

一、緒論

1.1 前言

複合材料為一非等向性材料，可藉由不同的疊層角度、編織方式與成分比例，來達到所需求的強度，比起傳統的厚重的金屬材料，具有強度高、質量輕以及抗彎性佳的特性，目前已被廣泛應用在航太、造船、飛彈等各種工程方面。

一般揚聲器可以分為振動板及激震器兩個主要部份，振動板可採用複合材料三明治板，它是由強度非等向性的面層與等向性低密度材料的心層所構成，其材料性質在層板與層板之間是不連續的，使得層板在受力狀況之下，應力的分布和變形在層與層之間會有很大的差異，而每一層間的情形也相當不同。但若是整塊振動板都使用三明治板，比起單純只用心層材料的振動板，雖然強度增加了很多，另一方面板子的質量也會隨之增加，而喇叭的振動板太重會使得整體的感度下降，導致在相同的輸出的功率之下產生的聲音變小，因此如何選擇振動板對揚聲器的好壞有著極重要的關係。此外激震器內的音圈直徑大小對施力的位置也有著重要的影響，故本文將探討不同的平板在特定邊界條件下的振動特性，以及音圈直徑與振動板寬度之比例對聲壓曲線的影響。

1.2 文獻回顧

在分析平板的理論方面，從古典板理論(Classical Plate Theory，簡稱CPT)[1]改進而成的古典積層板理論(Classical Plate Laminated Theory)，對於複合材料薄板的力學分析已能得到不錯的結果，但只適用於長厚比大於 80 之平板；對於厚板而言，由於複合材料積層板之側向剪力模數(Shear modulus)比沿纖維方向的楊式係數(Young's modulus)低很多，且在厚度上較薄板高出許多，因此容易產生側向剪變形，所以古典板理論不適合分析較厚之複合

材料板。為此，Mindlin 提出了一階剪變形理論(The First-order Shear Deformation Theory，簡稱 FSDT)[2]，首先將側向剪力的影響加以考慮，但是因為假設側向剪力分布為常數，並不符合實際的情況，於是 Whitney[3、4]便提出了剪力修正因子來加以修正，此種理論比較適合用在長厚比大於 15 的結構上；之後，學者又提出了各種高階剪變形的理論，雖有提高理論值與實際狀況相比之準確性，但往往較適用於厚板結構（長厚比大於 15）之情況，且其計算上比較複雜許多，而本文中使用的複合材料結構板並不在厚板結構的範圍內，所以仍以一階剪變形理論為主，來分析振動板之變形行為。

在研究三明治板的文獻方面，Reissner[5]推導 governing eqn.應用在小變形、等向性的三明治板，文獻假設面層像薄膜，而且忽略了中心層平行面層的應力。從此，許多文獻也在三明治板的理論慢慢的變化。後來 Liaw and Little[6]根據 Reissner 理論解出了多層三明治結構彎曲的問題。Azar[7]延伸 Liaw and Little 的結果來討論非等向性面層。O'Connor[8]提出用有限元素來分析三明治結構，他用平面彈性元素來構建中心層，樑元素來構建面層。Kanematsu[9]用 Ritz method 來分析矩型板的彎曲和振動。

對於聲學與聲壓計算方面，Morse[10]中推導出了聲源在空氣中傳遞之聲壓方程式，在 Takeo[11]中引用出有限元素之聲壓方程式，而 Tan[12]中討論了藉由促動器(actuator)主動控制對平板之聲場的影響。

1.3 研究動機及方法

平面喇叭振動板的形狀可以大致分成圓形及長方形兩種，以同樣面積大小來考量，長方形振動板所佔的空間較圓形的小，不過就長方形振動板而言，聲壓曲線在中音的區域會出現一個明顯的高低落差，稱之為中音谷。若想要使聲音聽起來較悅耳，必須盡量將中音谷的高低差減小，讓聲壓曲線更加平滑，或是將中音谷產生的頻率往後移，讓聲壓平滑的區域更廣，

通常的方法是加強振動板的剛度，但改變振動板的長寬比，或是改變音圈與振動板寬度之間的比例亦能改善中音谷，因此本文即是探討其中的關係並嘗試找出最佳的參數。

實驗方面，根據已有的直徑 25mm 圓形激振器，製作出直徑 25.2mm 的音圈，以及不同的振動板，組裝起來後使用利用 PULSE 訊號分析儀及 Polytec OFV350 雷射測速儀量測系統自然頻率。再由 MLSSA 聲壓頻譜儀量測聲壓及阻抗，記錄聲壓曲線並與儀器量測之阻抗圖、測速儀之頻譜圖比較結果是否一致。

分析方面，以 ANSYS 有限元素分析軟體建立一個與實體幾何相同的模型，繼而分析結構之自然頻率、模態，將分析出來的自然頻率與實驗數值比較，驗證模型的正確性及探討其收斂性；接著再進行簡諧激振分析，計算出不同激振頻率下振動板所有節點之振幅及相位角，輸入由聲壓公式所寫成的 Fortran 程式計算聲壓並由繪圖軟體繪製出聲壓曲線，將曲線與實驗結果相對照，以求模型能真實模擬出實際狀況。當整個模型驗證無誤之後，再嘗試改變振動板材質、長寬比及音圈直徑大小等相關參數，探討其對聲壓曲線的影響。

二、平板之力學分析

本文平板所應用到的理論以一階剪變形為主，若振動板為純巴沙木板，則使用一階剪變形來進行分析，但振動板為複合材料三明治板時，其面層與夾心層間材料性質差異性很大，面層是由不同纖維方向的複合材料層板所組成，因此面層與夾心層間在同一方向的勁度會有很大的差異，所以複合材料三明治板沿整個厚度方向的位移並不如一階剪變形位移場平板理論所假設的整個板厚度為一斜率相同的直線，故將整個複合材料三明治板的每一層當作一個一階剪變形的位移場，並考慮每一層與層之間位移的連續性(如圖 2.1)。

2.1 一階剪變形理論基本假設

一階剪變形理論(The First Order Shear Deformation Theory)為積層板分析的基礎，其基本假設如下：

1. 板的厚度遠小於板的長、寬。(1/15 以下)。
2. 板的截面變形後仍保持平面。
3. 厚度保持不變，即 $\varepsilon_z = 0$ 。
4. 板的變形量 u, v, w 很小。

其位移場可假設如下：

$$u = u_0(x, y) + z\theta_x(x, y)$$

$$v = v_0(x, y) + z\theta_y(x, y)$$

$$w = w(x, y)$$

(2.1)

其應變場如下：

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x} = u_{0,x} + z\theta_{x,x} = \varepsilon_1^0 + z\kappa_1^0$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_2 &= \frac{\partial v}{\partial y} = v_{0,y} + z\theta_{y,y} = \varepsilon_2^0 + z\kappa_2^0 \\ \varepsilon_4 &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = w_{,y} + \theta_y \\ \varepsilon_5 &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = w_{,x} + \theta_x \\ \varepsilon_6 &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = (u_{0,y} + v_{0,x}) + z(\theta_{x,y} + \theta_{y,x}) = \varepsilon_6^0 + z\kappa_6^0\end{aligned}\quad (2.2)$$

其中 u 、 v 、 w 分別表示積層板在 x 、 y 、 z 方向之位移量， u_0 、 v_0 分別代表積層板中間面在 x 、 y 方向上的位移，而 $\theta_x = -\frac{\partial w}{\partial x}$ 、 $\theta_y = -\frac{\partial w}{\partial y}$ 是剪應變所產生之旋轉量(Shear Rotation)。

而中間面之曲率為

$$\begin{aligned}\kappa_1^0 &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \kappa_2^0 &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \kappa_6^0 &= -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\end{aligned}$$



2.2 多層一階剪變形理論

2.2.1 位移與應變

多層一階剪變形平板理論是將複合材料三明治層板的每一層當作一個一階剪變形的平板來分析。假設層板任一層的位移場為

$$\begin{aligned}u^{(i)} &= u_0^{(i)}(x, y) + z^{(i)}\phi_x^{(i)}(x, y) \\ v^{(i)} &= v_0^{(i)}(x, y) + z^{(i)}\phi_y^{(i)}(x, y) \\ w^{(i)} &= w_0^{(i)}(x, y) = w^{(i)}(x, y) \\ (i &= 1, 2, \dots, M)\end{aligned}\quad (2.3)$$

其中， $u^{(i)}$ 、 $v^{(i)}$ 、 $w^{(i)}$ 分別為任一層在平板參考座標中 x 、 y 、 z 上之

位移分量，而 $u_0^{(i)}$ 、 $v_0^{(i)}$ 、 $w_0^{(i)}$ 分別代表任一層之層板中間面在方向 x 、 y 、 z 上之位移量， $\phi_x^{(i)}$ 、 $\phi_y^{(i)}$ 則分別代表為任一層垂直於 x 、 y 軸之截面的旋轉量。

本文中將層數設為三層，如圖 2.1 所示，上下面層為碳纖維，中心層為巴沙木，依據式(2.3)，並考量每一層於交界面上的位移必須連續，可得每一層的位移場為

$$\begin{aligned} u^{(1)} &= u_0^{(1)}(x, y) + z^{(1)}\phi_x^{(1)}(x, y) \\ v^{(1)} &= v_0^{(1)}(x, y) + z^{(1)}\phi_y^{(1)}(x, y) \\ w^{(1)} &= w^{(1)}(x, y) = w(x, y) \end{aligned} \quad (2.4a)$$

$$\begin{aligned} u^{(2)} &= u_0^{(2)} + z^{(2)}\phi_x^{(2)} = u_0^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(1)}\phi_x^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(2)}\phi_x^{(2)} + z^{(2)}\phi_x^{(2)} \\ v^{(2)} &= v_0^{(2)} + z^{(2)}\phi_y^{(2)} = v_0^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(1)}\phi_y^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(2)}\phi_y^{(2)} + z^{(2)}\phi_y^{(2)} \\ w^{(2)} &= w(x, y) \end{aligned} \quad (2.4b)$$

$$\begin{aligned} u^{(3)} &= u_0^{(3)} + z^{(3)}\phi_x^{(3)} = u_0^{(1)} - \frac{1}{2}t^{(1)}\phi_x^{(1)} - \frac{1}{2}t^{(3)}\phi_x^{(3)} + z^{(3)}\phi_x^{(3)} \\ v^{(3)} &= v_0^{(3)} + z^{(3)}\phi_y^{(3)} = v_0^{(1)} - \frac{1}{2}t^{(1)}\phi_y^{(1)} - \frac{1}{2}t^{(3)}\phi_y^{(3)} + z^{(3)}\phi_y^{(3)} \\ w^{(3)} &= w(x, y) \end{aligned} \quad (2.4c)$$

其中 $t^{(i)}$ 為第 i 層厚度。

假設厚度方向應變仍保持不變 $\epsilon_z=0$ ，應變可表示為：

$$[\epsilon] = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial x} \\ \frac{\partial v^{(i)}}{\partial y} \\ \frac{\partial u^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial v^{(i)}}{\partial x} \\ \frac{\partial u^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial w^{(i)}}{\partial x} \\ \frac{\partial v^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial w^{(i)}}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad i=1,2,3 \quad (2.5)$$

其中 ε_x 、 ε_y 為平板參考座標中 x 、 y 上之應變， ε_{xy} 為平板參考座標中 x 、 y 上之剪應變， ε_{yz} 為平板參考座標中 y 、 z 上之剪應變， ε_{xz} 為平板參考座標中 x 、 z 上之剪應變。

對於層板的橫向振動(transverse vibration)問題，可假設 $u_0^{(1)}(x,y) = 0$ 及 $v_0^{(1)}(x,y) = 0$ ，並將式(2.4)代入式(2.5)，可得到應變張量 $[\varepsilon]$ ：

$$[\varepsilon^{(1)}] = \left\{ \begin{array}{l} z^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial x} \\ z^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial y} \\ z^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial y} + z^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial x} \\ \phi_x^{(1)} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \phi_y^{(1)} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{array} \right\} \quad (2.6a)$$

$$[\varepsilon^{(2)}] = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} t^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial x} + \frac{1}{2} t^{(2)} \frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial x} + z^{(2)} \frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial x} \\ \frac{1}{2} t^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial y} + \frac{1}{2} t^{(2)} \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial y} + z^{(2)} \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial y} \\ \frac{1}{2} t^{(1)} \left[\frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial x} \right] + \frac{1}{2} t^{(2)} \left[\frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial x} \right] + z^{(2)} \left[\frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial x} \right] \\ \phi_x^{(2)} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \phi_y^{(2)} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{array} \right\} \quad (2.6b)$$

$$[\varepsilon^{(3)}] = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{2}t^{(1)} \left[\frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial x} \right] - \frac{1}{2}t^{(3)} \left[\frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial x} \right] + z^{(3)} \left[\frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial x} \right] \\ -\frac{1}{2}t^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial x} - \frac{1}{2}t^{(3)} \frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial x} + z^{(3)} \frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial x} \\ -\frac{1}{2}t^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial y} - \frac{1}{2}t^{(3)} \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial y} + z^{(3)} \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial y} \\ \phi_x^{(3)} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \phi_y^{(3)} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{array} \right\} \quad (2.6c)$$

2.2.2 應力與應變

考慮一個單層複合材料平板，在材料主軸方向的應力與應變關係可以表示如下：

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cccccc} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ 0 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{array} \right\} \quad (2.7)$$

下標1、2代表主軸方向，也就是各層纖維的方向，而 Q_{ij} 為彈性係數，

定義如下：

$$Q_{11} = \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{E_2 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_3 \Delta}$$

$$Q_{13} = \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{E_1 E_2 \Delta}$$

$$Q_{22} = \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta}$$

$$Q_{23} = \frac{v_{23} + v_{12}v_{31}}{E_1E_3\Delta} = \frac{v_{23} + v_{21}v_{13}}{E_1E_3\Delta}$$

$$Q_{33} = \frac{1 - v_{12}v_{21}}{E_1E_2\Delta}$$

$$Q_{44} = G_{23} \quad Q_{55} = G_{13} \quad Q_{66} = G_{12}$$

$$\text{其中 } \Delta = \frac{1 - v_{12}v_{21} - v_{13}v_{31} - v_{32}v_{23} - 2v_{21}v_{32}v_{13}}{E_1E_2E_3} \quad (2.8)$$

因複合材料是由不同角度的層板疊合而成，所以必須將主軸方向的材料性質，轉換至層板的座標 $x-y$ 方向，如圖2.2所示。則在材料主軸座標系的構成方程式 (Constitutive equation) 為：

$$\{\sigma\} = [\bar{Q}] \{\varepsilon\} \quad (2.9)$$

展開寫成

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{33} & 0 & 0 & \bar{Q}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{36} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 0 \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\text{其中 } \bar{Q}_{11} = Q_{11}C^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})C^2S^2 + Q_{22}S^4$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})C^2S^2 + Q_{12}(C^4 + S^4)$$

$$\bar{Q}_{13} = Q_{13}C^2 + Q_{23}S^2$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11}S^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})C^2S^2 + Q_{22}C^4$$

$$\bar{Q}_{23} = Q_{23}C^2 + Q_{13}S^2$$

$$\bar{Q}_{33} = Q_{33}$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})C^3S + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})CS^3$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})CS^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})C^3S$$

$$\begin{aligned}\bar{Q}_{36} &= (Q_{13} - Q_{23})CS \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})C^2S^2 + Q_{66}(C^4 + S^4) \\ \bar{Q}_{44} &= Q_{44}C^2 + Q_{55}S^2 \\ \bar{Q}_{55} &= Q_{55}C^2 + Q_{44}S^2 \\ \bar{Q}_{45} &= (Q_{55} - Q_{44})CS\end{aligned}$$

$$C = \cos \theta_i, \quad S = \sin \theta_i \quad (2.11)$$

而主軸方向與 $x-y$ 方向夾角為 θ (如圖2.2)，從整個複合材料積層板而言，必須考慮各單層板之應力沿厚度方向積分，可得複合材料積層板的合力與合力矩如，如圖2.3所示，其結果如下：

$$N_i = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \sigma_i^n dz = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^n (\varepsilon_j^0 + z\kappa_j^0) dz = A_{ij}\varepsilon_j^0 + B_{ij}\kappa_j^0$$

$$(Q_x, Q_y) = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} (\sigma_{xz}^n, \sigma_{yz}^n) dz \quad (2.12)$$

$$M_i = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \sigma_i^n z dz = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^n (z\varepsilon_j^0 + z^2\kappa_j^0) dz = B_{ij}\varepsilon_j^0 + D_{ij}\kappa_j^0$$

其中

$$\begin{aligned}A_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^n dz = \sum_{n=1}^N Q_{ij}^n (z_{n+1} - z_n) \\ B_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^n z dz = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N Q_{ij}^n (z_{n+1}^2 - z_n^2) \\ D_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^n z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^N Q_{ij}^n (z_{n+1}^3 - z_n^3)\end{aligned}$$

$$(i,j=1,2,6) \quad (2.13)$$

其中 z_n 為第 n 層薄板之表面到中心面的距離， $A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} (i,j=1,2,6)$ 分別代表拉伸、耦合、彎曲勁度矩陣(Extensional Stiffness Matrix、Coupling Stiffness Matrix、Bending Stiffness Matrix)，將合力及合力矩寫成矩陣形式如下：

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{0,x} \\ v_{0,y} \\ u_{0,y} + v_{0,x} \\ \theta_{x,x} \\ \theta_{y,y} \\ \theta_{x,y} + \theta_{y,x} \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

而剪應力可表示如下：

$$\begin{Bmatrix} V_2 \\ V_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_{,y} + \theta_y \\ w_{,x} + \theta_x \end{Bmatrix} \quad (2.15)$$

$$A_{ij} = \sum_{n=1}^N K_\alpha K_\beta \int_{Z_n}^{Z_{n+1}} Q_{ij}^n dz \quad (i, j = 4, 5; \alpha = 6 - i, \beta = 6 - j) \quad (2.16)$$

其中 K_α ， K_β 為剪力修正係數(Shear Correction Coefficients)

2.3 彈性支承

對於在平板邊界上有彈性支承的情況，可模擬成如圖2.4所示，邊界之彈性支承以橫向(Translation)及旋轉(Rotation)彈簧加以表示，而其所引起的應變能為：

$$U_T = \frac{1}{2} \int_S V_n w dS \quad (2.17)$$

$$U_R = \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2} \int_S M_n \phi^{(i)} dS \quad (2.18)$$

其中， U_T 為橫向彈簧所引起的應變能， U_R 為旋轉彈簧所引起的應變能， S 為彈性支承的邊界， V_n 為橫向力， M_n 為彎矩。

橫向力 V_n 及彎矩 M_n 可分別表示為：

$$V_n = K_{Ln} w \quad (2.19)$$

$$M_n = \sum_{i=1}^3 K_{Rn} \phi^{(i)} \quad (2.20)$$

將式(2.17)和(2.18)代入式(2.15)及(2.16)可將應變能表示為：

$$U_T = \frac{K_{L1}}{2} \int_0^b w^2 \Big|_{x=0} dy + \frac{K_{L2}}{2} \int_0^b w^2 \Big|_{x=a} dy \\ + \frac{K_{L3}}{2} \int_0^a w^2 \Big|_{y=0} dx + \frac{K_{L4}}{2} \int_0^a w^2 \Big|_{y=b} dx \quad (2.21)$$

$$U_R = \sum_{i=1}^3 \left[\frac{K_{R1}}{2} \int_0^b (\phi_x^{(i)})^2 \Big|_{x=0} dy + \frac{K_{R2}}{2} \int_0^b (\phi_x^{(i)})^2 \Big|_{x=a} dy \right. \\ \left. + \frac{K_{R3}}{2} \int_0^a (\phi_y^{(i)})^2 \Big|_{y=0} dx + \frac{K_{R4}}{2} \int_0^a (\phi_y^{(i)})^2 \Big|_{y=b} dx \right] \quad (2.22)$$

其中， K_{Ln} 為平板四邊的橫向剛性(Translational stiffness)， K_{Rn} 為平板四邊的旋轉剛性(Rotational stiffness)。

2.4 應變能與動能

考慮任一個單層複合材料層板，應變能可表示為：

$$U_p^{(i)} = \frac{1}{2} \int_V [\sigma^{(i)}]^T [\varepsilon^{(i)}] dV \quad i=1,2,3 \quad (2.23)$$

應用上式與(2.4)、(2.9)式，可求得 $U_p^{(1)}$ 、 $U_p^{(2)}$ 及 $U_p^{(3)}$ ，複合材料層板彎曲的應變能為：

$$U_p = \sum_{k=1}^3 U_p^{(k)} \quad (2.24)$$

總應變能 U 為複合材料層板彎曲的應變能(U_p)與彈性支承引起的應變能(U_T 、 U_R)之總和。

$$U = U_p + U_T + U_R \quad (2.25)$$

每一單層板的動能 $T^{(i)}$ 為：

$$T^{(i)} = \frac{\rho^{(i)}}{2} \iint \left[\left(\frac{\partial u_0^{(i)}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0^{(i)}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dx dy$$

$$+ \frac{\rho^{(i)}}{2} \iint \left[\left(\frac{\partial \phi_x^{(i)}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_y^{(i)}}{\partial t} \right)^2 \right] dx dy \quad ; i = 1, 2, 3 \quad (2.26)$$

應用上式與(2.4)式，可求得 $T^{(1)}$ 、 $T^{(2)}$ 及 $T^{(3)}$ ，複合材料層板的最大動能為：

$$T = \sum_{i=1}^3 T^{(i)} \quad (2.27)$$

複合材料層板的總能量泛函 Π 可表示為：

$$\Pi = U - T$$

2.5 特徵值與特徵向量

一般探討結構系統的基本模態，係假設為無阻尼狀態下的自由振動模態，其運動方程式可寫為：

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = 0 \quad (2.28)$$

其中， $[M]$ 為質量矩陣； $[K]$ 為勁度矩陣； $\{X\}$ 為位移向量；而對任何線性結構系統而言(該系統之受力與變形關係為線性)，上式中之 $[M]$ 、 $[K]$ 均為實數對稱(Real Symmetric)矩陣。

求解任何線性結構系統時，通常假設在結構系統中，各不同部位之振動為簡諧運動，且其振頻與相位均為相同，即

$$\{X\} = \{\Phi\}e^{i\omega t} \quad (2.29)$$

$$\{\ddot{X}\} = -\omega^2 \{X\} = -\lambda \{X\} \quad (2.30)$$

其中 $\{\Phi\}$ 為實向量； ω 為簡諧運動之角頻率； $\lambda = \omega^2$ 。

代回(2.28)可得：

$$([K] - \omega^2[M])\{\Phi\}e^{i\omega t} = \{0\} \quad (2.31)$$

上式中 $\{X\}$ 有非零解之條件為 $[K]-\omega^2[M]$ 為奇異性(Singular)，亦即為：

$$\det |[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (2.32)$$

上式即為此系統之特徵方程式， ω_r 為系統之第 r 各自然頻率，而相對應之 $\{\Phi\}_r$ 為特徵向量，寫成矩陣型式為：

$$\begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & \omega_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}, [\Psi] = [\{\Phi\}_1 \cdots \{\Phi\}_r \cdots]$$

2.6 阻尼之結構系統

假設次系統具有比例阻尼(Proportional Damping)

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2.33)$$

其中 $\alpha = \frac{2\xi}{\omega}$, $\beta = \xi\omega$, ξ 為阻尼比。 (2.34)

結構方程式為

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \sin \omega t \quad (2.35)$$

因為 $[M]$ 、 $[K]$ 、 $[C]$ 為實對稱矩陣，所以我們將其對角化為：

$$\begin{aligned} [\Psi]^T [M] [\Psi] &= \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & m_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \\ [\Psi]^T [K] [\Psi] &= \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & k_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \\ [\Psi]^T [C] [\Psi] &= \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & c_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.36)$$

我們將 $\{x\} = [\Psi]\{X\}$ 代入(2.35)式可改寫成為：

$$[m_r]\{\ddot{x}\} + [c_r]\{\dot{x}\} + [k_r]\{x\} = [\Psi]^T \{F\} \sin \omega t \quad (2.37)$$

所以

$$x_r = \frac{F_r}{k_r} \left(\frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + (2c_r\beta)^2} + j \frac{2c_r\beta}{(1 - \beta^2)^2 + (2c_r\beta)^2} \right) \quad (2.38)$$

而 $\beta = \omega / \omega_r$



三、ANSYS 有限元素模型之建構與分析

在 ANSYS 有限元素模型中，振動板採用符合多層一階剪變形理論的 Shell 91 元素來模擬，而彈性懸邊的彈簧支撐效應使用線性彈簧元素—Spring-damper 14 來模擬，其連接振動板的部份固定 X 及 Y 兩方向位移之自由度，連接外框的部份固定所有自由度，建構完成的模型如圖 3.1 所示。

3.1 模型建構

3.1.1 有限元素法分析步驟

前處理部分：

1. Preprocessor → Element type：選擇振動板 shell91，彈簧元素 spring-damper 14
2. Preprocessor → Real constant：設定元素之參數，如彈簧常數等。
3. Preprocessor → Material Props → Material Models：設定振動板元素之各材料性質。
4. Preprocessor → Modeling：由點、線、面建立振動板模型外觀。
5. Preprocessor → MeshTool：選擇元素參數、材料性質、各元素之尺寸大小，並分割元素。
6. Preprocessor → Modeling → Copy → Nodes：將必須建立懸邊(彈簧)的地方偏移複製，偏移之距離即為彈簧之長度。
7. Preprocessor → Modeling → Create → Elements → Auto Numbered → Thru Nodes：逐一點選以兩個節點為一組之節點來建立彈簧元素，亦可由迴圈程式輔助完成此重複性動作。
8. Preprocessor → Modeling → Copy → Lines：將音圈部分所需的線再複製出來。

9. Preprocessor → MeshTool：選擇音圈的元素參數、材料性質等，再切割元素。

10. Preprocessor → Coupling/Ceqn → Coincident Nodes：將音圈元素與振動板模型上相同位置之節點設定成具有相同的自由度，來模擬振動板上附加音圈的真實狀況。

到此前處理即算完成，接下來可以做模態分析或是聲壓分析部分。

首先說明模態分析部分：

11. Solution → Analysis Type → New Analysis：選擇分析型態，自然頻率模態分析點選“Modal”。

12. Solution → Analysis Type → Analysis Options：No. of modes to extract 為要分析的模態個數，暫定前 100 個模態，即數字為 100。No. of modes to expand 也為 100。頻率範圍設 1~20000 Hz。

13. Solution → Define Loads → Apply → Structural → Displacement → On Nodes：限制彈簧元素另一端節點的全部自由度。

14. Solution → Solve → Current Ls：求解。

15. General Postproc → Results Summary：列出所有的自然頻率。

16. General Postproc → Read Results → By Pick：選出想看 Mode Shapes 的自然頻率。

17. General Postproc → Plot Results → Contour Plot → Nodal Solu：再選 Nodal Solution → Z-Component of displacement，列出 Z 方向的位移。即可得到自然頻率及模態。

如果要分析聲壓，在 ANSYS 部分如下：

11. Solution → Analysis Type → New Analysis：選擇分析型態，簡諧頻率響應分析點選“Harmonic”。

12. Solution → Define Loads → Apply → Structural → Displacement → On Nodes：限制彈簧元素另一端節點的全部自由度。

13. Solution → Define Loads → Apply → Structural → Force/Moment → On Nodes: 在位於音圈位置上的節點施予 Z 方向且相角為零之推力。
14. Solution → Load Step Opts → Time/Frequenc → Damping: 輸入系統阻尼 α 、 β 的值。
15. Solution → Load Step Opts → Time/Frequenc → Freq and Substps: 輸入欲分析頻率響應之頻寬。
16. Solution → Solve → Current Ls: 求解。
17. TimeHist Postpro → List Variables: 輸出振動板模型全部節點的振幅及相角。

由上面聲壓分析可得到以下資料:

1. 節點編號 NodeNo(i) 及位置 $x(i), y(i), z(i)$
2. 第 i 節點在第 j 頻率的振幅 Amplitude(i,j) 及相角 phase(i,j)

3.2 自然頻率分析

本文使用文獻[13、14、15]中提到的複合材料三明治板(如圖 3.2 所示)來對 ANSYS 模型作自然頻率的驗證, 其材料常數如表 3.1 所示。

由於 ANSYS 模型中網格分割的大小對於結果會有很大的影響, 因此必須先對不同網格大小之下的各模態頻率作個比較, 觀察是否分割到某一個程度的時候, 數值會收斂趨近一個定值。這個例子中的三明治板長 1.83 公尺, 寬 1.22 公尺, 圖 3.3 為前六個自然頻率的模態圖, 將其 ANSYS 分析結果與文獻中的自然頻率相比較, 如表 3.2 所示。比較的結果可以發現由 ANSYS 分析出來的自然頻率與文獻中用其他方法計算出來的自然頻率十分接近, 因此此種建構模型的方法是可以採用的。

四、聲壓值計算及應用

在聲壓計算或實驗的量測，因聲壓大小與量測的距離、輸入揚聲器的功率有關，若這兩個條件不同而作聲壓比較是沒有意義的，故本文在理論分析及實驗量測距離都以距平板中心為一公尺(如圖 4.1)，輸入功率為一瓦為基準，而使用音圈的電阻為 4Ω 及 8Ω ，分別輸入的電壓則為 $2V$ 及 $2.83V$ 。

4.1 聲壓值計算

4.1.1 聲壓公式推導

對平面波而言，一維波動方程式為：

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (4.1)$$

其中， c 為聲音之速度，在室溫 $24^\circ C$ 時， $c=343 \text{ m/s}$ 。

利用一維波動問題 D'Alembert 解，可求得：

$$p(x, t) = f_1(x - ct) + f_2(x + ct)$$

f_1, f_2 為任意函數，對於諧波聲場，可直接求解：

$$\frac{d^2 \tilde{p}}{dx^2} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \tilde{p} = 0 \quad (4.2)$$

令 $k = \omega/c$ ，為波數(wave number)，可求得：

$$\tilde{p}(x) = \tilde{A}e^{-jkx} + \tilde{B}e^{jkx} \quad (4.3)$$

還原成時間域的表示法：

$$p(x, t) = \tilde{A}e^{-j(\omega t - kx)} + \tilde{B}e^{j(\omega t - kx)} \quad (4.4)$$

其中 \tilde{A}, \tilde{B} 為未定複數，對於點聲源而言，3-D 波動方程式在球面座標 (Spherical coordinate) 為：

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \tan \theta} \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (4.5)$$

因為點聲源是一個完全對稱的聲源，所以我們可以預期它所產生的聲場應該不會有方向性，所以可忽略角度相關的項，式(4.5)可簡化成：

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (4.6)$$

r 為點聲源距量測的距離

上式可改寫成

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rp) = \frac{1}{r} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (rp) \quad (4.7)$$

故

$$\frac{\partial^2 (rp)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (rp)}{\partial t^2} \quad (4.8)$$

觀察(4.8)的型式和前面的一維波動方程式一樣的，所以其解為：

$$rp = f_1(r-ct) + f_2(r+ct)$$

所以

$$p(r, t) = \frac{1}{r} f_1(r - ct) + \frac{1}{r} f_2(r + ct) \quad (4.9)$$

由於一個點聲源只會發出外傳波(Outgoing wave)，所以

$$p(r, t) = \frac{1}{r} f_1(r - ct) \quad (4.10)$$

對於簡諧球面波(Harmonic spherical wave)而言

$$p(r, t) = \frac{\tilde{A}}{r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (4.11)$$

對微小的振動板 δs 而言，距離振動板 r 的聲壓 $p(r, t)$ 可由 Rayleigh's first integral 計算出來，積分型式如下：

$$p(r, t) = \left(\frac{j\omega\rho_{\text{air}} u_d \delta s}{2\pi r} \right) e^{j(\omega t - kr)} \quad (4.12)$$

其中 u_d 為振動板元素表面之速度， r 為量測點至振動板元素之距離，

$\rho_{\text{air}} = 1.1614 \text{ kg/m}^3$ 為空氣密度， $j = \sqrt{-1}$ ，因此對一塊振動板而言，聲壓可寫為：

$$p(r, t) = \frac{j\omega\rho_{\text{air}}}{2\pi r} e^{j\omega t} \int_s \frac{u_d(x, y)e^{-jkr}}{r} ds \quad (4.13)$$

設振動板表面元素之振幅大小 $w(r, t) = Ae^{j(\omega t - kr)}$ ，則

$$u_d(x, y) = j\omega Ae^{j(\omega t - kr)} = j\omega w(r, t)$$

所以

$$p(r, t) = -\frac{\omega^2\rho_{\text{air}}}{2\pi r} e^{j\omega t} \int_s \frac{w(r, t)e^{-jkr}}{r} ds \quad (4.14)$$

因以振動板之聲壓可改寫為

$$P = \left(\frac{-\rho_{\text{air}}\omega^2}{2\pi} \right) \sum_i \|w(r, t)\| e^{j(\theta_i - kr_i)} \frac{\Delta S}{r_i} \quad (4.15)$$

其中 θ_i 為相角(Phase angle)

$$\theta = \tan^{-1} \frac{c_i \omega}{k_i - m_i \omega^2}$$

在實務上，通常量測聲音使用的尺度主要原因是聲音的動態範圍非常大，同時人耳對音量的感覺也是比較接近對數尺度。所以定義聲壓位準 (Sound Pressure Level)

$$\text{SPL} = 20 \log \left(\frac{P_{\text{rms}}}{P_{\text{ref}}} \right) \dots (\text{dB}) \quad (4.16)$$

其中 P_{rms} 為量測點聲壓之均方根值為：

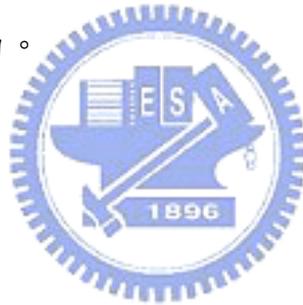
$$P_{\text{rms}} = \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |p(r, t)|^2 dt \right]^{1/2} \quad (4.17)$$

聲壓參考值 $P_{\text{ref}} = 2 \times 10^{-5} \text{ Pa}$

一般在量測聲壓的儀器看到的聲壓曲線即為頻率響應曲線，縱軸為 (dB)，橫軸為激振頻率。

4.2 ANSYS 簡諧激震分析與聲壓公式之應用探討

ANSYS 模型的自然頻率之正確性驗證過後，我們嘗試在模型中間一圈加上外力，以模擬音圈的施力(如圖 4.2)。由於本文中的巴沙木是天然的材料，其材料性質差異性較大，故在這部份先使用三層的碳纖板來研究聲壓公式的可行性，其材料常數與尺寸如表 4.1 所示，而在邊界條件方面，為了排除彈性懸邊的不穩定性，將振動板四邊上的所有自由度都固定住；在實驗方面，我們也實際做出一個同樣尺寸的碳纖板以雙面膠牢牢固定在外框上來測量(系統 A)，測量出來的阻抗圖及各項參數如圖 4.3、圖 5.4 所示。聲壓部份使用 ANSYS 簡諧激震分析之後得出各節點的振幅及相角，利用 fortran 程式代入聲壓公式中計算聲壓值，將其與實驗測量的結果相對照(圖 4.5)，可以發現兩條曲線的趨勢相當接近，因此可以說此種分析聲壓的方式是具可行性及參考價值的。



五、平面揚聲器製作與實驗程序

平面揚聲器結構可分為振動板、音圈、場磁鐵、懸邊及外框，其中音圈與場磁鐵合稱激震器，推動振動板以產生聲音，即為整個揚聲器的外力來源，揚聲器示意圖如圖 5.1，零件圖則如圖 5.2。以下將針對長寬比值為 1.8 的振動板，實際組裝出一個揚聲器，進行各項聲壓相關實驗。

5.1 平面揚聲器製作

5.1.1 複材三明治板之製作

使用材料為複材與 Balsa 木，製作步驟如下：

- (1) 製作前先從冷凍庫中取出複合材料預浸材，並在室溫下回溫 12~14 小時。
- (2) 裁剪出所需預浸材之大小及角度及所需的輔助材。
- (3) 在鐵板上依序放置輔助材及複合材料(圖 5.3)，抽真空，再將模具送上熱壓機(圖 5.4)，依加溫時間-溫度關係及溫度-壓力關係(圖 5.5)來控制複合積層板成型條件。
- (4) 熱壓完成後，使試片在室溫下自然冷卻，待溫度到達室溫後，再將積層板取出，並將板子裁剪成所需之大小。
- (5) 將 Balsa 木裁剪成實驗所需之尺寸
- (6) 使用 AB 膠，以 A 膠比 B 膠等於 1:0.8 的比例混合調成，將其均勻塗在積層板上，再精準的粘著在核心層上。
- (7) 最後放置陰涼處 18 小時，使其完全密合(圖 5.6)。

5.1.2 音圈與場磁鐵之製作

音圈部分先用碳纖放在模具中，中間打氣使其和模具密合，再以熱壓機熱壓成型。成型好的音圈壓成圓形，放在繞線機上繞上線徑 ψ 為 0.04 mm

的漆包線，如圖 5.7，，其中 d_1 為內徑， d_2 為外徑， t 為厚度， t_v 為捲幅， h 為高度，本文中實驗所使用的音圈尺寸如表 5.1 所示。場磁鐵部分則先開好模具，製作外型，以 AB 膠黏好成型後再充磁，結構如圖 5.8。

5.1.3 揚聲器組裝

- (1) 先用 1mm 巴沙木在發泡板上作出一個框，做為定位振動板的平台(圖 5.9)
- (2) 將振動板以及邊框固定在平台上，在四邊黏上不織布或是防水膠帶以達到喇叭系統的氣密性(圖 5.10)
- (3) 裁剪出適當高度的凹字型泡棉，黏在振動板邊緣上，所有泡棉黏完之後，調整好其位置(圖 5.11)
- (4) 裁剪出適當長度、寬度的木條連接每個凹字型泡棉以及邊框；在振動板黏上兩個巴沙木木條，作為支承的固定點(圖 5.12、圖 5.13)
- (5) 將支承黏在巴沙木條上(圖 5.14)
- (6) 用音圈固定器將音圈以 AB 膠黏在振動板中心，當音圈完全固定之後，再將音圈固定器拆掉(圖 5.15、圖 5.16)
- (7) 將激震器固定在架橋上，再將架橋固定好(圖 5.17)
- (8) 將音圈的錦織線用鉸槍固定在端子上，並將整個喇叭從發泡平台取下，即完成整個揚聲器的製作(圖 5.18)

5.2 頻率響應實驗

頻率響應實驗以 B&K Pulse 頻譜分析儀(如圖 5.19)測定揚聲器系統之自然頻率與阻尼係數，其原理為施與外力量測其變形，得到各頻率下振幅頻譜，圖形中的波峰位置即為系統共振頻率。量測方式為輸入電壓激震揚聲器，以雷射測速儀接收訊號，但此種方法所接受訊號僅為局部小面積上的變形，因此欲知振動板整體變形，需量測不同位置，再加以平均。其實驗

程序如下：

- (1) 將揚聲器架設妥當，連接線路，以雷射測速儀量測對準欲量測的位置，將訊號接受強度調整至飽和。
- (2) 將 PULSE 分析軟體的環境設定完成(如：測試頻寬、解析度、激發方式)。
- (3) 啟動系統後，以掃頻的方式擷取速度振幅資料，經由頻譜分析儀計算頻譜區域(Frequency Domain)中的頻譜。
- (4) 輸出頻譜圖上峰值的振動頻率數值，計算各共振頻率阻尼係數。
- (5) 將雷射測速儀對準其他量測點，並重複(2)至(4)。
- (6) 平均量測頻率數值，即為此揚聲器系統的自然頻率。

5.3 聲壓相關實驗

首先使用 MLSSA 聲壓頻譜儀(如圖 5.20)測量揚聲器系統之系統參數，其原理為先量測原本揚聲器的阻抗與頻率關係，將近似於揚聲器的質量的物體另外附加於振動板中央，量測另一組阻抗與頻率，利用兩組數據比較而得到系統的各項相關參數。

聲壓量測實驗則是使用 LMS 聲壓測試系統(內含寬頻雜訊產生器、聲壓頻譜分析)，搭配訊號放大器(Amplifier)、個人電腦以及麥克風來進行量測，實驗架設如圖 5.21 所示，其程序如下：

- (1) 將平面揚聲器固定於障板上。
- (2) 麥克風放置於距離揚聲器中心一公尺之同一高度腳架上。
- (3) 校正 LMS 聲壓測試系統並設定好測量相關參數。
- (4) 啟動電腦發出訊號，由麥克風接收聲壓訊號，傳回電腦。即可得出頻率響應之聲壓分貝圖。

六、實驗結果與理論分析

驗證過 ANSYS 分析的正確性及可行性之後，便可以針對平面揚聲器作不同的分析，在振動板方面，採用純巴沙木為主，考量因素為其質量輕，用來當振動板在聲壓上可以產生較高的感度，至於其材料強度不足的部份，可以視情況使用碳纖三明治來補強。

6.1 ANSYS 分析與測量結果

6.1.1 自然頻率探討

以 ANSYS 分析面積為 21.76 平方公分，長寬比分別為 1.5、1.8 及 2.0 的純巴沙木振動板，其材料常數如表 6.1 所示，尺寸如表 6.2 所示。首先探討其在自由邊界條件下的振動模態，經過 ANSYS 的模態分析之後，找出前面數個對聲壓有影響的模態如圖 6.1~圖 6.4 所示，另外也將其彎曲矩陣 D (Bending Stiffness Matrix) 中的 D_{11} 以及 D_{22} 計算出來，可以得到 $D_{11}=0.036667 \text{ Gpa}\cdot\text{mm}^3$ ， $D_{22}=2.4667 \text{ Gpa}\cdot\text{mm}^3$ ，由計算出來的 D_{11} 、 D_{22} 可以事先判斷振動板 X 方向的彎曲(Bending)將會比 Y 方向的彎曲(Bending)較早發生，而經由 ANSYS 分析出來的圖 6.1 也的確發現此種結果；另外，以同樣方法分析碳纖三明治板，可得到如圖 6.5~圖 6.8 的模態圖，以及其彎曲矩陣 $D_{11}=2.65739 \text{ Gpa}\cdot\text{mm}^3$ ， $D_{22}=44.3798 \text{ Gpa}\cdot\text{mm}^3$ ，由其彎曲矩陣可以得知三明治板的抗彎曲能力在 X 方向及 Y 方向都要比純巴沙木強，導致其 ANSYS 所分析出來的彎曲模態之頻率較純巴沙木高；接著在 ANSYS 模型加上彈簧模擬實際平面揚聲器(圖 6.9、稱之為系統 B)的懸邊及支承，模型如圖 6.10 所示，然後對模態再作一次分析，圖 6.11~6.14 為純巴沙木板，圖 6.15~6.18 為碳纖三明治板，將其結果與自由邊界條件下的模態相對照，可以發現兩者之間最大的差別為加彈簧的情形下，在最前面會增加一個模態，此模態為振動板利用彈簧產生剛體運動所造成的，而其發生的

自然頻率即為揚聲器的 F_0 ，以碳纖三明治板及純巴沙木板兩者的 F_0 作比較：

$$\frac{F_{O1}}{F_{O2}} = \frac{85}{99} = \frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{m_1}} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{85^2}{99^2} \cong \frac{1}{1.4}$$

由以上可以得知碳纖三明治板能有效增加振動板強度，但同時也增加不少質量，故以下探討將以純巴沙木為主，嘗試改變各種不同的參數，達到改善中音谷且不使感度降低之目的。

6.1.2 實驗聲壓與分析聲壓對照

實驗方面利用 LMS 聲壓測試系統測量製作出來的系統 B 之聲壓，可以得到如圖 6.19 的聲壓圖，發現聲壓在 1000~2000Hz 之間有明顯的下降趨勢，這是長方形振動板常發現的情況，一般來說都是板子長軸方向發生彎曲所造成的，由於出現於中音區域，故將其稱為中音谷；ANSYS 分析方面在模型上施以一圈等同音圈直徑大小的外力，其外力大小決定於 MLSSA 聲壓頻譜儀測量出來的參數(圖 6.20)，其中 $BL=4.48$ Tesla-M，電流 I 經由 $P=I^2 \times R$ 計算可得知為 0.354 安培(A)，阻尼部份，則用雷射測速儀掃頻之後計算求得 $\alpha=638.385$ ， $\beta=5 \times 10^{-7}$ ，此阻尼部分將在下一節作詳細的探討。經過 ANSYS 簡諧激震分析可以求出振幅及相角，代入 Fortran 可得到分析出來的聲壓，並將其與實驗的聲壓疊在一起對照如圖 6.21，分析出來的聲壓整體來說和實驗所測量的趨勢是相近的，其在 1000~2000 Hz 之間也是有個中音谷，模型確定無誤之後，將針對不同參數作改變，觀察其對產生此中音谷的模態有何種影響，若是能將它往後移動，或是變得更平緩都能使揚聲器有較好的效果。

6.2 不同阻尼值對聲壓的影響

阻尼值是使用雷射測速儀進行振動板之頻率-響應量測，並藉由

Bandwidth Method 來計算各激振頻率之系統阻尼比。如圖 6.22 所示為一振動板中心之頻率-響應圖，其中 Peak response 為某一共振頻率相對應之振幅， f_1 及 f_2 為曲線和 $\frac{peak}{\sqrt{2}}$ 之交點。利用下式求得共振頻率之阻尼比：

幅， f_1 及 f_2 為曲線和 $\frac{peak}{\sqrt{2}}$ 之交點。利用下式求得共振頻率之阻尼比：

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (6.1)$$

再利用 Rayleigh Damping 將頻率響應得到系統阻尼比利用下式可以求得系統 α -damping 和 β -damping：

$$\xi = \frac{\alpha}{2\omega} + \frac{\beta\omega}{2} \quad (6.2)$$

觀察上式可以得知阻尼比並不是一個定值，而是會隨著頻率不同以及 α 、 β 而改變。

嘗試針對同一振動板改變不同 α 、 β 對其做簡諧激震分析計算聲壓，首先固定 $\beta=0$ ，以不同的 α -damping 分析，可以得到如圖 6.23 的聲壓曲線，由結果可以發現改變 α -damping 對聲壓曲線造成的最大影響是 F_0 的部份， α -damping 越大，阻尼比就越小，因此 F_0 所產生的峰值就會越低，至於高頻部分幾乎沒什麼改變；接著固定 $\alpha=638.385$ ，改變 β -damping 作分析，可以得到如圖 6.24 的聲壓曲線，觀察可得知不同 β -damping 對低頻部分影響相當的小，高頻部分才看的出其差異， β -damping 越大，高頻部分的聲壓曲線會隨之更加平緩。由以上可以知道阻尼對中音谷部分並沒有產生極大影響。

6.3 支承點對聲壓曲線之影響

圖 6.9 中的平面揚聲器(系統 B)除了泡棉懸邊之外，振動板上下各有一個橡膠材料的支承，主要功能為讓揚聲器作用時，振動板能夠較穩定，減少不必要的晃動，避免產生雜音影響到揚聲器的音質，因此接下來將探討其支承點對中音谷的產生是否會造成影響。

首先使用 ANSYS 分析有支承與無支承兩種情況，可以得出圖 6.25 中的兩條聲壓曲線，曲線 1 為沒有加上支承的聲壓曲線，曲線 2 為加上支承的聲壓曲線，這兩條曲線出現中音谷的頻率是相同的，最大的差異是在第一個自然頻率 F_0 的附近，曲線 1 少了支承點所提供的彈簧常數，整體的彈簧常數變小，而第一個自然頻率可由公式 $F_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ 計算而得，在其他條件不變之下， k 越小， F_0 隨之越小，加上整體的 α -damping 並沒有極大的改變，從式(6.2)可知阻尼比 ξ 也會變小，這便導致曲線 1 中第一個自然頻率的頻率較低，以及其峰值較低且平緩，經由以上分析可以推測支承點對中音谷不具有任何影響。

另一方面，在製作揚聲器的過程中，兩個支承是最後加上去的，未加支承之前，先利用 LMS 聲壓測試系統測量揚聲器的聲壓曲線，可以得出圖 6.26 中的曲線 3，將其與完成支承後的揚聲器所測量出之曲線 4 相比較，可以發現的確如同與 ANSYS 分析出來的結果一致，除了第一個自然頻率 F_0 附近的聲壓曲線有所改變，其餘部分的聲壓曲線皆相同，故可以說支承點與中音谷並沒有直接的關連性。

6.4 不同長寬比振動板之分析

隨著振動板長寬比不同，其揚聲器所表現出來的聲壓曲線也會有所差異，以下將振動板面積固定為 21.76 平方公分，改變不同長寬比，由於 ANSYS 簡諧激震分析須耗費大量的時間，若是能找出其中的趨勢，求出近似曲線，便可以達到事半功倍的效果。

6.4.1 中音谷產生之頻率

中音谷常出現於振動板 Y 軸方向發生彎曲的頻率之附近，因此針對不

同長寬比的巴沙木，在其為自由邊界條件下作模態分析，且將各長寬比之下的彎曲模態加以比較(如圖 6.27 所示)，可以發現當長寬比 r 越大，此模態發生的頻率將會越低，將其繪成如圖 6.28，並找出趨勢線，可以導出

$$f = 1764.2r^{-0.8396}, 1 \leq r \leq 3.4 \quad (6.3)$$

上述公式成立在振動板面積固定為 2176mm^2 條件下，長寬比 r 若大於 3.4，振動板的寬度會小於音圈的直徑 25.2mm，在 ANSYS 分析聲壓時會無法建立模型，故將其限制在此範圍內。為了驗證式(6.3)的準確性，另外針對幾個不同的長寬比 r 代入其中計算頻率，並與 ANSYS 分析出來的結果加以比較，如表 6.3 所示，誤差皆在 $\pm 1\%$ 之內，因此可以用式(6.3)預測出中音谷發生的頻率。圖 6.29 及圖 6.30 為各種長寬比之下所分析出來的聲壓曲線，可以看出正如由式(6.3)所計算出來的結果一致，隨著長寬比越小，產生中音谷的頻率越高。



6.4.2 長寬比對節線位置的影響

隨著振動板長寬比的改變，其 Y 軸彎曲模態(Bending mode)發生時所產生的節線位置也會有所不同，以下將探討長寬比與節線位置的關係，以振動板中心為原點，圖 6.31 為各種不同長寬比之下，其模態的節線位置，將其整理成表 6.4 並繪成圖 6.32，可以明顯看出，當長寬比 r 越大，節線距中心原點的距離 d 越大，以多項式的形式可找出近似曲線：

$$d = 0.1019 r^3 - 1.2913 r^2 + 8.5443 r + 4.9182 \quad (6.4)$$

上述公式與振動板面積相關，因此當振動板面積 $A=2176\text{mm}^2$ 的狀況之下才成立，另外針對幾個不同長寬比代入式(6.4)中計算出節線位置，將其與 ANSYS 分析作比較，如表 6.5 所示，兩者的結果相當接近，因此可以用式(6.4)來預測節線的位置，進而決定該選用何種直徑的音圈，藉以施力在節

線的方式減小彎曲模態(Bending mode)對聲壓的影響，使中音谷落差減小。

6.5 音圈與節線位置之探討

經由改變振動板的長寬比可以將中音谷發生的頻率變高，但若是想有效改變中音谷的落差，則必須從所施力之音圈的直徑大小來著手，以上述長寬比為 1.8 的振動板為例，其節線至中心原點距離 $d=16.566\text{mm}$ ，改變不同的音圈半徑，即改變施力位置，利用 ANSYS 簡諧激震分析可得出圖 6.33 及圖 6.34 的聲壓曲線，曲線一為音圈半徑 5.22mm，曲線二為 8.69mm，曲線三則為 12.6mm，曲線四為 15.65mm，計算四條聲壓曲線的中音谷落差，整理成表 6.6 並將其繪製成圖 6.35，橫軸為音圈半徑與節線至中心距離之比例，縱軸為中音谷落差，求出其近似曲線：

$$S = 51.401x^3 - 113.18x^2 + 76.059x - 11.375 \quad (6.5)$$

為了驗證式(6.4)的準確性，另外代入幾個不同的比例，計算其中音谷落差，並與 ANSYS 所分析出來的結果加以比較，如表 6.7 所示，兩者的結果相當接近，證明了利用上述方式事先預測中音谷落差是可行的且有參考價值。另外由圖 6.35 可以看出來當音圈半徑與節線至中心距離的比越接近 1 時，聲壓曲線越平滑，但在面積固定之下，隨著長寬比越大，振動板的寬度會越小，若是想使用接近節線位置的音圈，其直徑會超出板子寬度，因此選擇適當的長寬比才能有效利用音圈的施力位置改善聲壓曲線，以下將討論長寬比在何種範圍之內，音圈的半徑與節線位置之比例能夠接近 1，且直徑不超過振動板寬度。

假設音圈的直徑與振動板的寬度 a 相等， d 為節線至中心的距離，則目標為

$$0.8 \frac{a}{2} \leq d \leq \frac{a}{2} \quad \Rightarrow \quad 0.4 \leq \frac{d}{a} \leq 0.5 \quad (6.6)$$

將式(6.4)無因次化之後可以得到以下式子：

$$\frac{d}{a} = 0.0279r^3 - 0.2092r^2 + 0.7728r - 0.3926 \quad (6.7)$$

將其繪成圖 6.36 可以得知，若是想達到式(6.6)的條件，則長寬比 r 必須介於 1.53~1.85 之間，以上為巴沙木振動板所求出來的近似曲線，接著將振動板分別改為碳纖三明治板及發泡板(表 6.9 ~6.12)，依同樣方法求出以下近似曲線：

$$\frac{d}{a} = 0.0454r^3 - 0.3143r^2 + 0.9407r - 0.485 \quad (6.8)$$

$$\frac{d}{a} = 0.0003r^3 - 0.0063r^2 + 0.3158r - 0.0768 \quad (6.9)$$

式(6.8)為碳纖三明治板的近似曲線，而式(6.9)為發泡板的近似曲線，將其繪成圖 6.37 及圖 6.38，可以看出符合式(6.6)的長寬比範圍分別為 1.6~1.9 及 1.56~1.9 之間，比較三種材料振動板的長寬比範圍，發現大概都介於 1.6~1.9 之間，由以上可知，若想利用改變音圈半徑來改善中音谷，則振動板的長寬比必須在一定的長寬比之內，否則若想使音圈半徑與節線位置之間的比例接近 1 時，其音圈大小將會大於振動板的寬度，造成揚聲器製作的困難。

6.6 加強振動板結構對聲壓的影響

由章節 6.5 可以知道當振動板長寬比介於 1.6~1.9 之間，採用與振動板寬度相近的音圈，可以使其施力位置接近振動板產生的節線位置，改善中音谷的落差，讓聲壓曲線更加平滑；以下將針對長寬比較大的振動板，採用碳纖複材加強的方式，討論其對聲壓曲線造成的改變，找出最適當的加強方法，讓長寬比較大的振動板也能有較好的聲壓曲線。圖 6.39 為長寬比 2.5 但不同加強結構之振動板所分析出來的聲壓，曲線(1)為 H 型碳纖三明治

加強，曲線(2)為部分碳纖三明治且左右兩邊為碳纖 beam，曲線(3)為部分碳纖三明治且四邊為碳纖 beam，曲線(4)為整片碳纖三明治板，這四條聲壓曲線趨勢相當類似，但就中音谷產生的頻率而言，有加強過結構的振動板會比純巴沙木板高，且振動板經由結構的加強，其彎曲模態也會有所改變，藉以改善中音谷產生的落差，以長寬比值 2.5 的振動板來說，在上述四種加強方法中，用 H 型碳纖三明加強振動板，其所分析出來的聲壓曲線不僅將中音谷產生的頻率升高，且最有效減低了中音谷的落差，達到改善聲壓曲線的目的；圖 6.40 則為長寬比值 1.8 的振動板在四種加強方法之下的聲壓曲線。圖 6.41 為長寬比值 4.33 的振動板在兩種加強方法下的分析聲壓圖，而圖 6.42 則為其實驗所測量的聲壓圖，以此振動板來說，三明治板的聲壓曲線所產生的中音谷較 H 型加勁的平緩，且頻率較高。由以上可知，加強振動板結構可以有效提高中音谷產生的頻率，至於改善中音谷落差，則必須針對不同長寬比值的振動板，找出對其最適合的加強方式。

6.7 不同材料常數對聲壓的影響

圖 6.43 為兩個相同結構，振動板皆為巴沙木的兩個揚聲器之聲壓，可以發現雖然聲壓曲線的趨勢是相似的，其中音谷的頻率卻不相同，且在 10kHz 之後兩者曲線也有差異，最主要原因為振動板採用天然的巴沙木，在材料常數上存在著不穩定性，而以上的探討皆建立在每塊振動板材料常數完全相同的狀況下，因此接下來將針對楊氏模數 E (Young's modulus)及剪力模數 G (Shear modulus)作不同的改變，觀察對整體的聲壓曲線有何影響。

6.7.1 楊氏模數對聲壓曲線之影響

首先改變不同的楊氏模數 E (Young's modulus)，代入 ANSYS 中利用簡諧激震分析加以計算可得如圖 6.44 中的三條聲壓曲線，曲線 a 為使用表 6.1 中的楊氏模數 E 所得的，而曲線 b 為放大 10 倍，曲線 c 則為縮小 10

倍而得，仔細觀察三條曲線可以發現，以每條聲壓曲線第一個中音谷來說，楊氏模數越大，則中音谷產生的頻率越高，使得聲壓平滑的區域更寬，這將使揚聲器擁有更好的效果，而在 10kHz 之後三條曲線的差異性就變得較不明顯，由此分析可以得知，增強振動板的楊氏係數對聲壓的中音谷改善有著顯著的效果，故可經由此方法來改善揚聲器的振動板，使其頻寬更廣，以得到更完美的聲音。

6.7.2 剪力模數對聲壓曲線之影響

接著改變不同的剪力模數 G (Shear modulus)，代入 ANSYS 中利用簡諧激震分析加以計算得出如圖 6.45 的三條聲壓曲線，曲線 d 為使用表 6.1 中的剪力模數 G 所得的，曲線 e 為放大 10 倍，曲線 f 的則為縮小 10 倍，仔細觀察可以發現，隨著剪力模數 G 的增大，中音谷的頻率也會隨之升高，不過以剪力模數 G 與楊氏模數 E 而言，剪力模數 G 的影響似乎較小。除此之外，在高頻部分三條曲線的差異性也相當大，以曲線 d 及曲線 f 而言，可以發現曲線 d 是在 10kHz 左右聲壓才開始上升，而曲線 f 卻提前至 3kHz 左右就開始有上升的趨勢，同時也導致其在 10kHz 時就開始下降，這可以說明剪力模數減小將使聲壓曲線後段的高頻部分整個往前移動，進而導致 10k Hz 以後的聲壓變的相當不理想；以曲線 d 及曲線 e 而言，在高頻部分也是有著同樣的趨勢；另外將剪力模數縮小 2 倍得到曲線 g，將其與曲線 f 相對照如圖 6.46，在高頻的部分，聲壓曲線隨著剪力模數 G 增大而整體往後移動的效果便顯得更加清楚。由圖 6.47 可以看出將剪力模數放大 10 倍之後，除了第一個振動板剛體運動的模態之外，其餘各模態的頻率皆比原本材料常數的模態頻率高，且越後面模態之頻率差距越大，故剪力模數 G 不僅對中音谷的頻率有所改變，對高頻部分的聲壓曲線也是有著重要的影響，故在選取振動板時，剪力模數 G 便成為需要考量的主要因素之一。

七、結論與未來研究方向

7.1 結論

以平板揚聲器來說，許多參數都影響其聲壓曲線，若是聲壓曲線越平滑，所表現出來的聲音也會越完美，本文主要針對相同面積，但長寬比值不同的各種振動板，改變音圈半徑作了各種分析，由結果可以得知，當長寬比值越大，中音谷產生的頻率也會越低，導致聲壓曲線平滑的區域減小，影響聲音品質，反之，長寬比值越接近 1，越能使其聲壓曲線更完美，但以體積來講，長寬比值大的振動板卻較節省空間，因此可以根據第六章中所提到的方法，先決定一個可以接受的中音谷頻率之後，接著以音圈的半徑來改善中音谷的落差，以分析出來的結果來看，音圈所施力的位置越接近振動板的節線位置，可以達到越好的改善效果，但振動板的板寬有限，無法毫無限制的增大音圈半徑去趨近節線位置，第六章分別針對了純巴沙木板、碳纖三明治板以及發泡板作了其節線位置的分析，發現這三種不同材料的振動板，在長寬比值為 1.6~1.9 之間時，使用與板子寬度相近的音圈，其半徑能夠與節線位置接近，達到改善中音谷的效果；而長寬比值較大的振動板，則可以採用碳纖複材加強其結構，藉以改善聲壓曲線，有了以上結果之後，製作揚聲器方面將可以達到事半功倍的效果。

7.2 未來研究方向

目前作為振動板之材料為天然的巴沙木，其材料常數往往存在著許多差異性，進而導致實驗與分析結果有所誤差，為求精準模擬真實情況，唯有每次製作揚聲器之前，先對其進行材料常數的測量，但此方法極浪費時間且不實際，將來希望能找到一種材料性質更穩定，內部孔洞分布均勻，強度更強，密度更輕的材料來替代巴沙木，如此一來，在模擬分析與實驗測量兩方面將能更加一致。此外在分析方面，目前皆以 ANSYS 簡諧激震的

方式來計算聲壓，雖然此方法可行且有其參考價值，但缺需要耗費大量的時間進行分析，未來希望能夠利用高階的板理論，以數值分析的方法，加以分析各種狀況下的聲壓，提高工作上的效率。



參考文獻

1. Reddy, J. N. , Energy and Variational Methods in Applied Mechanics., Junuthula Narasimha, 1945.
2. Mindlin, R. D., Influence of Rotatory Inertia and Shear Deformation on Flexural Motion of Isotropic, Elastic Plates., J. Applied Mechanics, 18, pp. 33-38, 1951.
3. Whitney, J. M., Shear Correction Factor Laminates Under Static Load., J. Applied Mechanics, 40, pp.302-304,1973.
4. Whitney, J. M., Stress Analysis of Thick Laminated Composite and Sandwich Plates., J. Applied Mechanics, 40, pp.302-304, 1973.
5. Reissner, E.,Finite deflection of sandwich plates. J. Aeronaut. Sci. July, 435-440, 1948.
6. Liaw B. D. and Little R. W., Theory of bending multiplayer sandwich plates. AAIA J. 5,301-304, 1967.
7. Azar J. J., Bending theory of multiplayer orthotropic sandwich plates. AIAA J. 6,2166-2169, 1968
8. O'Connor D. J., A finite element package for the analysis of sandwich construction. Compos. Struct. 8,143-161, 1987
9. Kanematsu H. H., Hirano Y. and Iyama H., Bending and vibration of CFRP-faced rectangular sandwich plates. Compos. Struct. 10,145-163, 1988
10. Morse, P. M. and Ingrad, K. U., Theoretical Acoustics. McGraw-Hill, NY, 1968;rpt. Princeton University Press, NJ, pp.375-379, 1986.
11. Shindo T. , Yashima O. and Suzuki H. , “Effect of Voice- Coil and Surround on Vibration and Sound Pressure Response of Loudspeaker Cones”, Journal of the Audio Engineering Society, Vol. 28, No. 1, pp. 31-51, 1997.
12. Tan C. C. and Hird C. I., Active Control of the Sound Field of a Constrained Panel by an Electromagnetic Actuator-an Experimental Study., Applied Acoustics, 52, pp. 31-51,1997.

13. Nayak A. K., Moy S. S. J. , Shenoj R. A. , “Free vibration analysis of composite sandwich plates based on Reddy’s high-order theory.” *Composites Part B: engineering*, 33 505-519, 2002。
14. Zhou H. B. , and Li G. Y. , “Free vibration analysis of sandwich plates with laminated faces using spline finite point method.” *Comput. Struct.*, , 59, (2), 257-263, 1996。
15. Bardell N. S. , Dunsdon J. M. , Langley R. S. , “Free vibration analysis of coplanar sandwich panels.” *Composite Structures* V38, No.1-4, 463-475, 1997。
16. 王柏村編著, “振動學”, 全華書局, 台北市, 1996
17. 戴建郎, “平板受橢圓激震器激震之振動研究”, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2005。
18. 施志鴻, “具彈性支撐複合材料圓板之振動與聲傳研究”, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2004。
19. 蘇鎮隆, “複合材料板的聲傳平滑研究”, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2004。
20. 彭國晉, “具加勁複合材料結構板之聲傳研究”, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2004。
21. 詹東恩, “複合材料三明治板之振動與聲射研究”, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2003。
22. 陳正義, “具彈性支承複合材料板之聲傳研究”, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2003。

表 3.1 文獻[13、14、15]中三明治板材料常數

	面層	心層
Yong's modulus(E_1)	68.9 GPa	0.37 Gpa
Yong's modulus(E_2)	68.9 GPa	0.15 Gpa
Poisson's ratio(γ)	0.3	0.3
Shear modulus(G_{12})	26.5 GPa	0.134 GPa
Shear modulus(G_{23})	26.5 GPa	0.052 GPa
Shear modulus(G_{13})	26.5 GPa	0.134 GPa
Density(ρ)	2770 Kg/m ³	122 Kg/m ³
Thickness(t)	0.406 mm	6.4 mm
邊界條件	簡支承(simple support)	

表 3.2 ANSYS 分析之自然頻率(Hz)與文獻比較

Mode	ANSYS	HSDT[13]	文獻[14]	文獻[15]
1	22.883	23	23.29	23.05
2	43.850	45	44.47	43.91
3	69.597	71	71.15	71.06
4	78.962	80	78.78	78.37
5	89.397	93	91.57	90.85
6	122.89	128	125.10	123.82

表 4.1 系統 A 之材料常數與尺寸

Yong's modulus(E_1)	147.503 GPa
Yong's modulus(E_2)	9.223 GPa
Yong's modulus(E_3)	9.223 GPa
Poisson's ratio(γ_{12})	0.306
Poisson's ratio(γ_{23})	0.25
Poisson's ratio(γ_{13})	0.306
Shear modulus(G_{12})	6.8355 GPa
Shear modulus(G_{23})	1.123 GPa
Shear modulus(G_{13})	6.8355 GPa
Density(ρ)	1747 Kg/m ³
Thickness(t)	0.092 mm
板子大小	a=100mm , b=150mm
疊層角度(與 x 軸之角度)	90° /0° /90°

表 5.1 實驗所使用的音圈尺寸

漆包線長度 L(m)	8
內徑 d_1 (mm)	25.2
外徑 d_2 (mm)	25.6
厚度 t(mm)	0.15
捲幅 t_v (mm)	8
高度 h(mm)	10.4
線徑 ψ (mm)	0.04
阻抗(Ω)	8
質量 m(g)	0.56

表 6.1 材料常數

	碳纖複合材料	巴沙木	發泡板
E_1 (GPa)	147.503	3.7	5.3
E_2 (GPa)	9.223	0.055	
ν_{12}	0.306	0.02	0.3
G_{12} (GPa)	6.835	0.01	2.038
ρ (Kg/m ³)	1747	280	50
t (mm)	0.125	2	2

表 6.2 不同長寬比之振動板尺寸

長寬比	面積	板寬 a(mm)	板長 b(mm)	中音谷發生之頻率(Hz)
1.5	2176mm ²	38.0876	57.1314	1262
1.8		34.7691	62.5843	1085
2.0		32.9848	65.9697	992.154
2.2		31.4498	69.1896	914.438
2.5		29.5025	73.7563	818.494
3.4		25.2982	86.0140	623.058

表 6.3 不同長寬比巴沙木板的自然頻率驗證

長寬比	趨勢線計算而得(Hz)	ANSYS 分析(Hz)	誤差(%)
1.2	1513.795617	1510	0.251365388
1.7	1129.959567	1138	-0.706540727
2.3	876.6800558	880.024	-0.379983291
2.7	766.2576112	765.077	0.154312725
3.2	664.3912374	657.916	0.984204275

表 6.4 不同長寬比巴沙木板之節線位置

長寬比	節線至中心原點的距離 d(mm)	d/a
1.5	14.904	0.391308269
1.8	16.566	0.476457825
2.0	18.048	0.54716037
2.2	18.532	0.589256235
2.5	19.668	0.666654413
3.4	23.062	0.911605592

表 6.5 不同長寬比巴沙木板的節線位置驗證

長寬比	節線至中心原點距離 d(mm)		誤差(%)
	趨勢線計算而得	ANSYS 分析	
1.7	16.202	16.136	-0.40952
2.3	18.994	19.238	1.27063
2.7	20.334	20.399	0.31690
3.2	22.138	22.418	1.24863

表 6.6 不同音圈半徑之中音谷落差

音圈半徑 與節線至中心距離之比	ANSYS 分析 (dB)
0.313	2.92
0.522	4.80
0.756	3.65
0.939	2.81

表 6.7 不同音圈半徑之中音谷落差驗證

音圈半徑 與節線至中心距離之比	趨勢線 (dB)	ANSYS (dB)	誤差(%)
0.42	4.39	4.28	2.52384
0.63	4.49	4.43	1.46303
0.84	3.15	3.10	1.52004

表 6.8 長寬比、節線位置與板子寬度之比之驗證(巴沙木板)

長寬比	板子寬度(a)	d/a		誤差(%)
		趨勢線計算而得	ANSYS 分析	
1.7	35.777	0.451014911	0.4536447	0.58308
2.3	30.759	0.625452587	0.6176313	-1.25050
2.7	28.389	0.718557149	0.7180477	-0.07089
3.2	26.077	0.859691056	0.8523792	-0.85052

表 6.9 不同長寬比碳纖三明治板之節線位置

長寬比	節線至中心原點的距離 d(mm)	d/a
1.5	14.190	0.37256202
1.8	15.663	0.450486473
2.0	16.735	0.507354211
2.2	17.095	0.543564393
2.5	18.024	0.610930402
3.4	21.815	0.862313589

表 6.10 長寬比、節線位置與板子寬度之比之驗證(碳纖三明治板)

長寬比	板子寬度(a)	d/a		誤差(%)
		趨勢線計算而得	ANSYS 分析	
1.7	35.777	0.4289132	0.432120137	-0.74214
2.3	30.759	0.5683448	0.564916527	0.60686
2.7	28.389	0.6572512	0.675018905	-2.63217
3.2	26.077	0.7944752	0.812215923	-2.18423

表 6.11 不同長寬比發泡版之節線位置

長寬比	節線至中心原點的距離 d(mm)	d/a
1.5	14.603	0.383405439
1.8	16.485	0.474128169
2.0	17.542	0.531819992
2.2	18.544	0.589637795
2.5	20.027	0.678822856
3.4	23.685	0.936231830

表 6.12 長寬比、節線位置與板子寬度之比之驗證(發泡板)

長寬比	板子寬度(a)	d/a		誤差(%)
		趨勢線計算而得	ANSYS 分析	
1.7	35.777	0.4433269	0.451070813	-1.71678
2.3	30.759	0.6198631	0.625452587	-0.89367
2.7	28.389	0.7358379	0.740326271	-0.60627
3.2	26.077	0.8790784	0.883582015	-0.50970

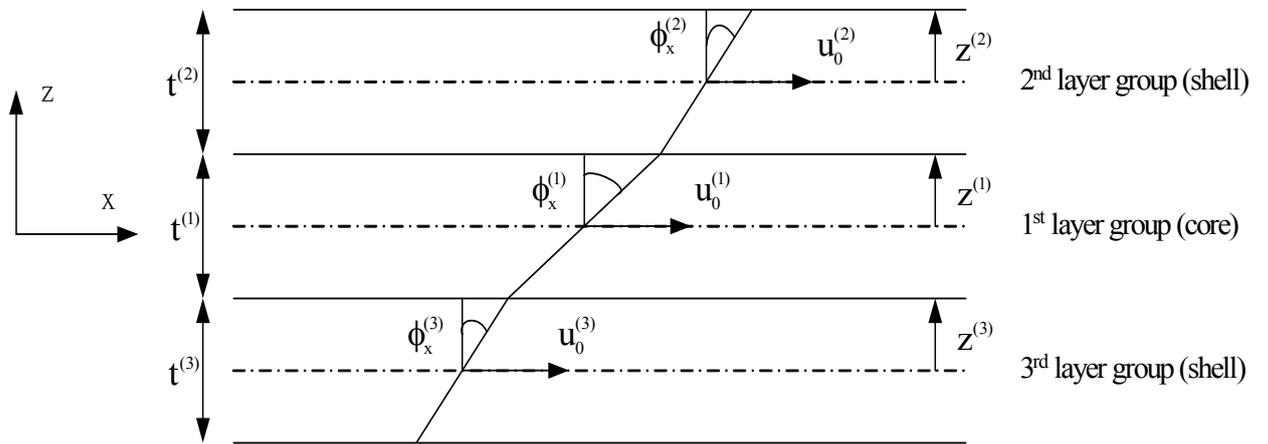


圖 2.1 多層一階剪變形位移場示意圖(三層)

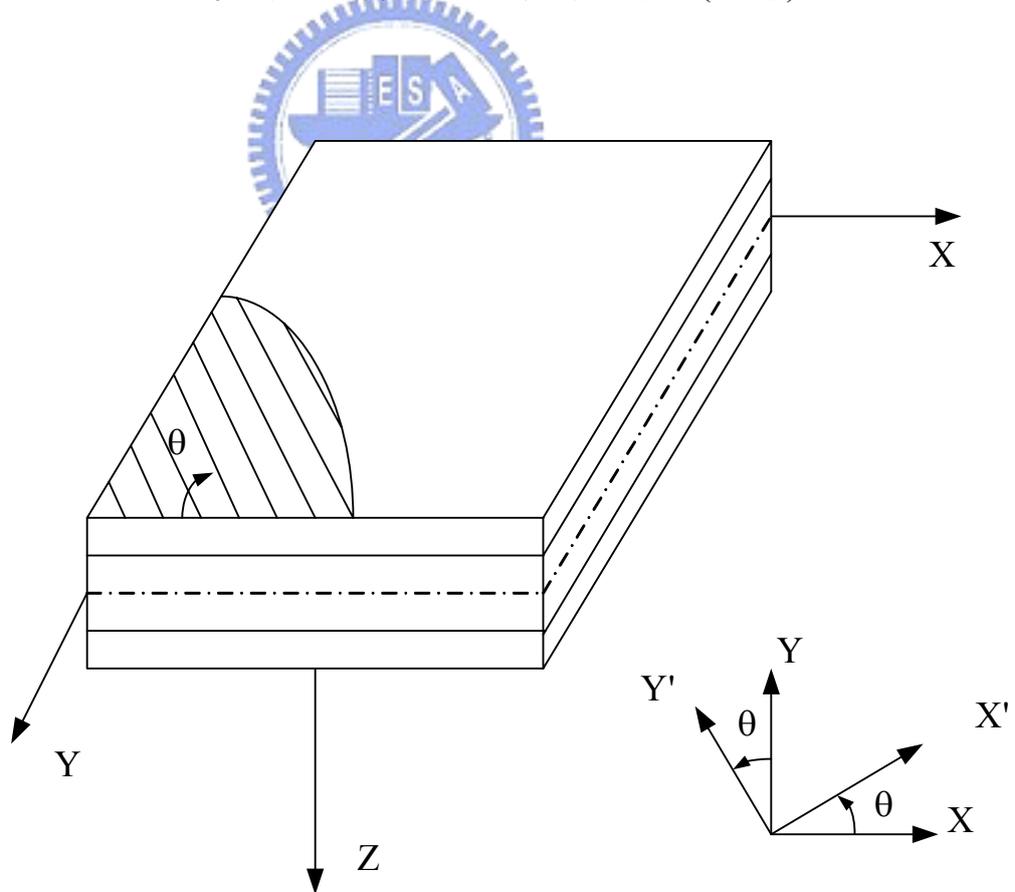


圖 2.2 複合材料積層板之主軸與材料座標系統

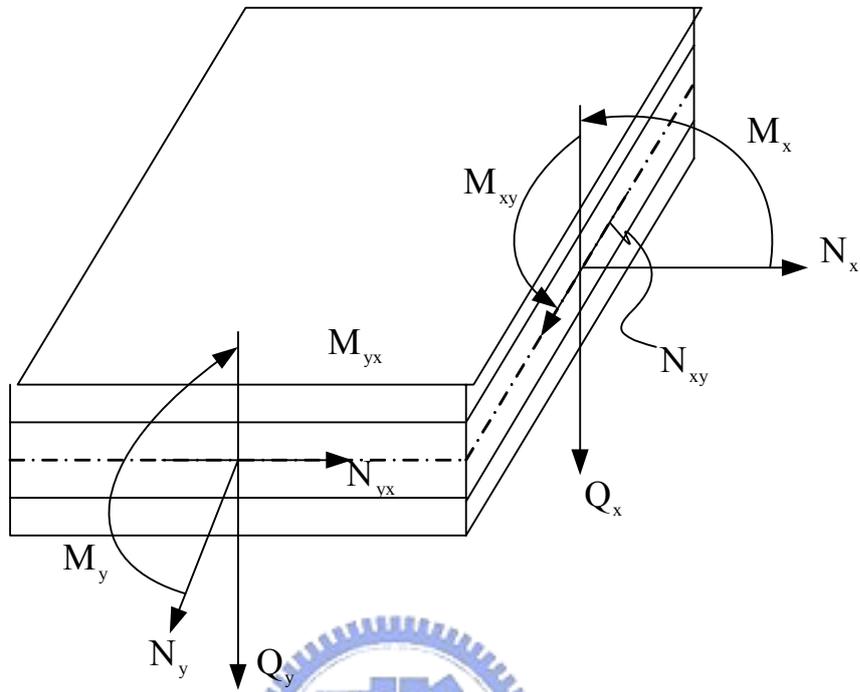


圖 2.3 複合材料積層板沿厚度方向之合力與合力矩

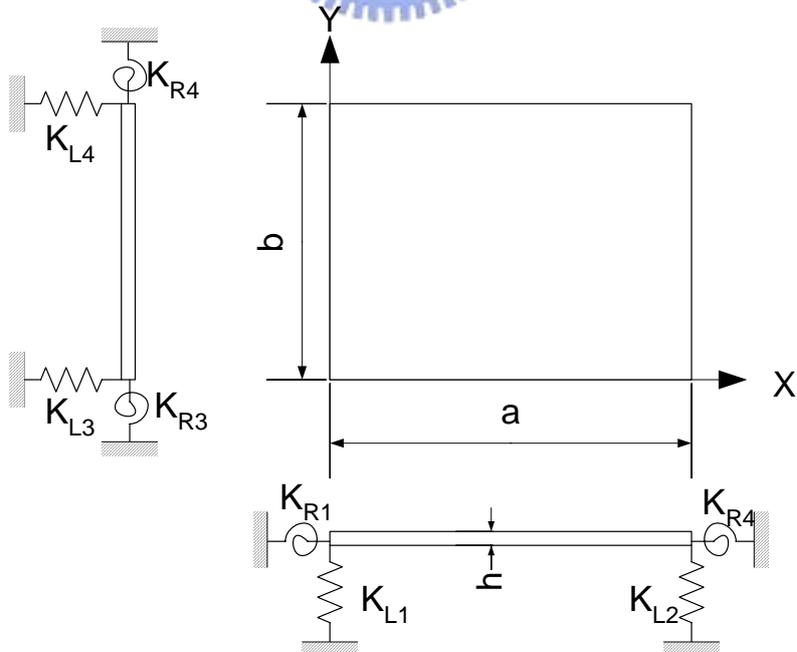


圖 2.4 複合材料三明治板之邊界條件

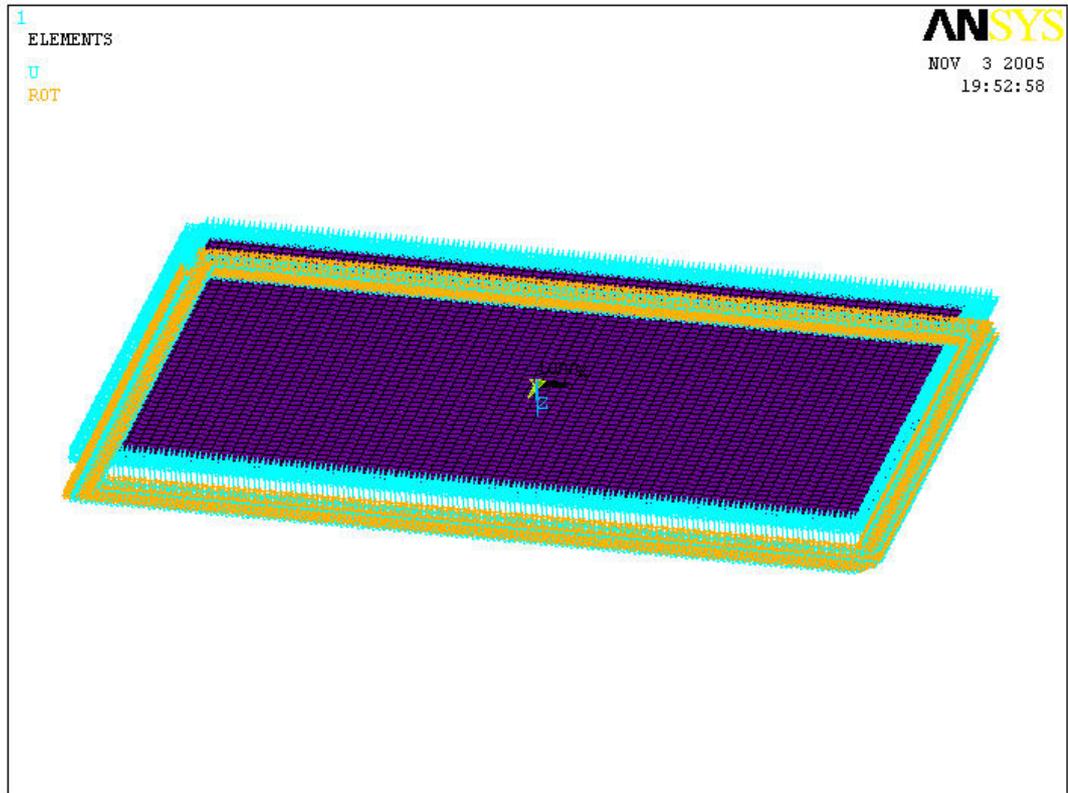


圖 3.1 ANSYS 模型圖

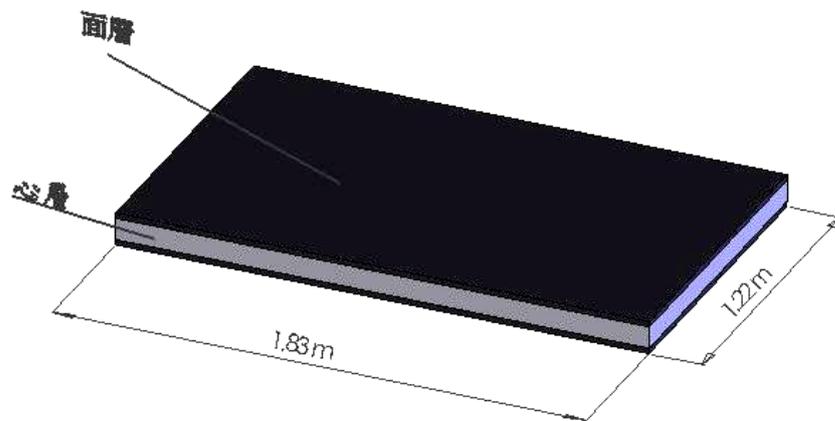


圖 3.2 文獻中的三明治板尺寸示意圖

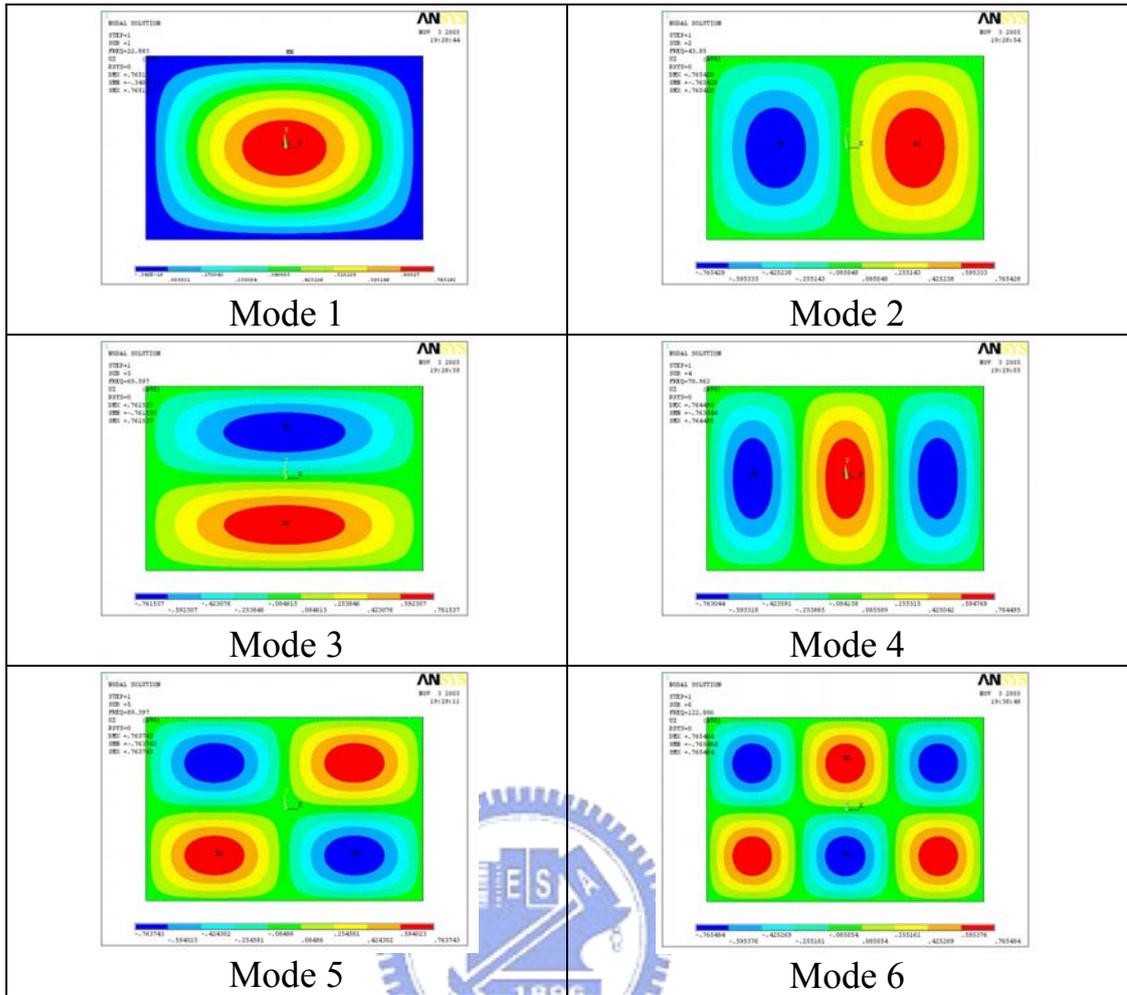


圖 3.3 文獻中三明治板前六個自然頻率模態圖

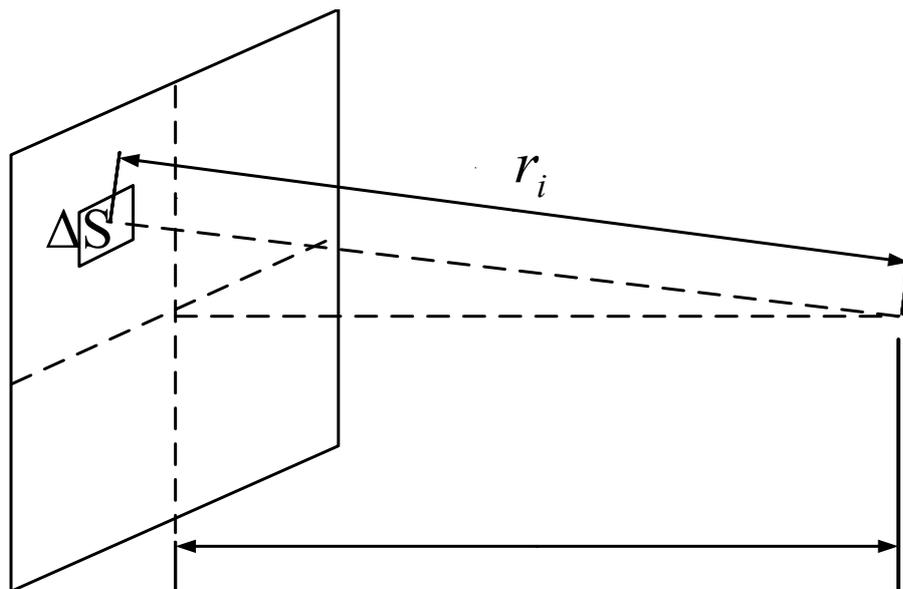


圖 4.1 聲壓距離示意圖， $r = 1\text{m}$

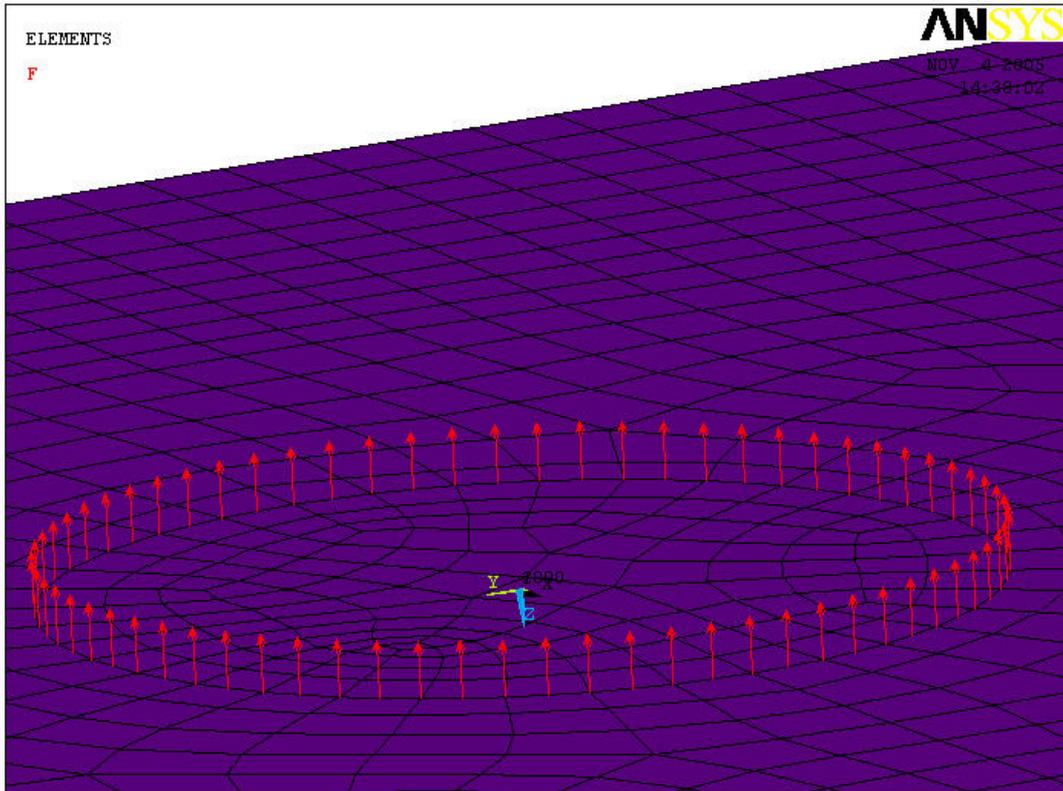
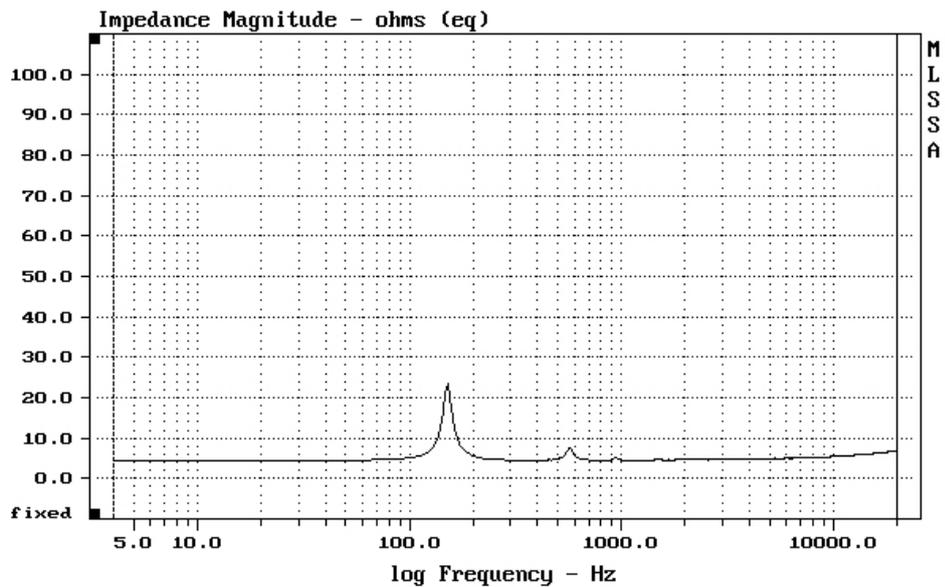


圖 4.2 ANSYS 簡諧激震模擬施力圖



CURSOR: y = 6.92125 x = 20003.5215 (4998)

FREQUENCY DOMAIN MENU: Go View Reference Acquisition Setup Transfer Macro QC
Overlay Calculate Printer DOS Units Library Info Exit
F1 for Help MLSSA: Frequency Domain

圖 4.3 系統 A 的阻抗圖

MLSSA SPD 4WA #000608-4031-4036 for GESTION TAYCAN

Line	Parameter	Measured Parameters			QC Limits		Result
		Value	Units	Nominal	Min	Max	
1	RMSE-free	0.38	Ohms	0.41	0.00	0.00	
2	Fs	146.75	Hz	147.35	0.00	0.00	
3	Re	3.61	Ohms[dc]	3.52	0.00	0.00	
4	Res	19.95	Ohms	19.83	0.00	0.00	
5	Qms	11.84		11.64	0.00	0.00	
6	Qes	2.14		2.07	0.00	0.00	
7	Qts	1.81		1.76	0.00	0.00	
8	L1	0.02	mH	0.02	0.00	0.00	
9	L2	0.02	mH	0.02	0.00	0.00	
10	R2	2.18	Ohms	2.19	0.00	0.00	
11	RMSE-load	0.19	Ohms	0.27	0.00	0.00	
12	Vas(Sd)	14.88	liters	16.72	0.00	0.00	
13	Mms	2.50	grams	2.21	0.00	0.00	
14	Cms	471	$\mu\text{M}/\text{Newton}$	528.94	0.00	0.00	
15	B1	1.97	Tesla-M	1.86	0.00	0.00	
16	SPLref(Sd)	95.2	dB[Re]	95.96	0.00	0.00	
17	Rub-index	0.00		0.01	0.00	0.00	

Method: Mass-loaded (3.685 grams) Area (Sd): 150.00 sq cm
DCR mode: Measure (-0.56 ohms) QC file: CLOSED

.....

Analysis successful. Shift in Fs = -35.7% (-20% to -50% is recommended).
LIB PARAMETERS: Go Calc Method DCR-mode Area Synth QC Export Z-ref Print dUmp
F1 for Help or ESC to exit MLSSA: Parameters

圖 4.4 系統 A 的參數圖

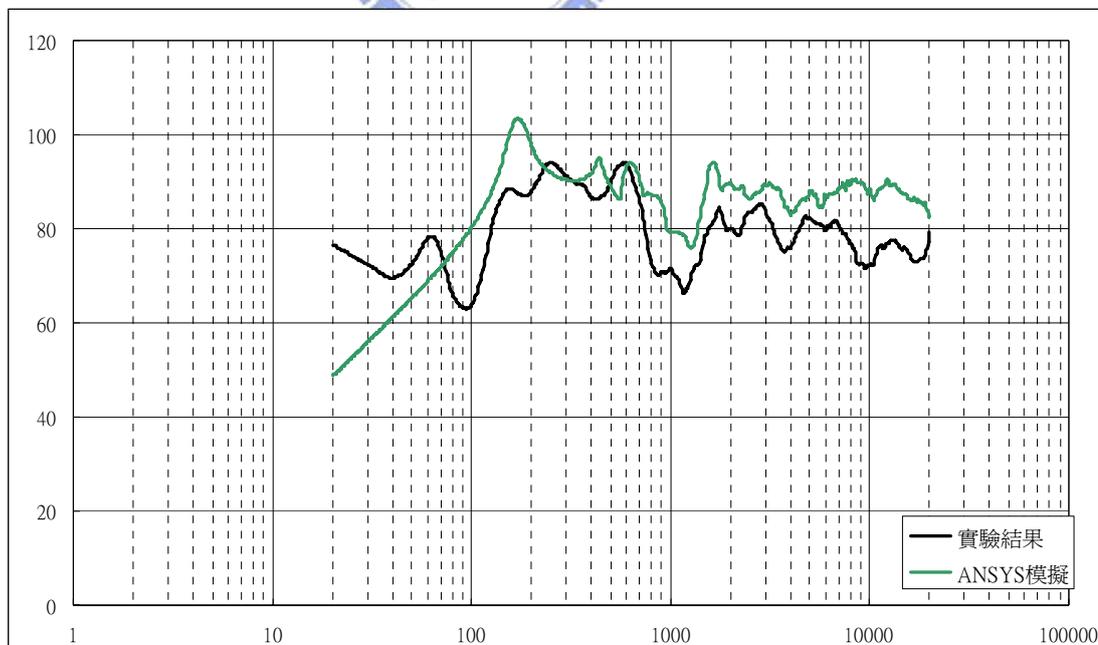


圖 4.5 系統 A 之聲壓圖

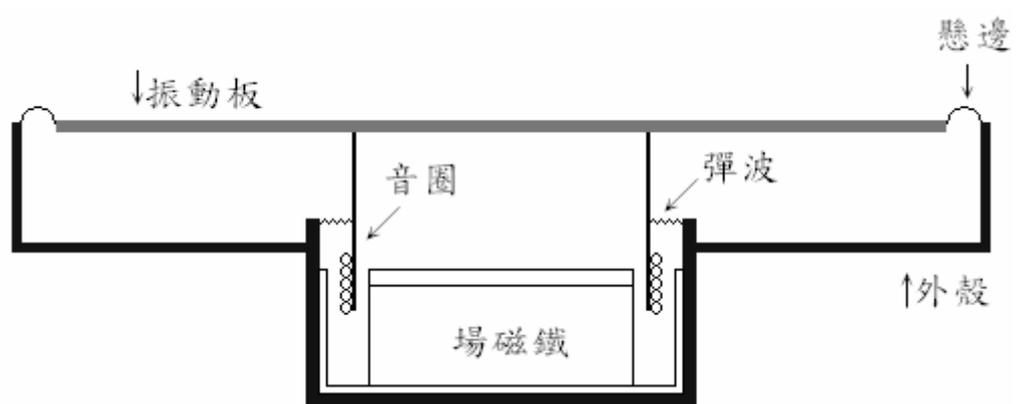


圖 5.1 揚聲器主要結構

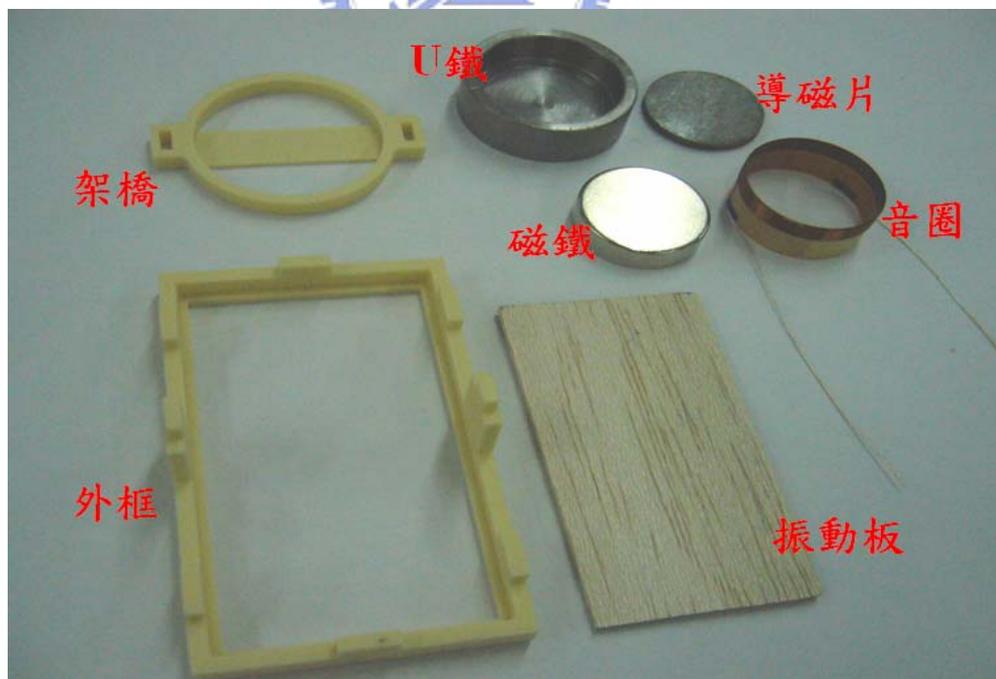


圖 5.2 揚聲器零件圖

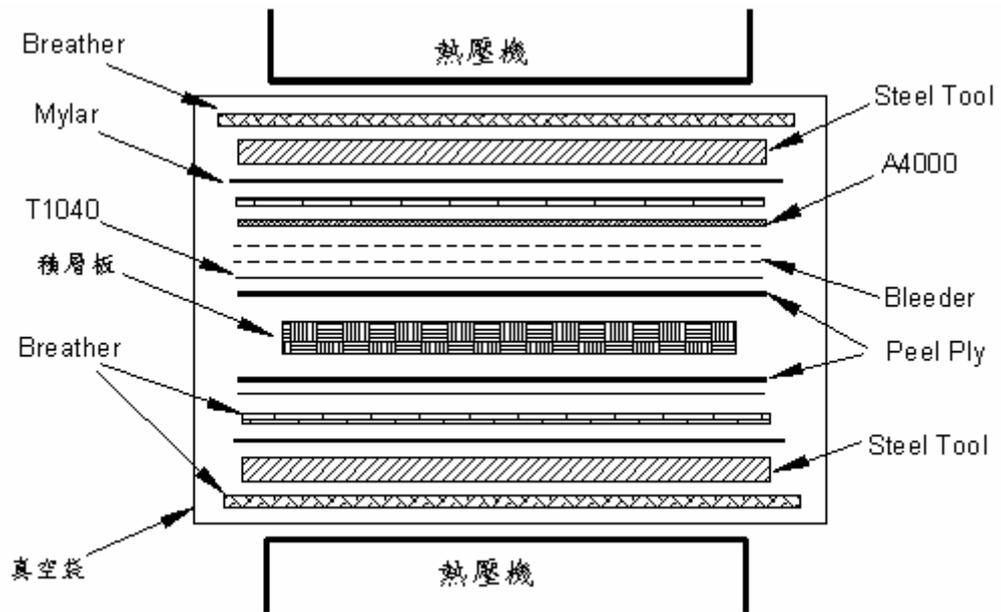


圖 5.3 三明治板製作及輔助材料疊層順序



圖 5.4 熱壓機

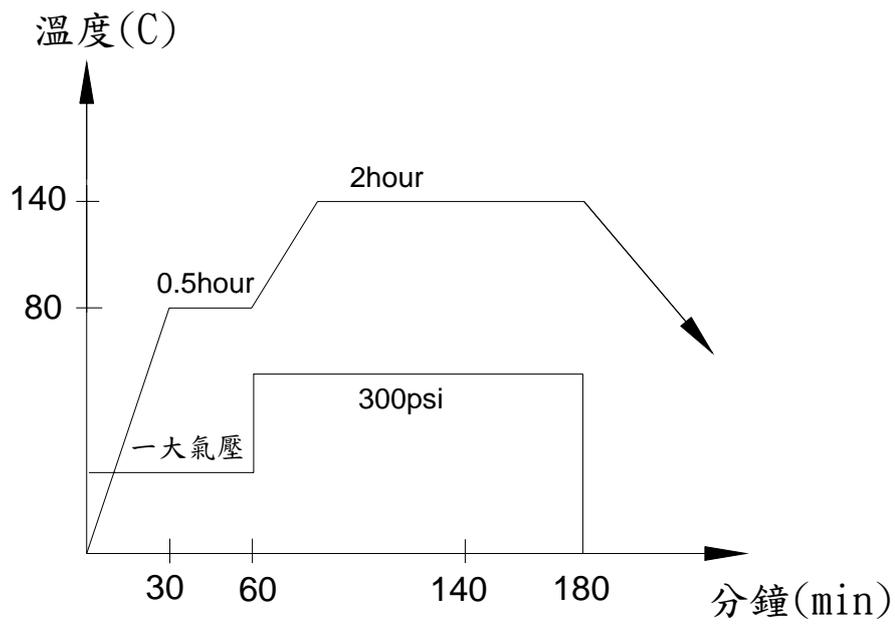


圖 5.5 複合材料積層板之加熱加壓硬化成型製程圖

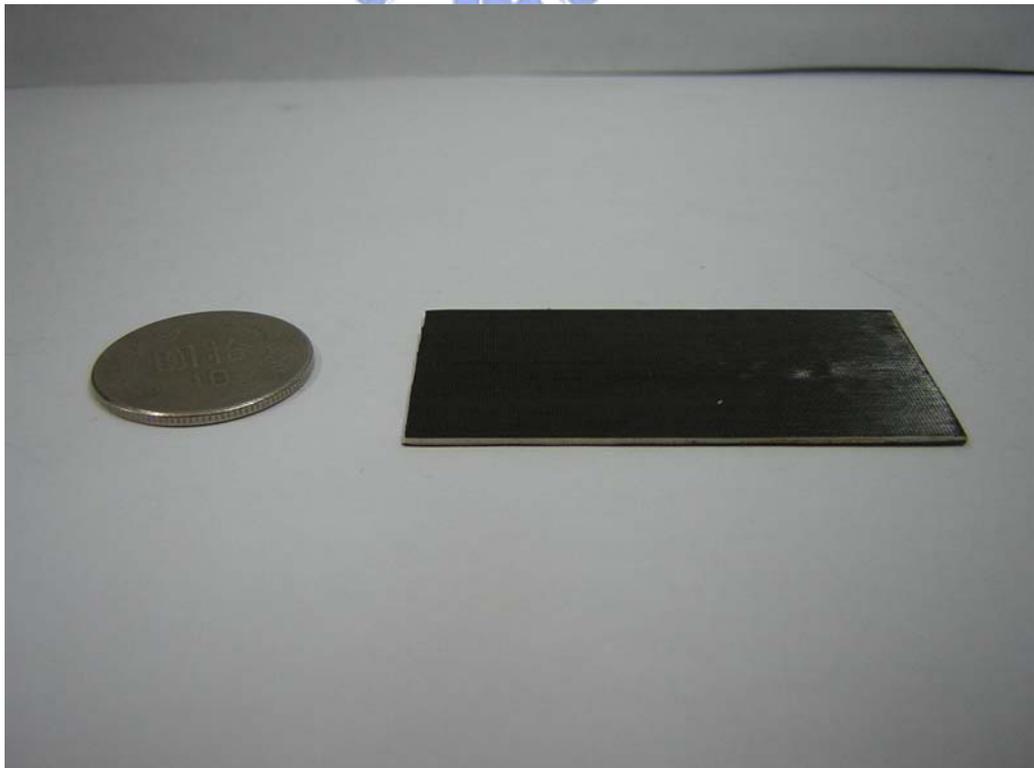


圖 5.6 複合材料三明治板完成圖

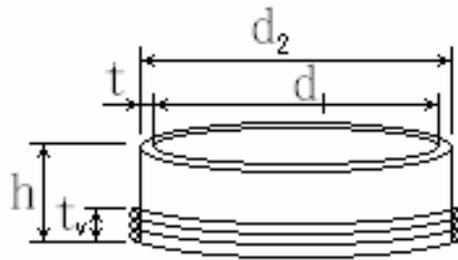


圖 5.7 音圈的結構

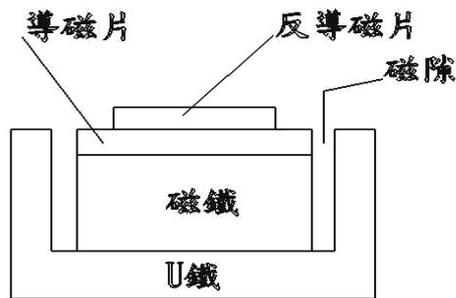


圖 5.8 場磁鐵的結構

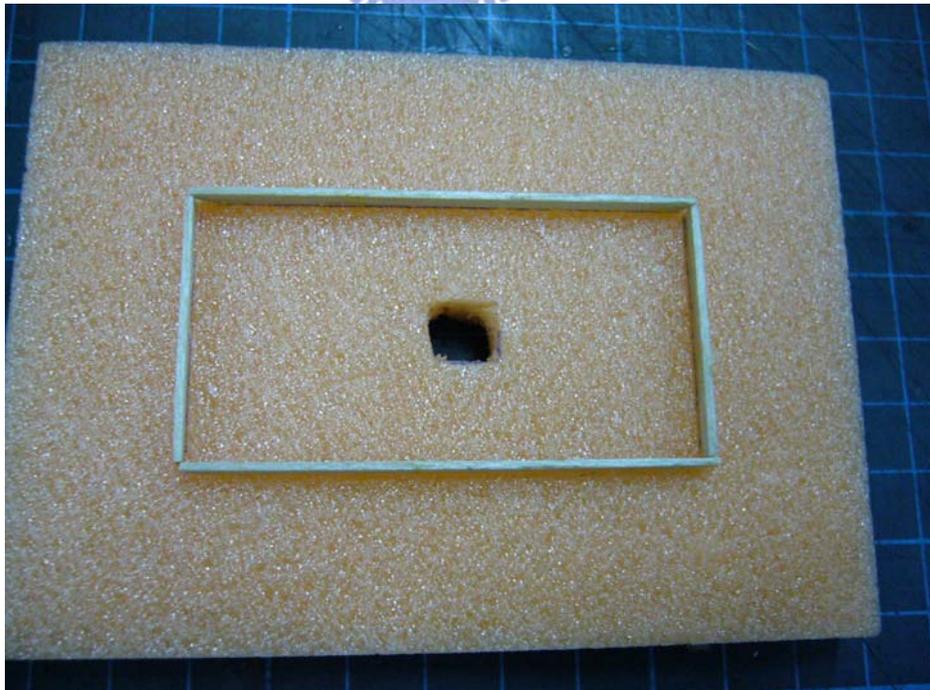


圖 5.9 平面揚聲器製作流程(1)

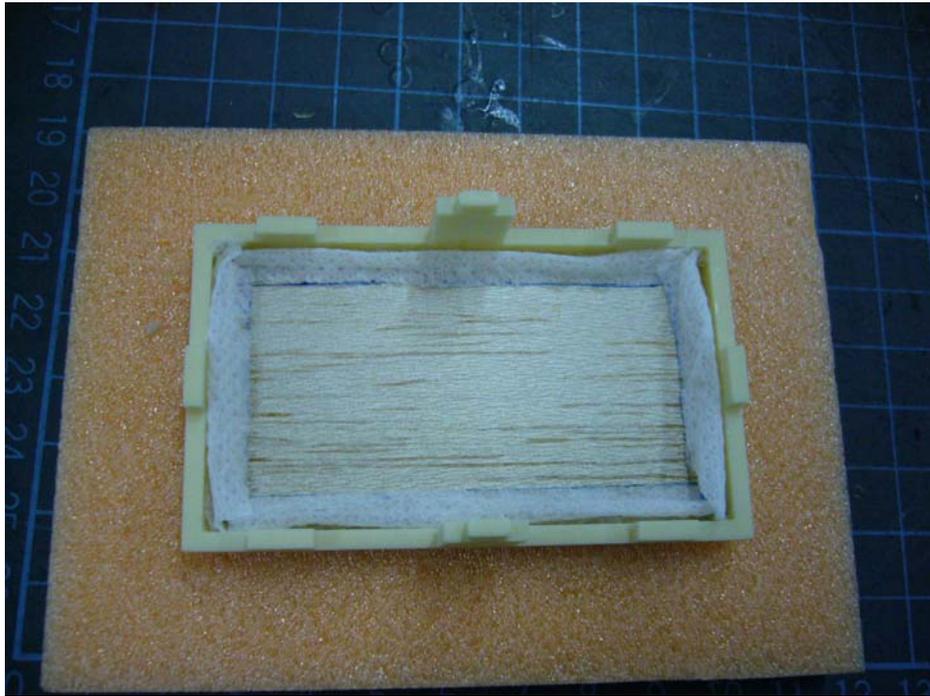


圖 5.10 平面揚聲器製作流程(2)

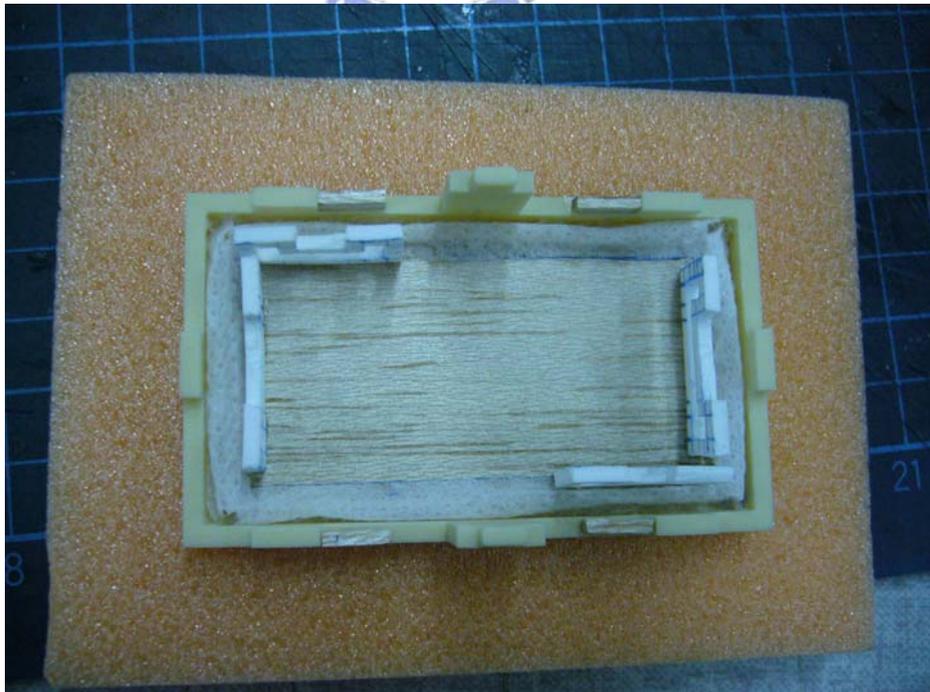


圖 5.11 平面揚聲器製作流程(3)

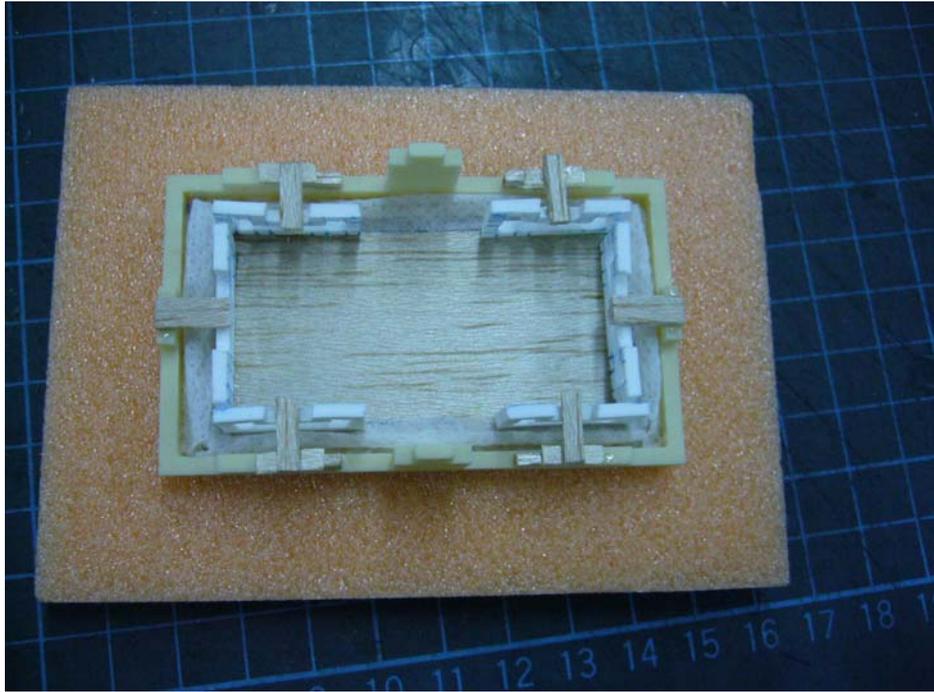


圖 5.12 平面揚聲器製作流程(4)

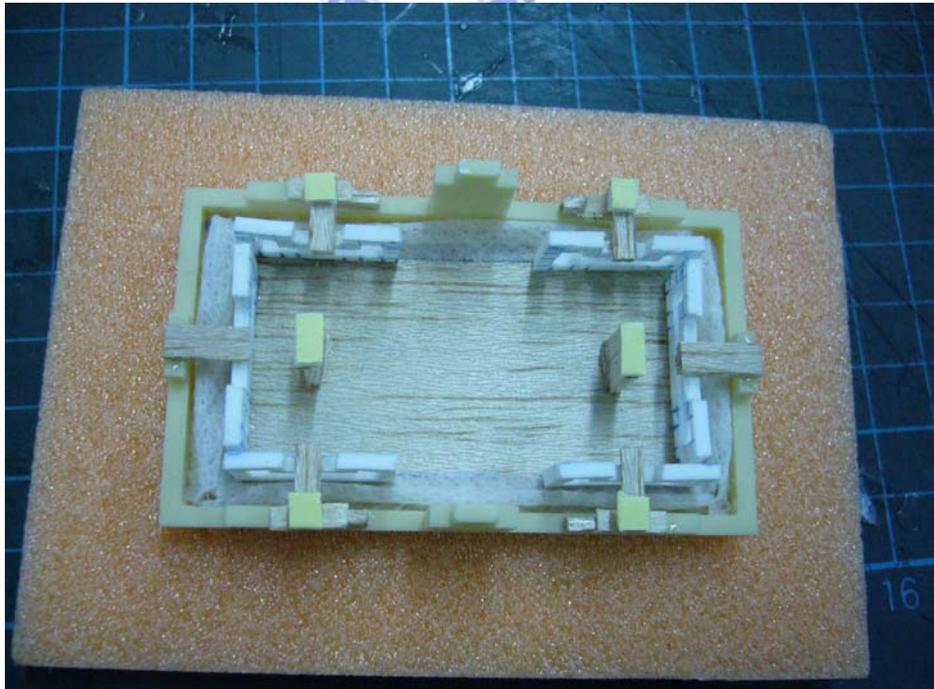


圖 5.13 平面揚聲器製作流程(5)

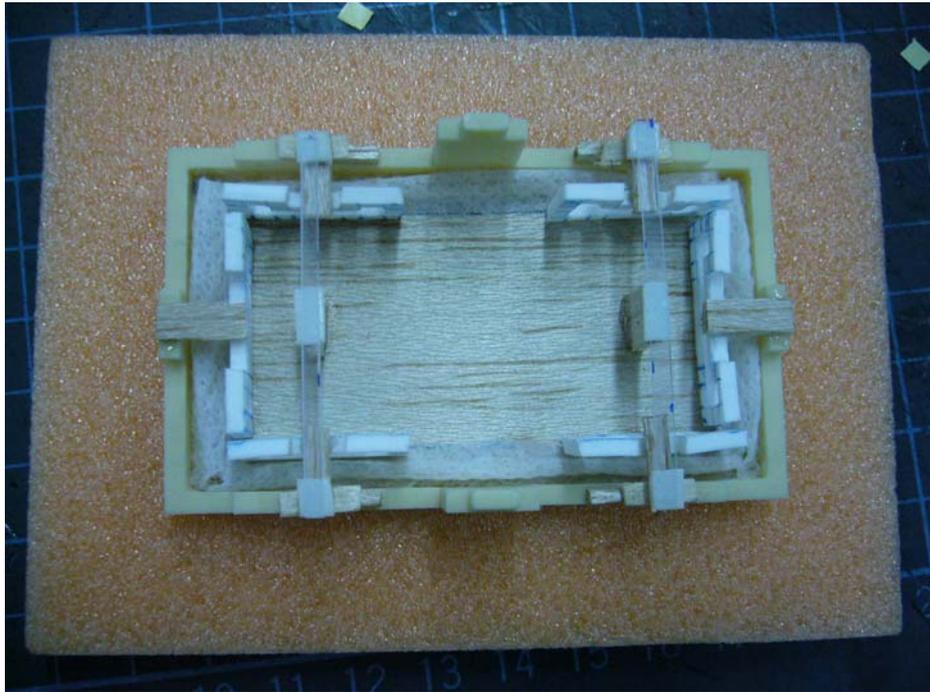


圖 5.14 平面揚聲器製作流程(6)

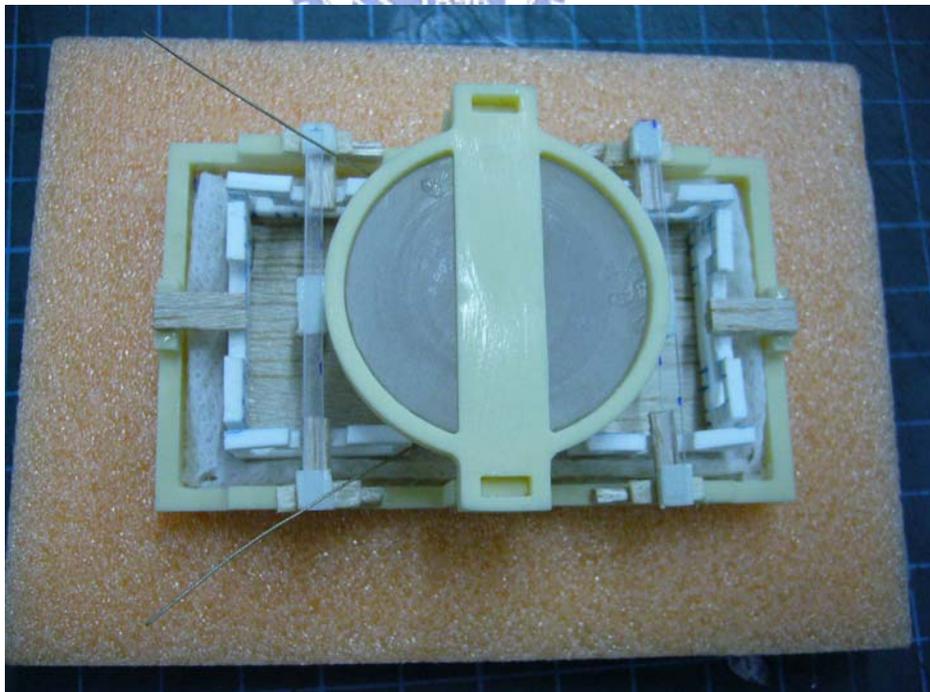


圖 5.15 平面揚聲器製作流程(7)

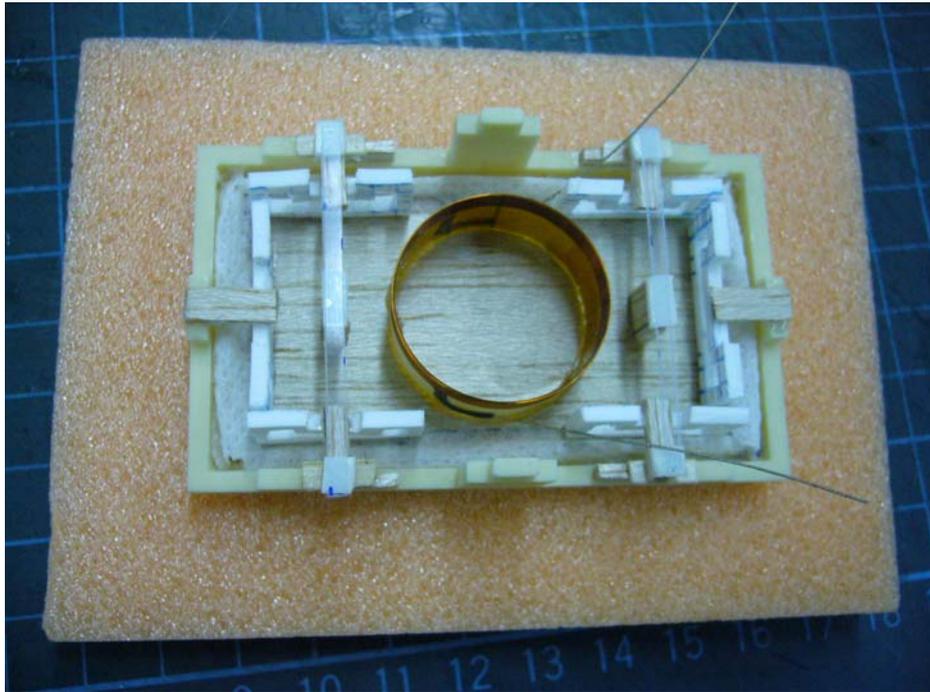


圖 5.16 平面揚聲器製作流程(8)



圖 5.17 平面揚聲器製作流程(9)

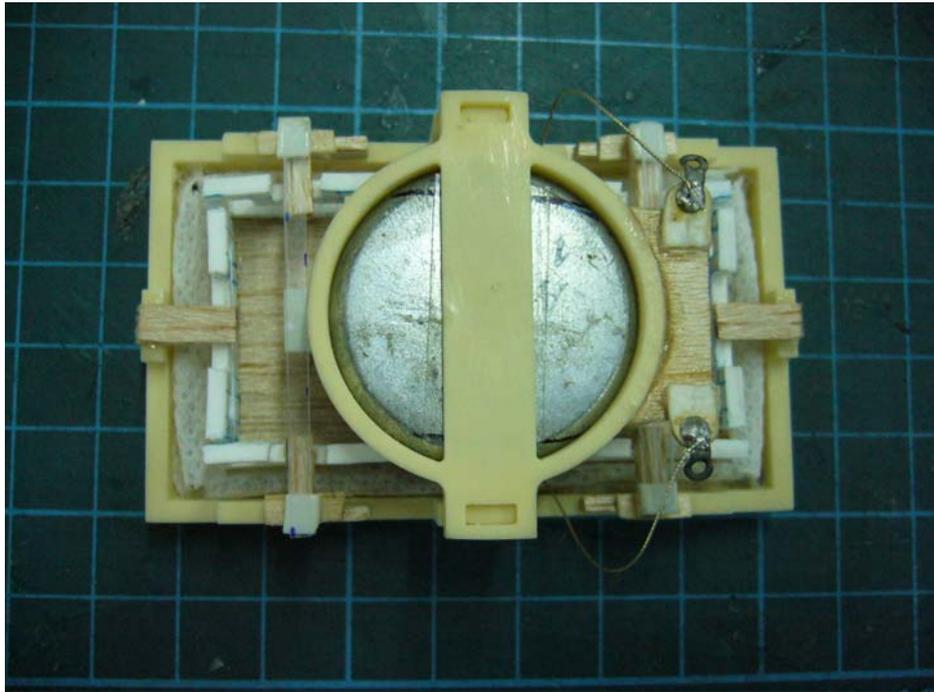


圖 5.18 平面揚聲器製作流程(10)

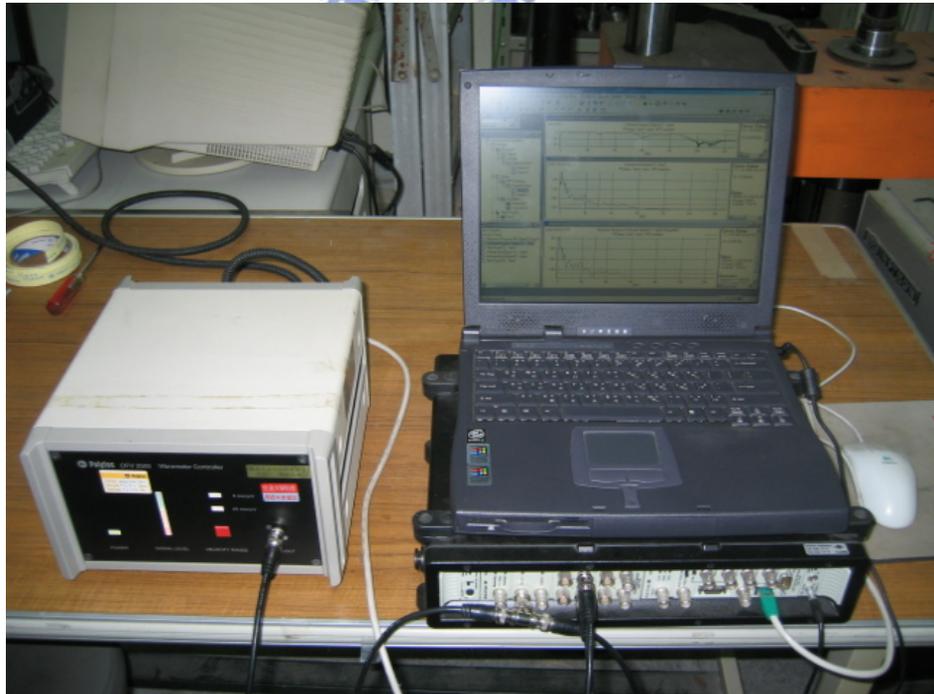


圖 5.19 B&K Pulse 頻譜分析儀



圖 5.20 MLSSA 聲壓頻譜儀

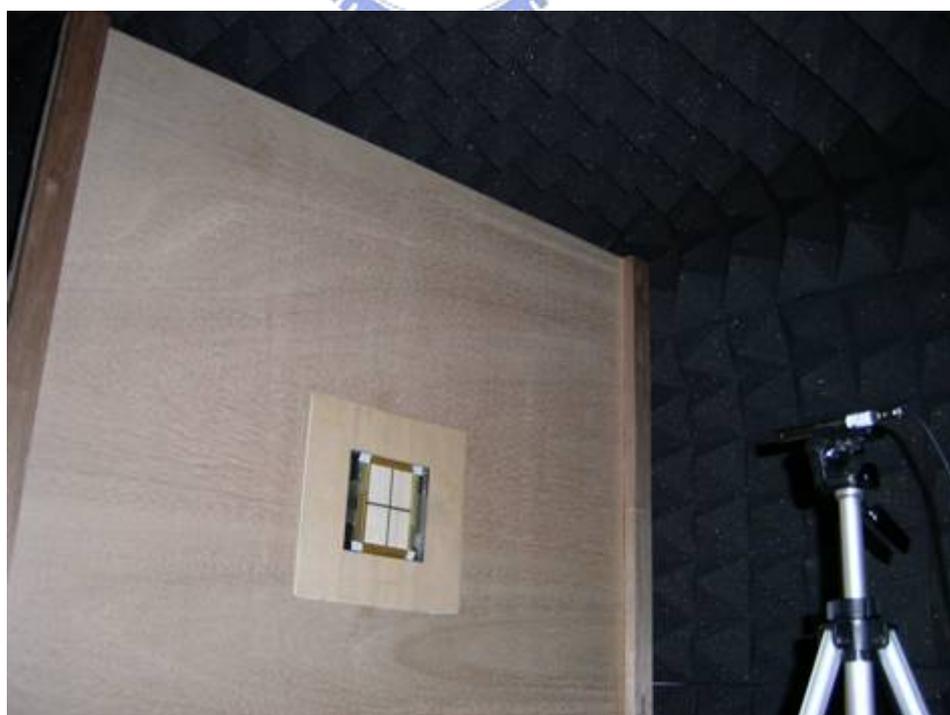


圖 5.21 聲壓實驗架設

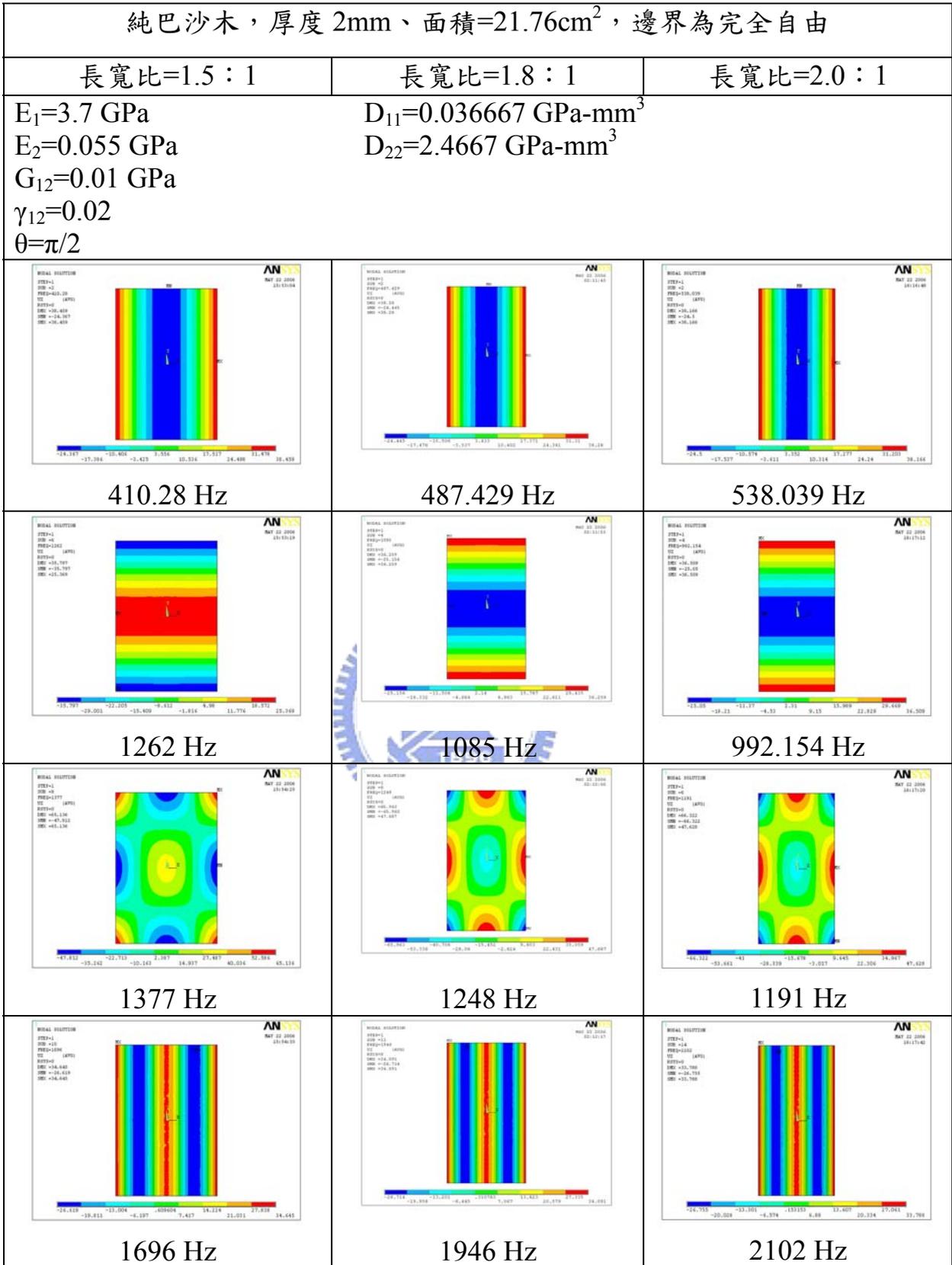


圖 6.1 不同長寬比純巴沙木板在自由邊界下的模態圖(1)

純巴沙木，厚度 2mm、面積=21.76cm²，懸邊 K=500N/m，支承 K=500N/m

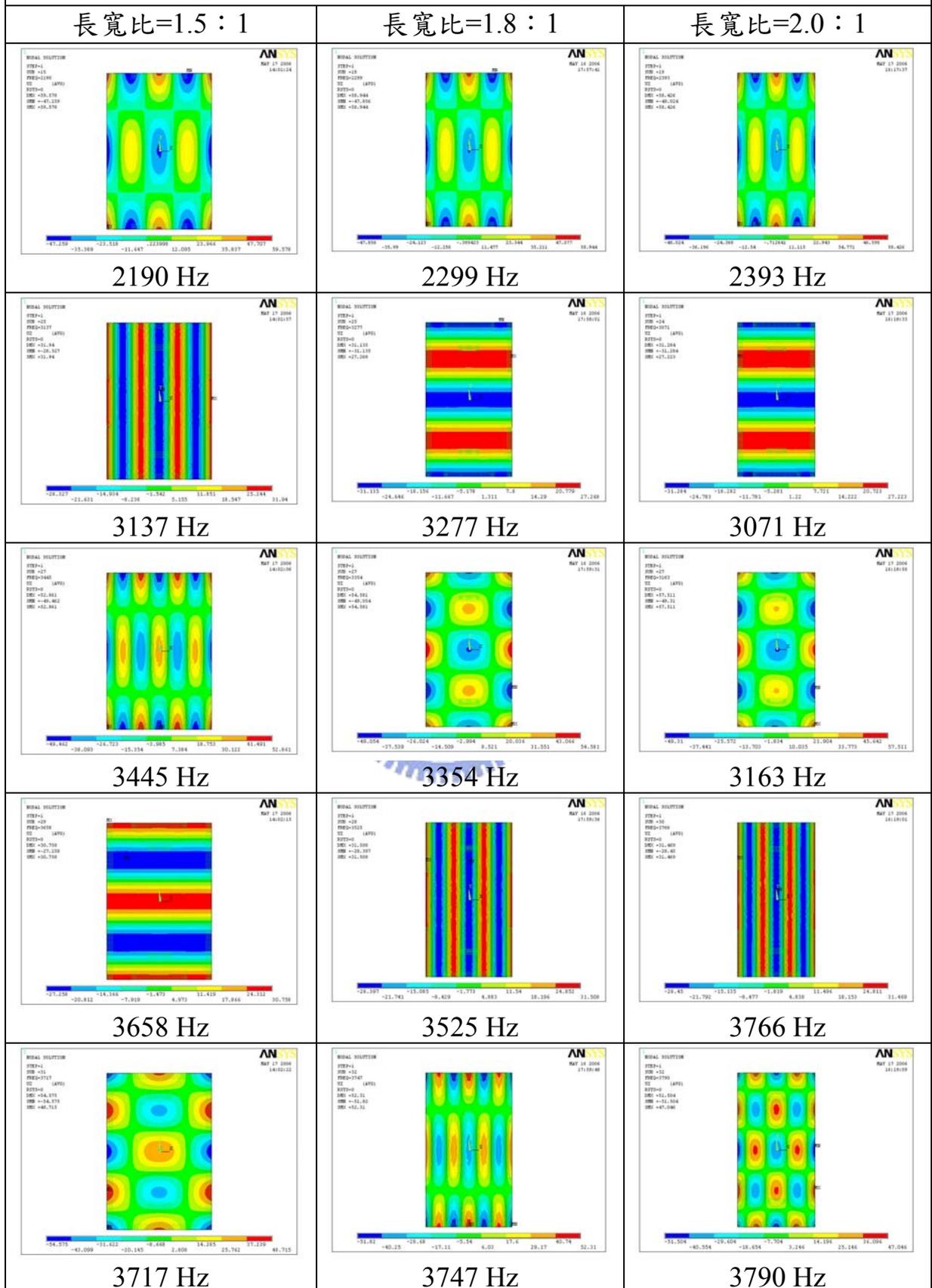


圖 6.2 不同長寬比純巴沙木板在自由邊界下的模態圖(2)

純巴沙木，厚度 2mm、面積=21.76cm²，邊界為完全自由

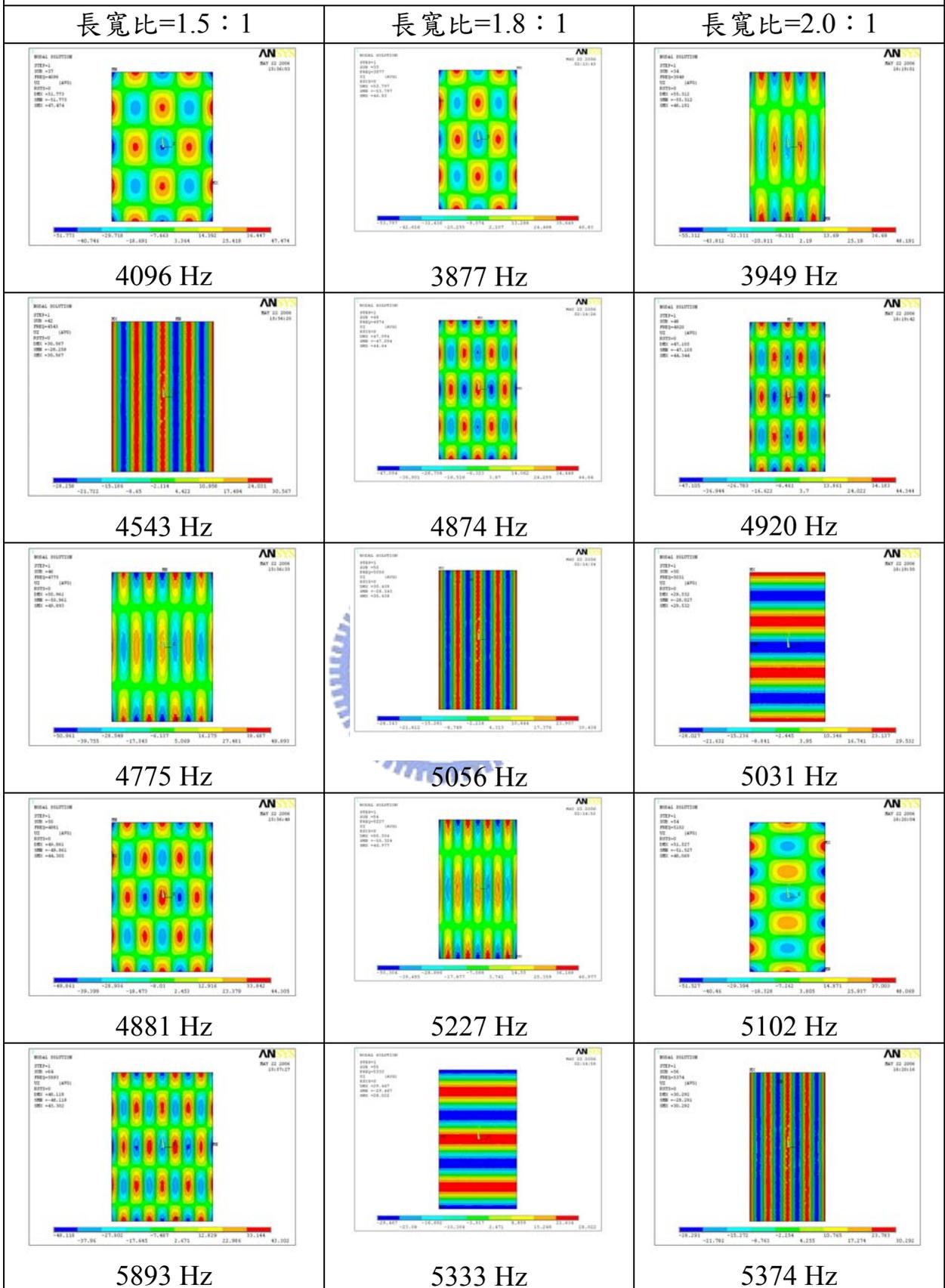


圖 6.3 不同長寬比純巴沙木板在自由邊界下的模態圖(3)

純巴沙木，厚度 2mm、面積=21.76cm²，懸邊 K=500N/m，支承 K=500N/m

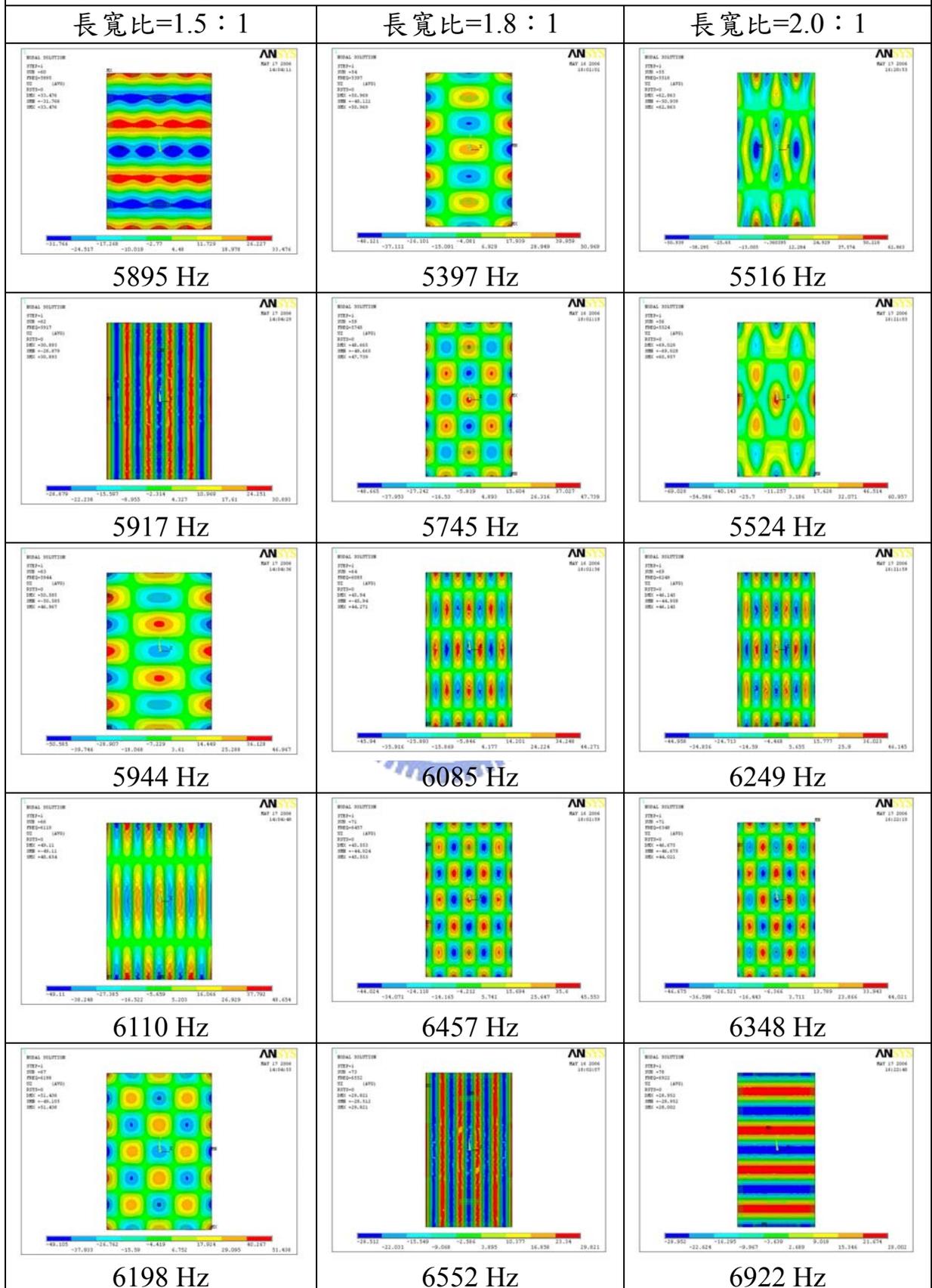


圖 6.4 不同長寬比純巴沙木板在自由邊界下的模態圖(4)

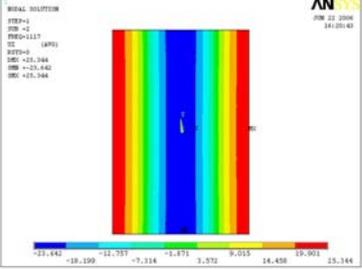
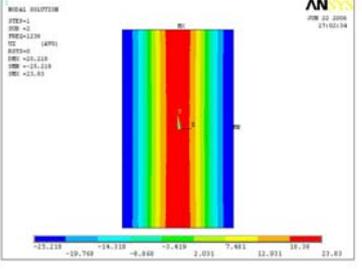
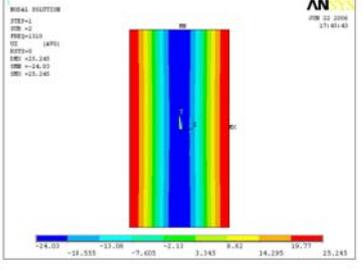
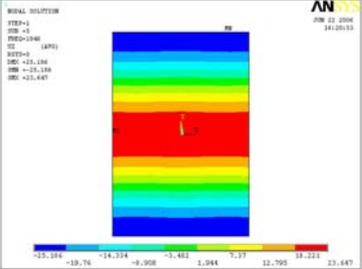
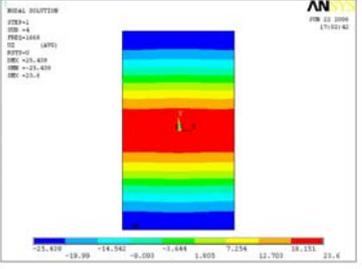
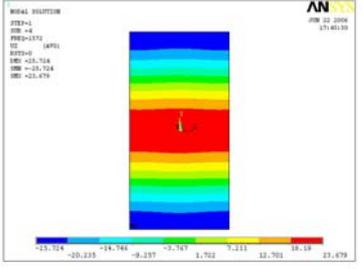
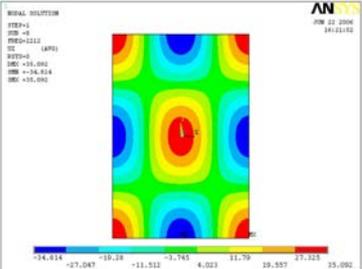
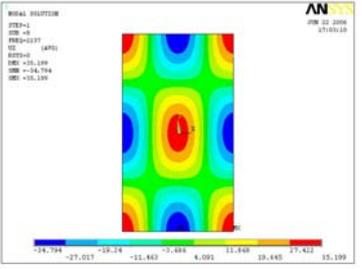
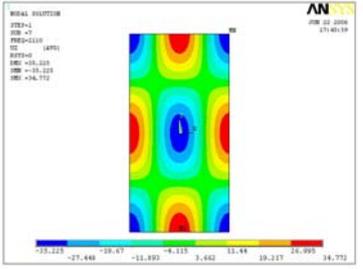
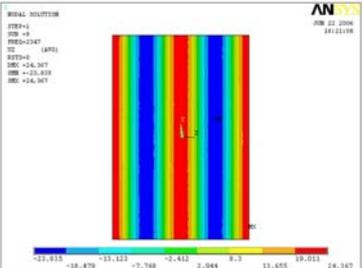
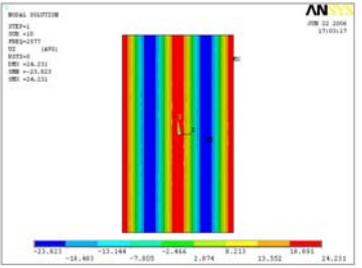
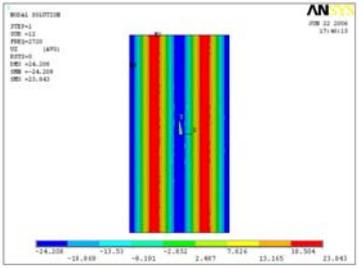
碳纖三明治，心層為 2mm 巴沙木、面積=21.76cm ² ，邊界為完全自由		
長寬比=1.5 : 1	長寬比=1.8 : 1	長寬比=2.0 : 1
心層—巴沙木 $E_1=3.7$ GPa $E_2=0.055$ GPa $G_{12}=0.01$ GPa $\gamma_{12}=0.02$ $\theta=\pi/2$	面層—碳纖 $E_1=147.503$ GPa $E_2=9.223$ GPa $G_{12}=6.8355$ GPa $\gamma_{12}=0.306$ $\theta=\pi/2$	$D_{11}=2.65739$ GPa-mm ³ $D_{22}=44.3798$ GPa-mm ³
 <p>117 Hz</p>	 <p>1236 Hz</p>	 <p>1310 Hz</p>
 <p>1846 Hz</p>	 <p>1668 Hz</p>	 <p>1572 Hz</p>
 <p>2212 Hz</p>	 <p>2137 Hz</p>	 <p>2110 Hz</p>
 <p>2347 Hz</p>	 <p>2577 Hz</p>	 <p>2720 Hz</p>

圖 6.5 不同長寬比碳纖三明治板在自由邊界下的模態圖(1)

碳纖三明治，心層為 2mm 巴沙木、面積=21.76cm²，邊界為完全自由

長寬比=1.5 : 1

長寬比=1.8 : 1

長寬比=2.0 : 1

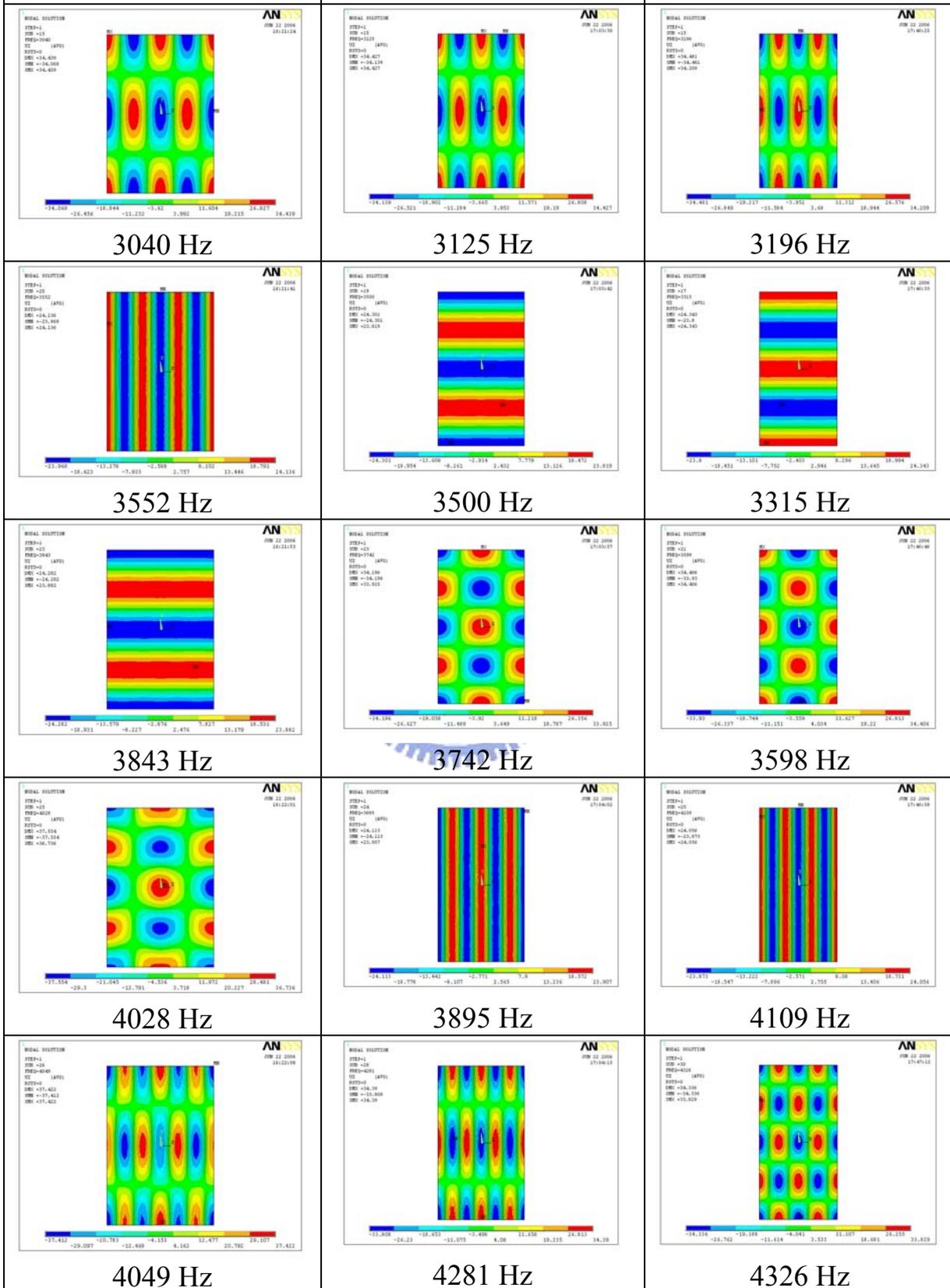


圖 6.6 不同長寬比碳纖三明治板在自由邊界下的模態圖(2)

碳纖三明治，心層為 2mm 巴沙木、面積=21.76cm²，邊界為完全自由

長寬比=1.5 : 1

長寬比=1.8 : 1

長寬比=2.0 : 1

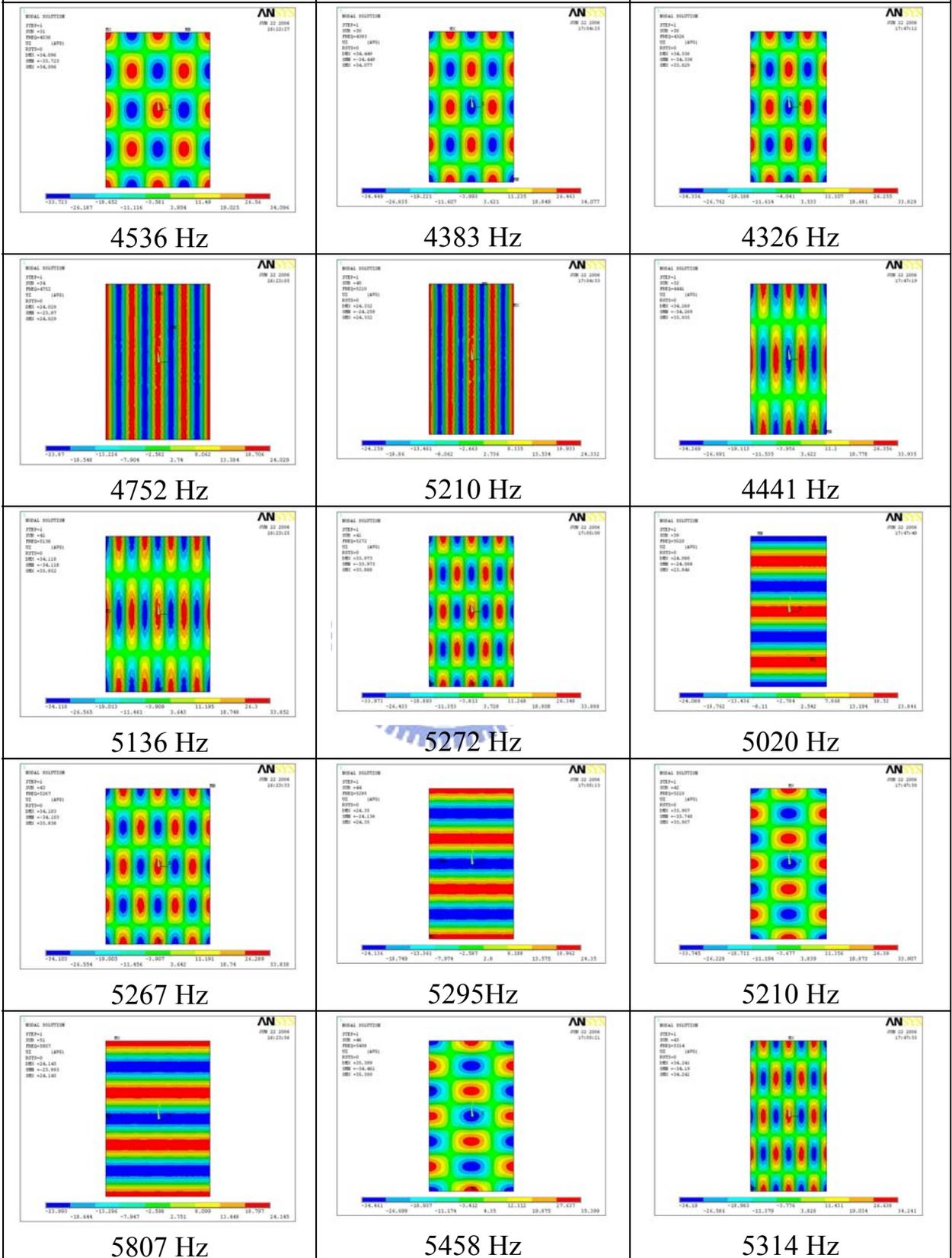


圖 6.7 不同長寬比碳纖三明治板在自由邊界下的模態圖(3)

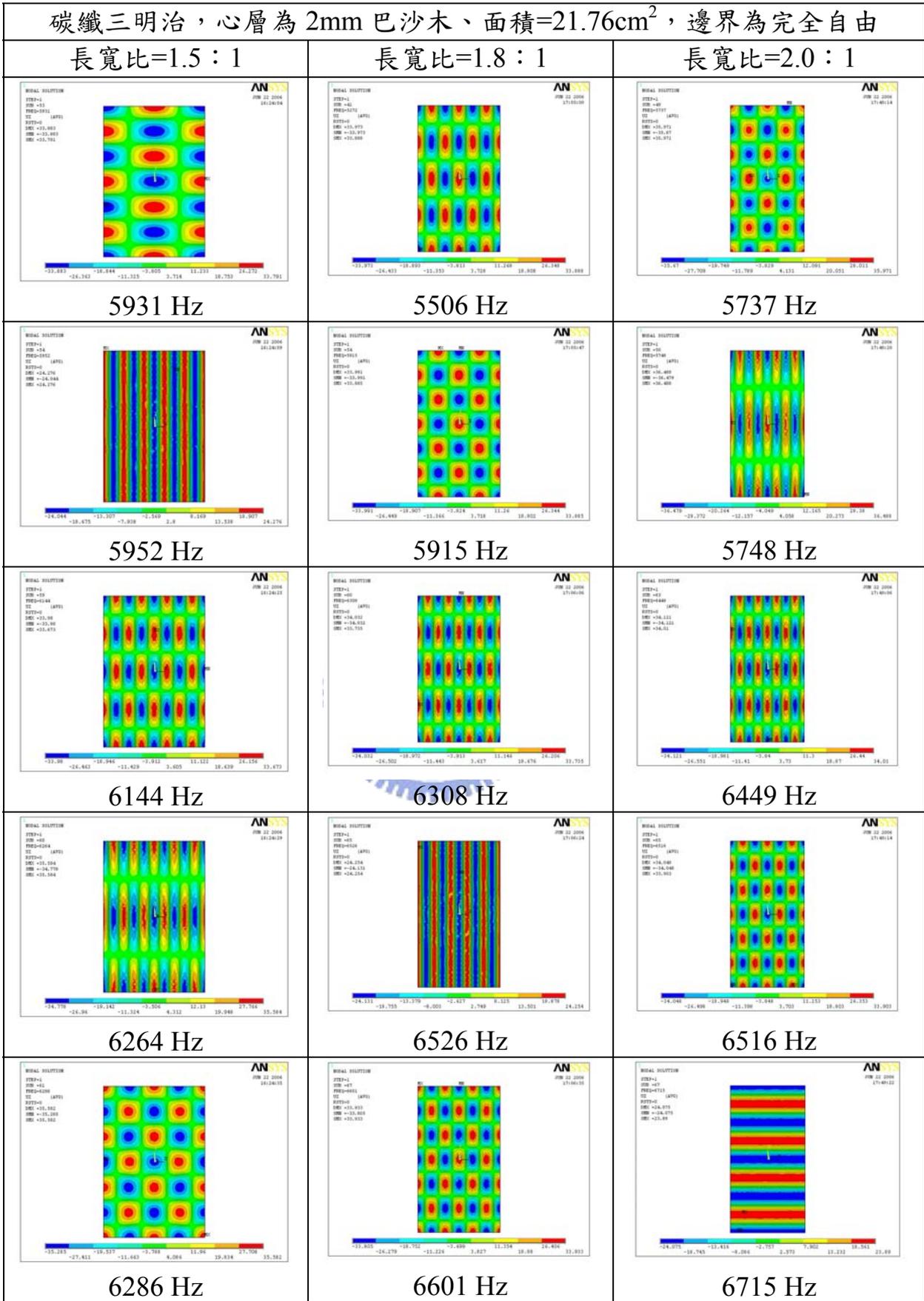


圖 6.8 不同長寬比碳纖三明治板在自由邊界下的模態圖(4)



圖 6.9 平面揚聲器實體圖(系統 B)

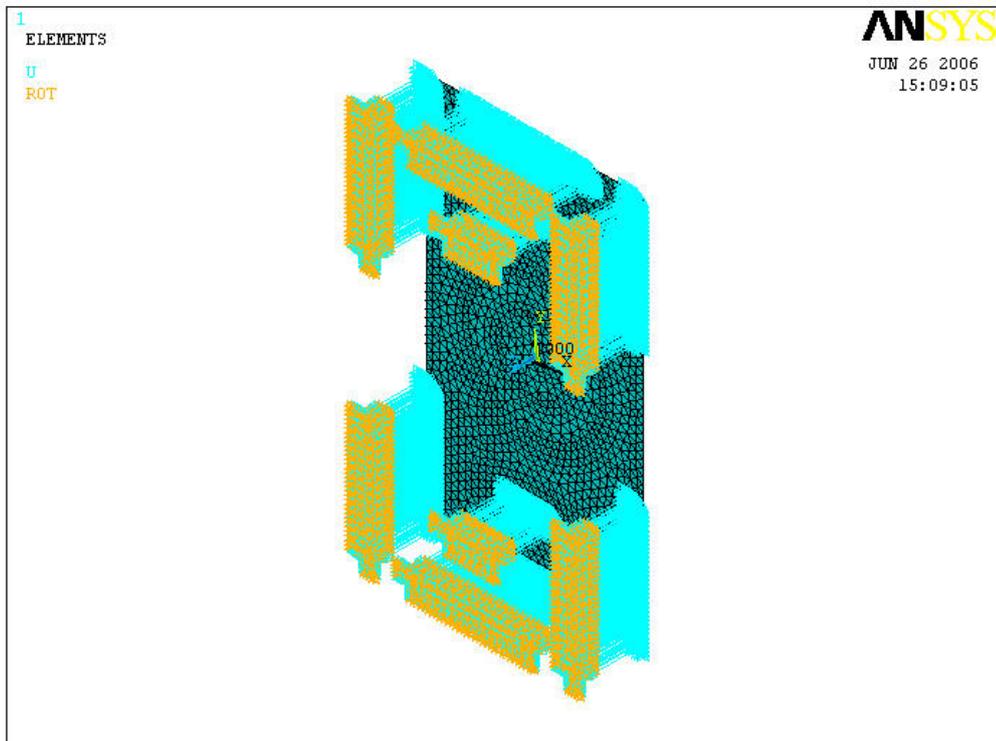


圖 6.10 邊界有彈簧的 ANSYS 模型圖

純巴沙木，厚度 2mm、面積=21.76cm²，懸邊 K=500N/m，支承 K=500N/m

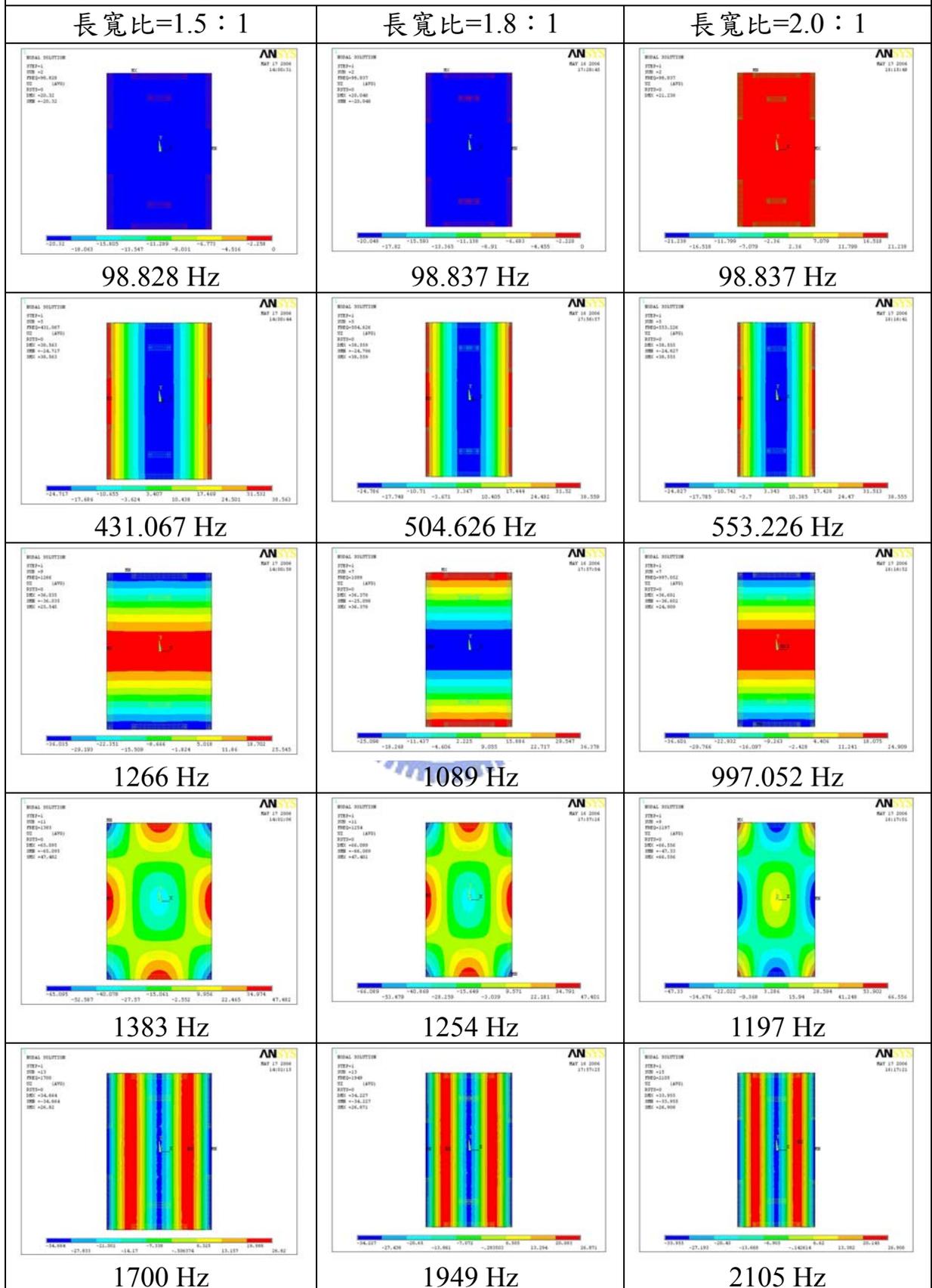


圖 6.11 不同長寬比純巴沙木板在邊界有彈簧之下的模態圖(1)

純巴沙木，厚度 2mm、面積=21.76cm²，懸邊 K=500N/m，支承 K=500N/m

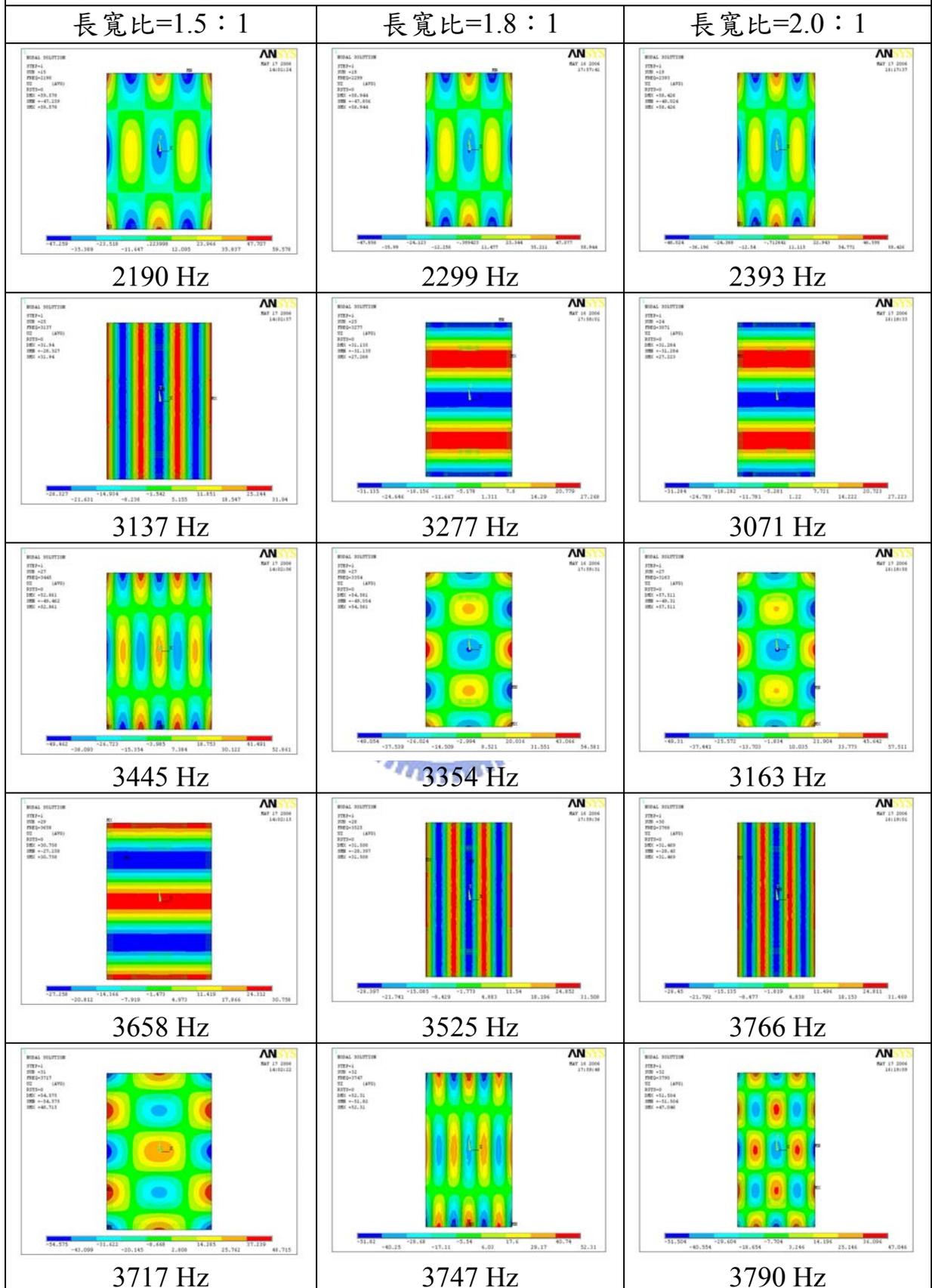


圖 6.12 不同長寬比純巴沙木板在邊界有彈簧之下的模態圖(2)

純巴沙木，厚度 2mm、面積=21.76cm²，懸邊 K=500N/m，支承 K=500N/m

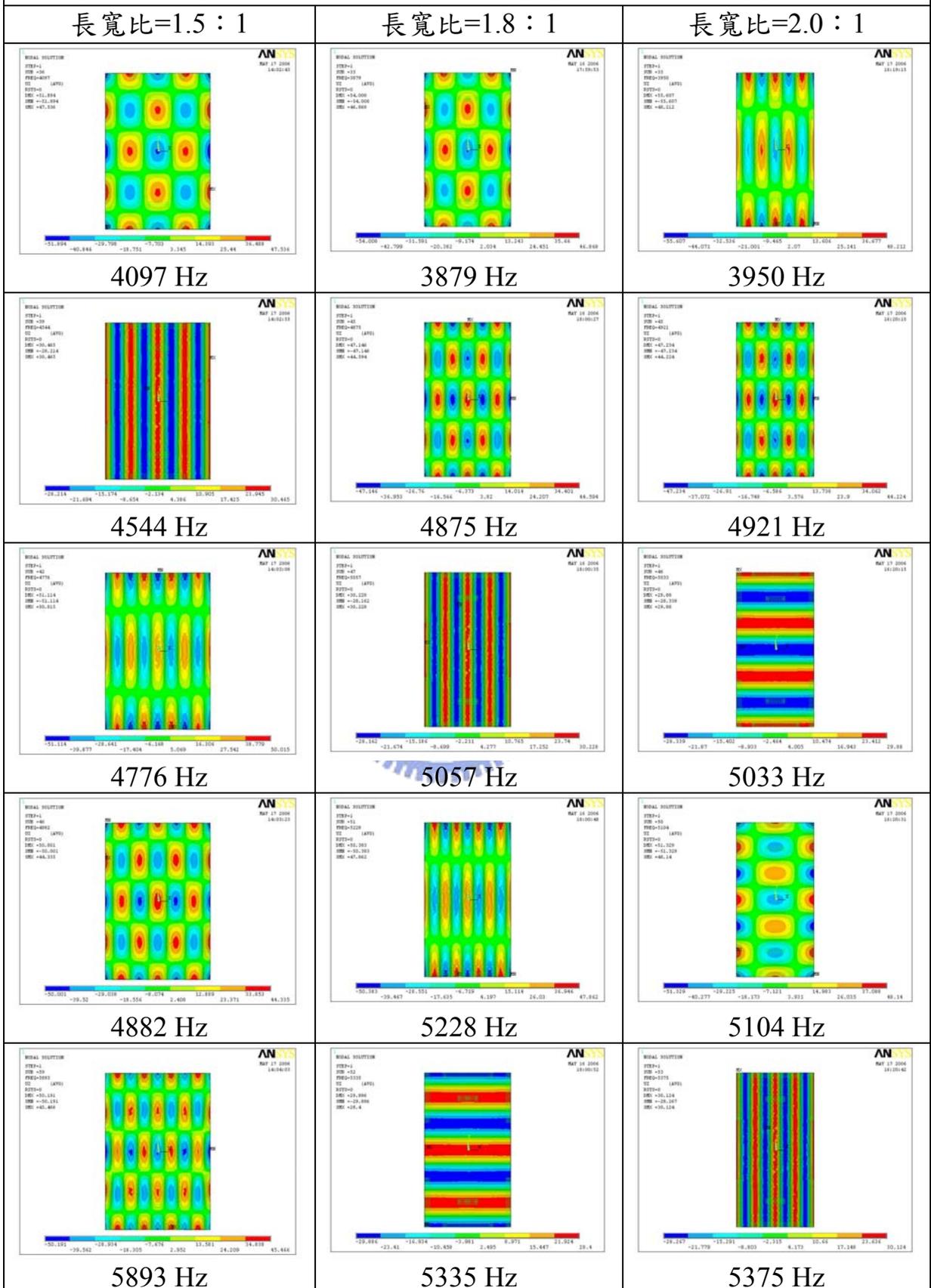


圖 6.13 不同長寬比純巴沙木板在邊界有彈簧之下的模態圖(3)

純巴沙木，厚度 2mm、面積=21.76cm²，懸邊 K=500N/m，支承 K=500N/m

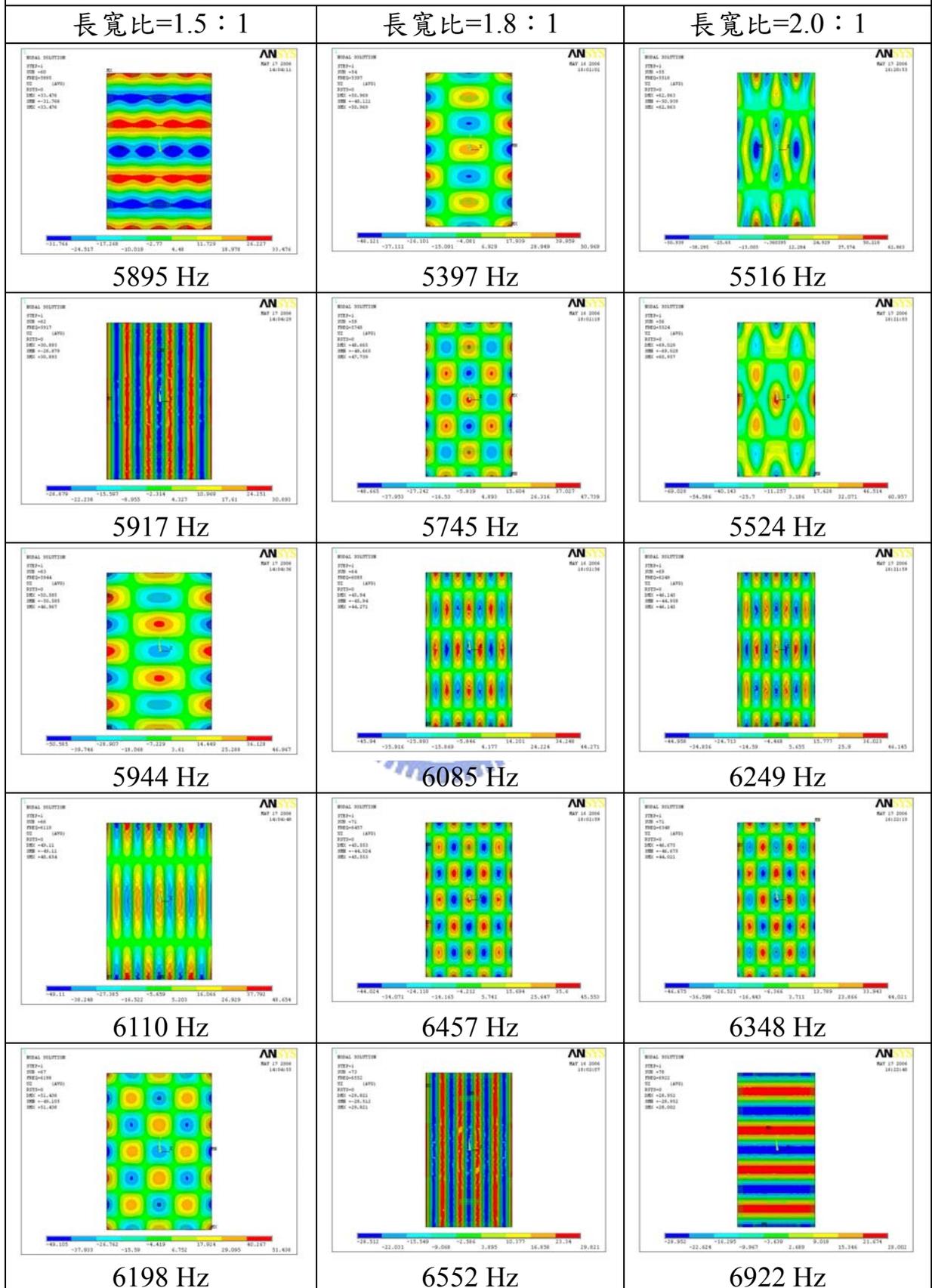


圖 6.14 不同長寬比純巴沙木板在邊界有彈簧之下的模態圖(4)

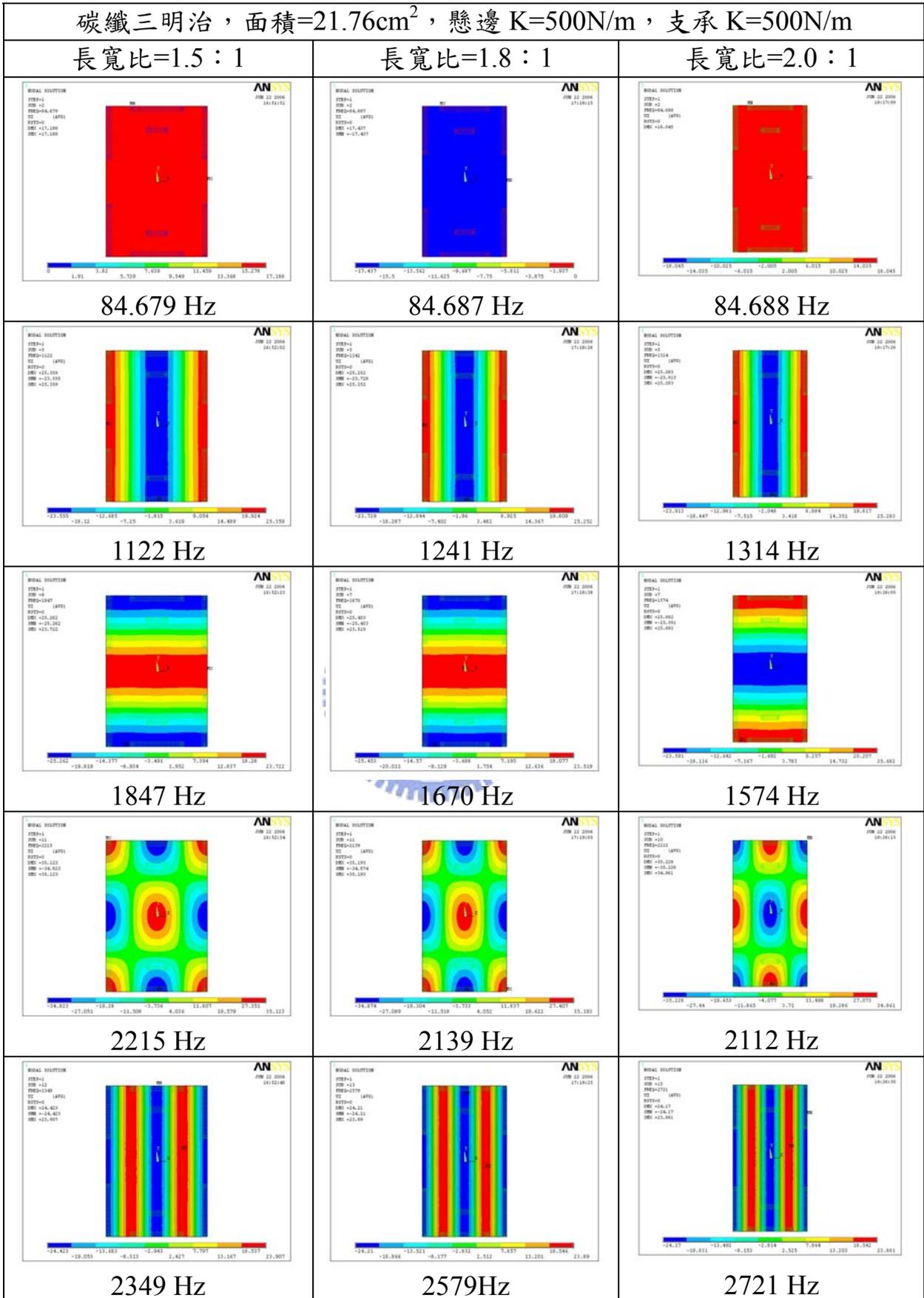


圖 6.15 長寬比碳纖三明治板在邊界有彈簧之下的模態圖(1)

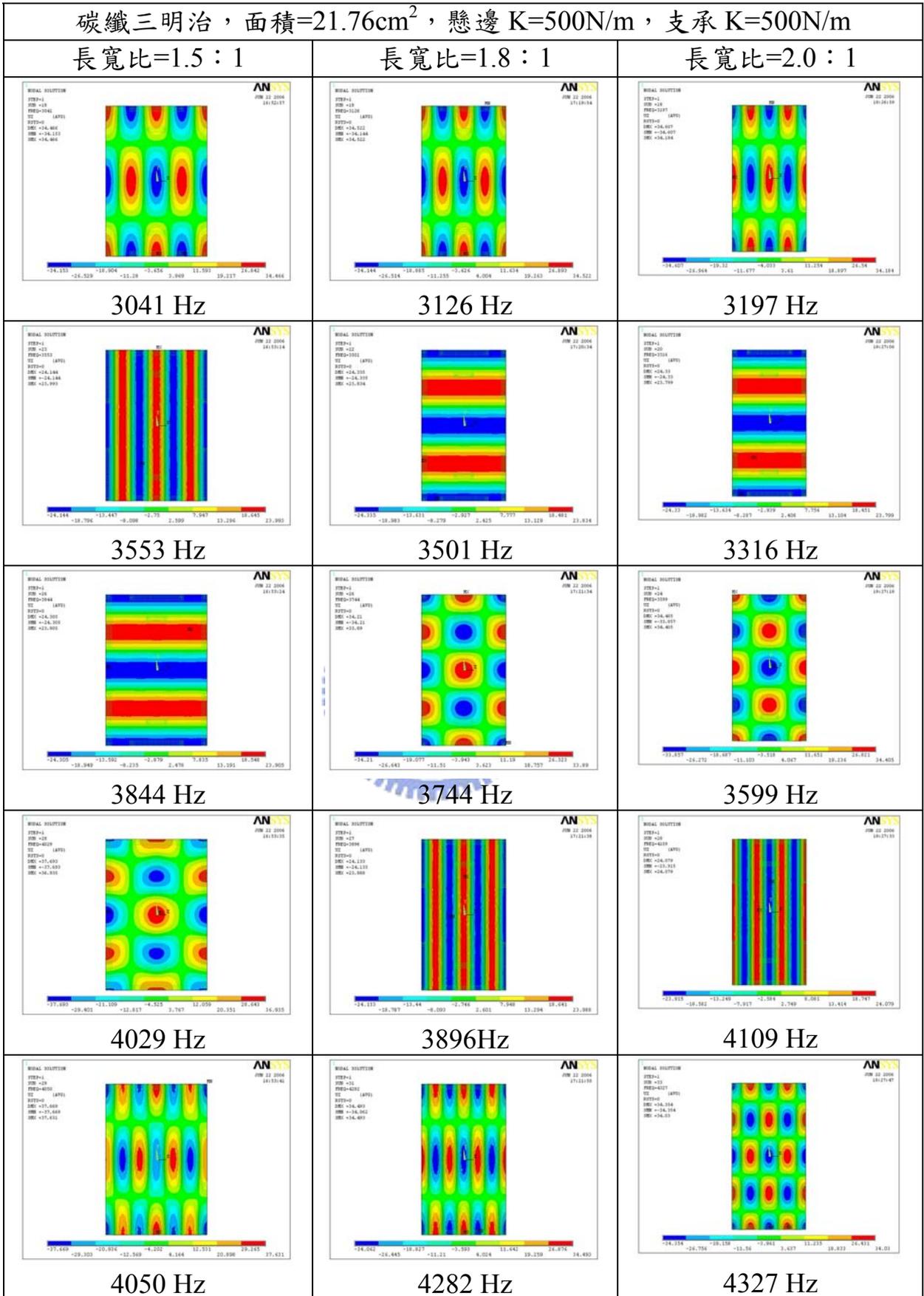


圖 6.16 不同長寬比碳纖三明治板在邊界有彈簧之下的模態圖(2)

碳纖三明治，面積=21.76cm²，懸邊 K=500N/m，支承 K=500N/m

長寬比=1.5 : 1

長寬比=1.8 : 1

長寬比=2.0 : 1

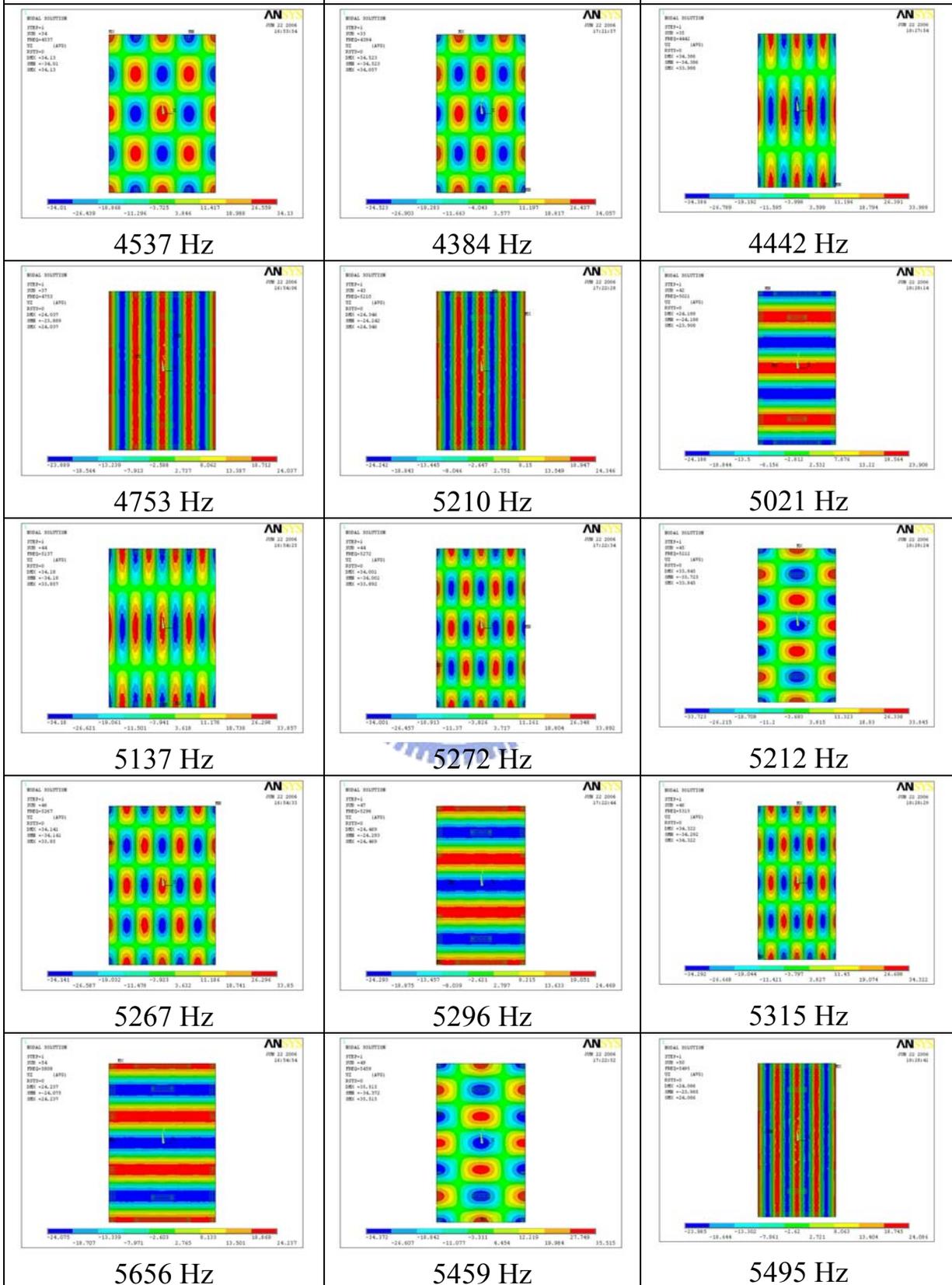


圖 6.17 不同長寬比碳纖三明治板在邊界有彈簧之下的模態圖(3)

碳纖三明治，面積=21.76cm²，懸邊 K=500N/m，支承 K=500N/m

長寬比=1.5 : 1

長寬比=1.8 : 1

長寬比=2.0 : 1

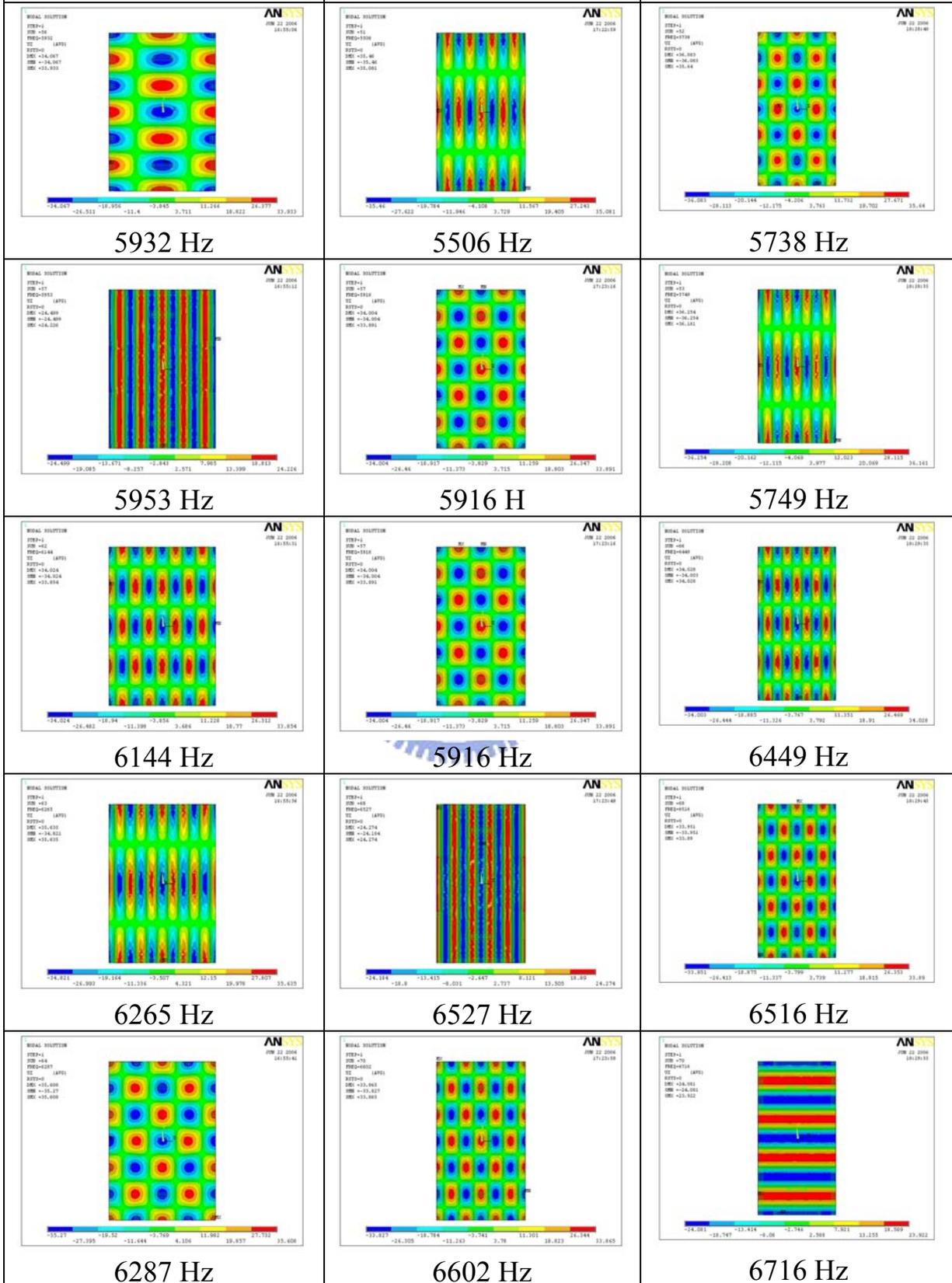


圖 6.18 不同長寬比碳纖三明治板在邊界有彈簧之下的模態圖(4)

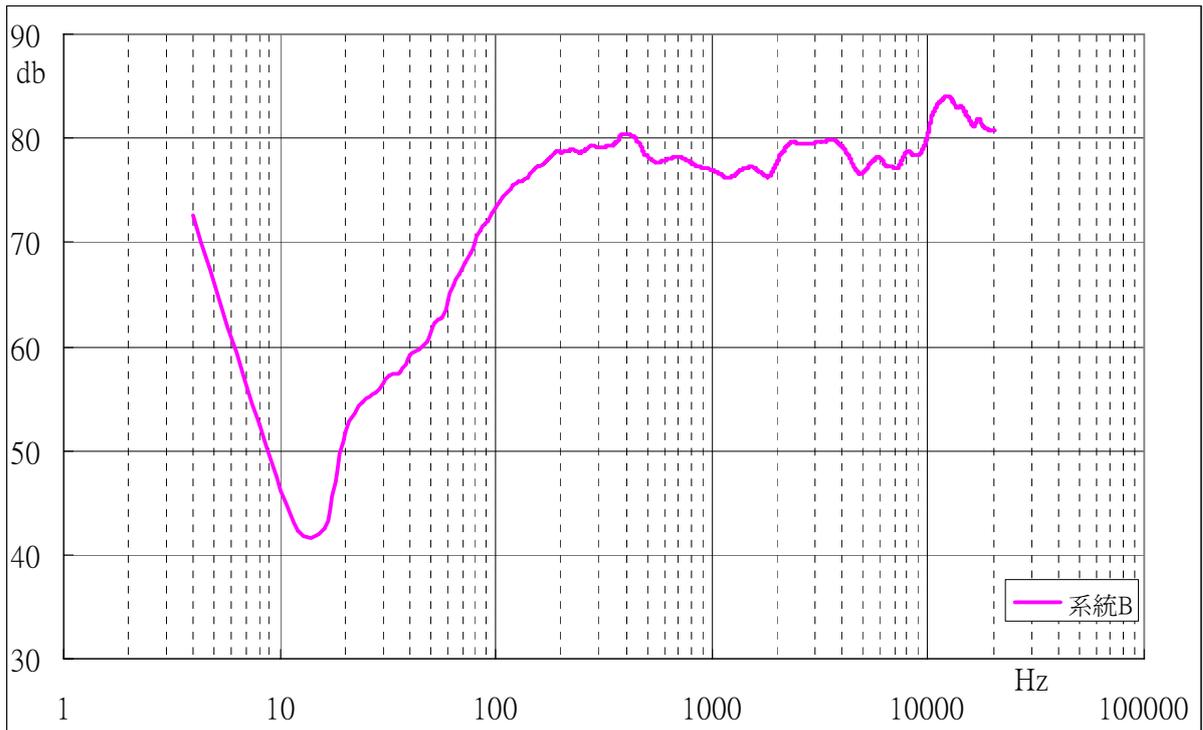


圖 6.19 系統 B 之實驗聲壓圖

MLSSA SPO 4WA #000608-4031-4036 for GESTION TAYCAN

Measured Parameters				QC Limits			
Line	Parameter	Value	Units	Nominal	Min	Max	Result
1	RMSE-free	0.54	Ohms	0.52	0.00	0.00	
2	Fs	119.35	Hz	118.30	0.00	0.00	
3	Re	8.76	Ohms[dc]	8.69	0.00	0.00	
4	Res	21.91	Ohms	22.25	0.00	0.00	
5	Qms	2.31		2.35	0.00	0.00	
6	Qes	0.93		0.92	0.00	0.00	
7	Qts	0.66		0.66	0.00	0.00	
8	L1	0.08	mH	0.07	0.00	0.00	
9	L2	0.08	mH	0.08	0.00	0.00	
10	R2	6.28	Ohms	6.47	0.00	0.00	
11	RMSE-load	0.47	Ohms	0.51	0.00	0.00	
12	Uas(Sd)	0.42	liters	0.46	0.00	0.00	
13	Mms	2.83	grams	2.63	0.00	0.00	
14	Cms	629	$\mu\text{M}/\text{Newton}$	687.66	0.00	0.00	
15	B1	4.48	Tesla-M	4.31	0.00	0.00	
16	SPLref(Sd)	80.7	dB[Re]	81.00	0.00	0.00	
17	Rub-index	0.00		0.00	0.00	0.00	

Method: Mass-loaded (1.400 grams) Area (Sd): 21.76 sq cm
DCR mode: Measure (-0.85 ohms) QC file: CLOSED

.....

Analysis successful. Shift in Fs = -20.6% (-20% to -50% is recommended).
LIB PARAMETERS: Go Calc Method DCR-mode Area Synth QC Export Z-ref Print dUmp
F1 for Help or ESC to exit MLSSA: Parameters

圖 6.20 系統 B 之測量參數圖

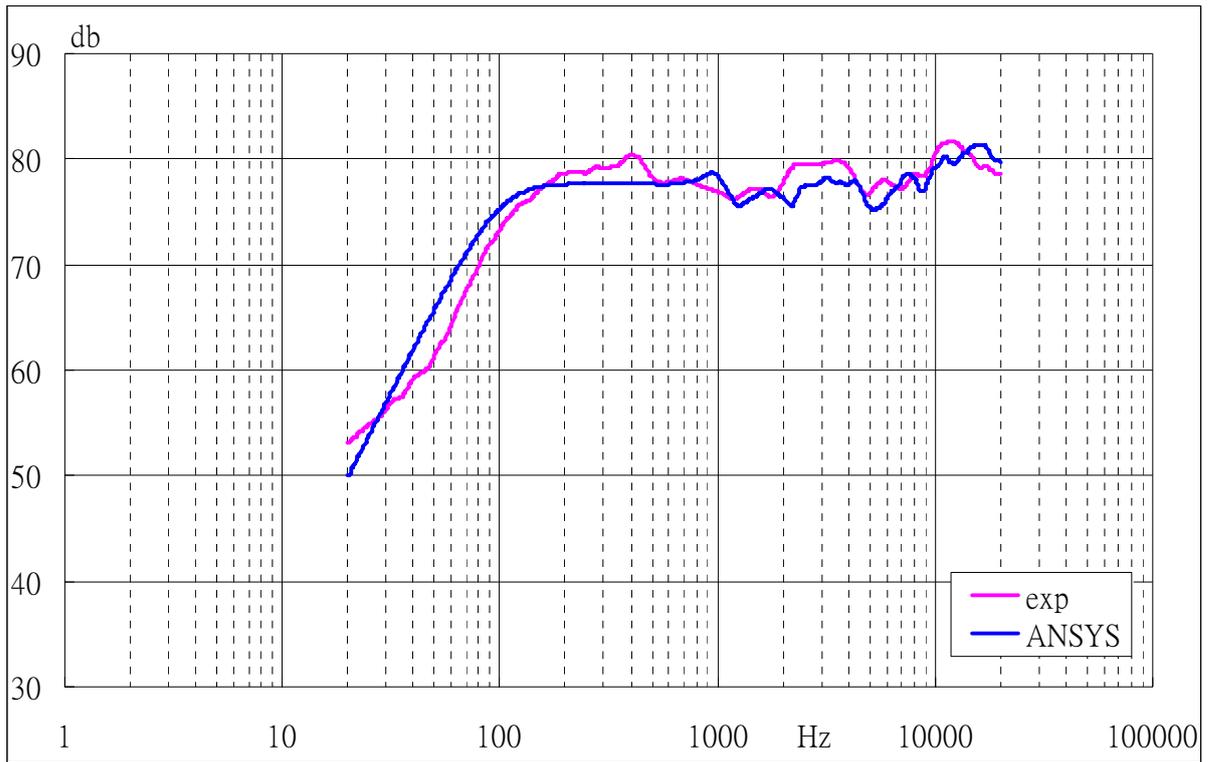


圖 6.21 系統 B 之實驗聲壓與分析聲壓

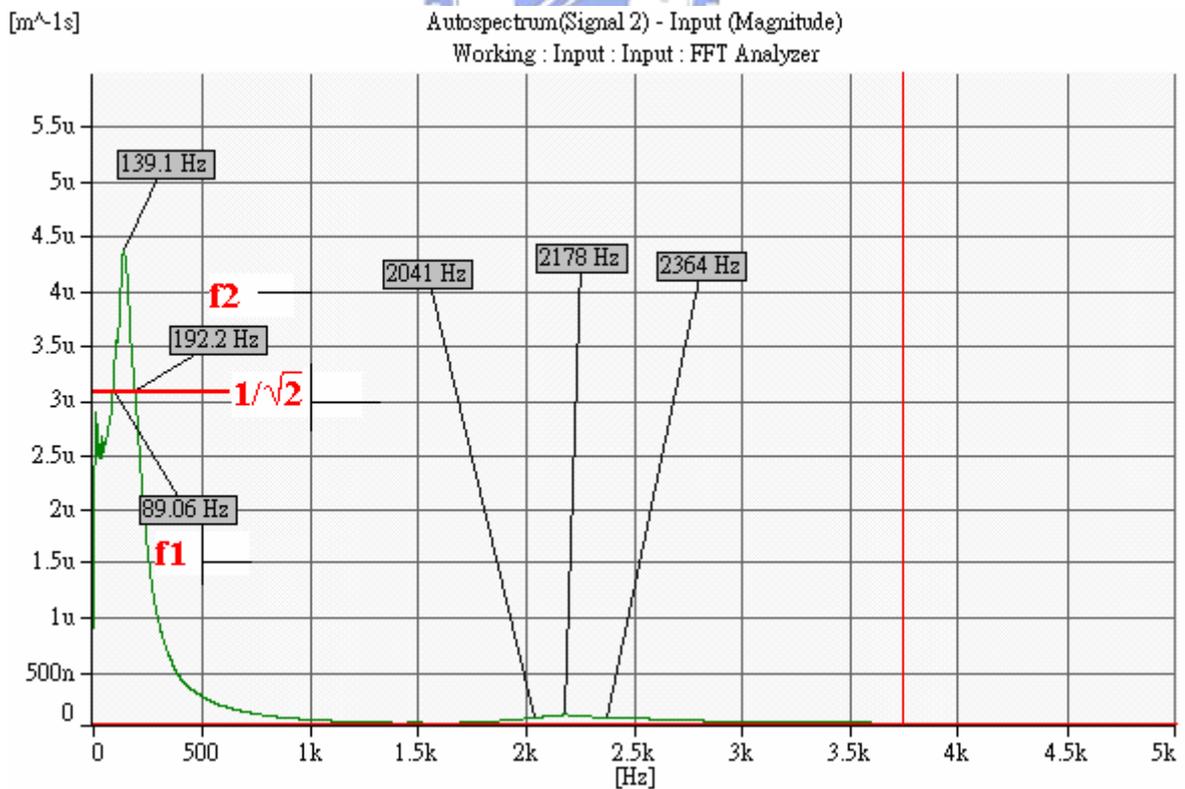


圖 6.22 雷射測位儀之頻率-響應圖

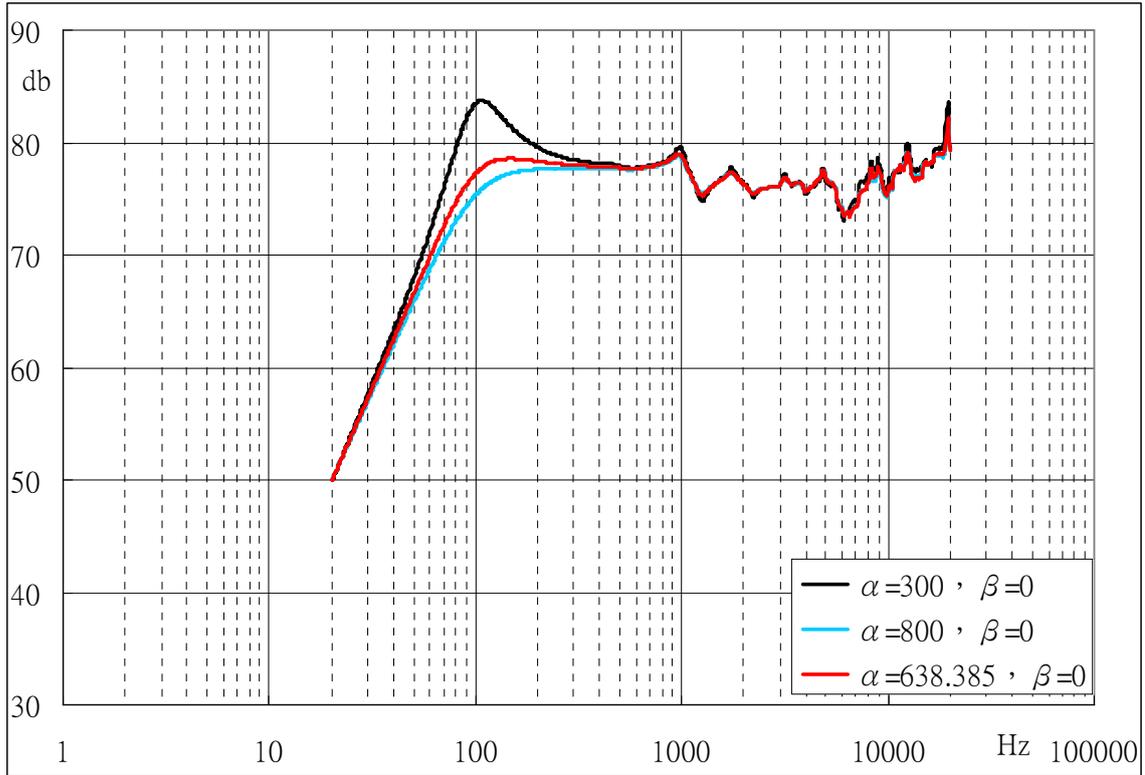


圖 6.23 不同 α -damping 下的分析聲壓圖

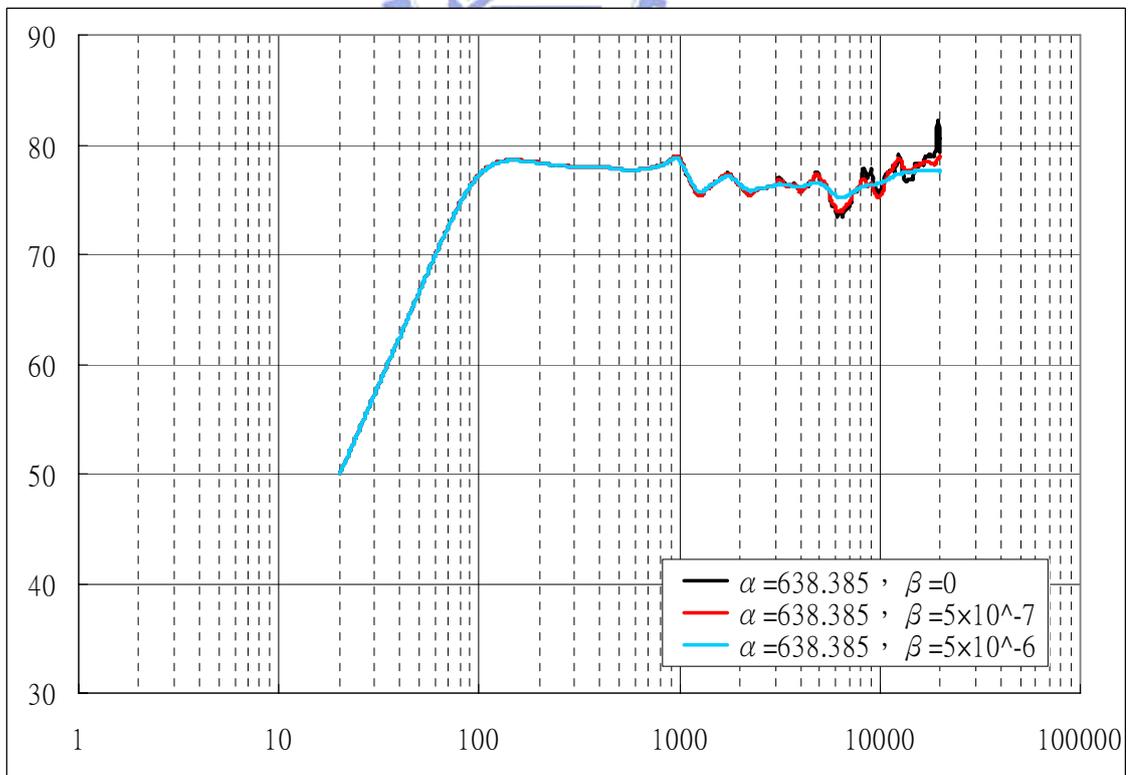


圖 6.24 不同 β -damping 下的分析聲壓圖

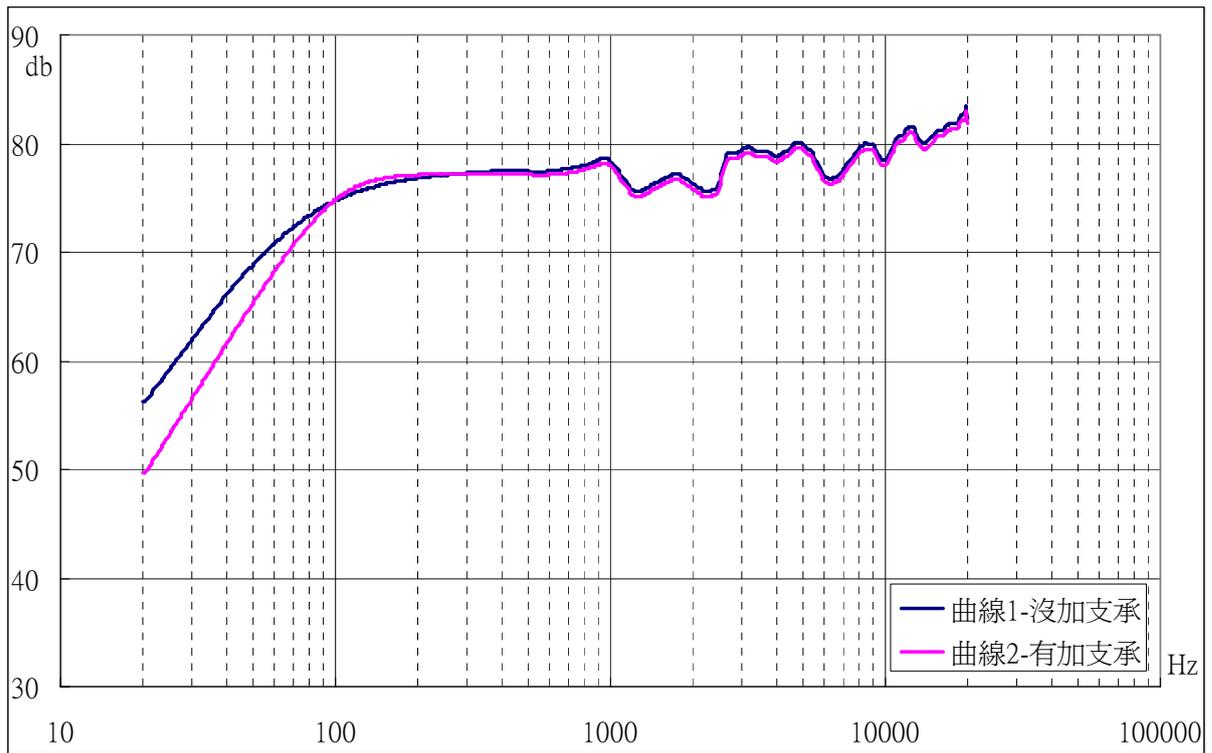


圖 6.25 懸邊 $K=500\text{N/m}$ ，沒加支承與有加支承之分析聲壓圖

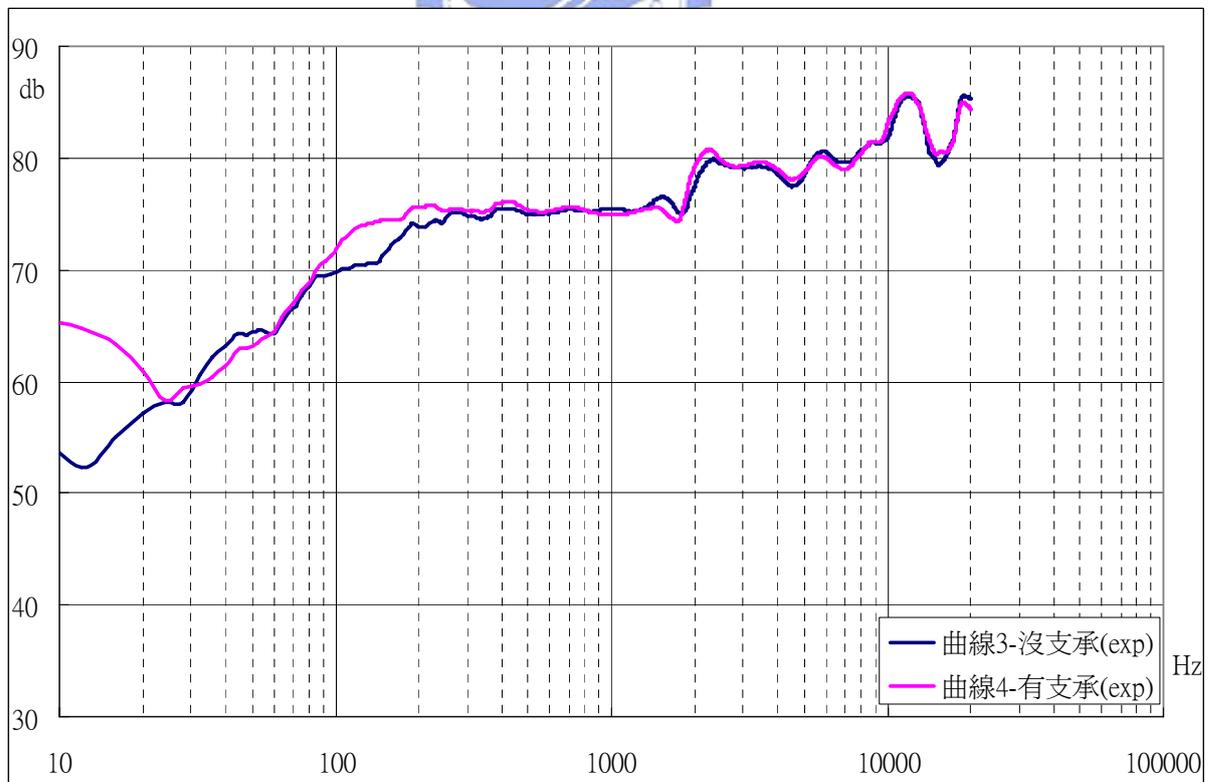


圖 6.26 懸邊 $K=500\text{N/m}$ ，沒加支與有加支承之實驗聲壓圖

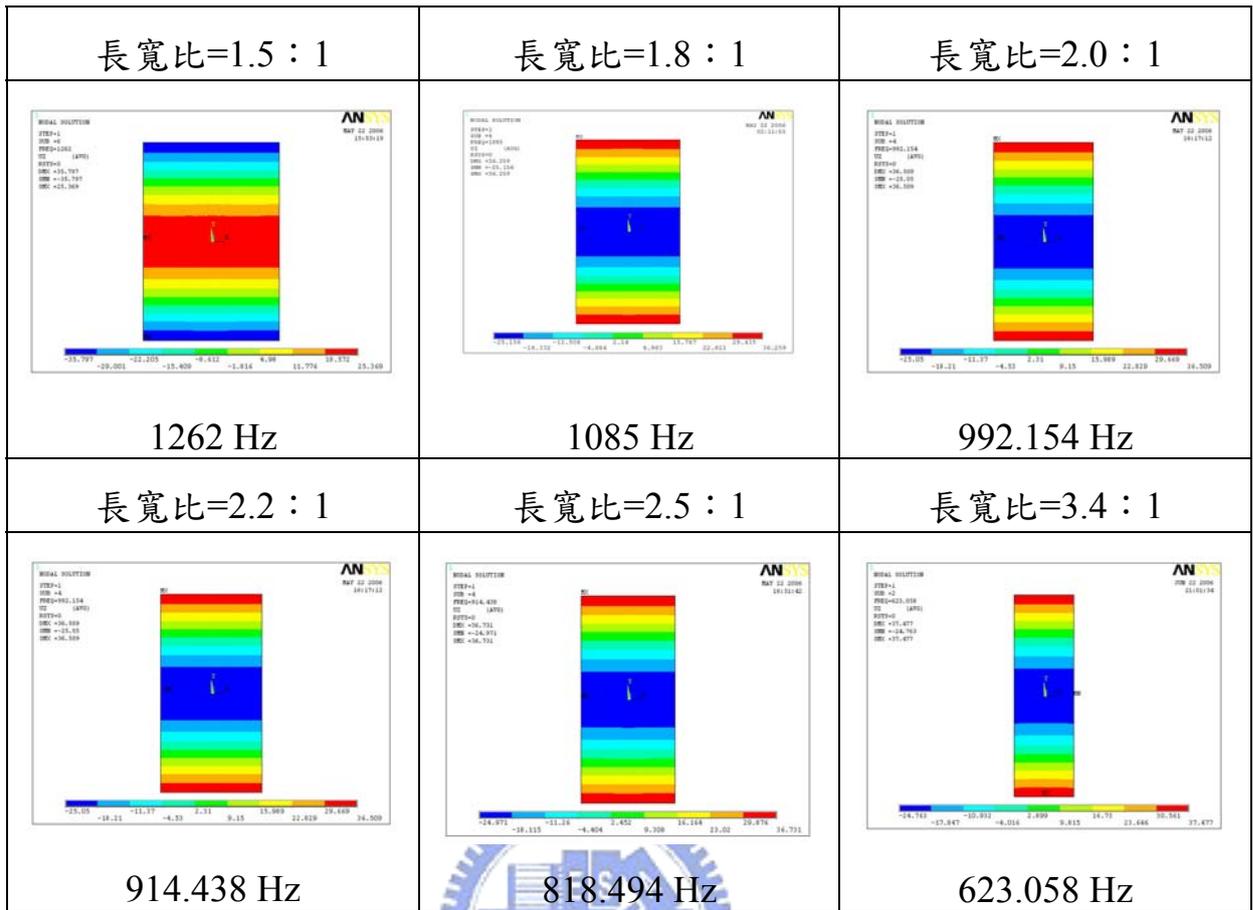


圖 6.27 不同長寬比之純巴沙木板產生彎曲模態的頻率

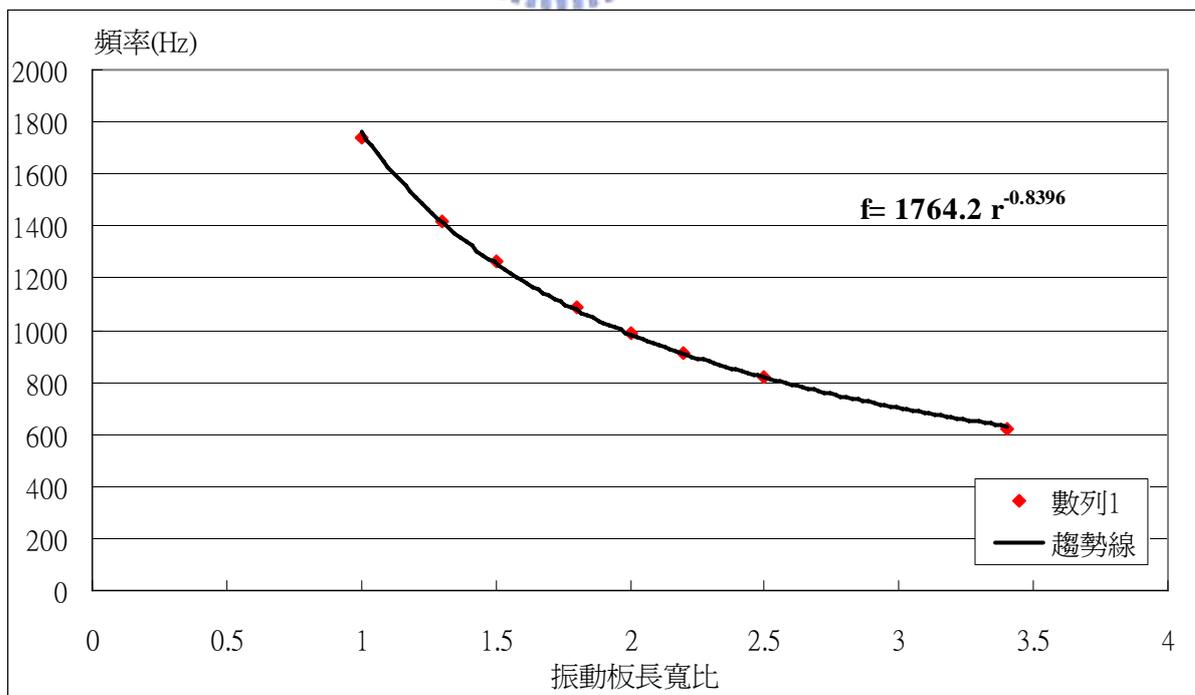


圖 6.28 振動板長寬比與自然頻率之間的關係

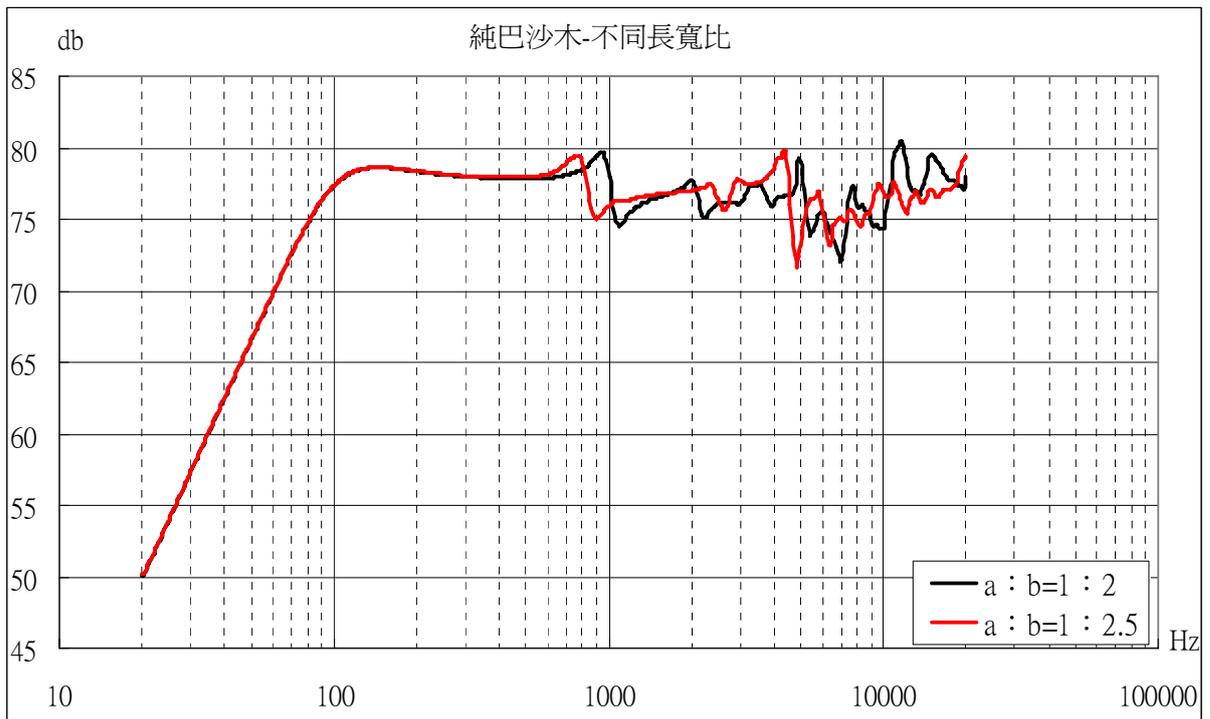


圖 6.29 不同長寬比巴沙木板之分析聲壓圖(1)

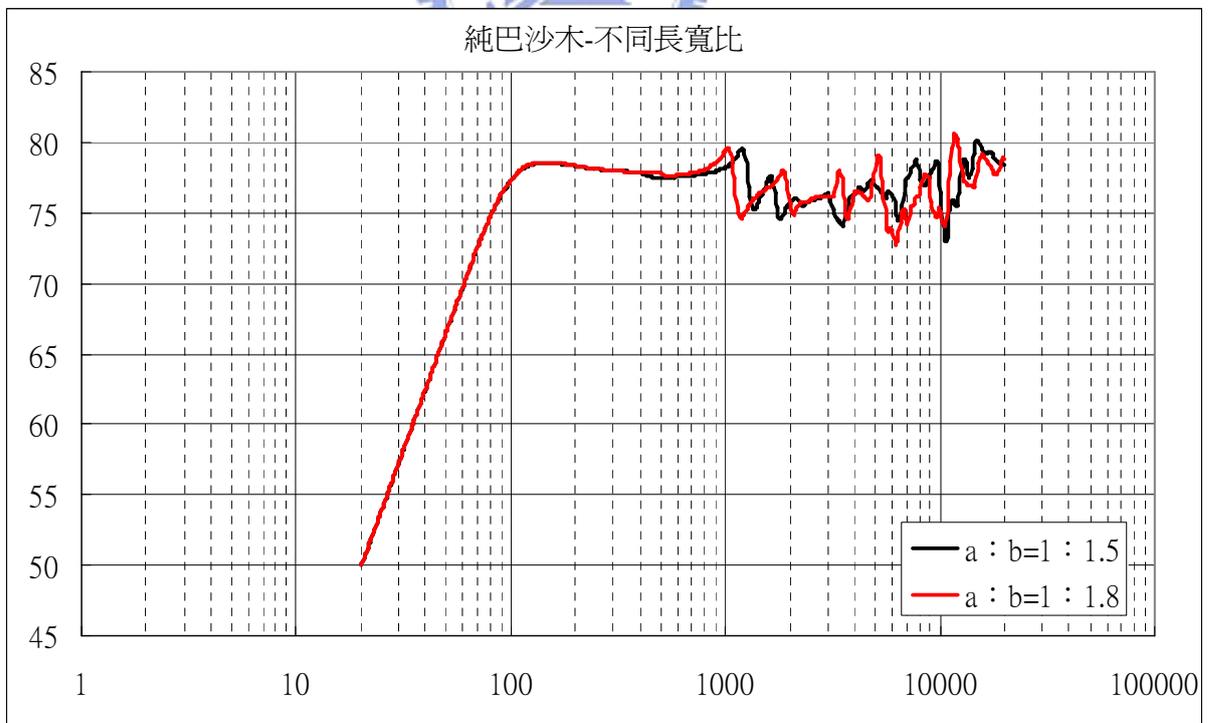


圖 6.30 不同長寬比巴沙木板之分析聲壓圖(2)

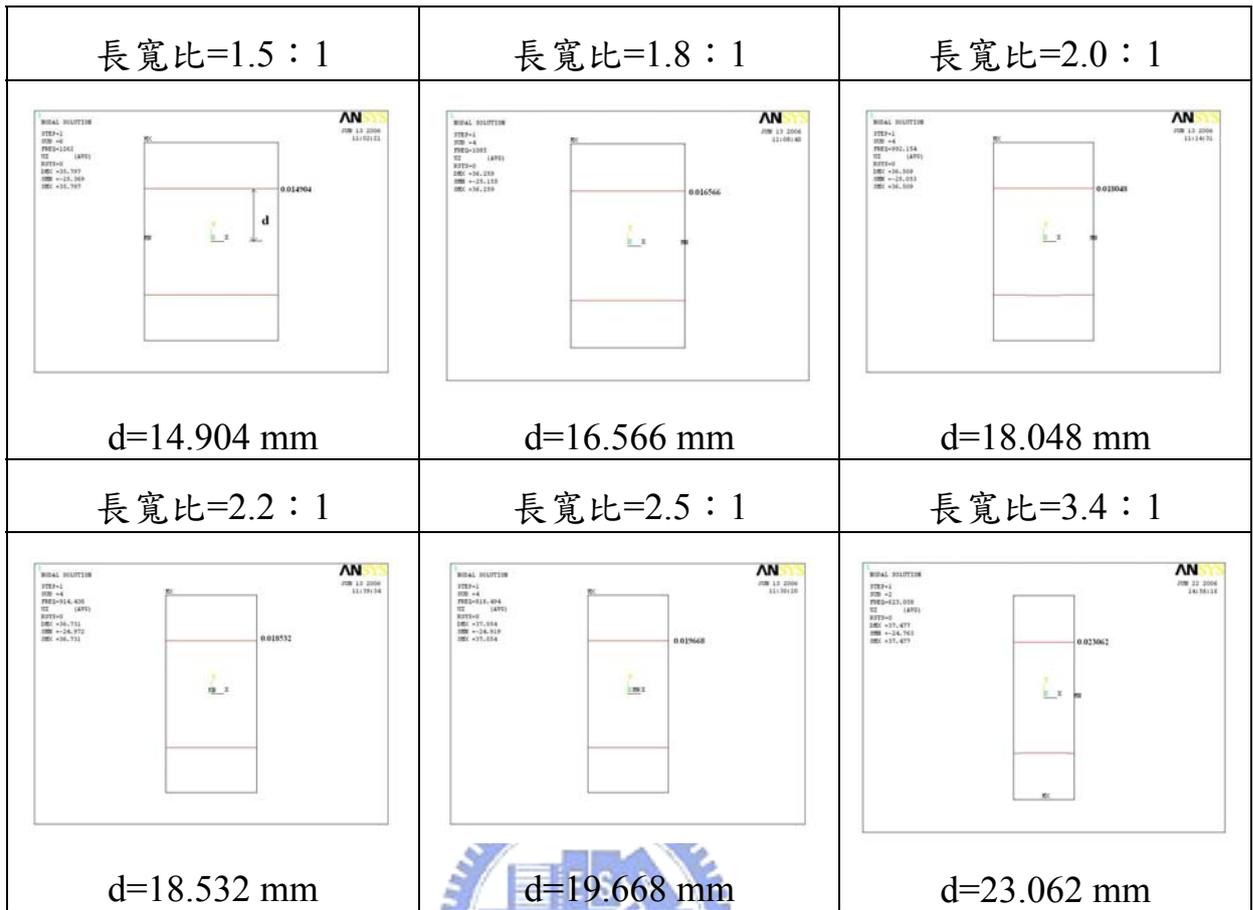


圖 6.31 不同長寬比之純巴沙木板產生彎曲模態的節線位置

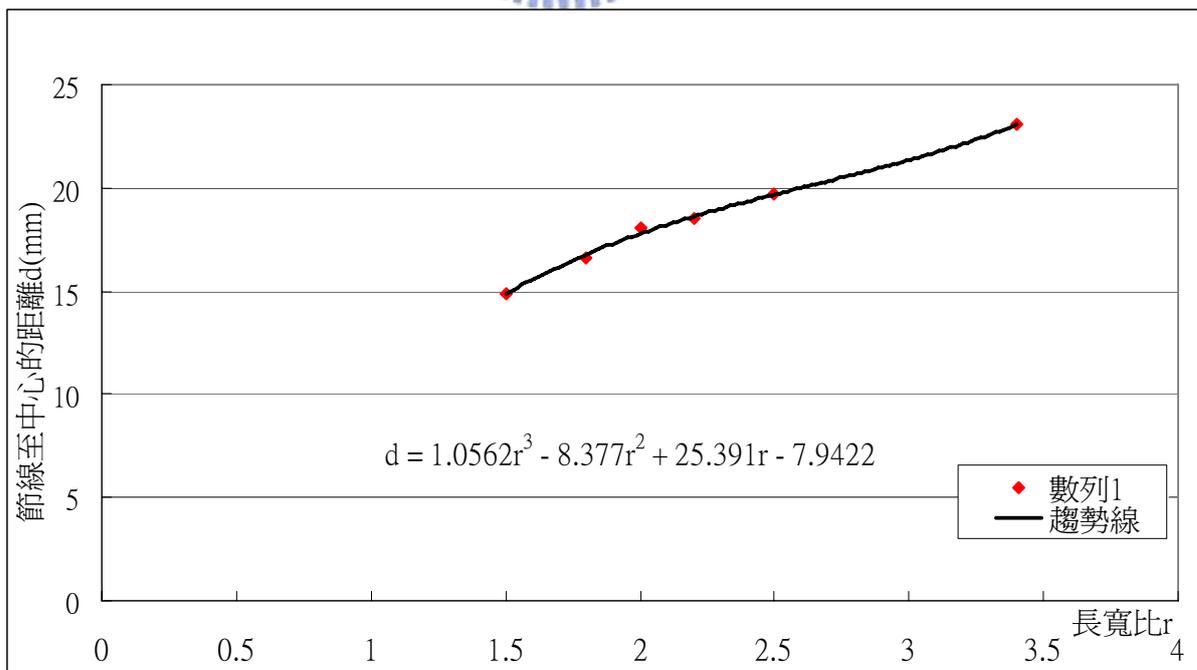


圖 6.32 振動板長寬比與節線位置的關係

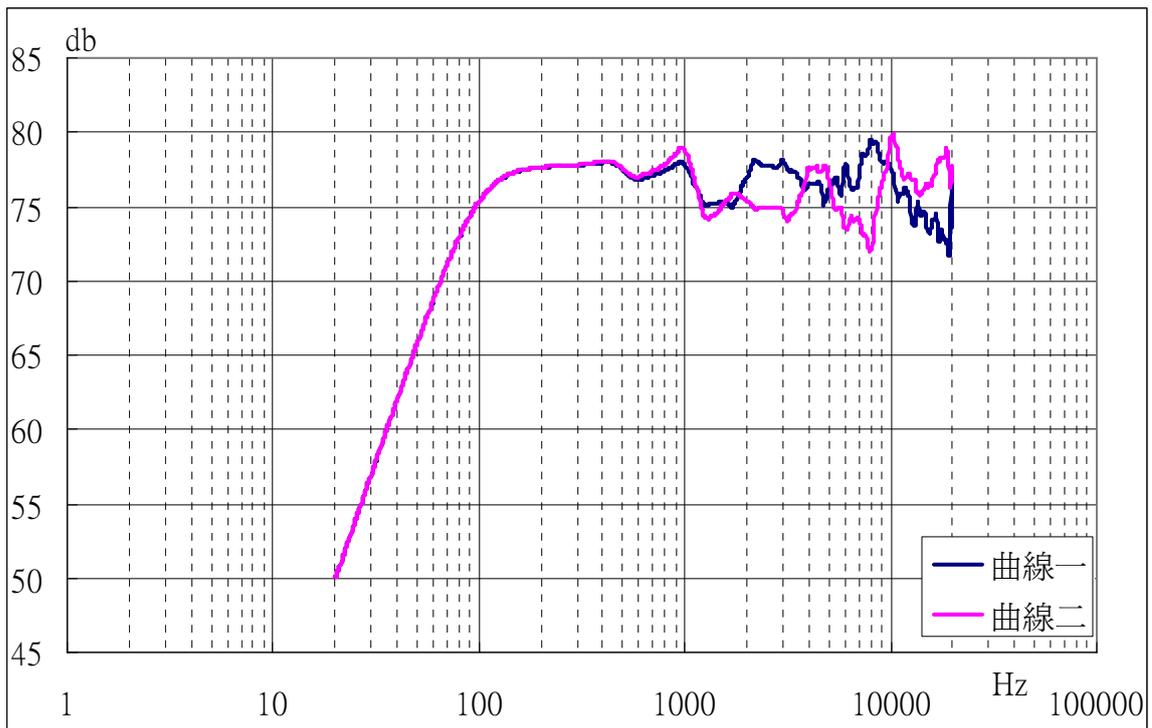


圖 6.33 不同音圈半徑的分析聲壓圖(1)

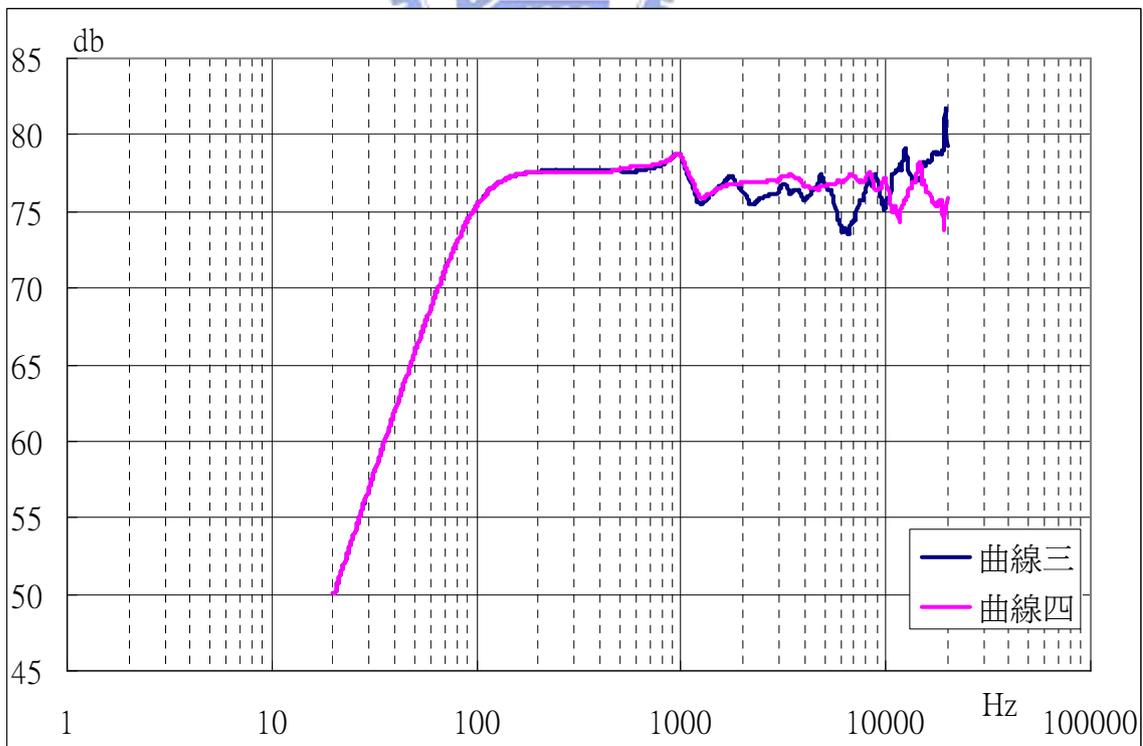


圖 6.34 不同音圈半徑的分析聲壓圖(2)

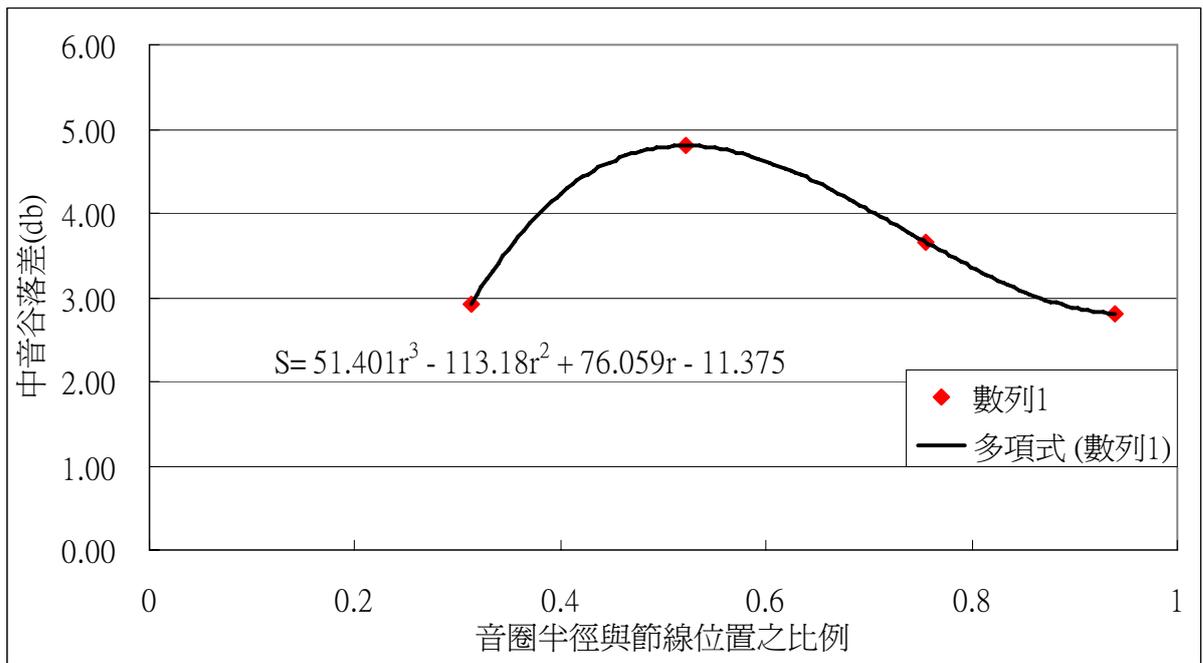


圖 6.35 音圈半徑與節線位置比例、中音谷落差的關係

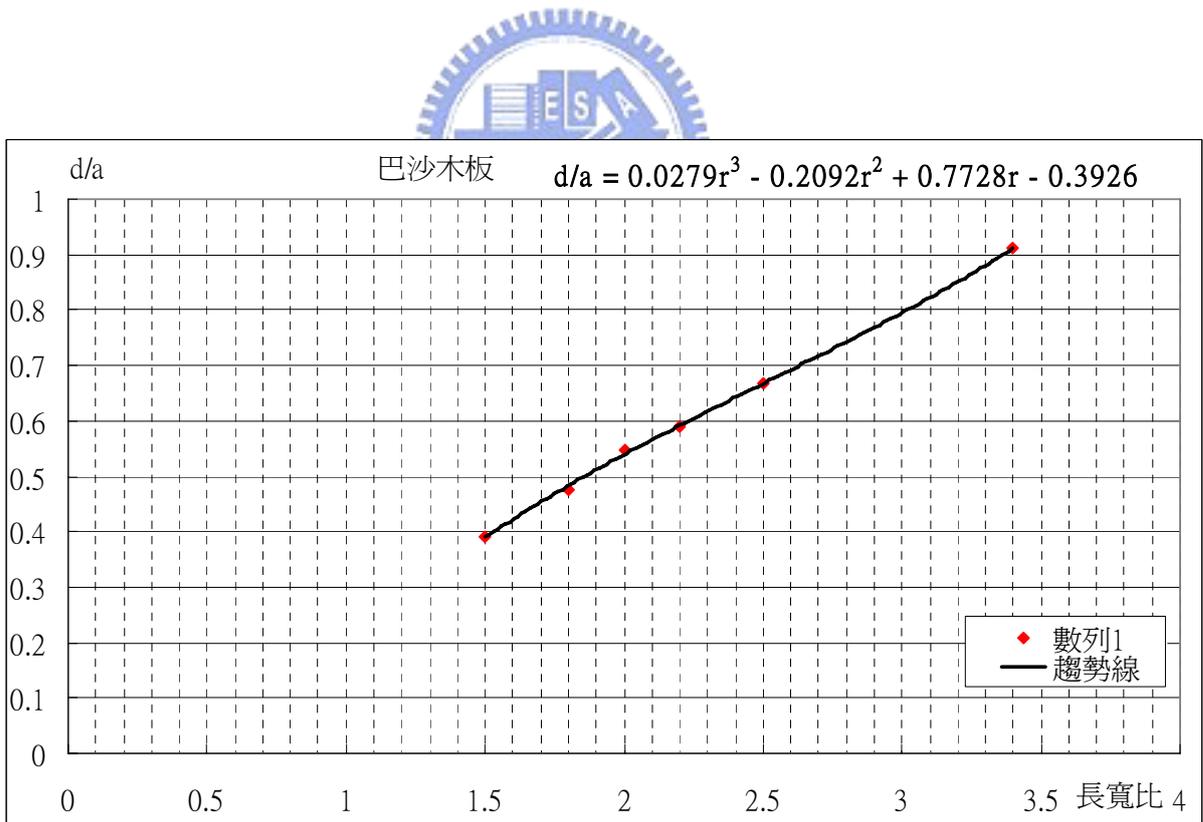


圖 6.36 振動板長寬比、節線位置與板子寬度的關係(巴沙木板)

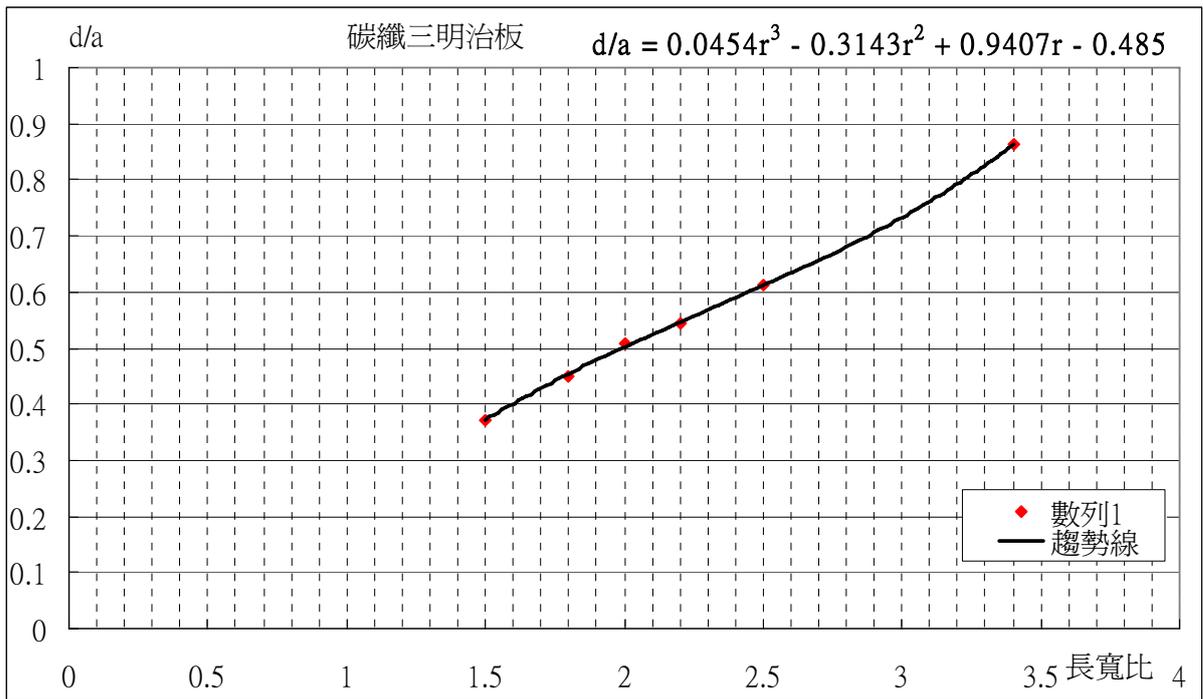


圖 6.37 振動板長寬比、節線位置與板子寬度的關係(碳纖三明治板)

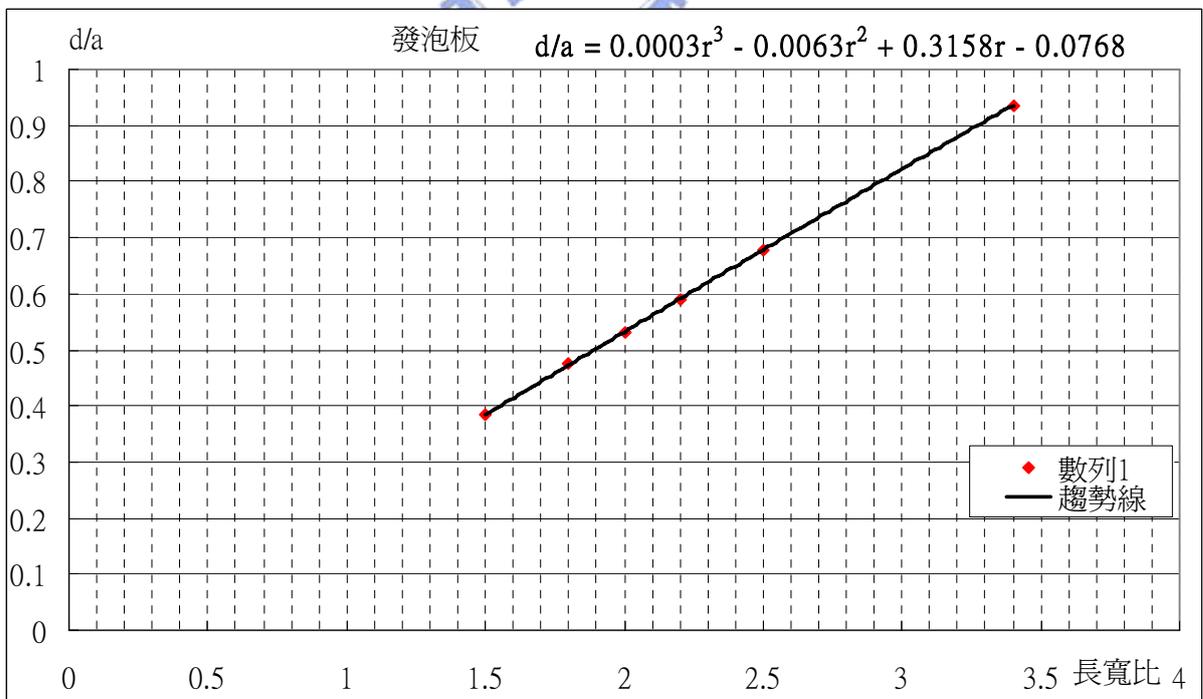


圖 6.38 振動板長寬比、節線位置與板子寬度的關係(發泡板)

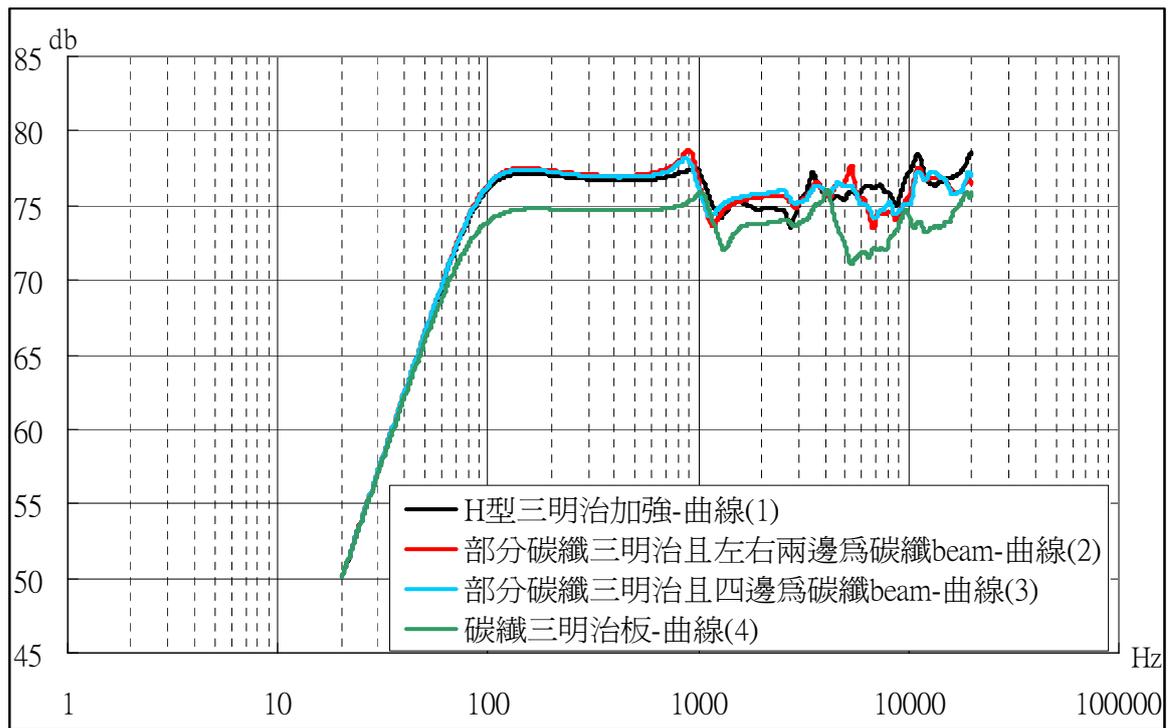


圖 6.39 長寬比值為 2.5 的振動板在不同加強方法下之分析聲壓

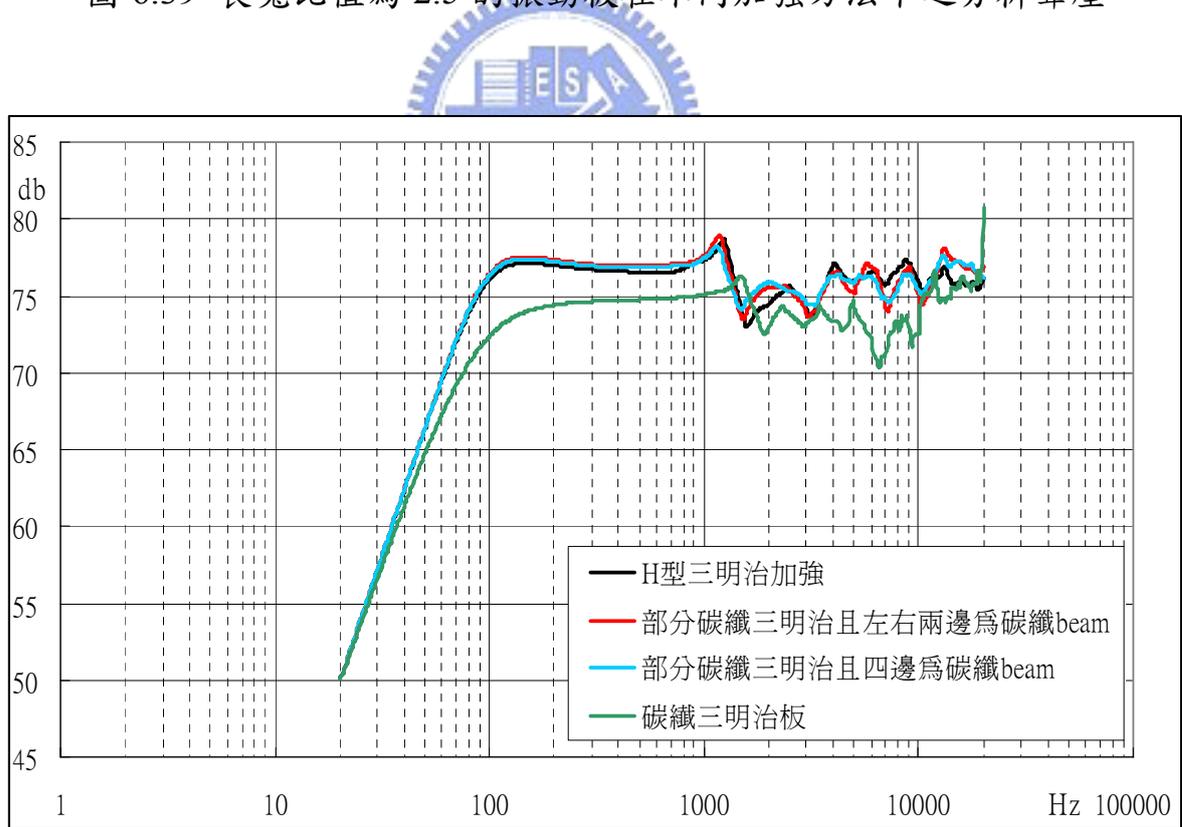


圖 6.40 長寬比值為 1.8 的振動板在不同加強方法下之分析聲壓

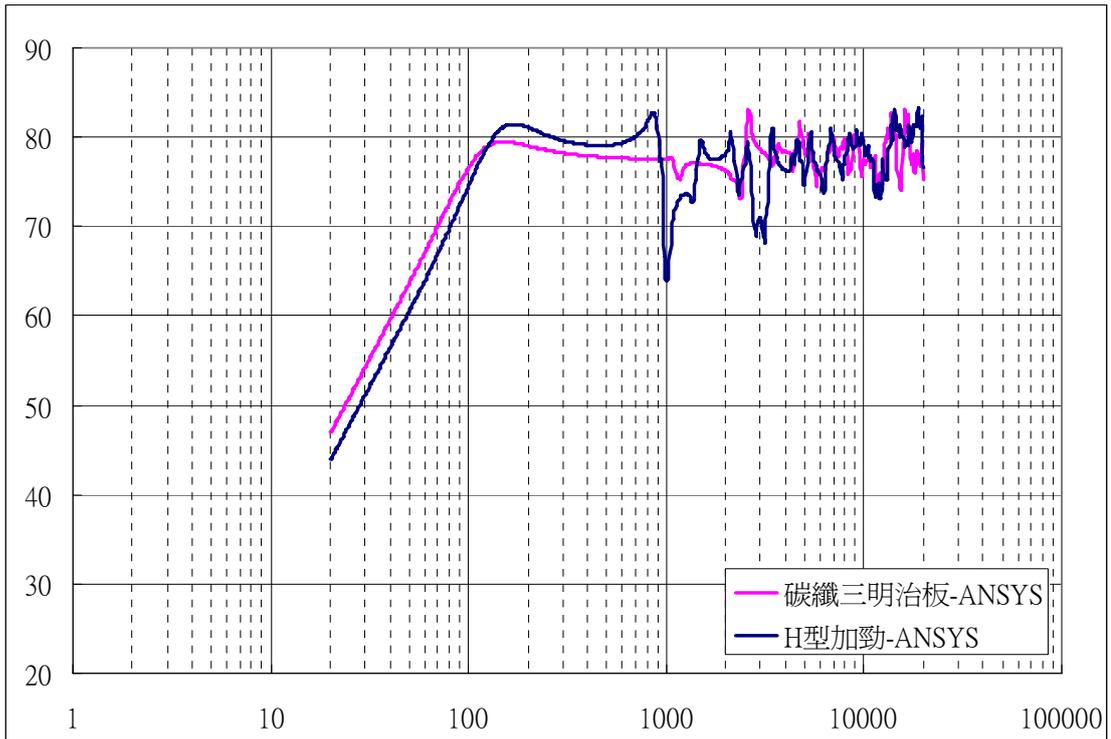


圖 6.41 長寬比值為 4.33 的振動板加強結構之分析聲壓

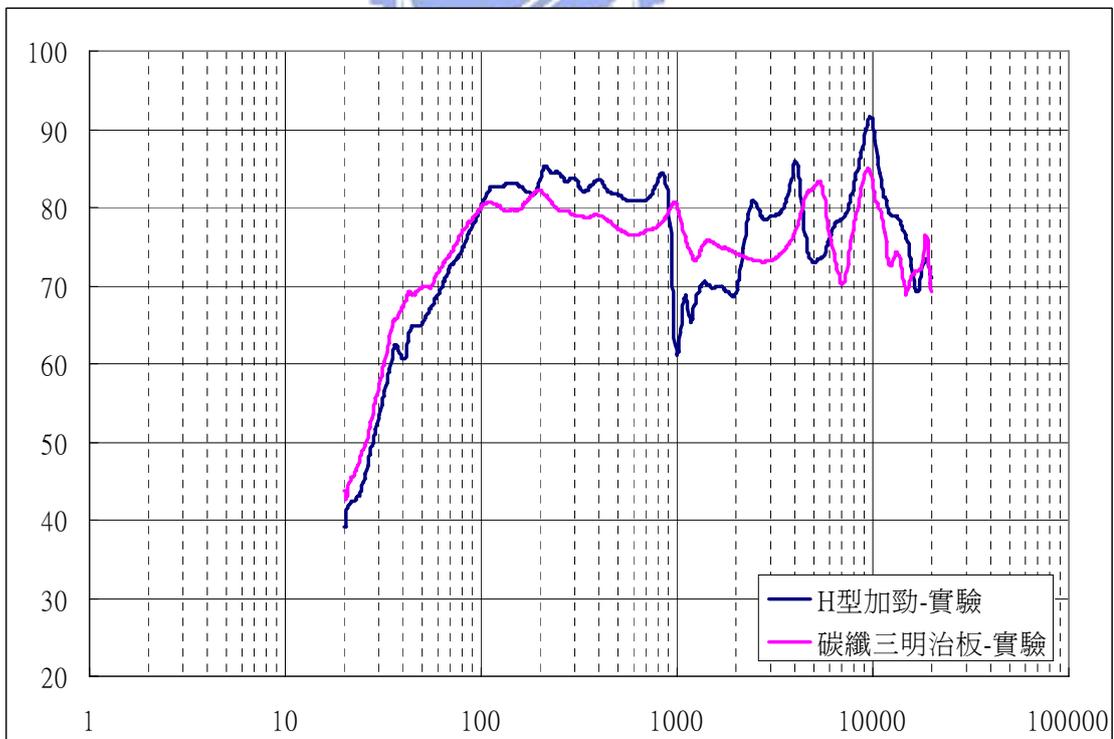


圖 6.42 長寬比值為 4.33 的振動板加強結構之實驗聲壓

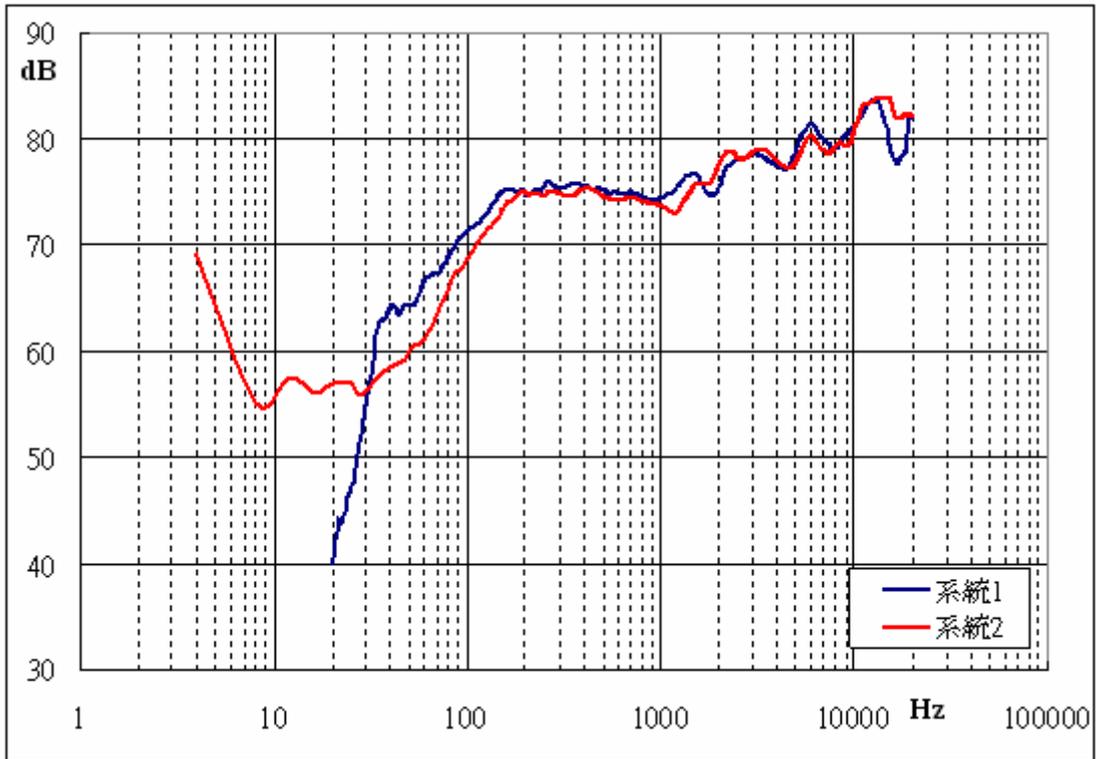


圖 6.43 不同巴沙木板的實驗聲壓圖

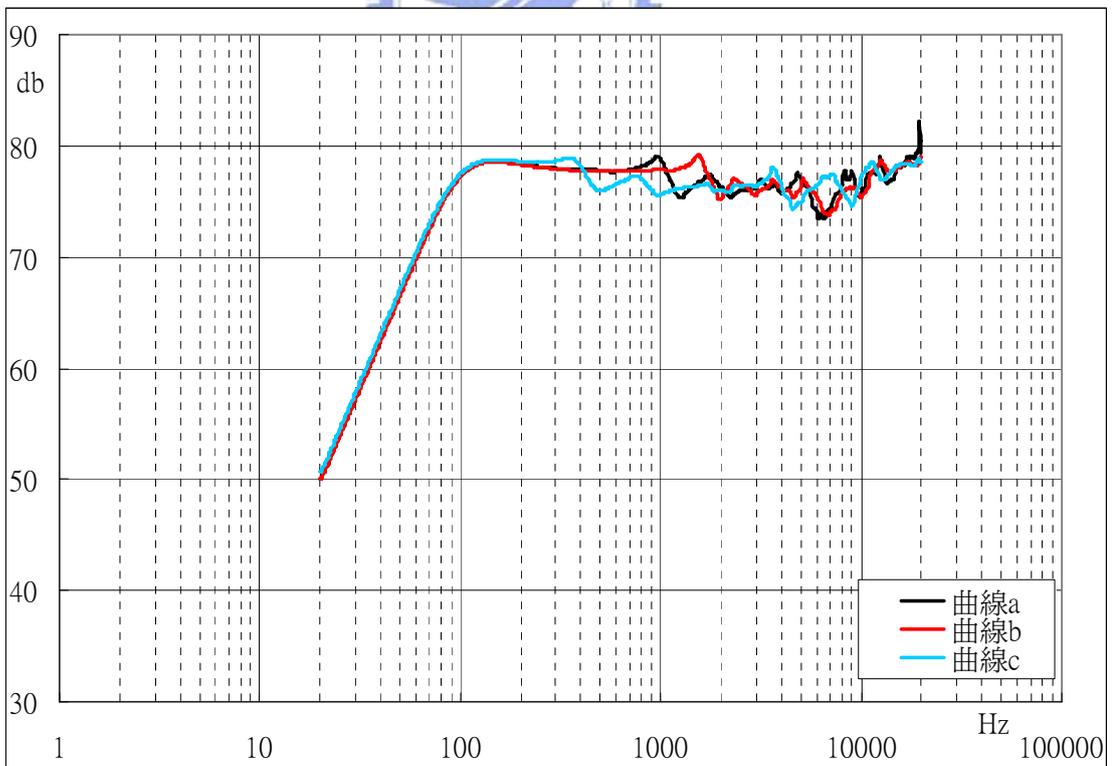


圖 6.44 不同楊氏模數下的分析聲壓圖

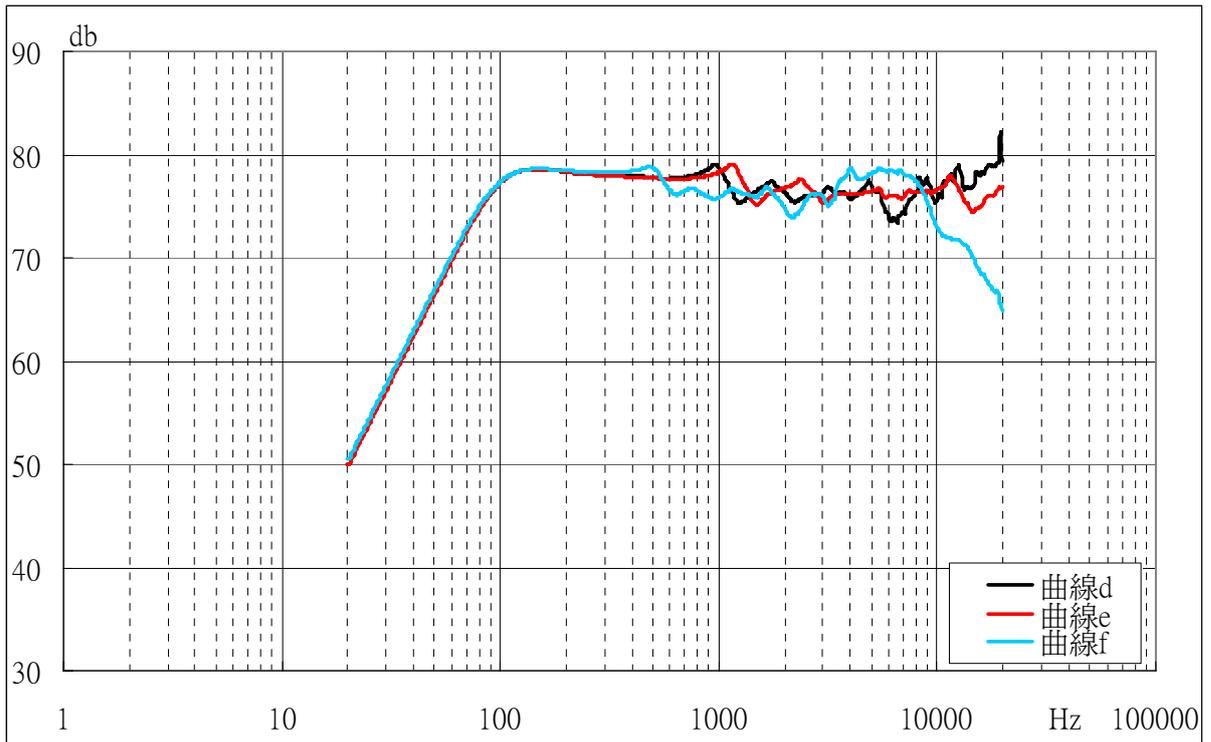


圖 6.45 不同剪力模數下的分析聲壓圖(1)

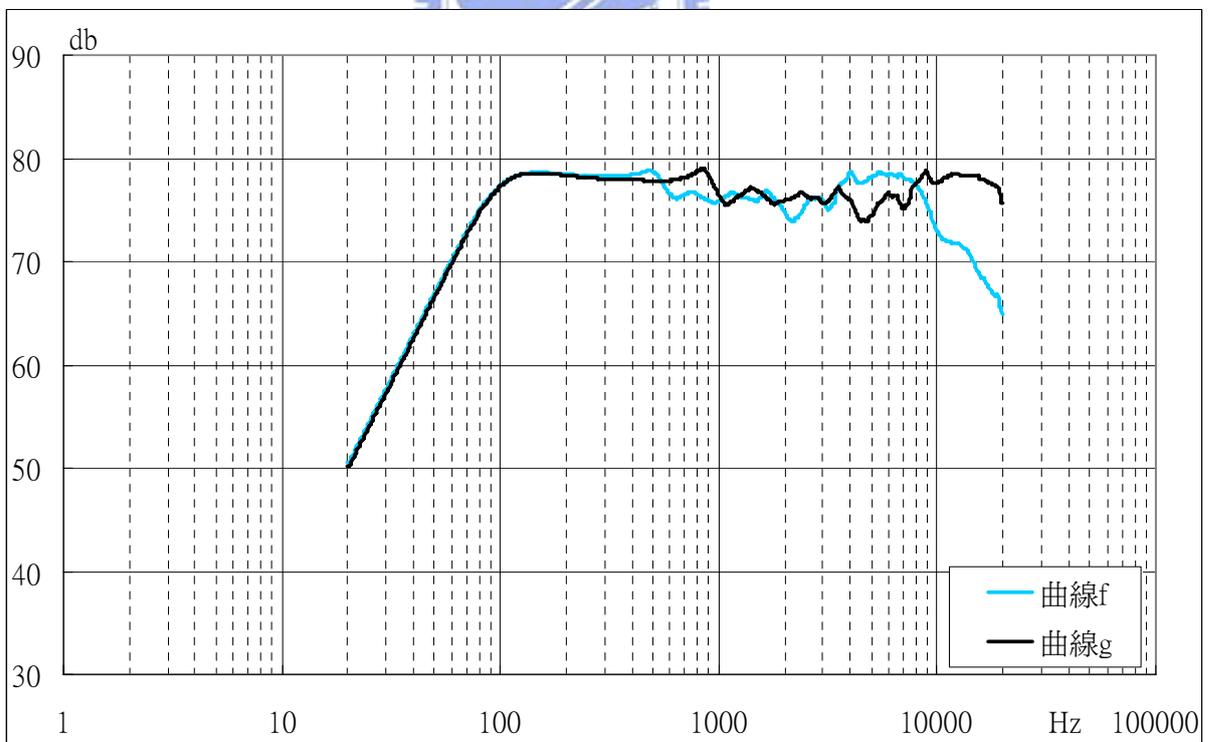
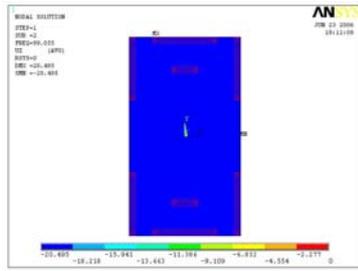
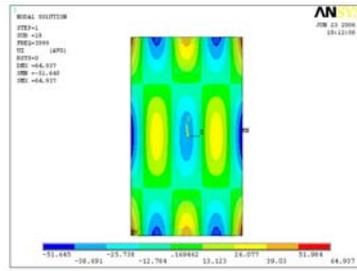


圖 6.46 不同剪力模數下的分析聲壓圖(2)

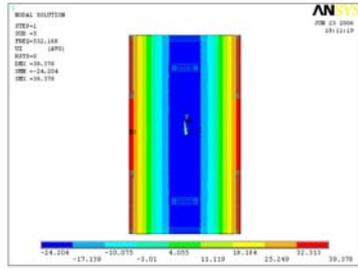
剪力模數(shear modulus)放大 10 倍的巴沙木板



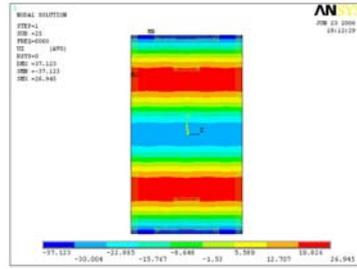
99.055 Hz



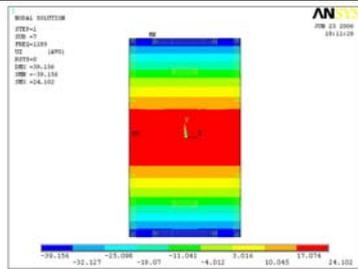
3999 Hz



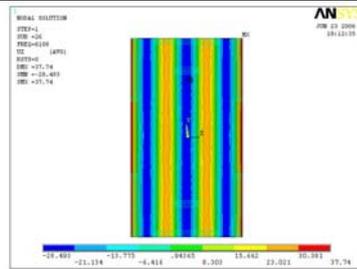
532.168 Hz



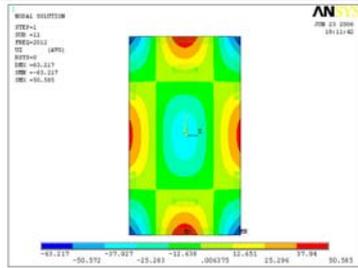
6060 Hz



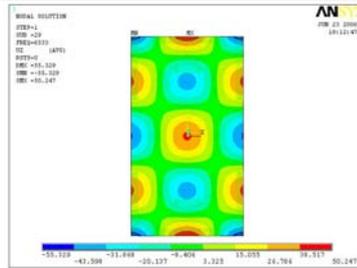
1289 Hz



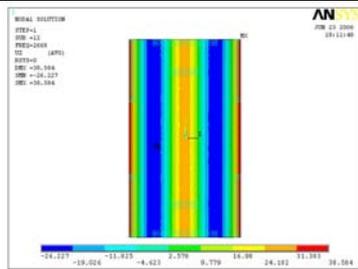
6108 Hz



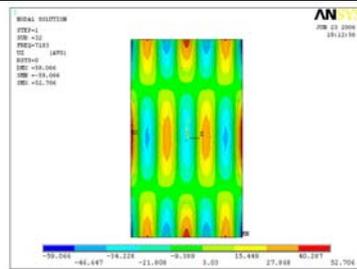
2012 Hz



6533 Hz



2668 Hz



7183 Hz

圖 6.47 長寬比為 1.8 之巴沙木模態(1)

剪力模數(shear modulus)放大 10 倍的巴沙木板



圖 6.48 長寬比為 1.8 之巴沙木模態圖(2)