^2 + E_1 \left(\frac{D_o}{D_R} \right) Q + E_0 \quad (4-14)$$

$E_0 \sim E_4$ 代表已知效率曲線之各項係數，即(4-8)式每項的係數值。當直徑為 6 1/2" 時，效率曲線在四次項的係數會變為

$$-1.46 \times 10^{-7} (7/6.5)^4 = -1.97 \times 10^{-7} \quad (4-15)$$

三次項、二次項和一次項的係數為

$$7.16 \times 10^{-5} (7/6.5)^3 = 8.94 \times 10^{-5} \quad (4-16)$$

$$-1.65 \times 10^{-2} (7/6.5)^2 = -1.91 \times 10^{-2} \quad (4-17)$$

$$7.75 \times (7/6.5) = 1.89 \quad (4-18)$$

因此直徑為 6 1/2" 時的效率曲線方程式為

$$Ef = -1.97 \times 10^{-7} Q^4 + 8.94 \times 10^{-5} Q^3 - 1.91 \times 10^{-2} Q^2 + 1.89Q \quad (4-19)$$

其餘的直徑同理可得，(4-20)式~(4-22)式依序為 6"、5 1/2" 和 5" 時的效率曲線方程式

$$Ef = -2.71 \times 10^{-7} Q^4 + 1.14 \times 10^{-4} Q^3 - 2.24 \times 10^{-2} Q^2 + 2.05Q \quad (4-20)$$

$$Ef = -3.84 \times 10^{-7} Q^4 + 1.48 \times 10^{-4} Q^3 - 2.67 \times 10^{-2} Q^2 + 2.23Q \quad (4-21)$$

$$Ef = -5.63 \times 10^{-7} Q^4 + 1.97 \times 10^{-4} Q^3 - 3.23 \times 10^{-2} Q^2 + 2.46Q \quad (4-22)$$

由圖 2-2 找出在每個直徑上，效率值為 55%時的資料點，以及由(4-8)、(4-19)~(4-22)式可求得效率值 55%時的流量，再將流量依直徑不同代入(4-7)、(4-10)~(4-13)式求得對應水頭資料點，皆如表 4-4 所示。圖 4-12 為不同直徑之性能曲線，以及效率值為 55%時之資料點與計算點。從圖 4-12 可以看出，當直徑與 6 1/2" 時，所求得的計算點與資料點相近，當直徑與 7" 相差愈大時，計算的結果誤差也愈大。

此時將圖 2-14 之修正圖套入計算中，圖 2-14 的曲線方程式為

$$Y = 1.125X - 0.125 \quad (4-23)$$

因此需求直徑為 6 1/2"、6"、5 1/2" 和 5" 時，其 D_R / D_O 由 0.929、0.857、0.786 和 0.714 為 X 值，代入(4-23)式求得 Y 值為 0.920125、0.839125、0.75925

和 0.67825，Y 值表示修正後的 D_R / D_O 值。再以(4-7)式和(4-8)式為已知方程式，將修正後的 D_R / D_O 代入(4-9)式和(4-14)式，重新求得新的性能曲線為(4-24)~(4-27)，而效率曲線為(4-28)~(4-31)

$$P = -1.16 \times 10^{-3} Q^2 + 6.16 \times 10^{-2} Q + 45.67 \quad (4-24)$$

$$P = -1.16 \times 10^{-3} Q^2 + 5.62 \times 10^{-2} Q + 38.03 \quad (4-25)$$

$$P = -1.16 \times 10^{-3} Q^2 + 5.08 \times 10^{-2} Q + 31.1 \quad (4-26)$$

$$P = -1.16 \times 10^{-3} Q^2 + 4.54 \times 10^{-2} Q + 24.86 \quad (4-27)$$

$$Ef = -2.71 \times 10^{-7} Q^4 + 9.21 \times 10^{-5} Q^3 - 1.95 \times 10^{-2} Q^2 + 1.91Q \quad (4-28)$$

$$Ef = -2.71 \times 10^{-7} Q^4 + 1.21 \times 10^{-4} Q^3 - 2.34 \times 10^{-2} Q^2 + 2.09Q \quad (4-29)$$

$$Ef = -2.71 \times 10^{-7} Q^4 + 1.64 \times 10^{-4} Q^3 - 2.29 \times 10^{-2} Q^2 + 2.31Q \quad (4-30)$$

$$Ef = -5.63 \times 10^{-7} Q^4 + 2.29 \times 10^{-4} Q^3 - 3.58 \times 10^{-2} Q^2 + 2.59Q \quad (4-31)$$

修正後之效率 55% 資料點如表 4-5 所示，性能曲線與等效率圖如圖 4-13 所示。比較圖 4-12 與圖 4-13，可以發現修正後計算點和資料點更為相近。兩圖誤差最大的點均在直徑 5" 流量為 97 GPM 時的點，相對誤差由圖 4-12 的 20% 降至約為圖 4-13 的 13%。如果現在將泵浦在直徑上的相似定理做微小改變，令 $n = 1.05$ 、 $m = 2.05$ 和 $k = 2.92$ ，依圖 4-13 相同之計算方法求解，其結果如圖 4-14 與表 4-6 所示，每個計算點的誤差皆在 5% 以下，因此在計算上如果為求更精準，可適當將相似定理的係數上做微小變動。

並聯系統中轉速調整以求得功率和效率的驗證過程中，採用文獻[5]之案例進行比對。此案例討論 1 到 4 台泵浦並聯情況，並假設在同一並聯系統中，每台泵浦所分配的流量相等。系統需求的總流量範圍為 100 GPM 到 450 GPM，水頭均為 40 FT。單台泵浦轉速為 1750 rpm，性能曲線與功率曲線的二次多項式為

$$P = -0.0013Q^2 + 0.0778Q + 45.3315 \quad (4-32)$$

$$BHP = -0.000011Q^2 + 0.0114Q + 0.4564 \quad (4-33)$$

表 4-7 為文獻[5]所計算的結果，其利用相似定理逐一推導求得，但計算過程麻煩，因此本文直接採用功率曲線和效率曲線轉換公式，進行計算並比對結果。功

率曲線轉換公式可從(2-84)得到，以二次多項式表示為

$$BHP_R = S_2 \left(\frac{N_o}{N_R} \right)^{-1} Q_R^2 + S_1 \left(\frac{N_o}{N_R} \right)^{-2} Q_R + S_0 \left(\frac{N_o}{N_R} \right)^{-3} \quad (4-34)$$

此時 $S_0 \sim S_2$ 代表為(4-33)式的每項係數值。而效率曲線可從(2-69)求得，其效率 (Ef) 與流量 (Q)、水頭 (P) 和功率 (BHP) 的關係式為

$$Ef = \frac{Q \times P}{3960 \times BHP} \quad (4-35)$$

其中流量的單位為 GPM ，水頭單位為 FT ，而功率單位為 HP 。

目前沒有效率曲線方程式，為求得泵浦轉速為 1750 rpm 的效率曲線方程式，先選取流量為 0 、 50 、 100 、 150 和 200 GPM 這 5 點，代入(4-32)式對應的水頭為 45.3 、 50 、 40.1 、 27.8 和 8.9 FT ，代入(4-33)式對應的功率為 0.46 、 1 、 1.49 、 1.92 和 2.29 HP ，再由(4-35)式可求不同流量時的效率值為 0% 、 58.1% 、 68.1% 、 54.8% 和 19.6% 。利用此 5 點可求得四次多項式如圖 4-15 所示，其方程式為

$$Ef = -1.54 \times 10^{-9} Q^4 + 7.92 \times 10^{-7} Q^3 - 1.88 \times 10^{-4} Q^2 + 1.92 \times 10^{-2} Q \quad (4-36)$$

在圖 4-15 中，實線代表四次多項方程式之曲線，而圓點為利用公式(4-35)所求得之效率值，可發現圓點與曲線十分相近，表示多項式符合效率曲線。

求得轉速為 1750 rpm (N_o) 的效率曲線方程式後，便可用(2-80)式求得不同轉速下特定流量之效率值，以四次多項表示為

$$Ef = E_4 \left(\frac{N_o}{N_R} \right)^4 Q^4 + E_3 \left(\frac{N_o}{N_R} \right)^3 Q^3 + E_2 \left(\frac{N_o}{N_R} \right)^2 Q^2 + E_1 \left(\frac{N_o}{N_R} \right) Q + E_0 \quad (4-37)$$

此時 $E_0 \sim E_4$ 代表為(4-36)式的每項係數值。在表 4-7[5]裡，當系統需求流量為 150 GPM ，泵浦並聯數為 1 台時，系統需求轉速為 1955 rpm (N_R)，由(4-34)式和(4-37)式所求得的功率曲線及效率曲線方程式為

$$BHP = -1.23 \times 10^{-5} Q^2 + 1.42 \times 10^{-2} Q + 0.636 \quad (4-38)$$

$$Ef = -9.9 \times 10^{-10} Q^4 + 5.67 \times 10^{-7} Q^3 - 1.51 \times 10^{-4} Q^2 + 1.72 \times 10^{-2} Q \quad (4-39)$$

將流量 150 GPM 代入(4-38)式得到功率值為 2.49 HP ，以及代入(4-39)式求得

效率值 60.95%，結果皆示於表 4-8，與表 4-7 中的 2.5 HP 和 60.55% 十分相近。若系統需求流量同樣為 150 GPM，但泵浦並聯數變為 2 台時，系統需求轉速會降至 1680 rpm，由(4-34)式和(4-37)式所求得的功率曲線和效率曲線方程式為

$$BHP = -1.06 \times 10^{-5} Q^2 + 1.14 \times 10^{-2} Q + 0.404 \quad (4-40)$$

$$Ef = -1.82 \times 10^{-9} Q^4 + 8.95 \times 10^{-7} Q^3 - 2.04 \times 10^{-4} Q^2 + 2 \times 10^{-2} Q \quad (4-41)$$

系統總流量被 2 台泵浦均分，因此流量要以 75 GPM 代入(4-40)和(4-41)，求得單台之結果為 1.13 HP 和 67.56%。由於並聯的兩台流量相同，所以效率也相同，因此系統的總效率與單台之效率相同，而系統總功率為單台的兩倍，即為 2.26 HP，同樣與表 4-7 中的 2.27 HP 和 66.68% 十分相近。

當需求流量為 150 GPM，泵浦並聯變為 3 台時，系統需求轉速為 1636 rpm，由(4-34)式和(4-37)式所求得的功率曲線和效率曲線方程式為

$$BHP = -1.03 \times 10^{-5} Q^2 + 9.96 \times 10^{-3} Q + 0.373 \quad (4-42)$$

$$Ef = -2.02 \times 10^{-9} Q^4 + 9.69 \times 10^{-7} Q^3 - 2.15 \times 10^{-4} Q^2 + 2.06 \times 10^{-2} Q \quad (4-43)$$

單台泵浦分配到的流量為 150 GPM 的三分之一，因此將流量 50 GPM 代入(4-42)和(4-43)式，求得單台之功率值和效率值為 0.85 HP 和 59.95%，同樣因為每台效率相同，系統的總效率也相同，而總功率值為單台之三倍，也就是 2.55 HP。若並聯台數增至 4 台，總流量依舊為 150 GPM，系統需求轉速為 1626 rpm，同理先求得 1626 rpm 時的效率曲線方程式，為

$$BHP = -1.02 \times 10^{-5} Q^2 + 9.84 \times 10^{-3} Q + 0.366 \quad (4-44)$$

$$Ef = -2.07 \times 10^{-9} Q^4 + 9.87 \times 10^{-7} Q^3 - 2.18 \times 10^{-4} Q^2 + 2.07 \times 10^{-2} Q \quad (4-45)$$

單台泵浦分配到的流量值為 150 GPM 的四分之一，因此將 37.5 GPM 代入(4-44)和(4-45)式，求得功率值和效率值為 0.72 HP 和 51.8%，系統總功率和總效率為 2.88 HP 和 51.8%。其它的例子可由以上之做法求得，結果如表 4-8 所示，與表 4-7 之結果十分相近，總功率相差不到 0.03 HP，而效率相差約都在 2% 以下。從以上泵浦變更直徑與變更轉速的兩個例子，都可以證明出(2-79)效率曲線方程式和(2-83)式功率曲線方程式的正確性。

從表 4-7 可以觀察出，當泵浦固定不變時，使用在流量需求較少之系統，如流量為 100 GPM，最省能的並聯數為 1 台；而當系統需求流量增加，最省能並聯數會上升，如流量變為 150 GPM 和 200 GPM 時，最省能並聯的台數為 2 台。當需求流量再往上提升如 250 GPM 時，最省能並聯台數為 3 台，其餘的最省能並聯台數為 4 台。這也表示當泵浦不變時，系統目標流量增加時，最省能的並聯台數也隨之增加，也就是當泵浦在特定轉速下，對系統所抽取的流量不足時，採用較多台的並聯方式，會比轉速提高效果來得好。

當系統不變而採用不同的離心式流體機械時，應該也和表 4-7 有相同之結果。因此本文考慮如圖 4-16 為四機並聯之複雜管路系統，詳細管路資料如表 4-9 所示，除了在節點 34、36 和 38 為 90 度之合流管，其餘節點的合流管均為 30 度。在管 34、管 36、管 38 和管 39 上裝置相同型式之風機，若只起動在管 34 的風機，而管 35 到管 39 的流量完全封閉住，系統便是單機運作的情形；若起動在管 34 和管 36 的風機，管 37 到管 39 的流量進行封閉，則系統為雙機並聯；若起動在管 34、管 36 和管 38 的風機，即為三機並聯。因此只要有一種型式之風機，便可求得單機到四機並聯的情況。圖 4-17 為 A 型風機在轉速 1750 rpm 時之性能曲線和機械效率曲線，當系統需求總流量為 15000 CMH 時，單機到四機並聯的各台風機流量 (Q)、壓力 (P)、效率 (E_f)、需求轉速和總功率 (BHP) 如表 4-10 所示。總功率代表各台風機的功率總合。風機的功率計算可由 (2-69) 式求得

$$BHP = \frac{Q \times P}{Z \times E_f} \quad (2-69)$$

Z 代表單位轉換常數，與流量 Q 和壓力 P 的單位有關。當流量和壓力單位固定時， Z 也為一常數，所以 BHP 只與 $Q \times P / E_f$ 成正比，即 $Q \times P / E_f$ 的值愈大， BHP 也愈大，因此表 4-10 的 BHP 值，以 $Q \times P / E_f$ 表示。

從表 4-10 可發現，若要以單機達到系統需求流量時，風機轉速必須提高至 5588 rpm，這也表示 A 型風機對此系統所提供的流量太小，系統所耗功率也四種並聯形式中最高的。隨著系統的並聯數增加，風機需求轉速和系統所耗總功率也

隨之降低。因此對於 A 型風機，採用四台並聯模式會得到較好的結果。

當系統分別採用 B 型風機和 C 型風機，轉速在 1750 rpm 時的性能曲線和效率曲線如圖 4-18 和圖 4-19 所示，所計算的結果如表 4-11 和表 4-12 所示。表 4-11 的單機需求轉速為 2643 rpm，比表 4-10 的單機需求轉速小，所以 B 型風機在轉速 1750 rpm 的供給流量比 A 型風機在轉速 1750 rpm 的大。而表 4-12 的單機系統需求的轉速為 1949 rpm，所以 C 型風機在轉速 1750 rpm 的提供流量比 A 型和 B 型風機在轉速 1750 rpm 大。在表 4-11 三機並聯為消耗總功率最少的，四機並聯所耗的總功率反而比三機並聯大；而表 4-12 雙機並聯為消耗總功率最少的，三機和四機並聯總功率損耗反而比雙機並聯大。

因此從表 4-10 到表 4-12 可知，隨著風機性能曲線和效率曲線的不同，最省能的並聯數也隨之改變，當風機提供的流量較小時，系統應該採用並聯數較多的模式，而當風機提供的流量較大時，系統應該的並聯數較少的模式，與表 4-7 所得到的結果相同。



表 4-1 單機之各管段與工作流體詳細資料

管段編號	直徑(mm)	管長(m)	絕對粗糙度
1	150	5	0.04572
2	75	3	0.04572
3	150	5	0.04572
4	75	3	0.04572
5	150	8	0.04572
6	150	6	0.04572
7	150	10	0.04572
管段編號	含 90 度彎管數	含 45 度彎管數	風門角度
1	2	1	70
2	1	1	0
3	1	0	70
4	1	1	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	4	0	0
工作流體	空氣		
密度(kg/m ³)	1.205		
黏滯性(kg/mxs)	1.81×10 ⁻⁵		

表 4-2 雙機並聯之各管段與工作流體詳細資料

管段編號	直徑(mm)	管長(m)	絕對粗糙度
1	150	5	0.04572
2	75	3	0.04572
3	150	5	0.04572
4	75	3	0.04572
5	150	8	0.04572
6	150	6	0.04572
7	150	10	0.04572
8	150	1	0.04572
9	150	2	0.04572
管段編號	含 90 度彎管數	含 45 度彎管數	風門角度
1	2	1	70
2	1	1	0
3	1	0	70
4	1	1	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	4	0	0
8	0	0	0
9	1	0	0
工作流體	空氣		
密度(kg/m ³)	1.205		
黏滯性(kg/mxs)	1.81×10 ⁻⁵		

表 4-3 三機並聯之各管段與工作流體詳細資料

管段編號	直徑(mm)	管長(m)	絕對粗糙度
1	150	5	0.04572
2	75	3	0.04572
3	150	5	0.04572
4	75	3	0.04572
5	150	8	0.04572
6	150	6	0.04572
7	150	10	0.04572
8	150	1	0.04572
9	150	1	0.04572
10	150	1	0.04572
11	150	2	0.04572
管段編號	含 90 度彎管數	含 45 度彎管數	風門角度
1	2	1	70
2	1	1	0
3	1	0	70
4	1	1	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	4	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	1	0	0
工作流體	空氣		
密度(kg/m ³)	1.205		
黏滯性(kg/mxs)	1.81×10 ⁻⁵		

表 4-4 實際與計算在效率值為 55%時的資料點

原始資料					
直徑(Inch)	7	6 1/2	6	5 1/2	5
流量(GPM)	52	47	43	40.5	40.5
水頭(FT)	54.5	46	38	32	24.5
流量(GPM)	162	148	133	115	97
水頭(FT)	34.5	28	22.5	18	15
計算資料					
直徑(Inch)	7	6 1/2	6	5 1/2	5
流量(GPM)	50.8	46.9	43.6	39.9	36.3
水頭(FT)	54.4	46	39.9	33.6	27.8
流量(GPM)	162.3	150.7	139.1	127.5	115.9
水頭(FT)	34.3	29.6	25.2	21.2	17.5

表 4-5 修正後所計算效率值為 55%時的資料點

計算資料					
直徑(Inch)	7	6 1/2	6	5 1/2	5
流量(GPM)	50.8	46.7	42.7	38.6	34.5
水頭(FT)	54.4	46	38.3	31.3	25.1
流量(GPM)	162.3	149.3	136.2	123.2	110.1
水頭(FT)	34.3	29	24.2	19.7	15.8

表 4-6 微小改變相似定理所計算效率值為 55%時的資料點

計算資料					
直徑(Inch)	7	6 1/2	6	5 1/2	5
流量(GPM)	50.8	47.9	45	42.1	39.2
水頭(FT)	54.4	45.8	37.9	30.7	24.4
流量(GPM)	162.3	146.9	131.6	116.4	101.4
水頭(FT)	34.3	29.4	24.8	20.6	16.8

表 4-7 不同系統需求與不同數目並聯的理論計算結果

流量(GPM)	100			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	1748	1636	1624	1623
效率(%)	68.71	60.12	49.35	41.79
功率(HP)	1.47	1.68	2.04	2.41
流量(GPM)	150			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	1955	1680	1636	1626
效率(%)	60.55	66.68	59.55	52.44
功率(HP)	2.50	2.27	2.54	2.88
流量(GPM)	200			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	2219	1751	1662	1636
效率(%)	49.83	67.68	65.15	59.55
功率(HP)	4.05	2.98	3.10	3.39
流量(GPM)	250			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	2523	1844	1701	1655
效率(%)	39.93	65.07	67.55	64.09
功率(HP)	6.32	3.88	3.73	3.94

表 4-7 不同系統需求與不同數目並聯的理論計算結果(續)

流量(GPM)	300			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	2853	1955	1751	1680
效率(%)	31.95	60.55	67.68	66.68
功率(HP)	9.48	5.00	4.47	4.54
流量(GPM)	350			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	N/A	2081	1810	1712
效率(%)	N/A	55.25	66.22	67.77
功率(HP)	N/A	6.39	5.33	5.21
流量(GPM)	400			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	N/A	2219	1879	1751
效率(%)	N/A	49.83	63.71	67.68
功率(HP)	N/A	8.10	6.34	5.97
流量(GPM)	450			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	N/A	2367	1955	1795
效率(%)	N/A	44.66	60.55	66.70
功率(HP)	N/A	10.17	7.50	6.81

表 4-8 不同系統需求與不同數目並聯的公式計算結果

流量(GPM)	100			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	1748	1636	1624	1623
效率(%)	68.14	59.95	48.24	39.65
功率(HP)	1.48	1.69	2.04	2.41
流量(GPM)	150			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	1955	1680	1636	1626
效率(%)	60.95	67.56	59.95	51.8
功率(HP)	2.49	2.26	2.54	2.88
流量(GPM)	200			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	2219	1751	1662	1636
效率(%)	51.04	68.15	66.04	59.95
功率(HP)	4.04	2.98	3.09	3.38
流量(GPM)	250			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	2523	1844	1701	1655
效率(%)	41.79	65.32	68.31	64.93
功率(HP)	6.3	3.87	3.73	3.93

表 4-8 不同系統需求與不同數目並聯的公式計算結果(續)

流量(GPM)	300			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	2853	1955	1751	1680
效率(%)	34.04	60.95	68.15	67.56
功率(HP)	9.45	4.99	4.47	4.53
流量(GPM)	350			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	N/A	2081	1810	1712
效率(%)	N/A	56.03	66.49	68.46
功率(HP)	N/A	6.38	5.32	5.20
流量(GPM)	400			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	N/A	2219	1879	1751
效率(%)	N/A	51.04	63.97	68.15
功率(HP)	N/A	8.08	6.32	5.95
流量(GPM)	450			
泵浦數目	1	2	3	4
轉速(RPM)	N/A	2367	1955	1795
效率(%)	N/A	46.25	60.95	67.01
功率(HP)	N/A	10.14	7.48	6.80

表 4-9 四機並聯系統之各管段詳細資料

編號	長度(L)	直徑(mm)	粗糙度(mm)	編號	長度(L)	直徑(mm)	粗糙度(mm)
1	3	150	0.04572	21	5	250	0.04572
2	5	250	0.04572	22	5	250	0.04572
3	3	150	0.04572	23	15	400	0.04572
4	7	250	0.04572	24	5	250	0.04572
5	3	150	0.04572	25	3	150	0.04572
6	5	250	0.04572	26	3	150	0.04572
7	3	150	0.04572	27	5	250	0.04572
8	7	250	0.04572	28	5	250	0.04572
9	5	250	0.04572	29	3	150	0.04572
10	10	400	0.04572	30	3	150	0.04572
11	5	250	0.04572	31	7	250	0.04572
12	7	250	0.04572	32	7	250	0.04572
13	3	150	0.04572	33	20	400	0.04572
14	5	250	0.04572	34	4	400	0.04572
15	3	150	0.04572	35	2	400	0.04572
16	5	250	0.04572	36	4	400	0.04572
17	3	150	0.04572	37	2	400	0.04572
18	3	150	0.04572	38	4	400	0.04572
19	5	250	0.04572	39	6	400	0.04572
20	3	150	0.04572				

表 4-10 A 型風機在不同並聯數的計算結果

A 型風機	風機管段	流量(CMH)	壓力(Pa)	效率(%)	總功率	轉速(RPM)
單機	34	15000	1533	39	16269	5588
雙機	34	7409	1796	52	13086	2976
	36	7591	1382	48		
三機	34	4897	1667	64	1022	2157
	36	4988	1535	62		
	38	5114	1348	59		
四機	34	3667	1554	72	8635	1782
	36	3698	1523	72		
	38	3768	1448	70		
	39	3867	1341	68		

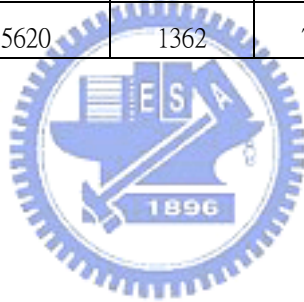


表 4-11 B 型風機在不同並聯數的計算結果

B 型風機	風機管段	流量(CMH)	壓力(Pa)	效率(%)	總功率	轉速(RPM)
單機	34	15000	1533	54	11919	2643
雙機	34	6977	1788	78	8698	1689
	36	8023	1385	72		
三機	34	4469	1628	79	7869	1432
	36	4858	1551	80		
	38	5672	1354	79		
四機	34	3320	1522	73	7995	1332
	36	3434	1510	74		
	38	3762	1468	76		
	39	4484	1348	80		

表 4-12 C 型風機在不同並聯數的計算結果

C 型風機	風機管段	流量(CMH)	壓力(Pa)	效率(%)	總功率	轉速(RPM)
單機	34	15000	1533	67	9525	1949
雙機	34	6148	1772	76	8303	1548
	36	8852	1392	79		
三機	34	3945	1579	63	8740	1332
	36	4357	1563	67		
	38	6698	1365	80		
四機	34	2941	1487	53	9760	1287
	36	3041	1487	54		
	38	3398	1483	59		
	39	5620	1362	77		



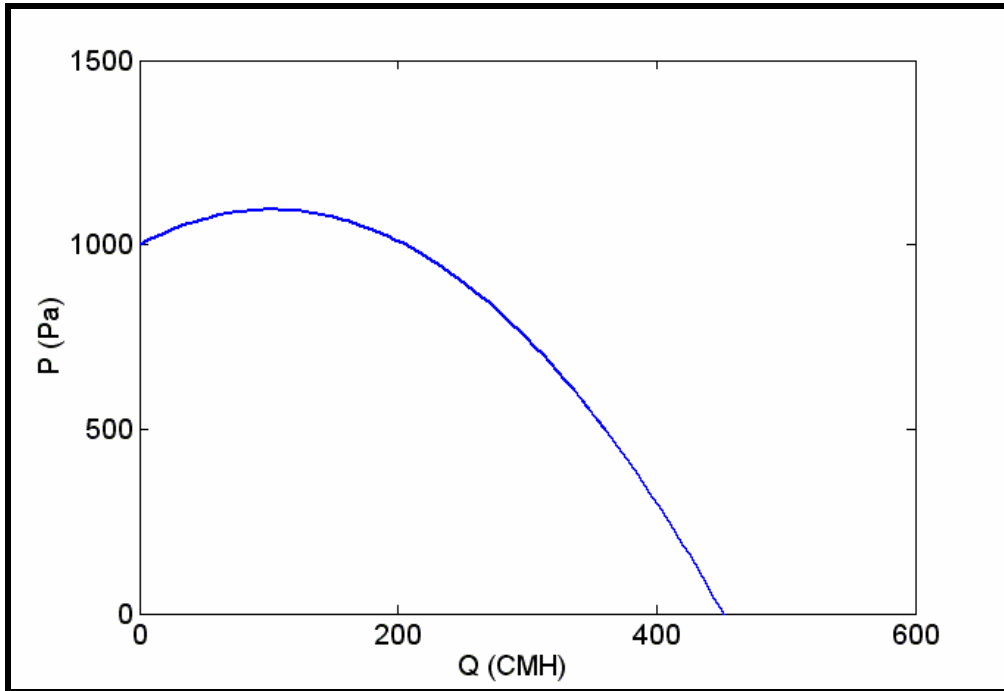


圖 4-1 某風機在 1500 rpm 下之性能曲線圖

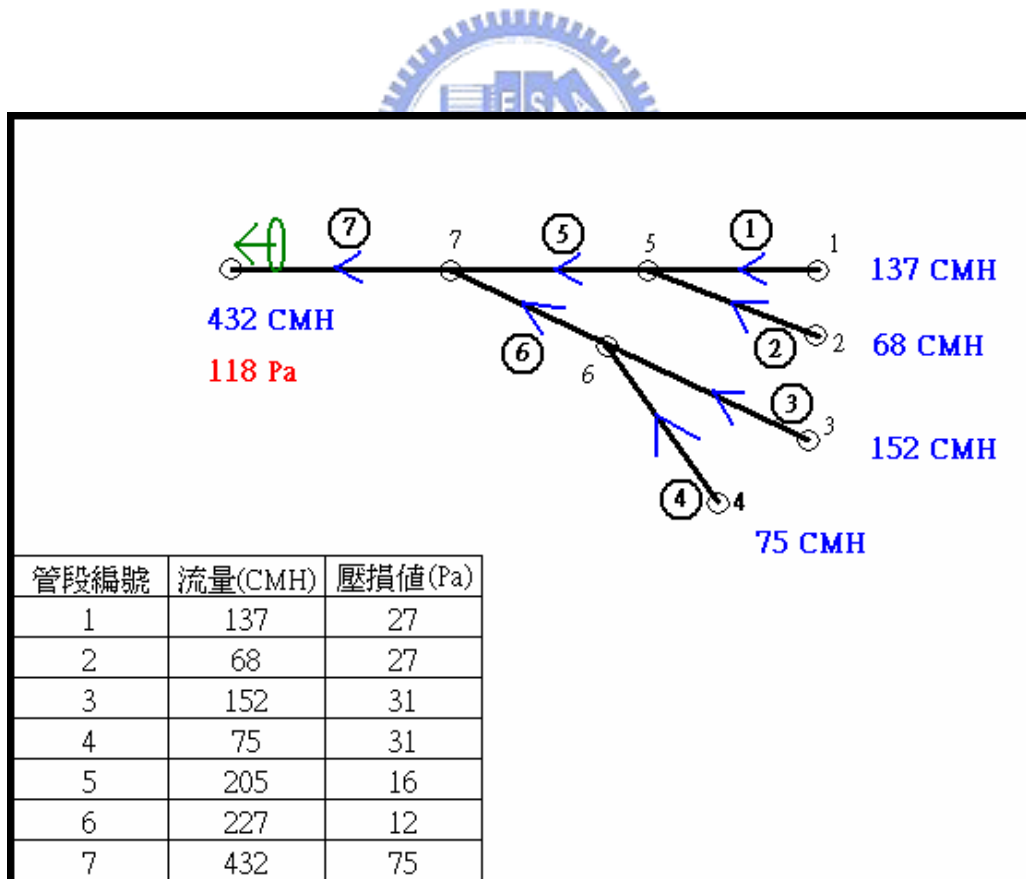


圖 4-2 風機轉速為 1500 rpm 之流量分佈

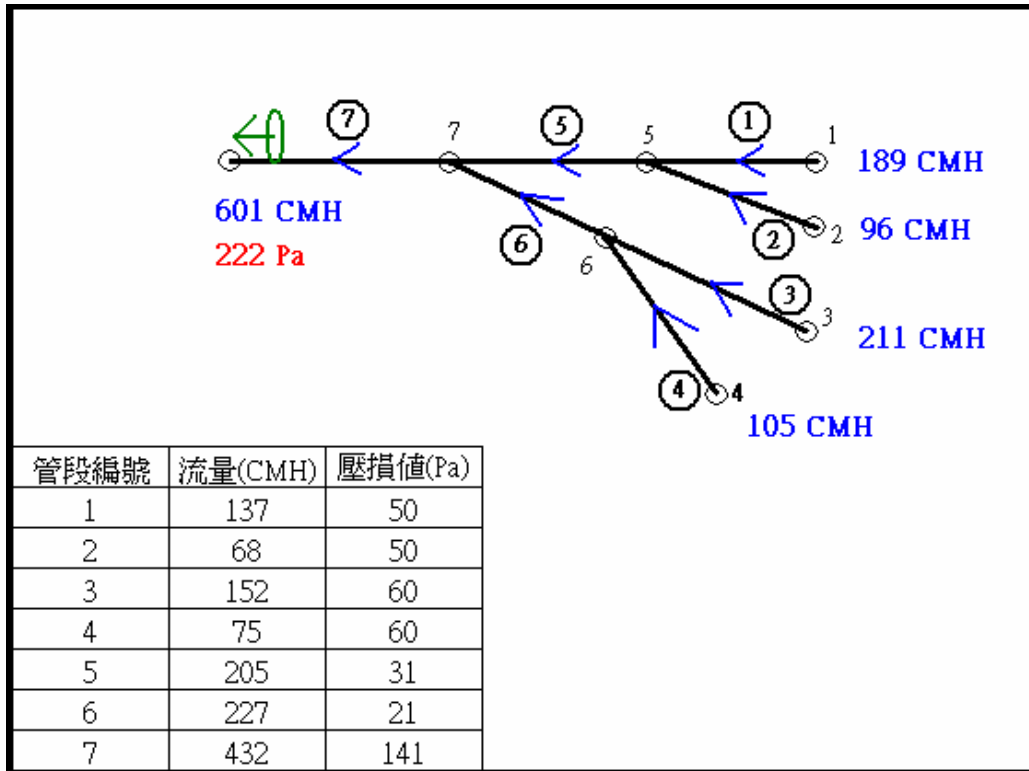


圖 4-3 風機轉速為 2083 rpm 之流量分佈

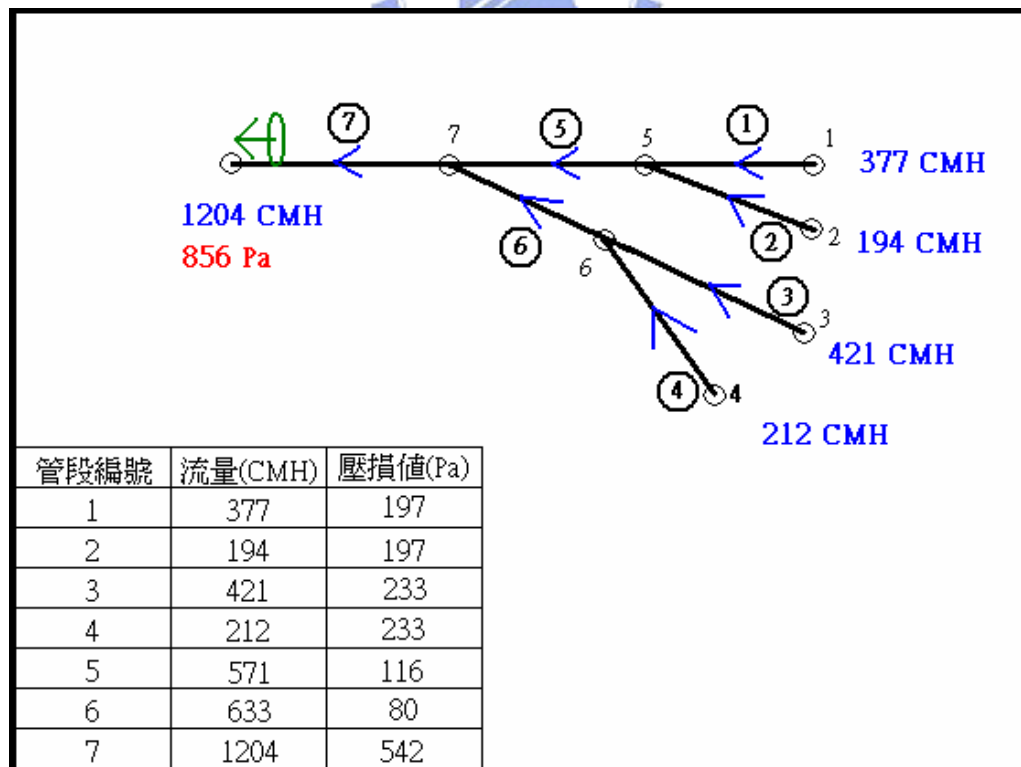


圖 4-4 風機轉速為 4167 rpm 之流量分佈

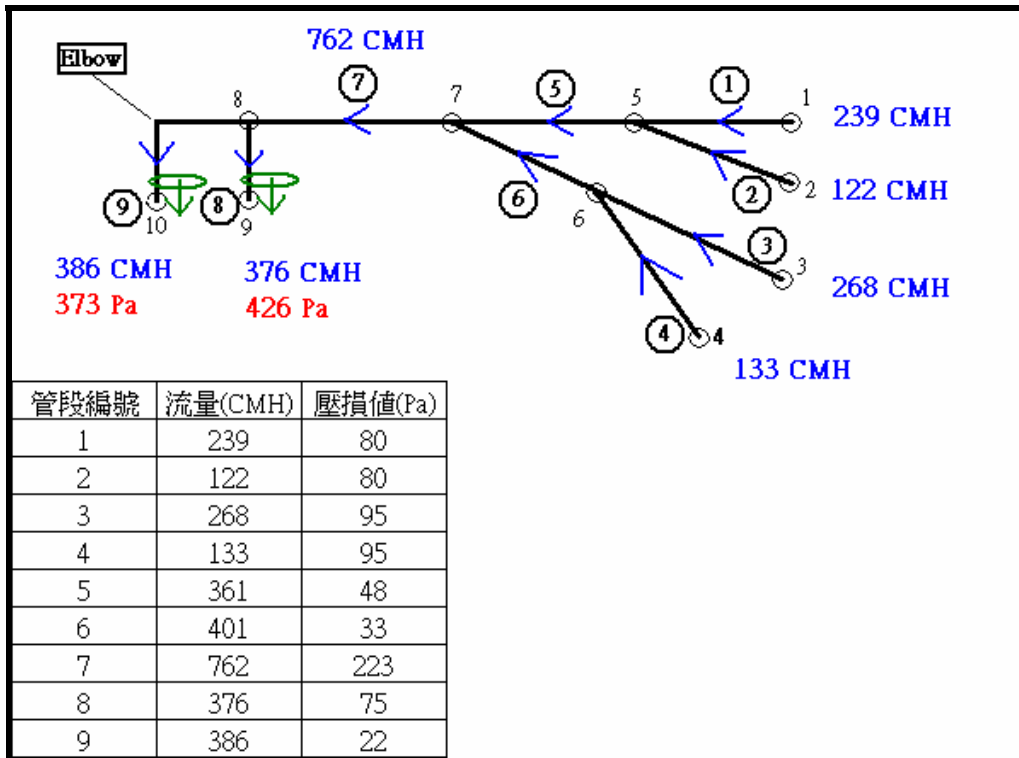


圖 4-5 風機轉速為 1500 rpm 之流量分佈

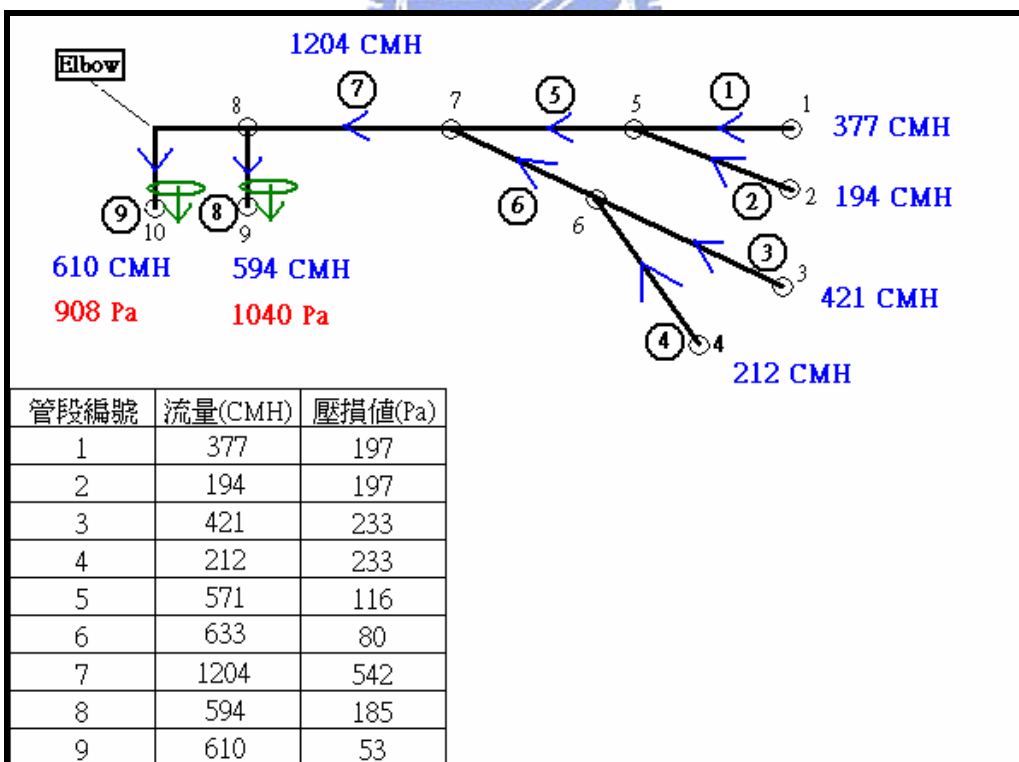


圖 4-6 風機轉速為 2362 rpm 之流量分佈

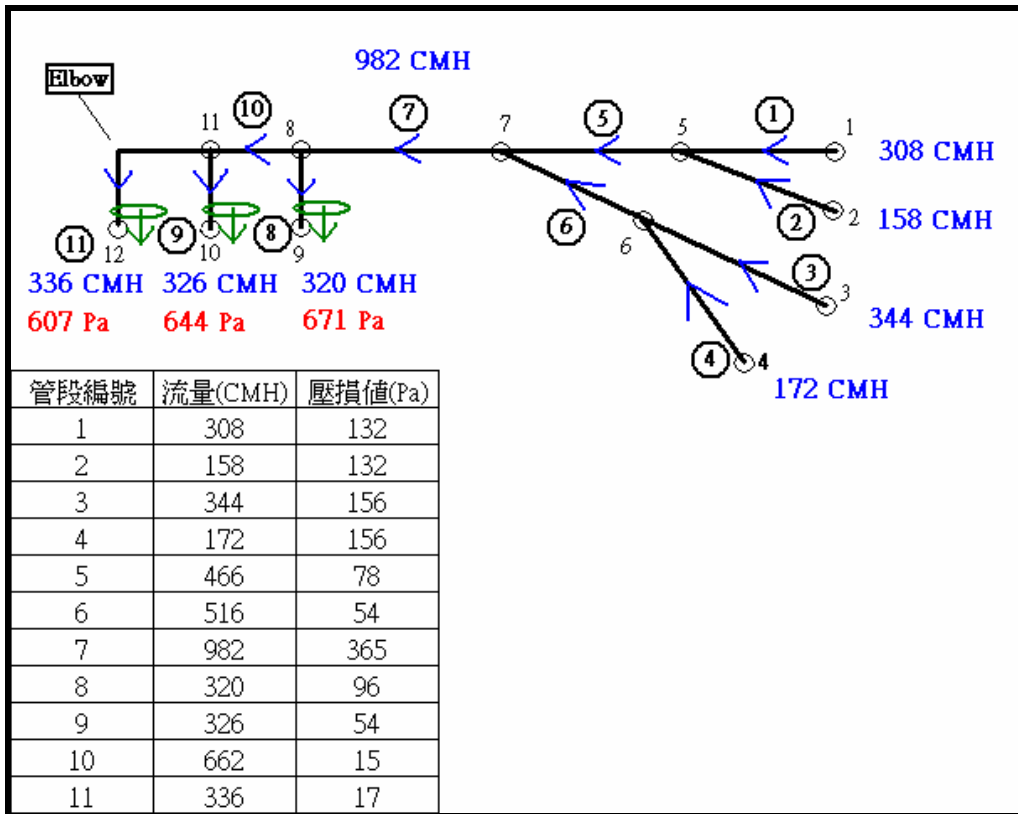


圖 4-7 風機轉速為 1500 rpm 之流量分佈

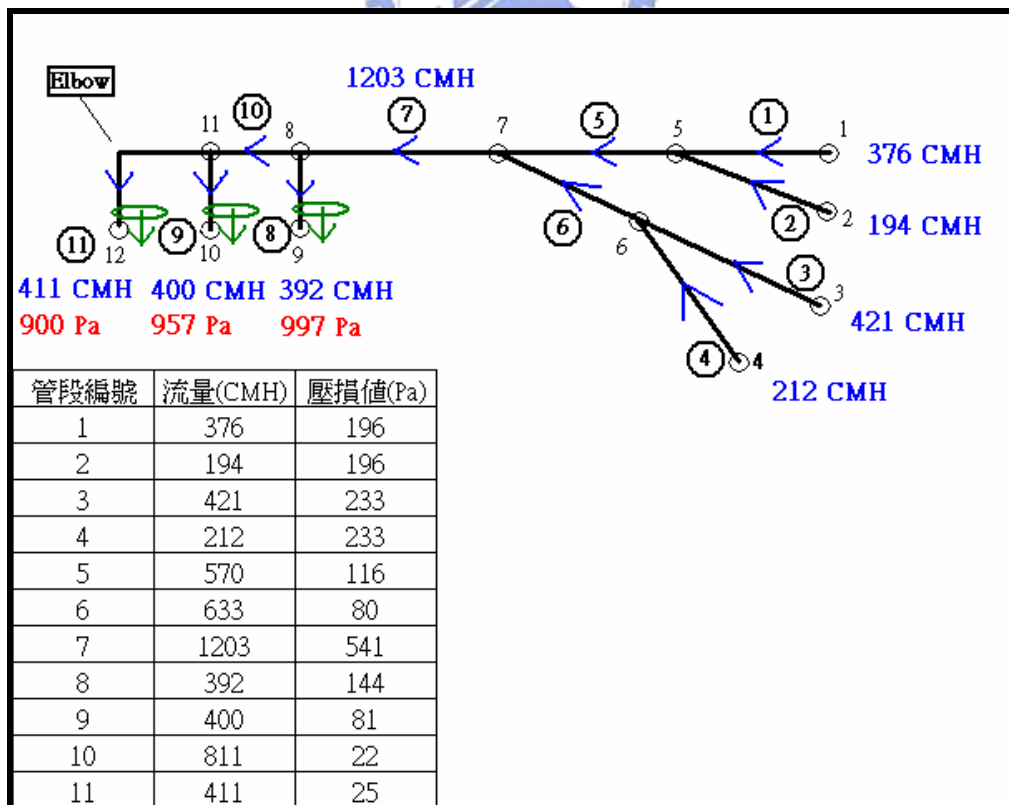


圖 4-8 風機轉速為 1833 rpm 之流量分佈

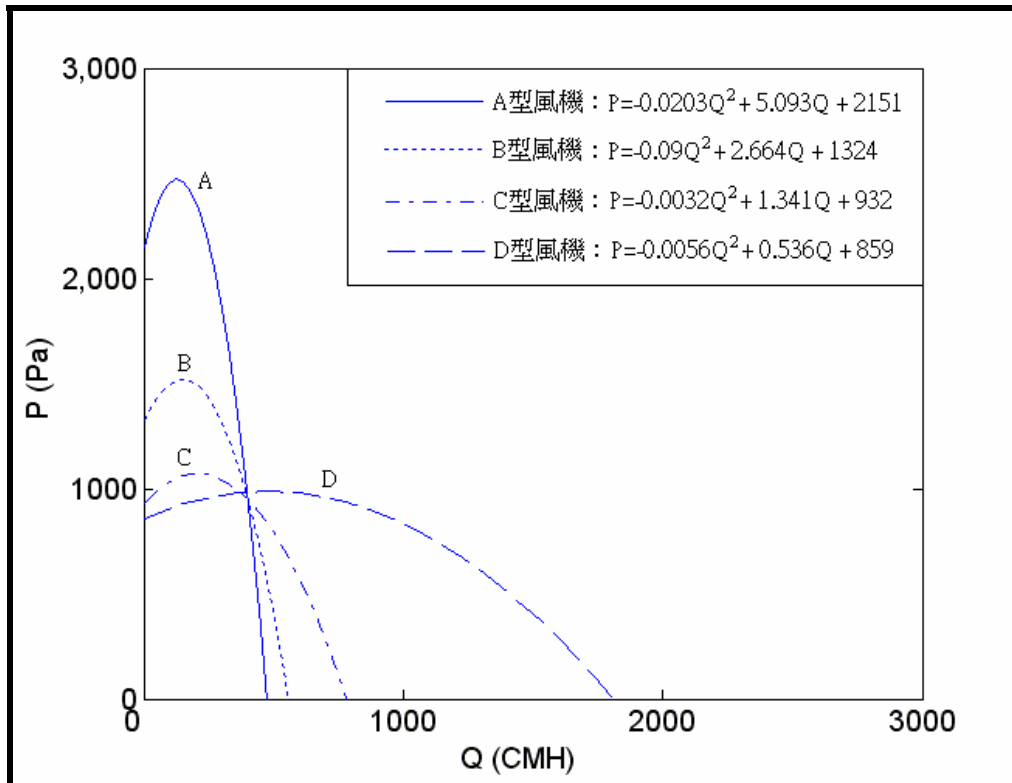


圖 4-9 四組不同的風機性能曲線

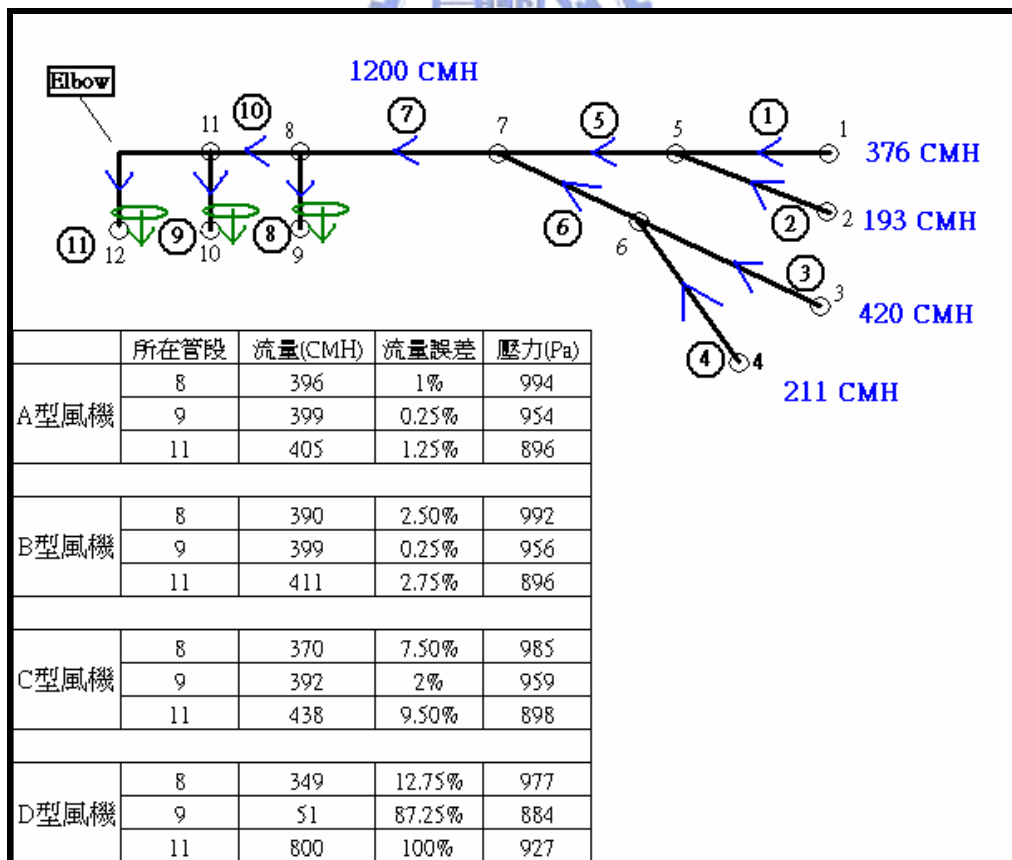


圖 4-10 各組風機之流量分佈圖

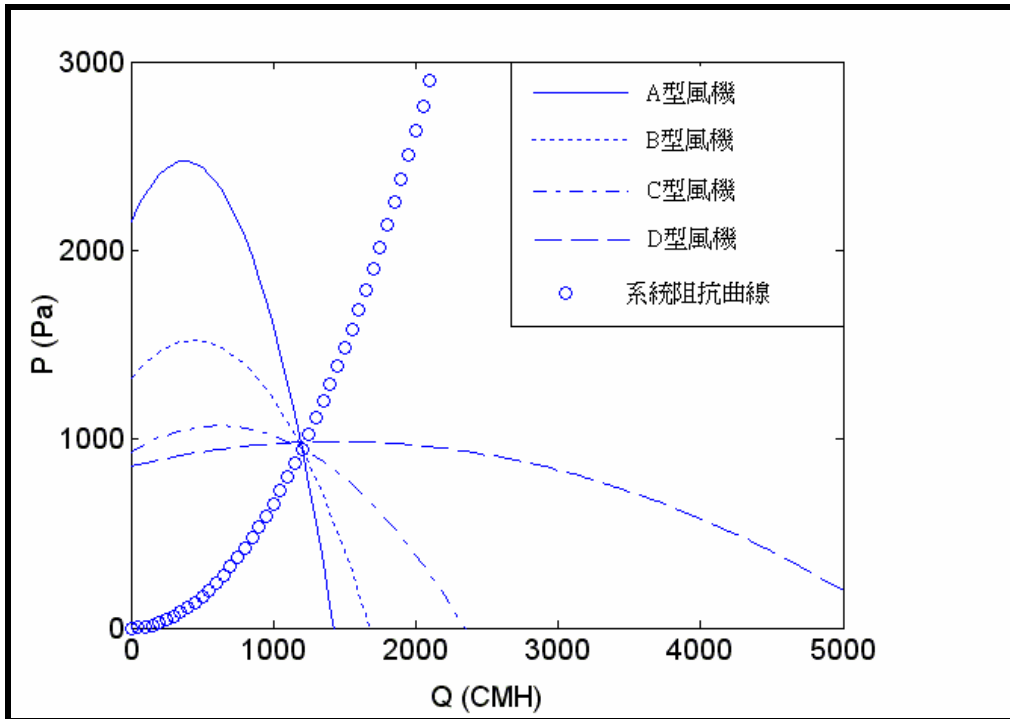


圖 4-11 三台風機並聯之性能曲線與系統阻抗曲線

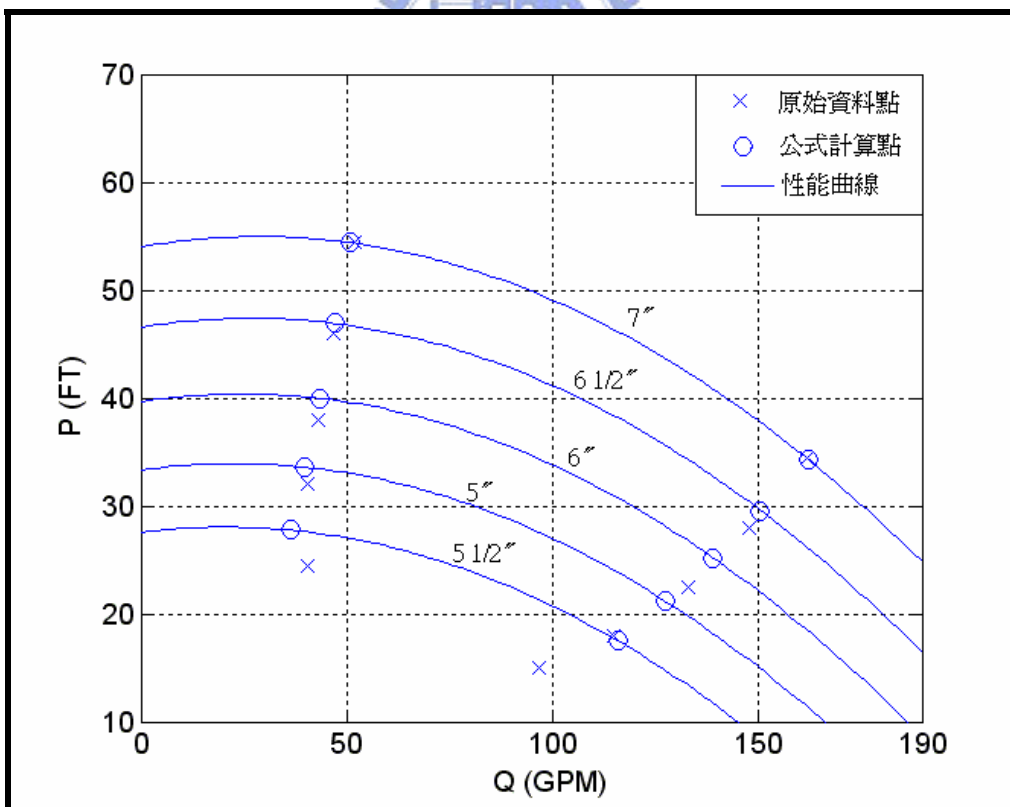


圖 4-12 泵浦在不同直徑之性能曲線和等效率圖

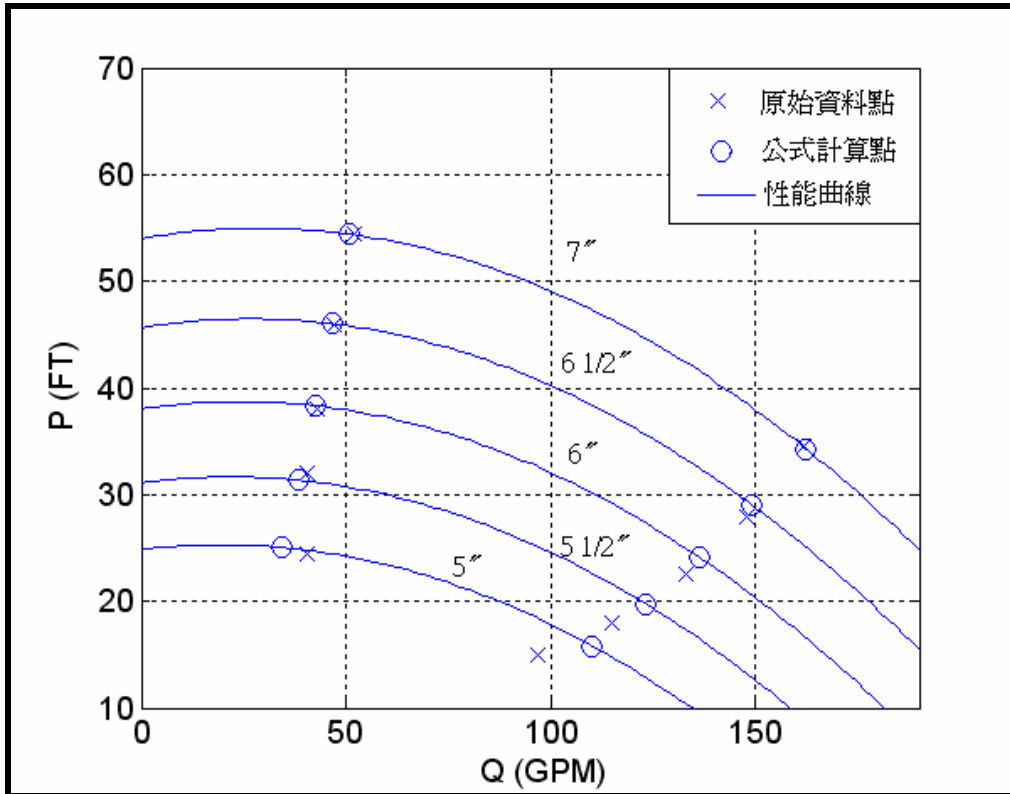


圖 4-13 泵浦直徑修正後之性能曲線和等效率圖

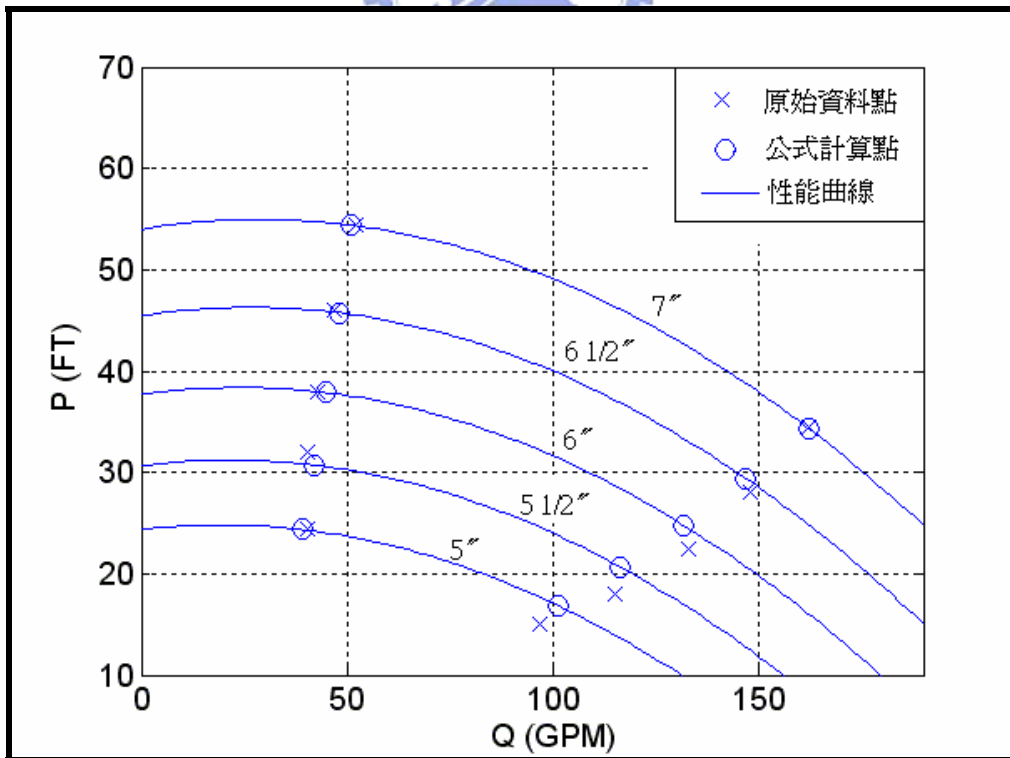


圖 4-14 當相似定理 $n=1.05$ 、 $m=2.05$ 和 $k=2.92$ 時之等效率圖

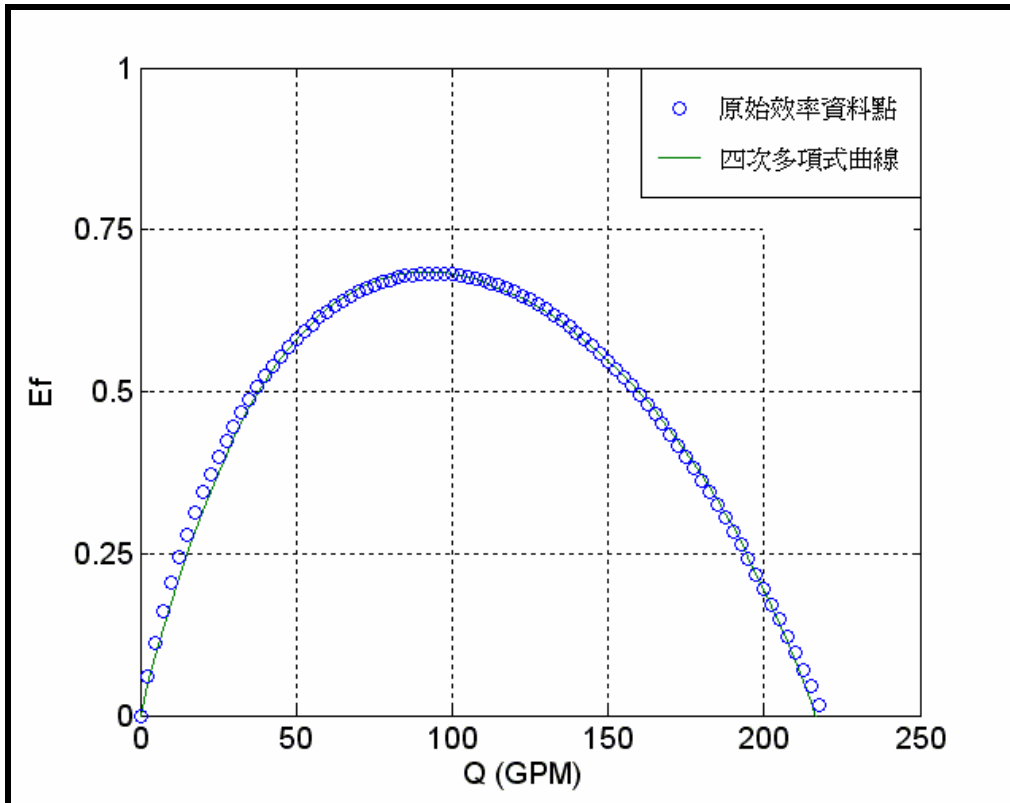


圖 4-15 四次多項式曲線與效率資料點對照圖

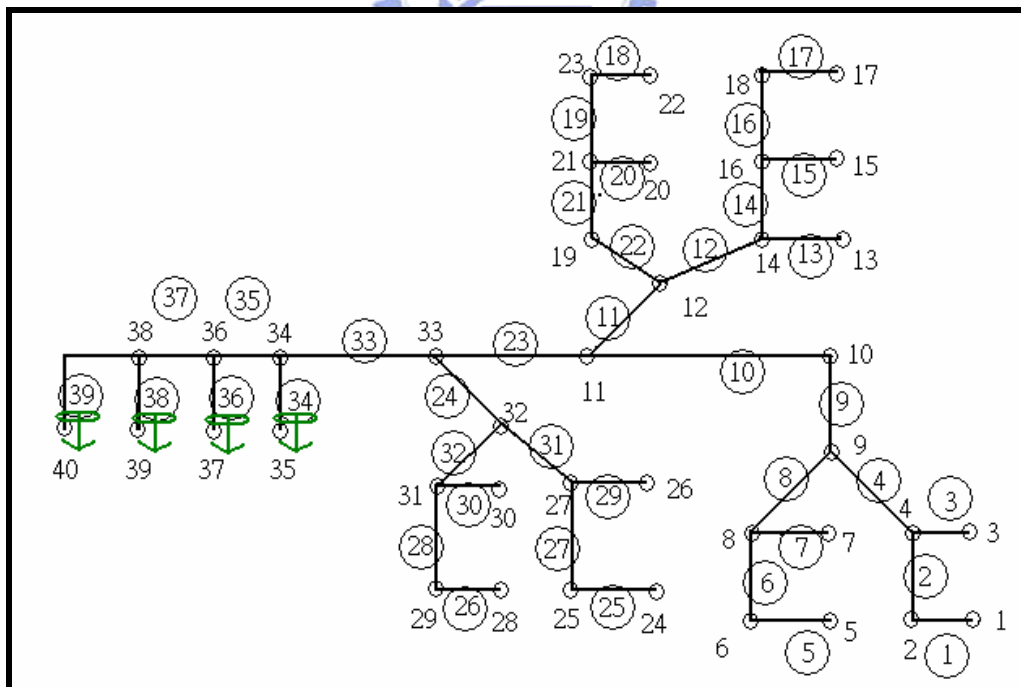


圖 4-16 四機並聯之複雜管路系統

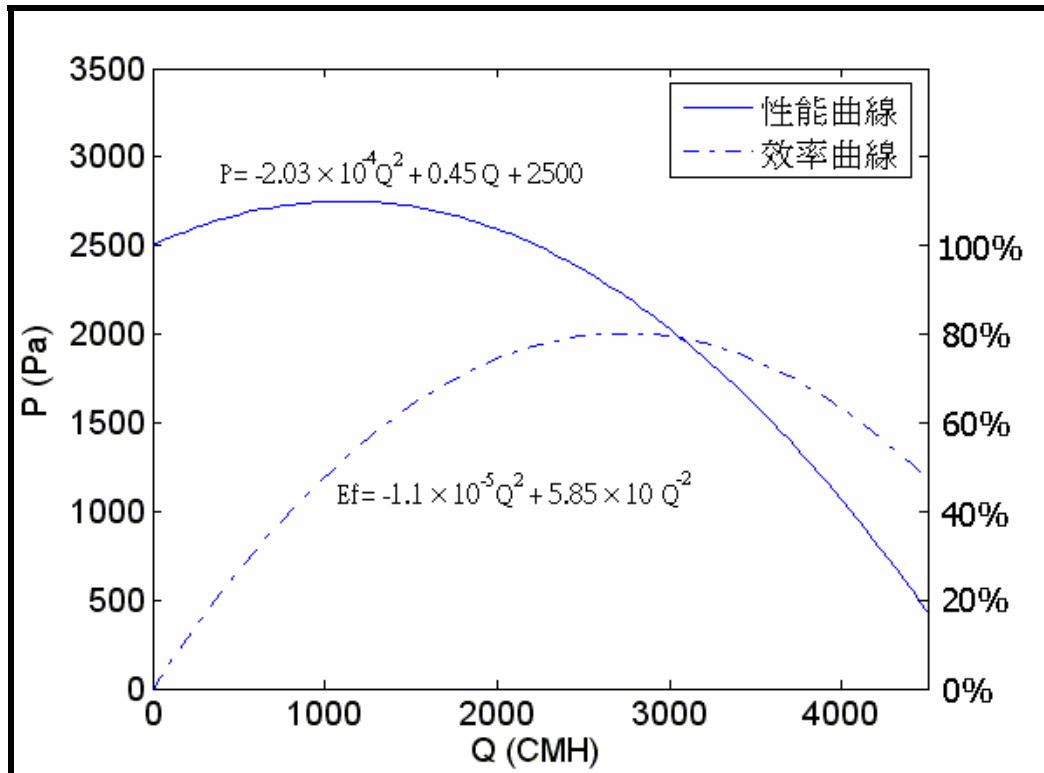


圖 4-17 A 型風機轉速 1750 rpm 時之性能曲線和效率曲線

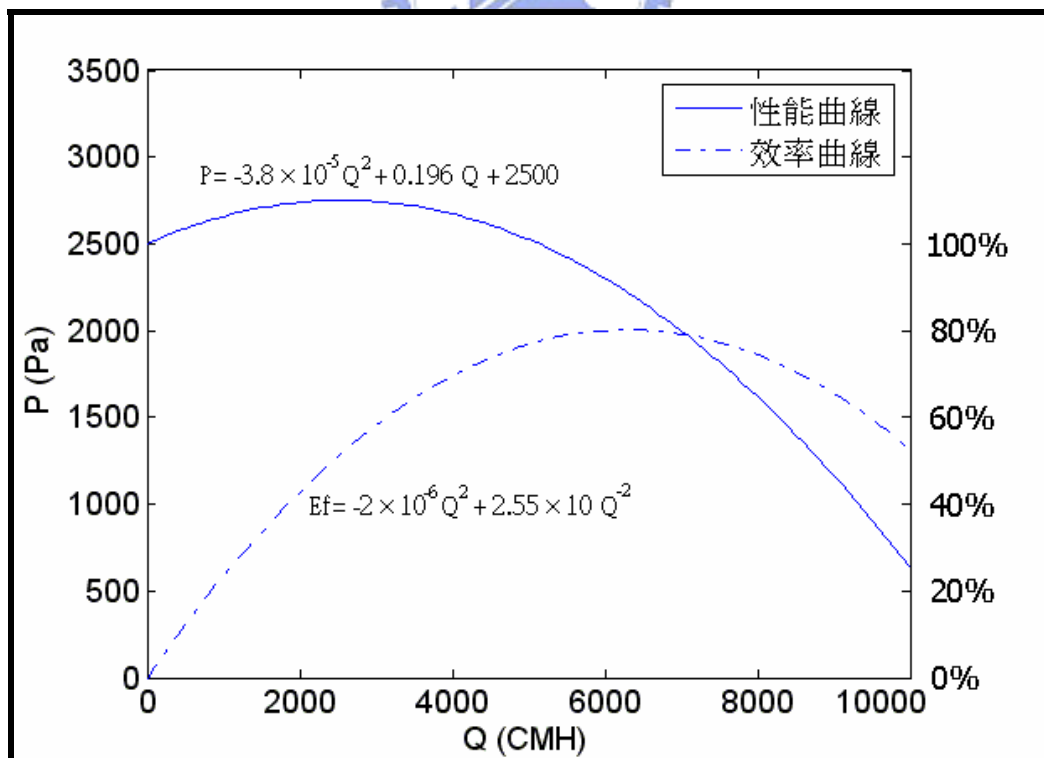


圖 4-18 B 型風機轉速 1750 rpm 時之性能曲線和效率曲線

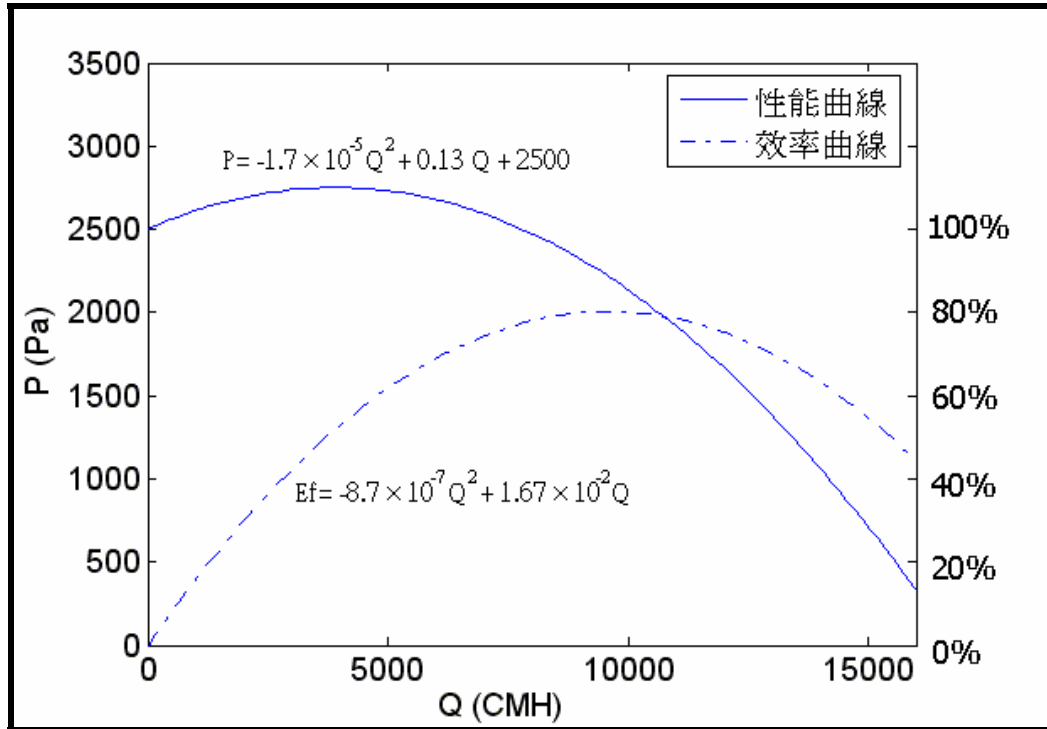


圖 4-19 C 型風機轉速 1750 rpm 時之性能曲線和效率曲線



第五章 結論

本研究探討同型離心式流體機械並聯管路系統的最節能狀態，所得的研究結果將綜合為以下所述：

- 1、當使用的離心式流體機械型號和系統的總流量不變時，系統採用的並聯數愈高時，愈能降低離心式流體機械轉速之需求，解決離心式流體機械轉速無法提升過高之缺點。
- 2、當系統採用的並聯數固定時，操作點所在性能曲線上的斜率，會影響到每台離心式流體機械分配的情形。若操作點落在性能曲線變化較陡之處，每台的流量分配較相近；若操作點落在性能曲線較平之處，則每台的流量分配相差較大。而操作點落在性能曲線頂點附近時，就有可能會發生流量分配極為不均之情形。
- 3、固定的系統和總流量下，當使用抽取較小流量之離心式流體機械時，應採用較多台並聯的方式，會比較省能；而使用抽取較大流量之離心之流體機械時，應採用較少台並聯的方式，會比較省能。

參考文獻：

1. 陳希立等，半導體廠製程排氣系統設計，中興工程顧問社，民國 88 年。
2. L. Gosselin, and A. Bejan, “Tree networks for minimal pumping power”, International Journal of Thermal Sciences, Vol.44, p53-63, 2005.
3. R. W. Jeppson, Analysis of Flow in Pipe Network, ButterWorth, Boston, 1976.
4. A. J. Osiadacz, Simulation and Analysis of Gas Networks, Gulf Publishing Co., Houston, 1987.
5. 林昆模，「含動力源之複雜管路系統流量分析」，國立交通大學機械工程學系碩士論文，2002。
6. ASHRAE Handbook : Fundamental, American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, 1989.
7. 鍾基強，工業通風設計概要，全華科技圖書股份有限公司，民國 92 年。
8. 賴秋勳，風管設計施工便覽，中華水電空調雜誌社，民國 85 年。
9. J. W. Dufour, and W. E. Nelson, Centrifugal Pump Sourcebook, McGraw-Hill, New York, 1992.
10. I. J. Karassik, Centrifugal Pump Clinic, Marcel Dekker, Inc, New York, 1989.