

國立交通大學
機械工程學系碩士班
碩士論文

薄膜結構殘留應力的聲彈效應



Acoustoelastic Effect in Stressed Thin-Film Structures

研究生：陳俊宏

指導教授：尹慶中 博士

中華民國九十五年七月

國立交通大學

論文口試委員會審定書

本校 機械工程 學系碩士班 陳俊宏 君

所提論文(中文) 薄膜結構殘留應力的聲彈效應

(英文) Acoustoelastic effect in stressed thin-film structures

合於碩士資格水準、業經本委員會評審認可。

口試委員：

馬劍清

蕭國樞

楊培化

指導教授：

尹慶中

系主任：

傅武雄

教授

中華民國 九十五 年 七 月 二十七 日

薄膜結構殘留應力的聲彈效應

Acoustoelastic Effect in Stressed Thin-Film Structures

研究生：陳俊宏

Student : Chun-Hung Chen

指導教授：尹慶中 博士

Advisor : Dr. Ching-Chung Yin

國立交通大學

機械工程學系碩士班

碩士論文



Submitted to Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Mechanical Engineering

July 2006

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十五年七月

薄膜結構殘留應力的聲彈效應

研究生：陳俊宏

指導教授：尹慶中 博士

國立交通大學機械工程學系碩士班

摘 要

結構聲波的波速受到殘留應力的影響而改變，稱為聲彈效應。本文根據微體波之聲彈理論及相關的三階彈性常數，建立數值分析程式，探討薄膜層板結構之藍姆波相速度與殘留應力間的聲彈效應。數值例題分析矽、鍺異質結構晶格不相配所引致的殘留應力。異向性薄膜結構之低模態藍姆波相速度受到殘留應力的影響極輕微，實際應用時，應採用較高模態之藍姆波相速度差值作為殘留應力反算的依據。

實驗結合雷射生成超音波與二維傅立葉轉換方法，以刀鋒技術與共焦式法布里派洛光學干涉兩種非接觸量測方法，量測單軸應力負載下之金屬箔片的藍姆波頻散曲線，點或線聚焦之脈衝雷射生成超音波的頻率仍不夠高，不足以觀測箔片上高模態藍姆波相速度受到聲彈效應的變化。

關鍵字：聲彈效應、藍姆波、殘留應力、薄膜異質結構

Acoustoelastic effect in stressed thin-film structures

Student: Chun-Hung Chen

Advisor: Dr. Ching-Chung Yin

Department of Mechanical Engineering
National Chiao Tung University

ABSTARCT

Phase velocity change of the structural acoustic waves due to residual stresses of the elastic media is known as acoustoelastic (AE) effect. This thesis formulates AE effect in thin-film layered structures with the associated third-order elastic constants by modifying the AE theory for bulk acoustic waves. The single crystalline Ge films deposited on the Z-cut silicon substrate are investigated as numerical examples. Significant biaxial residual stresses induced in the films are caused by misfit between different lattices of the heterostructures. The residual stress has weaker influence on the phase velocities of lower modes of Lamb waves in anisotropic thin-film layered media. On the contrary, the measured phase velocity changes of higher modes of Lamb waves become more significant and are capable of determining the residual stress for practical applications.

The experiments used laser-induced ultrasound technique and two dimensional Fourier transform method to measure phase velocities of Lamb waves traveling in metal foils under uniaxial tension. Two kinds of non-contact point-detecting methods, knife-edge technique and confocal Fabry-Perot interferometry, are employed to measure the waveforms. It is of difficulty to generate high-frequency ultrasound using either point-focus or

line-focus pulsed laser. Experimental evidence indicates that phase velocity change of higher modes of Lamb waves resulted from the AE effect is not able to be observed in the current set-up.

Keywords: acoustoelastic effect, Lamb waves, residual stress, thin-film heterostructures



誌 謝

在此論文定稿之際，感謝指導教授 尹慶中博士兩年來的悉心指導，使學生論文得以順利完成，在此致上由衷的謝意。同時感謝馬劍清教授、蕭國模教授及楊哲化教授撥冗擔任學生口試委員，給予學生指教與指正。此外，也謝謝學長游泰和、王多聞、許世明、溫子達、李雨青給予俊宏生活與學業上的幫助，加上同學張桓禎、黃國彰兩年來的互相扶持與幫助，使研究的過程更加順利。學弟施文斌、蘇裕為、李振良、楊忻岳謝謝你們過去一年的陪伴，讓俊宏的研究所生涯增色許多，也祝福你們論文順利。當然大學同窗好友小緯、枕洺、大乘也因為你們的鼓勵，俊宏才能順利完成研究所學業。

俊宏最感謝的是偉大的雙親，陳沐琳先生與李碧月女士，你們是俊宏精神上最大的支柱，求學之路有你們的支持、呵護與寬容，讓俊宏在無後顧之憂下完成碩士學位，也感謝姊姊美岑與弟弟致嘉你們的支持與鼓勵。此外，還要感謝欣芸在生活中點點滴滴的關心，有了妳的支持與體貼，俊宏才能順利的完成碩士學位。還有許多不及備載曾幫助俊宏的朋友，衷心感謝外，俊宏僅以此論文獻給我摯愛的雙親、家人、及好友。

目 錄

	頁次
中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iv
目錄	v
表目錄	vii
圖目錄	viii
第一章 緒論	1
1.1 研究背景	1
1.2 文獻回顧	2
1.3 內容簡介	4
第二章 薄膜結構的聲彈效應	5
2.1 聲彈理論	5
2.1.1 受預力之塊材結構的運動方程式	5
2.1.2 受預力之塊材結構的本構方程式	7
2.2 應力負載立方晶體之藍姆波頻散方程	9
2.2.1 層狀介質之藍姆波頻散方程式	13
第三章 數值模擬分析	16
3.1 矽鍺薄膜層板結構數值模擬	16
3.2 等向性平板藍姆波相速度之數值模擬	18
第四章 實驗量測與分析	20
4.1 實驗量測系統與架構	20
4.1.1 刀鋒檢測技術	20
4.1.2 受預應力之試片	21

4.1.3 線聚焦激發藍姆波波源與架設	21
4.2 實驗架構之自動化系統	22
4.3 波傳訊號處理	22
4.3.1 時域訊號處理	23
4.3.2 頻域訊號處理	23
4.4 等向性材料平板之聲彈效應實驗	24
4.4.1 未受預應力試片之量測	24
4.4.2 受預應力試片之量測	25
4.5 共焦式法布里派洛干涉儀量測實驗	27
第五章 結論與展望	29
5.1 結論	29
5.1.1 數值分析	29
5.1.2 實驗量測	30
5.2 展望	30
參考文獻	32
附錄	35
附表	37
附圖	40



表目錄

表 1 矽的二階與三階彈性常數	37
表 2 鋳的二階與三階彈性常數	37
表 3 鋁的二階與三階彈性常數	38
表 4 銅的二階與三階彈性常數	38
表 5 拉伸試驗應變值	39



圖目錄

圖 1.1 晶格不相配造成薄膜產生拉應力	40
圖 1.2 晶格不相配造成薄膜產生壓應力	40
圖 2.1 受預應變質點在自然狀態、初始狀態及最後狀態的座標系統	41
圖 2.2 單晶矽鍺薄膜結構及參考座標(與材料主軸重合)	41
圖 3.1 Ge(500nm)/Si 頻散曲線圖，實線代表薄膜未受應力，虛線代表薄膜受 5GPa 壓應力	42
圖 3.2 Ge(1000nm)/Si 頻散曲線圖，實線代表薄膜未受應力，虛線代表薄膜受 5 GPa 壓應力	42
圖 3.3 Ge(5000nm)/Si 頻散曲線圖，實線代表薄膜未受應力，虛線代表薄膜受 5 GPa 壓應力	43
圖 3.4 Ge(5000nm)/Si 之 A_0 模態頻散曲線圖	43
圖 3.5 Ge/Si 結構 A_0 模態相速度偏移量	44
圖 3.6 Ge/Si 結構 A_1 模態相速度偏移量	44
圖 3.7 Ge/Si 結構 A_2 模態相速度偏移量	45
圖 3.8 Ge/Si 結構 S_0 模態相速度偏移量	45
圖 3.9 Ge/Si 結構 S_1 模態相速度偏移量	46
圖 3.10 Ge/Si 結構 S_2 模態相速度偏移量	46
圖 3.11 鋁板之頻散曲線圖，黑線代表未受應力，紅線代表鋁板受應力 20 MPa	47
圖 3.12 鋁板之 A_0 模態頻散曲線局部圖	47
圖 3.13 鋁板之 A_0 模態相速度偏移量	48
圖 3.14 鋁板之 A_1 模態相速度偏移量	48
圖 3.15 鋁板之 A_2 模態相速度偏移量	49
圖 3.16 鋁板之 A_3 模態相速度偏移量	49

圖 3.17 鋁板之 A_4 模態相速度偏移量	50
圖 3.18 鋁板之 S_0 模態相速度偏移量	50
圖 3.19 鋁板之 S_1 模態相速度偏移量	51
圖 3.20 鋁板之 S_2 模態相速度偏移量	51
圖 3.21 鋁板之 S_3 模態相速度偏移量	52
圖 3.22 鋁板之 S_4 模態相速度偏移量	52
圖 3.23 鋁板之頻散曲線圖，黑線代表鋁板未受應力，紅線代表 鋁板受應力 1 GPa	53
圖 3.24 1mm 厚鋁板反對稱模態平均相速度偏移量	53
圖 3.25 1mm 厚鋁板之反對稱模態平均相速度偏移量	54
圖 4.1 刀鋒技術示意圖	55
圖 4.2 微型拉伸試驗機(圖右)與類比電壓放大器 (圖左)	55
圖 4.3 壓電推桿位移與試片軸向應變曲線	56
圖 4.4 刀鋒技術量測系統示意圖	56
圖 4.5 時域訊號分析之觀窗函數圖形	57
圖 4.6 下方曲線為一筆原始的時域訊號，下方曲線為乘上觀窗函 數後之訊號	57
圖 4.7 頻域訊號之觀窗函數	58
圖 4.8 原始的藍姆波相速度灰階圖	58
圖 4.9 經觀窗函數處理後之藍姆波相速度灰階圖	59
圖 4.10 刀鋒技術量測鋁板的雷射生成藍姆波訊號	59
圖 4.11 刀鋒技術量測鋁板之雷射生成藍姆波線掃描灰階圖	60
圖 4.12 刀鋒技術量測鋁板之藍姆波相速度灰階圖，實線為理論 頻散曲線	60
圖 4.13 壓電推桿行程 $0 \mu\text{m}$ 之鋁板藍姆波訊號圖	61

圖 4.14 壓電推桿行程為 0 μm 之鋁板的雷射生成藍姆波線掃瞄 灰階圖	61
圖 4.15 壓電推桿行程為 0 μm 之鋁板藍姆波相速度灰階圖，實 線為無預應力負載之理論頻散曲線	62
圖 4.16 壓電推桿行程 50 μm 之鋁板雷射生成藍姆波訊號	62
圖 4.17 壓電推桿行程 50 μm 之鋁板的雷射生成藍姆波線掃瞄灰 階圖	63
圖 4.18 壓電推桿行程 50 μm 之鋁板藍姆波相速度灰階圖，實線 為無預應力負載之理論頻散曲線	63
圖 4.19 壓電推桿行程 100 μm 之鋁板的雷射生成藍姆波訊號	64
圖 4.20 壓電推桿行程為 100 μm 之鋁板的雷射生成藍姆波線掃 瞄灰階圖	64
圖 4.21 壓電推桿行程為 100 μm 之鋁板藍姆波相速度灰階圖，實 線為無預應力負載之理論頻散曲線	65
圖 4.22 壓電推桿行程為 0 μm 之銅箔的雷射生成藍姆波訊號	65
圖 4.23 壓電推桿行程為 0 μm 之銅箔藍姆波相速度灰階圖，實線 為無預應力負載之理論頻散曲線	66
圖 4.24 壓電推桿行程為 50 μm 之銅箔的雷射生成藍姆波訊號	66
圖 4.25 壓電推桿行程 50 μm 之銅箔的藍姆波相速度灰階圖，實線 為無受預應力負載之理論頻散曲線	67
圖 4.26 壓電推桿行程 100 μm 之銅箔的雷射生成藍姆波訊號	67
圖 4.27 壓電推桿行程 100 μm 之銅箔的藍姆波相速度灰階圖，實線 為無預應力負載之理論頻散曲線	68
圖 4.28 CFPI 量測系統示意圖	69
圖 4.29 CFPI 量測鋁板之雷射生成藍姆波訊號	70

圖 4.30 CFPI 量測鋁板之雷射生成藍姆波線掃描灰階圖 70

圖 4.31 CFPI 量測鋁板之藍姆波相速度灰階圖，實線為理論頻
散曲線 71



第一章 緒 論

1.1 研究背景

以超音波檢測材料的缺陷、厚度或機械性質等，一直都是非破壞檢測技術(nondestructive testing, NDT)的研究重點。現今元件越做越小，功能越來越多元的情況下，提供元件機械性質與可靠度的資訊相形重要。結構體因殘留應力影響材料性質甚巨，因此材料的殘留應力量測為工程上重要課題之一。

殘留應力是結構體在定溫及無外力作用下，為達到靜力平衡而存在於物體內的彈性應力。在機械製程中，殘留應力產生的原因主要是切削、焊接等機械加工所致；在半導體製程中，熱應力與因薄膜與基材的晶格不相配所產生的磊晶應力(epitaxial stresses)等亦會產生殘留應力。目前以非破壞檢測技術量測薄膜材料殘留應力的方法主要為X光繞射法、拉曼光譜等，雖可精準檢測出材料中的殘留應力，但量測耗時且儀器價格昂貴，超音波檢測具有方便、便宜的特性，量測材料殘留應力有極大的潛力。

固體中應力與聲波之間交互影響的研究已經發展數十年，材料在受應力與未受應力作用下，波傳速度會發生改變，即所謂的聲彈效應(acoustoelastic effect, AE)，聲波模態、波傳方向與材料彈性常數對於聲彈效應的影響具有非線性關係，可以藉尋優程序，反算求得材料內部的殘留應力。

藍姆波(Lamb wave)是一種在平板厚度方向共振且沿平板波傳的頻散波，具有波傳距離長、衰減小的特性，常被應用於檢測薄板或圓管的缺陷、厚度、彈性常數等機械性質。本研究應用藍姆波探討具殘留應力平板結構的聲彈現象，並以光學量測，配合二維傅立葉轉換

(2D-Fourier transform method)計算，量測藍姆波的頻散曲線。

1.2 文獻回顧

1953 年，Hughes 及 Kelly [1]針對受單軸應變的等向性材料 (isotropic materials)，推導二階、三階彈性常數與平面波(plane waves)波速的關係式，以聚苯乙烯(Polystyrene)、阿姆克鐵(Armco iron) 與派熱克斯玻璃(Pyrex glass)三種等向性材料實驗驗證其關係式，開始了現代聲彈理論的架構。1961 年，Toupin 與 Bernstein [2]延續前者的研究，在熱靜平衡(thermostatic equilibrium)的變形過程假設下，推導任意對稱性彈性材料的聲彈理論，將聲彈理論發展完備。因此，聲彈理論運用連體力學的運動方程式，同時加入三階彈性常數的本構方程式為基礎所推導出來的。

1985 年，Pao 與 Gamer [3]以自然狀態(natural state)、初始狀態(initial state)與最終狀態(final state)的架構，推導受應力下的材料的運動方程式與本構方程式，並應用在此架構下所推導的聲彈理論，分析預變形作用下之正交材料的平面波相速度。1993 年，Desmet *et al* [4]以受應力作用之聚對苯二甲酸乙二酯 (poly ethylene terephthalate, PET) 箔片為試片，應用雷射超音波量測藍姆波波傳訊號，採用相位頻譜法(phase spectrum method)分析波傳訊號，探討 A_0 與 S_0 模態藍姆波於箔片的頻散現象。

1996 年，Chai 與 Wu [5]研究受預壓力負載之壓電材料的電聲彈理論(electroacoustoelasticity)，使用 Lothe-Barnett 積分式求解受預力壓電晶體的表面聲波波速，並應用電聲彈理論於表面聲波元件的設計，藉著改變元件上的軸向壓應力，可調整表面聲波元件的延遲時間。

隨著科技的發展，包括微機電感測元件、顯示器及光電元件等領

域中都可見到薄膜結構，薄膜的應用大幅增加，而且品質的要求也越來越高。薄膜與基材間晶格的錯位(misfit)，會產生殘留應力於元件內，如圖 1.1 與圖 1.2 所示。殘留應力所產生的應變縮短元件的電子能隙，會提高元件內電子躍遷率，但是殘留應力也會造成薄膜脫落或斷裂，影響元件應有的性能或減短其壽命。Wedler *et al* [6]曾於 1998 年利用原子力顯微鏡(atomic force microscopy, AFM)與低能電子繞射(low energy electron diffraction, LEED)方法，探討矽基材上的鍍薄膜，在不同溫度下所量測的殘留應力可高達-2.8 到-5.82 GPa 的範圍。在異質磊晶的結構中，應用聲彈理論推估元件內的殘留應力將大有可為。

在 2000 年，Osetrov *et al* [7]以聲彈理論探討鍍矽薄膜的殘留應力，並延續 Fahmy 與 Adler [8]於 1973 年對層狀結構表面聲波的假設，探討非等向性層狀結構受預應力負荷的聲彈現象。並應用 Adler [9]於 1990 年所採用之傳遞矩陣法(transfer matrix method, TMM)，計算具殘留應力鍍薄膜上表面聲波與拉夫(Love)波的相速度頻散曲線，分析薄膜殘留應力對頻散曲線的影響。

受應力負載材料的波速改變非常小，必須仰賴精密的波速量測儀器或方法。藍姆波是一種在平板厚度方向共振的彈性波，具有波傳距離長、衰減小的特性，已有許多文獻應用藍姆波的波傳分析，反算得到薄板材料厚度、浦松比、彈性常數等機械性質。1993年，Schmacher *et al* [10] 於鋼片上利用Nd:YAG脈衝雷射激發藍姆波，以光纖干涉儀(fiber tip interferometer, FTI)量測 A_0 、 S_0 與 A_1 模態的藍姆波，並以相位頻譜法分析波傳訊號，計算上述模態藍姆波相速度頻散曲線。

藍姆波是一種頻散波(dispersive wave)，訊號隨著波傳距離長短而變化，訊號處理較為複雜。1991 年，Alleyne 與 Cawley [11]雖然當時他們只是以有限元素法模擬的板波訊號為計算例，後來以二維傅立葉

轉換方法成功地將多模態的波傳訊號轉換成相速度頻散曲線，此一方法已被廣泛的應用在具頻散特性的導波相速度量測上。2003 年，Gao *et al* [12]採用 Nd:YAG 脈衝雷射於銅片上激發藍姆波，以麥克森干涉儀量測波傳訊號，並應用二維傅立葉轉換分析波傳訊號，由相速度頻散曲線反算得到銅片彈性常數及浦松比。

1.3 內容簡述

本研究以受預應力負荷之層板與箔片結構為對象，探討殘留應力與藍姆波間的聲彈關係，全文共分五章，第二章根據 Pao *et al* [13]所描述的自然狀態、初始狀態與最終狀態三種架構下，探討受預應力材料的聲彈理論，並推導層狀結構之板波相速度的頻散方程式。

第三章以數值方式計算層板的藍姆波相速度頻散曲線，探討隨著薄膜厚度的改變，殘留應力對於不同模態藍姆波相速度的影響。此外，並分析在彈性區域內，受機械應力負載之等向性材料平板藍姆波的頻散曲線，討論模態與應力大小對於藍姆波相速度值的改變。

第四章討論實驗量測與分析結果，實驗以光學量測之刀鋒技術及共焦式法布里派洛光干涉技術量測受應力平板的聲彈效應，波傳訊號以二維傅立葉轉換分析，計算藍姆波相速度頻散曲線。第五章則是本文的結論與未來展望。

第二章 薄膜結構的聲彈效應

本章主要探討異質結構(heterostructure)之矽鍺薄膜的藍姆波波傳，由於矽、鍺晶格不相配所引致的內應力負荷之聲彈效應，並以三維彈性力學推導矽鍺薄膜結構之藍姆波的頻散方程式。以下所述採用的希臘符號 ξ ，英文大寫字母 \mathbf{X} ，英文小寫字母 \mathbf{x} ，分別代表自然狀態、初始狀態與最終狀態的位置向量，其下標分別以羅馬符號 α, β, γ ，英文大寫字母 I, J, K ，英文小寫字母 i, j, k 表示，上標 i 與 f 則分別表示為初始狀態與最後狀態。

2.1 聲彈理論

本文分析所採用的聲彈理論是參考 Pao *et al* [13]的自然、初始與最終三種狀態架構下所發展的理论。參考圖 2.1 所示，自然狀態表示未受應力作用的狀態，初始狀態表示受應力作用且為靜力平衡的狀態，最終狀態表示施加微小動態擾動於初始作態之結果，此即彈性波傳遞於受應力材料的狀態。聲彈理論是探討受應力作用介質的彈性波波傳分析，運動座標是以拉格朗日(Lagrangian)系統作描述，並將受殘留應力作用之自然狀態座標系統，與超音波擾動之最終狀態座標系統，座標轉換為初始狀態下的座標系統，以便於探討受殘留應力之薄膜結構。

2.1.1 受預力之塊材結構的運動方程式

在初始狀態的座標系統描述下，微小擾動態動的第二克希霍夫(2nd Piola-Kirchhoff)應力增量 σ 與位移增量 u 可以分別表示如下

$$\sigma_{IJ} = \sigma_{IJ}^f - \sigma_{IJ}^i \quad (2.1)$$

$$u_I = u_I^f - u_I^i \quad (2.2)$$

未受應力負載下均勻材料的質量密度為 ρ^i ，受應力負載下的質量密度為改變成 ρ ，兩者關係表示如下

$$\rho^i = \rho \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \xi} \right| \quad (2.3)$$

假設初始狀態的彈性體為靜力平衡，必須滿足平衡方程式，

$$\frac{\partial \sigma_{IJ}^i}{\partial X_I} = 0 \quad (2.4)$$

根據 (2.1)與(2.4) 式，可以得到下列關係式：

$$\frac{\partial \sigma_{IJ}}{\partial X_I} = \frac{\partial \sigma_{IJ}^f}{\partial X_I} \quad (2.5)$$

初始狀態座標系下，由圖 2.1 得知位置座標 $x_J(\mathbf{X}, t) = X_J + u_J(\mathbf{X}, t)$ ，

對於座標 X_K 偏微分，可得位置梯度為

$$\frac{\partial x_J(\mathbf{X}, t)}{\partial X_K} = \delta_{JK} + \frac{\partial u_J(\mathbf{X}, t)}{\partial X_K} \quad (2.6)$$

位置座標對於時間偏微分兩次，可得初始狀態座標系下之加速度，

$$\ddot{x}_J(\mathbf{X}, t) = \ddot{u}_J(\mathbf{X}, t) \quad (2.7)$$

倘若不考慮微體力(free body)的作用，則微小彈性波擾動的運動方程式為

$$\frac{\partial}{\partial X_I} \left(\sigma_{IK}^f \frac{\partial x_J}{\partial X_K} \right) = \rho^i \frac{\partial^2 x_J}{\partial t^2} \quad (2.8)$$

將(2.6)式與(2.7)式代入(2.8)式，可得初始狀態座標系之運動方程式，

$$\frac{\partial}{\partial X_I} \left[\sigma_{IJ}^f + \sigma_{IK}^f \frac{\partial u_J}{\partial X_K} \right] = \rho \frac{\partial^2 u_J}{\partial t^2} \quad (2.9)$$

將(2.1)式對於座標 X_K 做一次偏微分，並引用(2.4)式，可得

$$\frac{\partial \sigma_{IJ}^f}{\partial X_I} = \frac{\partial \sigma_{IJ}}{\partial X_I} + \frac{\partial \sigma_{IJ}^i}{\partial X_I} = \frac{\partial \sigma_{IJ}}{\partial X_I} \quad (2.10)$$

將(2.1)與(2.10)代入(2.9)式，且忽略二次項 $\sigma_{IK} \frac{\partial u_J}{\partial X_K} \approx 0$ ，可獲得初始

狀態座標系下，殘留應力負載的彈性波運動方程式，

$$\frac{\partial}{\partial X_I} \left[\sigma_{IJ} + \sigma_{IK}^i \frac{\partial u_J}{\partial X_K} \right] = \rho \frac{\partial^2 u_J}{\partial t^2} \quad (2.11)$$

2.1.2 受預力之塊材結構的本構方程式

要完成聲彈理論的推導，還必須引入介質中應力與應變關係的本構方程式。假設介質為超彈性材料，且受力變形的過程為等熵(isentropic)且等溫(isothermal)，由材料變形產生之應變能(strain energy) $W(E_{\alpha\beta})$ ，推導受應力負載塊材之本構方程式。預應力負載將材料由自然狀態轉換至初始狀態，超音波對於物體的擾動又將之由初始轉至最終狀態，所以先回歸到自然狀態下的座標，求得初始狀態與最終狀態之應變能。初始狀態與最終狀態下之第二克希霍夫應力張量與應變能關係表示如下：

$$\sigma_{\alpha\beta}^i = \frac{\partial W}{\partial E_{\alpha\beta}^i} \quad (2.12)$$

$$\sigma_{\alpha\beta}^f = \frac{\partial W}{\partial E_{\alpha\beta}^f} \quad (2.13)$$

其中 E 為拉格朗日應變張量，定義如下：

$$E_{\alpha\beta}^i = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\alpha^i}{\partial \xi_\beta} + \frac{\partial u_\beta^i}{\partial \xi_\alpha} + \frac{\partial u_\lambda^i}{\partial \xi_\alpha} \frac{\partial u_\lambda^i}{\partial \xi_\beta} \right) \quad (2.14)$$

$$E_{\alpha\beta}^f = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\alpha^f}{\partial \xi_\beta} + \frac{\partial u_\beta^f}{\partial \xi_\alpha} + \frac{\partial u_\lambda^f}{\partial \xi_\alpha} \frac{\partial u_\lambda^f}{\partial \xi_\beta} \right) \quad (2.15)$$

由(2.14)與(2.15)式計算出應變增量 $E_{\alpha\beta} = E_{\alpha\beta}^f - E_{\alpha\beta}^i$ ，並省略 $\frac{(\partial u_\lambda)^2}{\partial \xi_\alpha \partial \xi_\beta}$ 等

高階項(higher-order terms, H.O.T.)，

$$E_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial \xi_\beta} + \frac{\partial u_\beta}{\partial \xi_\alpha} + \frac{\partial u_\lambda^i}{\partial \xi_\alpha} \frac{\partial u_\lambda}{\partial \xi_\beta} + \frac{\partial u_\lambda^i}{\partial \xi_\beta} \frac{\partial u_\lambda}{\partial \xi_\alpha} \right) \quad (2.16)$$

應變能以多項式表示如下：

$$W(E^i) = \frac{1}{2!} c_{\alpha\beta\gamma\delta} E_{\alpha\beta}^i E_{\gamma\delta}^i + \frac{1}{3!} c_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\eta} E_{\alpha\beta}^i E_{\gamma\delta}^i E_{\epsilon\eta}^i + H.O.T \quad (2.17)$$

$$W(E^f) = \frac{1}{2!} c_{\alpha\beta\gamma\delta} E_{\alpha\beta}^f E_{\gamma\delta}^f + \frac{1}{3!} c_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\eta} E_{\alpha\beta}^f E_{\gamma\delta}^f E_{\epsilon\eta}^f + H.O.T \quad (2.18)$$

將(2.17)與(2.18)式分別代入(2.12)與(2.13)式可得

$$\sigma_{\alpha\beta}^i = c_{\alpha\beta\gamma\delta} E_{\gamma\delta}^i + \frac{1}{2} c_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\eta} E_{\gamma\delta}^i E_{\epsilon\eta}^i + H.O.T \quad (2.19)$$

$$\sigma_{\alpha\beta}^f = c_{\alpha\beta\gamma\delta} E_{\gamma\delta}^f + \frac{1}{2} c_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\eta} E_{\gamma\delta}^f E_{\epsilon\eta}^f + H.O.T \quad (2.20)$$

將(2.19)與(2.20)式再代入(2.1)式，可得第二克希霍夫應力張量的增量，在微小變形下，可忽略 $\frac{\partial u_\delta}{\partial \xi_\gamma} \frac{\partial u_\epsilon}{\partial \xi_\eta}$ 等高階項，經整理後可表示成

$$\sigma_{\alpha\beta} = c_{\alpha\beta\gamma\delta} E_{\gamma\delta} + c_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\eta} e_{\gamma\delta}^i e_{\epsilon\eta} \quad (2.21)$$

其中，微小應變張量(infinitesimal strain tensor) $e_{\epsilon\eta}$ 及 $e_{\gamma\delta}^i$ 定義為

$$e_{\epsilon\eta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\epsilon}{\partial \xi_\eta} + \frac{\partial u_\eta}{\partial \xi_\epsilon} \right) \quad (2.22)$$

$$e_{\gamma\delta}^i = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\gamma^i}{\partial \xi_\delta} + \frac{\partial u_\delta^i}{\partial \xi_\gamma} \right) \quad (2.23)$$

因為應變增量 $E_{r\delta}$ 與微小應變張量 $e_{\epsilon\eta}$ 、 $e_{r\delta}^i$ 都具備對稱性，將(2.21)式改以位移梯度(displacement gradient)表示，則

$$\sigma_{\alpha\beta} = c_{\alpha\beta\gamma\delta} \left(\delta_{\rho\gamma} + \frac{\partial u_{\rho}^i}{\partial \xi_{\gamma}} \right) \frac{\partial u_{\rho}}{\partial \xi_{\delta}} + c_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\eta} \frac{\partial u_{\gamma}^i}{\partial \xi_{\delta}} \frac{\partial u_{\epsilon}}{\partial \xi_{\eta}} \quad (2.24)$$

科西應力張量和第二克希霍夫應力張量的關係式為

$$\sigma_{IJ} = \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \xi} \right|^{-1} \frac{\partial X_I}{\partial \xi_{\alpha}} \frac{\partial X_J}{\partial \xi_{\beta}} \sigma_{\alpha\beta} \quad (2.25)$$

將(2.24)代入(2.25)式，並忽略 $\frac{\partial u_J^i}{\partial \xi_{\alpha}} \frac{\partial u_I^i}{\partial \xi_{\beta}}$ 等高階項，可得到在初始狀態

下的本構方程式，

$$\sigma_{IJ} = c_{IJKL}^* \frac{\partial u_K}{\partial X_L} \quad (2.26)$$

其中 c_{IJKL}^* 稱為有效彈性常數(effective elastic constants)，表示如下

$$\begin{aligned} c_{IJKL}^* = & c_{IJKL} (1 - e_{MM}^i) + c_{IJKLMN} e_{MN}^i + c_{MIJKL} \frac{\partial u_I^i}{\partial X_M} + c_{IMKJL} \frac{\partial u_J^i}{\partial X_M} \\ & + c_{IJML} \frac{\partial u_K^i}{\partial X_M} + c_{IJKM} \frac{\partial u_L^i}{\partial X_M} \end{aligned} \quad (2.27)$$

由(2.3)式可以得知密度 ρ 為應變張量 e_{IJ} 的函數，在微小變形的假設下，忽略高階項，則關係式簡化為

$$\rho \cong \rho^i (1 - e_{MM}^i) \quad (2.28)$$

2.2 應力負載立方晶體之藍姆波頻散方程

本節根據 2.1 節所推導的物理模型計算異質結構的聲彈效應，所計算的結構模型及座標系統如圖 2.2 所示。在矽鍺薄膜的結構中，矽與鍺的材料常數分別如表 1、2 所示，矽與鍺的晶格常數分別為 0.543nm 與 0.566nm，兩者相差了 4.1% [14]。在矽鍺薄膜元件的製程中，當鍺沈積於矽基材時，鍺薄膜上會產生面內(in-plane)的壓應力，由於矽基材較薄膜厚很多，故假設矽基材未發生拉應力負載。鍺薄膜

的厚度相對於 X_1 與 X_2 方向的尺寸非常小，可以忽略 X_3 方向上的殘留應力，即平面應力(plane stress)條件， $\sigma_{3J}^i \cong 0$ 。所以(2.11)式可改寫為

$$\sigma_{IJ,I} + u_{J,MN} \sigma_{NM}^i = \rho \ddot{u}_J \quad (2.29)$$

其中 $M, N = 1, 2$ 。

假設藍姆波的位移場為

$$u_J = B_J e^{i(k_1 X_1 + k_2 X_2 + \zeta X_3 - \omega t)} \quad (2.30)$$

其中 B_j 為第 j 個偏振分量， k_1, k_2, ζ 分別為 X_1, X_2, X_3 方向的波數(wave number)。令 $k_1 = \omega s_1, k_2 = \omega s_2, \zeta = \omega \eta$ ，且 s_1, s_2, s_3 分別為 X_1, X_2, X_3 方向的波慢(slowness)， ω 為波之角頻率。將(2.26)與(2.30)式代入(2.29)式，整理獲得

$$\left[c_{IJKL}^* s_I s_L + (s_M s_N \sigma_{NM}^i - \rho) \delta_{JK} \right] B_K = 0 \quad (2.31)$$

若偏振分量 B_k 存在非零解，則(2.31)式等號左邊矩陣的行列式為零，

$$\det \left[\Gamma_{JK} + (s_M s_N \sigma_{NM}^i - \rho) \delta_{JK} \right] = 0 \quad (2.32)$$

其中 $\Gamma_{JK} = c_{IJKL}^* s_I s_L$ ，此處 $s_1 = \cos \theta / c, s_2 = \sin \theta / c, s_3 = \eta$ ； c 代表藍姆波相速度， θ 為波向量(wave vector) \mathbf{k} 與 X_1 軸的夾角。

本文所考慮的介質矽與鍺為立方(cubic)晶體材料，當立方晶體材料受到材料主軸方向的應力負載時，矽鍺薄膜結構之殘留應力為雙軸應力(biaxial stress)，沒有剪應力發生，即 $\sigma_{11}^i = \sigma, \sigma_{22}^i = \sigma, \sigma_{12}^i = 0$ 。

由 2.1 節的推導，得知聲彈理論的計算需考慮到材料三階彈性常數，(2.27)式將材料的二階與三階彈性常數結合成有效彈性常數。若材料主軸與參考座標軸重合，未受應力負載的立方晶體材料之二階彈性矩陣[15, 16, 17]表示為

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix} \quad (2.33a)$$

立方晶體的三階彈性常數中共有 6 個，分別為

$$\begin{aligned} c_{111} &= c_{222} = c_{333} \\ c_{144} &= c_{255} = c_{366} \\ c_{112} &= c_{223} = c_{133} = c_{113} = c_{122} = c_{233} \\ c_{155} &= c_{244} = c_{344} = c_{166} = c_{266} = c_{355} \\ c_{123} \\ c_{456} \end{aligned} \quad (2.33b)$$

其餘的三階彈性常數為零[15]。

在雙軸應力假設下，根據(2.27)式獲得聲彈理論之有效彈性常數 c_{IJKL}^* 的矩陣式如下，各分量詳列於附錄 A，

$$\begin{bmatrix} c_{11}^* & c_{12}^* & c_{13}^* & 0 & 0 & 0 \\ c_{12}^* & c_{22}^* & c_{23}^* & 0 & 0 & 0 \\ c_{13}^* & c_{23}^* & c_{33}^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^* \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

若材料為立方晶體時，(2.32)式可表示如下

$$\begin{vmatrix} \Gamma_{11} + (s_M s_N \sigma_{NM}^i - \rho) & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} + (s_M s_N \sigma_{NM}^i - \rho) & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{23} & \Gamma_{33} + (s_M s_N \sigma_{NM}^i - \rho) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.35)$$

其中

$$\Gamma_{11} = c_{11}^* s_1^2 + c_{66}^* s_2^2 + c_{55}^* \eta^2$$

$$\Gamma_{22} = c_{66}^* s_1^2 + c_{22}^* s_2^2 + c_{44}^* \eta^2$$

$$\Gamma_{33} = c_{55}^* s_1^2 + c_{44}^* s_2^2 + c_{33}^* \eta^2$$

$$\Gamma_{23} = c_{23}^* s_2 \eta + c_{44}^* s_2 \eta$$

$$\Gamma_{13} = c_{13}^* s_1 \eta + c_{55}^* s_1 \eta$$

$$\Gamma_{12} = c_{12}^* s_1 s_2 + c_{66}^* s_1 s_2$$

將(2.35)式展開，可得 η^2 的三次特徵方程式，

$$A_6 \eta^6 + A_4 \eta^4 + A_2 \eta^2 + A_0 = 0 \quad (2.36)$$

係數 $A_0 \sim A_6$ 詳列於附錄 A。為了限制特徵值 η 為單值函數，需考慮一個拘束條件， $\text{Im}(\eta_l) \geq 0$ ， $l=1, 2, 3$ 。令特徵值分別為 $\pm \eta_1$ ， $\pm \eta_2$ ， $\pm \eta_3$ ， $\text{Re}(\eta) > 0$ 代表朝正 X_3 方向傳遞的下傳波， $\text{Re}(\eta) < 0$ 則為朝負 X_3 方向傳遞的上傳波。將特徵值代回(2.31)式，可求得對應之特徵向量的分量 B_1^\pm 、 B_2^\pm 、 B_3^\pm 的比例關係為

$$\frac{B_1^{\pm(l)}}{p_{1l}^\pm} = \frac{B_2^{\pm(l)}}{p_{2l}^\pm} = \frac{B_3^{\pm(l)}}{p_{3l}^\pm} = C_l^\pm \quad (2.37)$$

其中

$$p_{1l}^+ = \Gamma_{12}^{(l)} \Gamma_{23}^{(l)} - \Gamma_{13}^{(l)} \left[\Gamma_{22}^{(l)} + (s_M s_N \sigma_{NM}^i - \rho) \right]$$

$$p_{2l}^+ = \Gamma_{13}^{(l)} \Gamma_{12}^{(l)} - \Gamma_{23}^{(l)} \left[\Gamma_{11}^{(l)} + (s_M s_N \sigma_{NM}^i - \rho) \right]$$

$$p_{3l}^+ = \left[\Gamma_{11}^{(l)} + (s_M s_N \sigma_{NM}^i - \rho) \right] \left[\Gamma_{22}^{(l)} + (s_M s_N \sigma_{NM}^i - \rho) \right] - \left(\Gamma_{12}^{(l)} \right)^2$$

$$p_{1l}^- = -\Gamma_{12}^{(l)} \Gamma_{23}^{(l)} + \Gamma_{13}^{(l)} \left[\Gamma_{22}^{(l)} + (s_M s_N \sigma_{NM}^i - \rho) \right]$$

$$p_{2l}^- = -\Gamma_{13}^{(l)} \Gamma_{12}^{(l)} + \Gamma_{23}^{(l)} \left[\Gamma_{11}^{(l)} + (s_M s_N \sigma_{MN}^i - \rho) \right]$$

$$p_{3l}^- = \left[\Gamma_{11}^{(l)} + (s_M s_N \sigma_{NM}^i - \rho) \right] \left[\Gamma_{22}^{(l)} + (s_M s_N \sigma_{NM}^i - \rho) \right] - \left(\Gamma_{12}^{(l)} \right)^2$$

2.2.1 層狀介質之藍姆波頻散方程式

在層狀結構的矽鍺薄膜中，將(2.37)式代回(2.30)式，其中 m 表示為第 m 層狀介質， X_3 方向即為 z 方向，故可得位移之關係式為

$$\mathbf{u}_m = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}_m = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_m^+ & \mathbf{P}_m^- \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_m^+(z) & 0 \\ 0 & \mathbf{E}_m^-(z) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_m^+ \\ \mathbf{C}_m^- \end{Bmatrix} e^{i(k_1 X_1 + k_2 X_2 - \omega t)} \quad (2.38)$$

其中

$$\mathbf{P}_m^+ = \begin{bmatrix} p_{11}^+ & p_{12}^+ & p_{13}^+ \\ p_{21}^+ & p_{22}^+ & p_{23}^+ \\ p_{31}^+ & p_{32}^+ & p_{33}^+ \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_m^- = \begin{bmatrix} p_{11}^- & p_{12}^- & p_{13}^- \\ p_{21}^- & p_{22}^- & p_{23}^- \\ p_{31}^- & p_{32}^- & p_{33}^- \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_m^+(z) = \begin{bmatrix} e^{i\zeta_1(z-z_{m-1})} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\zeta_2(z-z_{m-1})} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\zeta_3(z-z_{m-1})} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_m^-(z) = \begin{bmatrix} e^{i\zeta_1(z_m-z)} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\zeta_2(z_m-z)} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\zeta_3(z_m-z)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_m^+ = \{C_1^+ \quad C_2^+ \quad C_3^+\}^T, \quad \mathbf{C}_m^- = \{C_1^- \quad C_2^- \quad C_3^-\}^T$$

將(2.38)式代入(2.26)式，可得到 X_3 方向(z 方向)的應力分量表示，

$$\mathbf{F}_m = \begin{Bmatrix} \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{33} \end{Bmatrix}_m = \begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_m^+ & \mathbf{Q}_m^- \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_m^+(z) & 0 \\ 0 & \mathbf{E}_m^-(z) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_m^+ \\ \mathbf{C}_m^- \end{Bmatrix} e^{i(k_1 X_1 + k_2 X_2 - \omega t)} \quad (2.39)$$

其中

$$\mathbf{Q}_m^+ = \begin{bmatrix} q_{11}^+ & q_{12}^+ & q_{13}^+ \\ q_{21}^+ & q_{22}^+ & q_{23}^+ \\ q_{31}^+ & q_{32}^+ & q_{33}^+ \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_m^- = \begin{bmatrix} q_{11}^- & q_{12}^- & q_{13}^- \\ q_{21}^- & q_{22}^- & q_{23}^- \\ q_{31}^- & q_{32}^- & q_{33}^- \end{bmatrix}$$

矩陣 \mathbf{Q}^\pm 的各分量詳列於附錄 A。將矽鍺薄膜結構的位移場與 X_3 方向(即 z 方向)的應力分量合併成狀態向量 \mathbf{S} ，定義如下

$$\mathbf{S}_m(z) = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_m \\ \mathbf{F}_m \end{Bmatrix} = \mathbf{R}_m \mathbf{E}_m(z) \mathbf{C}_m e^{i(k_1 X_1 + k_2 X_2 - \omega t)} \quad (2.40)$$

其中

$$\mathbf{R}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_m^+ & \mathbf{P}_m^- \\ \mathbf{Q}_m^+ & \mathbf{Q}_m^- \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_m(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_m^+(z) & 0 \\ 0 & \mathbf{E}_m^-(z) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_m = \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_m^+ \\ \mathbf{C}_m^- \end{Bmatrix}$$

根據層與層間狀態向量的連續條件，即 $\mathbf{S}_m(z_m) = \mathbf{S}_{m+1}(z_m)$ ，可得

一矩陣關係式，

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_m^+ & \mathbf{P}_m^- \\ \mathbf{Q}_m^+ & \mathbf{Q}_m^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_m^+ \\ \mathbf{C}_m^- \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{m+1}^+ & \mathbf{P}_{m+1}^- \\ \mathbf{Q}_{m+1}^+ & \mathbf{Q}_{m+1}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{m+1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_{m+1}^+ \\ \mathbf{C}_{m+1}^- \end{Bmatrix} \quad (2.41)$$

其中

$$\mathbf{E}_m = \begin{bmatrix} e^{i\zeta_1(m)h_m} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\zeta_2(m)h_m} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\zeta_3(m)h_m} \end{bmatrix}$$

此處， $h_m = z_m - z_{m-1}$ 為第 m 層的厚度。

層板第一層的上邊界與第 n 層的下邊界皆為自由面，即曳力為零

(traction free)的邊界條件，

$$\mathbf{F}_1(0) = [\mathbf{Q}_1^+ \quad \mathbf{Q}_1^- \mathbf{E}_1] \mathbf{C}_1^+ = 0 \quad (2.42)$$

$$\mathbf{F}_n(z_n) = [\mathbf{Q}_n^+ \mathbf{E}_n \quad \mathbf{Q}_n^-] \mathbf{C}_n^- = 0 \quad (2.43)$$

以矽鍺薄膜結構為例，下標 $m=1$ 為鍺層， $m=2$ 為矽層，如圖 2.2 所示，將(2.41)、(2.42)與(2.43)式組合成一矩陣式，即矽鍺薄膜藍姆波未定係數的聯立方程式，

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^+ & \mathbf{Q}_1^- \mathbf{E}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{P}_1^+ \mathbf{E}_1 & \mathbf{P}_1^- & -\mathbf{P}_2^+ & -\mathbf{P}_2^- \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{Q}_1^+ \mathbf{E}_1 & \mathbf{Q}_1^- & -\mathbf{Q}_2^+ & -\mathbf{Q}_2^- \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_2^- \mathbf{E}_2 & \mathbf{Q}_2^+ \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_1^+ \\ \mathbf{C}_1^- \\ \mathbf{C}_2^+ \\ \mathbf{C}_2^- \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.44)$$

若(2.44)式等號左邊的未定係數 $\{\mathbf{C}_1^+ \quad \mathbf{C}_1^- \quad \mathbf{C}_2^+ \quad \mathbf{C}_2^-\}^T$ 存在非零解，則其行列式為零，即為藍姆波頻散方程式，表示如下

$$f(\omega, k) \equiv \det \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^+ & \mathbf{Q}_1^- \mathbf{E}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{P}_1^+ \mathbf{E}_1 & \mathbf{P}_1^- & -\mathbf{P}_2^+ & -\mathbf{P}_2^- \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{Q}_1^+ \mathbf{E}_1 & \mathbf{Q}_1^- & -\mathbf{Q}_2^+ & -\mathbf{Q}_2^- \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_2^- \mathbf{E}_2 & \mathbf{Q}_2^+ \end{bmatrix} = 0 \quad (2.45)$$

第三章 數值分析

本章將以數值計算方法分析矽鍺薄膜結構的聲彈效應。在選定的頻率範圍內，割線法(secant method)搜尋頻散方程式(2.45)的根，建立不同模態的藍姆波的相速度頻散曲線。

3.1 矽鍺薄膜層板結構數值模擬

在半導體製程過程中，材料的晶格不相配會產生磊晶應力，若要将異質材料接合(bonding)並不是一件容易的事，且磊晶應力可達數個GPa的大小，超音波檢測法可作為分析薄膜殘留應力的方法之一。本章採用矽鍺薄膜結構作為數值分析的試體，探討薄膜結構因殘留應力負載改變藍姆波相速度的聲彈效應。矽基材與鍺薄膜的厚度相差甚多，所以殘留應力主要發生於鍺薄膜。矽與鍺皆為立方晶體材料，鍺薄膜內的磊晶應力只存在面內的正向應力，因此數值例題中只考慮[100]與[010]方向的雙軸向應變，沒有剪應變的發生。再者，殘留應力只發生於薄膜，由第二章的聲彈理論得知，鍺薄膜的剛性應考慮三階彈性常數。由於矽基材幾乎不受殘留應力影響，所以不需考慮矽的三階彈性常數。依據上述的假設及第二章推導的聲彈理論，進行矽鍺薄膜結構聲彈效應的數值分析。

鍺材料為立方晶體，其應力與應變之關係如下

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11}^i \\ \sigma_{22}^i \\ \sigma_{33}^i \\ \sigma_{23}^i \\ \sigma_{13}^i \\ \sigma_{12}^i \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{11}^i \\ \epsilon_{22}^i \\ \epsilon_{33}^i \\ \gamma_{23}^i \\ \gamma_{13}^i \\ \gamma_{12}^i \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

鍺的晶格常數為 0.566 nm，而矽的晶格常數為 0.543 nm [14]，因此鍺薄膜的雙軸向應變為：

$$\varepsilon_{11}^i = \varepsilon_{22}^i = \frac{(0.543 - 0.566)}{0.566} = -0.0406 \quad (3.2)$$

假設鍺薄膜為平面應力(plane stress)狀態， $\sigma_{j3}^i = 0$ ，則 x_3 方向之軸向應變為

$$\varepsilon_{33}^i = -\nu\varepsilon_{11}^i = 0.0302 \quad (3.3)$$

其中泊松比(Poisson's ratio) ν 為

$$\nu = 2c_{12}/c_{11} \quad (3.4)$$

將(3.2)與(3.3)式之軸向應變代入(3.1)式之應力與應變關係，可以得到 x_1 與 x_2 方向軸向應力為：

$$\sigma_{11}^i = \sigma_{22}^i = \left(c_{11} + c_{12} - \frac{2c_{12}^2}{c_{11}} \right) \varepsilon_{11}^i = -5.736 \text{ GPa} \quad (3.5)$$

本研究採用矽基材厚度為 0.5 mm 的矽鍺薄膜結構為試體，鍺薄膜厚度分別為 500、1000 與 5000 nm，以數值計算探討矽鍺薄膜結構藍姆波之聲彈效應，所探討之藍姆波波傳方向設為[100]。圖 3.1、圖 3.2 與圖 3.3 分別為層狀介質 Ge (500 nm)/Si、Ge (1000 nm)/Si 與 Ge (5000 nm)/Si 之藍姆波頻散曲線，其中黑色實線為無殘留應力負載之頻散曲線，紅色虛線為殘留應力下的頻散曲線。

鍺薄膜內的殘留應力分佈會隨著增加膜厚增加而改變，假設在不同薄膜厚度下，薄膜受到 5 GPa 均勻壓應力，數值分析結果顯示，在頻率 0~20 MHz 的範圍內，藍姆波頻散曲線並無顯著的差異性。但以 Ge (5000 nm)/Si 結構為例，反對稱 A_0 模態的頻散曲線，仍可發現聲彈效應，在高頻範圍，殘留應力對於藍姆波相速度的影響更明顯，如圖 3.4 所示。

由彈性波相速度的變化可以觀察殘留應力引致的聲彈效應，因此依據相速度變化曲線可以分析結構的殘留應力的大小。考慮不同膜厚的矽鍍結構之藍姆波聲彈效應，圖 3.5、圖 3.6 與圖 3.7 分別為反對稱 A_0 、 A_1 與 A_2 模態相速度變化圖，由圖形變化趨勢發現，隨著鍍薄膜厚度增加，波速改變量也跟著加大。圖 3.8、圖 3.9 與圖 3.10 則為對稱 S_0 、 S_1 與 S_2 模態相速度變化圖，由圖中亦可觀察到隨著薄膜厚度增加，相波速改變也越大。在薄膜殘留應力不隨厚度改變而變化的假設下，薄膜厚度增加意味應力層佔整個層板結構的比例也隨之增加，因此數值模擬結果顯示層板的聲彈效應會因薄膜厚度增加而更加明顯。

實際上半導體製程中，鍍薄膜沉積於矽基材的厚度可能只有數個奈米尺度而已，藍姆波的相速度變化就會更加微小，以 Ge (500 nm)/Si 結構為例，薄膜受高達 5 GPa 壓應力時，藍姆波頻散曲線在 0 到 20MHz 範圍內之波速變化最大只有約 ± 30 m/s，但是藍姆波模態越高波速的變化越大。透過數值模擬結果得知，越高模態的藍姆波相速度對於殘留應力的反應越靈敏。

3.2 等向性平板藍姆波相速度之數值模擬

依據 3.1 節的數值分析結果，當受殘留應力負載的薄膜厚度增加時，藍姆波的聲彈效應會更加明顯。因此本文將進一步討論單層等向性平板受均佈拉應力之藍姆波聲彈效應。分析試體為鋁板，數值模擬採用的鋁板材料常數 [18] 列於表 3，探討軸向應力值改變，不同板波模態的相速度變化情形。

考慮厚度 1 mm 之鋁板，受到軸向拉應力作用，應力強度從 1 MPa 至鋁的降伏應力 20 MPa [19]，假設藍姆波沿著施力方向傳遞，探討機

械應力與相速度間的關係。圖3.11為鋁板藍姆波在0~10 MHz頻率範圍的相速度頻散曲線，其中黑線代表未受軸向應力作用之鋁板，紅線代表受軸向拉應力20 MPa之鋁板。由圖3.11無法明顯看出應力增加對於相速度的影響。若將 A_0 模態的頻散曲線予以局部放大(如圖3.12所示)，應力的改變的確造成相速度的改變。

圖3.13~圖3.17所示為承受0、5、15與20 MPa之軸向應力負載時，鋁板反對稱 $A_0 \sim A_4$ 模態之相速度變化曲線，隨著受機械應力的增加，反對稱波相速度的變化量也會增加。同樣的受力情形下，圖3.18~圖3.22所示為對稱 $S_0 \sim S_4$ 模態之相速度變化曲線，若平板承受的機械應力越大，對稱波相速度的改變量也會增大。假設不考慮塑性變形的發生，當鋁板承受的拉應力達1 GPa時，圖3.23所示之頻散曲線顯示相速度會有非常顯著的變化。當施加的應力夠大時，低模態之藍姆波在低頻範圍即可表現出聲彈效應。

不同的波傳模態受到應力負載的影響也有所不同，本文採用一個評估指標，將各模態相速度因機械應力負載所產生的相速度差的絕對值予以平均，發現受預應力鋁板的高模態藍姆波相速度之變化大。由圖3.24所示，在20 MPa之軸向應力作用時， A_4 模態的平均波速變化量可達約 ± 10 m/s的差距。對稱模態也有相同的特性，依據圖3.25所示，在20 MPa之軸向應力作用時， S_4 模態的平均波速變化量可達 ± 25 m/s的差距。因此透過高模態藍姆波的相速度量測，可以分析平板內之殘留應力。

第四章 實驗量測與分析

本研究選擇雷射超音波檢測系統作為實驗架構，以光波長 1064nm 之 Nd:YAG 脈衝雷射，聚焦於受預應力試片表面，瞬間加熱產生熱膨脹，造成表面粒子運動，生成藍姆波。並利用刀鋒技術 (knife-edge technique) 與共焦式法布里派洛光干涉技術量測藍姆波暫態訊號。

4.1 實驗量測系統與架構

4.1.1 刀鋒檢測技術

本研究的量測系統採用刀鋒檢測技術[20]，其原理為雷射透過一聚焦鏡，使雷射光束直徑小於量測超音波波長的二分之一，聚焦於試片表面聚焦的反射光束受到試片表面超音波擾動的影響，光反射的角度與位置產生變化，光束受到超音波頻率的調制(modulated)。在反射光束得波程中，以刀緣遮住一半的反射光束，僅讓一階繞射光束通過，再利用光接收器(photoreceiver)量測光強度，將試片表面的波擾動轉換成電壓訊號，刀鋒技術示意圖的如圖 4.1 所示。

本研究量測系統光源採用 He-Ne 連續波雷射，波長為 632.8 nm，同調長度約為 20 cm，適合作為光學檢測的光源，因上述的 He-Ne 雷射光束尺寸(spot size)約為 0.98 mm，大於擬激發的超音波波長。因此在光束入射試片前，增設一焦距為 750 mm 的聚焦透鏡，將 He-Ne 雷射光束聚焦於試片上，光束經聚焦後尺寸縮小至超音波波長，以提高量測波傳訊號的空間解析度。

反射光束因試片表面的粗糙度，造成光束的散射，實驗上會產生

許多雜訊，因此在光接收器前增設一個直徑為 1 mm 的針孔 (pinhole)，濾除光於空間中的高頻雜訊[21]，光接收器為 New Focus 1801，頻寬為 125MHz，將光強度訊號轉換為電壓強度訊號。

4.1.2 受預應力之試片

待測試片為均質等向性的鋁箔片，試片尺寸規格分別為長 300 mm、寬 25 mm、厚度 0.2 mm 與長 300 mm、寬 300 mm、厚度 0.3 mm。為了比較受應力前後藍姆波相速度的改變，設計一微型拉伸試驗機，施予箔片不等的拉應力。

所設計之微型拉伸試驗機採用一壓電推桿 (piezo actuators) 為致動器，改變輸入電壓使壓電推桿的伸長量發生變化，以控制拉伸試驗機夾頭的行程。參考圖 4.2 所示，透過的類比電壓放大器 (analog power amplifiers) 為廠牌 Pizeomechanik PosiCon an 150-1，輸出電壓範圍值為值 0 到 150 v，給予最大電壓 150 v 時，壓電推桿的最大行程為 120 μm ，為了直接量測試片之軸向應變，於試片上黏貼一枚應變規，記錄不同行程時箔片的軸向應變值，如表 4 所示，結果顯示受應力平板在線性範圍內，如圖 4.3 所示。

4.1.3 線聚焦激發藍姆波波源與架設

激發藍姆波的方法可分為接觸式與非接觸式，本研究採用後者。以 1064 nm 波長 Nd:YAG 脈衝雷射作為激發藍姆波的波源，工作原理是將脈衝雷射光束聚焦於試體表面，使之受熱瞬間膨脹，因而產生彈性波，本實驗採用的 Nd:YAG 雷射之脈衝僅有 10 ns，頻寬可達 100MHz，意即能夠生成 100MHz 範圍內的藍姆波。

Nd:YAG 脈衝雷射激發超音波大致可分為點聚焦與線聚焦兩種

方式，由於上述試片寬度僅 25 mm，點聚焦方式激發藍姆波會於邊界後產生多重反射，造成反射波訊號與直接波傳的藍姆波訊號干涉，影響實驗量測結果。線聚焦激發方式的優點是加熱範圍加長，如同有無限多個點聚焦所構成，所激發的藍姆波波前將如同一平面，在試片上做同方向波傳，能避免反射波的干涉。因此本實驗將 Nd:YAG 脈衝雷射光束透過焦距 150 mm 的圓柱透鏡(cylindrical lens)，線聚焦於試片表面，加熱區寬約 10 mm，在試片上激發二維的藍姆波。

4.2 實驗架構之自動化系統

本研究以光學系統量測暫態藍姆波的波傳訊號，訊號長度約為數個 μsec ，本實驗採用 Nd:YAG 脈衝雷射 Q-switch 同步訊號作為量測裝置的觸發訊號。以二維傅立葉轉換法量測藍姆波相速度時，需於相等空間間隔、不同場距位置激發藍姆波源，並於固定點擷取暫態波傳訊號，為減少量測時的人為之誤差，故將實驗系統予以自動化。

實驗所採用的訊號擷取自動化系統如圖 4.4 所示。首先透過 NI 7344 運動控制卡移動設有一組反射鏡及聚焦鏡的線性平台，改變 Nd:YAG 脈衝雷射激發藍姆波的波源位置，另以一部 He-Ne 雷射量測試片固定點的藍姆波訊號。以 LabView 圖控程式下達指令經個人電腦中的 GBIP 介面卡，至數位電源供應器(DC power supply)，產生 TTL 觸發訊號，傳至 Nd:YAG 雷射，產生脈衝激發藍姆波。藍姆波的暫態擾動使得量測之 He-Ne 雷射光束反射角度偏移，光接收器將光強度的暫態訊號轉為電壓訊號，以個人電腦的 A/D 卡擷取各組暫態訊號。

4.3 波傳訊號處理

本研究分別以刀鋒技術與共焦式法布里派洛光干涉技術量測藍

姆波訊號，利用二維傅立葉轉換法處理多模態波傳訊號的優點[12, 22]，將量測的時域訊號轉為時間頻域 (temporal frequency domain) 訊號，空間量測位置的資料轉換成空間頻域(spatial frequency domain)訊號，透過二維傅立葉轉換法找出箔片在不同軸向拉應力作用下的藍姆波頻散曲線。

4.3.1 時域訊號處理

以刀鋒技術量測藍姆波的時域訊號時，光束對環境的擾動十分敏感，容易因環境的擾動而引進雜訊。本研究於時域訊號與頻域訊號分析時，分別加入一觀窗函數(window function)壓抑環境擾動而產生的雜訊。

在時域訊號分析方面，將每一場距所量測的波傳訊號乘上平坦的觀窗函數 $h(n)$ ，觀窗函數表示如下

$$h(n) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi n}{2 n_c}\right), & n \leq n_c \\ 1, & n_c < n < N - n_c \\ \sin\left(\frac{\pi (N - n)}{2 n_c}\right), & n \geq N - n_c \end{cases} \quad (4.1)$$

其中 N 表示觀窗的資料長度， n_c 表示選擇修正的資料長度。圖 4.5 為時域訊號的觀窗函數圖形，圖 4.6 下方為修正前的一筆時域訊號，上方為修正後的時域訊號。

4.3.2 頻域訊號處理

應用二維傅立葉轉換法可分析多模態藍姆波訊號，但是量測到的 A_0 模態藍姆波之振幅強度通常遠大於其他高階模態的波傳訊號，因此造成頻域訊號的灰階圖僅顯現 A_0 模態的相速度頻散曲線，為了縮

小高階模態與 A_0 模態藍姆波相速度曲線的灰階強度比，將二維傅立葉轉換後的時間頻域訊號強度乘上另一觀窗函數 $w(n)$ ，觀窗函數表示如下

$$w(n) = \frac{1}{N-1}(n-1), \quad 1 \leq n \leq N \quad (4.2)$$

其中 N 表示觀窗的資料長度，圖 4.7 為頻域訊號採用的觀窗函數圖形，圖 4.8 為未經觀窗函數處理之頻域訊號灰階圖，圖 4.9 為經觀窗函數處理後之頻域訊號的灰階圖，經觀窗函數處理過後的藍姆波相速度灰階圖明顯可看出高模態的藍姆波頻散曲線。

4.4 等向性材料平板之聲彈效應實驗

4.4.1 未受預應力試片之量測

本文探討的聲彈效應是先以未受力的均質、等向性平板之藍姆波相速度為基準，再進一步分析受預應力平板的藍姆波相速度改變量。以長、寬皆為 300 mm，厚度 0.3 mm 之鋁板為試片，採用點聚焦方式以 Nd:YAG 脈衝雷射激發藍姆波，在此平板 $300 \times 300 \text{ mm}^2$ 的面積下，直接波傳的藍姆波沒有受到反射波的干涉，而影響量測結果。

倘若採用刀鋒技術量測藍姆波的擾動，必須避免激發雷射光束與量測雷射光束的路徑交錯而干擾，通常將激發光源與量測光源分別置放於試片的兩側。故實驗試片採取直立式，Nd:YAG 脈衝雷射光束聚焦之激發點位置與 He-Ne 雷射光束之量測點呈水平連線，激發點與量測點得最近場距為 5 mm，透過 NI 7344 運動控制卡及線性位移平台，將激發點位置沿水平方向向外移動。取樣頻率設為 100 MHz，藍姆波激發點向外每移動 0.25 mm 距離擷取一筆波動訊號，圖 4.10 為擷取到的三組典型的藍姆波訊號，每筆訊號的資料長度為 1024 點，

共擷取 32 筆資料，構成如圖 4.11 所之雷射超音波線掃瞄灰階圖，由雷射超音波線掃瞄灰階圖可以發現隨著激發源與量測點的場距增加，訊號到達量測點的時間延遲趨增長，證實刀鋒技術所量測到的訊號為波動訊號而非結構的振動訊號。透過上一節描述的二維傅立葉與窗口法的訊號處理，得到如圖 4.12 所示頻率範圍 0~10 MHz 的反對稱模態 A_0 、 A_1 與對稱模態 S_0 、 S_1 之藍姆波頻散曲線。 A_0 和 S_0 低模態藍姆波的相速度量測值接近第二章所計算的頻散曲線理論值，但是 A_1 和 S_1 高模態藍姆波的頻散曲線則有差異，可能因為高模態的訊號振幅較小，因此引進的雜訊振幅可能都大於高模態藍姆波的振幅，量測引入的雜訊造成二維傅立葉轉換程式的計算上的誤差。

4.4.2 受預應力試片之量測

本研究應用 4.1.2 小節描述的自製拉伸試驗機施予一單軸預應力於試片上，透過類比電源供應器調整壓電推桿的行程，分別於壓電推桿行程為 0、50 與 100 μm 時，進行聲彈實驗的量測，以 Nd:YAG 脈衝雷射線聚焦於試片上，激發藍姆波。

實驗試片採用，長度 300 mm、寬度 25 mm、厚度為 0.2 mm 的鋁板，先在壓電推桿行程為 0 μm 處進行量測，激發點與量測點之初始場距為 10 mm，固定量測點位置，移動激發點，每增加 0.25 mm 場距擷取一筆波動訊號，圖 4.13 所示為擷取之三組藍姆波波傳訊號，每筆資料長度為 1024 點，取樣頻率為 100 MHz，共擷取 32 筆資料，構成雷射超音波線掃瞄灰階圖如圖 4.14 所示。由雷射超音波線掃瞄灰階圖發現隨著激發源與量測點場距的越增加，訊號到達量測點的時間延遲越落後，證實所量測到的訊號為波傳訊號。將所擷取的時域訊號以二維傅立葉轉換法處理，得到如圖 4.15 所示之頻率範圍 0~10

MHz 的反對稱波 A_0 、 A_1 模態與對稱波 S_0 模態相速度頻散曲線，與無預應力負載之理論頻散曲線對應的 A_0 與 S_0 曲線大致吻合，但是高模態 A_1 藍姆波相速度則出現許多誤差。

仍以同樣的量測方式擷取與處理藍姆波的波傳訊號，在壓電推桿行程位移為 50 與 100 μm 時。圖 4.16 所示為推桿行程 50 μm 時的波傳訊號，圖 4.17 則為雷射超音波線掃瞄灰階圖，圖 4.18 所示則為 A_0 、 A_1 與 S_0 模態的頻散曲線。因施予的軸向應變僅約 125 μ ，造成低模態藍姆波的聲彈效應變化不大，無法觀察到頻散曲線的變化。若將壓電推桿行程加大至 100 μm ，圖 4.19 所示為雷射生成藍姆波的波傳訊號，圖 4.20 為雷射超音波線掃瞄灰階圖，圖 4.21 為 A_0 、 A_1 與 S_0 模態之頻散曲線灰階圖。此時施加的軸向應變約為 284 μ ，與未受應力作用之頻散曲線理論值做比較，從圖形可觀察到低模態 A_0 與 S_0 訊號略有些微的變化。第三章數值分析得知越高模態波傳訊對應力的影響更大，在實驗過程中，高模態 A_1 訊號容易受外界擾動的影響，因此無法判定是否受軸向應力而改變波傳訊號。

另取一厚度僅 0.05 mm 之銅箔作為實驗試片，觀察銅箔受預應力負載之聲彈效應。實驗仍採用刀鋒技術作為量測系統，每間隔 0.25 mm 場距擷取一筆訊號，共擷取 32 筆，並以二維傅立葉轉換法進行訊號處理。圖 4.22 為未受應力作用銅箔之雷射生成藍姆波訊號，圖 4.23 所示為相關的頻散曲線灰階圖。經與理論值比較後，只有 A_0 模態的相速度與理論值差異較小，其他模態的頻散曲線沒有量測到。推測是因為銅箔片太薄，在施予軸向負載時，容易產生縐折(wrinkle)，造成量測誤差。當壓電推桿行程分別為 50 與 100 μm 時，進行藍姆波聲彈效應量測，圖 4.24 為壓電推桿行程為 50 μm 所量測的藍姆波訊號，圖 4.25 為對應之頻散曲線，與未受應力負載的結果相較， A_0 模

態頻散曲線的差異性不明顯。圖 4.26 為壓電推桿行程為 $100\ \mu\text{m}$ 所量測的訊號，圖 4.27 為其頻散曲線圖，與未受機械應力之頻散曲線再次比較， A_0 模態藍姆波的頻散曲線已經有些許差異。透過上述的實驗結果顯示，若以高模態藍姆波相速度變化量測具殘留應力之平板結構的應力負載，可以觀察到聲彈效應產生的改變。

4.5 共焦式法布里派洛干涉儀量測實驗

根據第三章的數值分析得知，當鋁板達降伏應力 $20\ \text{MPa}$ 時， $1\ \text{mm}$ 的鋁板之 A_0 模態的平均相速度只有約 $\pm 1.25\ \text{m/s}$ 的變化， A_1 模態則約有 $\pm 2.16\ \text{m/s}$ 的變化，而 S_0 模態約有 $\pm 1.46\ \text{m/s}$ 的變化，因此頻散曲線波速的變化非常小。上一節的實驗結果顯示，刀鋒技術量測藍姆波的解析度並不高。本研究將進一步採用靈敏度與解析度較高的共焦式法布里派洛光干涉儀，量測等向性平板的藍姆波相速度與刀鋒量測技術作一比較。

本實驗量測系統採用許家豪[23]所建立的 CFPI，如圖 4.28 所示，工作原理為試片受到彈性波擾動，表面粒子的面外運動致使照射其上的雷射光產生都卜勒頻移(Doppler frequency shift)，透過 CFPI 共振腔解調都卜勒頻移訊號成為光強度變化，由光接收器將之轉換為電壓訊號，再以 A/D 卡擷取波傳訊號。CFPI 的光路採取線偏極率 500:1 的 He-Ne 雷射之 S 偏極光，進入左方之偏極分光稜鏡(polarizing beam splitter, PBS)並穿過一個與 S 偏極光夾角 45° 之四分之一波片，使自試片表面反射返回的光線轉成 P 偏極光。穿透左方 PBS，再以 S 偏極光進入右方 PBS，此時 S 偏極光經反射通過另一四分之一波片，然後進入共振腔發生共振，最後光束以 P 偏極光穿透 PBS 到達光接收器，將光強度訊號轉成電壓值。[23]利用 A/D 卡與 LabView 圖控程式擷取

訊號，構成一套 CFPI 量測系統。

試片採用寬度 300 mm、長度 300 mm、厚度 0.3 mm 之鋁板，將 Nd:YAG 脈衝雷射光束經透鏡點聚焦生成激發藍姆波，A/D 卡的取樣頻率設為 100 MHz，激發點與量測點的最短場距為 10 mm，每增加 0.25 mm 場距，擷取一筆訊號，每筆資料長度 1024 點。圖 4.29 為量測的雷射生成藍姆波訊號，共擷取 32 筆資料，構成雷射超音波的線掃描灰階圖如圖 4.30 所示。將波傳訊號以二維傅立葉轉換處理，得到反對稱波 A_0 、 A_1 模態與對稱波 S_0 、 S_1 模態之相速度灰階圖如圖 4.31 所示，與理論值比較後發現，低模態 A_0 與 S_0 藍姆波與理論值幾乎重合，但在 A_1 與 S_1 高模態藍姆波相速度則差異甚大，應為外界擾動的雜訊影響高模態訊號，造成儀器量測的誤差。比較圖 4.30 與圖 4.12 比較，CFPI 對於波傳訊號的解析度優於刀鋒技術。



第五章 結論與未來展望

本文根據微體波之聲彈理論及三階彈性常數，建立一套數值分析程式，探討薄膜層板結構之藍姆波相速度與殘留應力間的聲彈效應。實驗採用雷射生成超音波及刀鋒技術、共焦式法布里派洛光學干涉儀兩種非接觸量測方法，量測單軸應力負載下之金屬箔片藍姆波的聲彈效應。本章將綜合數值分析與實驗量測的結果，並提供日後改進的參考。

5.1 結論

5.1.1 數值分析

本研究的數值模擬顯示，影響藍姆波之聲彈效應有下列因素：(1) 殘留應力大小，當殘留應力值越大時，聲彈效應越明顯。(2) 藍姆波模態，在受殘留應力負載的平板結構上，越高模態藍姆波對聲彈效應變化越顯著。(3) 受殘留應力之平板厚度，若殘留應力均勻分佈於平板的方向時，厚度越厚則聲彈效應也隨之增加。

半導體製程中，薄膜結構的厚度都在數奈米尺度範圍而已，量測高模態藍姆波相速度差值可作為反算薄膜殘留應力的依據。Ge(500 nm)/Si 薄膜層板結構的藍姆波數值模擬結果顯示，當薄膜受殘留應力 5GPa 壓應力的假設下，高模態 A_2 藍姆波於 0 到 20 MHz 的頻率範圍，波速偏移差值最大約為 30 m/s，而低模態 A_0 則約為 10 m/s，因此量測薄膜殘留應力應以高模態藍姆波為主。數值結果也發現，藍姆波頻散曲線的斜率絕對值越大，則波速偏移量也越大，因此在各模態的截止頻率附近或頻散曲線斜率變化較大處，都是量測聲彈效應的較佳範

圍。

5.1.2 實驗量測

殘留應力與波速變化量的絕對值是正相關的，待測物體內的應力越大，波速改變就越大，因此若量測微小應力，就必須採用精密的量測儀器，本研究應用刀鋒技術量測受應力平板時，施加平板的應力較小，僅量測到主要為低模態的藍姆波訊號，因此聲彈效應並不明顯。本研究曾採用 CFPI 量測鋁板的藍姆波訊號，經 2D-FFT 轉換，獲得的頻散曲線具有較佳的解析度，因此運用光學干涉儀量測聲彈效應更為適合。

本研究的實驗以厚度評估 0.05mm 之銅箔作為試片，評估薄膜受殘留應力的聲彈效應，在實驗過程中，銅箔試片容易產生皺折，造成試片表面反射的光路偏折，量測時產生許多雜訊，因此保持銅箔試片的平整性是實驗的重要因素之一。再者，由於銅箔試片厚度很薄，不容易固定於拉伸試驗機上，若在銅箔試片兩端各黏貼一對固定墊片 (end tab)，將可使拉伸試驗機的夾頭均勻施力於箔片，避免皺折。

應用二維傅立葉轉換法可分析多模態的波傳訊號，但透過相速度灰階圖所得到的結果比較粗略，受到絕對峰值的大小影響，致使絕對值較小的相對峰值被忽略。若以搜尋程式尋找相速度灰階圖的相對峰值，將可求得更精準的頻散曲線圖形。

5.2 展望

根據數值模擬具殘留應力 20 MPa 之鋁板，工作頻率與板厚乘積於 0 到 10 MHz · mm 範圍內，高模態 A_2 藍姆波之相速度偏移量最大可達 -35 m/s，因此殘留應力均勻分佈之平板適合利用藍姆波檢測平板

內之殘留應力。未來可應用藍姆波量測大型鋼材於製造過程中所產生的殘留應力。

利用高模態藍姆波量測平板聲彈效應可得到較佳的效果，但在實驗的過程中，量測高模態的藍姆波並不容易。高模態的藍姆波容易受到外界雜訊的干擾，克服雜訊是相當重要的的課題，未來可加入帶通濾波器(band-pass filter)，以期得到所要量測的頻率範圍。

本研究曾採用 CFPI 作為量測藍姆波擾動的儀器，獲致不錯的結果，但校準光束進入 CFPI 共振腔耗時過長，未來可利用光纖將雷射光光源導入於共振腔內，縮短校準光路的時間，亦可減少光強度的衰減。



參考文獻

- [1] D. S. Hughes and J. L. Kelly (1953), "Second-order elastic deformation of solids," *Phys. Rev.*, **92**(5), 1145-1149.
- [2] R. A. Toupin and B. Berstein (1961), "Sound waves in deformed perfectly elastic materials acoustoelastic effect," *J. Acoust. Soc. Am.*, **33**, 216-225.
- [3] Y. H. Pao and U. Gamer (1985), "Acoustoelastic waves in orthotropic media," *J. Acoust. Soc. Am.*, **77**(3), 216-225.
- [4] C. Desmet, U. Kawald, A. Mourad, W. Lauriks, and J. Thoen (1996), "The behavior of Lamb waves in stressed polymer foils," *J. Acoust. Soc. Am.*, **100**(3), 1509-1513.
- [5] J. F. Chai and T. T. Wu (1996), "Propagation of surface waves in a prestressed piezoelectric material," *J. Acoust. Soc. Am.*, **100**(4), 2112-2122.
- [6] G. Wedler, J. Walz, T. Hesjedal, E. Chilla, and R. Koch (1998), "Stress and relief of misfit strain of Ge/Si(001)," *Phys. Rev. Lett.*, **80**(11), 2382-2385.
- [7] A. V. Osetrov, H. -J. Frohlich, R. Koch, and E. Chilla, and R. Koch (2000), "Acoustoelastic effect in anisotropic layered structures," *Phys. Rev. B*, **62**(21), 13963-13969.
- [8] A. H. Fahmy and E. L. Adler (1973), "Propagation of acoustic surface waves in multilayers," *Appl. Phys. Lett.*, **22**(10), 495-497.
- [9] E. L. Adler (1990), "Matrix methods applied to acoustic waves in multilayers," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. and Freq. Control*, **37**(6), 485-490.
- [10] N. A. Schumacher, C. P. Burger, and P. H. Gien (1993), "A laser-based investigation of higher-order modes in transient Lamb

- waves,” *J. Acoust. Soc. Am.*, **93**(5), 2981-2984.
- [11] D. Alleyne and P. Cawley (1991), “A two-dimensional Fourier transform method for the measurement of propagating multimode signals,” *J. Acoust. Soc. Am.*, **89**(3), 1159-1168.
- [12] W. Gao, C. Glorieux, and J. Thoen (2003), “Laser ultrasonic study of Lamb waves: determination of the thickness and velocity of a thin plate,” *Int. J. Eng. Sci.*, **41**, 219-228.
- [13] Y. H. Pao, W. Sachse, and H. Fukuoka (1984), *Physical Acoustics*, Vol. 17, W. P. Mason and R. N. Thurston, 61-144, Academic, New York.
- [14] G. Wedler, J. Walz, T. Hesjedal, E. Chilla, and R. Koch (1998), “Stress and relief of misfit strain of Ge/Si(001),” *Phys. Rev. Lett.*, **80**(11), 2382-2385.
- [15] H. J. McSkimin, and P. Andreatch (2002), “Measurement of third-order moduli of silicon and germanium,” *J. Appl. Phys.*, **35**(11), 3312-3319.
- [16] D. Royer, and E. Dieulesaint (2000), *Elastic Waves in Solids*, Vol. I, 119-170, Springer, New York.
- [17] J. Liu, H. J. Kim, O. Hulko, and Y. H. Xie (2004), “Ge films grown on Si substrates by molecular-beam epitaxy below 450°C,” *J. Appl. Phys.*, **96**(1), 916-918.
- [18] J. F. Thomas (1968), “Third-order elastic constants of aluminum,” *Physics Review*, **175**(3), 955-962.
- [19] Gere and Timoshenko (1984), *Mechanics of Materials*, Second Edition, 742-747, Wadsworth, Inc., Belmont, California.
- [20] C. B. Scruby and L. E. Drain (1990), *Laser Ultrasonics Techniques and Applications*, Adam Hilger, Bristol, England.
- [21] 楊國輝、黃宏彥(2001)，*雷射原理與量測概論*，399-400，五南圖書，台北市。

- [22] X. Zhang, T. Jackson, and E. Lafond (2005), “Noncontact determination of elastic moduli by two-dimensional Fourier transformation and laser ultrasonic technique,” *Rev. Sci. Instr.*, **76**, 026113.
- [23] 許家豪(2005)，表面聲波量測層狀介質材料常數之研究，國立交通大學機械工程學系碩士論文，新竹市，台灣。
- [24] H. Liu, J. J. Lee and Z. M. Cai (2004), “Analysis of nonlinear acoustoelastic effect of surface acoustic waves in laminated structures by transfer matrix method,” *Mech. Res. Commun.*, **31**(6), 667-675.
- [25] D. C. Hurley, V. K. Tewary and A. J. Richards (2001), “Thin-film elastic-property measurements with laser-ultrasonic SAW spectrometry,” *Thin Solid Films*, **398**, 326-330.
- [26] A. Neubrand and P. Hess (1991), “Laser generation and detection of surface acoustic waves: elastic properties of surface layers,” *J. Appl. Phys.*, **71**(1), 227-238.
- [27] 汪建民(1998)，材料分析，673-700，中國材料科學學會，新竹市，台灣。

附 錄

1. (2.32)式之有效彈性常數 c_{IJKL}^* 為

$$c_{11}^* = c_{1111}^* = c_{11} \left(1 - e_{11}^i - e_{22}^i - e_{33}^i \right) + 4c_{11}u_{1,1}^i + c_{111}e_{11}^i + c_{112}e_{22}^i + c_{112}e_{33}^i$$

$$c_{22}^* = c_{2222}^* = c_{11} \left(1 - e_{11}^i - e_{22}^i - e_{33}^i \right) + 4c_{11}u_{2,2}^i + c_{112}e_{11}^i + c_{111}e_{22}^i + c_{112}e_{33}^i$$

$$c_{33}^* = c_{3333}^* = c_{11} \left(1 - e_{11}^i - e_{22}^i - e_{33}^i \right) + 4c_{11}u_{3,3}^i + c_{112}e_{11}^i + c_{112}e_{22}^i + c_{111}e_{33}^i$$

$$c_{44}^* = c_{2323}^* = c_{44} \left(1 - e_{11}^i - e_{22}^i - e_{33}^i \right) + 2c_{44}u_{2,2}^i + 2c_{44}u_{3,3}^i + c_{144}e_{11}^i + c_{155}e_{22}^i + c_{155}e_{33}^i$$

$$c_{55}^* = c_{1313}^* = c_{44} \left(1 - e_{11}^i - e_{22}^i - e_{33}^i \right) + 2c_{44}u_{1,1}^i + 2c_{44}u_{3,3}^i + c_{155}e_{11}^i + c_{144}e_{22}^i + c_{155}e_{33}^i$$

$$c_{66}^* = c_{1212}^* = c_{44} \left(1 - e_{11}^i - e_{22}^i - e_{33}^i \right) + 2c_{44}u_{1,1}^i + 2c_{44}u_{2,2}^i + c_{155}e_{11}^i + c_{155}e_{22}^i + c_{144}e_{33}^i$$

$$c_{23}^* = c_{2233}^* = c_{12} \left(1 - e_{11}^i - e_{22}^i - e_{33}^i \right) + 2c_{12}u_{2,2}^i + 2c_{12}u_{3,3}^i + c_{123}e_{11}^i + c_{112}e_{22}^i + c_{112}e_{33}^i$$

$$c_{13}^* = c_{1133}^* = c_{12} \left(1 - e_{11}^i - e_{22}^i - e_{33}^i \right) + 2c_{12}u_{1,1}^i + 2c_{12}u_{3,3}^i + c_{112}e_{11}^i + c_{123}e_{22}^i + c_{112}e_{33}^i$$

$$c_{12}^* = c_{1122}^* = c_{12} \left(1 - e_{11}^i - e_{22}^i - e_{33}^i \right) + 2c_{12}u_{1,1}^i + 2c_{12}u_{2,2}^i + c_{112}e_{11}^i + c_{112}e_{22}^i + c_{123}e_{33}^i$$

2. (2.34)式之特徵方程式的係數為

$$A = c_{11}^*s_1^2 + c_{66}^*s_2^2 + \sigma_{11}^i s_1^2 + \sigma_{22}^i s_2^2 - \rho$$

$$B = c_{66}^*s_1^2 + c_{22}^*s_2^2 + \sigma_{11}^i s_1^2 + \sigma_{22}^i s_2^2 - \rho$$

$$C = c_{55}^*s_1^2 + c_{44}^*s_2^2 + \sigma_{11}^i s_1^2 + \sigma_{22}^i s_2^2 - \rho$$

$$A_0 = ABC - C \left[(c_{12}^* + c_{66}^*) s_1 s_2 \right]^2$$

$$A_2 = ABC_{33}^* + ACc_{44}^* + BCc_{55}^* + 2(c_{12}^* + c_{66}^*)(c_{13}^* + c_{55}^*)(c_{23}^* + c_{44}^*)s_1^2 s_2^2$$

$$- B(c_{13}^* + c_{55}^*)^2 s_1^2 - c_{33}^*(c_{12}^* + c_{66}^*)s_1^2 s_2^2 - A(c_{23}^* + c_{44}^*)^2 s_2^2$$

$$A_4 = Ac_{33}^*c_{44}^* + Bc_{33}^*c_{55}^* + Cc_{44}^*c_{55}^* - c_{44}^*(c_{13}^* + c_{55}^*)^2 s_1^2 - c_{55}^*(c_{23}^* + c_{44}^*)^2 s_2^2$$

$$A_6 = c_{33}^*c_{44}^*c_{55}^*$$

3. 矩陣 \mathbf{Q}^\pm 的分量為

$$q_{1k}^+ = ic_{55}^* \zeta_3 p_{1k}^+ + ik_1 c_{55}^* p_{3k}^+$$

$$q_{2k}^+ = ic_{44}^* \zeta_3 p_{2k}^+ + ik_2 c_{44}^* p_{3k}^+$$

$$q_{3k}^+ = ik_1 c_{31}^* p_{1k}^+ + ik_2 c_{32}^* p_{2k}^+ + ic_{33}^* \zeta_3 p_{3k}^+$$

$$q_{1k}^- = q_{1k}^+ = -ic_{55}^* \zeta_3 p_{1k}^- + ik_1 c_{55}^* p_{3k}^-$$

$$q_{2k}^- = q_{2k}^+ = -ic_{44}^* \zeta_3 p_{2k}^- + ik_2 c_{44}^* p_{3k}^-$$

$$q_{3k}^- = -q_{3k}^+ = ik_1 c_{31}^* p_{1k}^- + ik_2 c_{32}^* p_{2k}^- - ic_{33}^* \zeta_3 p_{3k}^-$$



表 1 矽的二階與三階彈性常數

密度(kg/m^3)	彈性常數(GPa)					
ρ	c_{11}	c_{12}	c_{44}			
2329	165	64	79.2			
	c_{111}	c_{112}	c_{123}	c_{144}	c_{155}	c_{456}
	-825	-451	-64	12	-310	-64

表 2 鋳的二階與三階彈性常數

密度(kg/m^3)	彈性常數(GPa)					
ρ	c_{11}	c_{12}	c_{44}			
5323.4	129	48	67.1			
	c_{111}	c_{112}	c_{123}	c_{144}	c_{155}	c_{456}
	-720	-380	-30	-10	-305	-45

表 3 鋁的二階與三階彈性常數

密度(kg/m^3)	彈性常數(GPa)					
ρ	c_{11}	c_{12}	c_{44}			
2696	109.26	56.55	26.36			
	c_{111}	c_{112}	c_{123}	c_{144}	c_{155}	c_{456}
	-107.6	-31.5	3.6	-2.3	-34	-3

表 4 銅的二階與三階彈性常數

密度(kg/m^3)	彈性常數(GPa)					
ρ	c_{11}	c_{12}	c_{44}			
5322	128.9	48.3	67.1			
	c_{111}	c_{112}	c_{123}	c_{144}	c_{155}	c_{456}
	-710	-389	-18	-23	-29.2	-53

表 5 拉伸試驗應變值

Displacement (μm)	Strain ($\mu\epsilon$)
5	10
10	22
15	33
20	45
25	58
30	72
35	84
40	98
45	113
50	125
55	139
60	155
65	171
70	185
75	202
80	215
85	233
90	249
95	265
100	284

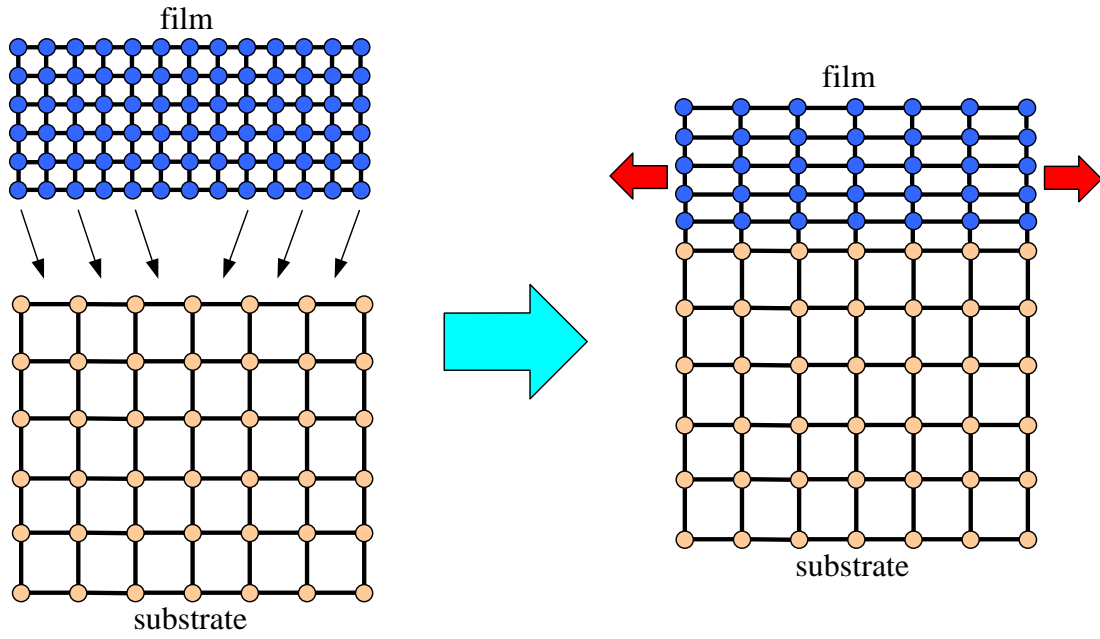


圖 1.1 晶格不相配造成薄膜產生拉應力

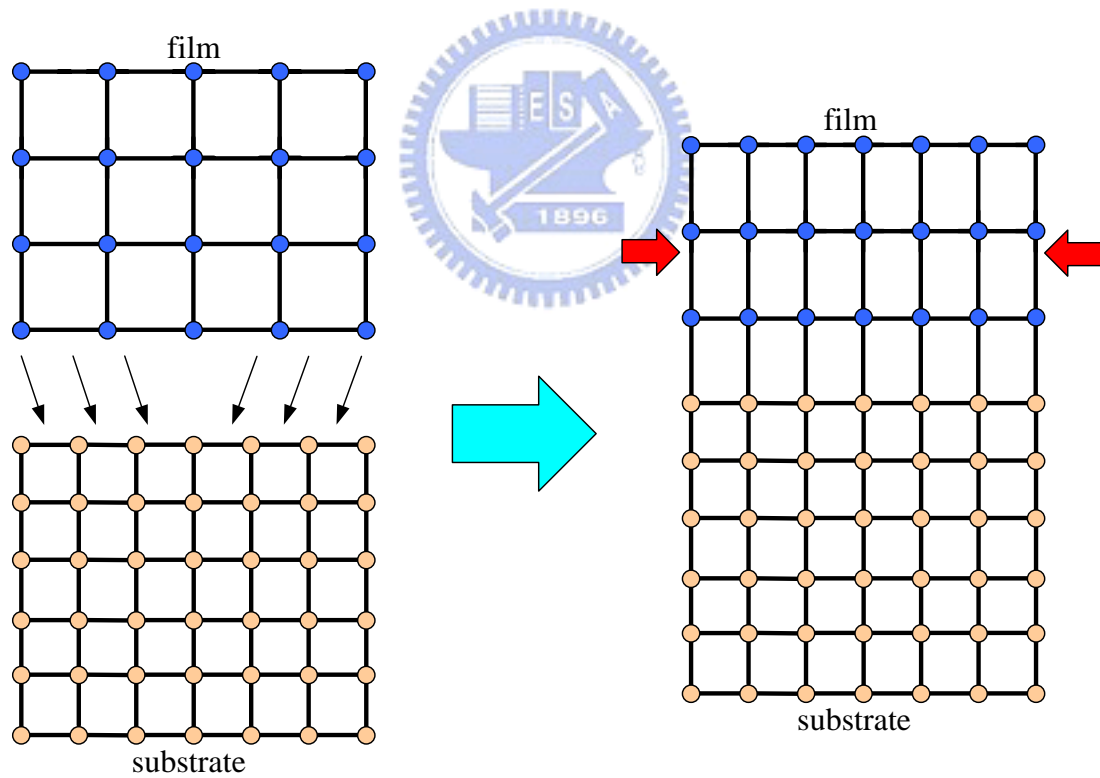


圖 1.2 晶格不相配造成薄膜產生壓應力

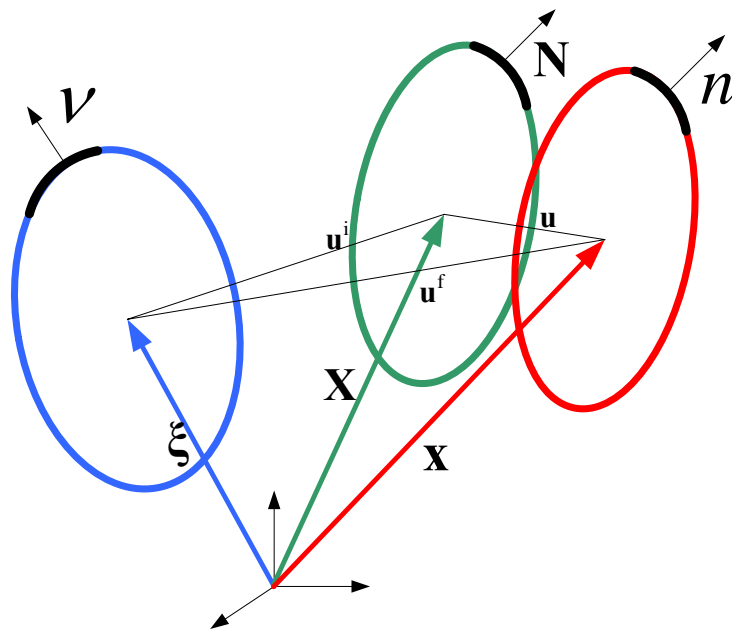


圖 2.1 受預應變質點在自然狀態、初始狀態及最後狀態的座標系統

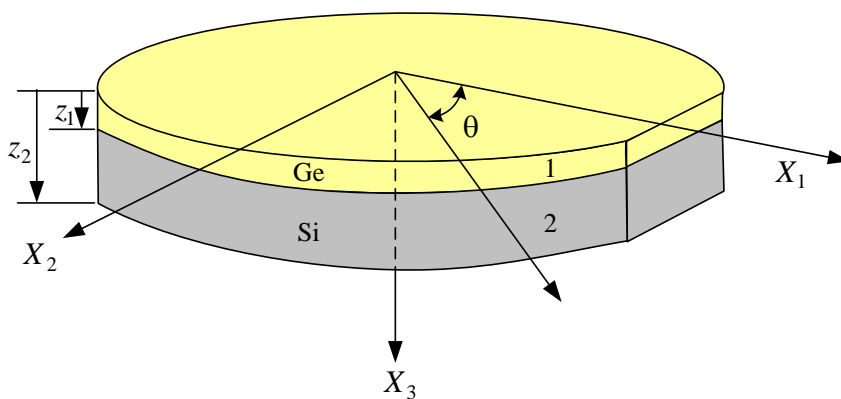


圖 2.2 單晶矽鍺薄膜結構及參考座標(與材料主軸重合)

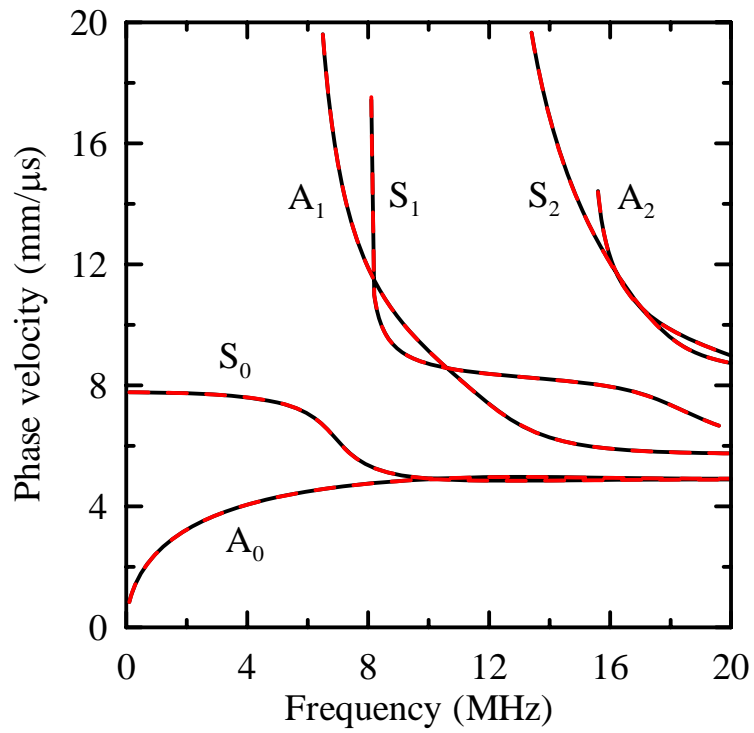


圖 3.1 Ge(500nm)/Si 頻散曲線圖，實線代表薄膜未受應力，
虛線代表薄膜受 5GPa 壓應力

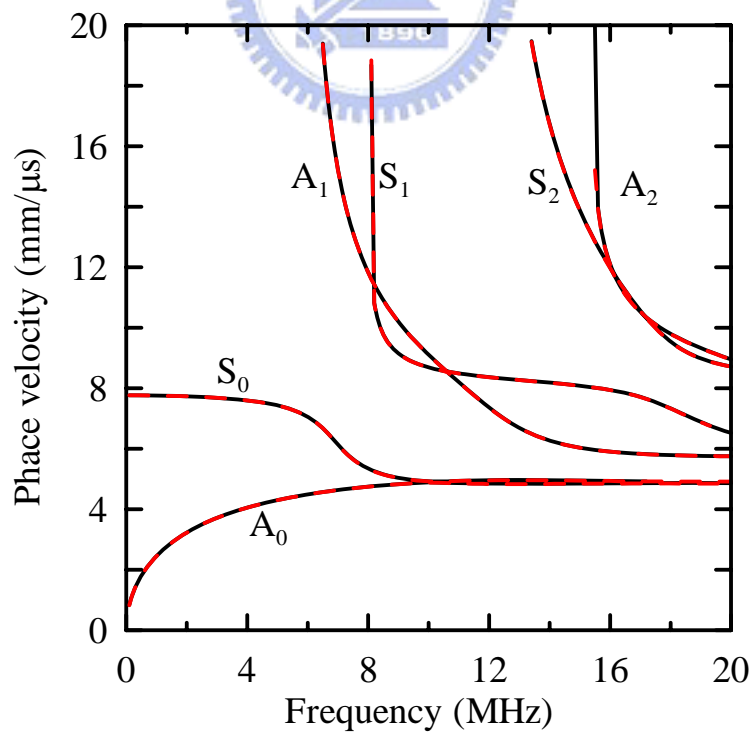


圖 3.2 Ge(1000nm)/Si 頻散曲線圖，實線代表薄膜未受應力，
虛線代表薄膜受 5 GPa 壓應力

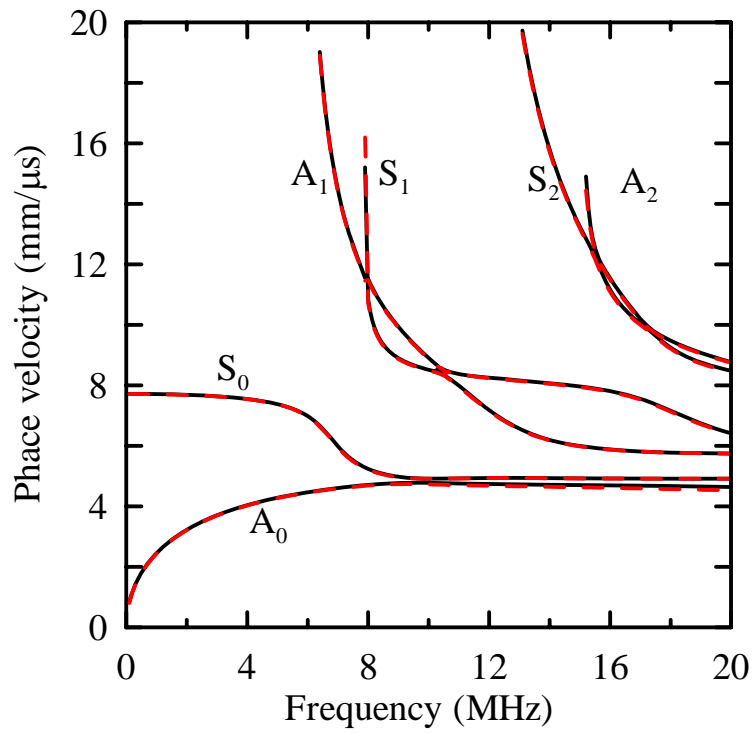


圖 3.3 Ge(5000nm)/Si 頻散曲線圖，實線代表薄膜未受應力，
虛線代表薄膜受 5 GPa 壓應力

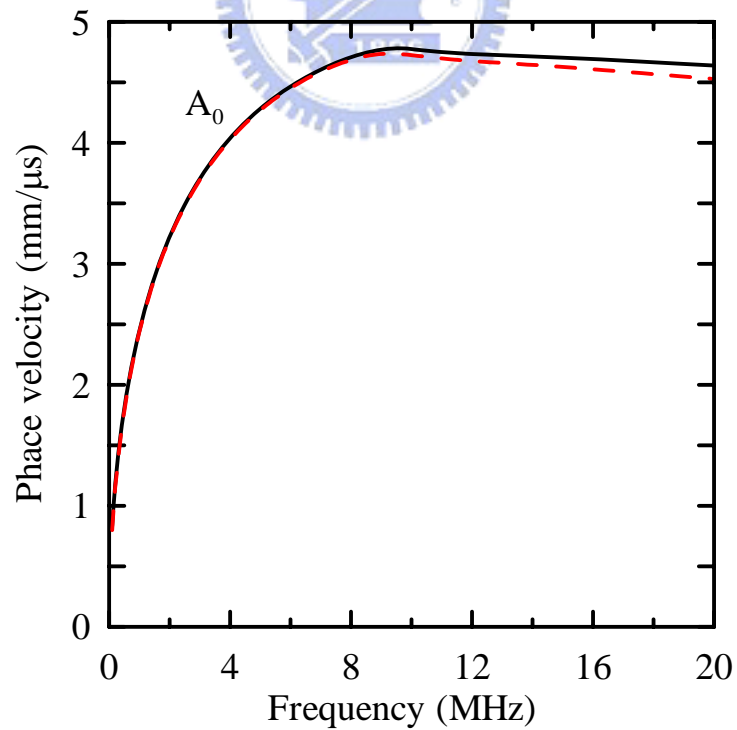


圖 3.4 Ge(5000nm)/Si 之 A_0 模態頻散曲線圖

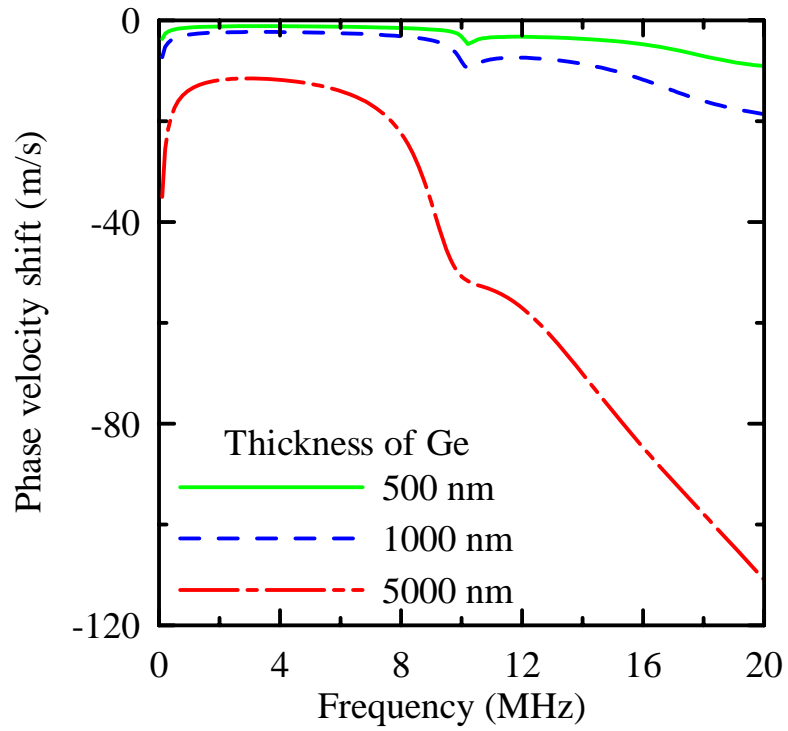


圖 3.5 Ge/Si 結構 A_0 模態相速度偏移量

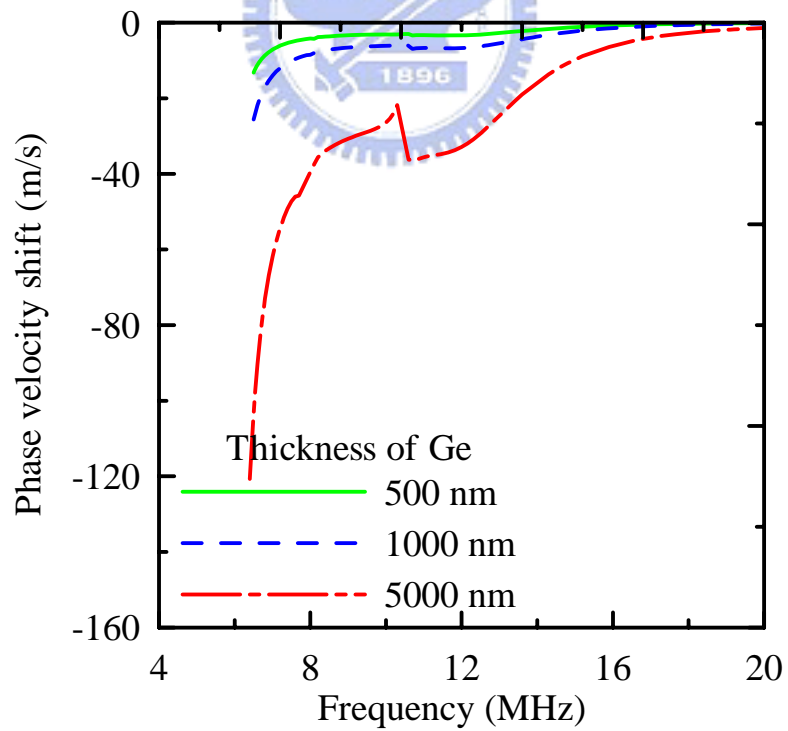


圖 3.6 Ge/Si 結構 A_1 模態相速度偏移量

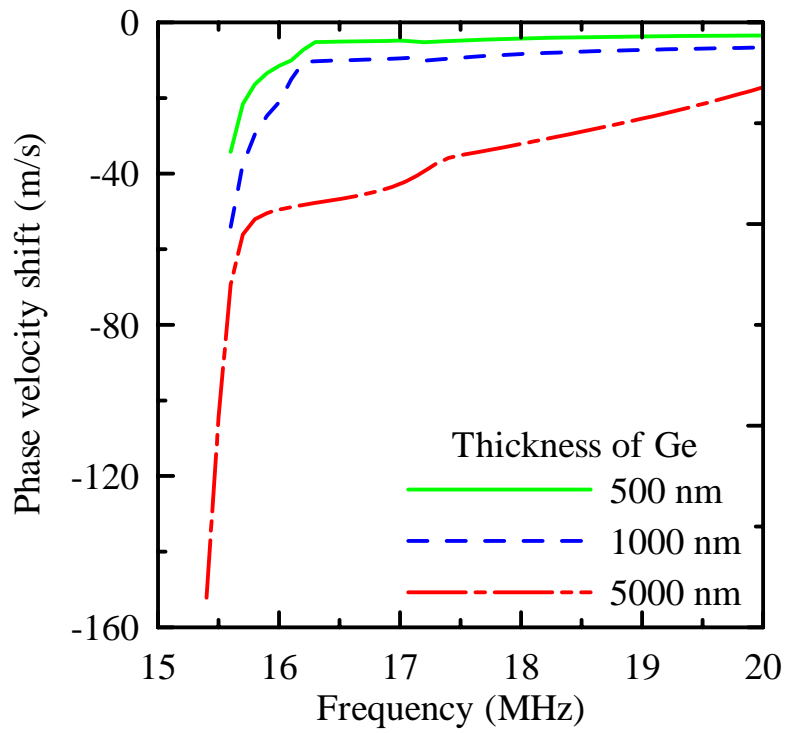


圖 3.7 Ge/Si 結構 A_2 模態相速度偏移量

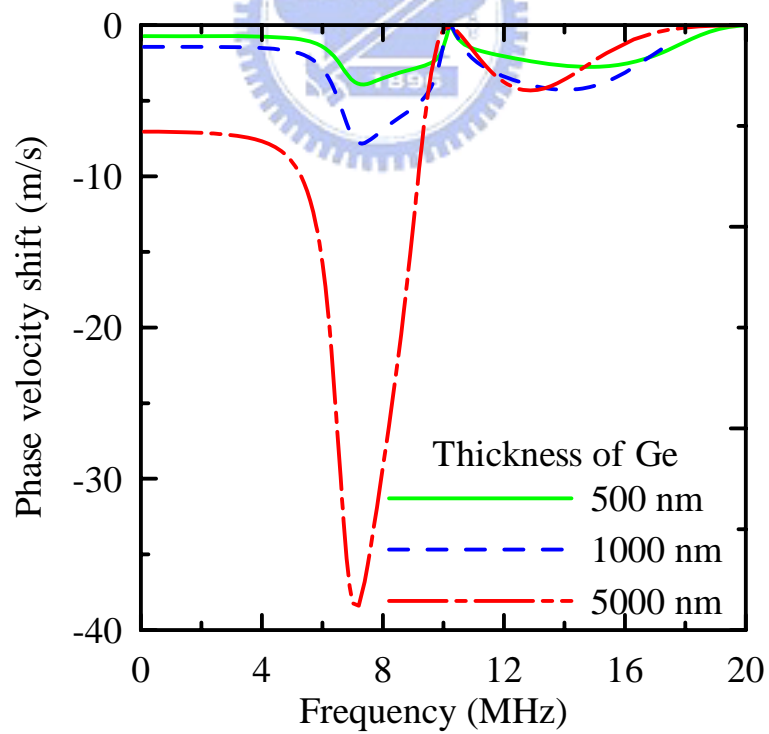


圖 3.8 Ge/Si 結構 S_0 模態相速度偏移量

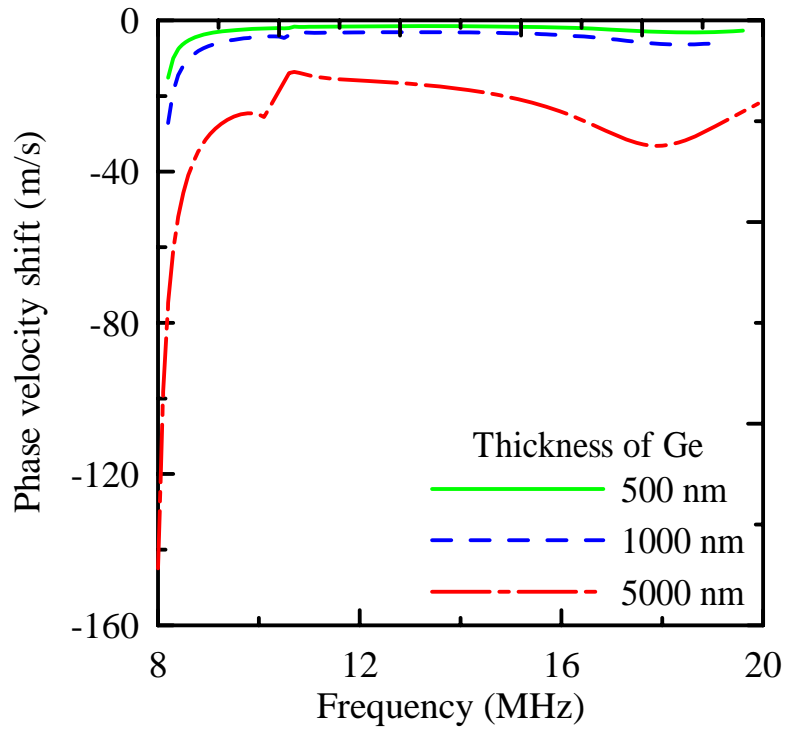


圖 3.9 Ge/Si 結構 S_1 模態相速度偏移量

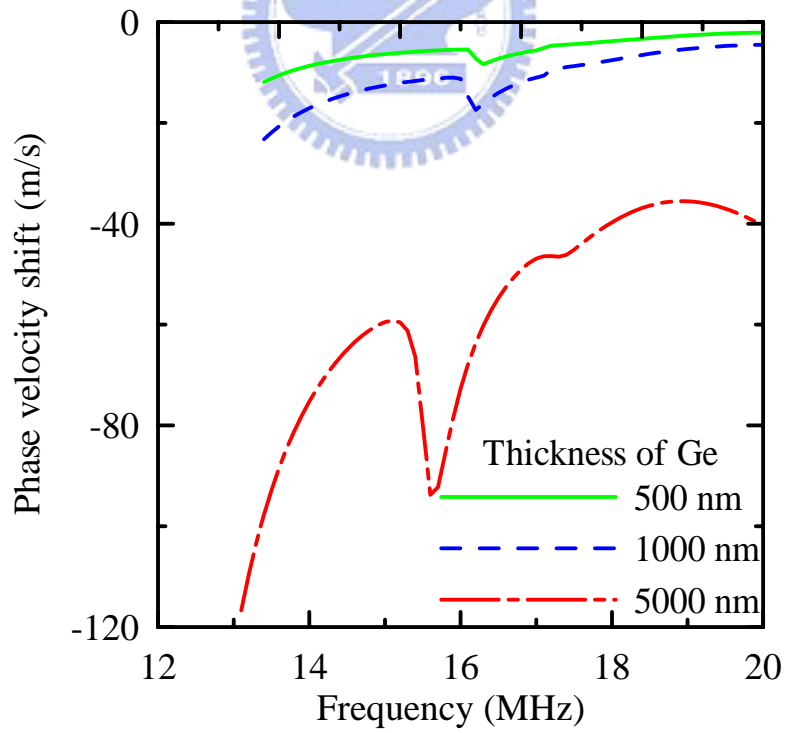


圖 3.10 Ge/Si 結構 S_2 模態相速度偏移量

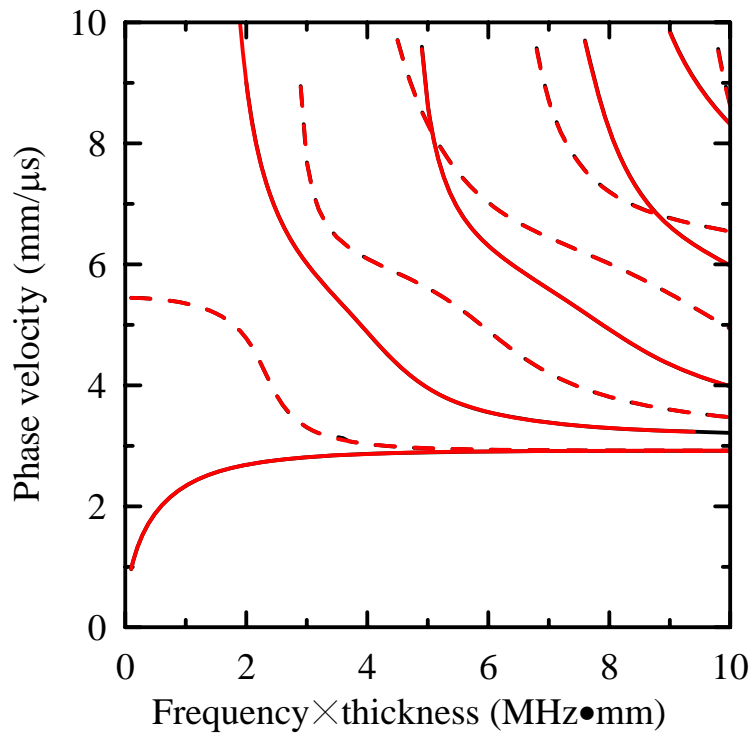


圖 3.11 鋁板之頻散曲線圖，黑線代表未受應力，紅線代表鋁板受應力 20 MPa

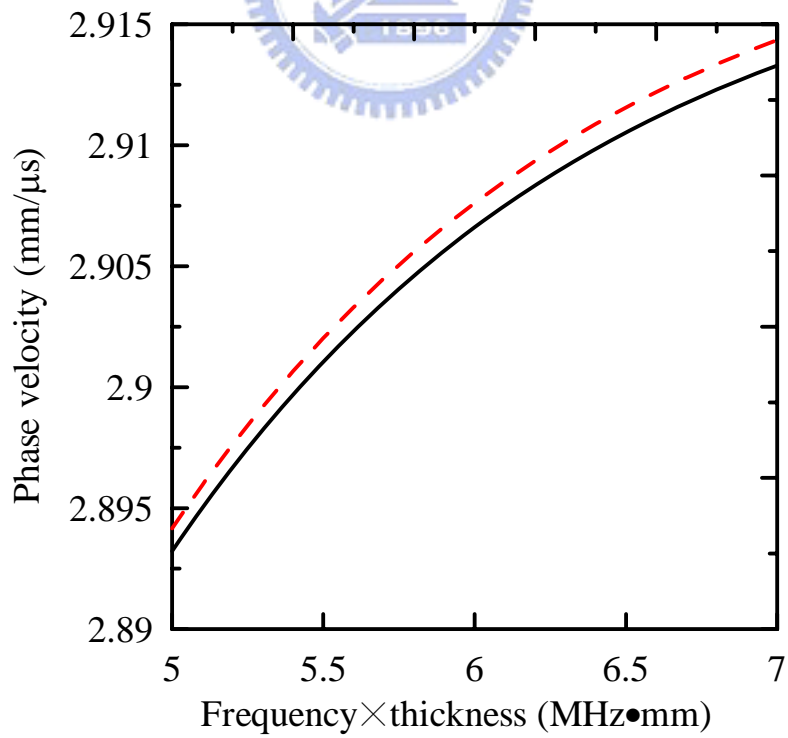


圖 3.12 鋁板之 A_0 模態頻散曲線局部圖

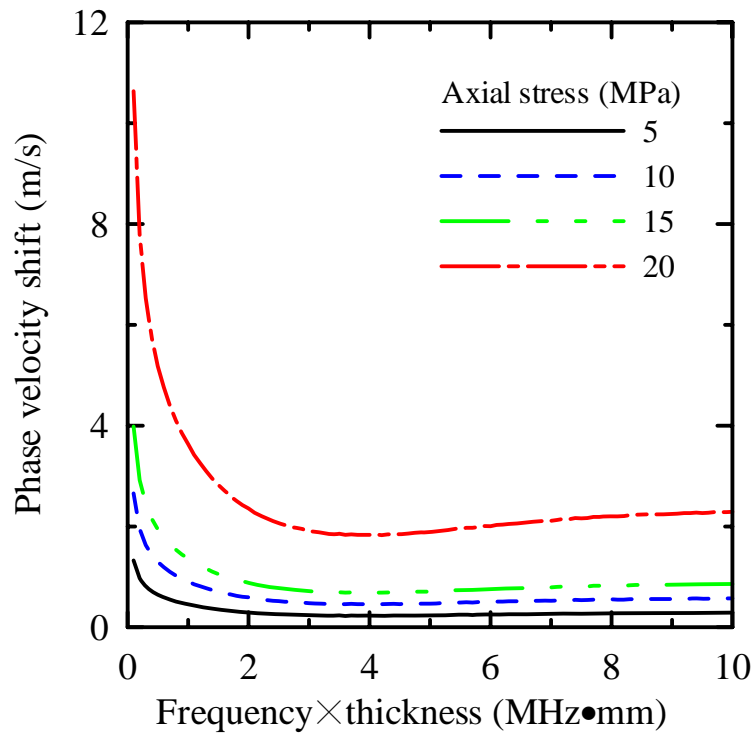


圖 3.13 鋁板之 A_0 模態相速度偏移量

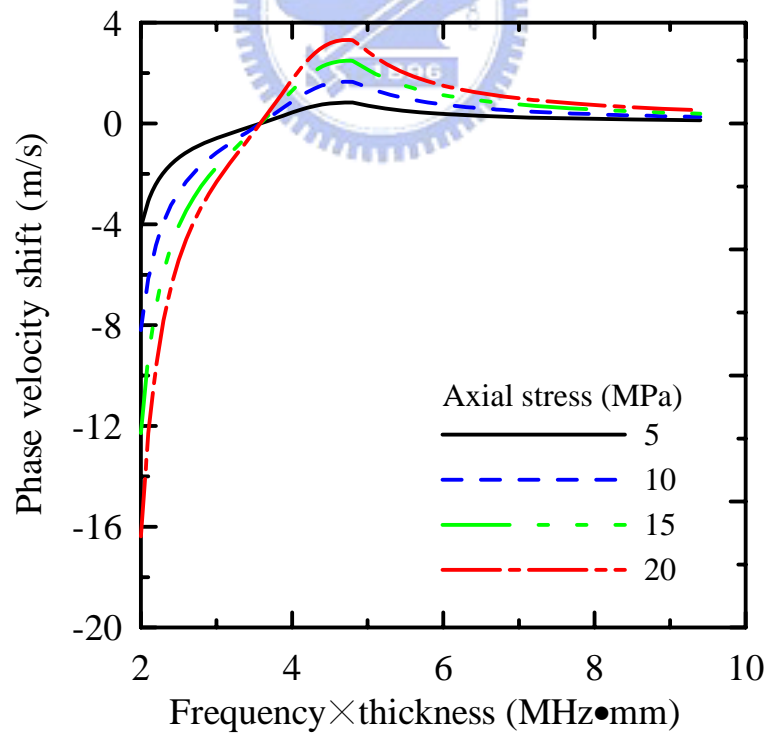


圖 3.14 鋁板之 A_1 模態相速度偏移量

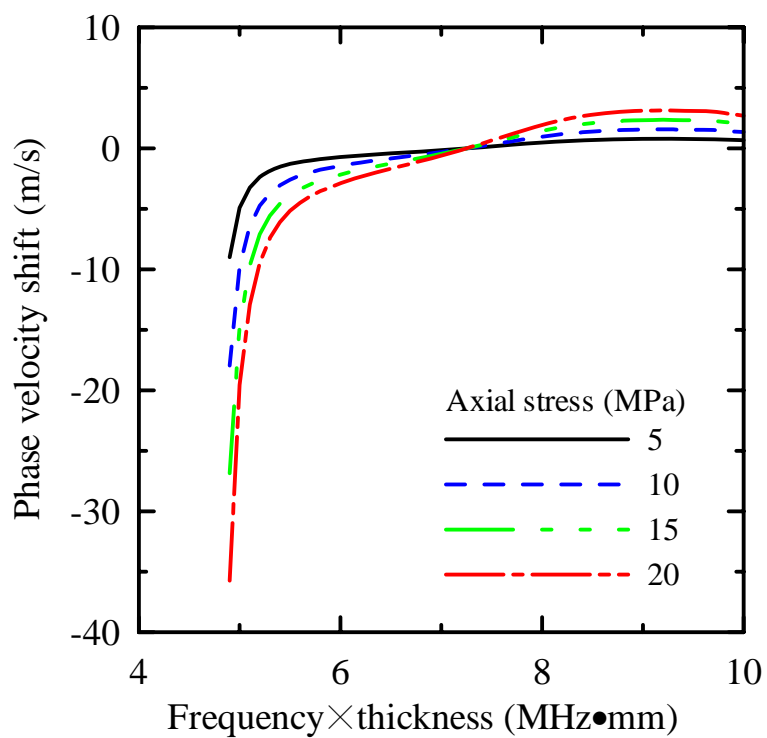


圖 3.15 鋁板之 A_2 模態相速度偏移量

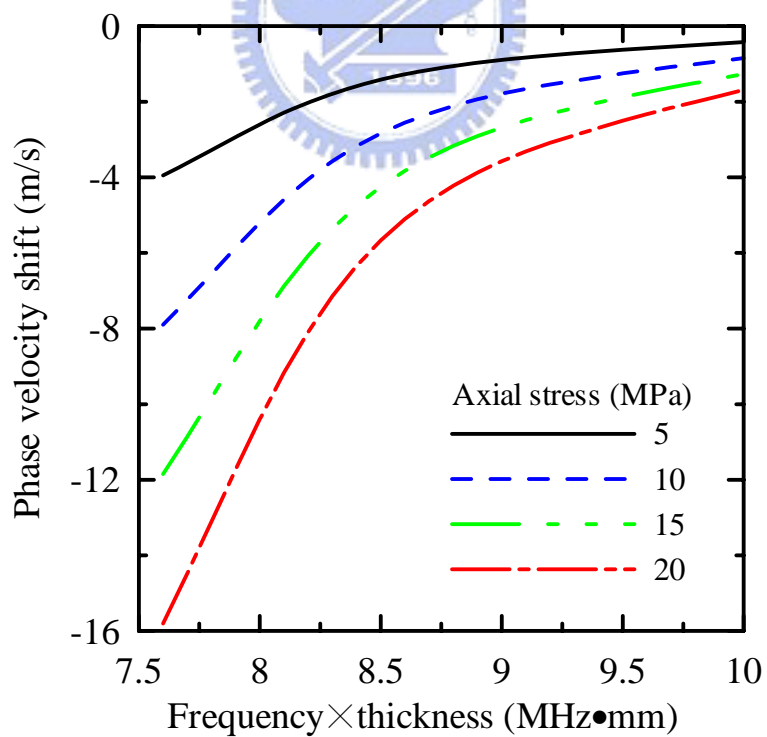


圖 3.16 鋁板之 A_3 模態相速度偏移量

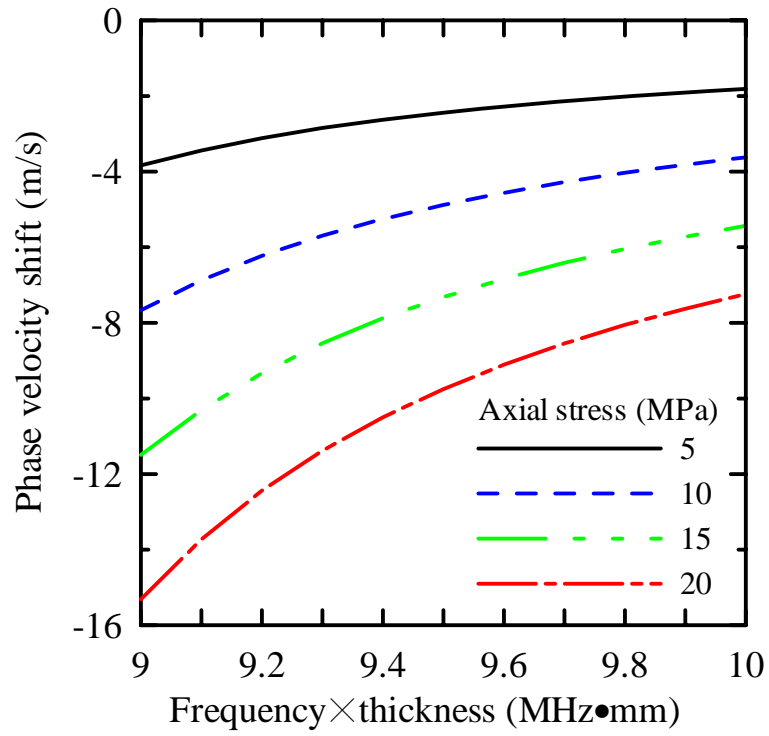


圖 3.17 鋁板之 A_4 模態相速度偏移量

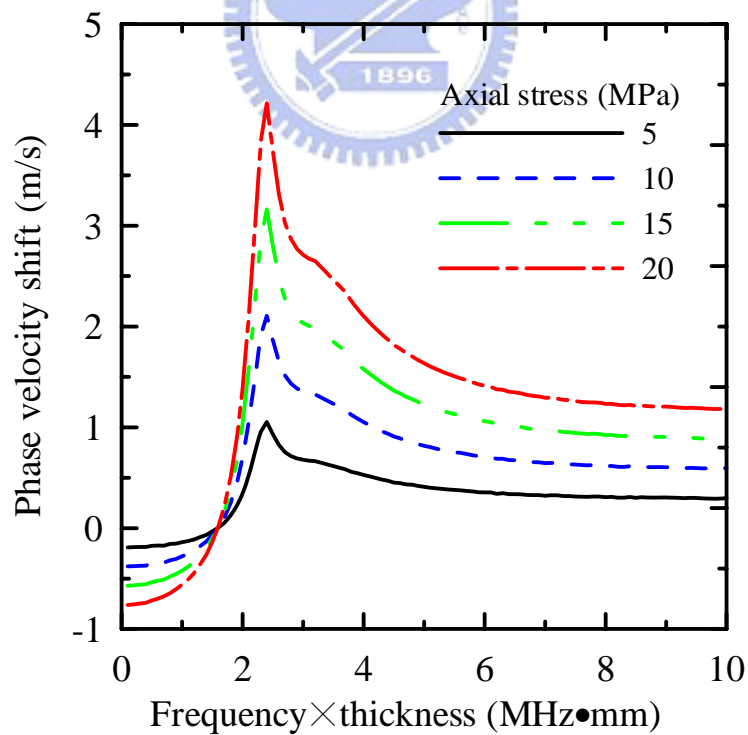


圖 3.18 鋁板之 S_0 模態相速度偏移量

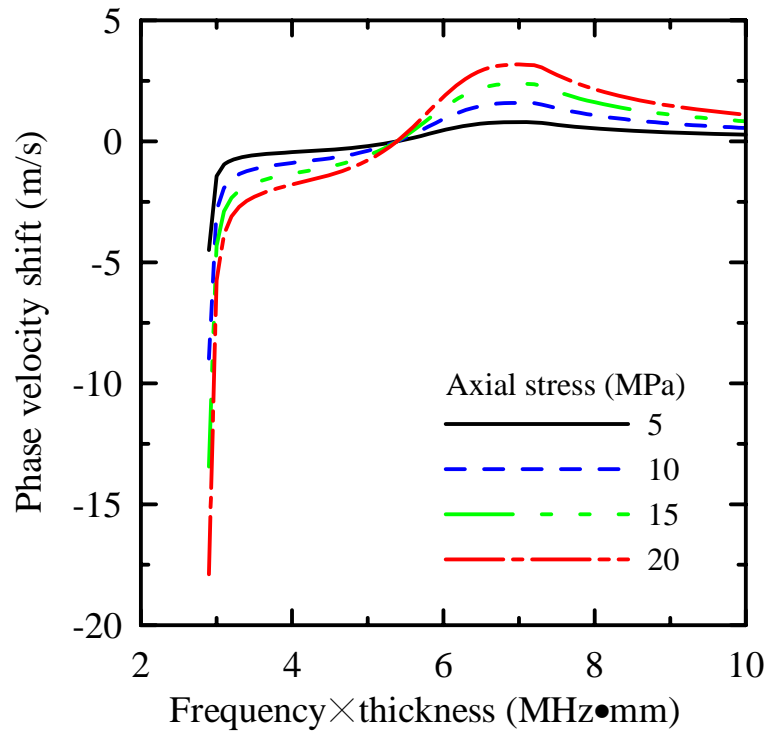


圖 3.19 鋁板之 S_1 模態相速度偏移量

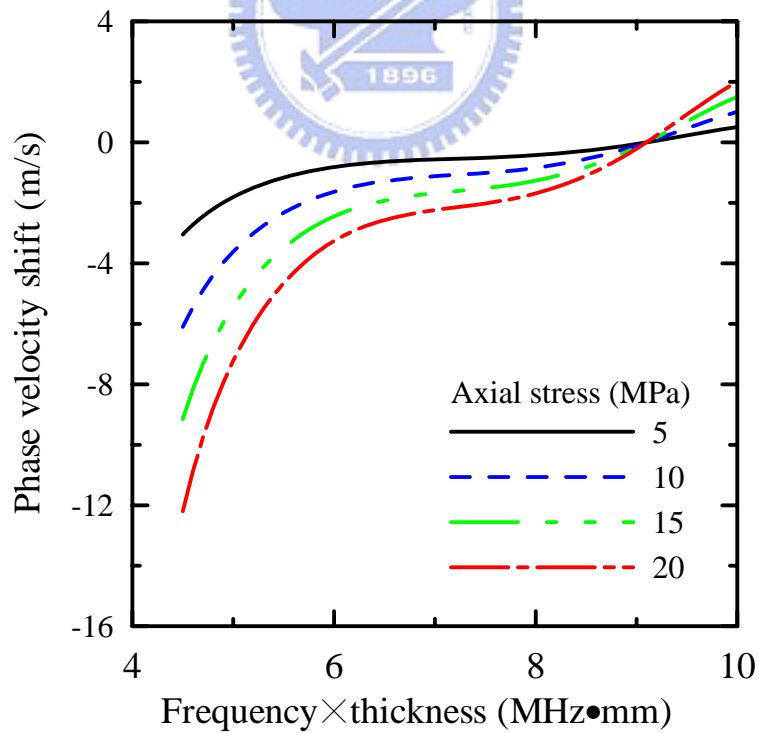


圖 3.20 鋁板之 S_2 模態相速度偏移量

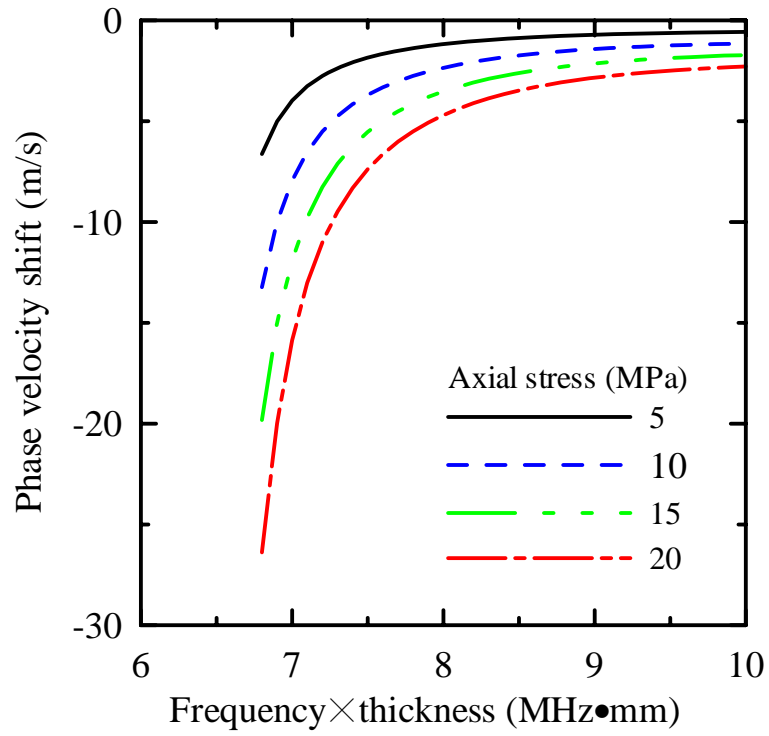


圖 3.21 鋁板之 S_3 模態相速度偏移量

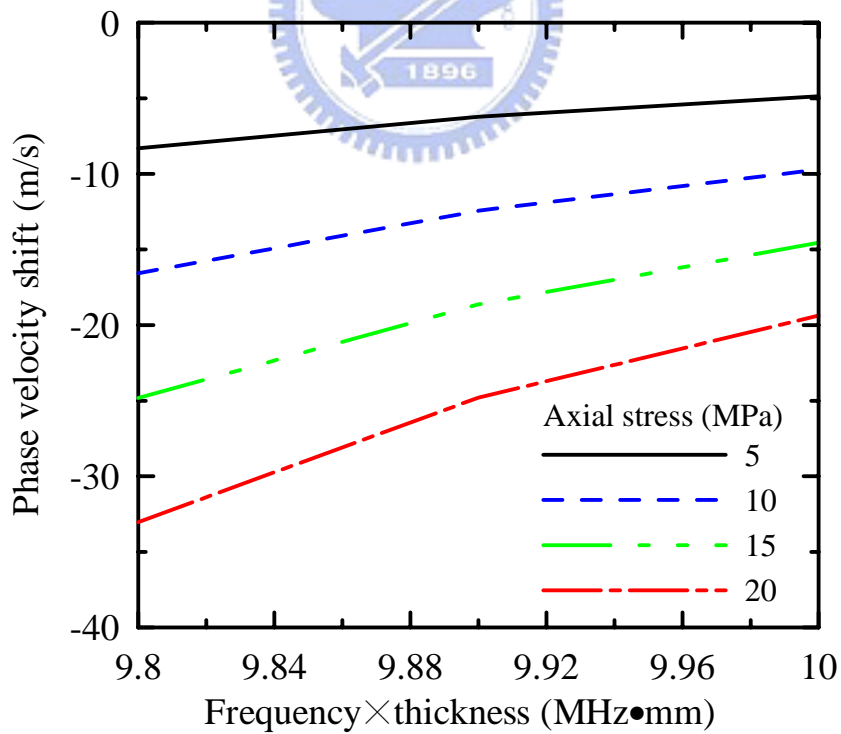


圖 3.22 鋁板之 S_4 模態相速度偏移量

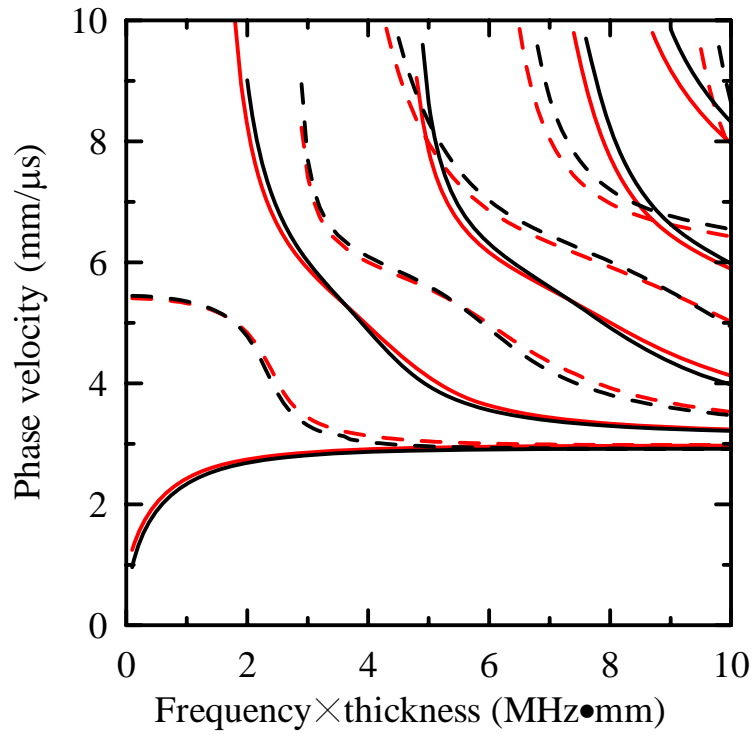


圖 3.23 鋁板之頻散曲線圖，黑線代表鋁板未受應力，紅線代表鋁板受應力 1 GPa

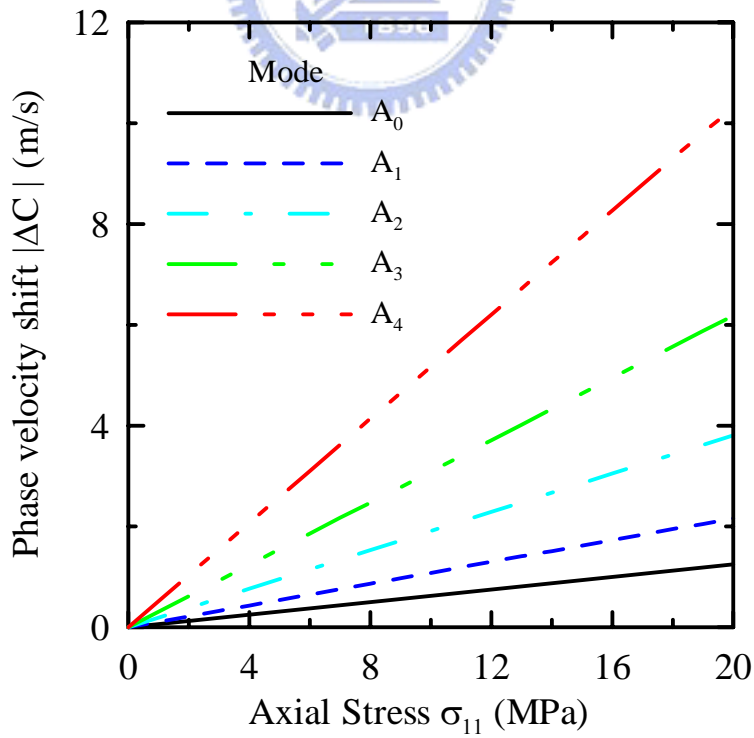


圖 3.24 1mm 厚鋁板反對稱模態平均相速度偏移量

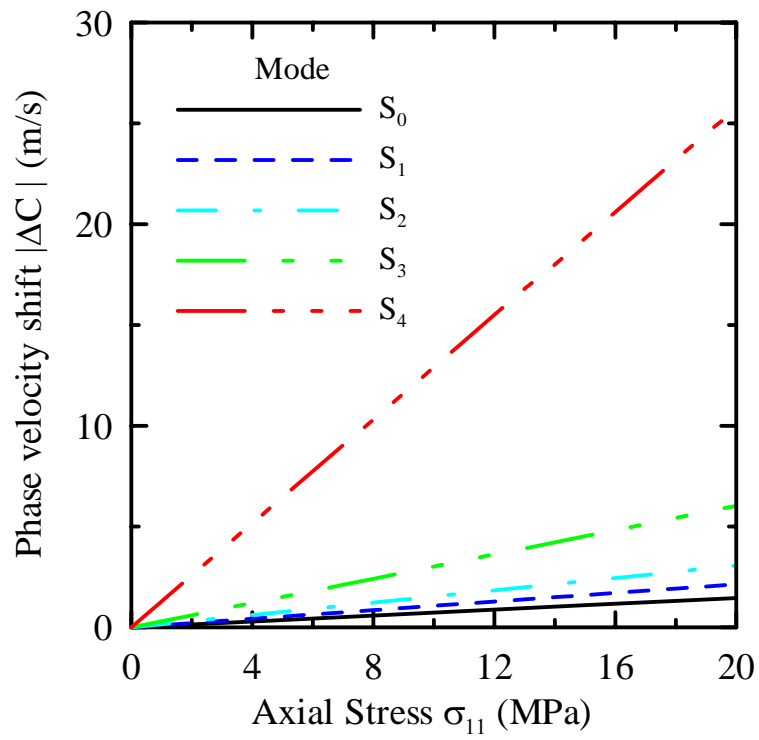


圖 3.25 1mm 厚鋁板之反對稱模態平均相速度偏移量



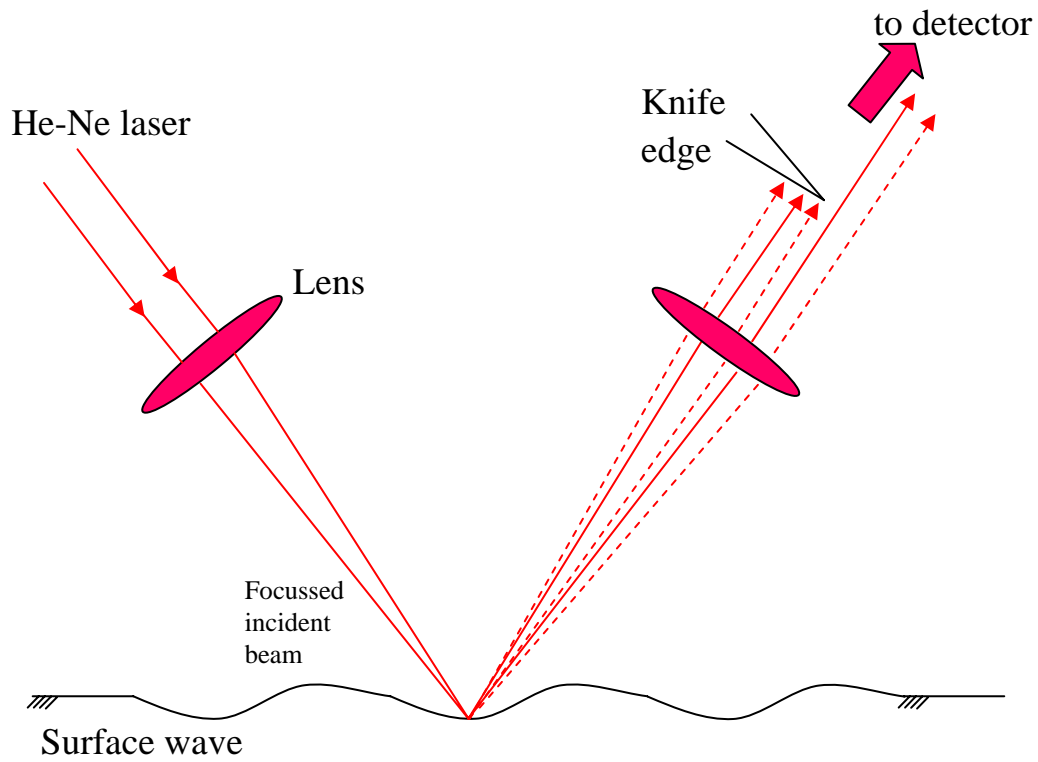


圖 4.1 刀鋒技術示意圖

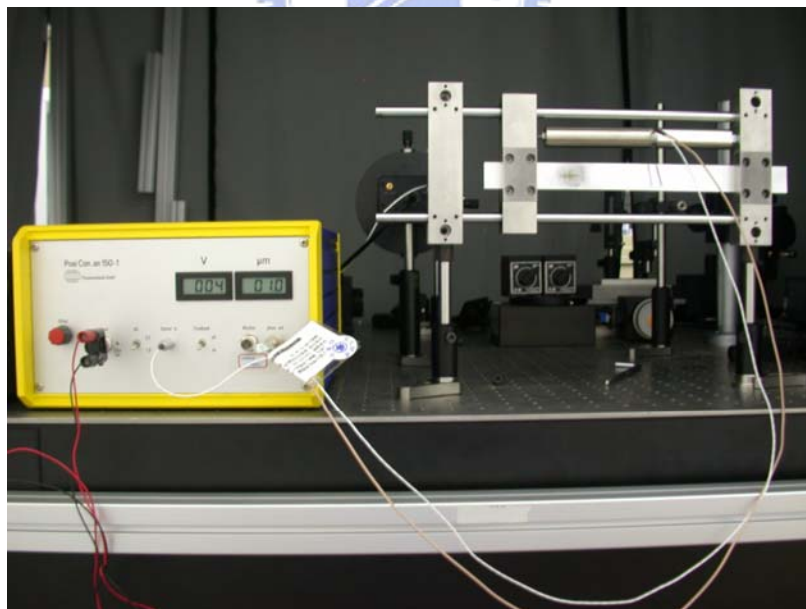


圖 4.2 微型拉伸試驗機(圖右)與類比電壓放大器 (圖左)

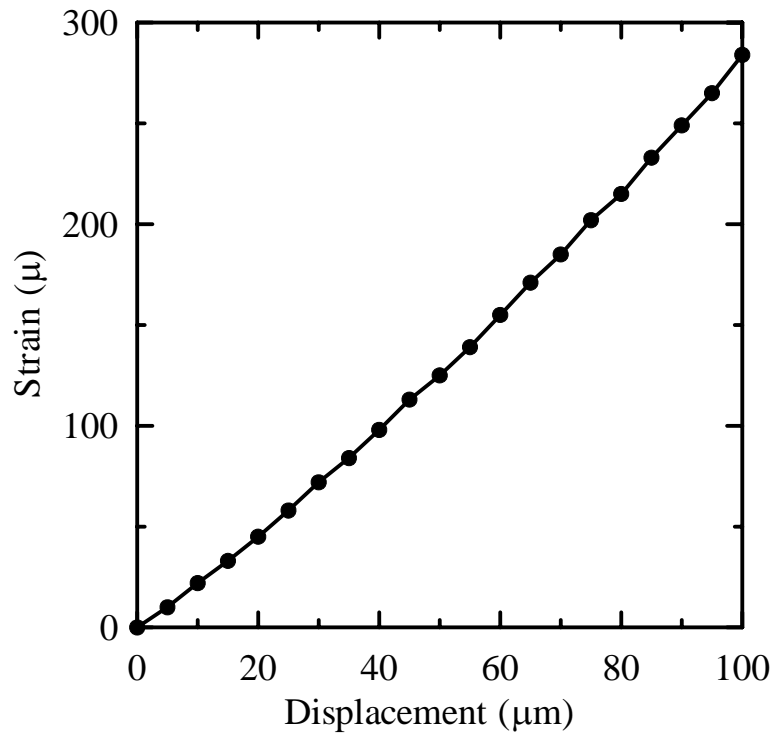


圖 4.3 壓電推桿位移與試片軸向應變曲線

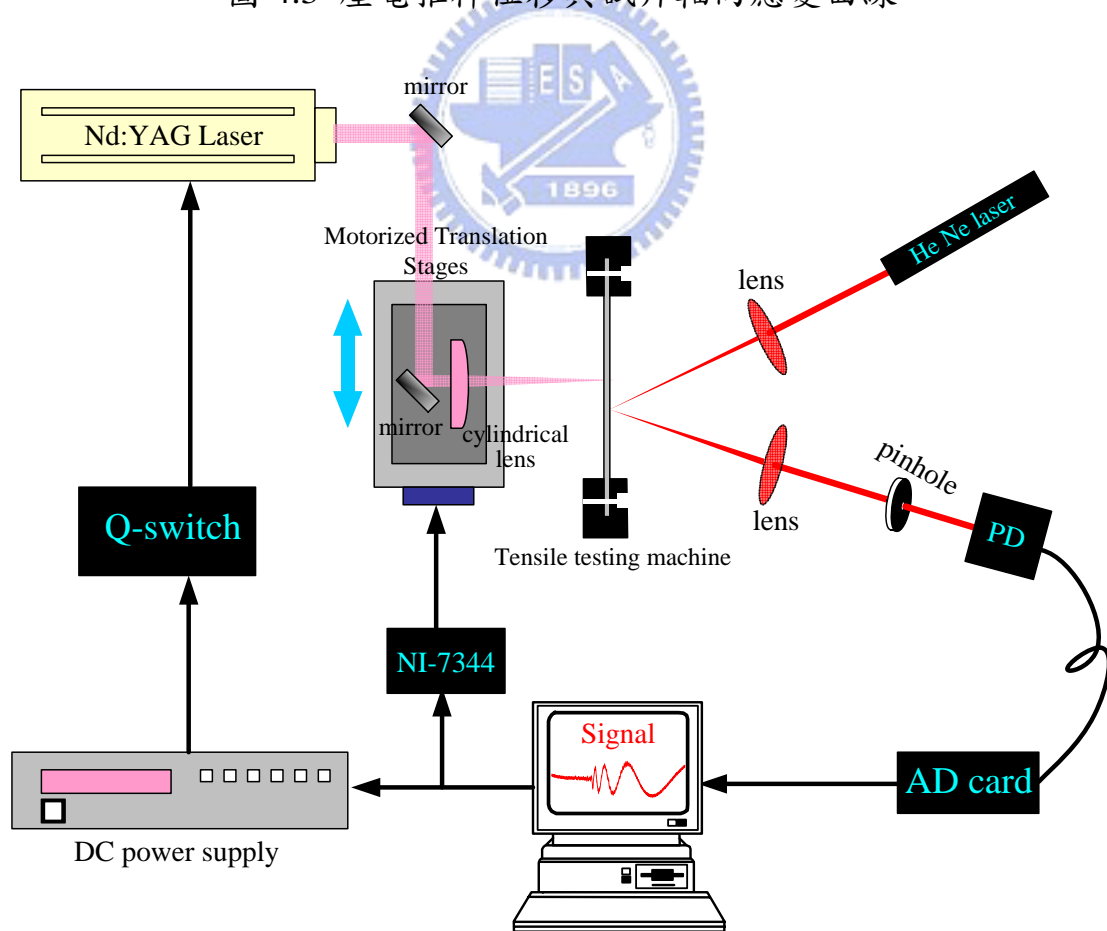


圖 4.4 刀鋒技術量測系統示意圖

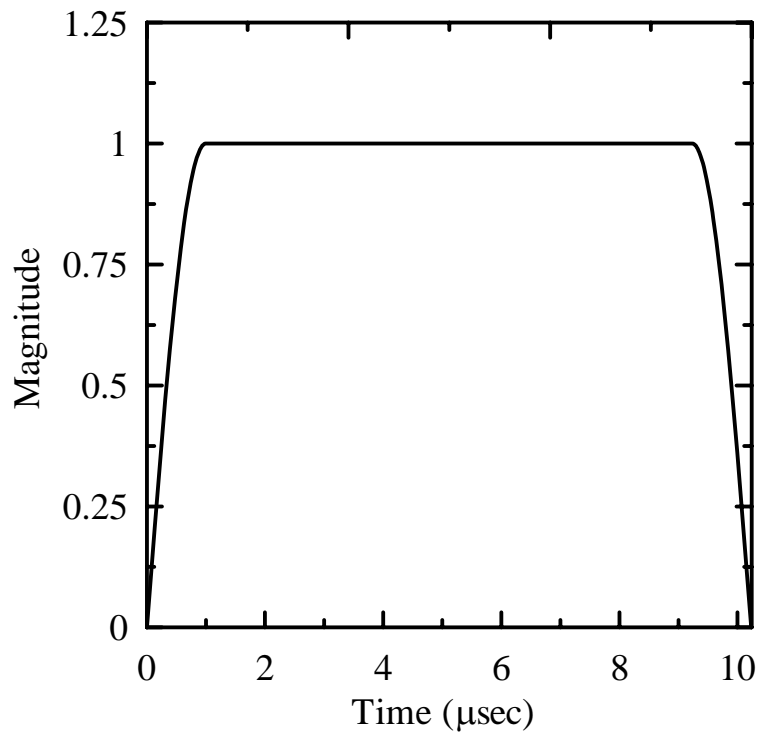


圖 4.5 時域訊號分析之觀窗函數圖形

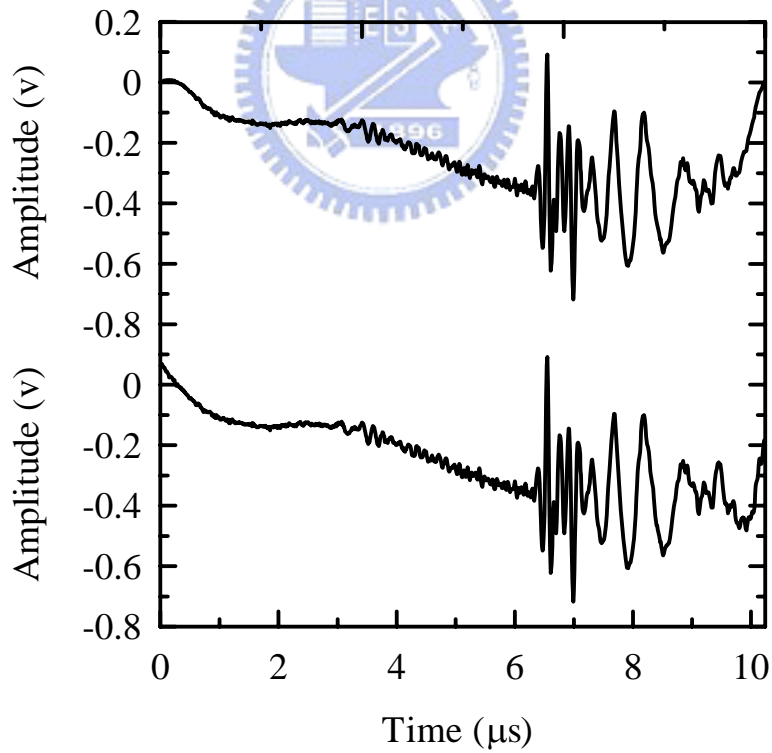


圖 4.6 下方曲線為一筆原始的時域訊號，上方曲線為乘上觀窗函數後之訊號

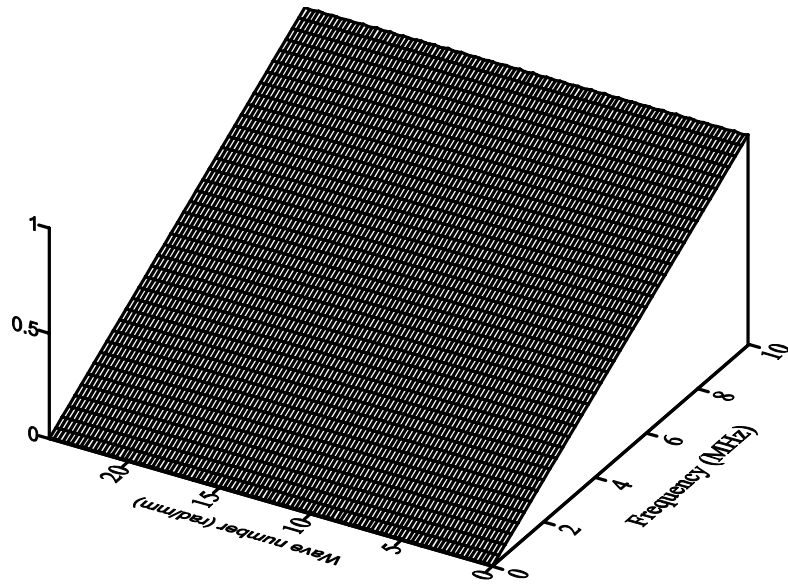


圖 4.7 頻域訊號之觀窗函數

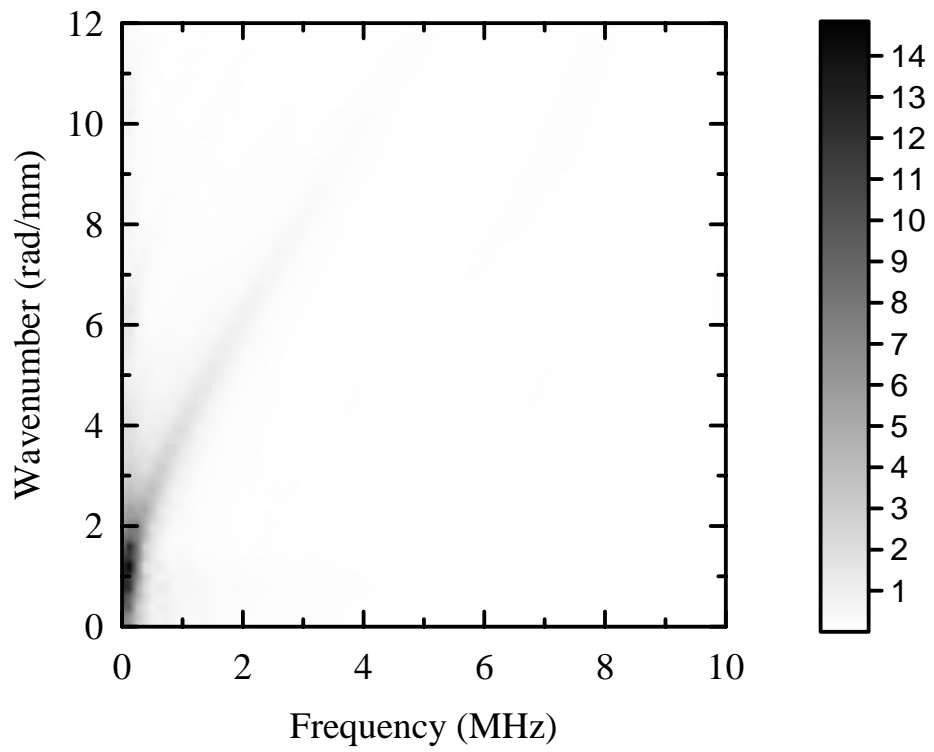


圖 4.8 原始的藍姆波相速度灰階圖

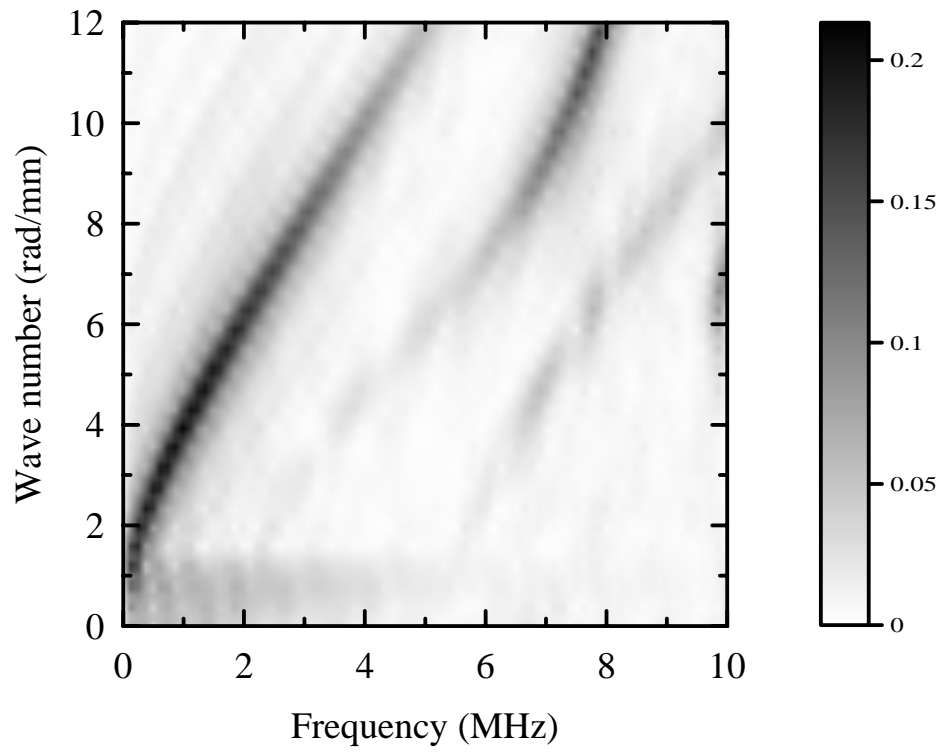


圖 4.9 經觀窗函數處理後之藍姆波相速度灰階圖

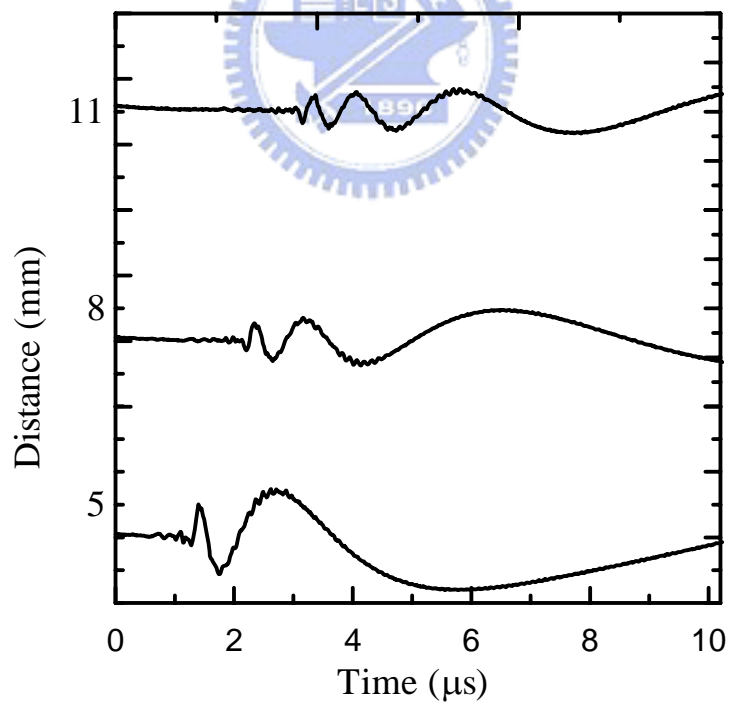


圖 4.10 刀鋒技術量測鋁板的雷射生成藍姆波訊號

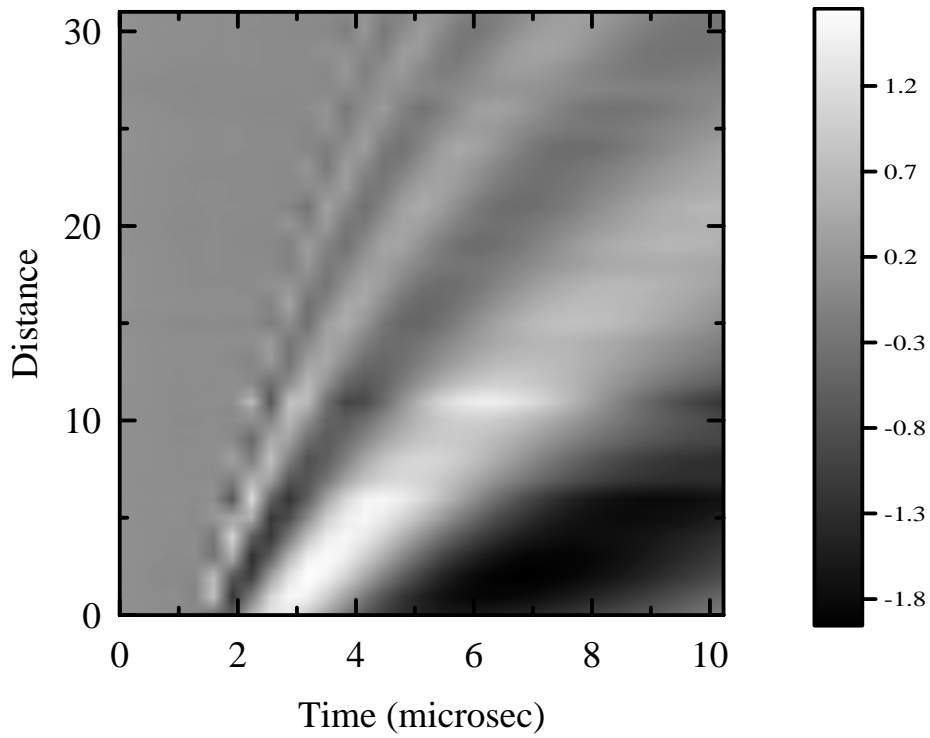


圖 4.11 刀鋒技術量測鋁板之雷射生成藍姆波線掃描灰階圖

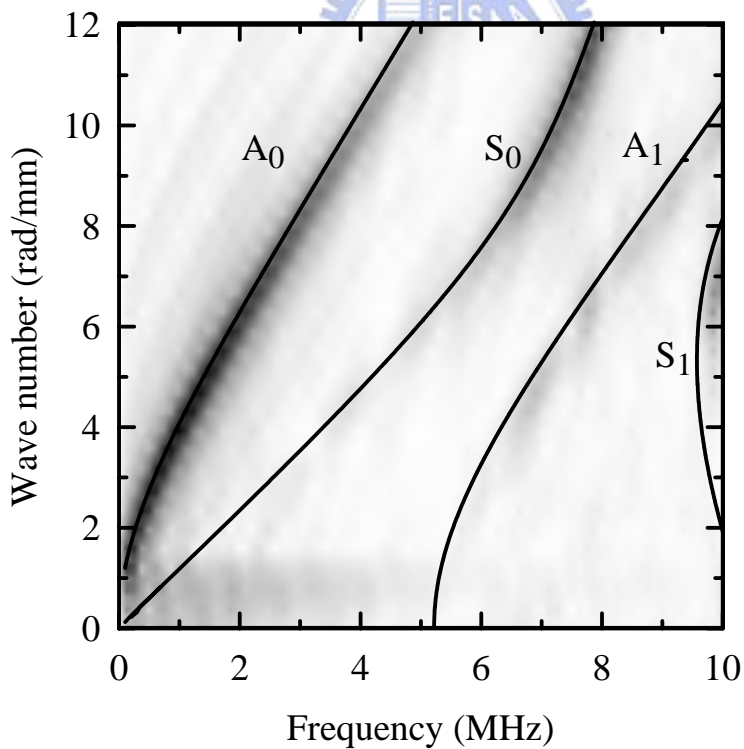


圖 4.12 刀鋒技術量測鋁板之藍姆波相速度灰階圖，實線為理論頻散曲線

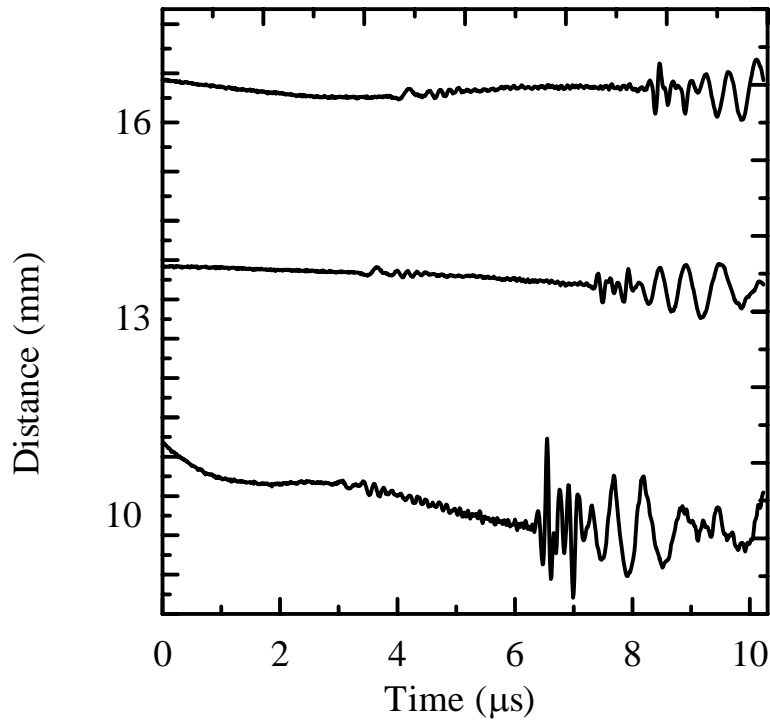


圖 4.13 壓電推桿行程 $0\ \mu\text{m}$ 之鋁板藍姆波訊號圖

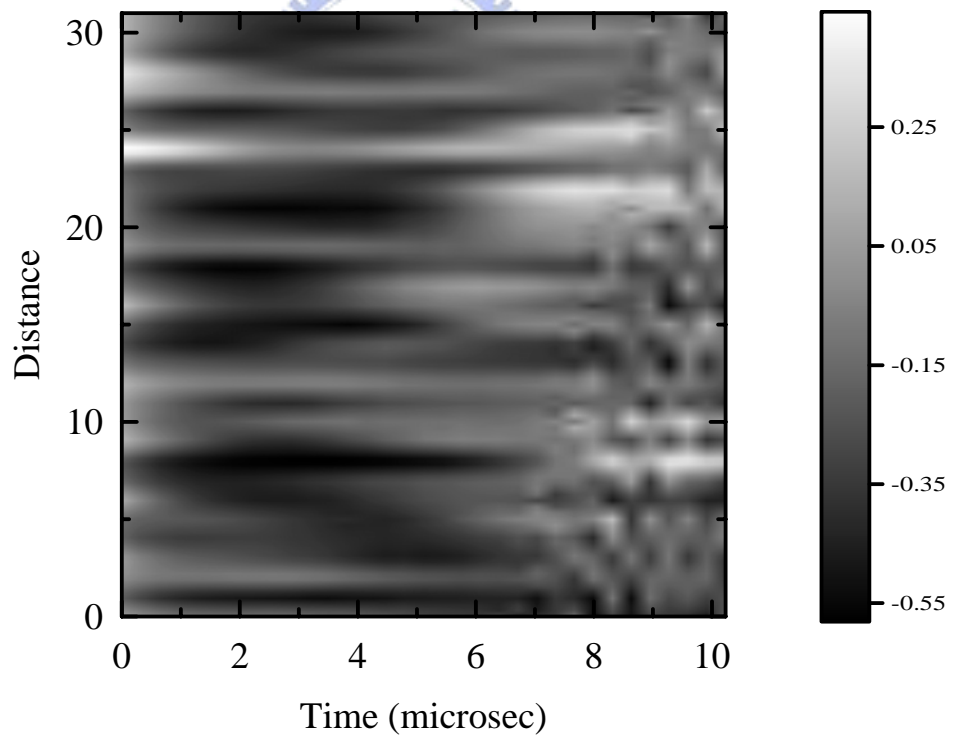


圖 4.14 壓電推桿行程為 $0\ \mu\text{m}$ 之鋁板的雷射生成藍姆波線掃描灰階圖

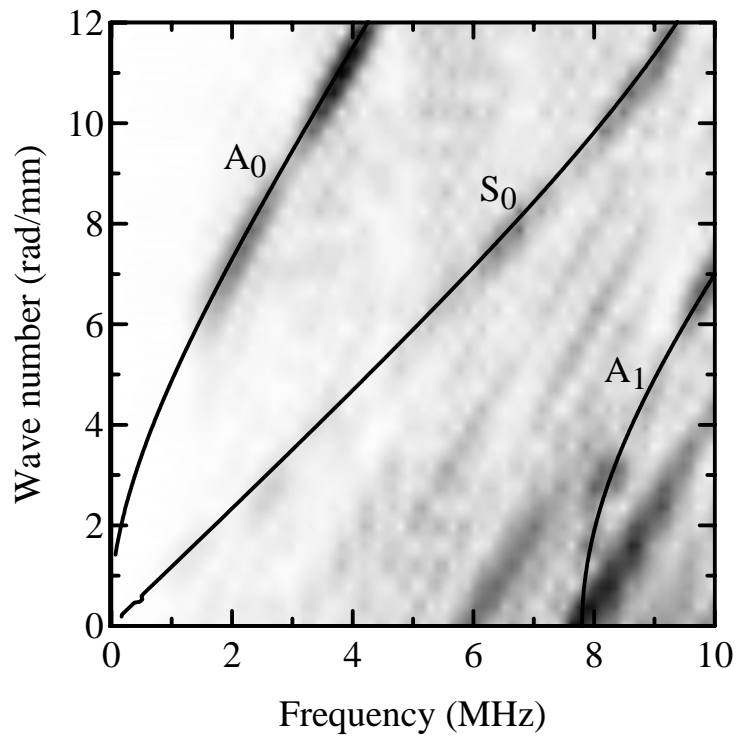


圖 4.15 壓電推桿行程為 $0\ \mu\text{m}$ 之鋁板藍姆波相速度灰階圖，實線為無預應力負載之理論頻散曲線

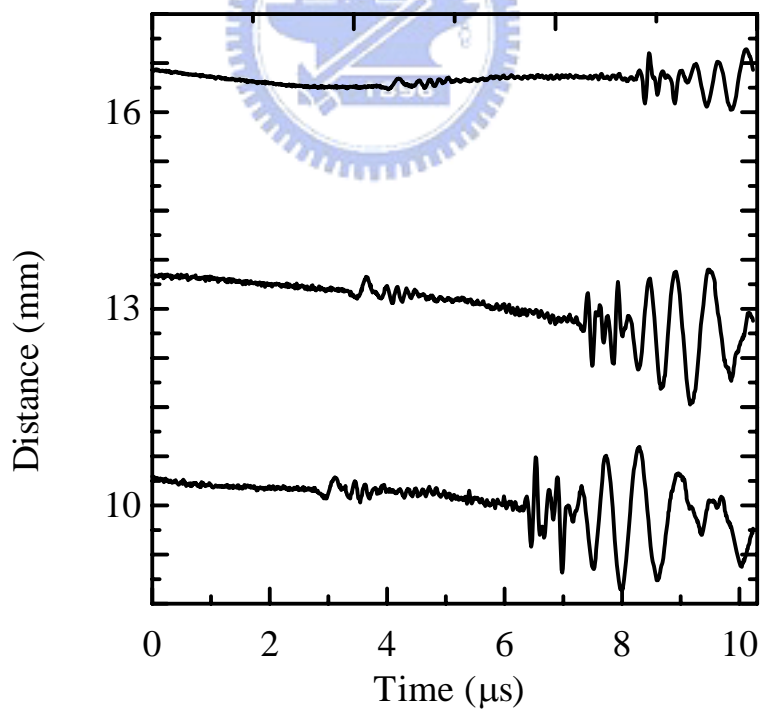


圖 4.16 壓電推桿行程 $50\ \mu\text{m}$ 之鋁板雷射生成藍姆波訊號

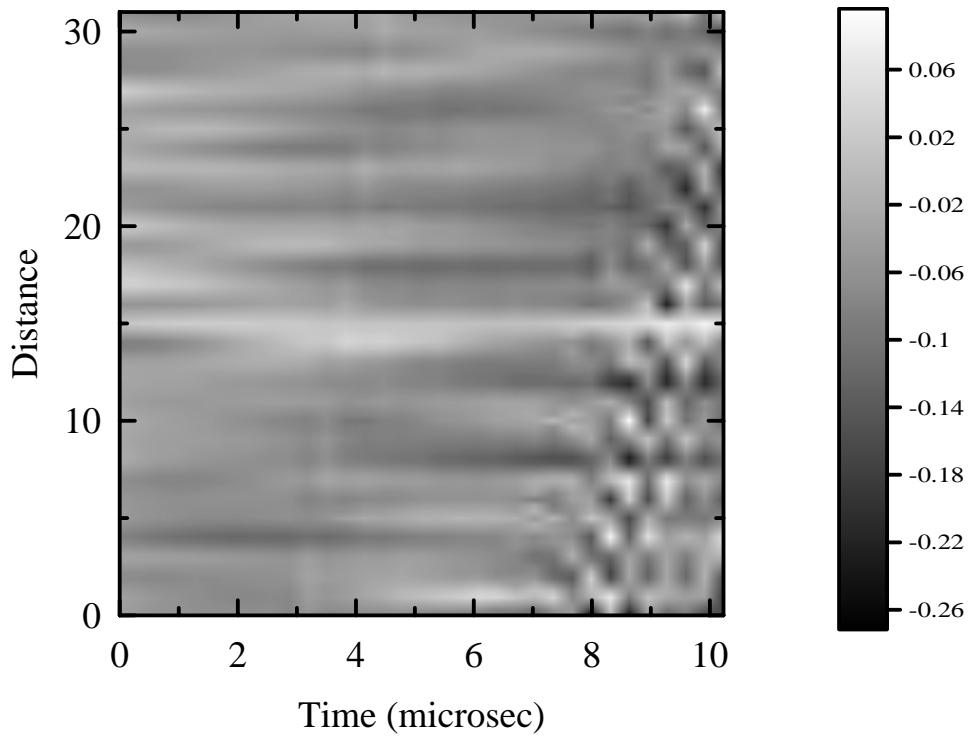


圖 4.17 壓電推桿行程 $50\ \mu\text{m}$ 之鋁板的雷射生成藍姆波線掃描灰階圖

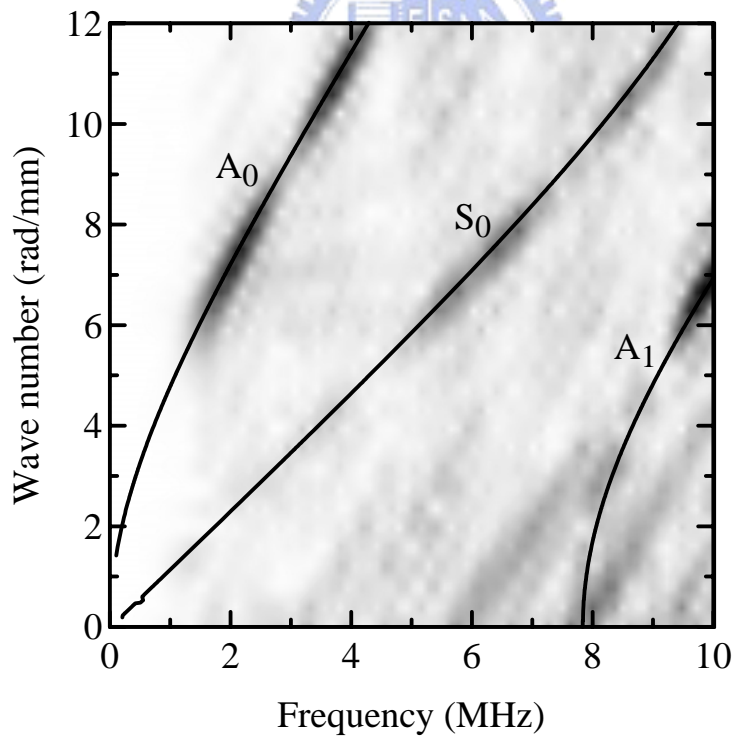


圖 4.18 壓電推桿行程 $50\ \mu\text{m}$ 之鋁板藍姆波相速度灰階圖，實線為無預應力負載之理論頻散曲線

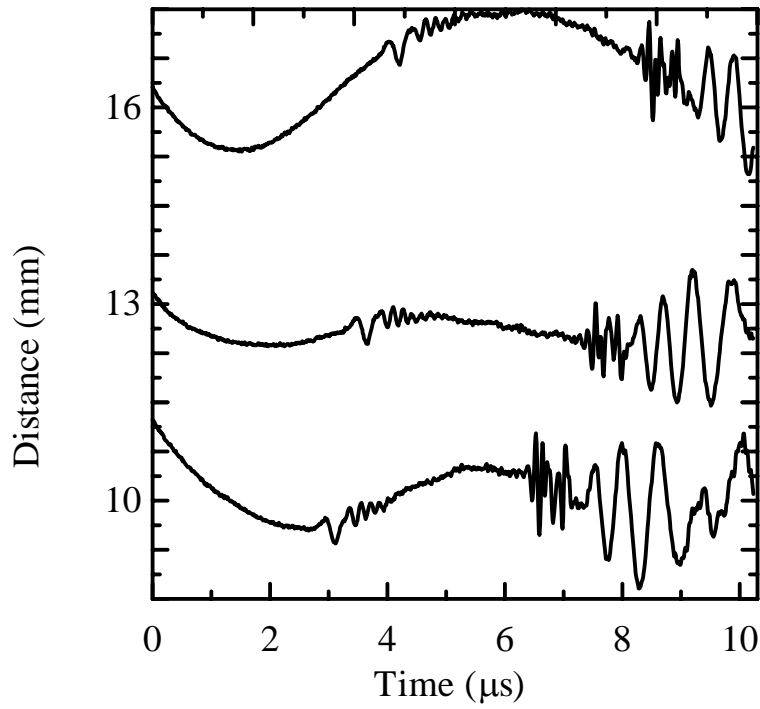


圖 4.19 壓電推桿行程 $100\ \mu\text{m}$ 之鋁板的雷射生成藍姆波訊號

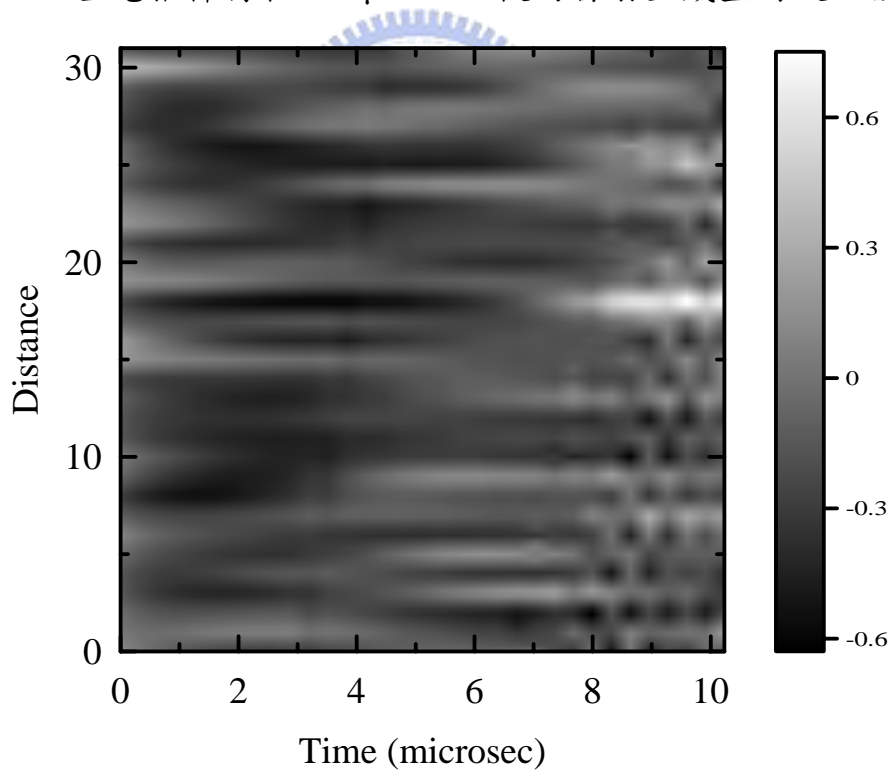


圖 4.20 壓電推桿行程為 $100\ \mu\text{m}$ 之鋁板的雷射生成藍姆波線掃瞄灰階圖

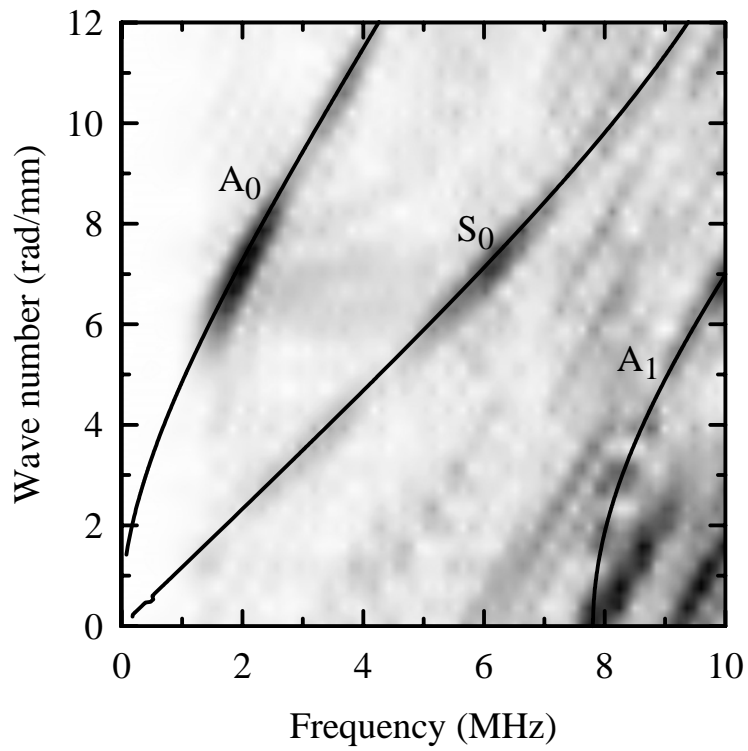


圖 4.21 壓電推桿行程為 $100\ \mu\text{m}$ 之鋁板藍姆波相速度灰階圖，實線為無預應力負載之理論頻散曲線

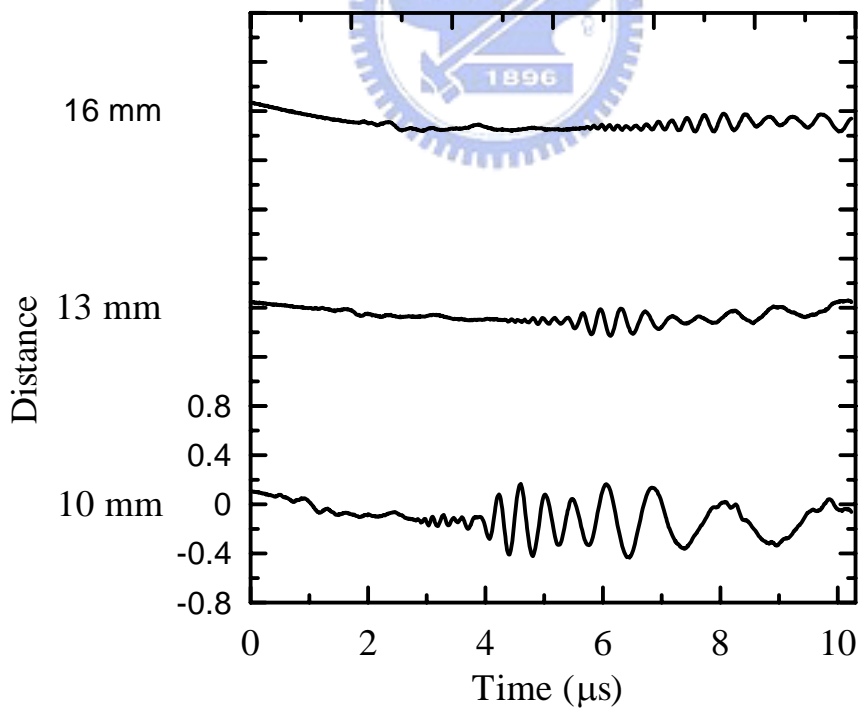


圖 4.22 壓電推桿行程為 $0\ \mu\text{m}$ 之銅箔的雷射生成藍姆波訊號

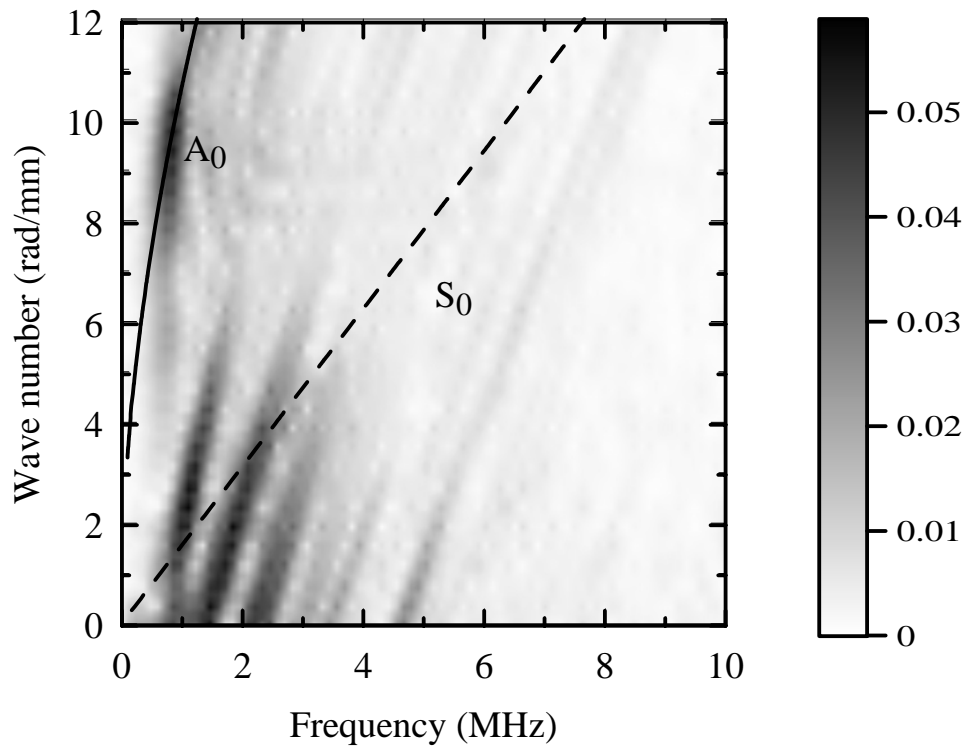


圖 4.23 壓電推桿行程為 $0 \mu\text{m}$ 之銅箔藍姆波相速度灰階圖，實線為無預應力負載之理論頻散曲線

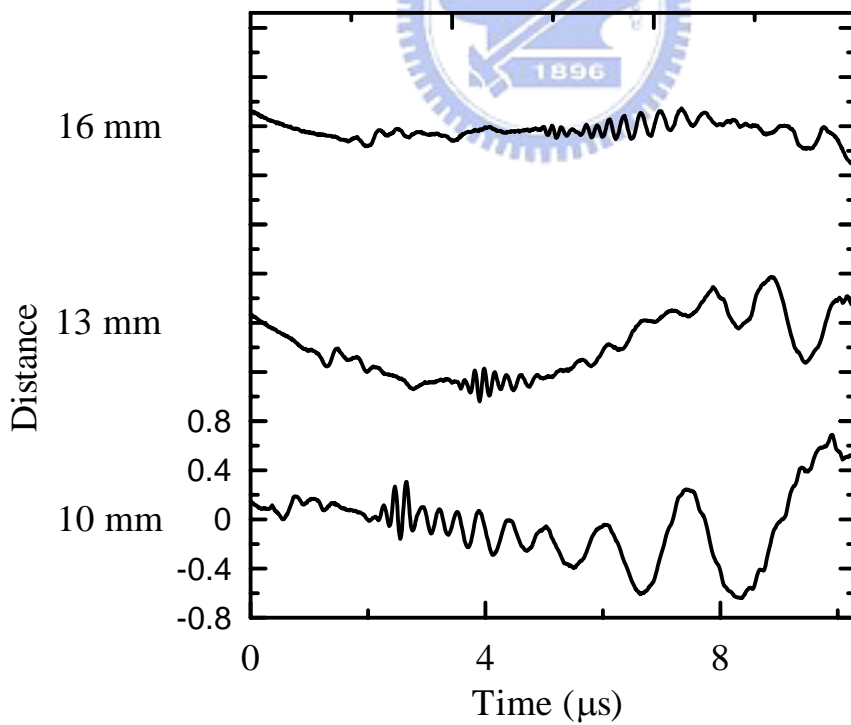


圖 4.24 壓電推桿行程為 $50 \mu\text{m}$ 之銅箔的雷射生成藍姆波訊號

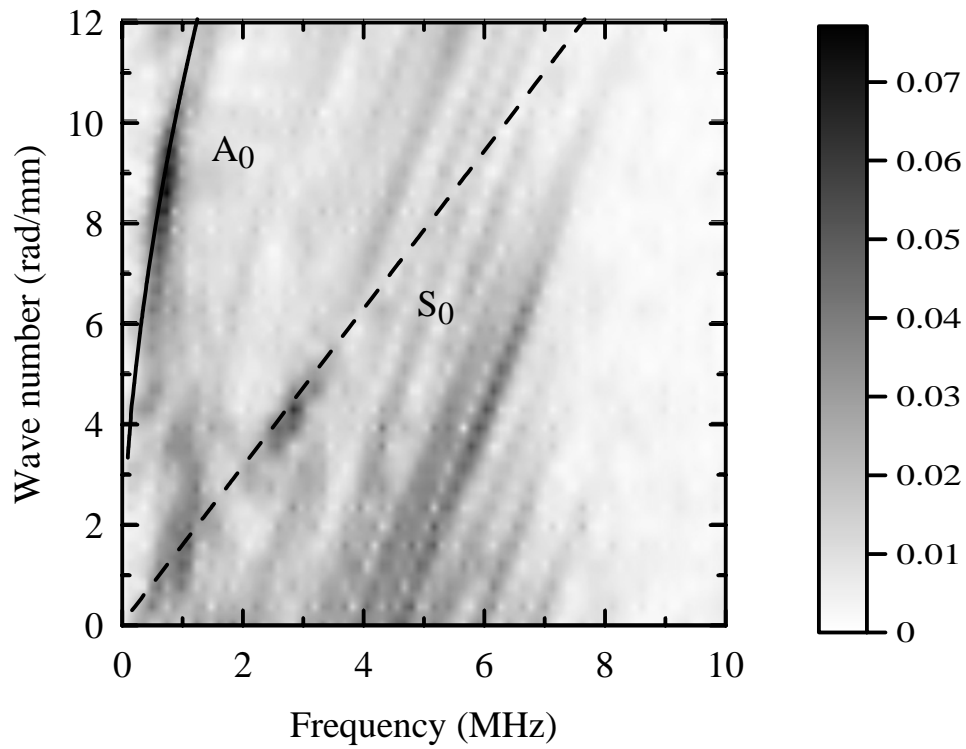


圖 4.25 壓電推桿行程 $50\ \mu\text{m}$ 之銅箔的藍姆波相速度灰階圖，實線為無受預應力負載之理論頻散曲線

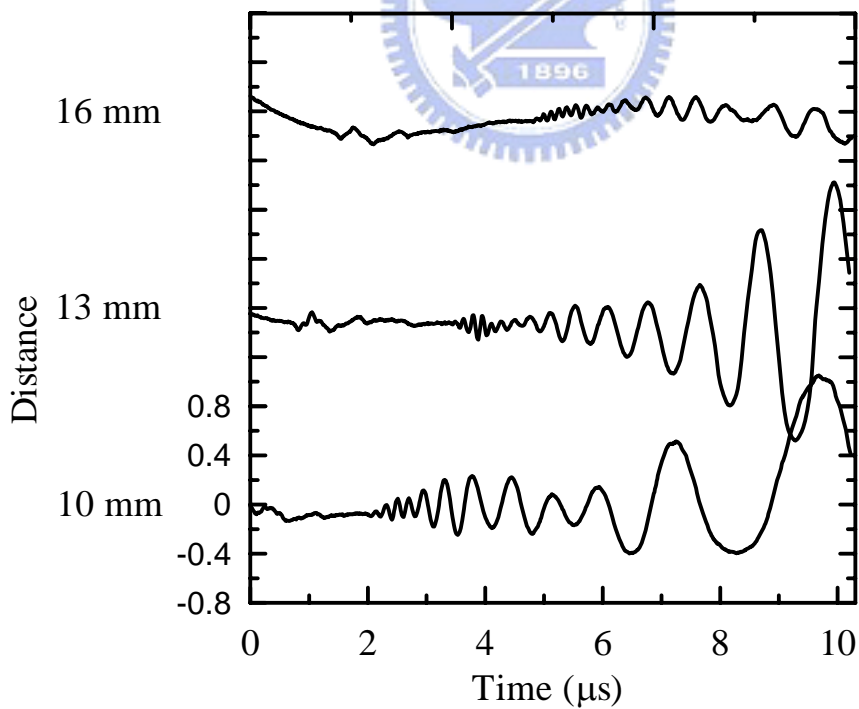


圖 4.26 壓電推桿行程 $100\ \mu\text{m}$ 之銅箔的雷射生成藍姆波訊號

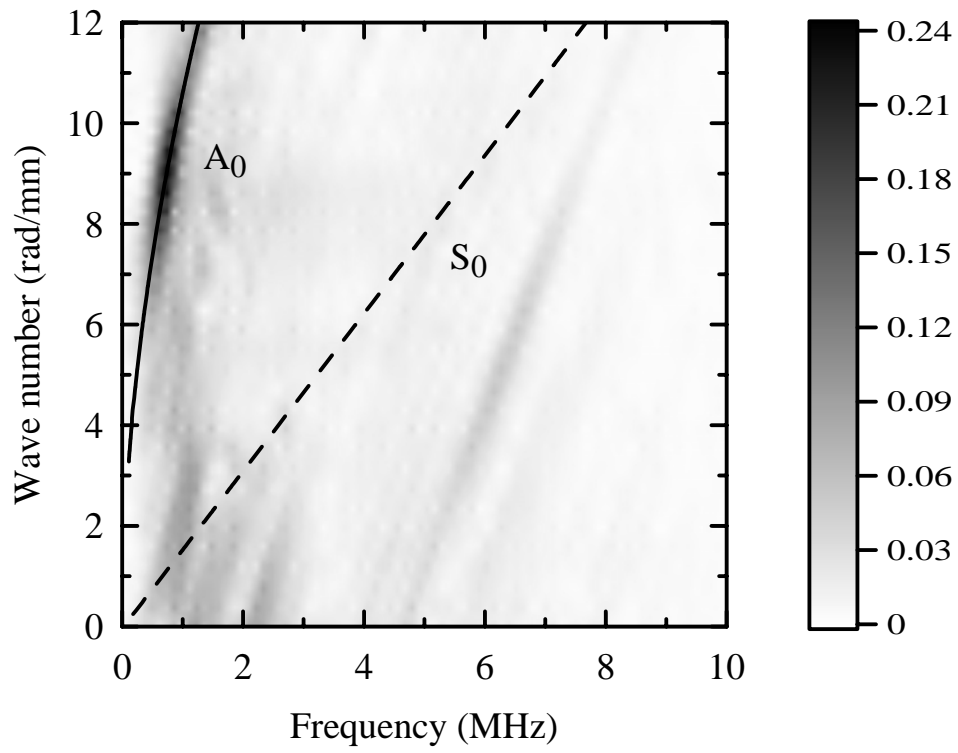


圖 4.27 壓電推桿行程 $100\ \mu\text{m}$ 之銅箔的藍姆波相速度灰階圖，實線為無預應力負載之理論頻散曲線



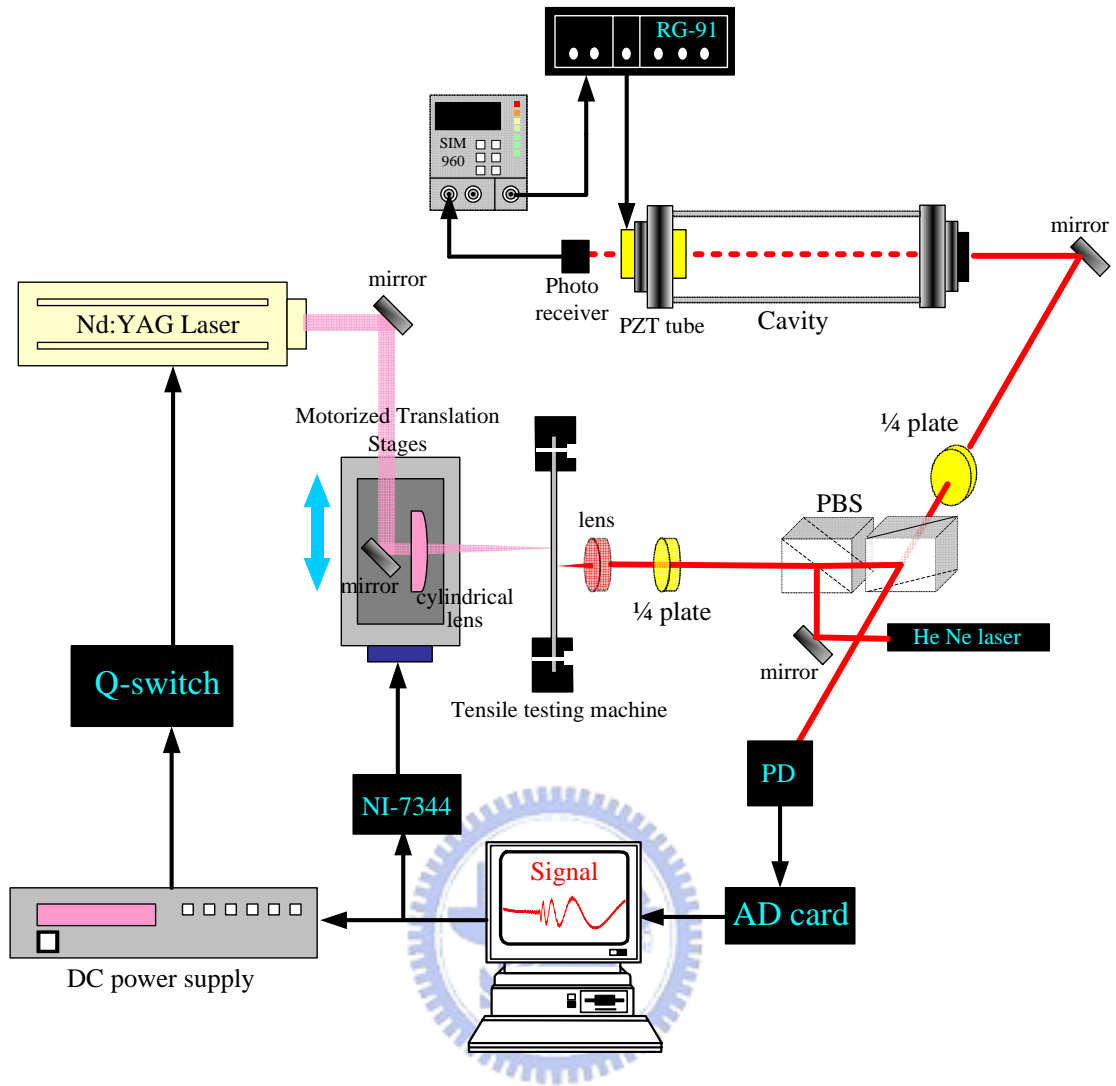


圖 4.28 CFPI 量測系統示意圖

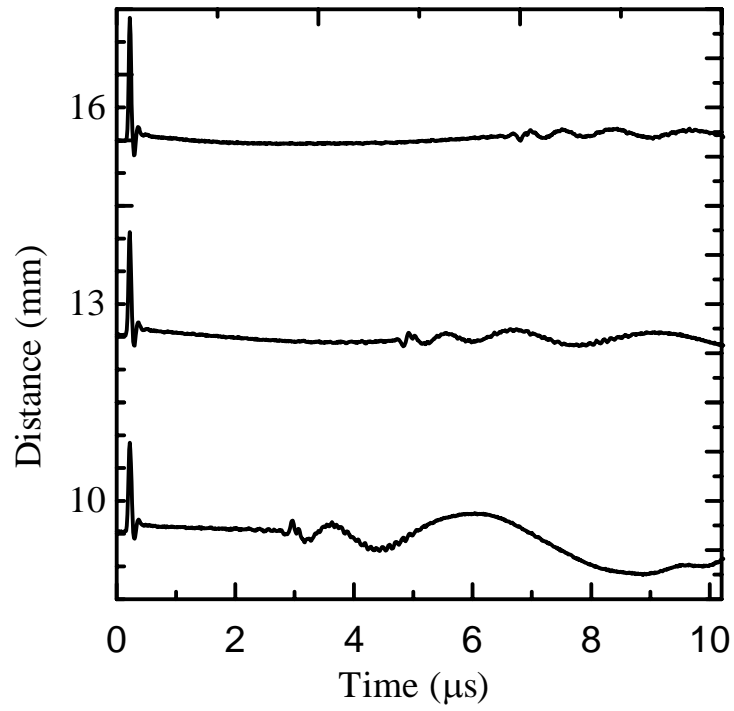


圖 4.29 CFPI 量測鋁板之雷射生成藍姆波訊號

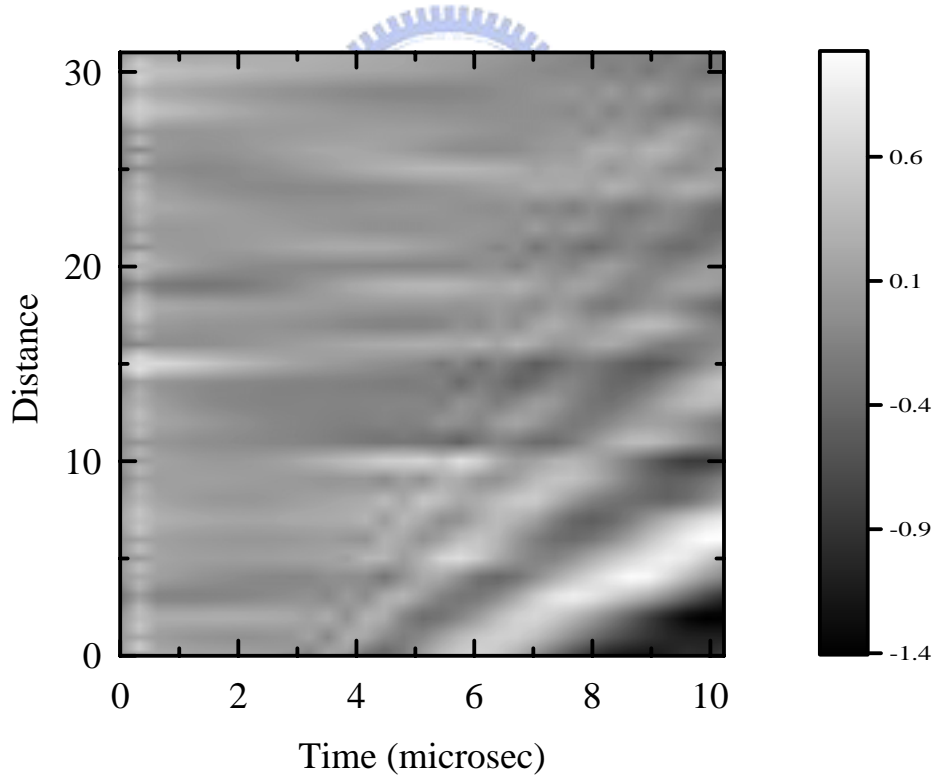


圖 4.30 CFPI 量測鋁板之雷射生成藍姆波線掃描灰階圖

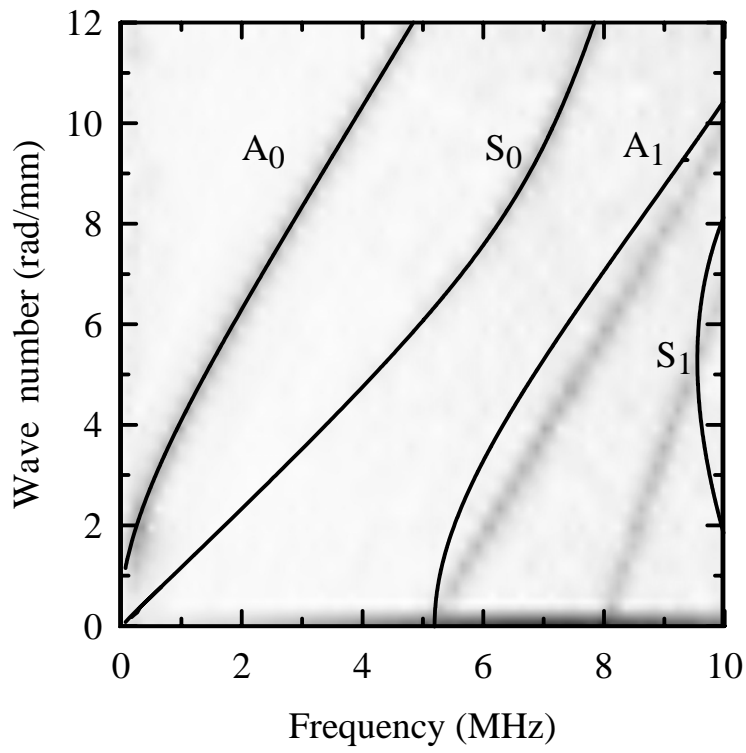


圖 4.31 CFPI 量測鋁板之藍姆波相速度灰階圖，實線為理論頻散曲線

