

預力梁柱子結構含消能間柱之行為

研究生：游文銘

指導教授：陳誠直 博士

國立交通大學土木工程學系碩士班

摘要

本論文主要研究預力梁柱構架含消能間柱的耐震行為，探討有無消能間柱及不同彎矩容量的消能間柱對於預力構架行為的影響，規劃三組試體進行實尺寸預力構架試驗，觀察實尺寸的預力構架的消能行為並建立力學模型與試驗結果互相比較。結果顯示預力構架的梁柱接合面產生開啟閉合，梁柱構件保持在彈性範圍，且預力構架有明顯的自我復位能力。預力梁柱子結構加入消能間柱可以提升整體的側向勁度，塑性鉸可以準確的控制消能間柱上下兩端的切削斷面處，並有效的提供預力梁柱子結構的消散能量。

關鍵字：預力、消能間柱、自我復位能力

Behavior of Post-tensioned Beam-Column Subassemblages with Supplemental Column

Student: Wen-Ming Yu

Adviser: Dr. Cheng-Chih Chen

Department of Civil Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT

This thesis presents the study of the seismic behavior of post-tensioned beam-column subassemblages with supplemental column. The effects of design parameters such as the presence and the flexural capacity of the supplemental column on the performance of the post-tensioned frame are investigated. Three full-scale specimens were designed and tested to study the energy dissipating capacity and compare the test results to those of developed analytical models. Test results indicated that a gap opening or closing occurred at the beam-to-column interface of the post-tensioned subassemblage, with the ability of self-centering of the frame while the beam and column elements remained in elastic. The supplemental column results in the increase of the lateral stiffness of the post-tensioned subassemblage. The plastic hinges formed at the reduced beam sections on both ends of the supplemental column can effectively dissipate energy for the post-tensioned subassemblage.

Keywords: Post-tensioned, supplemental column, self-centering

誌謝

承蒙恩師 陳誠直博士在研究所兩年多來的指導，讓學生學習到許多專業的知識，以及做事道理與態度，在論文上更給予許多的建議與方法，培養出獨立的學習能力，實驗期間的信任，讓學生可以無限的發揮順利的完成研究，在此敬上最高的謝意。

口試期間，感謝台灣大學 蔡克銓教授、國家地震工程研究室中心 鍾立來教授、中興大學 呂東苗教授與本校 劉俊秀教授、周中哲教授，給予本論文諸多寶貴的意見與指教，使得本論文可以更為完備，在此敬上萬分謝意。

研究所期間，感謝學長群洲、南交、崇豪、潔祥、文賢的協助指導，讓我在完成論文的過程更為順利，感謝同窗好友智民、仁甫在學期期間互相的幫助與建議。感謝預力團隊的伙伴俊翰、文立、昌俊、翼安、桓宇在研究與實驗過程間互相的協助，感謝國家地震工程研究中心的研究人員與工程人員雄哥、沛清、勝智、家乾、安治、天佑、阿豪、阿華、小梁在試驗過程給予建議以及協助，讓我可以順利完成試驗。

感謝父母親一路以來的支持與關心，讓我們家的兄弟們可以在一個完善、自由的環境中成長，外出求學可以無拘無束的往自我方向發展，塑造出今日的成就，感謝兩位弟弟盡本分的在自己的崗位上努力，不讓父母親操心，家是我的精神堡壘，回到家中就像充電般一樣儲備著往下一個目標努力的能量。感謝在我外出求學期間的好伙伴淑雯，總是給予我鼓勵以及協助，不管遇到多困難的問題都可以互相的體諒與關心，讓我順利的完成學業。在此將這份榮耀分享給我的父母

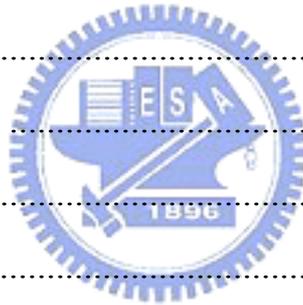
親、兄弟、老師、伙伴們，沒有你們的支持沒有今日的我，願你們永遠身體健康、順順利利。



目錄

摘要.....	i
ABSTRACT.....	ii
誌謝.....	iii
目錄.....	v
表目錄.....	viii
圖目錄.....	ix
照片目錄.....	xii
第一章 緒論.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究目的.....	2
1.3 研究方法.....	2
1.4 文獻回顧.....	3
1.4.1 預力梁柱接頭之研究.....	3
1.4.2 耐震間柱構架之研究.....	5
1.5 報告內容.....	6
第二章 預力梁柱子構架含消能間柱力學行為.....	7
2.1 前言.....	7
2.2 預力梁柱子構架未開啟之勁度 $K_{bc,sc}$	7
2.3 預力梁柱子構架開啟後鋼絞線之勁度 $K_{st,sc}$	8
2.4 預力梁柱子構架消能間柱降伏後鋼絞線之勁度 $K_{st,scy}$	10
2.5 預力梁柱子構架含消能間柱行為模型建立.....	11
2.5.1 遲滯迴圈各階段之勁度.....	11
2.5.2 遲滯迴圈特性之討論.....	13
第三章 實尺寸預力梁柱子構架含消能間柱反覆載重試驗.....	14

3.1 前言.....	14
3.2 試體設計參數.....	14
3.3 試體規劃.....	16
3.3.1 試體簡介.....	16
3.3.2 規劃內容.....	16
3.4 試體製作及預力施加.....	18
3.4.1 試體製作.....	18
3.4.2 預力施加.....	19
3.5 試驗設置.....	20
3.5.1 加載系統.....	20
3.5.2 量測系統.....	21
3.6 試驗程序.....	22
第四章 實驗結果與討論.....	24
4.1 試體行為.....	24
4.1.1 試體 P1M0.....	24
4.1.2 試體 P1M1.....	25
4.1.3 試體 P1M2.....	26
4.2 試體結果討論.....	27
4.2.1 試體行為比較.....	27
4.2.2 梁柱接合面開啟.....	28
4.2.3 消能間柱翼板應變分佈.....	29
4.2.4 油壓致動器之施力.....	30
4.2.5 梁柱接合面開啟角度與層間變位角的關係.....	30
4.3 試驗結果與理論模擬比較.....	31
4.3.1 理論模擬與實驗值之包絡線比較.....	31



4.3.2 鋼絞線理論值與試驗鋼絞線內力比較	32
4.4 實尺寸預力建築系統之耐震間柱設計建議	33
第五章 結論與建議	35
5.1 結論.....	35
5.2 建議.....	35
參考文獻.....	36
附錄 A 傾角變位法求解彎矩之過程	89



表目錄

表 3.1 試體參數變化表	39
表 3.2 試體材料性質表	39
表 3.3 試體理論數據表	40
表 3.4 0.6”鋼絞線材料性質表.....	40
表 3.5 荷重計規格表	40
表 4.1 試體 P1M0 各層間變位角首圈力量之比較表	41
表 4.2 試體 P1M1 各層間變位角首圈力量之比較表	42
表 4.3 試體 P1M2 各層間變位角首圈力量之比較表	43
表 4.4 理論與實驗值各階段勁度比較表	44
表 4.5 最大鋼絞線理論值與試驗值之誤差百分比	45



圖目錄

圖 1.1 預力梁柱接頭梁柱接合面縫隙開啟示意圖	46
圖 1.2 預力梁柱子構架含消能間柱示意圖	46
圖 1.3 消能角鋼型預力鋼梁接 H 型柱梁柱接頭 (Ricles et al. 2002)	47
圖 1.4 含消能鋼棒預力梁柱構架圖 (Christopoulos et al. 2002b) ...	47
圖 1.5 消能鋼棒型預力鋼梁接 CFT 柱接頭 (黃崇豪 2005)	48
圖 1.6 耐震間柱構架試驗裝置示意圖 (魏國忠 1994)	48
圖 1.7 耐震間柱組裝示意圖 (王宏遠 2000)	49
圖 2.1 預力構架梁柱接合面尚未開啟之變形示意圖	49
圖 2.2 預力構架梁柱接合面開啟之變形示意圖	50
圖 2.3 預力構架梁柱接合面開啟消能間柱產生塑鉸之變形示意圖	50
圖 2.4 傾角變位法並簡化計算示意圖	51
圖 2.5 切開構架之自由體示意圖	51
圖 2.6 上梁與下梁相對位移造成消能間柱受力變形示意圖	52
圖 2.7 上梁與間柱接合處自由體受力示意圖	52
圖 2.8 左側柱之自由體圖	53
圖 2.9 預力梁柱構架系統的行為模型	53
圖 3.1 P1M0 與 P1M1 模擬曲線比較	54
圖 3.2 P1M1 與 P1M2 模擬曲線比較	54
圖 3.3 結構物受地震水平力作用之變形示意圖	55
圖 3.4 試驗設置全貌	55
圖 3.5 試體設計圖之一	56
圖 3.6 試體設計圖之二	56
圖 3.7 試體設計圖之三	57

圖 3.8 試體設計圖之四	57
圖 3.9 試體設計圖之五	58
圖 3.10 試體設計圖之六	58
圖 3.11 試體設計圖之七.....	59
圖 3.12 試體設計圖之八	59
圖 3.13 試體設計圖之九	60
圖 3.14 Anchorage Plate 型號 SD-6807	60
圖 3.15 預力施加次序編號示意圖	61
圖 3.16 鉸接座	61
圖 3.17 油壓致動器位置示意圖	62
圖 3.18 試體量測儀器架設位置	62
圖 3.19 試驗測試用應變計的位置	63
圖 3.20 預力梁柱子結構含消能間柱試驗之位移歷時	64
圖 4.1 試體 P1M0 遲滯迴圈圖	64
圖 4.2 試體 P1M1 遲滯迴圈圖	65
圖 4.3 試體 P1M2 遲滯迴圈圖	65
圖 4.4 試體 P1M0 與 P1M1 之試驗結果比較	66
圖 4.5 試體 P1M1 與 P1M2 之試驗結果比較	66
圖 4.6 試體位移計編號	67
圖 4.7 試體 P1M0 梁柱接合面之開啟	67
圖 4.8 試體 P1M1 梁柱接合面之開啟	68
圖 4.9 試體 P1M2 梁柱接合面之開啟	68
圖 4.10 試體 P1M1 消能間柱上梁翼板應變分佈	69
圖 4.11 試體 P1M1 消能間柱下梁翼板應變分佈	69
圖 4.12 試體 P1M2 消能間柱下梁翼板應變分佈	70

圖 4.13 試體 P1M1 MTS 側向力與位移遲滯迴圈	70
圖 4.14 試體 P1M2 MTS 側向力與位移遲滯迴圈	71
圖 4.15 試體 P1M3 MTS 側向力與位移遲滯迴圈	71
圖 4.16 試體 P1M0 層間變位角與梁柱接合面開啟角度圖	72
圖 4.17 試體 P1M1 層間變位角與梁柱接合面開啟角度圖	72
圖 4.18 試體 P1M2 層間變位角與梁柱接合面開啟角度圖	73
圖 4.19 P1M0 理論模擬與實驗遲滯迴圈比較	73
圖 4.20 P1M1 理論模擬與實驗遲滯迴圈比較	74
圖 4.21 P1M2 理論模擬與實驗遲滯迴圈比較	74
圖 4.22 P1M0 下梁鋼絞線內力試驗與理論值比較	75
圖 4.23 P1M1 下梁鋼絞線內力試驗與理論值比較	75
圖 4.24 P1M2 下梁鋼絞線內力試驗與理論值比較	76



照片目錄

照片 3.1 預力鋼絞線安置之情況	76
照片 3.2 試體組裝完成圖	77
照片 3.3 ENERPAC P3045N 油壓機	77
照片 3.4 JSL-28TON 施拉預力用油壓千斤頂	78
照片 3.5 施加預力的過程	78
照片 3.6 試體設置鉸接底座圖	79
照片 3.7 試體側向束制支撐配置圖	79
照片 4.1 試體 P1M0 +4.0% (256 mm)之變形	80
照片 4.2 試體 P1M1 +0.375% (24 mm)梁柱接合處開啟	80
照片 4.3 試體 P1M1 消能間柱腹板與翼板的石膏剝落	81
照片 4.4 試體 P1M1 消能間柱翼板外與端板接合處有明顯的裂痕	81
照片 4.5 試體 P1M1 間柱上下端共四個角落有非常明顯的裂痕	82
照片 4.6 試體 P1M1 +3.0%梁柱接合面隙縫開啟狀況	82
照片 4.7 試體 P1M1 螺栓發生頸縮端板破裂的現象	83
照片 4.8 試體 P1M1 試驗停止後消能間柱降伏狀況	83
照片 4.9 試體 P1M2 +0.5%下梁右方梁柱接合面有明顯的開啟	84
照片 4.10 試體 P1M2 +0.5%下梁左方梁柱接合面有明顯的開啟	84
照片 4.11 試體 P1M2 消能間柱翼板開始出現降伏狀況	85
照片 4.12 試體 P1M2 下梁與間柱接頭處消能間柱降伏狀況	85
照片 4.13 試體 P1M2 上梁與間柱接頭處消能間柱降伏狀況	86
照片 4.14 試體 P1M2 構架施力點施力點點發生扭轉的狀況	86
照片 4.15 試體 P1M2 預力損失導致左右預力不同上梁面外挫屈	87
照片 4.16 試體 P1M2 接頭扭轉導致上梁往左方位移	87

照片 4.17 試體 P1M2 歷時位移-3%施力狀況.....88



第一章 緒論

1.1 研究背景

北嶺、阪神等大地震造成多數鋼結構建築物的破壞，給予了許多學者新的挑戰，針對鋼結構梁柱接頭進行研究與改良，主要目的為使受地震力時可以讓消能發生在梁上，並使塑性鉸遠離梁柱接面以降低接頭之破壞。由於傳統的梁柱接頭接合方式一般為翼板採全滲透銲、腹板採螺栓接合，需要銲接扇形開孔與大量銲接，因此銲接造成的殘留應力、入熱量、天然縫隙以及現場銲接品質控制不易、扇形開孔處容易造成應力集中等，皆為傳統梁柱接頭破壞的原因。改良的減弱式或補強式的梁柱接頭在地震時可以避免接頭的破壞，但是在梁上產生塑性鉸消散能量所產生的殘留變形，卻會使建築結構體修復施工不易不甚經濟。



為改良上述之梁柱接頭可能產生的殘留變形，國外發展出一種新式接合方式，以預力結合建築結構系統的梁與柱構件，其與一般梁柱接合最大不同乃使梁保持彈性不會有殘留變形產生。將預力應用於梁柱接合上其設計理念為在地震下梁柱保持在彈性，藉由梁柱接合面的開啟與閉合，如圖 1.1 所示，預力可提供結構體自我恢復原狀的能力。梁柱之預力系統為利用鋼絞線施加預力以接合梁柱構件，形成預力梁柱接頭 (Post-tensioned beam-to-column connection)。其特點為由於接頭無需銲接，可避免銲接所造成的種種問題。預力梁柱接頭可搭配替換式的消能構件，藉由消能構件的降伏以消散能量。預力建築利用施加預力抵抗地震力的作用，具有下列各項優點：1. 施工性良好且快速，具經濟性。2. 構造有自我復位之功能，地震後無殘留變形。

傳統的抗彎構架會以增加勁度、強度、韌性為方法以達到抵抗地震力的目的，因此利用配置消能間柱為設計方法之一，藉由消能間柱的彎矩降伏來達到消能的效果。消能間柱不但可以提供構架的勁度與強度，更可以提供良好的消能效果。因此本文結合消能間柱與預力建築系統的優點，將消能間柱放置在預力建築構架系統中，利用消能間柱作為預力系統中的消能元件，探討預力建築系統使用消能間柱的可行性。圖 1.2 所示為鋼絞線穿越梁柱並在上梁與下梁間加裝消能間柱。

1.2 研究目的

研究目的主要在探討消能間柱應用於預力建築系統之耐震行為，利用不同參數以探討預力梁柱子結構含消能間柱的特性，參數如下：有無消能間柱、消能間柱的彎矩容量，為探討消能間柱參數與能量消散之關係，以及瞭解整體構架的受力行為，並且探討理論上的模擬是否能符合試驗結果。



1.3 研究方法

研究方法為將預力梁柱子結構含消能間柱之模型利用試體受力變形的方式進行解析，並歸納出主要影響的參數值，針對不同的參數做變化，擬出一套解析的方法。經由解析出來的參數值規劃出三組試體，由雙層單跨的平面預力梁柱構架，進行模擬地震力作用之反覆載重，探討試體於各種參數變化下預力梁柱構架的行為與消能效果，驗證預力梁柱構架力學模型的準確性及設計方法的合理性。

研究步驟為蒐集國內外預力梁柱接頭系統與抗彎構架含耐震間柱之相關文獻，瞭解預力系統與消能間柱的原理特性與機制，再依據

基本的結構行為推導出預力構架系統含消能間柱的力學模型，並設計試體，進行實尺寸的預力構架系統含消能間柱試驗，以瞭解此類型的預力構架系統之消能效果。

1.4 文獻回顧

預力技術運用在建築結構系統上的研究，國內外仍然處於研究階段，因此文獻並不多，本節將針對部分文獻簡要概述，並且對國內學者於耐震間柱文獻簡要解說。

1.4.1 預力梁柱接頭之研究

近年來國內外文獻 (Cheok and Kunnath 1998 ; Christopoulos et al. 2002a ; Chou et al. 2004 ; Englekirk 1996 ; Garlock et al. 2005 ; Holden et al. 2003 ; Priestly and Tao 1993 ; Ricles et al. 2005 ; 黃崇豪 2003) 顯示預力系統運用在建築系統上的發展性，陸續的針對預力建築系統作一連串的測試研究，用不同的消能構件裝置於預力構架上來達到消能效果，保持預力建築系統特有的自我復位能力，降低梁柱構件的破壞。

Englekirk (2002)設計建造了一座目前最高的預力預鑄混凝土結構，梁柱接合的方式採用預力接合，其特有的接頭名稱為 Dywidag 韌性接頭系統(Dywidag Ductile Connector (DDC) System)。並且針對設計的接頭形式進行試驗，結果顯示有良好的消能效果，顯示預力建築系統可運用在實務上。

Ricles et al. (2002)思考 1994 年北嶺地震所帶來鋼結構破壞的教

訓，避開傳統將梁柱銲接的方式，改採用預力將梁柱接合，除了可以不要產生殘留變形，更可以有效的控制不要讓梁柱受到破壞。Ricles 等人規劃出多組的 CFT 柱接鋼梁以及鋼柱接鋼梁的十字形子構架，如圖 1.3 所示，利用鋼絞線穿越梁柱在梁的兩端施加預力給予接合，並且在十字形接頭的梁翼板處安裝角鋼作為消散元件，結果顯示預力構架在消散能量後有自我復位的能力，並且保持梁柱在彈性範圍；且試體行為是可以經過設計預測的，並藉由不同角鋼的尺寸來改變消能的效果。

Christopoulos et al. (2002b)利用高強度鋼棒穿越鋼柱與鋼梁施加預力並且將消能鋼棒放置於鋼梁內側翼板中參與消能，且在消能鋼棒外圍套上鋼管防止消能鋼棒再受壓時產生挫屈。Christopoulos 等人將消能鋼棒運用在鋼結構構造上，利用高強度預力鋼棒在梁端施拉預力將鋼梁鋼柱接合，並且將消能鋼棒穿越鋼柱在接合在梁翼板內側，如圖 1.4 所示，消能效果良好，並且提出預力系統的行為模型可以由鋼絞線行為模型與消能鋼棒的雙線性行為模型疊加而成。

黃崇豪 (2005)以鋼絞線接合 CFT 柱與 H 型鋼梁，施加預力於鋼絞線並且固定在梁端，且在接頭處將鋼棒穿越 CFT 柱固定在梁翼板兩端靠近柱面處，並配合鋼管以防止鋼棒挫屈，如圖 1.5 所示。計畫進行了六組實尺寸預力梁柱接頭，研究有無消能鋼棒的試體行為、消能鋼棒直徑之影響其消能效果，初始預力大小影響了鋼棒參與消能的契機、鋼絞線的股數關係到勁度的發展、力學模型的建立以建立一套設計流程。結果顯示在適當的設計下因為接頭自我復位能力使接頭沒有殘留變形發生、消能鋼棒若是直徑越大所提供的消能效果越佳、增加初始勁度可使遲滯迴圈向上移動藉此控制鋼棒直徑增加時可能發

生的殘留變形、經由理論推導出來的公式可有效的模擬接頭行為。

1.4.2 耐震間柱構架之研究

國內耐震間柱的文獻(王宏遠 2000；魏國忠 1994；蕭科育 1994)均以利用不同型態的消能間柱，配置在抗彎構架中提升整體的側向勁度，強調受到地震力作用時消能間柱可以適時的發揮功用，讓塑性鉸產生在消能間柱上避免產生在梁柱，提供快速又簡便的施工方式。

魏國忠 (1994)由傳統的抗彎構架與偏心斜撐之連桿的觀念衍生而來，利用傳統抗彎構架為基礎放置間柱，藉由間柱之彎矩或剪力降伏，使間柱提供構架的側向勁度與強度，也可以提供降伏消能，如圖 1.6 所示。試驗結果顯示間柱在平面構架內確實可以穩定的消能，達到提供側向勁度與消能的目的。另外間柱以垂直滑動接頭讓間柱無軸力的問題，使得間柱強度可以充分發揮。為驅使間柱能產生變形與消能，應避免在梁內產生結點區降伏之狀況，因此梁腹加疊合板是必須的；考慮到間柱的可換性，可考慮採用端板型之間柱與梁接合。

王宏遠 (2000)將子結構擬動態試驗的技術應用在耐震間柱上，試驗設計了中間段以低降伏強度鋼材 LYS100 為腹板，高強度鋼為翼板，上下段皆以高強度鋼材製成之三段式剪力降伏型耐震間柱，分別以鉸接和螺栓兩種方式接合試體，如圖 1.7 所示。結果顯示 LYS100 材料的等向硬化效應明顯，間柱中間段的破壞模式與剪力連桿相似，因此細節部分可參考規範對連桿的規定，並且研究提出了層間變位角與中間段變形轉角之間有 $\gamma P = \phi \times \theta P \times (H/h)$ 的關係存在，其中 ϕ 值的實驗結果接近 1.0，設計者可以參考此關係式，估計變形需求。動力分析結果顯示，在構架中加入耐震間柱的確可以降低結構的位移

量、減少塑鉸的發生，發揮保護梁柱構件的功能。接合方式採用銲接與螺栓執行反覆載重試驗，由於並未發生接合破壞，兩種試體行為接近，皆為可行之方案。

1.5 報告內容

本論文報告內容共分為以下五個章節：

第一章 緒論、研究背景、研究方法、研究目的、預力與消能間柱相關文獻。

第二章 預力構架之力學行為、理論分析、各階段遲滯迴圈模擬、勁度、遲滯迴圈的特性。

第三章 實尺寸預力構架的參數討論、反覆載重試驗、試驗規劃、使用儀器。

第四章 試驗結果與討論、試驗結果與分析結果比較、探討梁柱接合面開啟角度與層間變位角之關係、最大層間變位角所受的外力比較、理論值與試驗值的勁度比較、鋼絞線內力理論與實驗的比較。

第五章 結論與建議。

第二章 預力梁柱子構架含消能間柱力學行為

2.1 前言

研究探討的內容主要為將預力系統使用在傳統的抗彎構架上，改變傳統必須要銲接的施工方式，採用預力穿越梁柱接合梁柱，並且加裝消能器使構架有消散能量的能力。本研究之梁柱子構架主要由兩支柱、兩支梁和消能間柱組成構架，並且藉由預力鋼絞線穿過梁柱並在構架兩端以鋼絞線施加初始預力接合梁柱構件。

預力梁柱子結構含消能間柱之耐震行為主要可以分成三個階段討論，第一階段是梁柱接合面尚未開啟時的變形，如圖 2.1 所示。第二階段則是梁柱接合面開啟後的變形，如圖 2.2 所示。第三階段則是消能器降伏後的變形，如圖 2.3 所示。針對這三個階段進行個別構件的位移與力量關係推導，再依序將每個所建立的勁度加以串聯，即可得到各階段的勁度以建立遲滯迴圈模型。因此必須先行探討三個主要的勁度值 $K_{bc,sc}$ 、 $K_{st,sc}$ 、 $K_{st,scy}$ ，針對這三個勁度值進行連結，可以求解出遲滯迴圈的三階段遲滯模型。

2.2 預力梁柱子構架未開啟之勁度 $K_{bc,sc}$

將梁柱子構架視為一結構體，於頂端施予集中力，此結構體底邊為不受彎矩作用的鉸接，因此集中力作用時構架會產生位移，即可以推算出層間變位與施力大小，如下式所示：

$$V = K_{bc,sc} \delta \quad (2.1)$$

其中 V ：構架側向施力； $K_{bc,sc}$ ：預力梁柱子構架未開啟之整體側向勁

度； δ ：預力梁柱子構架施力點之位移。

藉由所擷取出來的梁柱子結構，利用傾角變位法並簡化計算如圖 2.4 所示。其中求解過程可以參考附錄 A 的計算過程。經由傾角變位法可解出梁柱子構架的各點彎矩，再依序求解構架之 6 個自由度，分別為 θ_A (θ_C)、 θ_D 、 θ_D (θ_F)、 θ_B 、 R_1 、 R_2 等 8 個未知數。經由自由體圖之平衡式，如圖 2.5 所示，可以得到所有自由度的數值以後，即可已利用疊加原理求解出構架的位移 δ ，疊加式子如下列所示：

$$\delta = \frac{R_1 H}{2} + R_2 H + \frac{\theta_C H}{2} + \frac{VH^2}{48k_c} \quad (2.2)$$

由 (2.2) 式求解出的整體構架位移 δ 除以構架總高度 H ，就可以得到預力梁柱子構架的層間變位角 θ ，並且透過 (2.1) 式即可以求解出預力梁柱子構架未開啟之勁度 $K_{bc,sc}$ 如下式所示：

$$K_{bc,sc} = \frac{1}{H^2 \left[\frac{(W^* + U^*)}{2} + \frac{(-1 + 12k_c V^* + 12k_c W^* + 6k_{sc} Z^* + 6k_{sc} X^*)}{(24k_c + 12k_{sc})} \right]} \quad (2.3)$$

其中各符號說明於附錄 A。

2.3 預力梁柱子構架開啟後鋼絞線之勁度 $K_{st,sc}$

根據預力的原理，當梁柱接頭的接頭彎矩未達到解壓彎矩 (Decompression moment, M_d) 時，則梁柱接合面隙縫尚未開啟，因此鋼絞線內力不會增加；當接頭處的彎矩大於解壓彎矩時，梁柱接合面縫隙開啟，則鋼絞線內力開始增加。藉此先推導鋼絞線內力 T_{st} 與縫隙開啟角度 θ_g 之關係，進而利用相對位移造成的變形推導出鋼絞

線的勁度 $K_{st,sc}$ 。

首先考慮鋼絞線內力 T_{st} 以及梁柱接合面縫隙開啟的角度 θ_g 之關係，鋼絞線內力會隨著梁柱接合面縫隙開啟的角度增加，藉此可以得知鋼絞線內力增加的平衡式：

$$T_{st} = T_{ini} + \Delta_{st} \frac{E_{st} A_{st}}{L_{st}} \quad (2.4)$$

其中 Δ_{st} ：為梁柱接合面縫隙開啟角度造成的鋼絞線伸長量 $\Delta_{st} = 2(d_b/2)\theta_g$ ； d_b ：梁深； T_{ini} ：鋼絞線初始預力； E_{st} ：鋼絞線楊氏係數； A_{st} ：鋼絞線總截面積； L_{st} ：鋼絞線長度。

預力梁柱構架，在施力點施力後造成梁的相對位移可計算間柱的彎矩與剪力大小，如圖 2.6 所示，忽略梁中點處的旋轉角，間柱剪力大小 V_{sc} 如下式所示：

$$V_{sc} = \frac{12E_{sc}I_{sc}}{H^2}\theta_g \quad (2.5)$$

θ_g ：梁柱接合面縫隙開啟角度； E_{sc} ：間柱楊氏係數； I_{sc} ：間柱斷面慣性矩； H ：樓層高度。

藉由此剪力與鋼絞線內力取自由體圖解力平衡可以得知 $K_{st,sc}$ ，圖 2.7 所示自由體取自上梁與間柱接合處，間柱部分取自反曲點處，圖 2.8 所示自由體取左側柱；因此需計算出圖 2.8 所示 A 點所受的水平力大小 V_A ，如下式所示：

$$V_A = T_{st} + \frac{V_{sc}}{2} \quad (2.6)$$

得知 V_A 後可以推導出 V_D 大小，因此再由圖 2.8 來取彎矩力平衡式 ΣM_D ，A 點與 D 點雖然都有垂直力，但是在此通過力矩點 D 點，忽略其影響，柱底鉸接處的垂直力對 D 點的力臂極小，亦忽略之，可以得知平衡式如下式所示：

$$V = \frac{T_{ini} d_b}{H} + \left[\frac{(d_b \theta) d_b E_{st} A_{st}}{HL_{st}} + \frac{(H\theta) 6E_{sc} I_{sc}}{H^3} \right] \quad (2.7)$$

達解壓彎矩後，鋼絞線勁度 $K_{st,sc}$ 可以由 (2.7) 式中將層間變位角 θ 提出，如下式所示：

$$V = \frac{T_{ini} d_b}{H} + \left[\frac{d_b^2 E_{st} A_{st}}{HL_{st}} + \frac{6E_{sc} I_{sc}}{H^2} \right] \theta \quad (2.8)$$

由 (2.8) 式中可以找出勁度值，如下式所示：

$$K_{st,sc} = \frac{d_b^2 E_{st} A_{st}}{HL_{st}} + \frac{6E_{sc} I_{sc}}{H^2} \quad (2.9)$$

2.4 預力梁柱子構架消能間柱降伏後鋼絞線之勁度

$$K_{st,scy}$$

由 (2.9) 式所知，鋼絞線勁度與間柱有著相對的關係，因此在消能間柱進入降伏後，考慮應變硬化行為，簡化的在 (2.9) 式的 E_{sc} 項乘上應變硬化係數 C_{sh}^* ，則可以得到間柱降伏後的鋼絞線勁度 $K_{st,scy}$ 如下式所示：

$$K_{st,scy} = \frac{d_b^2 E_{st} A_{st}}{HL_{st}} + \frac{6C_{sh}^* E_{sc} I_{sc}}{H^2} \quad (2.10)$$

2.5 預力梁柱子構架含消能間柱行為模型建立

梁柱構架尚未達到解壓彎矩時候的勁度 $K_{bc,sc}$ ，以及達到解壓彎矩後鋼絞線所提供的勁度 $K_{st,sc}$ 和達解壓彎矩後消能間柱降伏時鋼絞線所提供的勁度 $K_{st,scy}$ ，藉由三個勁度的疊加串聯則可以討論出遲滯迴圈的各階段勁度，並且預測其轉折點的大小。

2.5.1 遲滯迴圈各階段之勁度

根據三項勁度疊加串聯，將預力梁柱構架系統的行為模型建立如圖 2.9 所示，以下概述之：

初始點到點 1 的階段：此階段梁柱接合面尚未開啟，鋼絞線尚未參與任何勁度的串聯，可以將預力梁柱子結構含消能間柱的整體構架視為一般傳統的抗彎構架，根據所提供的勁度大小就可知道階段一的勁度值，所以此階段只需利用傾角變位法即可以解出勁度值。點 1 為決定梁柱接合面開啟的主要關鍵，可以由梁柱接合面的彎矩配合鋼絞線的預力大小就可已知道點 1 的數值，判斷出遲滯迴圈何時會進入下一階段的關鍵點，因此鋼絞線的初始預力大小為影響點 1 發生的時間關鍵，此外若初始預力值過小則要注意預力構架是否有自我復位的能力，所以初始預力大小必須審慎決定。第一階段的勁度值 K_1 如下式所示：

$$K_1 = K_{bc,sc} \quad (2.11)$$

點 1 到點 2 的階段：此階段梁柱接合面已經達到解壓彎矩，因此梁柱接合面會開始產生縫隙，此時傳統的抗彎構架勁度求法已無法使用在此，必須求解出鋼絞線所提供的勁度 $K_{st,sc}$ 後，利用 K_1 來進行串

聯得到階段二的勁度值，即可以知道階段二的勁度大小。點 2 決定於消能器的降伏與否，當預力構架進入第二階段後，在上梁與下梁的相對變位下所造成的消能間柱彎矩進入降伏同時，消能器就會開始消散能量並且進入應變硬化階段，影響到點 2 的關鍵為消能器的彎矩容量大小，彎矩容量越大點 2 發生的時間越晚，此外因為發生較晚整體構架力量上升所以要注意梁柱是否會因此進入降伏。第二階段的勁度值串聯如下式所示：

$$K_2 = \frac{1}{\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_{st,sc}}} \quad (2.12)$$

點 2 到點 3 的階段：此階段為消能間柱進入降伏後的應變硬化階段，此階段的勁度必須由間柱降伏後的整體勁度 $K_{bc,scy}$ 與鋼絞線勁度 $K_{st,scy}$ 作串聯。點 3 則為理論預測的終點，當總行程到達此點時候必須注意梁柱所受的彎矩以及鋼絞線的內力值，是否接還在彈性範圍，若因此達到降伏，則預力梁柱結構會因為殘留變形而失去自我復位能力。第三階段的勁度值串聯如下式所示：

$$K_3 = \frac{1}{\frac{1}{K_{bc,scy}} + \frac{1}{K_{st,scy}}} \quad (2.13)$$

點 3 到點 4 階段說明：此階段為遲滯迴圈開始往初始點回復，此時梁柱接合面為開啟的狀態，消能間柱受到彈性變形但尚未降伏，其勁度大小如同 K_2 如下式所示：

$$K_4 = K_2 \quad (2.14)$$

點 4 到點 5 階段說明：此階段為消能間柱開始往另一方向降伏的

應變硬化階段，到達點 5 的時候梁柱接合面則閉合，恢復到傳統抗彎構架狀態下，經由點 5 回到到初始點，此為預力建築系統的特性之一。結構物有自我的恢復能力，可恢復到一開始的彈性狀態。此階段勁度如下式所示：

$$K_5 = K_3 \quad (2.15)$$

2.5.2 遲滯迴圈特性之討論

預力梁柱系統含消能間柱的遲滯迴圈主要特點，在於不會發生在第二第四象限只會發生在第一與第三，原因在於施加預力後會給予梁柱有回復的能力，即預力結構物會有自我復位的能力，因此初始預力大小若是越大預力結構物將可會恢復到初始位置。除了考量初始預力大小外也要注意梁柱接合面開啟後，使得鋼絞線的內力值增加，若初始預力太大則鋼絞線可能會達到降伏；為避免鋼絞線因為開啟後內力增加過大而降伏，可以使用下列方法進行檢核：當達到梁柱接合面開啟後，鋼絞線的內力隨著所增加的伸長量增加內力，如下式所示：

$$T_{st} = T_{int} + 2 \frac{d_b}{2} \theta_g \frac{E_{st} A_{st}}{L_{st}} < F_{st,y} A_{st} \quad (2.16)$$

其中 $F_{st,y}$ ：鋼絞線降伏應力。由上式所示可以推導出鋼絞線的內力值，決定初始預力後就可以有效的控制鋼絞線在彈性範圍。

第三章 實尺寸預力梁柱子構架含消能間柱 反覆載重試驗

3.1 前言

本論文預力梁柱子構架為建築構架系統中的子構架，取自一樓層的上層柱反曲點以及下層柱的反曲點，並且在一樓層中配置消能間柱，以模擬實際建築系統構架承受地震力下子構架的變形行為，因應此試驗的模擬必須妥善設計其試驗設置台，以確保子構架的模擬與實際反應結果相同，藉此對於新式預力建築系統有更深入的瞭解；試驗完畢後的行為結果與前章所建立的理論模擬比較，本章內容包含：試體設計的參數討論、預力梁柱子構架的規劃、製作、量測儀器安排、試驗設置台及試驗程序。



3.2 試體設計參數

根據前章的行為模型理論推導，可以對於預力梁柱構架系統的初始預力大小、間柱材料性質、間柱斷面尺寸做一系列的參數變化，設計出三組試體以供進行試驗，規劃參數表如表 3.1 所示，其中 M_d/M_{bp} 為解壓彎矩理論值除以梁彎矩容量之百分比。試體的材料試驗性質如表 3.2 所示。

試體設計之參數經過計算可以得到如表 3.3 所示，其中 K_1 、 K_2 、 K_3 為各試體三階段的勁度理論值； $T_{ini}/T_{st,y}$ 為鋼絞線初始內力理論值除以鋼絞線降伏力之比值； $T_{st,th}/T_{st,y}$ 為鋼絞線達目標層間變位角時內力之理論值除以鋼絞線降伏力之比值； $M_{st,th}/M_{bp}$ 為達目標層間變位角時鋼絞線對柱面產生的彎矩理論值除以鋼梁之彎矩容量； M_d/M_{bp} 為梁

柱接合面達開啟時之鋼絞線對柱面產稱的彎矩理論值除以鋼梁之彎矩容量； $M_{sc,th}/M_{bp}$ 為達目標層間變位角時消能間柱的彎矩大小除以鋼梁之彎矩容量； θ_{th} 為目標層間變位角。

欲使梁柱於試驗中保持於彈性範圍，因此以梁之彎矩容量 M_{bp} 為上限，於表 3.3 中各試體之 $M_{st,th}/M_{bp}$ 之比值必須小於 100% 才不會造成鋼梁的降伏。鋼絞線之內力可以使用 (2.16) 式進行檢核，以確保達目標層間變位角後鋼絞線之內力於彈性範圍內。消能間柱的設計可以參考於表 3.3 中各試體之 $M_{sc,th}/M_{bp}$ 之比值需小於 80%，主要確保當消能間柱進入降伏的時候，不會因為應變硬化而導致梁與消能間柱之接頭彎矩過大，導致鋼梁的降伏。

為確保塑性鉸發生在間柱的上下兩端以便觀察實驗的行為，在兩組消能間柱的翼板採用圓弧切削降低上下兩端處的彎矩容量，避免彎矩過大造成梁之破壞。



以下為各試體的位移與力量之行為模擬曲線圖 3.1 與圖 3.2 及表 3.3 互相比較：

1. 當有安裝消能間柱時，構架側向勁度比原先的空構架勁度較佳。
2. 當進入解壓彎矩點後， K_2 、 K_3 之大小會因為鋼絞線數量的增加會有明顯的增幅。
3. M_d/M_{bp} 的改變會影響解壓彎矩的點，比值越大對於結構物的自我復位能力越佳，但是需考量結構物的安全性。
4. 圖 3.1 顯示安裝消能間柱會產生良好的消能效果。
5. 圖 3.2 顯示提升預力鋼絞線的初始預力，可以增加結構物的自我

復位能力，整體曲線將向上提升，避免殘留變形的產生。

3.3 試體規劃

針對預力梁柱構架系統含消能間柱進行一系列的試驗，研究不同以往的行為機制，將消能控制在梁柱以外的構件上，當遇到地震力作用時，確保塑性鉸不會產生在梁柱上，且保持梁柱在彈性狀態。本論文藉由試驗預力梁柱構架系統含消能間柱之行為與各參數變化下對於設計、消能上的影響。

3.3.1 試體簡介

三組預力梁柱構架系統試驗設置台的邊界條件設定，乃在模擬地震力作用下建築結構產生側向變位，反曲點位於梁與柱跨距之中點，如圖 3.3 所示。

樓層高度為 3.2 m、跨距為 7 m，規劃出設置台全貌如圖 3.4，試體總高度為 6.4 m、跨距為 7 m，由兩柱兩梁組合而成的雙層單跨試體。

3.3.2 規劃內容

由於國內外預力建築結構系統還屬於研究階段，尚未有相關的設計規範，因此利用前章所推導的理論公式，配合國內外的鋼結構設計規範進行細部的設計。

三組實尺寸試體需設計的構件有鋼柱、鋼梁、消能間柱與鋼絞線，鋼柱皆採用 H350×350×8×15 mm 之 H 型組合斷面，鋼梁皆採用 H400×200×10×28 mm 之 H 型組合斷面，鋼柱鋼梁兩者皆採用 A572 Gr.

50 之鋼材。

消能間柱採用 H300×200×8×19 mm 與 H300×200×8×25 mm 之 H 型組合斷面，鋼材性質採用 A572 Gr. 50，消能間柱一共兩支；各為 H300×200×8×19 mm A572 Gr. 50 與 H300×200×8×25 mm A572 Gr. 50。間柱之上下端以螺栓與鋼梁接合。

不同於傳統的建築結構系統，預力建築結構系統多加了鋼絞線這一項機制，因此在梁柱的設計規劃上除了考量斷面的需求以外，還要針對預力作用下接觸的部分加強勁度，以及梁柱間縫隙的開啟引發的梁端受壓部分需要加勁補強，在交會區的部分因梁端在開啟的同時，會受到極大的壓力，因此確保梁翼板不會因此降伏，在梁端上下翼板部分鐸上了 350×250×985×15 mm 之梯形蓋板，另外預力鋼絞線作用點平行於梁所接觸的柱面上，增加了加勁板與疊合板，增加此交會區的勁度，確保預力作用同時不會造成交會區的變形。試體所有的設計圖如圖 3.5 至圖 3.13 所示。

鋼材的材料性質與理論上的材料性質不盡相同，為了確定試體材料實際的性質，對於試體所使用之鋼材，進行拉力試片試驗，取得實際的材料性質，試體的材料試驗性質如表 3.2 所示。

三組試體細節介紹如下：

試體 P1M0：試體 P1M0 為沒有安裝消能間柱的預力梁柱子構架利用鋼絞線在上梁與下梁分別穿越兩柱，並在兩端柱面施加初始預力使梁柱緊緊接合，使用之鋼絞線為直徑 15 mm 左右各一束，每束 6 根，安裝位置如照片 3.1 所示。此試體，乃是採用試體 P1M1 之梁柱構架。

試體 P1M1：試體 P1M1 之間柱為 H300×200×8×19 mm 材料性質為 A572 Gr. 50 之型鋼，初始預力值乃以 $0.3M_{bp}$ 計算。

試體 P1M2：試體 P1M2 之間柱為 H300×200×8×25 mm 材料性質為 A572 Gr. 50 之型鋼，初始預力值以 $0.3M_{bp}$ 計算。

3.4 試體製作及預力施加

此節說明試體的製作組裝過程與預力的施加順序，其中預力的施加順序為不可忽視的重要步驟，若有稍微的偏差則會對日後試驗進行有所影響。

3.4.1 試體製作

試體之鋼梁、鋼柱與消能間柱均在工廠製作完成，再運輸至試驗場地等待後續的組裝，組裝完成如照片 3.2 所示。由於試體組裝的過程均是平躺在地上進行，因此組裝過程可以分為以下幾個步驟：

1. 首先在實驗場地，將所需要的場地大小加以放樣，並且準備好數支的油壓千斤頂以及水平尺，以供試體在平躺組裝的同時可以確保在同一平面上。
2. 將鋼梁與鋼柱利用天車吊裝到指定的位置，進行假固定，在鋼梁與鋼柱的接合面利用軟鋼進行點銲，讓梁柱可以假固定，之後吊裝消能間柱放置主要位置上，利用螺栓假固定。
3. 將鋼絞線穿越上梁與下梁固定在兩端的柱面上，完成以上作業後，經由 DYWIDAG 指派工程師，進行試體預力梁柱子構架的預力施加接合。

4. 經由以上的步驟大致已完成試體組裝的 90%，此時只要再利用油壓扭力扳手來將消能間柱與梁翼板間的螺栓施加扭力進行接合，即可以完成試體的組裝。

3.4.2 預力施加

在施加初始預力的過程中，有非常多的細節需要注意，因此在此詳盡的介紹。

在試體尚未施加預力前，先將試體分離的梁柱進行組裝，將梁柱利用千斤頂墊高保持水平，以方便進行鋼絞線（0.6”鋼絞線）的穿線作業，穿線完畢後再將錨頭（Anchorage Plate 型號 SD-6807 如圖 3.14 所示）安裝兩端的柱面上，並且統一在右側的部分放置 4 個荷重計，荷重計主要介於錨頭與柱面之間，利用荷重計量測出預力的力量大小，以上步驟即完成施加初始預力的前置作業。

施加初始預力需利用 DYWIDAG 公司所提供的 ENERPAC P3045N 油壓機，如照片 3.3 所示，藉由分油閥將油壓分送至四支 JSL-28TON 的油壓千斤頂，如照片 3.4 所示，以平均分壓同時進行上梁與力梁的預力接合。單支千斤頂油壓缸面積為 40.1 cm^2 ，最大衝程 30 cm。鋼絞線的材料性質則由 DSI 所提供的型錄上取得，如表 3.4 所示。鋼絞線穿上三片錐形夾片藉此固定在錨頭的孔洞上，此三片錐形夾片以鋼環圍束結合成三角圓錐狀。

加載預力時，由千斤頂頂住錨頭，然後由千斤頂內部的夾片夾住預力鋼絞線往外拉申，然後再將夾片往錨頭內部推擠即完成施拉預力的過程。施加預力主要分為四個階段施加，第一階段為預緊，此預緊僅讓油壓機輸出約初始預力的 25%加以預緊，第二階段則施加到初始

預力的 50%，第三階段則施加到初始預力的 100%，但是由於施加過程中會有鋼絞線滑移狀況產生以及油壓機輸出力量可能不精準，因此第四階段為補施，主要針對預力不足的那一束加以補足到初始預力的大小。每次施加預力為四支千斤頂同施拉，每束鋼絞線均有 6 股，需針對這 6 股作對稱式的施拉預力，施拉順序的編號如圖 3.15 所示，施加預力的過程如照片 3.5 所示。

3.5 試驗設置

試驗設置主要介紹內容有加載系統以及量測儀器，其中包含油壓制動器、資料擷取器、量測儀器。

3.5.1 加載系統

子結構底部代表反曲點之鉸接如圖 3.16 所示，照片 3.6 所示，子結構頂部代表之反曲點處則是施加力量的位置，因此在內柱頂與反力牆之間以水平油壓致動器接合，編號：**NCREE-10/10 04-05** 簡稱 MTS1，內柱與外柱之間也採用水平油壓致動器接合為另一支油壓致動器，編號：**NCREE-10/10 04-07** 簡稱 MTS2 如圖 3.17 所示。

試驗場地位於國家地震工程研究中心之實驗室，設置於厚度 1.2 m 之強力地板及高 9 m 厚度 1.2 m 的反力牆處。由於試體為平面構架，因此要確保試體在實驗過程中可以保持平面，必須在試體的左右兩端距柱面 1.2 m 處增加側向支撐，並且利用 4 支 L 形的鋼條來進行加勁，如照片 3.7 所示。

本實驗所使用的油壓制動器，為美國 MTS 公司製造，其中衝程為正負 500 mm，最大壓力為 150 噸與最大拉力 100 噸，兩支油壓制

動器由控制器控制，經由電腦伺服器控制位移與力量來進行每個階段的試驗。本試驗控制方式為 MTS1 採用位移控制，MTS2 採用力量控制，MTS2 的力量控制大小乃參照 MTS1 所輸出的力量大小之 50% 來控制。

3.5.2 量測系統

資料擷取系統

由資料擷取系統擷取油壓制動器與各個部位的量測儀器所量測到的數據資料，並且經由電腦程式即時圖形化，針對油壓制動器的力量與位移以及預力量測荷重計進行圖形化。系統組成包含：PC、NB、Data Logger THS-1100 與三台 Switch Box SHW-50D，試驗中資料擷取的速率在層間變位角 1.5% 以前採用 1 次/sec，在層間變位角 1.5% 以後採用 2 次/sec，主要避免資料擷取筆數過多，導致機器存取發生問題。

量測儀器系統

量測儀器系統所量測的內容包括：荷重、位移、角度、應變。外部儀器架設的位置如圖 3.18 所示，應變計的位置如圖 3.19 所示。量測儀器介紹如下：

1. 荷重元 (Load Cell)：主要用途為觀察鋼絞線的預力大小，在施加初始預力時作為主要的參考值，試驗進行時可以得知鋼絞線內預力的變化值與增加幅度，每座試體均安裝 4 個荷重計，裝置位置於試體右側的柱面上。荷重計規格表如表 3.5 所示。

2. 位移計 (Dial gauge): 主要用途為量測梁柱接合面之間的縫隙開啟大小，藉由位移計可以得知縫隙開啟的大小，透過位移計也可以得知梁柱接合面的縫隙是否有開啟，每座試體在三個梁柱接合面上安裝一共 6 個，裝置位置於接合面梁的上下翼板處。
3. 傾斜器 (Tiltmeter): 主要用途為紀錄試體的變形，紀錄消能間柱與內外柱的變形差別，以及梁柱接合面開啟的角度，每座試體均安裝 9 個傾斜器，安裝於主要的高程均有，為在鋼柱反曲點上、消能間柱上與梁柱接合面的位置。
4. 應變計 (Strain gauge): 主要用途為量測試體各接頭重要部位的應變量，以供往後分析使用。

3.6 試驗程序



試驗前準備工作包含石膏漆的塗抹以及外部量測儀器的安裝，石膏漆配合黃色色母調配出顯眼的亮黃色石膏漆，塗抹在主要梁柱接頭以及消能間柱部份，由此可以觀察出在試驗過中，每一個層間變位角試體受力而導致石膏漆剝落產生的紋路，進一步的瞭解試體在受載重作用下造成的變形與破壞；上完石膏漆後，把所需要量測的外部儀器固定在試體上，並與資料擷取系統作連接，連接完畢後進行外部儀器以及油壓制動器的測試，即可以進行試驗。

本預力梁柱子結構含消能間柱試驗之位移歷時如圖 3.20 所示，依規範 AISC (2002)推薦之位移歷時進行，層間變為角為 0.375%、0.5%、0.75%弧度各作六次的循環，層間變位角為 1.0%弧度作四次循環，層間變位角為 1.5%、2.0%、3.0%、4.0%弧度各作二次的循環。

待試驗前的準備完畢後，開始進行試驗，由伺服器電腦利用位移及力量控制程式，依照預計之位移歷程設定加載行程，施載直至試體預定之層間變位角及停止試驗。試體加載速率固定以 2 mm/sec 進行，加載行程乃是依照 MTS1 之位移來控制試驗的進行。

試驗過程中，觀察記錄的時機，是以 MTS1 之位移作為依據，MTS1 位移達到每一層間變位角的正負最大值，即會自動停止以供拍照記錄觀察，以 0.375%循環為例子，當 MTS1 之位移伸長到+24 mm 試驗即會暫停，然後從+24 mm 往負方向進行到達-24 mm 時試驗即會暫停，往後依此類推拍照、記錄與觀察的時間。記錄方面主要以表格及拍照為主，詳細的紀錄每一個層間變位角之梁柱接頭與消能間柱的石膏是否有剝落、紋路，以及是否有局部斷裂及挫屈等情況的產生，記錄完畢後按下伺服器開始鍵，即可繼續的進行下一迴圈的施載，直到預定的層間變位角後終止試驗。



第四章 實驗結果與討論

4.1 試體行為

以下敘述三組試體在實驗過程中的行為與狀況，其中以正號所代表的為正迴圈、油壓致動器施加推力，負號代表負迴圈、油壓致動器施加拉力，遲滯迴圈圖乃由構架所受到的總側向力與構架頂端的位移所繪。

4.1.1 試體 P1M0

本試體為試體 P1M1 進行試驗完畢後，直接將消能間柱拆除取下，視為試體 P1M0 進行試驗，由於鋼絞線初始預力大小經過時間上損失及實驗後的損失，因而改變了鋼絞線的初始預力大小，故試體 P1M0 的初始預力為試體 P1M1 試驗後的預力大小。

試驗過程中，試體 P1M0 接近層間變位角 $+0.375\%$ (構架頂端位移 $+24\text{ mm}$)時候，由總側向力與構架頂端位移之遲滯迴圈圖中如圖 4.1，顯示試體受力已經達鋼絞線初始預力造成之解壓力，此時構架之梁柱接合面已經有細縫開啟。理論上 $+0.375\%$ 與 -0.375% 應有相同的細縫開啟，但是柱構件的彈性變形導致在 -0.375% 時候沒有明顯的細縫開啟。在層間變位角 $\pm 0.375\%$ 至 $\pm 4.0\%$ (構架頂端位移 $\pm 256\text{ mm}$)間之側向力與構架頂端位移之遲滯迴圈圖中，由於沒有安裝消能間柱，故試體 P1M0 遲滯迴圈沒有因為消能間柱降伏的第二轉折點出現，只有兩線性段的發展，其梁柱接合處的細縫開啟也因層間變位角的增加而增加；在進入 $+4.0\%$ (構架頂端位移 $+256\text{ mm}$)之遲滯迴圈中可以明顯的看出有力量突增的狀況，反觀受拉力達 -4.0% (構架頂端位移 -256 mm)

之遲滯迴圈則無這樣的情況產生。試驗結束觀察遲滯迴圈可看出，試體沒有力量折減的發生，也無殘留變形的產生。其反力牆上之油壓制動器施力最大載重為+251kN 及-233kN。試體+4.0% (256 mm)整體行為如照片 4.1 所示。

4.1.2 試體 P1M1

試驗過程中，試體 P1M1 在進入層間變位角 $\pm 0.375\%$ (構架頂端位移 ± 24 mm)同時，由總側向力與構架頂端位移所構出的遲滯迴圈圖中如圖 4.2，顯示出第一轉折點代表已經達到解壓力，梁柱接合處已經開始有隙縫開啟，如照片 4.2 所示。在層間變位角 $\pm 0.75\%$ (構架頂端位移 ± 48 mm)時，梁柱接合處的細縫開啟更為清楚。

於層間變位角 $\pm 0.75\%$ 至 $\pm 1.0\%$ (構架頂端位移 ± 64 mm)之間可以看出有明顯的第二轉折點，此轉折點為消能間柱進入降伏階段所產生，故試體的遲滯迴圈成為非彈性，因而產生了消能效果，此時消能間柱上的石膏已經有些許的剝落。於層間變位角 $\pm 1.5\%$ (構架頂端位移 ± 96 mm)，消能的效果由遲滯迴圈中可已看出漸漸增大，消能間柱腹板與翼板的石膏也有明顯的剝落，如照片 4.3 所示。

於層間變位角 $\pm 2.0\%$ (構架頂端位移 ± 128 mm)的時候，在消能間柱的上下兩端端板一共四個角落皆有明顯的槓檯效應產生，如照片 4.7 所示，由遲滯迴圈可以看出達 $\pm 2.0\%$ 時候曲線已經明顯的緩和下來力量只有些許的增加。於層間變位角 $\pm 3.0\%$ (構架頂端位移 ± 192 mm)的時候，消能間柱的腹板及翼板已經有大片的石膏剝落，所提供的消能迴圈更加增大，但是尚未產生挫屈，同時刻消能間柱翼板外與端板接合處，如照片 4.4 所示，有非常明顯的裂痕造成端板的破裂，且間

柱上下端共四個角落皆有此種情況產生，如照片 4.5 所示，其最外兩排螺栓因為槓桿效應的關係造成受極大的拉力因而產生頸縮，而造成螺栓鬆動。於層間變位角 $\pm 3.0\%$ (構架頂端位移 ± 192 mm)第二圈的時候，上敘情況更為嚴重，力量已經明顯的下降，但從迴圈裡面可看出殘留變形的情况因而改善，此時的梁柱接合面開啟已經達 12 mm，如照片 4.6 所示。進入 $+4\%$ (構架頂端位移 $+256$ mm)時候，消能間柱翼板與端板接合處，西南方位角落已經破壞且分離，如照片 4.7 所示。因安全性的考量決定停止試驗，其反力牆上之油壓制動器施力最大載重 (以 3%為主)為 $+370$ kN 及 -369 kN。此時消能間柱的狀況如照片 4.8 所示。

4.1.3 試體 P1M2

試體 P1M2 為試體 P1M0 試驗完畢後，將新的消能間柱安裝置入試體中進行試驗，由於預估預力損失約為 9%因此沒有重新施加預力，故鋼絞線的初始預力值為試體 P1M0 試驗後的預力值。

試驗過程中，試體 P1M2 在進入層間變位角 $\pm 0.375\%$ (構架頂端位移 ± 24 mm)的同時，已經達到鋼絞線初始預力的解壓力，由總側向力與構架頂端位移所構出的遲滯迴圈圖中如圖 4.3，明顯的顯示出第一轉折點已到達，剛開始的 0.375%~0.75%受到柱的彈性變形關係，梁柱接合部位在 $+0.5\%$ 的時後有較為明顯的細縫開啟，下梁右方接合處與左方接合處，如照片 4.9 所示，如照片 4.10 所示。

試驗過程中，在層間變位角 $\pm 1.0\%$ (構架頂端位移 ± 64 mm)同時，消能間柱已經開始有提供消能效果，翼板上的石膏已經有些許的剝落。同時因為上梁的預力不平均，從高處往上梁地方看去已經有面外

的情況產生。試驗過程中，在層間變位角 $\pm 2.0\%$ (構架頂端位移 ± 128 mm)時，消能間柱腹板與翼板皆有大片的石膏剝落，顯示已經達到降伏，所提供的迴圈也大的許多。試驗過程中，在層間變位角 $\pm 3.0\%$ (構架頂端位移 ± 192 mm)時，消能間柱腹板產生了扇形石膏剝落情況，如照片 4.12 與 4.13 所示，初步判定因為上梁預力不平均導致產生面外的效果，帶動消能間柱的上端與下端產生相對面外位移，進而讓腹板產生扇形的降伏情況，此刻端板與螺栓均保持原狀，無產生前次試驗的槓檯效應；在層間變位角 $\pm 3.0\%$ (構架頂端位移 ± 192 mm)可以注意到第一迴圈比第二迴圈來的小，主要是因為施力的構架頂端地方已經有扭轉的情況產生，如照片 4.14 與 4.15 所示。實驗要進入 $+4\%$ 的同時因為扭轉與面外的狀況更為嚴重，上梁西邊與柱接的梁頭已經有明顯位移，如照片 4.16 所示，為確保實驗安全與試體行為的正確停止試驗的進行。其反力牆上之油壓制動器施力最大載重 (以 3% 為主) 為 $+464$ kN 及 -433 kN。照片 4.17 為 -3.0% 之施力狀況。

4.2 試體結果討論

經由試驗完畢後，針對試體 P1M0 與 P1M1 以及 P1M1 與 P1M2 做比較，另外針對每組試體的梁柱接合面開啟做討論，以及消能間柱彎矩降伏處的應變分佈狀況。

4.2.1 試體行為比較

經由三組試驗的結果，比較試體 P1M1 與試體 P1M0 及試體 P1M1 與試體 P1M2 的行為。

P1M0 與 P1M1 之試驗遲滯迴圈比較如圖 4.4 所示。從試體 P1M1

與試體 P1M0 的行為可以明顯的看出，有無消能間柱的安裝對於整體構架的強度與側向勁度影響很大，試體 P1M0 沒有安裝消能間柱，因此在一開始的第一階段試體力量較低，反觀試體 P1M1 在第一階段的力量提升很多，證明消能間柱的安裝會提升結構物的強度。梁柱接合面的開啟會因為間柱參與而影響開啟的時機，試體 P1M0 梁柱接合面的開啟因無間柱的影響，所以開啟的時間點會比有安裝間柱的時間點來得早，因為消能間柱會影響梁上的彎矩分佈，故沒有消能間柱的構架，梁上的彎矩較大，因此梁柱接合面會提早開啟，有消能間柱的參與則會改變梁上彎矩分佈，梁柱接合面達到解壓彎矩的時間也會來的晚。

P1M1 與 P1M2 之試驗遲滯迴圈比較如圖 4.5 所示。由試體 P1M1 與試體 P1M2 的行為則可以看出不同的消能間柱對試體的影響，在第一階段與第二階段的勁度可以看出兩者差異並不大，但在進入第三階段時，因為消能間柱所提供的勁度與彎矩容量不同，所以有明顯的差異，試體 P1M1 之消能間柱彎矩容量較小，所以在第三階段可看出勁度緩緩的下降，試體 P1M2 在第三階段則增加許多且並無下降的趨勢。

4.2.2 梁柱接合面開啟

預力梁柱子結構含消能間柱試體一共有四處梁柱接合面，試驗時在其中三個接合面上裝設位移計以便量測梁柱接合處的開啟值，裝設位置的編號 CH. 20、CH. 21、CH. 22、CH. 23、CH. 24、CH. 25，圖 4.6 詳細標示其位置，圖 4.7~4.9 為三組試體的梁柱接合面開啟狀況，圖中 X 軸向為層間變位角 Y 軸向為梁柱接合面所開啟的大小值，當

試驗進行到正迴圈時僅有 CH. 21、CH. 22、CH. 25 的接合處會開啟此時 CH. 20、CH. 23、CH. 24 接合處為閉和所以不會有開啟值產生，因此當試驗進行到負迴圈的同時情況剛好會相反，此時 CH. 21、CH. 22、CH. 21 接合面會閉和，CH. 20、CH. 23、CH. 24 會開啟。

理論上四個梁柱接合處應當會受到同樣的彎矩大小，因此會同時達到解壓彎矩故梁柱接合面會一起開啟，但實驗時從梁柱接合面可以清楚看出接合處並不是同時開啟，而是有先後順序且各個接合處開啟的大小並不相同，油壓致動器施加推力時，開啟先後順序為 CH. 22、CH. 21、CH. 21，油壓致動器施加拉力時，開啟先後順序為 CH. 20、CH. 24、CH. 23，這是因為構架非完全剛體因此會有彈性變形的產生，讓每個接合處的開啟有所差異。預力初始大小影響了梁柱接合面開啟的時機，鋼絞線內力值會因為梁柱接合面的而伸長，所以開啟的大小會影響鋼絞線內力增加的快慢。柱的彈性變形會影響梁柱接合面開啟大小之外，消能間柱的彎矩容量也會影響。

4.2.3 消能間柱翼板應變分佈

預力梁柱子結構含消能間柱，消能方式為間柱之彎矩降伏，因此在消能間柱翼板處，有黏貼應變計以供觀察應變的分佈，黏貼應變計的部位為消能間柱切削外翼板，分上下部說明，當試體往正迴圈方向時上方部位的翼板受到壓力因此應變為負值，此刻下方部位的翼板承受的是拉力因此應變為正值，主要觀察的迴圈為 0.5%、1.0%、2.0%、3.0%、4.0%，試體 P1M1 有進行到+4.0 所以觀察值可以到 4.0%，但試體 P1M2 只有進行到 3%迴圈完畢，因此以觀察到 3%為主，此外上方部位應變計因為施工導致毀損，故沒有上梁之值。消能間柱翼板

應變分佈圖如圖 4.10~4.12 所示。

試體 P1M1 與 P1M2 的消能間柱翼板應變計，均是由梁翼板面往消能間柱中間開始算起，在距離梁面 77 mm、152 mm、227 mm、302 mm、377 mm 處。試體 P1M1 在試驗完畢後消能間柱接梁之端版處產生裂痕，從應變計分佈圖也可以看出靠近梁面處，應變有持續增加的情況。在塑角應該產生的點距梁面 227 mm，此處應變應為最大由圖中可以看出此處應變的增幅。因此為了確保降伏點不要發生在梁上，在消能間柱的翼板以切削的設計可以使得塑角產生在切削處。

4.2.4 油壓致動器之施力

試驗之控制模式在上一章節有些許的敘述說明，試體由油壓致動器 MTS1 位移控制並由 MTS2 跟著 MTS1 之力量的二分之一施加側向力，MTS2 之最佳的位移則是要保持在零位移，但是由於施力短梁以及構架彈性變形的關係，可能使得 MTS2 的位移不會控制剛好為零，欲得知預力構架頂端之位移，內柱頂可以由 MTS1 的位移得知，外柱頂的位移則須將 MTS1 的位移疊加上 MTS2 的位移才可以當作外柱頂的位移量，經由上述的說明可以將每組試體分別繪出 MTS1-內柱位移與 MTS2-外柱位移之遲滯迴圈圖。圖 4.13~4.15 所示可以明顯的看出，MTS2 的力量為 MTS1 之一半，而外柱的位移會比內柱的位移多出一些，此乃因為 MTS2 的位移無法控制為零的關係。

4.2.5 梁柱接合面開啟角度與層間變位角的關係

由圖 4.16~4.18 可以看出來層間變位角與梁柱接合面開啟的角度所繪成的圖，從圖中可以明顯的看出梁柱接合面開啟的角度一定會小

於層間變位角，由此可以推測出，梁柱接合面的角度受到構架撓曲變形的影響有一定的比值在，此外由量測儀器得知 CH.23 所開啟的角度較小，可能影響的原因乃是因為傳遞力量受到摩擦力影響。

4.3 試驗結果與理論模擬比較

本節依據第二章力學行為所建立的理論，依照參數變化模擬試體行為與試驗值互相比較，討論內容：理論與實驗之包絡線、最大受力、鋼絞線內力值。

4.3.1 理論模擬與實驗值之包絡線比較

包絡線是取遲滯迴圈的最外圍值繪成，因此將試驗遲滯迴圈包絡線和理論模擬之迴圈加以比較，比對出理論模擬準確性，並且針對其不同處加以探討。

試體 P1M0 的遲滯迴圈與理論模擬曲線，如圖 4.19 所示，第一階段和第二階段皆非常的吻合，因此可以藉由理論分析的結果達到預測試體的行為；其中第一階段為未達解壓力，第二階段為達解壓力。試體 P1M1 的遲滯迴圈與理論模擬曲線，如圖 4.20 所示，第一階段、第二階段與第三階段前半部皆非常的吻合，唯在進入 $\pm 3\%$ 的時候，消能間柱的上下端板發生槓檯效應，端板與消能間柱翼板外接合處皆產生四條非常明顯的裂縫，造成端板的破壞，因此 $\pm 3\%$ 的遲滯迴圈有很明顯的力量下降改變了原有的第三階段；其中第三階段度為消能間柱降伏後參與整體構架的行為。試體 P1M2 的遲滯迴圈與理論模擬曲線，如圖 4.21 所示，第一階段、第二階段皆非常的吻合，試驗中在第三階段，由於側向支撐不足因此受到上梁面外的影響，在進入 $\pm 3\%$

時受到摩擦力的影響力量提高了許多使得勁度改變。

表 4.1 至表 4.3 所示，為試驗中各層間變位角首圈構架頂端的受力值與理論值所做的比較表，表中的誤差值以理論值和試驗值之差再除以試驗值。表 4.4 所示。為試驗值的勁度與理論值的勁度作比較，試驗值的 0-1 階段勁度採用 0~0.375%的趨勢線求出之斜率，1-2 階段勁度採用 0.5%~1.0%的趨勢線求出之斜率，2-3 階段勁度採用 1.5%~3.0%的趨勢線求出之斜率。由此表可以看出 0-1 階段與 1-2 階段與理論值相當的吻合，惟在 2-3 階段降伏後的應變硬化較有差異，因為 2-3 階段的勁度只採用應變硬化係數 0.05 的線性模擬，但實際上應為非線性的曲線故與實驗值有差異。

4.3.2 鋼絞線理論值與試驗鋼絞線內力比較

由於在實驗的過程中遇到了一些問題，如預力造成的不平衡導致上梁的預力損失，因此在此只拿下梁作一比較，三組實驗中唯有下梁的預力損失不會影響當初欲加載的大小，經由理論公式的推導可以得到鋼絞線內力的增加量，並且扣除梁受到軸力的縮短量，就可以得知預測理論值的鋼絞線內力大小，再經由荷重元可以量測出實驗的鋼絞線內力，再由位移計可以得到梁柱接合面開啟的距離，經換算之後可以得到梁柱接合面的開啟角度，由此可以繪出圖 4.22~4.24 的理論值與實驗值比較的鋼絞線內力圖。

經由之前的公式推導 (2.4) 式，可以知道 T_{st} 的求解方法，但在鋼絞線模擬曲線時需將梁受到軸向壓縮的縮短量 Δ_b 考慮進去。

$$\Delta_b = \frac{2L_b(T_{st} - T_{ini})}{E_b A_b} \quad (4.1)$$

其中 L_b ：梁長、 E_b ：梁之楊氏係數、 A_b ：梁之斷面積。

因此公式內 T_{st} 須改為 $T_{st,b}$ 。

$$T_{st,b} = T_{ini} + (\Delta_{st} - \Delta_b) \frac{E_{st} A_{st}}{L_{st}} \quad (4.2)$$

由此公式就可更準確的求解出鋼絞線內力增加值。

圖中可以看出預測與實驗值相當的接近，唯有在 P1M1 的時候，因為有些許的預力損失所以誤差較大，表 4.5 可以看出達最大梁柱接合面開啟轉角同時，理論值鋼絞線內力與試驗值鋼絞線內力的比較誤差百分比。

4.4 實尺寸預力建築系統之耐震間柱設計建議

從本試驗所規劃出的三組試體試驗後的結果，預力梁柱子構架含消能間柱之設計建議如下列敘述：

1. 使用不同的材料性質，可以依據第二章的推導，預測其各階段的勁度值。
2. 預力梁柱子構架含消能間柱模擬遲滯迴圈的曲線轉折點，第一點轉折點可以由初始預力所造成的接頭彎矩去求得到達的時機點，消能間柱降伏點，可以將消能間柱可以提供的彎矩容量，由 2.3 節中的公式求解出。
3. 由於梁、柱與鋼絞線必須保持在彈性，在設計的時候盡量避免發生降伏，所以其達目標層間變位角時預力鋼絞線的內力值必須保持於彈性以內，可以 (2.16) 式來檢核鋼絞線的最大內力值，將

梁受到軸力所造成的縮短量，視為考慮的安全因素。梁柱接合面產生的最大彎矩也要小於梁的彎矩容量，避免達目標層間變位角時，鋼梁產生降伏。另外需要注意的就是鋼梁與消能間柱的接合處，因為會產生極大的彎矩，所以消能間柱的彎矩容量除以鋼梁的彎矩容量要小於 80%，以避免鋼梁進入降伏。



第五章 結論與建議

5.1 結論

觀察整個試驗的結果與理論的推導，可以歸納出以下幾點結論；

1. 預力構架受側向力作用後，有自我回復原狀的能力，經適當設計之預力構架，梁與柱構件可保持在彈性。
2. 預力構架含間柱之配置，間柱可提供構架額外的側向勁度，間柱並可設計為消能元件，提供預力構架之消能。
3. 鋼絞線的數量會影響達解壓彎矩後鋼絞線內力的大小，若是數量越多鋼絞線內力增加越大，會使得整體勁度 K_2 與 K_3 增加。
4. 間柱之設計必須考量間柱之彎矩容量與預力鋼絞線之預力。提高間柱之彎矩容量可增加間柱消能之能力；鋼絞線之預力須考量到梁柱接面縫隙開啟後增加之預力，避免鋼絞線內力過大。
5. 理論推導預力構架含間柱之耐震行為可適當的預測試驗結果。

5.2 建議

1. 實務上梁柱構件與預力接合部分時，可以設計假安裝的元件，使得梁柱接合時可以更為順暢，提升預力施加精準度。
2. 消能間柱的形式變化，未來亦可以考慮使用剪力降伏的消能方式。

參考文獻

- AISC (2002), *Seismic provisions for structural steel buildings*, American Institute of Steel Construction.
- Cheok, G. S., Stone, W. C., and Kunnath, S. K. (1998). “Seismic response of precast concrete frames with hybrid connections.” *ACI Struct. J.*, 95(5),527-539.
- Christopoulos, C., Filiatrault, A., and Folz, B. (2002a). “Seismic response of self-centring hysteretic SDOF systems.” *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, 31, 1131-1150.
- Christopoulos, C., Filiatrault, A., Uang, C. M., and Folz, B. (2002b). “Posttensioned energy dissipating connections for moment-resisting steel frames.” *J. Struct. Eng.*, 128(9), 1111-1120.
- Chou, C. C., Chen, J. H., Chen, Y. C., (2004) “Performance evaluation of posttensioned steel connections for moment-resisting frames” *6th Korea-Japan-Taiwan Joint Seminar on Earthquake Engineering for Building Structures, Taiwan*.
- Englekirk, R. E. (1996). “An innovative design solution for precast prestressed concrete buildings in high seismic zones.” *PCI J.*, 41(4), 44-53.
- Englekirk, R. E. (2002). “Design-construction of the paramount – a 39-story precast prestressed concrete apartment building.” *PCI J.*, 47(4), 56-71.

Garlock, M. E. M. (2002). "Design, analysis, and experimental behavior of seismic resistant post-tensioned steel moment resisting frames." *UMI Phd*, No.3073984.

Garlock, M., Sause, R., Ricles, J. M. (2004). "Design and behavior of post-tensioned steel moment frames." *13th World Conference on Earthquake Engineering Vancouver, B.C., Canada.*, No. 2560.

Garlock, M., Ricles, J. M., Sause, R. (2005). "Experimental studies of full-scale posttensioned steel connections." *J. Struct. Eng.*, 131(3), 448-448.

Holden, T., Restrepo, J., and Mander, J. B. (2003). "Seismic performance of precast reinforced and prestressed concrete walls." *J. Struct. Eng.*, 129(3), 286-296.

Priestley, M. J. N., and Tao, J. R. (1993). "Seismic response of precast prestressed concrete frames with partially debonded tendons." *PCI J.*, 38(1), 58-66.

Ricles, J. M., Sause, R., Garlock, M. M., and Zhao, C. (2001). "Post-tensioned seismic-resistant connections for steel frames." *J. Struct. Eng.*, 127(2), 113-121.

Ricles, J. M., Sause, R., Peng, S. W., and Lu, L. W. (2002). "Experimental evaluation of earthquake resistant posttensioned steel connections." *J. Struct. Eng.*, 128(7), 850-859.

黃崇豪 (2003), 「預力鋼梁接 CFT 柱接頭含消能鋼棒之行為」, 國立

交通大學土木工程學系碩士班碩士論文，陳誠直指導。

王宏遠 (2000)，「子結構擬動態試驗技術應用於耐震間柱抗震行為研究」，國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，蔡克銓指導。

魏國忠 (1994)，「偏心斜撐構架與耐震間柱構架之實驗與行為研究」，國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，蔡克銓指導。

蕭科育 (1994)，「耐震間柱結構系統在地震下之行為研究」，國立台灣工業技術學院營建工程技術研究所，陳正誠指導。



表 3.1 試體參數變化表

試體名稱	間柱尺寸 (mm)	間柱材質	$\frac{M_d}{M_{bp}}$ (%)
P1M0	-	-	30
P1M1	H 300×200×8×19	A572 Gr. 50	30
P1M2	H 300×200×8×25	A572 Gr. 50	30

表 3.2 試體材料性質表

Coupon	Steel grade	Fy (MPa)	Fu (MPa)
Column web	A572 Gr. 50	418	519
Column flange	A572 Gr. 50	390	489
Beam web	A572 Gr. 50	405	504
Beam flange	A572 Gr. 50	382	500
P1M1 Supplemental Column web	A572 Gr. 50	418	519
P1M1 Supplemental Column flange	A572 Gr. 50	387	504
P1M2 Supplemental Column web	A572 Gr. 50	424	519
P1M2 Supplemental Column flange	A572 Gr. 50	398	562

表 3.3 試體理論數據表

(a)

試體名稱	K_1 (kN/m)	K_2 (kN/m)	K_3 (kN/m)	$T_{ini}/T_{st,y}$ (%)	$T_{st,th}/T_{st,y}$ (%)
P1M0	5416	327	-	44	66.6
P1M1	9288	2445	451	44	67.0
P1M2	9859	2850	483	44	67.1

(b)

試體名稱	$M_{st,th}/M_{bp}$ (%)	M_d/M_{bp} (%)	$M_{sc,th}/M_{bp}$ (%)	θ_{th} (% rad)
P1M0	45.4	30	-	4.0
P1M1	52.1	30	51	4.0
P1M2	53.6	30	65	4.0

表 3.4 0.6"鋼絞線材料性質表

Strand	Specification	Diameter (mm)	Area (mm ²)	Yield Strength (MPa)	Ultimate Strength (MPa)	Modulus of elasticity (MPa)
15 mm (0.6")	ASTM-A416 Grade 270	15.24	140	1670	1860	195000

表 3.5 荷重計規格表

Item	Load cell capacity (kN)	External diameter (mm)	Internal diameter (mm)	Length (mm)	Number
N-200A	1964	100	160	150	4

表 4.1 試體 P1M0 各層間變位角首圈力量之比較表

(a) 正層間變位角

Story Drift (%)	理論值 V_{th} (kN)	試驗值 V_{test} (kN)	Error (%)
0.375	129.99	115.33	10.51
0.50	140.46	136.72	2.66
0.75	145.69	158.38	-8.70
1.0	150.93	171.25	-13.46
1.5	161.40	185.17	-14.72
2.0	171.87	195.61	-13.81
3.0	192.81	213.10	-10.52
4.0	213.75	251.93	-17.86

(b) 負層間變位角

Story Drift (%)	理論值 V_{th} (kN)	試驗值 V_{test} (kN)	Error (%)
-0.375	-129.99	-110.76	14.70
-0.50	-140.46	-134.85	3.99
-0.75	-145.69	-160.77	-10.35
-1.0	-150.93	-171.30	-13.49
-1.5	-161.40	-185.03	-14.64
-2.0	-171.87	-197.25	-14.76
-3.0	-192.81	-217.06	-12.57
-4.0	-213.75	-233.67	-9.31

表 4.2 試體 P1M1 各層間變位角首圈力量之比較表

(a) 正層間變位角

Story Drift (%)	理論值 V_{th} (kN)	試驗值 V_{test} (kN)	Error (%)
0.375	214.43	187.54	12.54
0.50	233.95	224.68	3.96
0.75	273.07	269.13	1.44
1.0	298.61	301.32	-0.9
1.5	313.07	333.00	-6.36
2.0	327.53	352.50	-7.62
3.0	356.45	370.70	-3.99

(b) 負層間變位角

Story Drift (%)	理論值 V_{th} (kN)	試驗值 V_{test} (kN)	Error (%)
-0.375	-214.43	-185.90	13.3
-0.50	-233.95	-224.40	4.08
-0.75	-273.07	-272.84	0.08
-1.0	-298.61	-301.80	-1.06
-1.5	-313.07	-334.10	-6.71
-2.0	-327.53	-355.20	-8.44
-3.0	-356.45	-369.10	-3.54

表 4.3 試體 P1M2 各層間變位角首圈力量之比較表

(a) 正層間變位角

Story Drift (%)	理論值 V_{th} (kN)	試驗值 V_{test} (kN)	Error (%)
0.375	214.28	175.24	18.21
0.50	237.09	209.87	11.48
0.75	282.70	260.54	7.83
1.0	313.37	301.40	3.81
1.5	328.85	356.00	-8.25
2.0	344.33	387.20	-12.45
3.0	375.30	438.90	-16.94

(b) 負層間變位角

Story Drift (%)	理論值 V_{th} (kN)	試驗值 V_{test} (kN)	Error (%)
-0.375	-214.28	-176.07	17.83
-0.50	-237.09	-214.81	9.39
-0.75	-282.70	-265.83	5.96
-1.0	-313.37	-299.88	4.3
-1.5	-328.85	-350.50	-6.58
-2.0	-344.33	-387.60	-12.56
-3.0	-375.30	-433.40	-15.48

表 4.4 理論與實驗值各階段勁度比較表

(a) 試體階段 0-1 勁度比較表

試體編號	理論值 K_1 (kN/m)	實驗值 $K_{1,test}$ (kN/m)	Error (%)
P1M0	5416	4805	11.28
P1M1	9288	7814	15.86
P1M2	9859	7301	25.94

(b) 試體階段 1-2 勁度比較表

試體編號	理論值 K_2 (kN/m)	實驗值 $K_{2,test}$ (kN/m)	Error (%)
P1M0	327	320	2.14
P1M1	2445	2395	2.04
P1M2	2850	2860	-0.35

(c) 試體階段 2-3 勁度比較表

試體編號	理論值 K_3 (kN/m)	實驗值 $K_{3,test}$ (kN/m)	Error (%)
P1M0	-	-	-
P1M1	451	377	16.40
P1M2	483	855	-77.01

表 4.5 最大鋼絞線理論值與試驗值之誤差百分比

(a) 試體 P1M0

	理論值 (kN)	實驗值 (kN)	Error (%)
MAX (+) %	1672.3	1579.1	5.57
MAX (-) %	1600.6	1529.3	4.45

(b) 試體 P1M1

	理論值 (kN)	實驗值 (kN)	Error (%)
MAX (+) %	1739.9	1599.1	8.09
MAX (-) %	1521.3	1440.0	5.34

(c) 試體 P1M2

	理論值 (kN)	實驗值 (kN)	Error (%)
MAX (+) %	1505.1	1445.1	3.98
MAX (-) %	1449.6	1391.6	4.00

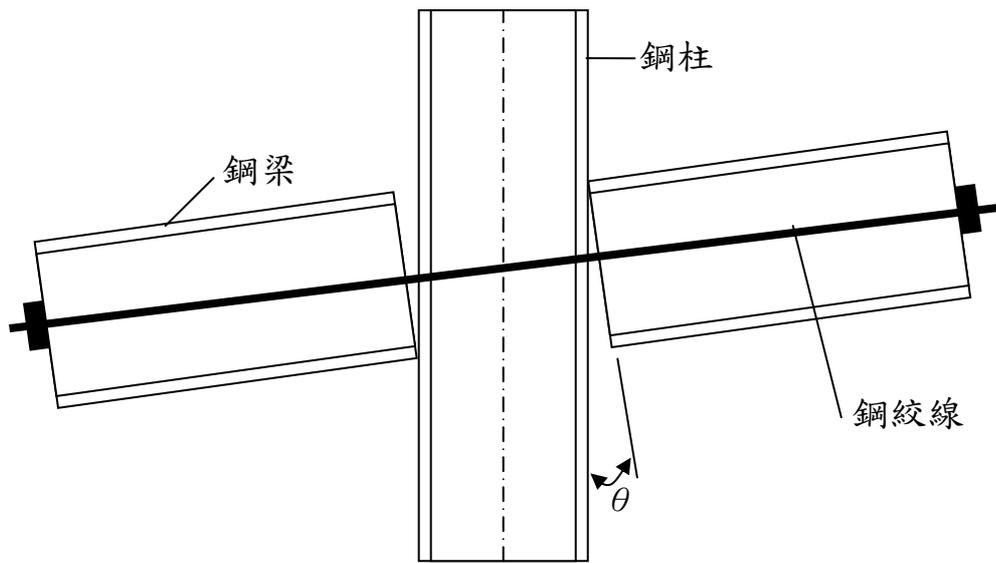


圖 1.1 預力梁柱接頭梁柱接合面縫隙開啟示意圖

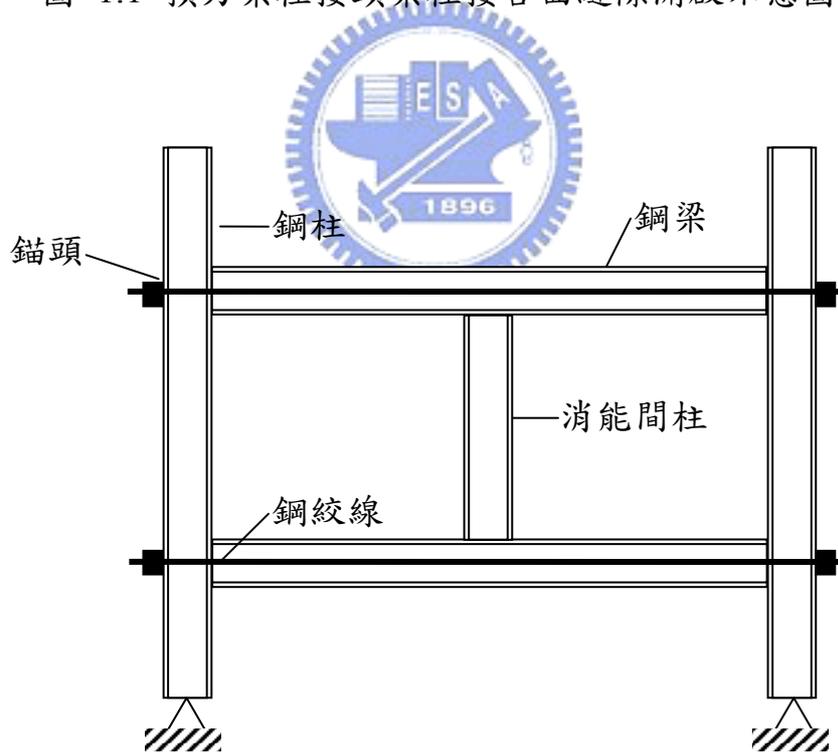


圖 1.2 預力梁柱子構架含消能間柱示意圖

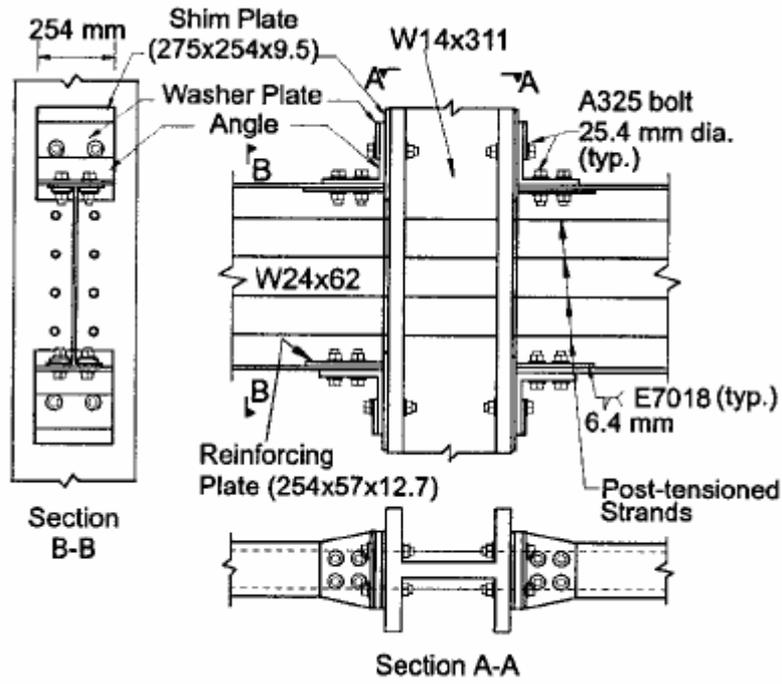


圖 1.3 消能角鋼型預力鋼梁接 H 型柱梁柱接頭 (Ricles et al. 2002)

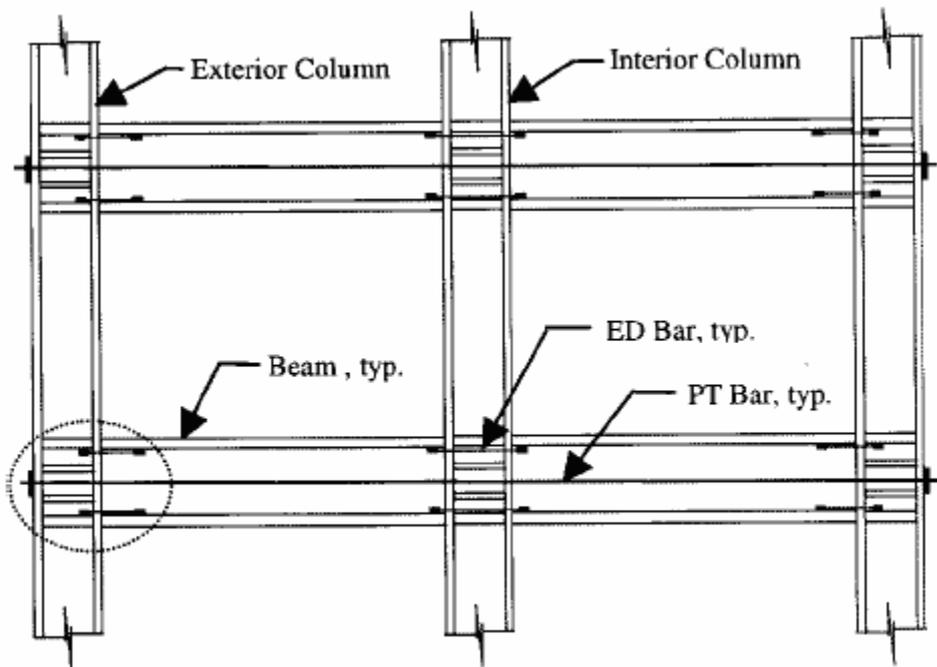


圖 1.4 含消能鋼棒預力梁柱構架圖 (Christopoulos et al. 2002b)

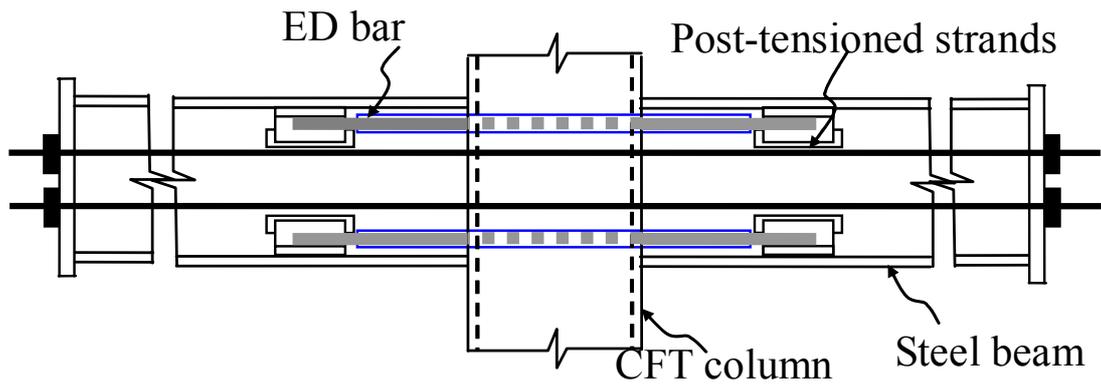


圖 1.5 消能鋼棒型預力鋼梁接 CFT 柱接頭 (黃崇豪 2005)

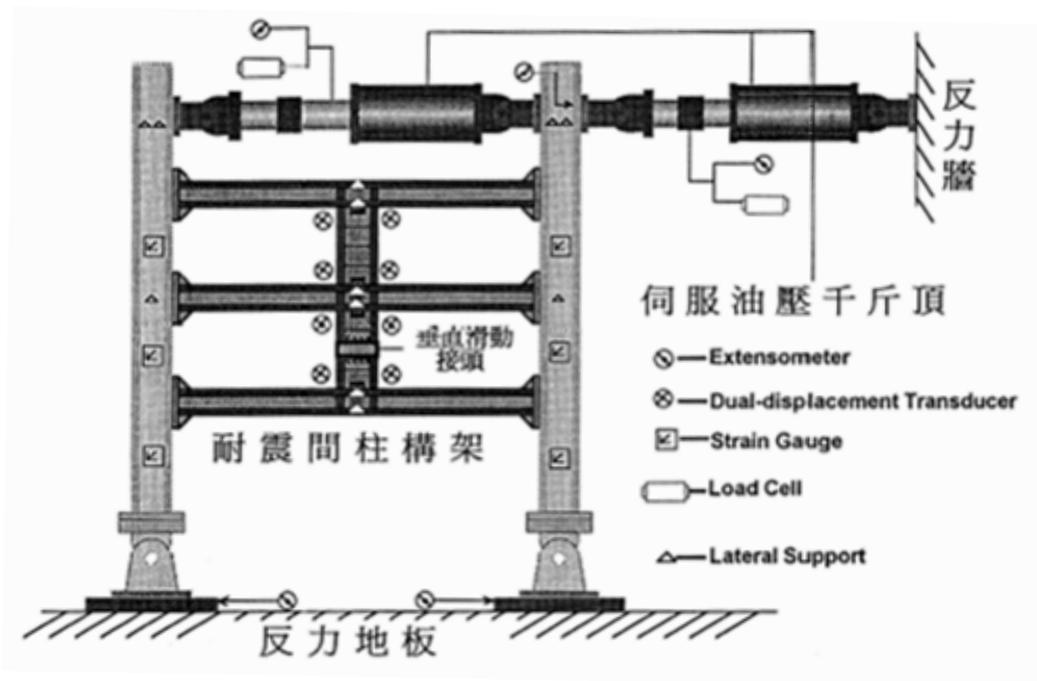


圖 1.6 耐震間柱構架試驗裝置示意圖 (魏國忠 1994)

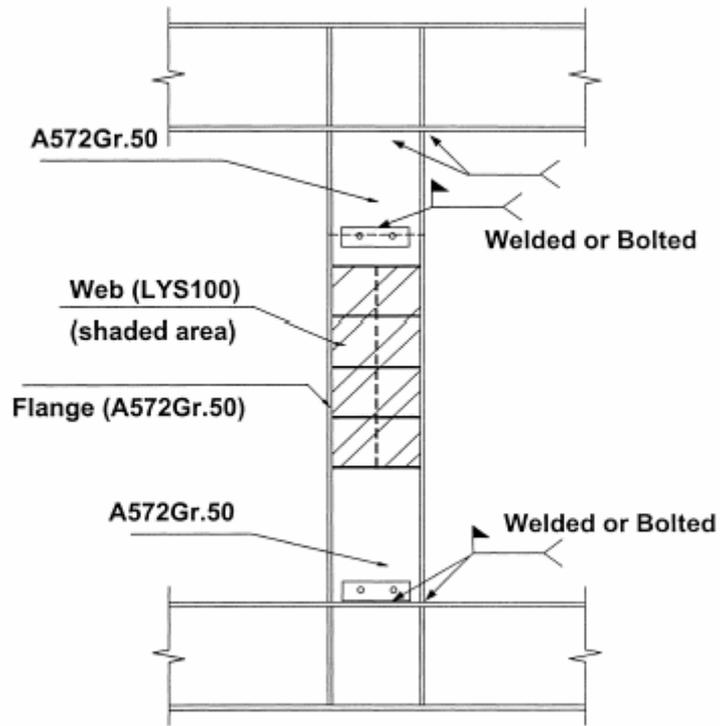


圖 1.7 耐震間柱組裝示意圖 (王宏遠 2000)

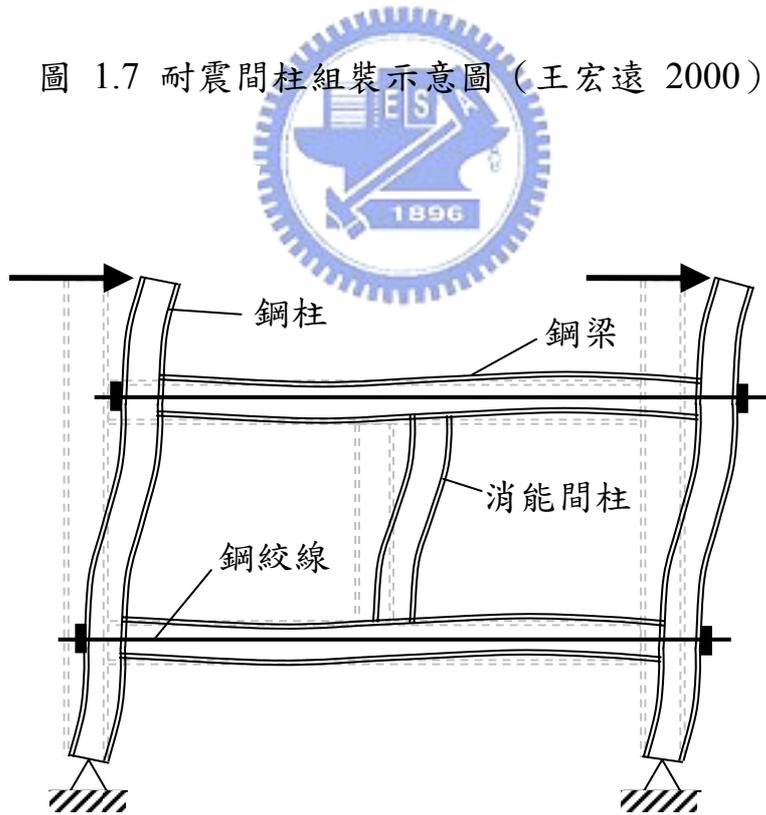


圖 2.1 預力構架梁柱接合面尚未開啟之變形示意圖

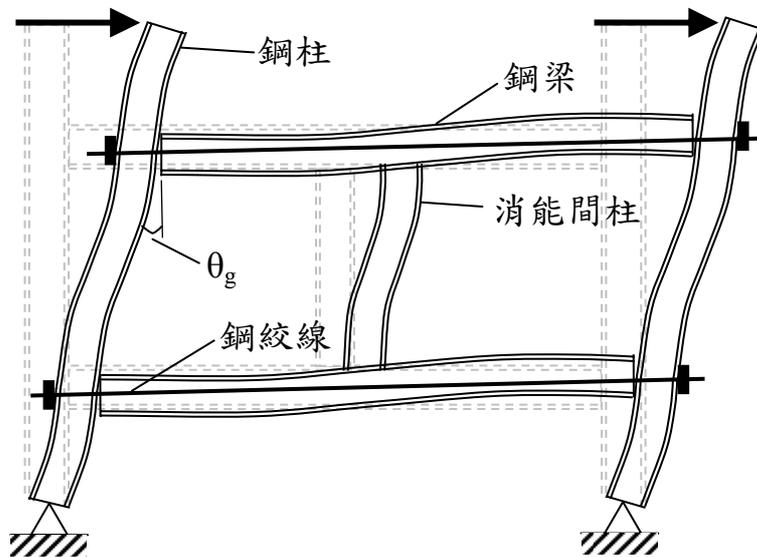


圖 2.2 預力構架梁柱接合面開啟之變形示意圖

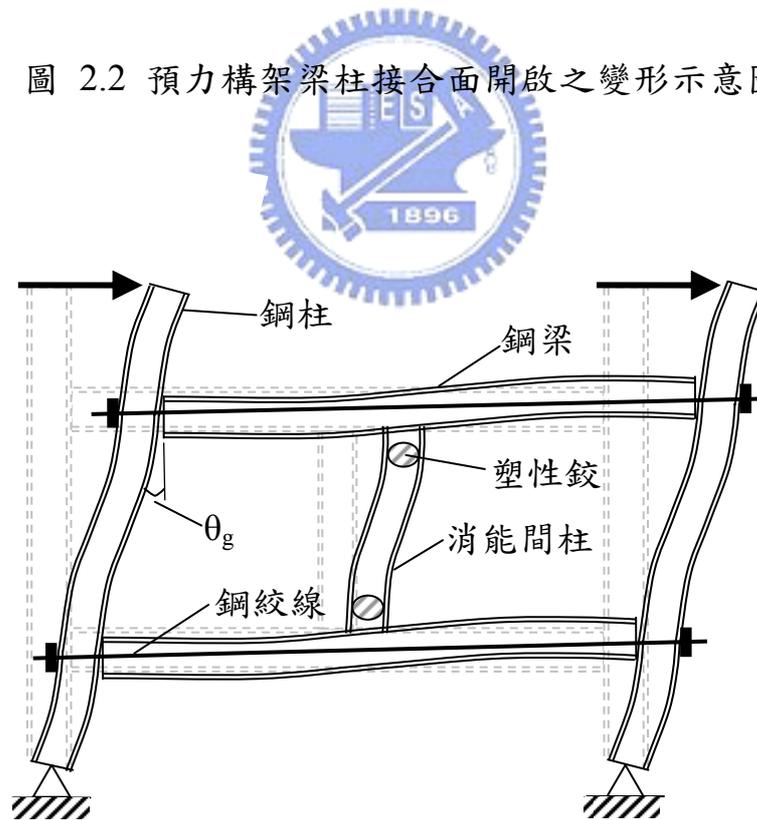


圖 2.3 預力構架梁柱接合面開啟消能間柱產生塑鉸之變形示意圖

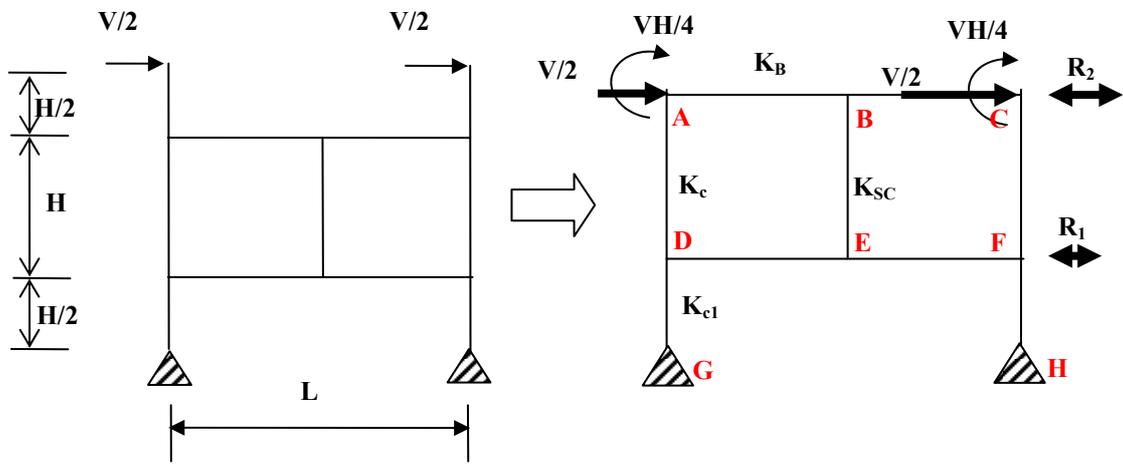


圖 2.4 傾角變位法並簡化計算示意圖

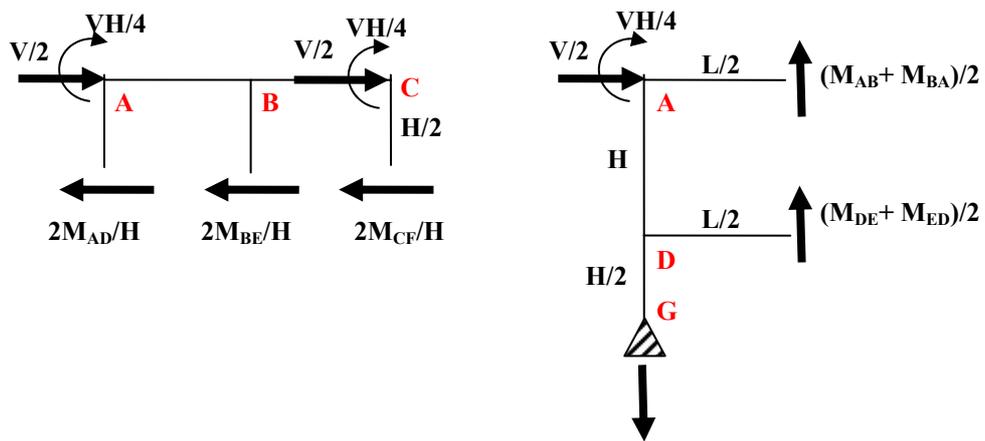


圖 2.5 切開構架之自由體示意圖

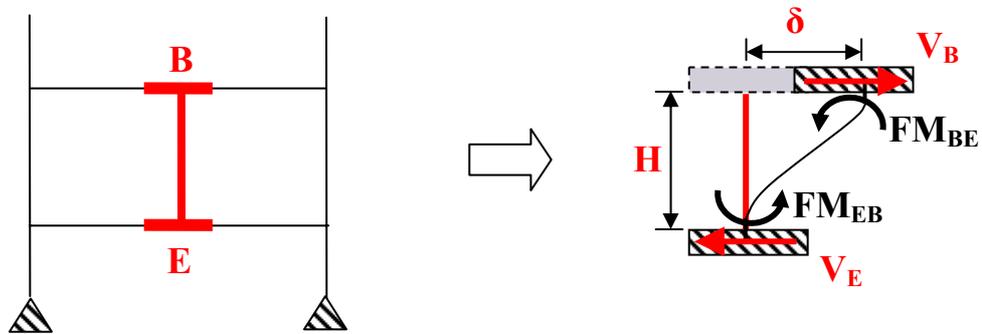


圖 2.6 上梁與下梁相對位移造成消能間柱受力變形示意圖

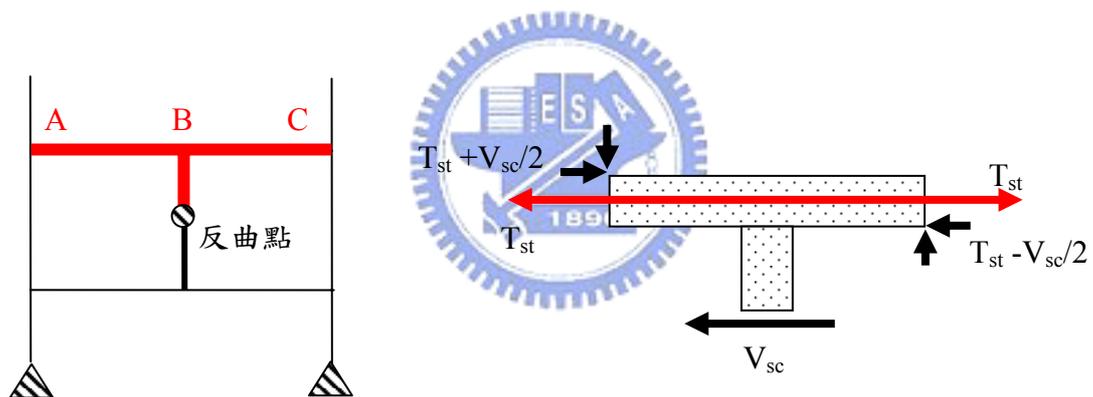


圖 2.7 上梁與間柱接合處自由體受力示意圖

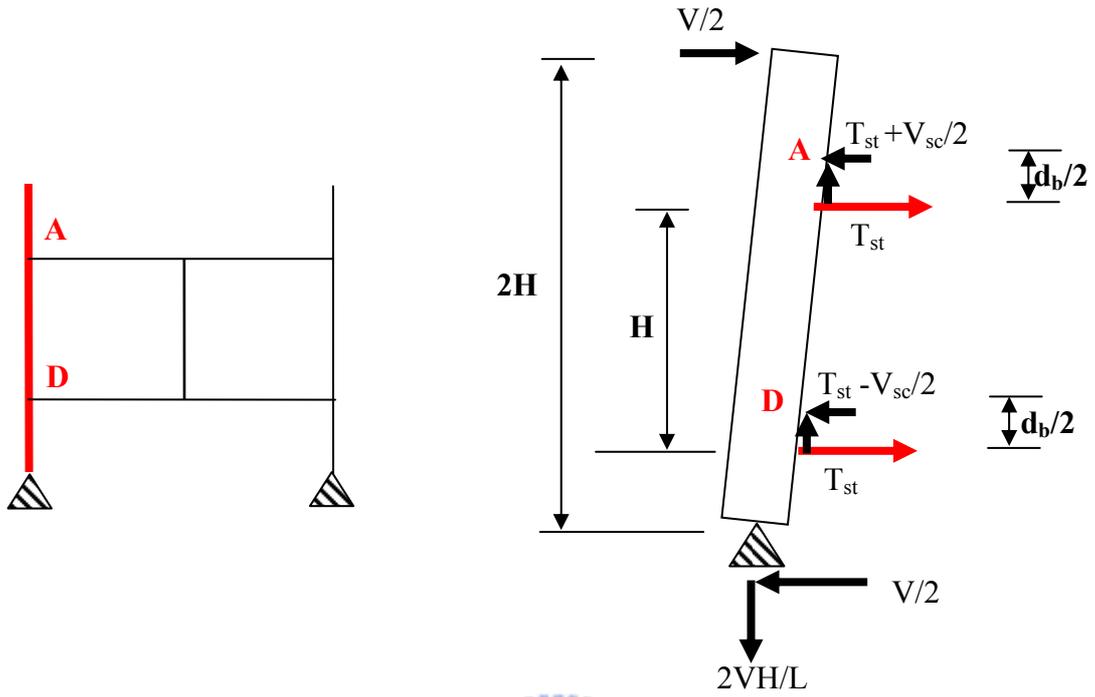


圖 2.8 左側柱之自由體圖

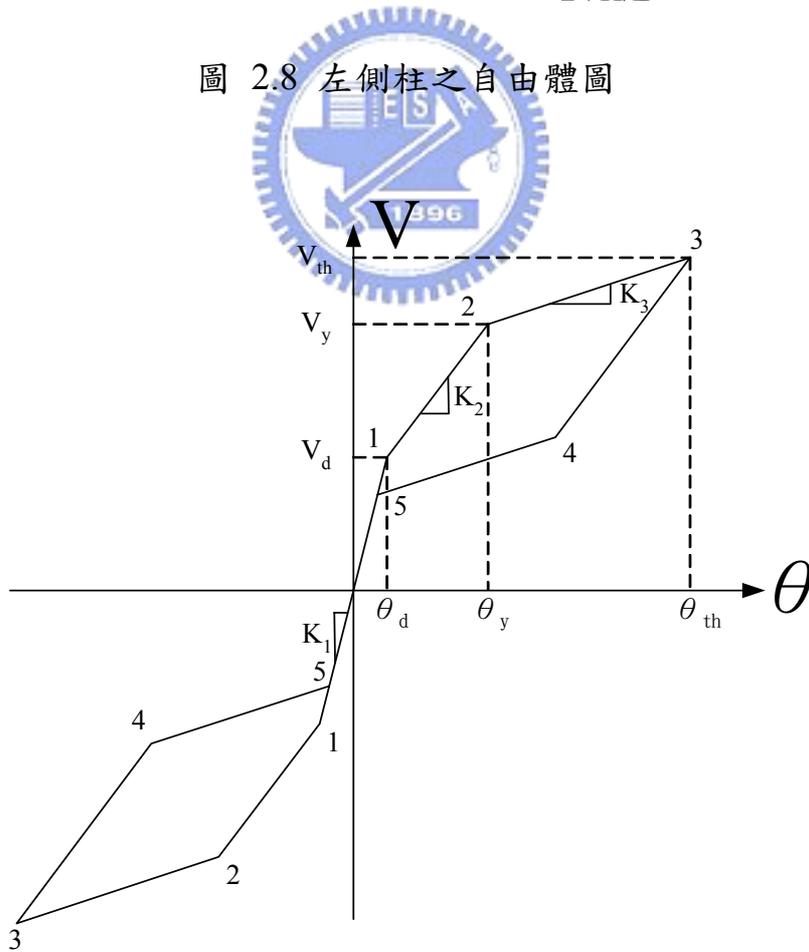


圖 2.9 預力梁柱構架系統的行為模型

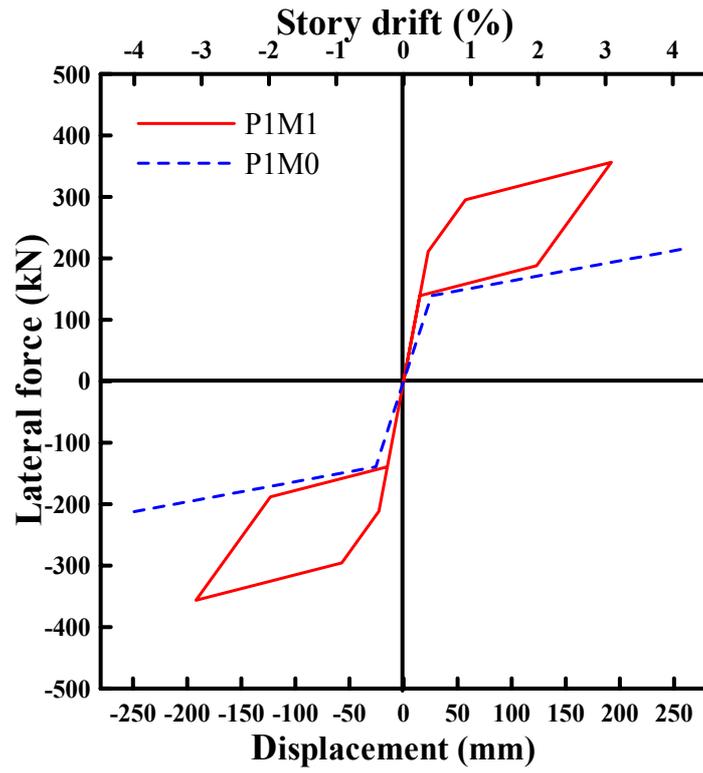


圖 3.1 P1M0 與 P1M1 模擬曲線比較

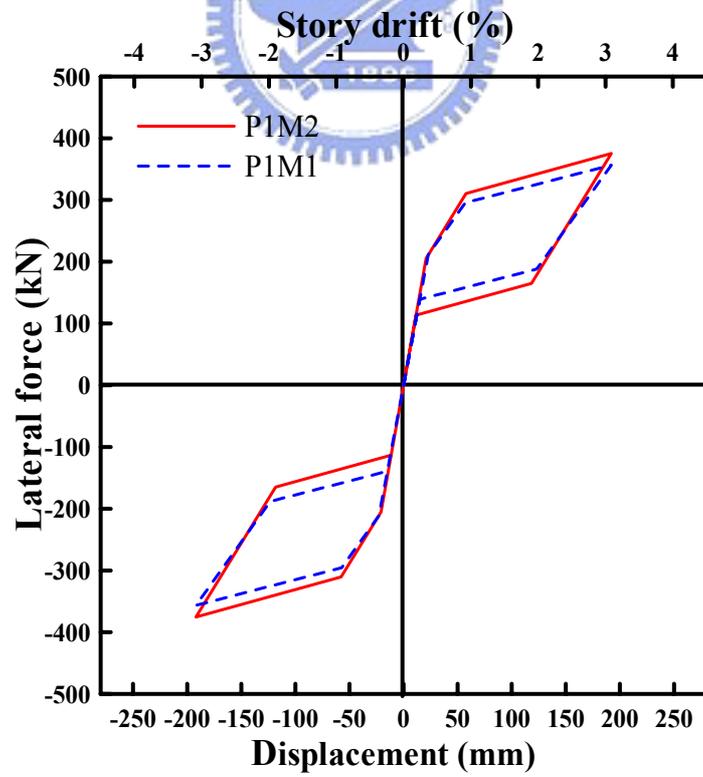


圖 3.2 P1M1 與 P1M2 模擬曲線比較

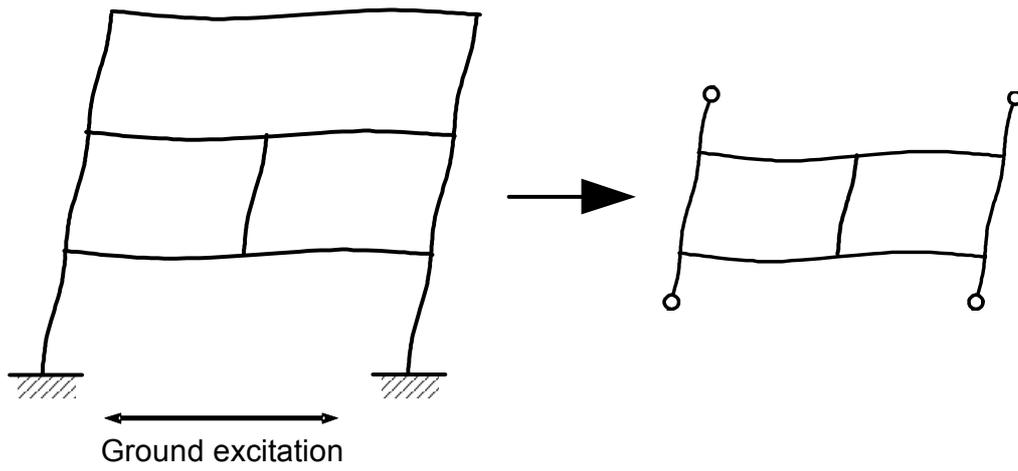


圖 3.3 結構物受地震水平力作用之變形示意圖

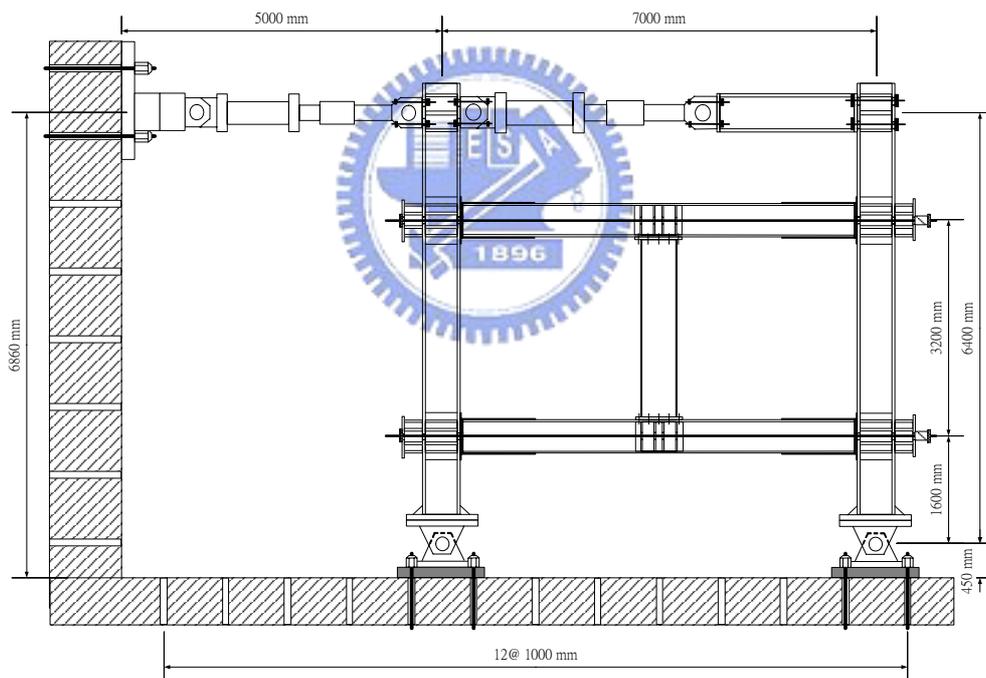


圖 3.4 試驗設置全貌

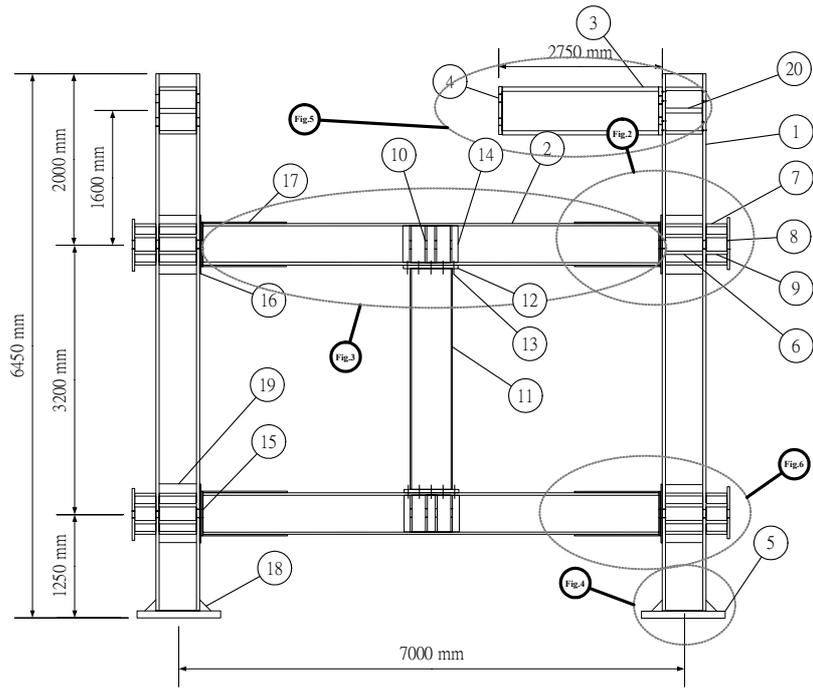


圖 3.5 試體設計圖之一

Fig.1

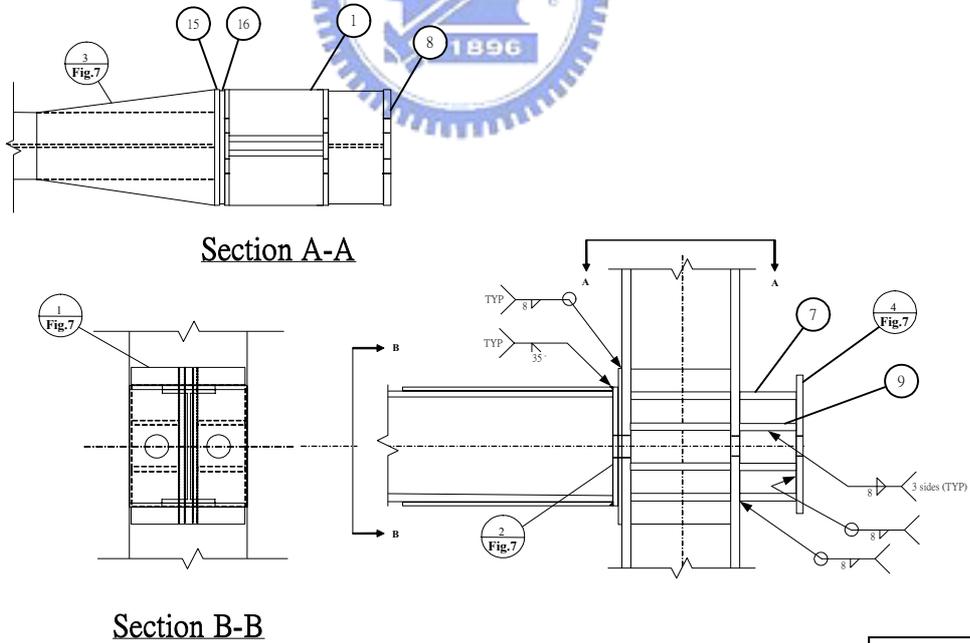


圖 3.6 試體設計圖之二

Fig.2

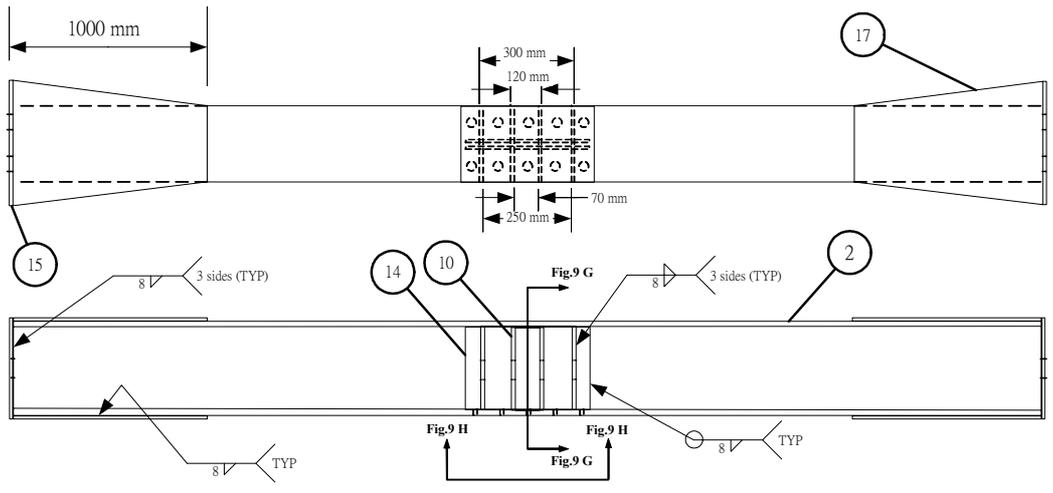
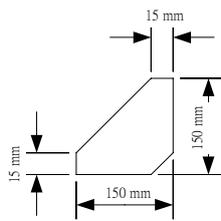
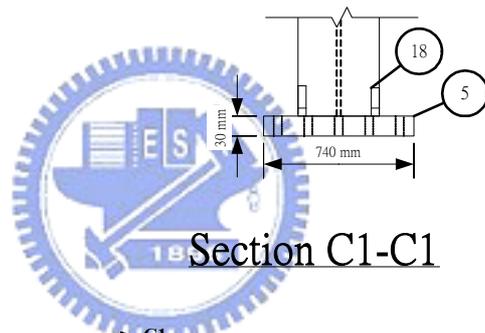


Fig.3

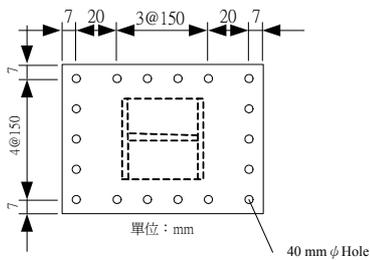
圖 3.7 試體設計圖之三



Item 18



Section C1-C1



Section C-C

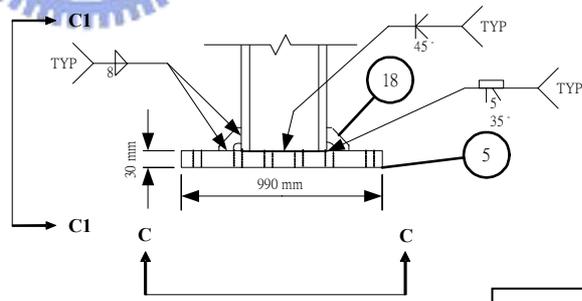


Fig.4

圖 3.8 試體設計圖之四

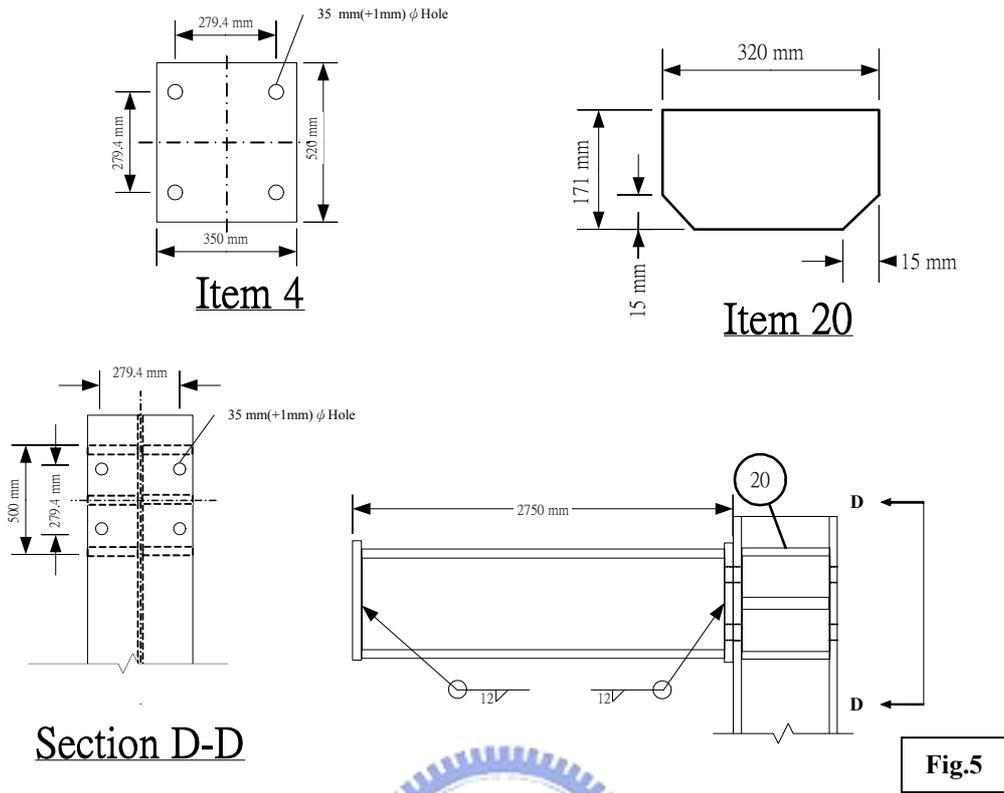


圖 3.9 試體設計圖之五

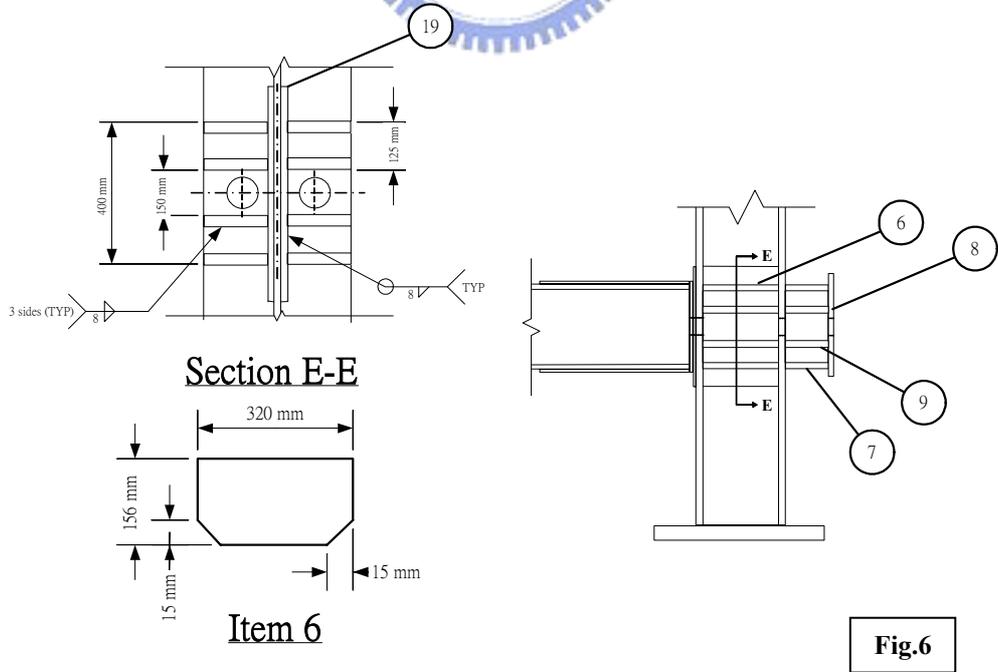


圖 3.10 試體設計圖之六

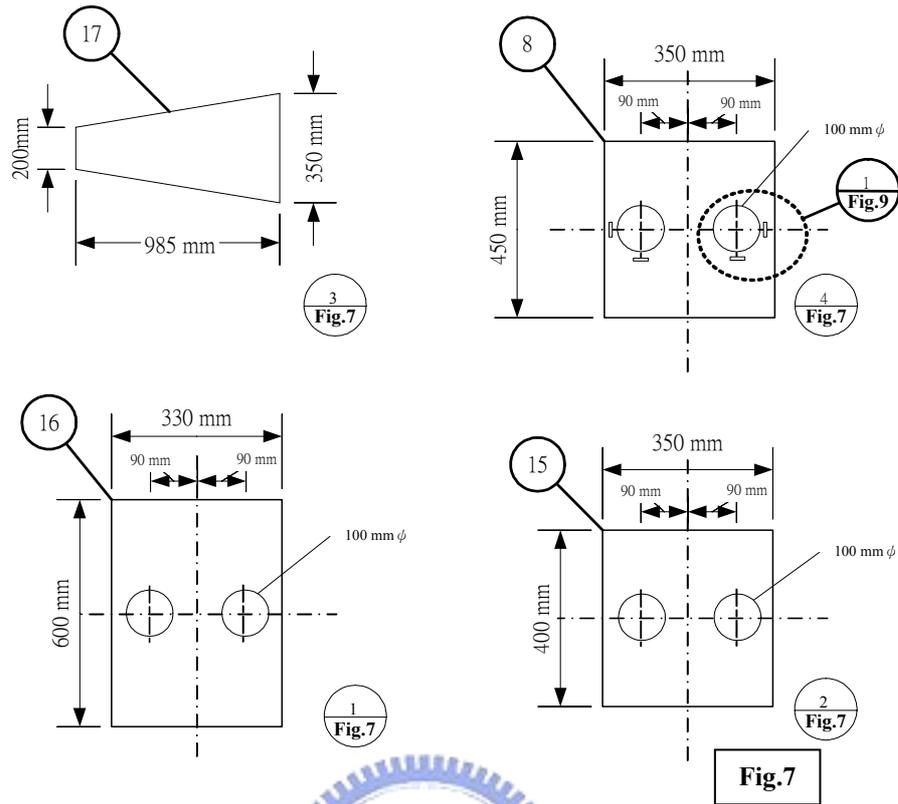


圖 3.11 試體設計圖之七

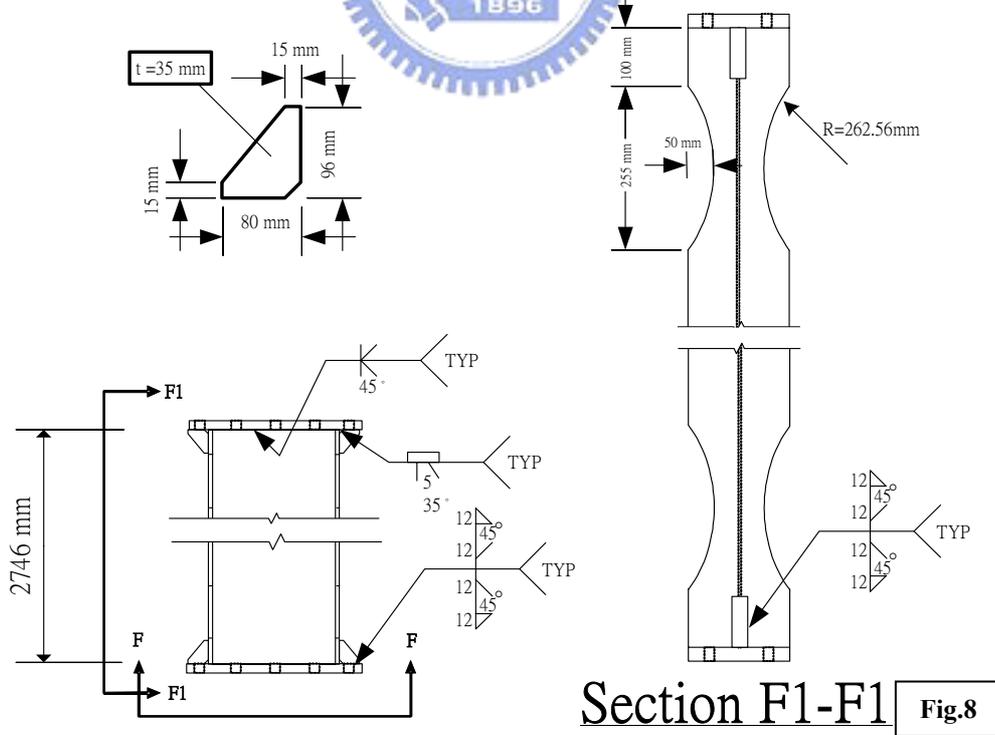
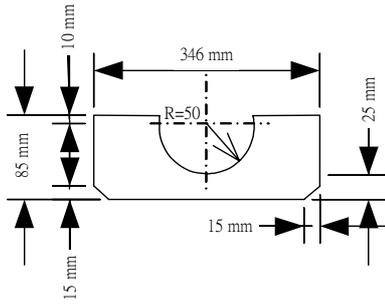
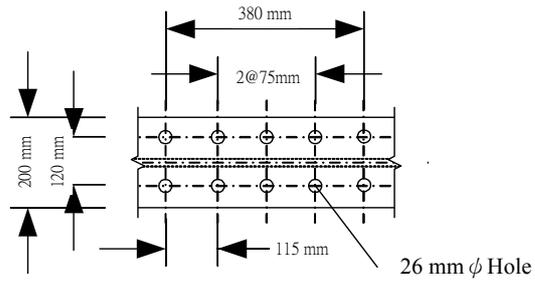


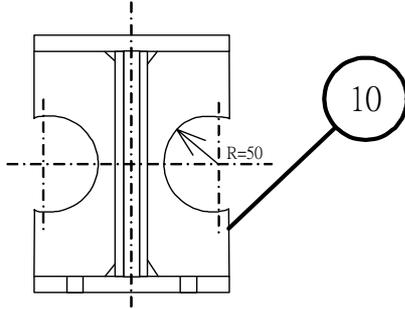
圖 3.12 試體設計圖之八



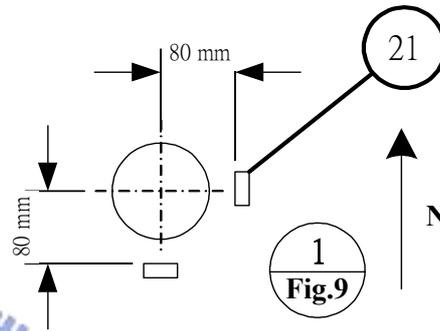
Item 10



Section H-H



Section G-G



1
Fig.9

Fig.9

圖 3.13 試體設計圖之九

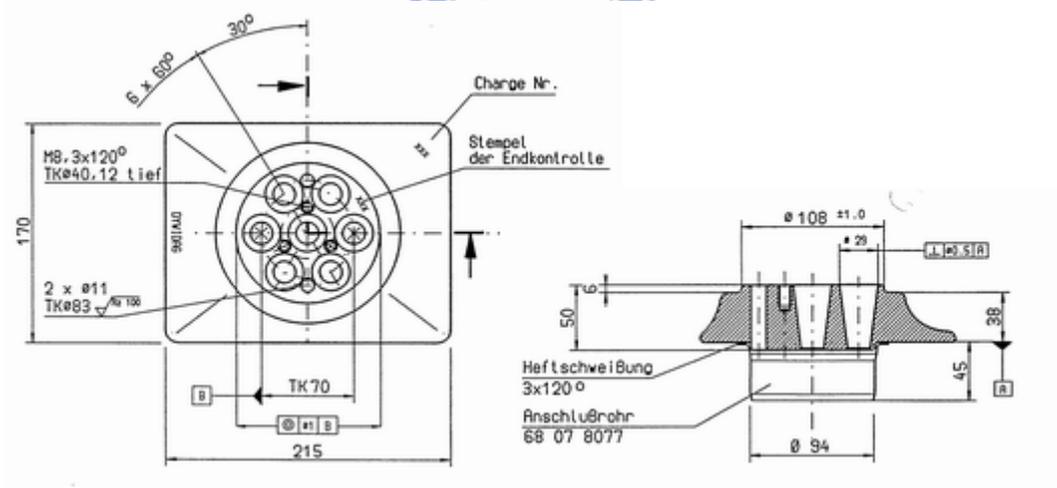


圖 3.14 Anchorage Plate 型號 SD-6807

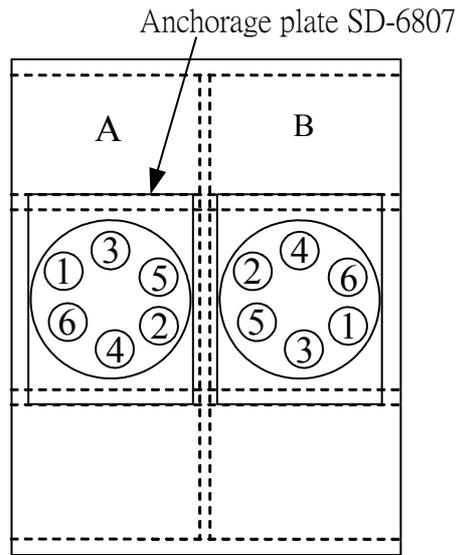


圖 3.15 預力施加次序編號示意圖

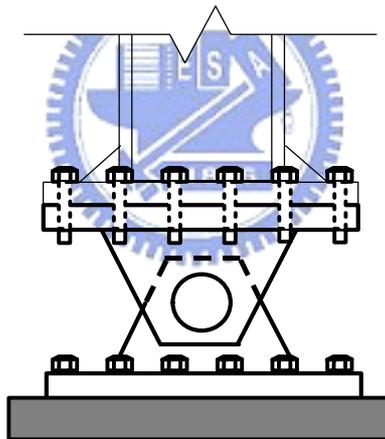


圖 3.16 鉸接座

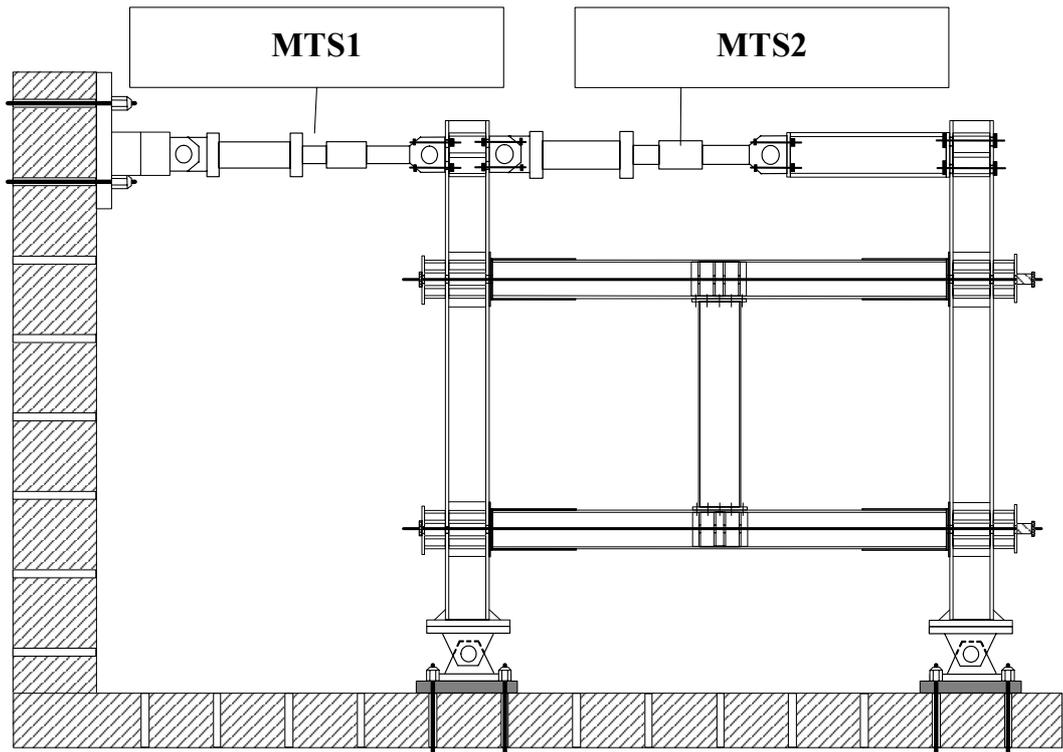


圖 3.17 油壓致動器位置示意圖

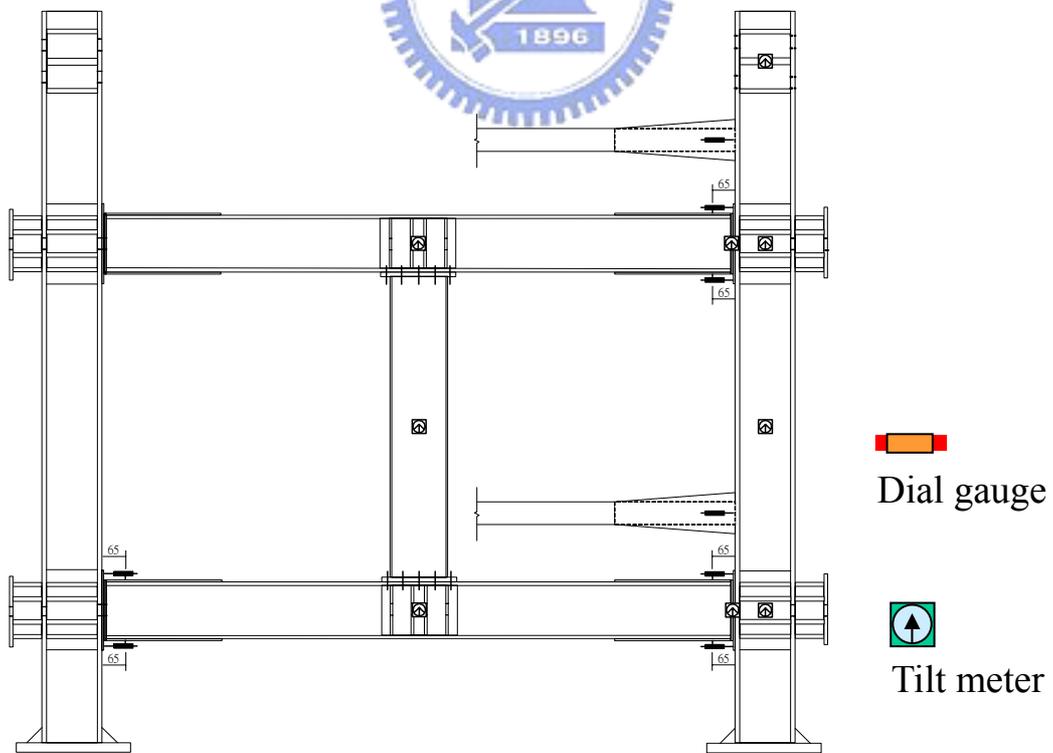


圖 3.18 試體量測儀器架設位置

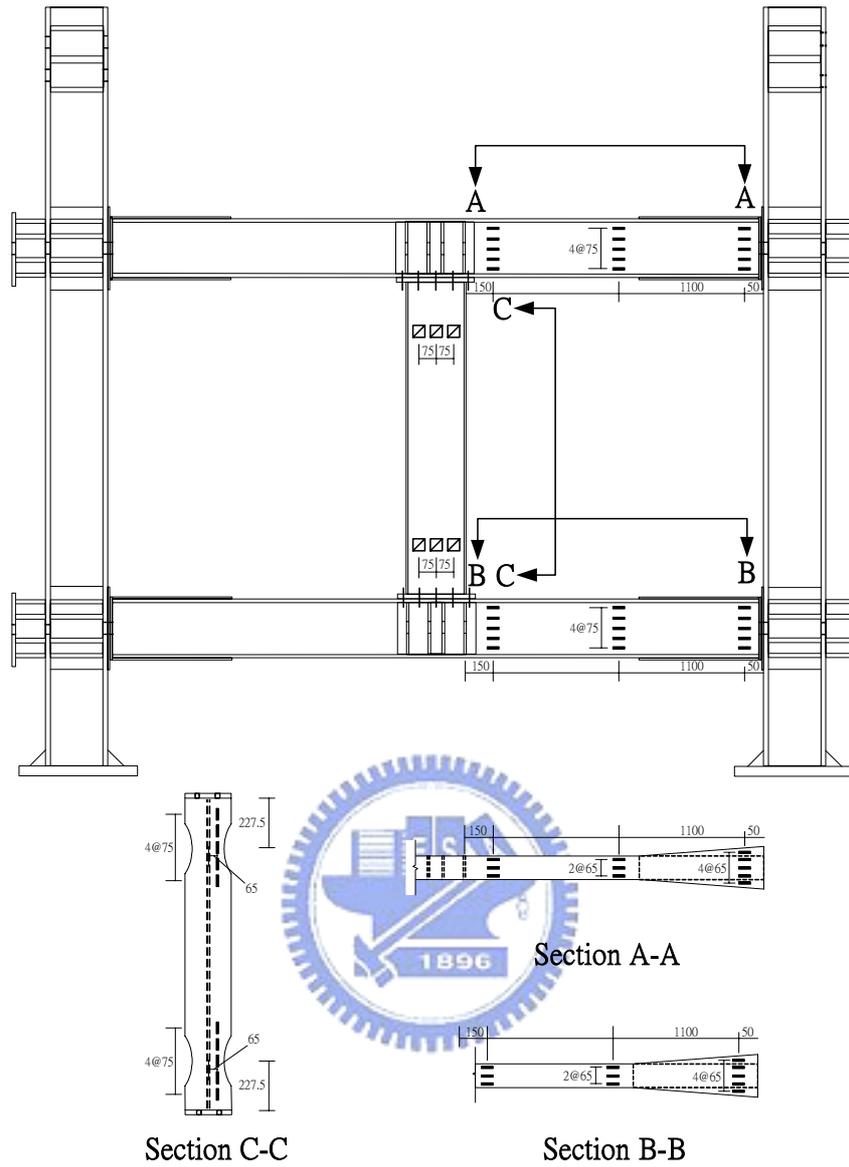


圖 3.19 試驗測試用應變計的位置

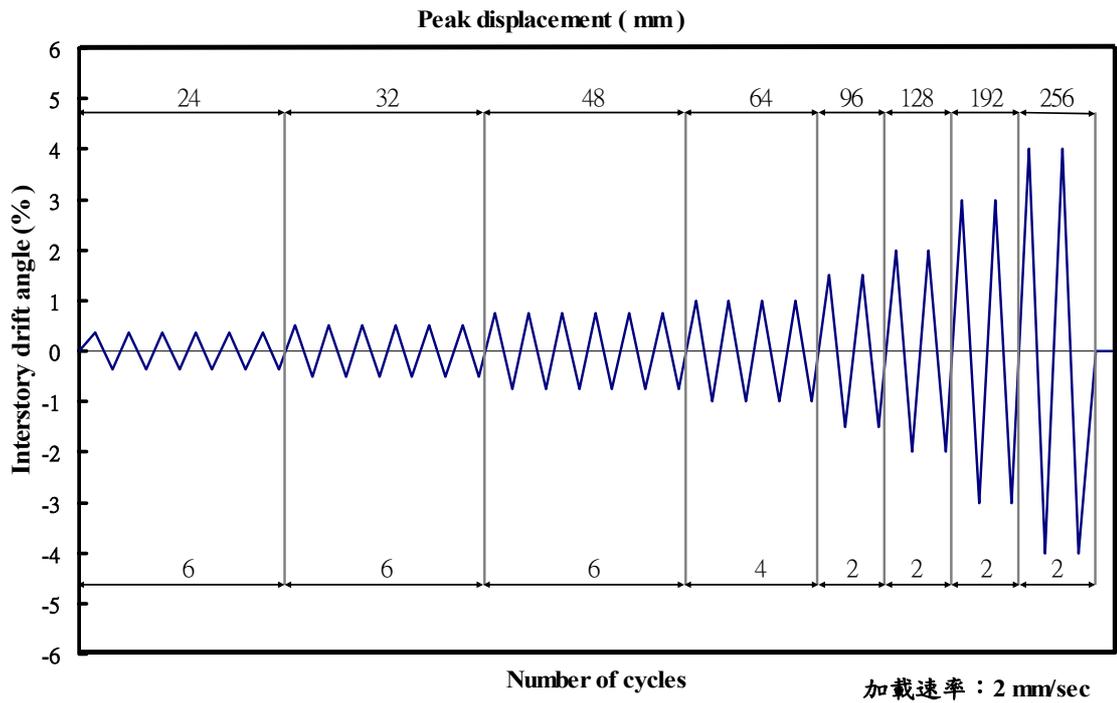


圖 3.20 預力梁柱子結構含消能間柱試驗之位移歷時

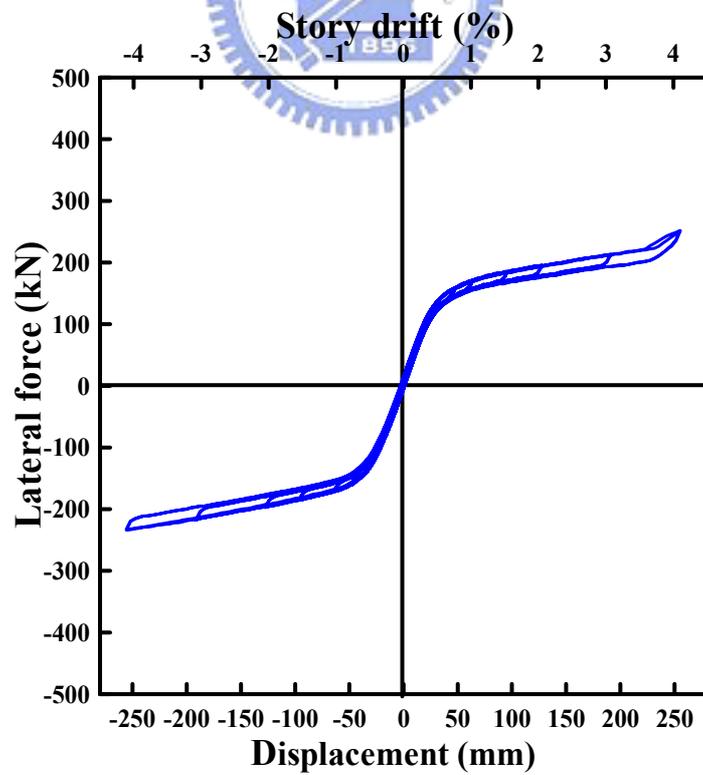


圖 4.1 試體 P1M0 遲滯迴圈圖

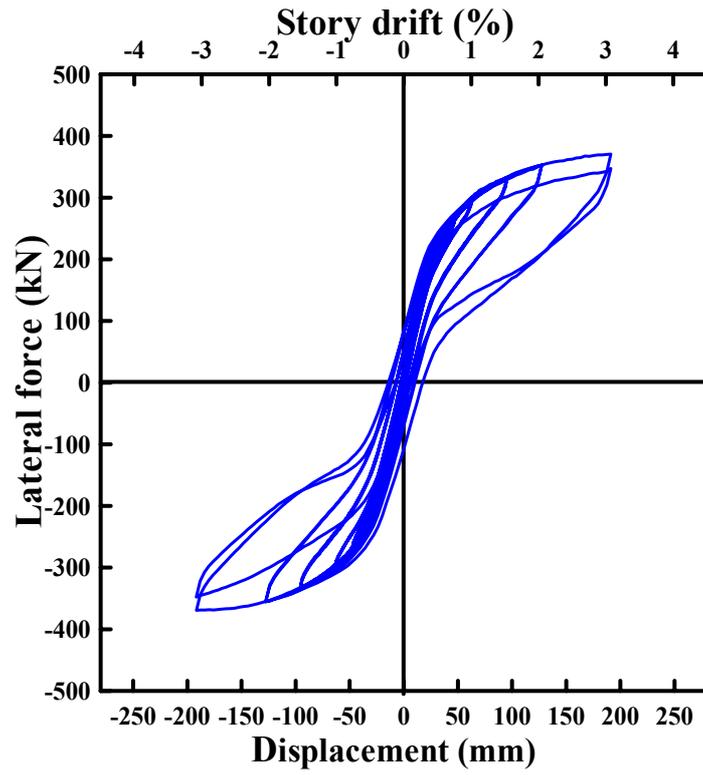


圖 4.2 試體 P1M1 遲滯迴圈圖

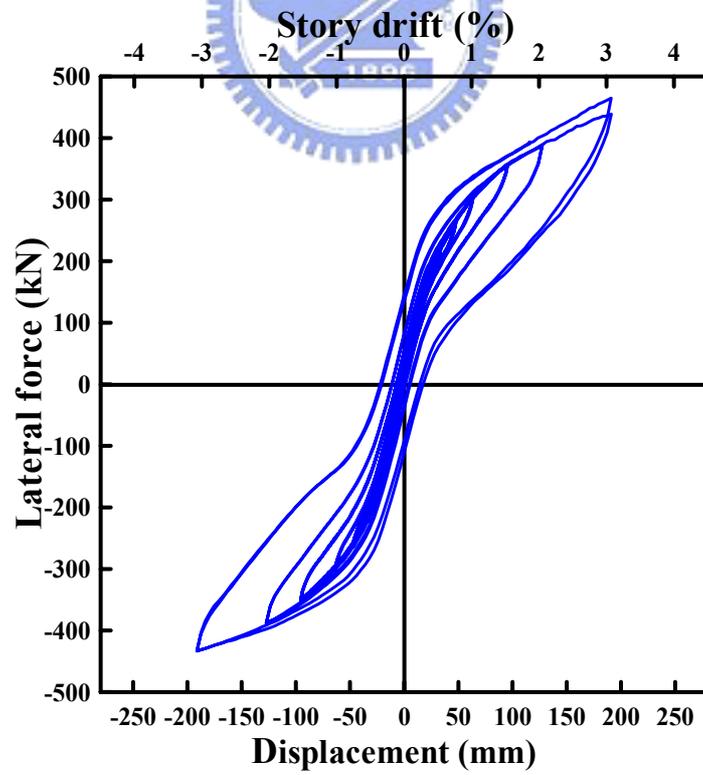


圖 4.3 試體 P1M2 遲滯迴圈圖

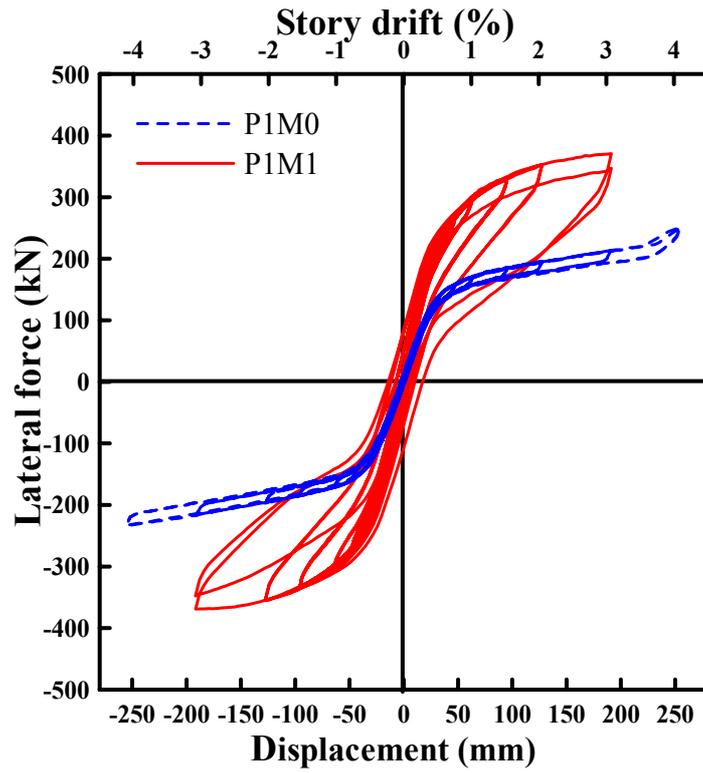


圖 4.4 試體 P1M0 與 P1M1 之試驗結果比較

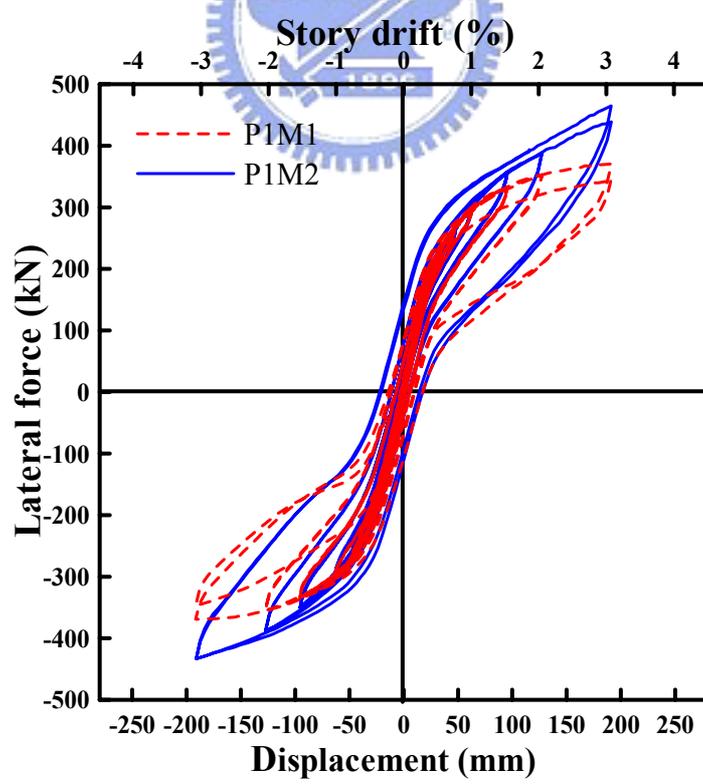


圖 4.5 試體 P1M1 與 P1M2 之試驗結果比較

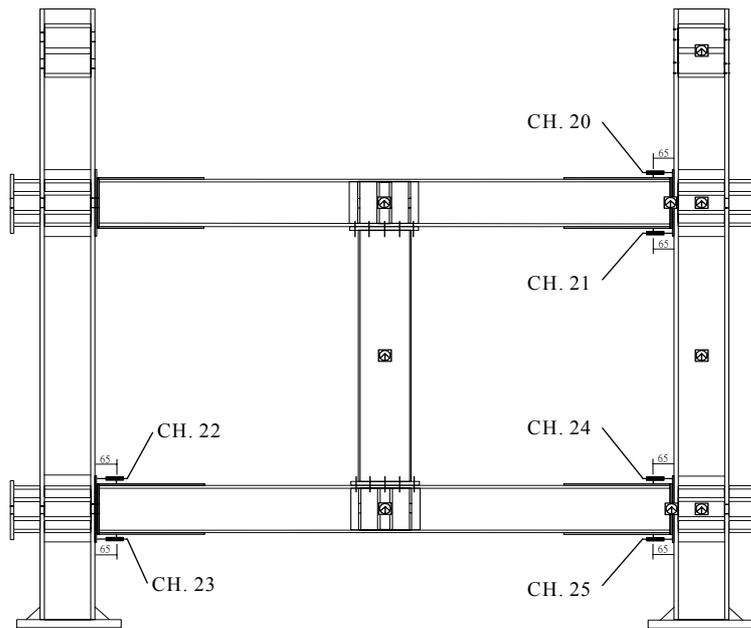


圖 4.6 試體位移計編號

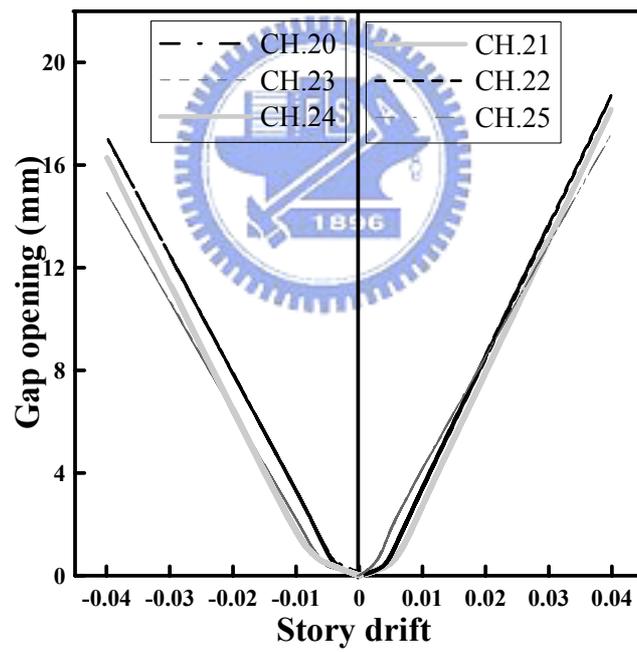


圖 4.7 試體 P1M0 梁柱接合面之開啟

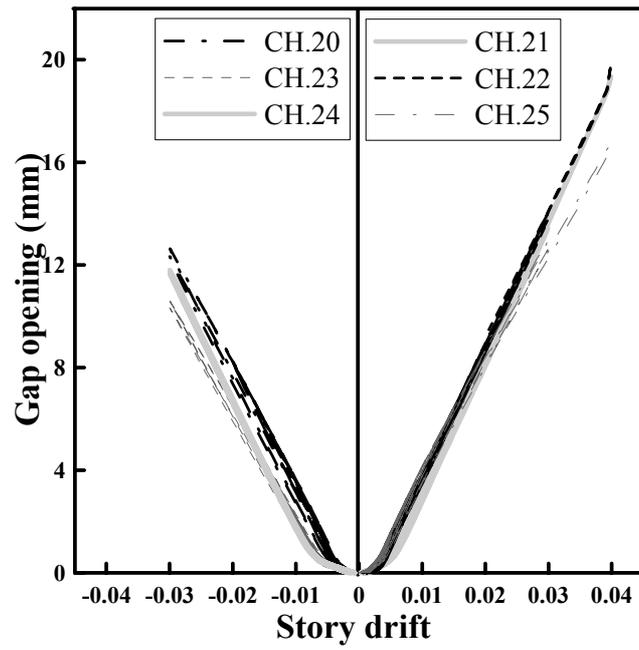


圖 4.8 試體 P1M1 梁柱接合面之開啟

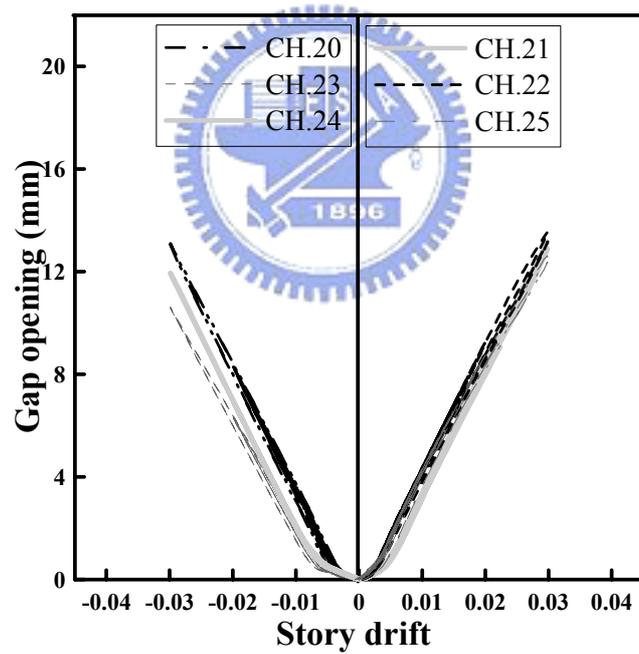


圖 4.9 試體 P1M2 梁柱接合面之開啟

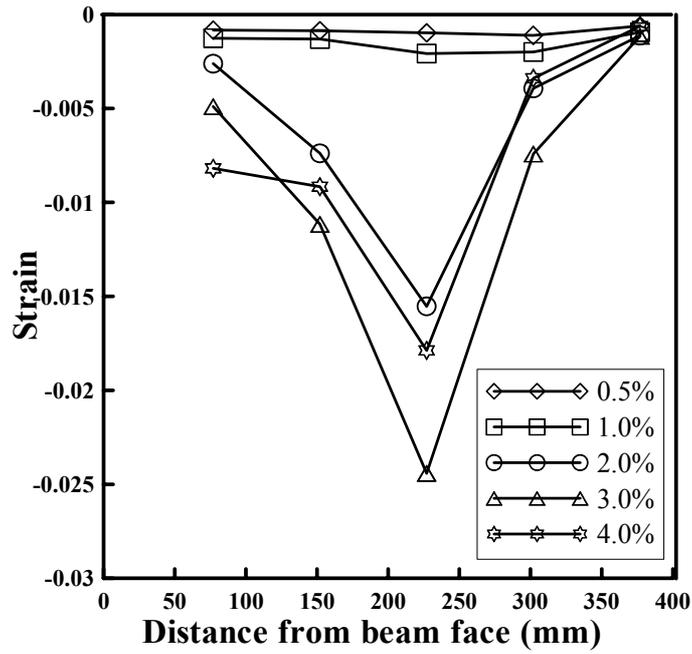


圖 4.10 試體 P1M1 消能間柱上梁翼板應變分佈

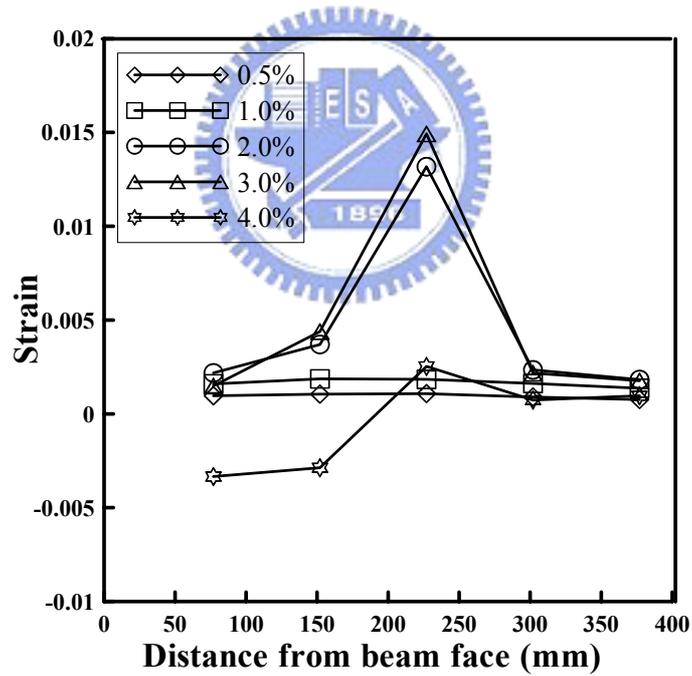


圖 4.11 試體 P1M1 消能間柱下梁翼板應變分佈

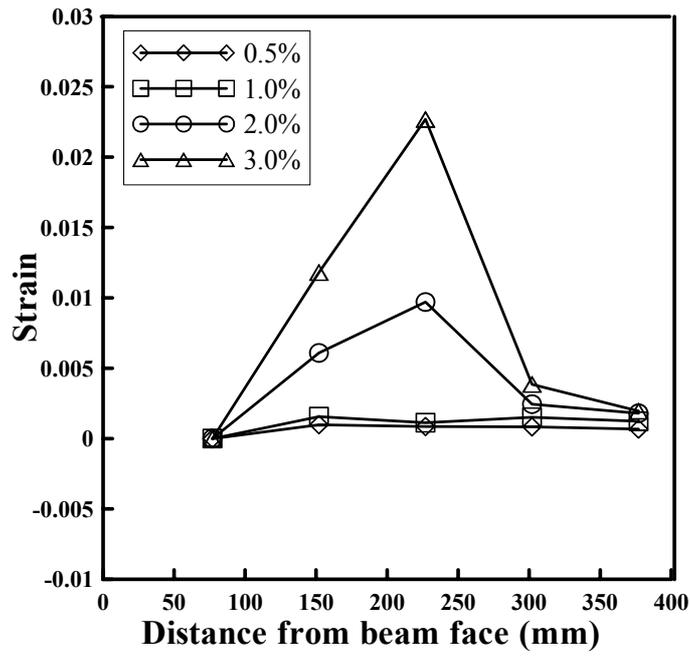


圖 4.12 試體 P1M2 消能間柱下梁翼板應變分佈

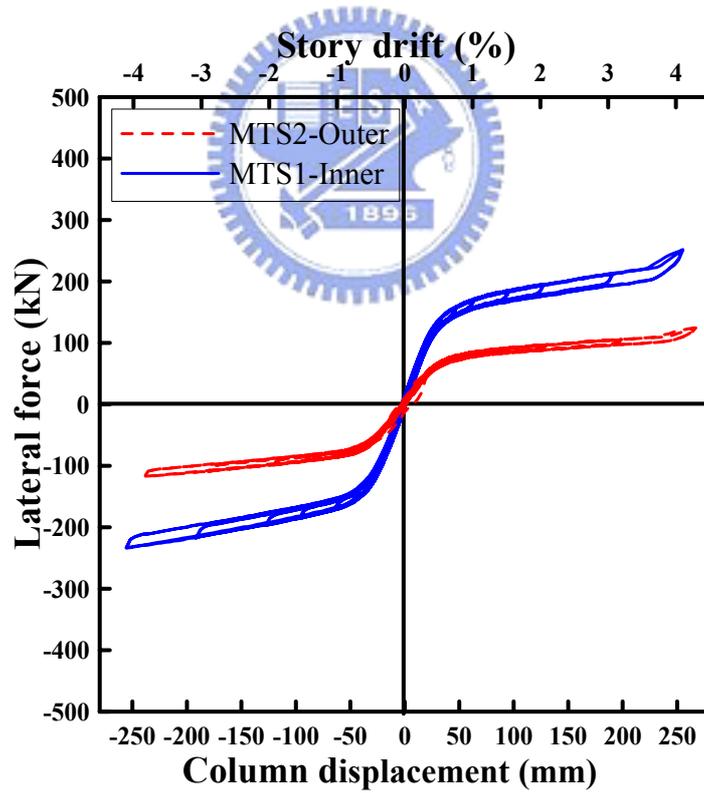


圖 4.13 試體 P1M1 MTS 側向力與位移遲滯迴圈

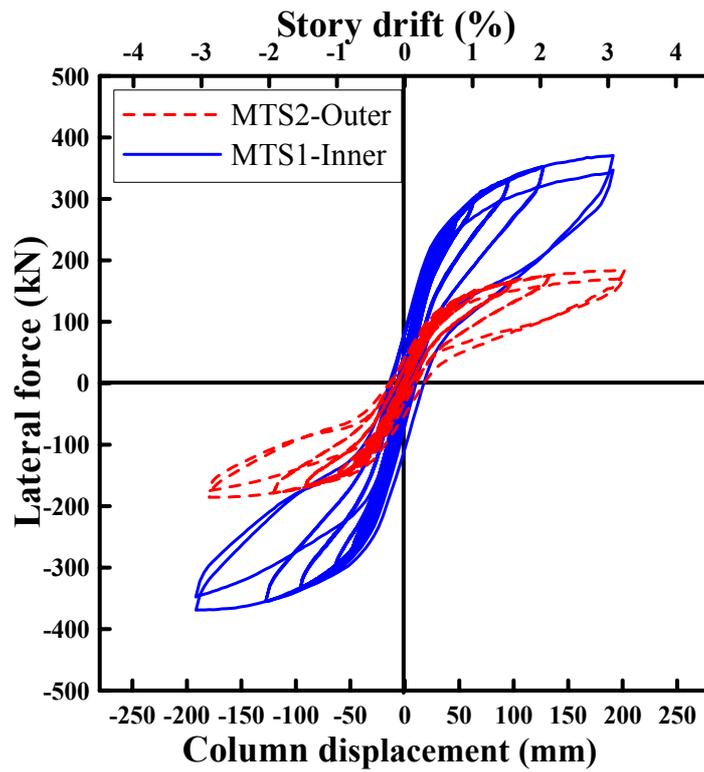


圖 4.14 試體 P1M2 MTS 側向力與位移遲滯迴圈

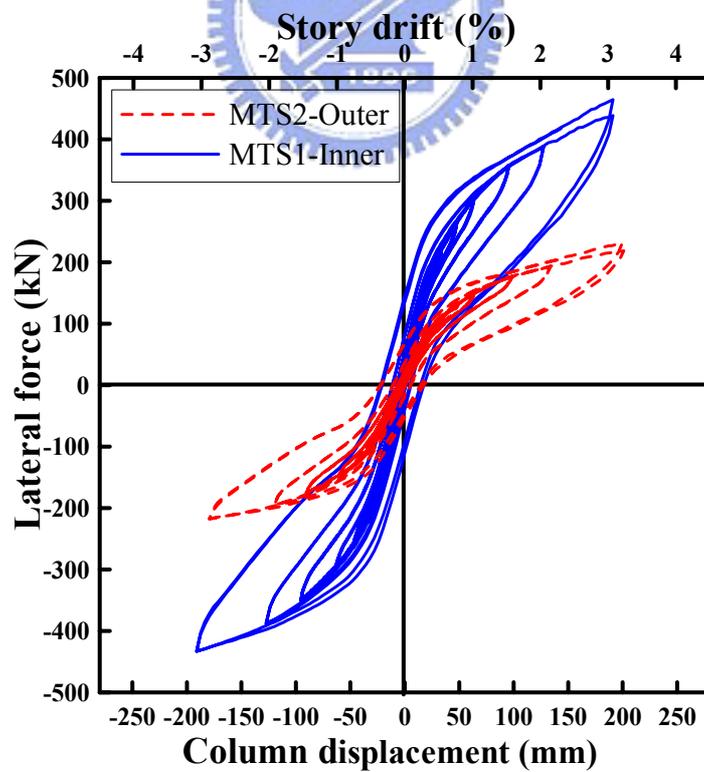


圖 4.15 試體 P1M3 MTS 側向力與位移遲滯迴圈

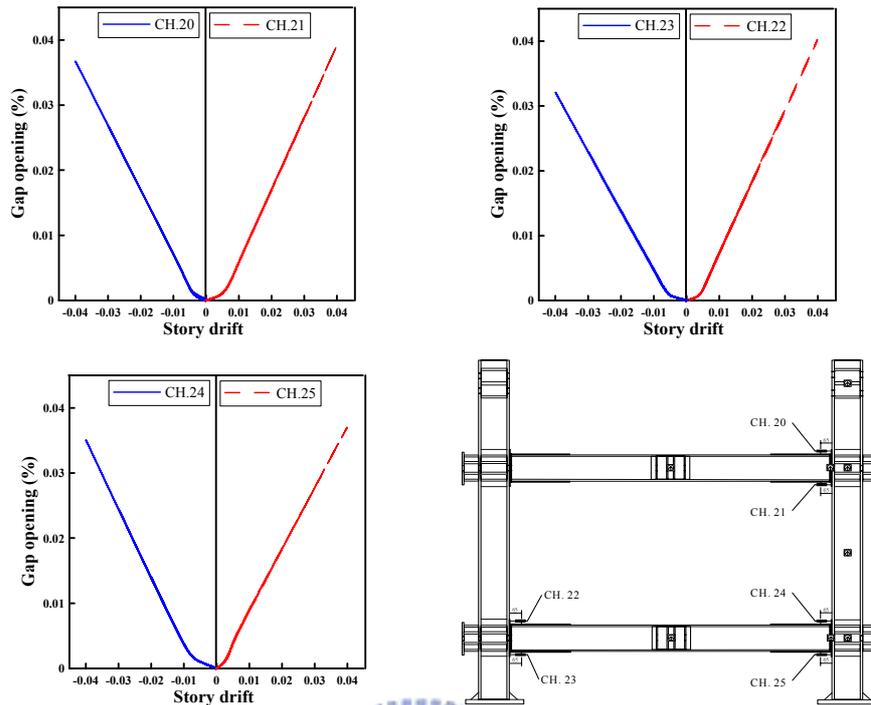


圖 4.16 試體 P1M0 層間變位角與梁柱接合面開啟角度圖

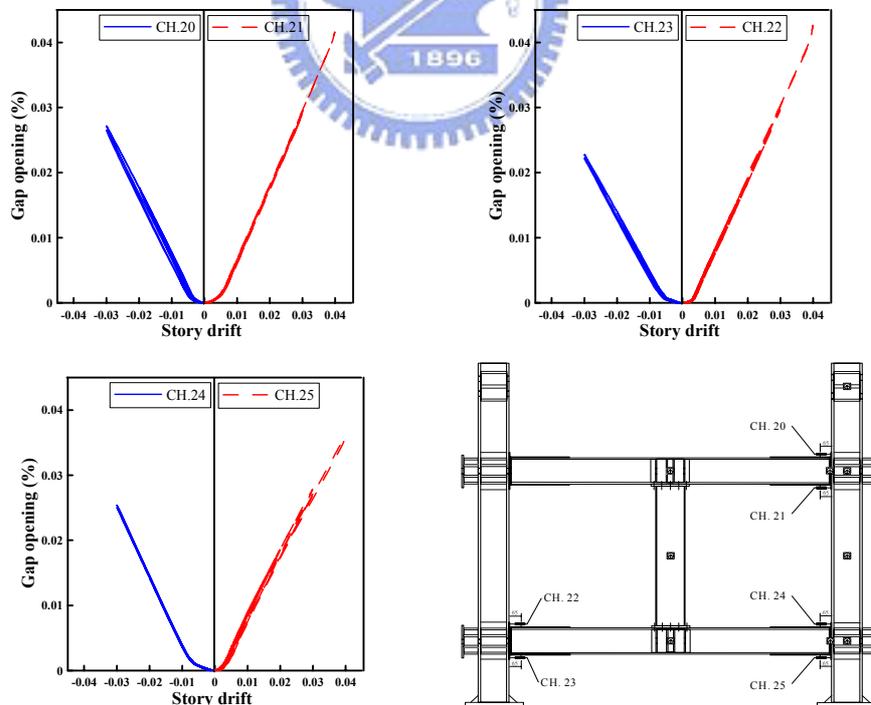


圖 4.17 試體 P1M1 層間變位角與梁柱接合面開啟角度圖

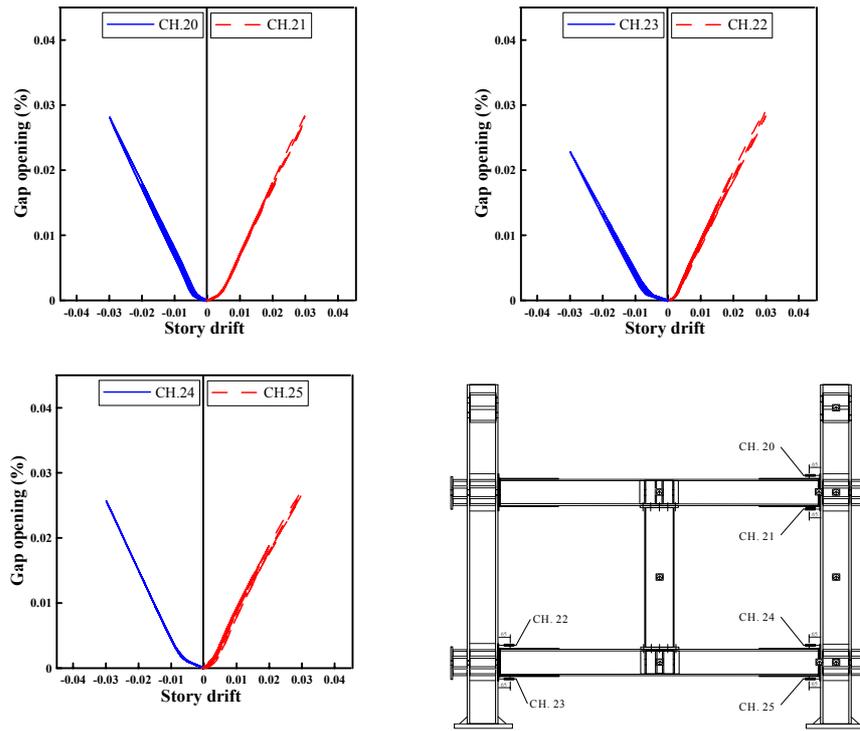


圖 4.18 試體 P1M2 層間變位角與梁柱接合面開啟角度圖

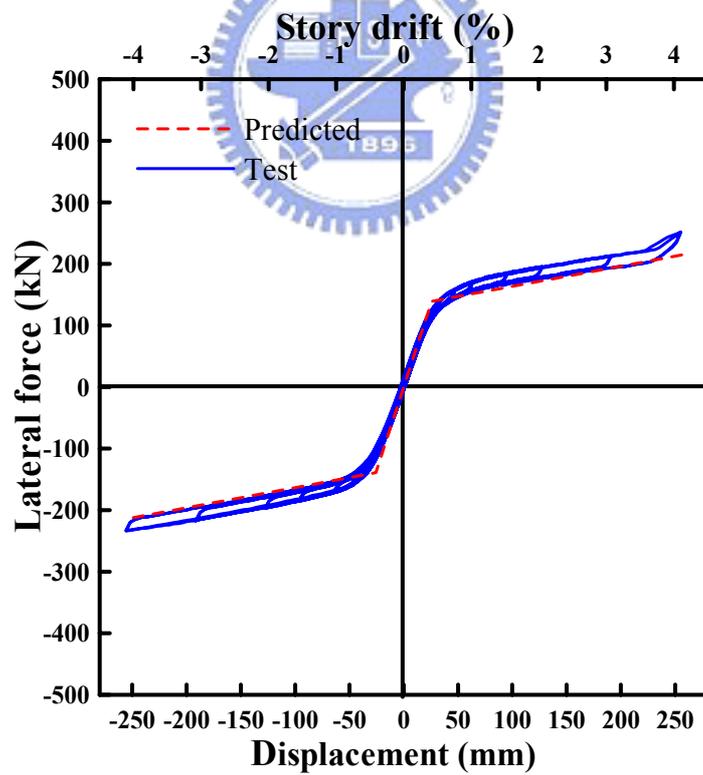


圖 4.19 P1M0 理論模擬與實驗遲滯迴圈比較

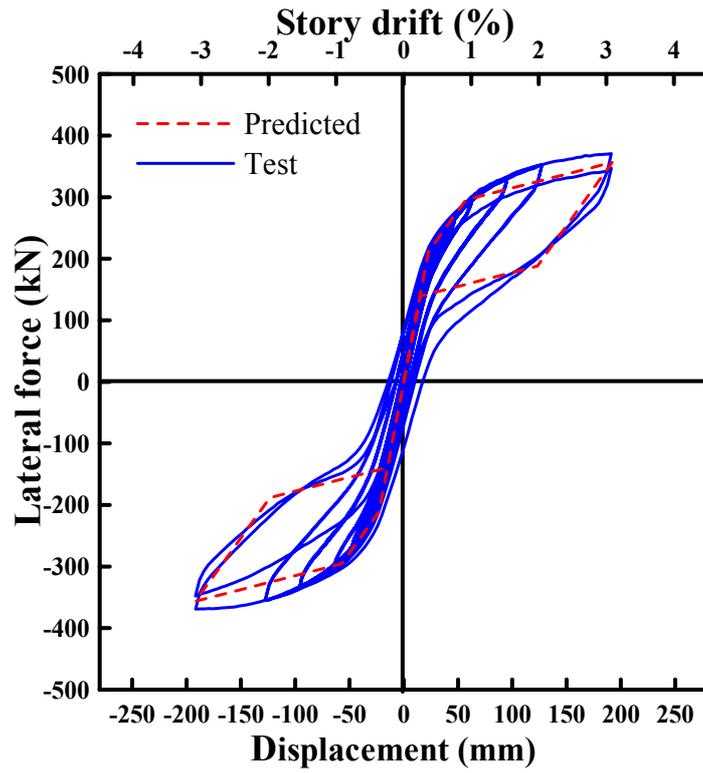


圖 4.20 P1M1 理論模擬與實驗遲滯迴圈比較

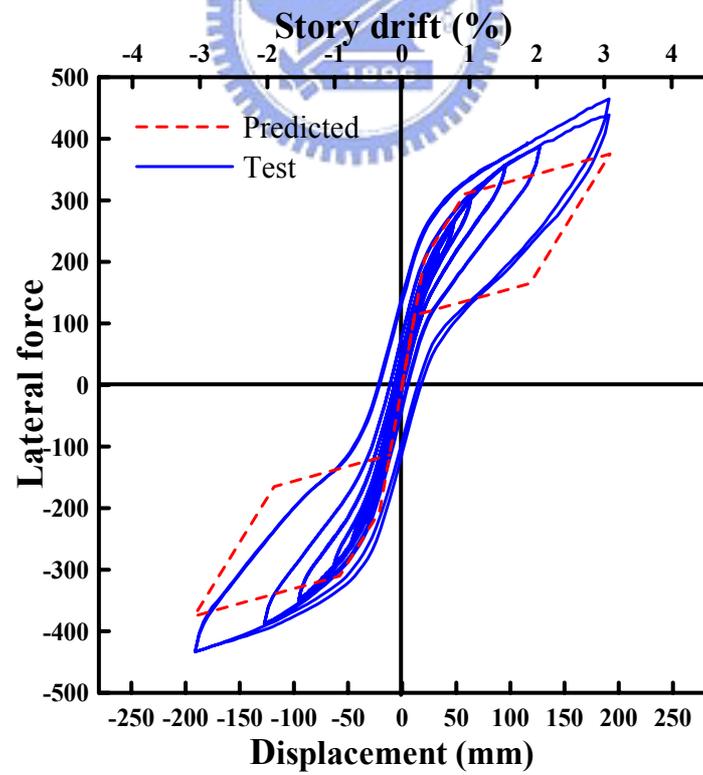


圖 4.21 P1M2 理論模擬與實驗遲滯迴圈比較

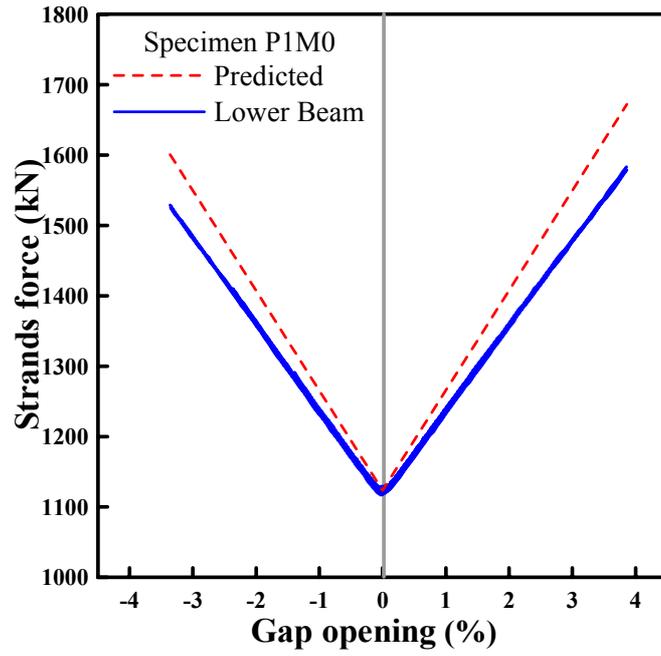


圖 4.22 P1M0 下梁鋼絞線內力試驗與理論值比較

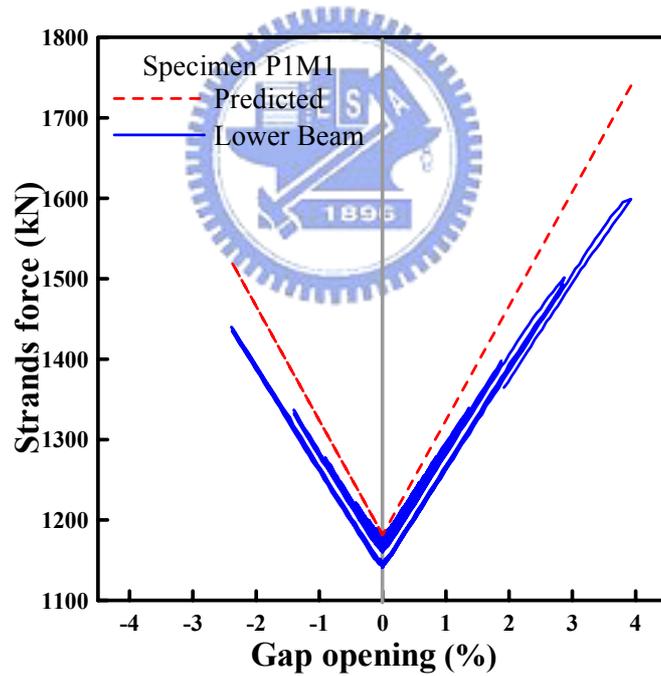


圖 4.23 P1M1 下梁鋼絞線內力試驗與理論值比較

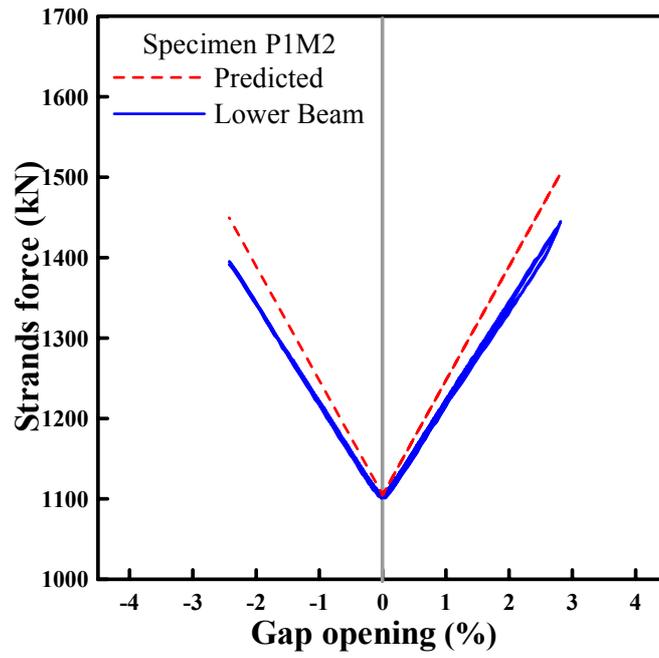


圖 4.24 P1M2 下梁鋼絞線內力試驗與理論值比較



照片 3.1 預力鋼絞線安置之情況



照片 3.2 試體組裝完成圖



照片 3.3 ENERPAC P3045N 油壓機



照片 3.4 JSL-28TON 施拉預力用油壓千斤頂



照片 3.5 施加預力的過程



照片 3.6 試體設置鉸接底座圖



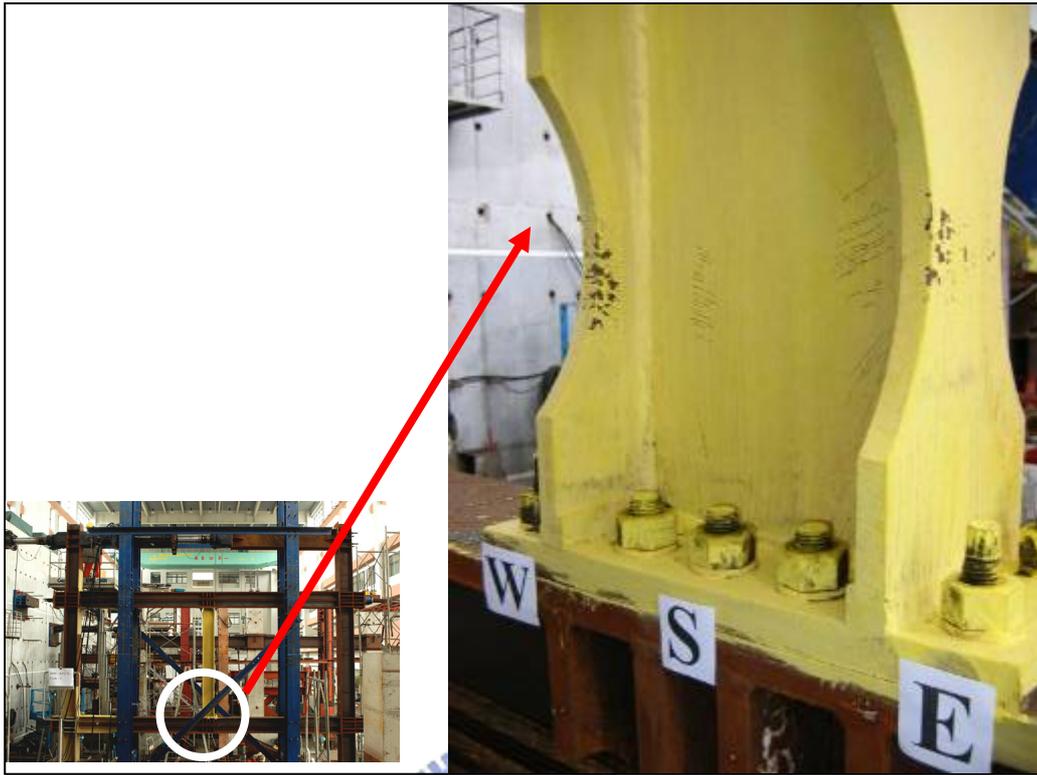
照片 3.7 試體側向束制支撐配置圖



照片 4.1 試體 P1M0 +4.0% (256 mm)之變形



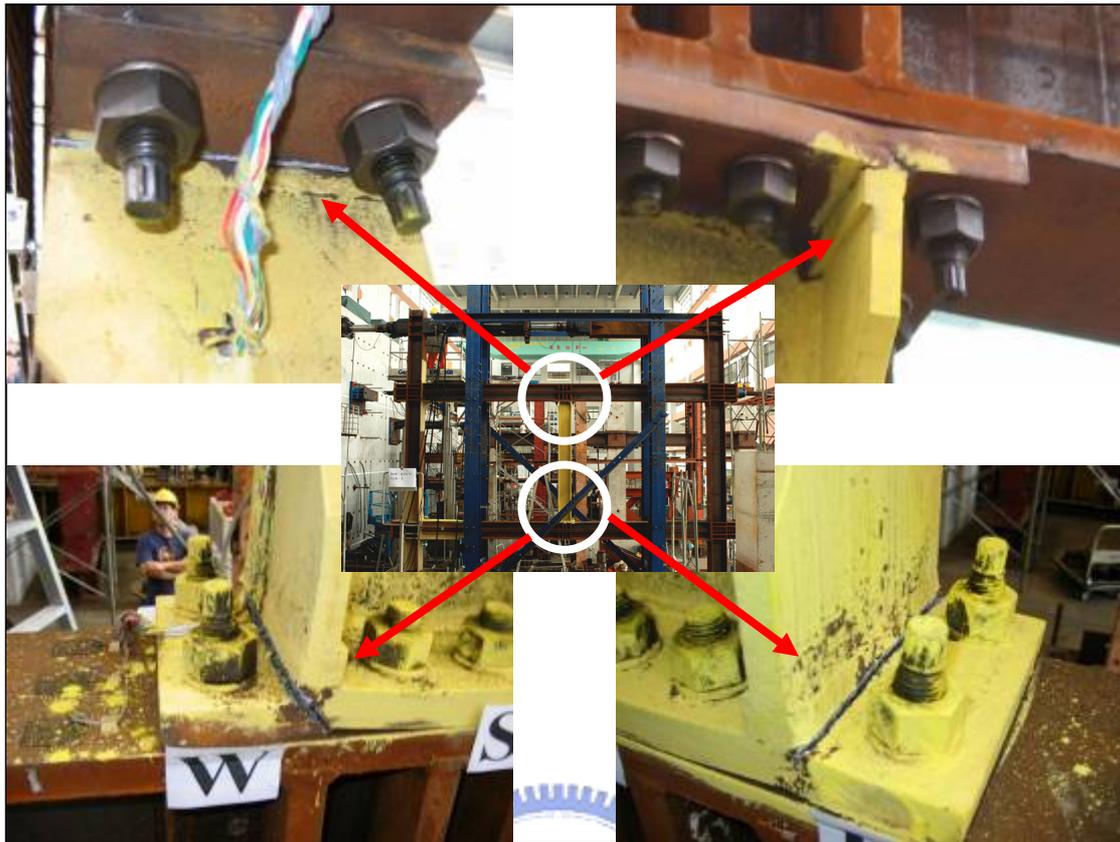
照片 4.2 試體 P1M1 +0.375% (24 mm)梁柱接合處開啟



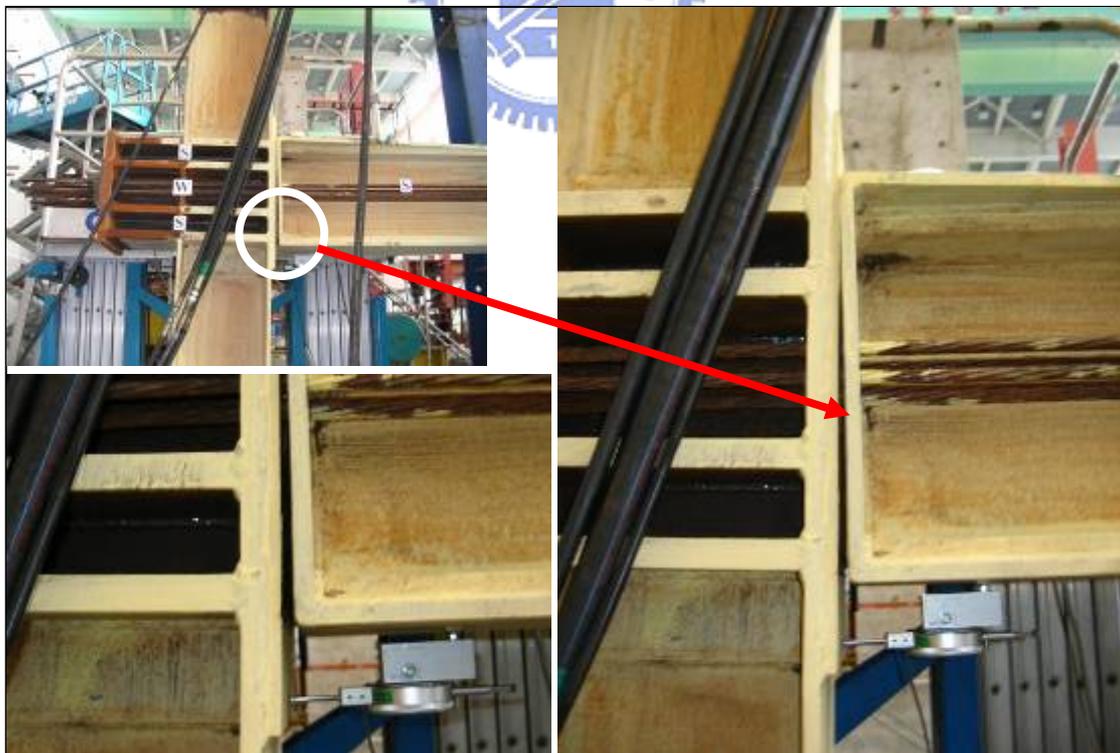
照片 4.3 試體 P1M1 消能間柱腹板與翼板的石膏剝落



照片 4.4 試體 P1M1 消能間柱翼板外與端板接合處有明顯的裂痕



照片 4.5 試體 P1M1 間柱上下端共四個角落有非常明顯的裂痕



照片 4.6 試體 P1M1 +3.0%梁柱接合面隙縫開啟狀況



照片 4.7 試體 P1M1 螺栓發生頸縮端板破裂的現象



照片 4.8 試體 P1M1 試驗停止後消能間柱降伏狀況



照片 4.9 試體 P1M2 +0.5%下梁右方梁柱接合面有明顯的開啟



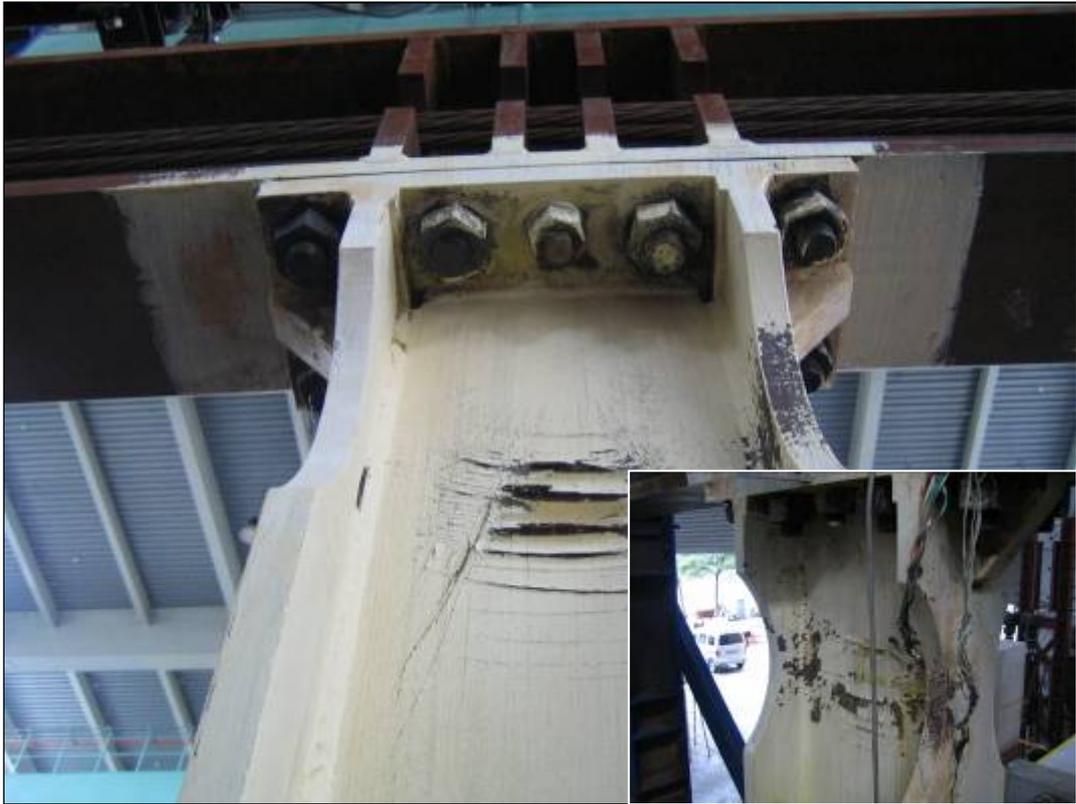
照片 4.10 試體 P1M2 +0.5%下梁左方梁柱接合面有明顯的開啟



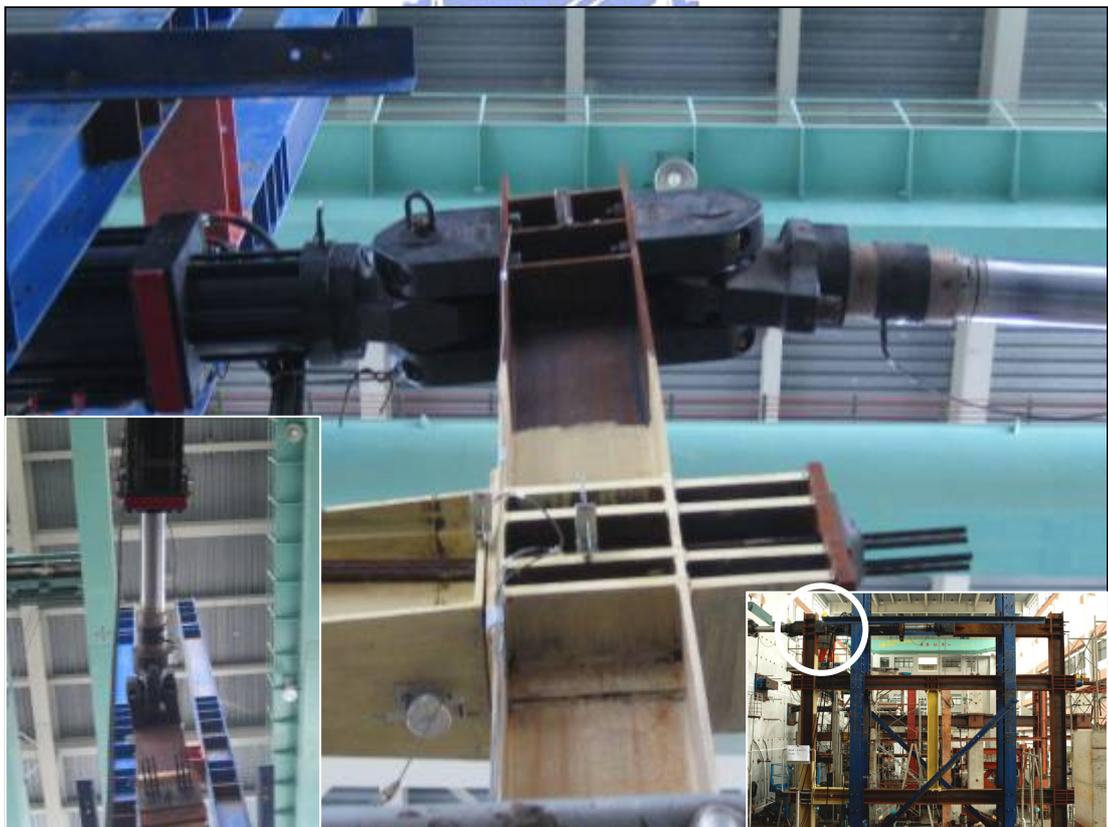
照片 4.11 試體 P1M2 消能間柱翼板開始出現降伏狀況



照片 4.12 試體 P1M2 下梁與間柱接頭處消能間柱降伏狀況



照片 4.13 試體 P1M2 上梁與間柱接頭處消能間柱降伏狀況



照片 4.14 試體 P1M2 構架施力點施力點點發生扭轉的狀況



照片 4.15 試體 P1M2 預力損失導致左右預力不同上梁面外挫屈



照片 4.16 試體 P1M2 接頭扭轉導致上梁往左方位移



照片 4.17 試體 P1M2 歷時位移-3%施力狀況



附錄 A 傾角變位法求解彎矩之過程

符號	說明
M_{AB}	AB 桿件靠 A 點之彎矩
M_{AD}	AD 桿件靠 A 點之彎矩
M_{BA}	BA 桿件靠 B 點之彎矩
M_{BE}	BE 桿件靠 B 點之彎矩
M_{DE}	DE 桿件靠 D 點之彎矩
M_{DG}	DG 桿件靠 D 點之彎矩
M_{DA}	DA 桿件靠 D 點之彎矩
M_{EB}	EB 桿件靠 E 點之彎矩
M_{ED}	ED 桿件靠 E 點之彎矩
M_{GD}	GD 桿件靠 G 點之彎矩
k_b	梁斷面勁度
k_c	柱斷面勁度
k_{sc}	間柱斷面勁度
θ_B	B 點旋轉角
θ_A	A 點旋轉角
θ_D	D 點旋轉角
θ_E	E 點旋轉角
R_1	F 點側位移
R_2	C 點側位移
V	構架側向施力大小
H	預力構架樓層高度
L_b	梁之長度
E_b	梁之楊氏係數



E_c	柱之楊氏係數
E_{sc}	間柱之楊氏係數
I_b	梁之慣性矩
I_c	柱之慣性矩
I_{sc}	間柱之慣性矩

本附錄為推導出第二章中 (2.2) 式、(2.3) 式的計算過程。藉由所擷取出來的梁柱子結構，利用傾角變位法並簡化計算如圖 2.4 所示，可以得知梁柱子構架的各點彎矩大小，如下所示：

$$M_{AB} = 2k_b(2\theta_A + \theta_B) \quad (\text{A.1})$$

$$M_{BA} = 2k_b(2\theta_B + \theta_A) \quad (\text{A.2})$$

$$M_{AD} = 2k_c(2\theta_A + \theta_D - 3R_2) \quad (\text{A.3})$$

$$M_{DA} = 2k_c(2\theta_D + \theta_A - 3R_2) \quad (\text{A.4})$$

$$M_{BE} = 2k_{sc}(2\theta_B + \theta_E - 3R_2) \quad (\text{A.5})$$

$$M_{EB} = 2k_{sc}(2\theta_E + \theta_B - 3R_2) \quad (\text{A.6})$$

$$M_{DE} = 2k_b(2\theta_D + \theta_E) \quad (\text{A.7})$$

$$M_{ED} = 2k_b(2\theta_E + \theta_D) \quad (\text{A.8})$$

$$M_{DG} = 4k_c(1.5\theta_D - 1.5R_1) \quad (\text{A.9})$$

由力學關係可以簡化 (A.9) 式成 (A.10) 式

$$M_{DG} = \frac{VH}{4} \quad (\text{A.10})$$

$$M_{GD} = 0 \quad (\text{A.11})$$

欲得知各點彎矩必須利用傾角變位法求出這 6 個自由度，分別為 θ_A (θ_C)、 θ_D 、 θ_D (θ_F)、 θ_B 、 R_1 、 R_2 8 個未知數，因此需要 6 個方程式來解答，首先為 4 個點 (A、B、D、F) 各點的彎矩總和因力學行為應為零，所以可以列出 4 個平衡方程式條件，如下式所示：

$$\sum M_A = M_{AD} + M_{AB} + \frac{VH}{4} \quad (\text{A.12})$$

$$\sum M_B = M_{BA} + M_{BE} + M_{BC} \quad (\text{A.13})$$

$$\sum M_D = M_{DA} + M_{DE} + \frac{VH}{4} \quad (\text{A.14})$$

$$\sum M_E = M_{EB} + M_{ED} + M_{EF} \quad (\text{A.15})$$

再由切開構架之自由體圖可以知兩平衡方程式條件，如圖 2.5 所示，如下式所示：

$$\sum F_X = 0 \quad (\text{A.16})$$

$$\sum F_Y = 0 \quad (\text{A.17})$$

由 (A.12) 式可以求得下列平衡方程式：

$$\sum M_A = 0$$

$$k_b(4\theta_A + 2\theta_B) + k_c(4\theta_A + 2\theta_D - 6R_2) + \frac{VH}{4} = 0 \quad (\text{A.18})$$

由 (A.13) 式可以求得下列平衡方程式：

$$\begin{aligned}\sum M_B &= 0 \\ k_b(8\theta_B + 4\theta_A) + k_{sc}(4\theta_B + 2\theta_E - 6R_2) &= 0\end{aligned}\quad (\text{A.19})$$

由 (A.14) 式可以求得下列平衡方程式：

$$\begin{aligned}\sum M_D &= 0 \\ k_c(4\theta_D + 2\theta_A - 6R_2) + k_b(4\theta_D + 2\theta_E) + \frac{VH}{4} &= 0\end{aligned}\quad (\text{A.20})$$

由 (A.15) 式可以求得下列平衡方程式：

$$\begin{aligned}\sum M_E &= 0 \\ k_{sc}(4\theta_E + 2\theta_B - 6R_2) + k_b(8\theta_E + 4\theta_D) &= 0\end{aligned}\quad (\text{A.21})$$

由 (A.16) 式可以求得下列平衡方程式：

$$\begin{aligned}\sum F_X &= 0 \\ VH &= k_c(12\theta_A + 12\theta_D - 24R_2) + k_{sc}(6\theta_B + 6\theta_E - 12R_2)\end{aligned}\quad (\text{A.22})$$

由 (A.17) 式可以求得下列平衡方程式：

$$\begin{aligned}\sum F_Y &= 0 \\ VH &= 6k_b(\theta_A + \theta_B) + 6k_b(\theta_D + \theta_E)\end{aligned}\quad (\text{A.23})$$

化簡 (A.22) 可得 R_2 的通式，如下式所示：

$$R_2 = \frac{-VH + k_c(12\theta_A + 12\theta_D) + k_{sc}(6\theta_B + 6\theta_E)}{(24k_c + 12k_{sc})} \quad (\text{A.24})$$

化簡 (A.23) 可得通式，如下式所示：

$$\theta_A + \theta_B + \theta_D + \theta_E = \frac{VH}{6k_b} \quad (\text{A.25})$$

經由 (A.20)、(A.21)、(A.22)、(A.23)、(A.24)、(A.25) 6 個通式可以得到 8 個未知數的解，由於計算過程過於複雜，所以使用 $A^* \sim Z^*$ 之英文標號來代表長串由梁斷面勁度 k_b 、柱斷面勁度 k_c 、間柱斷面勁度 k_{sc} 所構成的已知數常數，令其可帶入試算表以求符合各斷面形的計算，其中並不包含常用字母 (H^* 、 K^* 、 T^* 、 V^* 、 Y) $A^* \sim Z^*$ 各式如下所示：

$$A^* = (4k_b + 4k_c)(4k_c + 2k_{sc}) - 12k_c^2 \quad (\text{A.26})$$

$$B^* = 2k_b(4k_c + 2k_{sc}) - 6k_c k_{sc} \quad (\text{A.27})$$

$$C^* = 2k_c(4k_c + 2k_{sc}) - 12k_c^2 \quad (\text{A.28})$$

$$D^* = \frac{(2k_c + k_{sc})}{2} - k_c \quad (\text{A.29})$$

$$E^* = 4k_b(4k_c + 2k_{sc}) - 12k_c k_{sc} \quad (\text{A.30})$$

$$F^* = (8k_b + 4k_{sc})(4k_c + 2k_{sc}) - 6k_{sc}^2 \quad (\text{A.31})$$

$$G^* = 2k_{sc}(4k_c + 2k_{sc}) - 6k_{sc}^2 \quad (\text{A.32})$$

$$I^* = (-12k_c k_{sc})A^* - C^*E^* \quad (\text{A.33})$$

$$J^* = G^* A^* - (-6k_c k_{sc}) E^* \quad (\text{A.34})$$

$$L^* = k_{sc} A^* - D^* E^* \quad (\text{A.35})$$

$$M^* = F^* A^* - B^* E^* \quad (\text{A.36})$$

$$N^* = J^* (-6k_c k_{sc}) A^* - B^* C^* - B^* A^* M^* - (6k_c k_{sc}) M^* \quad (\text{A.37})$$

$$O^* = L^* [(-6k_c k_{sc}) A^* - B^* C^*] - (D^* A^* - D^* C^*) M^* \quad (\text{A.38})$$

$$P^* = (A^{*2} - C^{*2}) M^* - I^* [(-6k_c k_{sc}) A^* - B^* C^*] \quad (\text{A.39})$$

$$Q^* = M^* [E^* A^* - C^* (-12k_c k_{sc})] - I^* [G^* A^* - B^* (-12k_c k_{sc})] \quad (\text{A.40})$$

$$R^* = M^* [F^* A^* - (-6k_c k_{sc}) (-12k_c k_{sc})] - J^* [G^* A^* - B^* (-12k_c k_{sc})] \quad (\text{A.41})$$

$$S^* = M^* [k_{sc} A^* - D^* (-12k_c k_{sc})] - L^* [G^* A^* - B^* (-12k_c k_{sc})] \quad (\text{A.42})$$

$$U^* = \frac{\left[\left(\frac{O^* J^* B^*}{P^* M^*} + \frac{L^* B^*}{M^*} \right) + \left(\frac{N^* I^* X^* B^*}{P^* M^*} + \frac{J^* X^* B^*}{M^*} \right) \right] + \left(\frac{X^* N^* C^*}{P^*} - \frac{O^* C^*}{P^*} \right) + X^* (-6k_c k_{sc}) - D^*}{A^*} \quad (\text{A.43})$$

$$W^* = \left(\frac{O^*}{P^*} - X^* \frac{N^*}{P^*} \right) \quad (\text{A.44})$$

$$X^* = \frac{(S^* P^* + O^* Q^*)}{N^* Q^* + R^* P^*} \quad (\text{A.45})$$

$$Z^* = X^* \frac{N^* I^*}{P^* M^*} - \frac{O^* I^*}{P^* M^*} + X^* \frac{J^*}{M^*} - \frac{L^*}{M^*} \quad (\text{A.46})$$

由已知的材料斷面可得知斷面的勁度，梁斷面勁度 k_b 、柱斷面勁度 k_c 、間柱斷面勁度 k_{sc} 所代表式子如下式：

$$k_b = 2 \frac{E_b I_b}{L_b} \quad (\text{A.47})$$

$$k_c = \frac{E_c I_c}{H} \quad (\text{A.48})$$

$$k_{sc} = \frac{E_{sc} I_{sc}}{H} \quad (\text{A.49})$$

因此由以上式子可以求解出梁柱子構架所有自由度數值，即求解出所有未知數 θ_A (θ_C)、 θ_D 、 θ_D (θ_F)、 θ_B 、 R_1 、 R_2 如下式所示：

$$\theta_A(\theta_C) = VH(U^*) \quad (\text{A.50})$$

$$\theta_B = VH(Z^*) \quad (\text{A.51})$$

$$\theta_D(\theta_F) = VH(W^*) \quad (\text{A.52})$$

$$\theta_E = -VH(X^*) \quad (\text{A.53})$$

$$R_1 = \frac{-VH}{24k_c} + \theta_F \quad (\text{A.54})$$

$$R_2 = \frac{-VH + k_c(12\theta_A + 12\theta_D) + k_{sc}(6\theta_B + 6\theta_E)}{(24k_c + 12k_{sc})} \quad (\text{A.55})$$

經由以上的計算過程可以得到各點彎矩大小的通式。

