

國立交通大學

土木工程學系碩士班

碩士論文

挫屈連桿樓板減振系統之初步研究

A preliminary Study of Buckled Struts for

Floor Vibration Mitigation

研究生：林科良

指導教授：王彥博 博士

李建良 博士

中華民國九十五年六月

挫屈連桿樓板減振系統之初步研究

A preliminary Study of Buckled Struts for Floor Vibration Mitigation

研 究 生：林科良

Student: Ki-Liang Lin

指 導 教 授：王彥博 博士

Advisor: Dr. Yen-Po Wang

李建良 博士

Dr. Chien-Liang Lee

國立交通大學

土木工程學系碩士班

碩士論文

A Thesis

Submitted to Department of Civil Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Civil Engineering

June 2006

HsinChu, Taiwan, Republic of China.

中華民國九十五年六月

博碩士論文授權書

本授權書所授權之論文為本人在 國立交通 大學(學院) 土木 系所
結構 組 95 學年度第 二 學期取得 碩 士學位之論文。

論文名稱：挫屈連桿樓版減振系統之初步研究

指導教授：王彥博

1. 同意 不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)資料，授予行政院國家科學委員會科學技術資料中心(或改制後之機構)，得不限地域、時間與次數以微縮、光碟或數位化等各種方式重製後散布發行或上載網路。

本論文為本人向經濟部智慧財產局申請專利(未申請者本條款請不予理會)的附件之一，申請文號為：_____，註明文號者請將全文資料延後半年再公開。

2. 同意 不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)資料，授予教育部指定送繳之圖書館及國立交通大學圖書館，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，與回饋社會及學術研究之目的，教育部指定送繳之圖書館及國立交通大學圖書館得以紙本收錄、重製與利用；於著作權法合理使用範圍內，不限地域與時間，讀者得進行閱覽或列印。

本論文為本人向經濟部智慧財產局申請專利(未申請者本條款請不予理會)的附件之一，申請文號為：_____，註明文號者請將全文資料延後半年再公開。

3. 同意 不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)，授予國立交通大學與台灣聯合大學系統圖書館，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，與回饋社會及學術研究之目的，國立交通大學圖書館及台灣聯合大學系統圖書館得不限地域、時間與次數，以微縮、光碟或其他各種數位化方式將上列論文重製，並得將數位化之上列論文及論文電子檔以上載網路方式，於著作權法合理使用範圍內，讀者得進行線上檢索、閱覽、下載或列印。論文全文上載網路公開之範圍及時間 –

本校及台灣聯合大學系統區域網路： 年 月 日公開

校外網際網路： 年 月 日公開

上述授權內容均無須訂立讓與及授權契約書。依本授權之發行權為非專屬性發行權利。依本授權所為之收錄、重製、發行及學術研發利用均為無償。上述同意與不同意之欄位若未鈎選，本人同意視同授權。

研究生簽名：
(親筆正楷)

學號：9316517
(務必填寫)

日期：民國 95 年 6 月 30 日

-
1. 本授權書請以黑筆撰寫並影印裝訂於書名頁之次頁。

國家圖書館博碩士論文電子檔案上網授權書

本授權書所授權之論文為本人在國立交通大學(學院)土木系所
結構組95學年度第二學期取得碩士學位之論文。

論文名稱：挫屈連桿樓板減振系統之初步研究

指導教授：王彥博博士

同意 不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)，以非專屬、無償授權國家圖書館，不限地域、時間與次數，以微縮、光碟或其他各種數位化方式將上列論文重製，並得將數位化之上列論文及論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

上述授權內容均無須訂立讓與及授權契約書。依本授權之發行權為非專屬性發行權利。依本授權所為之收錄、重製、發行及學術研發利用均為無償。上述同意與不同意之欄位若未鈎選，本人同意視同授權。

研究生簽名：

(親筆正楷)



學號：9316517

(務必填寫)

日期：民國 95 年 6 月 30 日

-
1. 本授權書請以黑筆撰寫，並列印二份，其中一份影印裝訂於附錄三之一(博碩士論文授權書)之次頁；另一份於辦理離校時繳交給系所助理，由圖書館彙總寄交國家圖書館。

挫屈連桿樓板減振系統之初步研究

研究生：林科良

指導教授：王彥博 博士

李建良 博士

國立交通大學土木工程研究所

摘 要

科技廠房之樓板振動問題往往影響其生產良率，尤其是 TFT-LCD 廠因設備機台尺度遽增，多將廠房設計成大跨徑結構而導致樓板剛性不足，廠內自動搬運車之行止更造成樓板振動問題的惡化。儘管結構振動控制技術已趨成熟，但因樓板的振動幅度極小，習用之結構消能減震裝置並不適用。可變曲率勁度元件或稱挫屈連桿，由於其幾何非線性之結構特性，可在往復運動中產生遲滯消能行為，且在變形極小時即發揮消能作用，故被用於精密機台之減振，具備應用於廠房樓板振動控制之潛力。此外，挫屈連桿之彈性挫屈勁度隨變形而改變之特性，或有益於寬頻擾動源之減振。本研究旨在建立挫屈連桿之基本力學原理，並透過一系列的元件測試探討其遲滯消能行為。試驗結果顯示，挫屈連桿之受力-位移關係呈橢圓形之遲滯迴圈，類似黏滯阻尼器，其迴圈路徑穩定而飽滿，具備阻尼器之優異性能。本研究並根據試驗數據及系統識別技術，建立挫屈連桿之等效彈性挫屈勁度經驗公式，作為數值模擬預測之工具，以及後續應用挫屈連桿於廠房樓板減振分析之基礎。

關鍵字：高科技廠房、樓板振動控制、挫屈連桿、遲滯迴圈、系統識別技術

A preliminary Study of Buckled Struts for Floor Vibration Mitigation

Student: Ki-Liang Lin

Advisor: Dr. Yen-Po Wang

Dr. Chien-Liang Lee

Institute of Civil Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT

The production quality of hi-tech industry is often adversely affected by floor vibration problems. For the TFT-LCD industry, in particular, with drastically increased large-scale fabrication tools, most fabs consist of frame structures of large spans, which leads to insufficient rigidity of the floor as a result. The motion/braking of AGV systems cause further degradation of floor vibration problems. Despite structural vibration control technology has become matured today, the existing seismic dampers are not applicable to floor vibration with scale in micro-vibration levels. Variable curvature stiffness device, or referred to as buckled strut, may dissipate energy in a cyclic loading process due to its essence of geometric nonlinearity. Being able to dissipate energy at extremely small deformations, the buckled strut therefore is adopted for vibration control of delicate fabrication tools, and considered of high potential in the application of floor vibration control. Moreover, the characteristic of displacement-dependent elastic buckling stiffness of the buckled strut makes it advantageous in the control of vibrations due to broadband disturbing resources. The purpose of this study is to develop basic principles of the buckled struts and explore their hysteretic behavior via a series of component tests. Experimental results indicate

that the force-displacement relationship of buckled struts is in the form of ellipse, similar to that of viscous fluid damper. The hysteretic loops are stable and rich, indicating the buckled struts are qualified as dampers of excellent property. Based on the test data and system identification techniques, empirical formula of the equivalent elastic buckling stiffness of the buckled struts is derived for numerical prediction as well as the basis for analysis of fab floor vibration control using the buckled struts.

Keywords: hi-tech industry, floor vibration control, buckled struts, hysteretic loops, system identification techniques



誌 謝

感謝恩師 王彥博教授二年來循序漸進的悉心指導，使學生無論在研究上或待人處事上均有深刻的體驗，且吾師認真、嚴謹的治學態度，實為學術研究之典範，令學生欽佩。另外，在論文的完成過程中，吾師亦常適時糾正方向，並提供許多新穎的觀念，增加學生思考的空間，在此致上最誠摯的謝意。

論文口試其間，承蒙高雄第一科技大學營建工程系 盧煉元教授、崑山科技大學空間設計系 黃武龍博士、交通大學土木系 洪士林教授、陳誠直教授、淡江大學土木系 吳重成教授撥冗指正，並提供寶貴的意見，使得論文的疏漏處得以改進，學生亦十分感激。

此外，感謝丫良、嘉賞、逸軒、鈺文、連杰、銘峰、明坤學長，同學恩杰、尚諺、怡婷，學弟欣晏、志軒、俊成對於研究實驗與功課上的協助，使得許多困難得以解決。

最後，僅以本文獻給在背後關心和支持我的家人，使得論文得以順利完成。

目 錄

摘 要	I
ABSTRACT	II
誌 謝	IV
目 錄	V
表 目 錄	VII
圖 目 錄	VIII
第一章 緒論	1
1.1 研究動機與目的	1
1.2 文獻回顧	3
1.3 研究方向	6
1.4 論文架構	7
第二章 挫屈連桿之相關理論分析模式	12
2.1 遲滯迴圈之理論模擬	12
2.2 挫屈連桿理論彈性勁度之推導	17
2.3 系統識別迴歸分析	23
2.4 利用 Green 定理計算遲滯迴圈之消能面積	28
第三章 元件製作與試驗規畫	30

3.1 元件製作.....	30
3.2 實驗設備.....	36
3.3 試驗資料處理與分析	37
3.3.1 遲滯迴圈之 K' 、 K'' 、 η 分析	37
3.3.2 分析結果	38
第四章、迴歸非線性公式與預測	153
4.1 等效挫屈彈性勁度之經驗公式	153
4.2 耗損因子 η 的迴歸公式	159
4.3 遲滯迴圈彈性儲存勁度 K' 的預測.....	175
4.4 迴歸預測與實驗遲滯面積比較	185
第五章 結論與建議	192
參考文獻	194
附錄一	198
附錄二	199

表 目 錄

表 3.1 挫屈連桿元件測試之試體規格表	32
表 3.2 t4A490 實驗 K' 、 K'' 、 η	112
表 3.3 t4B485 實驗 K' 、 K'' 、 η	113
表 3.4 t4C480 實驗 K' 、 K'' 、 η	114
表 3.5-1 t5A490 實驗 K' 、 K'' 、 η	115
表 3.5-2 t5A490 實驗 K' 、 K'' 、 η	116
表 3.6 t5B485 實驗 K' 、 K'' 、 η	117
表 3.6 t5B485 實驗 K' 、 K'' 、 η	118
表 3.7 t6A490 實驗 K' 、 K'' 、 η	119
表 3.9 t6B485 實驗 K' 、 K'' 、 η	120
表 3.10 t6C480 實驗 K' 、 K'' 、 η	121
表 4.1 $q_0 = 0.3475$ ，彈性 K 的迴歸公式之 α 與 β 參數	156
表 4.2 $q_0 = 0.4262$ ，彈性 K 的迴歸公式之 α 與 β 參數	156
表 4.3 $q_0 = 0.4929$ ，彈性 K 的迴歸公式之 α 與 β 參數	157
表 4.4 經由各組實驗數據迴歸耗損因子 η 公式之 a 與 b 參數	162
表 4.5 經由各組實驗數據迴歸彈性儲存勁度 K' 公式之 A 與 B 參數	178
表 4.6 t4A490 迴歸預測與實驗之遲滯消能面積比較	187

圖目錄

圖 1.1	一般的傳遞函數 (transfer function)	8
圖 1.2	尤拉彈簧垂直減振平台 (Euler spring vertical isolation stage)	8
圖 1.3	Virgin 等人之實驗裝置照片	9
圖 1.4	Virgin 等人之實驗結果之 (1)	9
圖 1.5	Virgin 等人之實驗結果 (2)	10
圖 1.6	一端固定與一端可滑動之挫屈柱示意圖	10
圖 1.7	自動調諧振動阻尼器	10
圖 1.8	t1B485 試體擾動頻率為 2Hz 振幅為 10mm 之遲滯迴圈	11
圖 2.1	橢圓形遲滯迴圈	16
圖 2.2	挫屈連桿之變形示意圖	22
圖 2.3	不同初始端點弦切角 q_0 之 P-u 曲線圖	22
圖 3.1a	t4A490 試體之設計詳圖	33
圖 3.1b	t4B485 試體之設計詳圖	33
圖 3.1c	t4C480 試體之設計詳圖	33
圖 3.2a	t5A490 試體之設計詳圖	34
圖 3.2b	t5B485 試體之設計詳圖	34
圖 3.2c	t5C480 試體之設計詳圖	34
圖 3.3a	t6A490 試體之設計詳圖	35

圖 3.3b	t6B485 試體之設計詳圖.....	35
圖 3.3c	t6C480 試體之設計詳圖.....	35
圖 3.4	反力座之設計詳圖	40
圖 3.5	前端板之設計詳圖	41
圖 3.6	後端板之設計詳圖	41
圖 3.7	夾具之設計詳圖	42
圖 3.8	調整墊片之設計詳圖	42
圖 3.9	試體固定夾具	43
圖 3.10	挫屈連桿試體及夾具	43
圖 3.11	間隙調整片	43
圖 3.12	1.5t 油壓致動器	44
圖 3.13	MTS 407 控制器	44
圖 3.14	力規 (loadcell)	45
圖 3.15	famos 訊號顯示與分析軟體.....	45
圖 3.16a	IMC 資料擷取系統	46
圖 3.17	挫屈連桿測試構架	47
圖 3.18	間隙調整墊片	47
圖 3.19a	試體斷裂照片	48
圖 3.19b	試體斷裂照片	48

圖 3.19c	試體斷裂照片	48
圖 3.20a	t4A490 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	49
圖 3.20b	t4A490 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	50
圖 3.20c	t4A490 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	51
圖 3.20d	t4A490 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	52
圖 3.20e	t4A490 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	53
圖 3.20f	t4A490 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	54
圖 3.21a	t4B485 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	55
圖 3.21b	t4B485 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	56
圖 3.21c	t4B485 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	57
圖 3.21d	t4B485 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	58
圖 3.21e	t4B485 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	59
圖 3.21f	t4B485 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	60
圖 3.22a	t4C480 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	61
圖 3.22b	t4C480 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	62
圖 3.22c	t4C480 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	63
圖 3.22d	t4C480 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	64
圖 3.22e	t4C480 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	65
圖 3.22f	t4C480 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	66

圖 3.23a	t5A490 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	67
圖 3.23b	t5A490 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	68
圖 3.23c	t5A490 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	69
圖 3.23d	t5A490 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	70
圖 3.23e	t5A490 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	71
圖 3.23f	t5A490 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	72
圖 3.23g	t5A490 試體擾動頻率 3.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	73
圖 3.23h	t5A490 試體擾動頻率 4.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	74
圖 3.23i	t5A490 試體擾動頻率 4.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	75
圖 3.23j	t5A490 試體擾動頻率 5.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	76
圖 3.23k	t5A490 試體擾動頻率 6.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	77
圖 3.23l	t5A490 試體擾動頻率 7.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	78
圖 3.23m	t5A490 試體擾動頻率 8.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	79
圖 3.23n	t5A490 試體擾動頻率 9.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	80
圖 3.23o	t5A490 試體擾動頻率 10.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	81
圖 3.23p	t5A490 試體擾動頻率 15.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	81
圖 3.24a	t5B485 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	82
圖 3.24b	t5B485 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	83
圖 3.24c	t5B485 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	84

圖 3.24d	t5B485 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	85
圖 3.24e	t5B485 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	86
圖 3.24f	t5B485 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	87
圖 3.25a	t5C480 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	88
圖 3.25b	t5C480 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	89
圖 3.25c	t5C480 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	90
圖 3.25c	t5C480 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	91
圖 3.25d	t5C485 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	92
圖 3.25f	t5C485 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	93
圖 3.26a	t6A490 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	94
圖 3.26b	t6A490 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	95
圖 3.26b	t6A490 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	96
圖 3.26c	t6A490 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	97
圖 3.26e	t6A490 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	98
圖 3.26f	t6A490 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	99
圖 3.27a	t6B485 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	100
圖 3.27b	t6B485 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	101
圖 3.27c	t6B485 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	102
圖 3.27d	t6B485 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	103

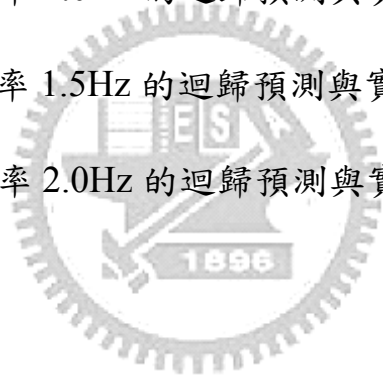
圖 3.27e	t6B485 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	104
圖 3.28a	t6C480 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	105
圖 3.28b	t6C480 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	106
圖 3.28c	t6C480 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	107
圖 3.28d	t6C480 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	108
圖 3.28e	t6C480 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈	109
圖 3.28f	t6C480 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈	110
圖 3.28g	t5A490 試體擾動頻率 8.0Hz 振幅 3mm 力量歷時圖	111
圖 3.28h	t5A490 試體擾動頻率 8.0Hz 振幅 3mm 斷裂前後遲滯迴圈	111
圖 3.29-1	t4A490 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	122
圖 3.29-2	t4A490 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	123
圖 3.30-1	t4B485 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	124
圖 3.30-2	t4B485 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	125
圖 3.31-1	t4C480 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	126
圖 3.31-2	t4C480 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	127
圖 3.32-1	t5A490 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	128
圖 3.32-2	t5A490 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	129
圖 3.32-3	t5A490 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	130
圖 3.32-4	t5A490 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	131

圖 3.33-1	t5B485	K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	132
圖 3.33-2	t5B485	K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	133
圖 3.34-1	t5C480	K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	134
圖 3.34-2	t5C480	K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	135
圖 3.35-1	t6A490	K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	136
圖 3.35-2	t6A490	K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	137
圖 3.36-1	t6B485	K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	138
圖 3.36-2	t6B485	K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	139
圖 3.37-1	t6C480	K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	140
圖 3.37-2	t6C480	K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖	141
圖 3.38	t4A490	η 與頻率 f 的關係圖	142
圖 3.39	t4B485	η 與頻率 f 的關係圖	142
圖 3.40	t4C480	η 與頻率 f 的關係圖	143
圖 3.41	t5A490	η 與頻率 f 的關係圖	143
圖 3.42	t5B485	實驗 $\eta-f$ 之關係圖	144
圖 3.43	t5C480	實驗 $\eta-f$ 之關係圖	144
圖 3.43	t6A490	η 與頻率 f 的關係圖	145
圖 3.44	t6B485	η 與頻率 f 的關係圖	145
圖 3.45	t6C480	η 與頻率 f 的關係圖	146

圖 3.46	t4A490 K' 與頻率 f 的關係圖	147
圖 3.47	t4B485 K' 與頻率 f 的關係圖	147
圖 3.48	t4C480 K' 與頻率 f 的關係圖	148
圖 3.49	t5A490 K' 與頻率 f 的關係圖	149
圖 3.50	t5B485 K' 與頻率 f 的關係圖	149
圖 3.51	t5C480 K' 與頻率 f 的關係圖	150
圖 3.52	t6A490 K' 與頻率 f 的關係圖	151
圖 3.53	t6B485 K' 與頻率 f 的關係圖	151
圖 3.54	t6C480 K' 與頻率 f 的關係圖	152
圖 4.1	$q_0 = 0.3475$ 時理論與預測 $P-u$ 關係圖比較	158
圖 4.2	$q_0 = 0.3475$ 時迴歸次數與迴歸參數關係圖	158
圖 4.3a	t5A490 以振幅為 1mm, 施予不同頻寬所得 $\eta-f$ 關係圖	163
圖 4.3b	t5A490 以振幅為 1mm, 施予不同頻寬所得 $ \eta -f$ 關係圖與相位圖	163
圖 4.4a	t5A490 以振幅為 2mm, 施予不同頻寬所得 $\eta-f$ 關係圖	164
圖 4.4a	t5A490 以振幅為 2mm, 施予不同頻寬所得 $ \eta -f$ 關係圖與相位圖	164
圖 4.5a	t5A490 以振幅為 3mm, 施予不同頻寬所得 $\eta-f$ 關係圖	165
圖 4.5b	t5A490 以振幅為 3mm, 施予不同頻寬所得 $ \eta -f$ 關係圖與相位圖	165

圖 4.6a	一般 \tan 函數.....	166
圖 4.6b	\tan 函數取絕對值後的曲線	166
圖 4.7a	t5A490 擾動頻率 3Hz 振幅 3mm 之遲滯迴圈	167
圖 4.7b	t5A490 擾動頻率 4Hz 振幅 3mm 之遲滯迴圈	167
圖 4.7c	t5A490 振幅 3mm 擾動頻率為 1Hz 至 5Hz 之遲滯迴圈.....	168
圖 4.8a	t4A490 之預測 $\bar{\eta}-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較.....	169
圖 4.8b	t4B485 之預測 $\bar{\eta}-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較.....	169
圖 4.8c	t4C480 之預測 $\bar{\eta}-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較.....	170
圖 4.9a	t5A490 之預測 $\bar{\eta}-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較.....	171
圖 4.9b	t5B485 之預測 $\bar{\eta}-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較.....	171
圖 4.9c	t5C480 之預測 $\bar{\eta}-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較.....	172
圖 4.10a	t6A490 之預測 $\bar{\eta}-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較.....	173
圖 4.10b	t6B485 之預測 $\bar{\eta}-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較.....	173
圖 4.10c	t4A490 之預測 $\bar{\eta}-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較.....	174
圖 4.11a	t5A490 $K'-f$ 關係圖	177
圖 4.11b	t5A490 $ K' -f$ 關係圖.....	177
圖 4.12a	t4A490 預測與實驗之 $K'-f$ 曲線比較.....	179
圖 4.12b	t4B485 預測與實驗之 $K'-f$ 曲線比較.....	179
圖 4.12c	t4C485 預測與實驗之 $K'-f$ 曲線比較.....	180

圖 4.13a	t5A490 預測與實驗之 $K' - f$ 曲線比較.....	181
圖 4.13b	t5B485 預測與實驗之 $K' - f$ 曲線比較.....	181
圖 4.13c	t5C480 預測與實驗之 $K' - f$ 曲線比較.....	182
圖 4.14a	t6A490 預測與實驗之 $K' - f$ 曲線比較.....	183
圖 4.14b	t6B485 預測與實驗之 $K' - f$ 曲線比較.....	183
圖 4.14c	t4A490 預測與實驗之 $K' - f$ 曲線比較.....	184
圖 4.15a	t4A490 擾動頻率 0.5Hz 的迴歸預測與實驗遲滯迴圈比較.....	188
圖 4.15b	t4A490 擾動頻率 1.0Hz 的迴歸預測與實驗遲滯迴圈比較.....	189
圖 4.15c	t4A490 擾動頻率 1.5Hz 的迴歸預測與實驗遲滯迴圈比較.....	190
圖 4.15d	t4A490 擾動頻率 2.0Hz 的迴歸預測與實驗遲滯迴圈比較.....	191



第一章 緒論

1.1 研究動機與目的

高科技廠房微振動問題

在邁向奈米技術新紀元的過程中，舉凡半導體、電子資訊、生醫科技、光電及通訊等高科技產業，均致力於謀求更先進的自動化機具與大量引用自動化作業流程之設計，例如使用更高階的精密製程機具（儀器）與自動化物料搬運系統(Automatic Material Handling System；AMHS)，俾便提高工廠的競爭力、生產效率與良率及降低人力作業的危險性。

然而，愈是高階精密製程的儀器設備，對於生產環境的要求亦更為嚴苛，例如潔淨度、濕度、溫度、噪音與微振動【1】等，若生產環境有問題往往會嚴重影響生產的進度與產品的良率，例如：大尺寸玻璃面板（TFT-LCD）的自動搬運車（Automated Guided vehicle；AGV）、軌道搬運車（Rail Guided Vehicle；RGV）因車輛體積與載重大，加上光電廠房之跨度較大，使得車輛於運載過程中引起樓板過大之振動量，進而影響運行路線附近之精密製程或量測機台的正常運作。此外，廠房因鄰近之工地施工、車輛往來及高速鐵路經過等外在擾動，亦可能引起廠房之微振動【2】。

有鑑於此，如何運用結構振動控制技術，減緩自動搬運車運行所引起之樓板振動，已成為高科技廠房亟須面對的重要議題。一般而言，要進

行微振動的改善，必須先瞭解樓板之振動量大小及擾動源特性，這可透過微振動現地量測【4】配合訊號處理與分析技術【5】求得。充分掌握樓板之振動特性後，方能提出相關改善措施【6】，例如進行樓板之加勁補強、加裝消能減振元件、擾動源隔離或針對廠房整體的配置進行改善等。

研究動機與目的

高科技廠房之微振動經年累月長時間存在，若因微振動的問題而迫使研發成果無法精進或製程良率無法提高，除了會造成鉅額損失外，亦無法確保技術領先的地位。本研究擬針對可變勁度元件（variable curvature stiffness device）【7~16】或稱為挫屈連桿（buckled struts）應用於樓板減振的可行性進行評估，其非線性結構行為具有遲滯消能效果，可於元件往復運動的過程中消散結構振動的能量，進而降低結構的振動反應。

1.2 文獻回顧

對於一個承受軸向力(axially loaded)的二力桿件而言，挫屈(buckling)為一種不穩定或應避免的結構行為，因挫屈的發生會將使得構材尚未達到其極限強度之前，其彈性勁度(storage stiffness)即迅速衰減，導致側向變形加劇之不穩定現象，無法再承受既有的軸壓力，進而造成構件的損壞或承載結構的崩塌。然而，若經由適當之設計，將挫屈連桿之變形限制在合理的範圍內，使其在往復性載重過程中，非但不產生破壞，且可作為調頻或消能減振的控制元件。茲將有關挫屈連桿的研究與應用說明如下：

被動控制於垂直向減振之應用

於某些具有懸吊恆載系統(suspending constant load system)的工作環境下，微小且高頻之垂直向振動問題，遠比水平振動的影響來得重要(如圖 1.1)，因懸吊恆載系統除了受到垂直向擾動外，同時也受重力的作用，使得垂直振動的情形加劇或持續，可能引起支撐系統的疲勞損傷，造成設備意外掉落。Winterflood 等人【7~11】即使用彈性挫屈(elastic buckling)的 Euler 柱作為垂直減振裝置，以減緩垂直振動的問題。此外，並更進一步著手設計一種減振平臺(Euler spring vertical isolation stage)(圖 1.2)，該平臺係由兩端束制固定(clamped)之彈性挫屈柱所支撐，其功用可視為尤拉彈簧(Euler spring)。其試驗結果顯示，彈性挫屈裝置具有高效能的減振效果，遠比一般機械式彈簧系統更適合用於懸吊載重系統之減振。

Virgin 等人【12】則以二根相互平行且兩端均為鉸接之挫屈柱支撐一重約 24N 的質塊，並於基座施加一可調整頻率之垂直諧和擾動（圖 1.3），以測試其隔（減）振效率。其結果顯示，於振幅 3mm 之擾動下，擾動頻率愈高，振動反應之功率譜密度（power spectral density, PSD）愈小（圖 1.4），此一結果也印證 Winterflood 等人【7,8】之研究結果，提到於某些較為敏感的作業環境下，使用 Euler spring 可隔絕高頻擾動源對於振動系統之影響。此外由位移歷時圖（圖 1.5）最後靜止狀態可知 Euler spring 亦具有消能特性。文中最後並建議，試驗所採用之邊界條件為理想狀態的簡支梁（simply-supported boundary condition）型式，惟此種邊界條件的實現與維持相對而言較為困難，實務應用上仍以兩端束制（clamped ends）的型式較為可行。

Plaut 等人【13】延續 Virgin 等人之研究，將柱兩端改為束制固定之邊界條件，並探討影響傳遞率（transmissibility, TR）之主要參數，包括系統與柱本身的阻尼（external and internal damping）、柱本身的勁度、所支撐之載重（supported weight）及柱之初始屈率（initial curvature）等。

Ji 和 Hansen【14】則將其邊界條件設定為一端固定，另一端為滑動（sliding）型式，滑動端可藉由控制摩擦力的大小調整系統之阻尼。（圖 1.6）

主動控制在垂直應用方面

除了上述被動控制之應用與研究外，Bonello 等人【15】則進行自適應調諧振動阻尼器（An adaptive tuned vibration absorber, ATVA）（圖 1.7）之研究，其主要構件為壓電致動器（Piezo-actuators）與挫屈連桿所組成之可變勁

度元件 (variable stiffness element ,curved beam) ，運作時可調節 ATVA 之勁度，以改變系統之振動頻率，解決調頻不精確 mistuning 的問題，使得 ATVA 可控制的頻寬範圍更廣，減振性能亦可提昇。

Zuo 等人【16】則針對高科技製造業所面臨之精密儀器定位 (precision positioning) 與機台減振等問題進行改善，該研究設計一同時具備定位與減振功能的機具，其主要控制元件與 ATVA 差異不大，惟針對定位問題則提出採用前饋 (feed forward) 與回饋 (feedback) 之控制技術。

小結

上述文獻內容顯示，挫屈連桿具有減振作用，其軸力與軸向變形呈幾何非線性關係，因此具備消能特性。由於挫屈連桿在變形很小時即可發揮作用，因此有利於樓板之振動控制，而其勁度(頻率)隨變形量改變之特性，將有益於寬頻擾動源之減振。國內目前尚無針對挫屈連桿應用於高科技廠房樓板振動控制之可行性研究，值得吾人探討。因此，本文擬針對挫屈連桿之力學特性進行評估，以作為後續應用挫屈連桿於廠房樓板減振的先期研究基礎。

1.3 研究方向

挫屈連桿 (buckled struts) 或稱可變曲率勁度元件 (variable curvature stiffness device)，近年來在國外已有應用於機台減振或懸吊恆載系統減振之實例，證明該系統具備良好的減振效果，惟上述文獻只評估其減振效果，並未針對挫屈連桿之遲滯消能行為作深入探討。此外，由圖 1.4 與圖 1.5 可知，Euler spring 具有消能行為，吾人亦從測試一試體編號為 t1B485 之遲滯迴圈(圖 1.7)可知；該試體寬 30mm，厚 1mm，擾動頻率為 2Hz，振幅 10mm，其測試過程之材料應力及應變關係遵守虎克定律，在比例限度之內，屬於彈性挫屈行為 (詳附錄一)。

本文研究之方向如下：

1. 本研究將製作三組不同厚度及三組不同曲率半徑之可變勁度元件試體，俾便進行元件測試以瞭解該系統之遲滯消能行為，以掌握該系統之動力特性與設計參數。
2. 吾人將發展一套系統識別的技術，以作為經驗公式迴歸分析之工具，並求出遲滯迴圈之控制參數，以利吾人進行數值模擬分析。
3. 利用 Green 定理計算挫屈連桿之遲滯消能面積。

1.4 論文架構

本文共分五章，各章之內容敘述如下：

第一章為緒論、主要說明本文之研究方向、論文架構及進行文獻回顧，探討目前樓板減振的方式，並瞭解挫屈連桿 (buckled struts) 應用於振動控制之成效。本系列研究之宗旨在於探討挫屈連桿應用於高科技廠房樓板減振之可行性，初期將先探討挫屈連桿的遲滯消能行為及其分析模型之建立。

第二章係有關挫屈連桿基本理論之推導，俾便吾人進一步瞭解挫屈連桿之遲滯消能行為。第 2.2 節應用黏彈性阻尼 (viscoelastic damper) 之橢圓遲滯模型於挫屈連桿之分析，因挫屈連桿之測試結果顯示其遲滯迴圈近似橢圓，且隨擾動頻率之不同，其消能面積亦隨之而變化。第 2.3 小節則根據文獻【17】建立挫屈連桿在單調 (monotonic) 載重條件下之等效挫屈彈性變形函數，以作為系統識別與解析預測之基礎。

第三章介紹實驗規劃與初步試驗之分析結果。在實驗規劃方面，為討論初始曲率與斷面尺寸對挫屈連桿的影響，本研究共規劃九組試體，並經由初步之實驗數據推算彈性儲存勁度 K' (elastic storage stiffness)、損失勁度 K'' (loss stiffness) 及代表遲滯消散能力的耗損因子 η (loss factor)。

第四章為系統識別與解析預測 (Analytical Prediction)。本章利用推測—適應過濾 (stochastic adaptive filtering) 之觀念發展系統識別技術，可藉以迴歸挫屈連桿遲滯迴圈模型的參數。

第五章為結論與建議，主要針對本文之試驗與理論分析結果，提出未來可持續進行研究之方向。

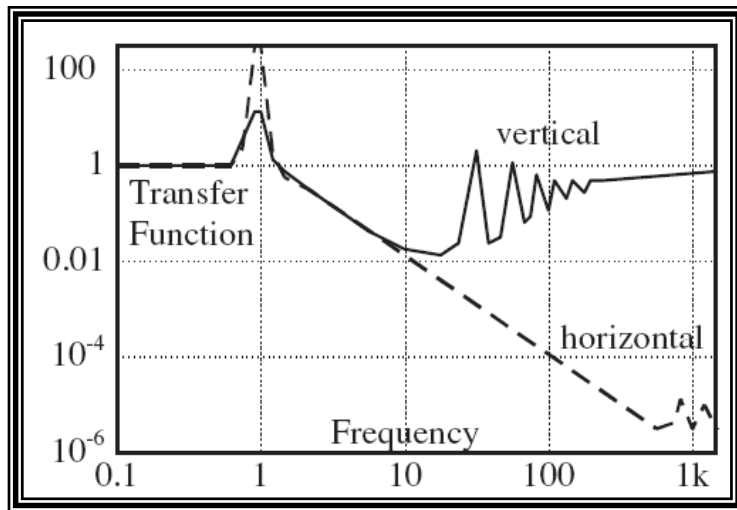


圖 1.1 一般的傳遞函數 (transfer function) 【7】

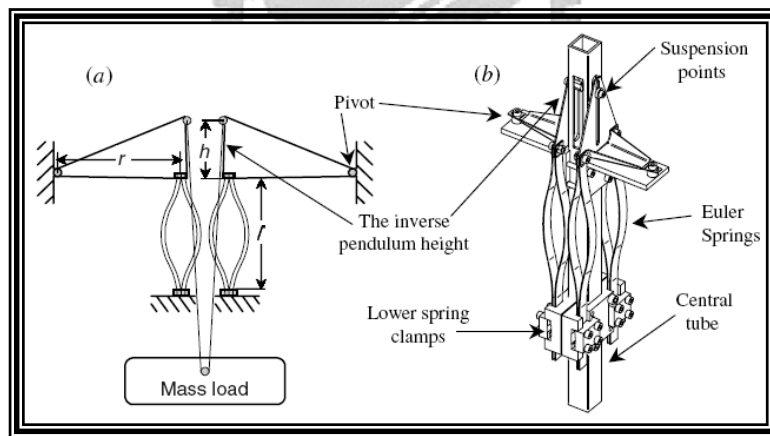


圖 1.2 尤拉彈簧垂直減振平台 (Euler spring vertical isolation stage) 【7】

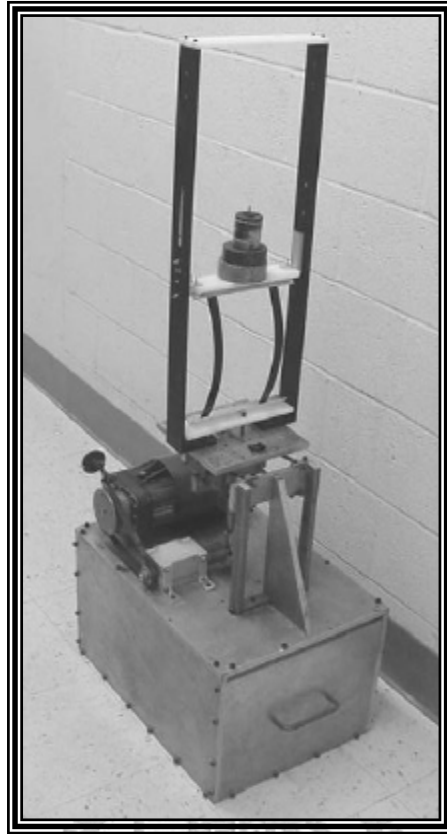


圖 1.3 Virgin 等人之實驗裝置照片【12】

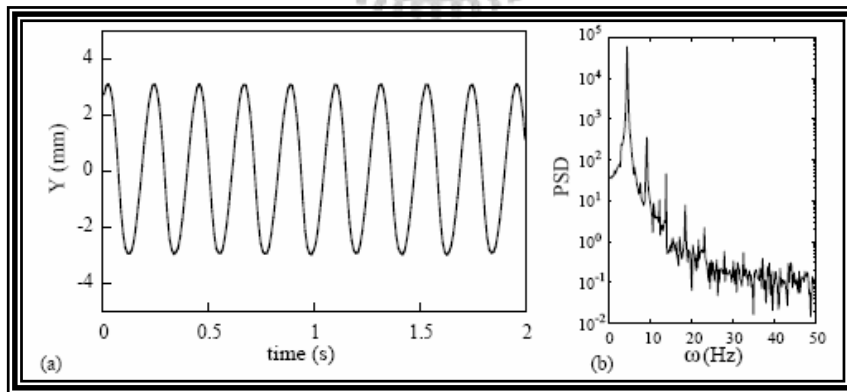


圖 1.4 Virgin 等人之實驗結果之 (1)【12】

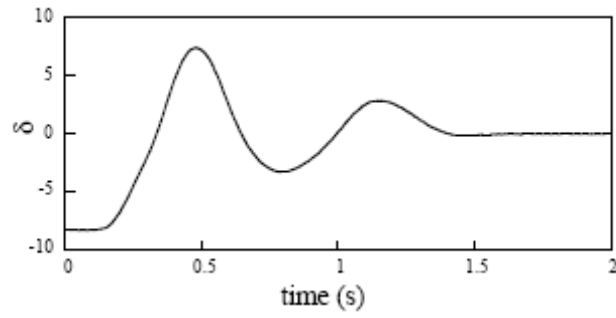


圖 1.5 Virgin 等人之實驗結果 (2) 【12】

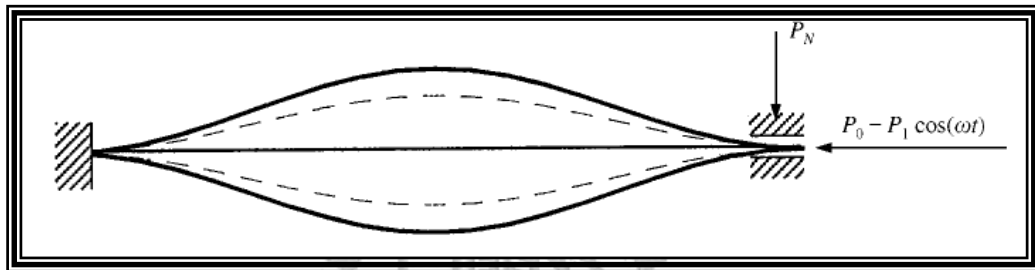


圖 1.6 一端固定與一端可滑動之挫屈柱示意圖 【14】

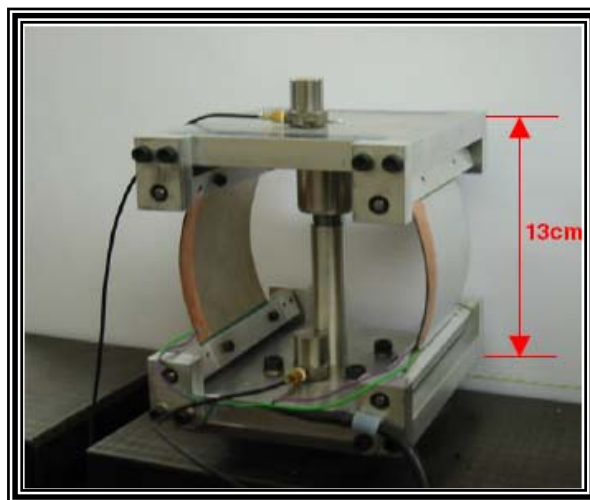


圖 1.7 自動調諧振動阻尼器 【15】

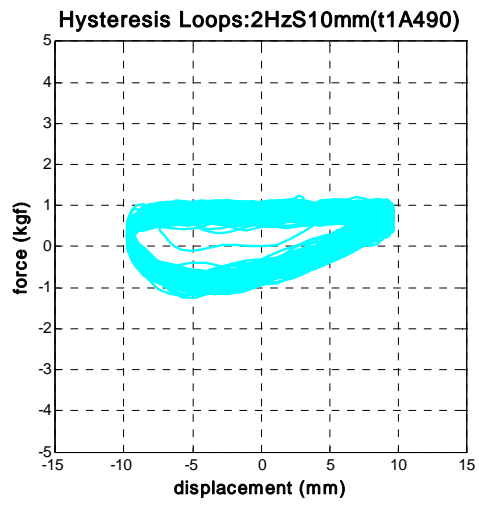


圖 1.8 t1B485 試體擾動頻率為 2Hz 振幅為 10mm 之遲滯迴圈



第二章 挫屈連桿之相關理論分析模式

2.1 遲滯迴圈之理論模擬

由本研究進行之元件試驗(詳第三章)結果可知,挫屈連桿之遲滯迴圈近似橢圓,且其消能面積與擾動頻率有關。茲假設致動器之位移函數, $u(t)$, 與力規 (loadcell) 之受力函數, $P(t)$, 分別表示如下:

$$u(t) = u_0 \sin \omega t, \quad P(t) = P_0 \sin(\omega t + \delta) \quad (2.1)$$

其中, u_0 為最大位移振幅; P_0 為挫屈連桿於簡諧位移擾動下所測得之最大反力; ω 為擾動角頻率; δ 為相位差 (phase lag), 其中 δ 亦為擾動頻率 ω 的函數。

吾人可進一步推導位移與力量之關係如下:

$$\begin{aligned} P(t) &= P_0 \sin(\omega t + \delta) \\ &= P_0 (\sin \omega t \cos \delta + \cos \omega t \sin \delta) \\ &= u_0 \left(\frac{P_0}{u_0} \sin \omega t \cos \delta + \frac{P_0}{u_0} \cos \omega t \sin \delta \right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

令 $K' = \frac{P_0}{u_0} \cos \delta$, $K'' = \frac{P_0}{u_0} \sin \delta$, 則式 (2.2) 可改寫如下:

$$\begin{aligned} P(t) &= u_0 (K' \sin \omega t + K'' \cos \omega t) \\ &= K' u(t) + K'' u_0 \cos \omega t \end{aligned} \quad (2.3)$$

由式(2.3)可得

$$\cos \omega t = \frac{P(t) - K'u(t)}{K''u_0} \quad (2.4)$$

由於

$$\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1 \quad (2.5)$$

因此由式(2.1)及式(2.4)可得

$$\therefore \left(\frac{u(t)}{u_0} \right)^2 + \left(\frac{P(t) - K'u(t)}{K''u_0} \right)^2 = 1 \quad (2.6)$$

或經化簡可得

$$P(t) = K'u(t) \pm K''(u_0^2 - u^2(t))^{1/2} \quad (2.7)$$

式(2.6)即為 $P-u$ 座標平面上橢圓方程式。若定義 $K'(\omega)$ 為挫屈連桿之彈性儲存勁度 (elastic storage stiffness)， $K''(\omega)$ 為損失勁度 (loss stiffness)，則用以反應挫屈連桿之遲滯消散特性之耗損因子 (loss factor) η ，可定義如下：

$$\eta(\omega) = \frac{K''(\omega)}{K'(\omega)} = \tan \delta(\omega) \quad (2.8)$$

此外，力與位移之遲滯迴圈所圍之面積，即為挫屈連桿經歷一個拉壓週期循環後所消耗之能量可計算如下：

$$\begin{aligned} E_H &= \int P(t) du = \int_0^{2\pi/\omega} P(t) \dot{u}(t) dt \\ &= \int_0^{2\pi/\omega} u_0^2 \omega \cos \omega t [K'(\omega) \sin \omega t + K''(\omega) \cos \omega t] dt \\ &= \pi u_0^2 K''(\omega) \end{aligned} \quad (2.9)$$

若使用複數的形式分析，式(2.1)可進一步改寫如下：

$$u(t) = u_0 e^{i\omega t}, \quad P(t) = P_0 e^{i(\omega t + \delta)} \quad (2.10)$$

$$P(t) = K^*(\omega) u(t) \quad (2.11)$$

其中， $K(\omega)^*$ 定義為複數彈性勁度（complex elastic stiffness）：

$$\begin{aligned} K^*(\omega) &= \frac{P(t)}{u(t)} = \frac{P_0}{u_0} e^{i\delta} = K'(\omega) + iK''(\omega) \\ &= K'(\omega)(1 + i\eta) \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$|K^*(\omega)| = \frac{P_0}{u_0} = [K'^2(\omega) + K''^2(\omega)]^{1/2} \quad (2.13)$$

由上述推導可知，挫屈連桿於簡諧位移擾動下，其遲滯消能行為可由 $K'(\omega)$ 、 $K''(\omega)$ ，或 $K^*(\omega)$ 及 η 決定。

根據式 (2.7) 所建立之橢圓遲滯迴圈模型，如圖 2.1 所示。為便於利用迴歸分析識別 $K'(\omega)$ 、 $K''(\omega)$ 或 η ，吾人亦標示橢圓與座標軸相交或相切之點位，如圖 2.1 所示之 A_1 至 A_8 ，其中， A_1 與 A_5 代表當簡諧位移擾動達最大位移， $u(t) = u_0$ ，時其所對應之力為， $A_1 = K'(\omega)u_0$ ， $A_5 = -K'(\omega)u_0$ 。

由於挫屈連桿之遲滯迴圈近似橢圓，且其形狀穩定並無不規則跳動的情況出現，因此吾人可根據試驗的遲滯迴圈資料進行分析，即可求得數個迴圈之平均值 $K'(\omega)$ 。另外， A_3 與 A_7 之意義為當簡諧位移擾動達最小位移 $u(t) = 0$ 時，其所對應之力為， $A_3 = K''(\omega)u_0$ ， $A_7 = -K''(\omega)u_0$ 。同理，吾人亦可求得數個迴圈之平均值 $K''(\omega)$ ，進而依式 (2.8) 定義可求得耗損因子 η 及相位差 δ 。其餘 A_2 、 A_4 、 A_6 、 A_8 點，可供模型進行檢核與修正之用，其

意義為，當力達最大值其相對位移為 $A_2 = u_0 \cos \delta$ ；當力為 0 時其相對位移為， $A_8 = u_0 \sin \delta$ ；同理 $A_6 = -A_2$ ， $A_4 = -A_8$



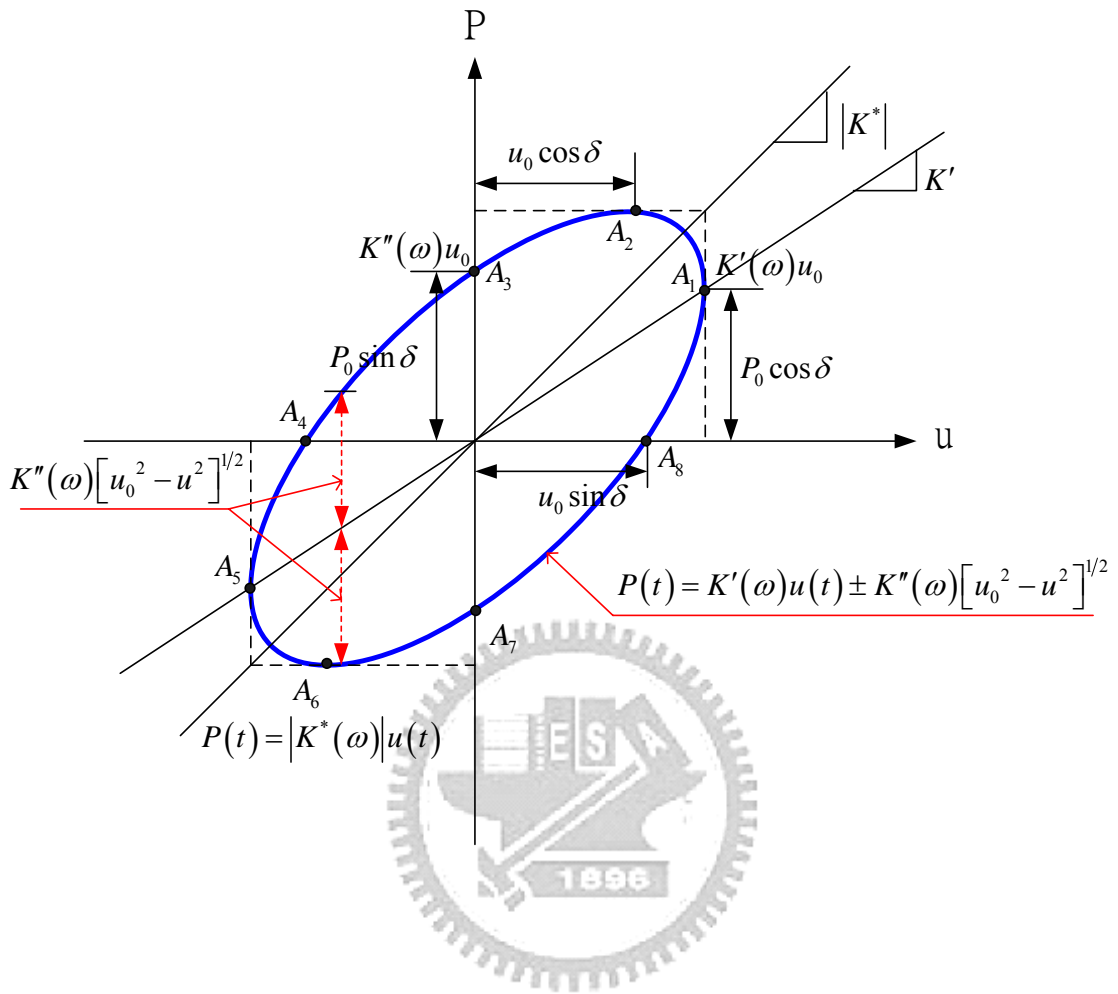


圖 2.1 橢圓形遲滯迴圈

2.2 挫屈連桿理論彈性勁度之推導

有關柱之大變形 (large deflections) 理論，其近似解可根據文獻【17~19】所建議之解析模式，利用最小功能原理 (minimization of potential energy) 得到，該方法亦可用來處理具有初始曲率 (initial curvature) 之挫屈連桿 (imperfect columns) 的幾何非線性行為。

本節所討論之挫屈連桿係一具有初始曲率的挫屈連桿，其外觀猶如一拱形元件，邊界條件為一端鉸接 (hinge) 一端為滾支 (roller)，如圖 2.2 所示，其全長為 L 。假設軸向變形可忽略不計，則可採用曲線座標系統 (S) 以簡化計算，其中， $-L/2 \leq s \leq +L/2$ ，座標原點定於弧長中央(圖 2.2)，其微小長度以 ds 表示。挫屈連桿的變形狀態則以弦切角 $\theta(s)$ 為自由度來描述之。在曲線座標任何位置之弦切徑度， $\theta(s)$ ，為弧長 s 的函數，表示如下：

$$\theta(s) = qF(s) \quad (2.14)$$

其中 q 為端點之弦切徑度角， $F(s) = \sin\left(\frac{\pi}{L}s\right)$ ；初始弦切徑度 $\theta_0(s)$ 可表示如下：

$$\theta_0(s) = q_0F(s) \quad (2.15)$$

其中， q_0 為端點之初始弦切徑度角。此外，定義曲率為 $\kappa = 1/\rho$ ， ρ 為曲率半徑。由幾何關係可得 $ds = \rho d\theta$ ，因此曲率 κ 與弦切徑度一次微分 $\theta'(s)$ 之關係如下：

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds} = \theta'(s) \quad (2.16)$$

分別將式 (2.14) 與式 (2.15) 代入式 (2.16) ，可得曲率函數如下：

$$\kappa = \theta'(s) = qF'(s) \quad (2.17)$$

$$\kappa_0 = \theta'_0(s) = q_0F'(s) \quad (2.18)$$

挫屈連桿受一軸向 P 力作用後之水平位移可計算如下：

$$\begin{aligned} u(q) &= \int_{-L/2}^{L/2} (\cos \theta_0 - \cos \theta) ds \\ &= \int_{-L/2}^{L/2} [\cos(q_0F) - \cos(qF)] ds \end{aligned} \quad (2.19)$$

其所儲存之應變能(strain energy)可計算如下：

$$\begin{aligned} U^B(q) &= \frac{1}{2} EI \int_{-L/2}^{L/2} (\theta' - \theta'_0)^2 ds \\ &= \frac{1}{2} EI \int_{-L/2}^{L/2} (q - q_0)^2 (F')^2 ds \end{aligned} \quad (2.20)$$

其中， $(\theta' - \theta'_0)$ 代表挫屈連桿受軸向力 P 作用後之曲率變化量。挫屈連桿受

軸向力 P 作用後之彈力位能 (elastic potential energy) 為：

$$U^P(q) = -Pu(q) \quad (2.21)$$

因此，系統的總能量 (total potential energy) 可表示如下：

$$\begin{aligned} V(q) &= U^B(q) + U^P(q) \\ &= \frac{1}{2} EI \int_{-L/2}^{L/2} (q - q_0)^2 (F')^2 ds - P \int_{-L/2}^{L/2} [\cos(q_0F) \cos(qF)] ds \end{aligned} \quad (2.22)$$

依平衡的位能準則，當系統處於平衡狀態時之位能函數最小，

$$\frac{\partial V(q)}{\partial q} = 0 \quad (2.23)$$

將式 (2.22) 代入式 (2.23) 可整理如下，

$$\frac{\partial V(q)}{\partial q} = \frac{\partial U^B(q)}{\partial q} + \frac{\partial U^P(q)}{\partial q} = 0$$

$$EI(q - q_0) \int_{-L/2}^{L/2} (F')^2 ds - P \int_{-L/2}^{L/2} F \sin(qF) ds = 0$$

$$P = \frac{EI(q - q_0) \int_{-L/2}^{L/2} (F')^2 ds}{\int_{-L/2}^{L/2} F \sin(qF) ds} \quad (2.24)$$

若為理想柱 (perfect columns) 之挫屈則 $q_0 = 0$ ，於挫屈 (buckling) 的瞬間， q 趨近於 0，且式 (2.24) 可簡化為

$$P = \frac{EI(q - q_0) \int_{-L/2}^{L/2} (F')^2 ds}{\int_{-L/2}^{L/2} F \sin(qF) ds} = \frac{EIq \int_{-L/2}^{L/2} (F')^2 ds}{q \int_{-L/2}^{L/2} F^2 ds}$$

$$= \frac{EI \int_{-L/2}^{L/2} (F')^2 ds}{\int_{-L/2}^{L/2} F^2 ds} = \frac{EI \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \int_{-L/2}^{L/2} \cos^2\left(\frac{\pi}{L}s\right) ds}{\int_{-L/2}^{L/2} \sin^2\left(\frac{\pi}{L}s\right) ds}$$

$$= \frac{EI \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left(\frac{L}{2}\right)}{\left(\frac{L}{2}\right)} = EI \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 = P_{cr} \quad (2.25)$$

式 (2.24) 表示挫屈連桿受軸力 P 作用後，任何狀態下之平衡；式 (2.25) 表示挫屈時之平衡力 P_{cr} 。若將上式重新整理成軸向力 P 為位移 u 及柱端初始弦切角 q_0 之函數，則軸力 $P(q_0, u)$ 可計算如下：

$$\begin{aligned}
P(q, q_0) &= \frac{EI(q - q_0) \int_{-L/2}^{L/2} (F')^2 ds}{\int_{-L/2}^{L/2} F \sin(qF) ds} = \frac{EI(q - q_0) \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \int_{-L/2}^{L/2} \cos^2\left(\frac{\pi s}{L}\right) ds}{\int_{-L/2}^{L/2} \sin\left(\frac{\pi s}{L}\right) \sin q \sin\left(\frac{\pi s}{L}\right) ds} \\
&= \frac{EI \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 (q - q_0) \left(\frac{L}{2}\right)}{\int_{-L/2}^{L/2} \sin\left(\frac{\pi s}{L}\right) \left[(q \sin \frac{\pi s}{l}) - \frac{1}{3!} (q \sin \frac{\pi s}{l})^3 + \frac{1}{5!} (q \sin \frac{\pi s}{l})^5 - \dots \right] ds} \\
&= \frac{EI \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 (q - q_0) \left(\frac{L}{2}\right)}{q \frac{L}{2} - \frac{q^3}{6} \left(\frac{3L}{8}\right) + \frac{q^5}{120} \left(\frac{5L}{16}\right) - \dots} = \frac{p_{cr} (q - q_0)}{q \left(1 - \frac{1}{8} q^2 + \frac{1}{192} q^4 - \dots\right)} \\
&= p_{cr} \left(\frac{q - q_0}{q}\right) \left(1 + \frac{q^2}{8} + \frac{q^4}{96} + \dots\right) \tag{2.26}
\end{aligned}$$

為將上式表示成 $P-u$ 關係式，可利用式 (2.19) 簡化弦切徑度角 q 與位移 u 之關係如下：

$$\begin{aligned}
u(q) &= \int_{-L/2}^{L/2} (\cos \theta_0 - \cos \theta) ds = \int_{-L/2}^{L/2} [\cos(q_0 F) - \cos(qF)] ds \\
&= \int_l \left\{ \left[1 - \frac{1}{2!} (q_0 F)^2 + \frac{1}{4!} (q_0 F)^4 - \dots \right] - \left[1 - \frac{1}{2!} (qF)^2 + \frac{1}{4!} (qF)^4 - \dots \right] \right\} ds \\
&\tag{2.27a}
\end{aligned}$$

若忽略高次項，則

$$\begin{aligned}
u(q) &\approx \frac{1}{2} (q^2 - q_0^2) \int_{-L/2}^{L/2} F^2 ds = \frac{1}{2} (q^2 - q_0^2) \int_{-L/2}^{L/2} \sin^2 \frac{\pi}{L} s ds \\
&= \frac{L}{4} (q - q_0)^2 \tag{2.27b}
\end{aligned}$$

將式 (2.27b) 改寫如下：

$$q = \left(\frac{4u}{L} + q_0^2 \right)^{1/2} \quad (2.27c)$$

將上式代入式 (2.26) 中，經整理可得

$$P(q_0, u) = p_{cr} \left(1 - q_0 \left(\frac{4u}{L} + q_0^2 \right)^{-1/2} \right) \left(1 + \frac{u}{2L} + \frac{q_0^2}{8} \right) \quad (2.28a)$$

可將彈性挫屈勁度進一步表示如下：

$$K(P_{cr}, q_0, u) = \frac{P(P_{cr}, q_0, u)}{u} \quad (2.28b)$$

當理想柱承受軸向荷重時，其軸向變形尚屬微小，因此本節所討論之挫屈連桿軸向力 P 與位移 u 的非線性關係為假設忽略軸向應變能的條件下所得。

將式(2.28a)以不同的初始端點弦切角 q_0 代入，其關係曲線如圖 2.3 所示，由圖可瞭解，當 q_0 愈大，力與位移之非線性關係（非線性度）會降低，且勁度於 q_0 較小時亦降低許多。



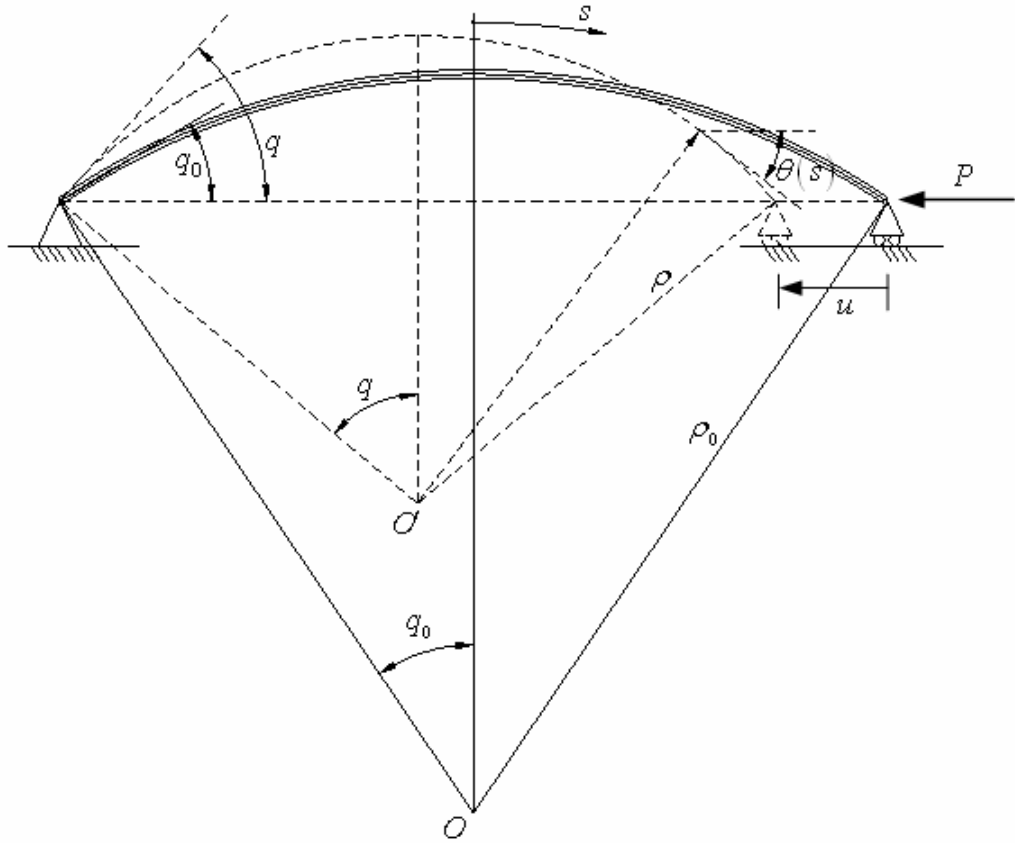


圖 2.2 挫屈連桿之變形示意圖

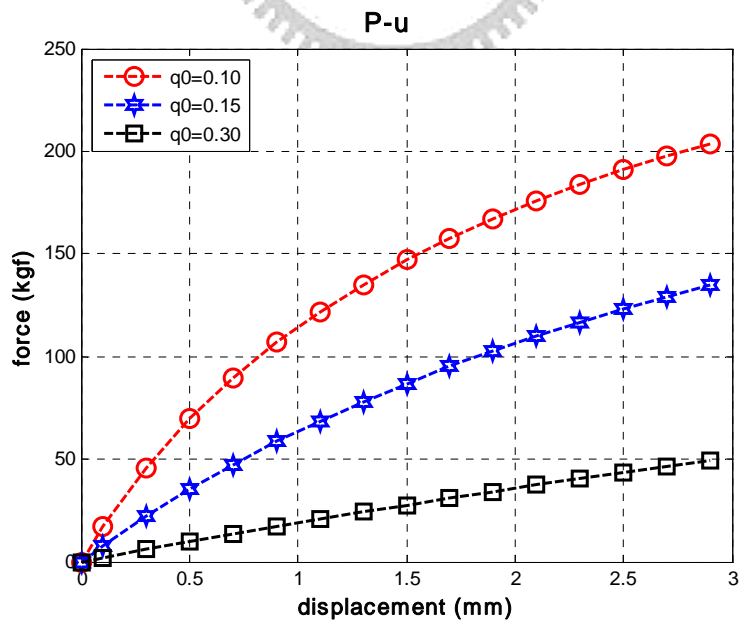


圖 2.3 不同初始端點弦切角 q_0 之 P-u 曲線圖

2.3 系統識別迴歸分析【20】

近年來由於數位電子科技的發達，裝設適當之感應器 (Sensors) 進行量測及配合系統識別分析，可獲得結構之實際動態參數，且已受到廣泛的應用，例如：橋樑、鐵軌及重要結構的監測等。這類的技術之所以受到推廣，完全是因可以最少的人力、資源，且迅速有效地掌握結構之動態反應特性。

本研究主要探討挫屈連桿 (imperfect columns) 於材料降伏 (yielding) 後之遲滯消能行為，兩端點假設之邊界條件性質介於固定端 (fixed) 與塑角 (plastic hinge) 之間，且為便於瞭解其非線性行為，本文利用系統識別之遞迴預測誤差法作為迴歸非線性公式之依據。

本文所引用之識別技巧為推測-適應過濾法 (adaptive filtering)，其屬於時域分析法，該推估近似值的觀念，請參閱文獻【21,22】；其大意为，先於時間域內確立輸入 (input) 與輸出 (output) 之關係 (例如：ARX, ARMA,...等。)；爾后，利用預測誤差之遞迴最小平方準則，推求每一瞬間之最佳系統參數。如此一來，吾人便可由一簡單的非線性公式與其相關參數，來描述結構之非線性動力反應。

該法之優點為：毋須建立複雜的結構非線性模型，預期的系統模型建立可由簡單的單一輸入-單一輸出 (SISO) 擴展至單一輸入-多重輸出 (SIMO)，抑或多重輸入-多重輸出 (MIMO)；僅需藉由少量實驗數據，即可獲得良好的收斂效果；可由加權因子調整，應用於時變系統 (time-variable systems) 與非時變系統 (time-invariance system)。

離散時間系統之輸入-輸出模型：

線性動力系統之等效離散時間模式，以單一輸入與單一輸出（SISO）的情況為例，可以線性差分方程表示為：

$$\begin{aligned}y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_{n_a} y(k-n_a) \\ = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_{n_b} u(k-n_b)\end{aligned}\quad (2.29)$$

其中

$y(\cdot)$ 代表系統之輸出， a_i 's 為輸出訊號係數， n_a 為其維度；

$u(\cdot)$ 代表系統之輸入， b_i 's 為輸入訊號係數， n_b 為其維度；

令 $A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a}$

$B(q) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b}$

並將式 (2.29) 改寫如下：

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)} u(k)\quad (2.30)$$

$$A(q)y(k) = B(q)u(k)\quad (2.31)$$

含白噪（white noise）系統模型與預測誤差：

在現實量測訊號中，一定會有雜訊存在，是故為符合實際狀況，遂將系統模式修正如下：

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + C(q)e(k)\quad (2.32)$$

其中， $e(k)$ 代表雜訊（white noises），一般假設為零均值(zero mean)； $C(q)$ 則定義為：

$$C(q) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c} \quad (2.33)$$

其中， c_i 's 為雜訊係數， n_c 為其維度。一般實際應用時，可視情況予以簡化。

例如：

$$\text{ARX 模型：} A(q)y(k) = B(q)u(k) + e(k) \quad (2.34)$$

$$\text{ARMAX 模型：} A(q)y(k) = B(q)u(k) + C(q)e(k) \quad (2.35)$$

$$\text{ARMA 模型：} A(q)y(k) = B(q)u(k) \quad (2.36)$$

根據式(2.32)，ARX 模型可進一步表示成

$$y(k) = \boldsymbol{\psi}^T(k)\boldsymbol{\theta} + e(k) \quad (2.37)$$

其中，

$$\boldsymbol{\psi}^T(k) = [-y(k-1) \dots -y(k-n_a), u(k) \dots u(k-n_b)] \quad (2.38)$$

$$\boldsymbol{\theta} = [a_1 \dots a_{n_a}, b_0 \dots b_{n_b}]^T \quad (2.39)$$

若系統模型為單一輸入多重輸出(SIMO)模式時，

$$\boldsymbol{\psi}^T(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1(k) & \mathbf{u}(k) & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{y}_2(k) & 0 & \mathbf{u}(k) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{y}_m(k) & 0 & 0 & \dots & \mathbf{u}(k) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

其中，

$$\mathbf{y}_m = [-y_m(k-1) \dots -y_m(k-n_a)] \quad (2.41)$$

$$\mathbf{u}(k) = [u(k) \dots u(k-n_b)] \quad (2.42)$$

$$\boldsymbol{\theta} = [a_1 \dots a_{n_a}, b_{10} \dots b_{1n_b}, b_{20} \dots b_{2n_b}, \dots, b_{m0} \dots b_{mn_b}] \quad (2.43)$$

對式 (2.37) 取期望值，並利用白雜訊之零均值性質，可得

$$\bar{\mathbf{y}}(k, \boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\Psi}^T(k) \boldsymbol{\theta} \quad (2.44)$$

輸出訊號期望值 $\bar{\mathbf{y}}(k, \boldsymbol{\theta})$ ，代表在已知之系統參數 $\boldsymbol{\theta}$ 下，所預測的輸出值。將其估測誤差定義為

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k, \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{y}(k) - \bar{\mathbf{y}}(k, \boldsymbol{\theta}) \quad (2.45)$$

倘若識別出來的系統參數 $\boldsymbol{\theta}$ 完全正確，則 $\boldsymbol{\varepsilon}(k, \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{e}(k)$ 。

遞迴預測誤差法（Recursive Prediction Error Method）：

根據加權最小平方法之原理，定義系統之整體預測誤差為

$$V(k, \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} \gamma(k) \sum_{s=1}^k \beta(k, s) \boldsymbol{\varepsilon}^2(s, \boldsymbol{\theta}) \quad (2.46)$$

其中 $\beta(k, s)$ 為加權因子； $\gamma(k)$ 為 $\beta(k, s)$ 之正規化因子(normalization factor)，其定義如下：

$$\gamma(k) \sum_{s=1}^k \beta(k, s) = 1 \quad (2.47)$$

倘若系統為非時變（time-invariance system），可令加權因子為 1，此時即相當於最小平方法；相對於時變性系統（time-variable systems）而言，加權因子的功能則可應用於追蹤系統參數隨時間變化的特性，即愈接近瞬時 k 的資料，其所給予的權重也愈大。選擇指數視窗

$$\beta(k, s) = \lambda(k) \beta(k-1, s) \quad (2.48)$$

其中

$$\beta(k, k) = 1 \quad (2.49)$$

$$\lambda(k) = \lambda_0 \lambda(k-1) + 1 - \lambda_0 \quad (2.50)$$

λ 稱為遺忘因子(forgetting factor)，通常採用 $\lambda_0 = 0.99$ ， $\lambda(0) = 0.95$ 。為避免識別結果因雜訊影響而隨時間改變，我們將極小化的標準以期望值表示為

$$E[V(k, \theta)] = 0 \quad (2.51)$$

另外，上式亦可根據牛頓-瑞福森 (Newton-Raphson) 之迭代法，解出系統模型參數

$$\theta(k) = \theta(k-1) - \alpha_i [V''[k, \theta(k-1)]]^{-1} V[k, \theta(k-1)] \quad (2.52)$$

上式中令 $\alpha_i = 1$ ，並經運算整理後，即可得到遞迴形式解

$$\theta(k) = \theta(k-1) + L(k) [y(k) - \psi^T(k)\theta(k-1)] \quad (2.53)$$

其中，

$$L(k) = \frac{P(k-1)\psi(k)}{\lambda(k) + \psi^T(k)P(k-1)\psi(k)} \quad (2.54)$$

$$P(k) = \frac{P(k-1)}{\lambda(k) + \psi^T(k)P(k-1)\psi(k)} \quad (2.55)$$

依經驗，通常初始條件 $P(0)$ 的值，可以選擇 $P(0) = 10^8 \sim 10^{10}$ ，以加快收斂速度。

2.4 利用 Green 定理計算遲滯迴圈之消能面積

Green 定理應用在平面時，可以計算任何封閉的曲線面積，其原理概述如下：

由 Green 定理可知

$$\iint_R \left(\frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y} \right) dx dy = \oint_C (F_1 dx + F_2 dy) \quad (2.56)$$

令 $F_1 = 0$ ， $F_2 = x$ 代入上式整理可得

$$\iint_R dx dy = \oint_C x dy \quad (2.57)$$

同理令 $F_1 = -y$ ， $F_2 = 0$ 代入式 (2.56) 亦可得

$$\iint_R dx dy = - \oint_C y dx \quad (2.58)$$

將式 (2.57) 與式 (2.58) 相加可得

$$A = \frac{1}{2} \oint_C x dy - y dx \quad (2.59)$$

則上式即為可用來計算任意平面封閉曲線之面積。

當 x 為變數 τ 的函數， y 為變數 τ 的函數， $a \leq \tau \leq b$ ，則某一區域 R 內的面積可以表示為

$$A = \int_a^b [x(\tau)y'(\tau) - y(\tau)x'(\tau)] d\tau \quad (2.60)$$

將上式利用數值方法【23】改寫如下

$$\text{令 } x(\tau) = \frac{1}{2}(x_{i+1} + x_i), \quad x'(\tau) = x_{i+1} - x_i, \quad y(\tau) = \frac{1}{2}(y_{i+1} + y_i), \quad y'(\tau) = y_{i+1} - y_i,$$

並將式 (2.60) 改寫如下，

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ \left[\frac{1}{2} (x_{i+1} + x_i) (y_{i+1} - y_i) \right] - \left[\frac{1}{2} (y_{i+1} + y_i) (x_{i+1} - x_i) \right] \right\} \quad (2.61)$$

式 (2.61) 即可用來計算遲滯迴圈的面積。



第三章 元件製作與試驗規畫

3.1 元件製作

本研究以桿件斷面厚度(t)及初始弦切角 q_0 ，作為探討挫屈連桿之參數，共可分成九組，如表 3.1 所示。其中， t_4 、 t_5 、 t_6 表示厚度分別為 4mm、5mm 及 6mm；A490、B485、C480 分別表示試體水平投影之長度（含與夾具夾和的部分）。本研究所使用之測試元件設計圖，詳圖 3.1a 至圖 3.3c。

根據初步進行之元件測試結果顯示，MTS407 控制器於高頻 10Hz 以上之位移命令與力規訊號解析度較低，不如低頻訊號來得清晰，即使調整取樣頻率為 100Hz~200Hz 反覆進行測試，之結果仍無太大改善。經檢討後，決定將取樣頻率訂為 100Hz，並挑選編號為 t5A490（ t_5 :厚 5mm，A490:試體投影長度）之試體進行一系列完整之測試（測試頻率：0.5Hz~15Hz），俾便作為後續試驗之參考。

測試規畫：

t5A490(圖 3.2a)元件試驗之擾動頻率分別為：0.5Hz、1.0Hz、1.5Hz、2.0Hz、2.5Hz、3.0Hz、3.5Hz、4.0Hz、4.5Hz、5.0Hz、6.0Hz、7.0Hz、8.0Hz、9.0Hz、10.0Hz、15.0Hz；其中 0.5Hz~3.0Hz 頻率之擾動振幅為 1mm、2mm、3mm、4mm 及 5mm，3.5Hz~15.0Hz 頻率之擾動振幅則先進行 1mm 與 2mm，並視實際情況（高頻試驗若振幅過大，試體會有斷裂之虞）與訊號擷取情形，決定是否繼續施作振幅 3mm、4mm 及 5mm 之試驗。

t4A490(圖 3.1a)、t4B485(圖 3.1b)、t4C480(圖 3.1c)、t5B485(圖 3.2b)、
t5C480(圖 3.2c)、t6A490(圖 3.3a)、t6B485(圖 3.3b)及 t6C480(圖 3.3c)等八
組試體之測試頻寬為 0.5~3.0Hz，每一頻率所對應之振幅為 1mm~5mm。



表 3.1 挫屈連桿元件測試之試體規格表

	A490	B485	C480
初始弦切角(rad)	0.3475	0.4262	0.4939
初始曲率	0.0014	0.0017	0.0020
厚度：t4mm	t4A490	t4B485	t4C480
厚度：t5mm	t5A490	t5B485	t5C480
厚度：t6mm	t6A490	t6B485	t6C480



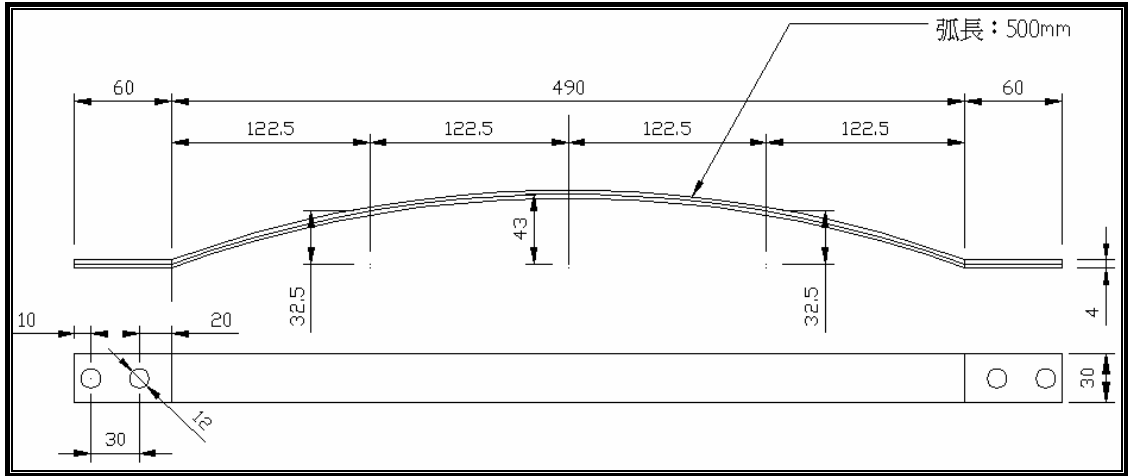


圖 3.1a t4A490 試體之設計詳圖

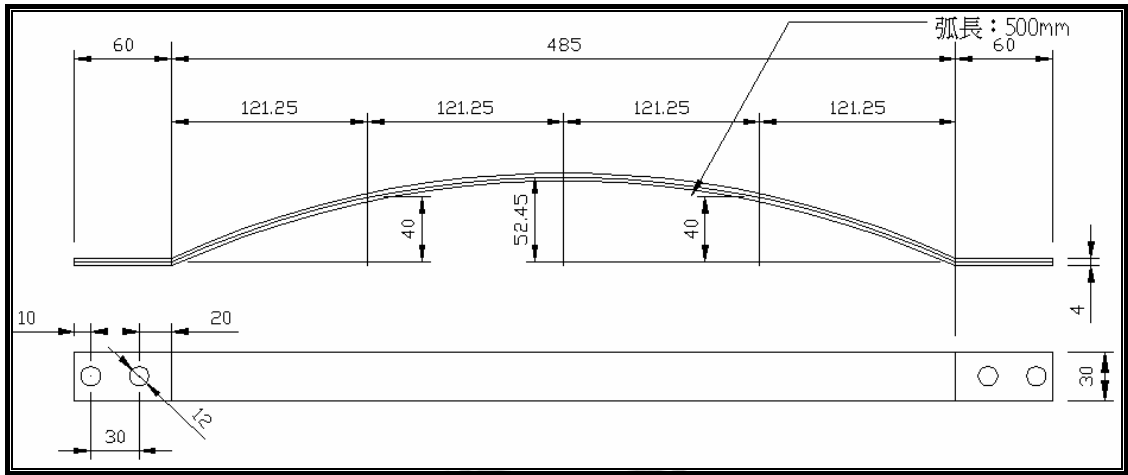


圖 3.1b t4B485 試體之設計詳圖

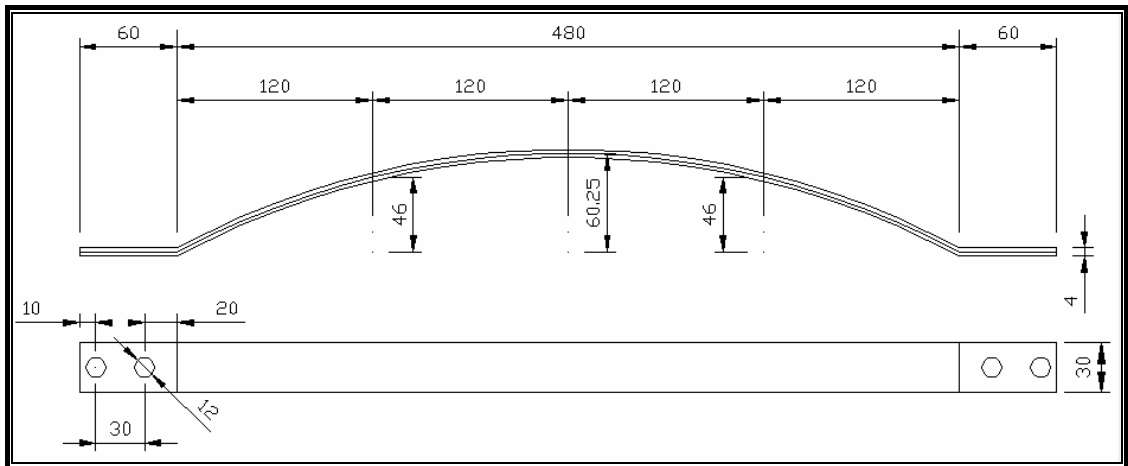


圖 3.1c t4C480 試體之設計詳圖

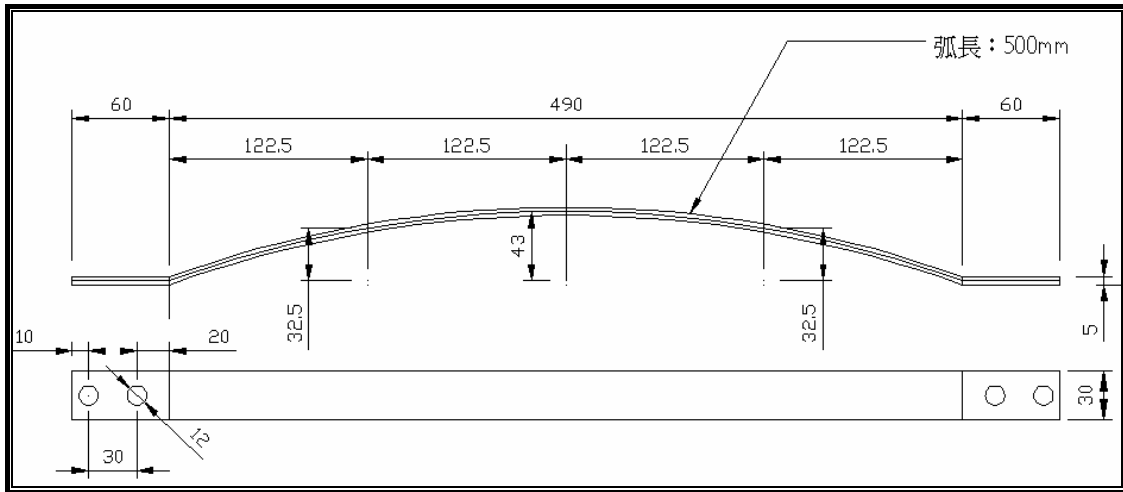


圖 3.2a t5A490 試體之設計詳圖

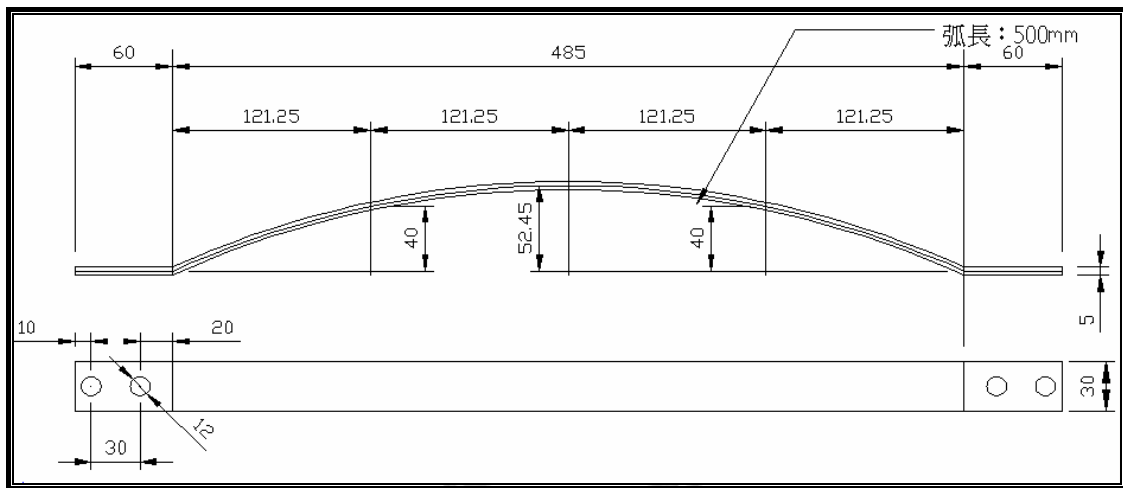


圖 3.2b t5B485 試體之設計詳圖

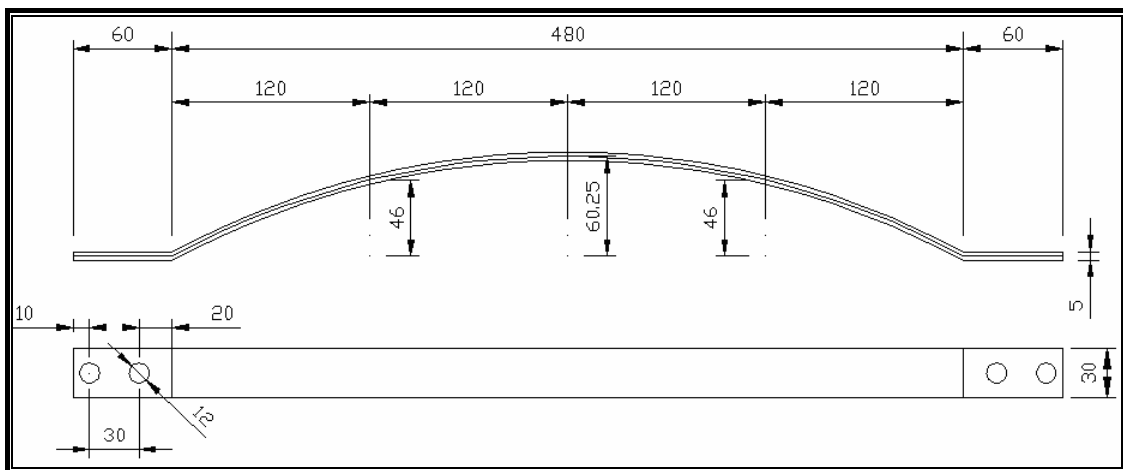


圖 3.2c t5C480 試體之設計詳圖

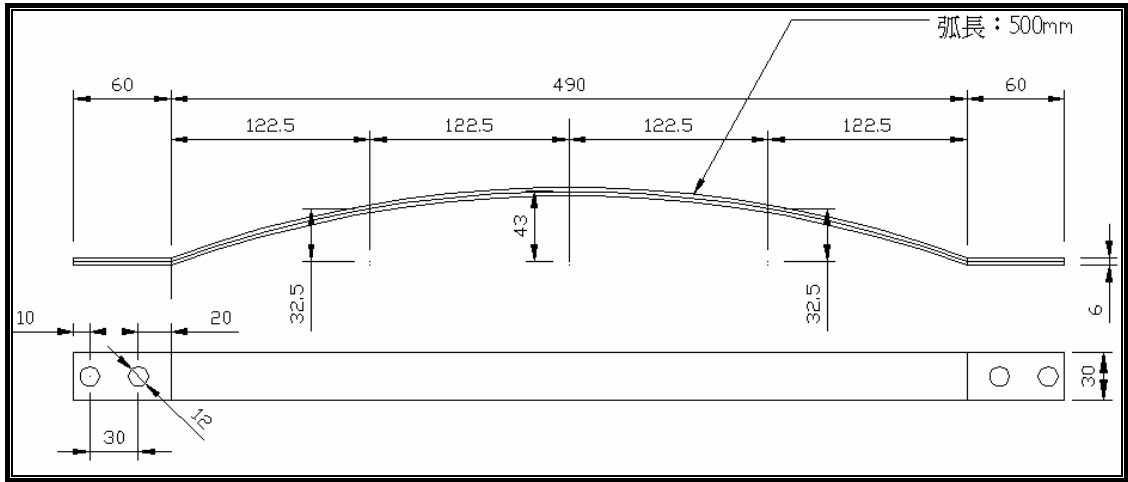


圖 3.3a t6A490 試體之設計詳圖

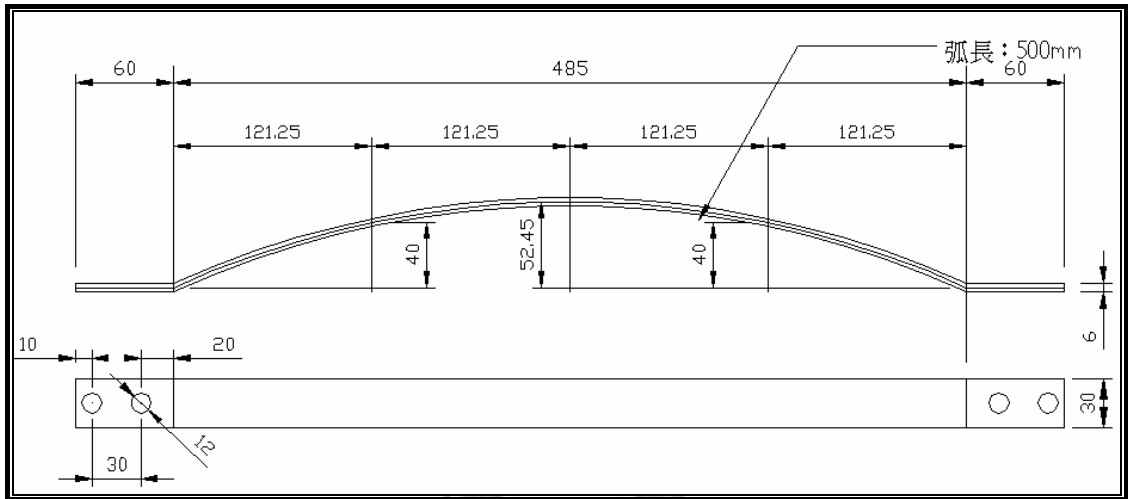


圖 3.3b t6B485 試體之設計詳圖

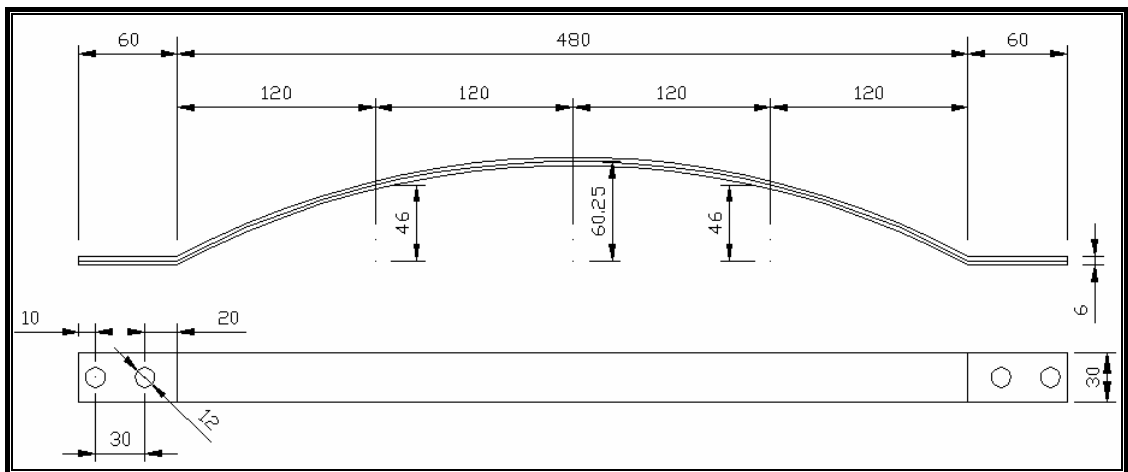


圖 3.3c t6C480 試體之設計詳圖

3.2 實驗設備

本文進行挫屈連桿元件試驗首先利用實驗室既有之 H 型鋼作為試驗構架之基礎底座（圖 3.9 及圖 3.17），並設計固定試體之反力基座（圖 3.4 及圖 3.9），同時亦設計製作試體夾具（圖 3.7），俾便將二試片於兩端固定使成為一對完整之待測試體（圖 3.10），最後利用前、後端板（圖 3.5、圖 3.6、圖 3.9）及固定夾具將試體固定於反力座（圖 3.9）與致動器之轉接頭上。本文試驗之主要出力來源為 1.5t 油壓致動器，利用 H 型鋼支架固定於基礎底座上，試驗時透過 MTS407 控制器（圖 3.13）可輸入致動器不同頻率及不同位移振幅之控制命令訊號，本文主要輸入訊號為簡諧位移擾動。此外，為配合各組不同初始曲率之試驗(長度不同)，吾人亦製作可拆卸調整墊片（圖 3.11 及圖 3.17），以便將試體確實固定於後端板。挫屈連桿之元件測試構架如圖 3.17 所示。

本試驗主要記錄挫屈連桿之位移及力量，俾便求得挫屈連桿之遲滯迴圈。位移訊號主要由 1.5t 致動器內建之位移計(LVDT)直接求得，而力量則使用力規(loadcell，圖 3.14)進行量測，吾人將力規安裝於挫屈連桿試體與致動器轉接頭之間。上述電壓訊號主要利用德國 IMC 資料擷取系統（圖 3.16）進行類比轉成數位訊號(A-D)，訊號可即時顯現於螢幕上觀察（圖 3.15），最後再透過 famos 軟體將數位訊號儲存於電腦，以供後續進行資料處理與分析之用。

3.3 試驗資料處理與分析

3.3.1 遲滯迴圈之 K' 、 K'' 、 η 分析

如第 2.2 小節所述，若以橢圓遲滯模型模擬挫屈連桿之遲滯迴圈，並設定試驗之遲滯迴圈與理論遲滯迴圈之面積誤差百分率為 5% 範圍內，以橢圓形與位移最大值切點及橢圓形力量座標軸之交點（圖 2.1），即 A_1 與 A_5 ，可求得彈性儲存勁度 K' ； A_3 與 A_7 ，則可求得損失勁度 K'' ，並利用式 (2.8) 之定義，可計算損失因子 η ，求得參數 K' 、 K'' 、 η ，其相關步驟如下說明：

因為結構存在非線性行為導致系統具有遲滯現象，當位移 u 達到最大值 u_0 時，其相對之力量並非同步最大。若由最大位移 u 垂直延伸一虛線可切於遲滯迴圈之 A_1 （見圖 2.1）及 A_5 ，而 A_1 之值為 $|K'(\omega)u_0|$ ，且 u_0 為已知，因此可求得彈性儲存勁度 K' 。本研究試驗過程所得之遲滯迴圈穩定性良好，本文分析所得之 K' 值係取歷時一分鐘試驗所得總迴圈數之平均結果，例如：當擾動頻率為 1Hz 時，一分鐘試驗即有 60 個遲滯迴圈數，每一迴圈可得一 K' 值，最後之 K' 值為 60 個 K' 值取平均之結果，其計算式可表示如下：

$$K'_{avg} = \frac{(A_{1n} + A_{5n})}{2n} \quad (3.1)$$

當擾動位移最小時，即 $u = 0$ ，因遲滯現象造成其相對應之力量亦非同步為零，橢圓形遲滯迴圈交於力量座標軸之 A_3 及 A_7 兩點，其值為 $|K''(\omega)u_0|$ ，且 u_0 為已知，因此可求得損失勁度 K'' 。如前所述，試驗所得之 K'' 亦為歷時一分鐘試驗所得總迴圈數 n 之平均值，即

$$K''_{avg} = \frac{(A_{3n} + A_{7n})}{2n} \quad (3.2)$$

耗損因子 η 可將式(3.1)及式(3.2)代入式(2.8)求得。各組挫屈連桿元件試驗所得之 K' 、 K'' 及 η 分別整理於表 3.2 至表 3.10 所示。

3.3.2 分析結果

本文首先畫出實驗的遲滯迴圈，如圖 3.20 至 3.28。由圖可知，當振幅在 3mm 以下時，遲滯迴圈均較為飽滿，而振幅為 4mm 與 5mm 之遲滯迴圈則較為不飽滿，吾人認為其原因可能為前後端板與試體間之間隙 (gaps) 導致力量損失，或是間隙填補後使前後端板與試體之結合並非完全保持垂直狀態，導致挫屈連桿試體並非僅受純軸力作用，當這兩種情形在小振幅的情況之下，對於遲滯迴圈飽滿的程度影響不大，惟對於大振幅 4mm 或 5mm 時則影響較大。間隙填補可使用間隙填補墊片，如圖 3.18 所示。

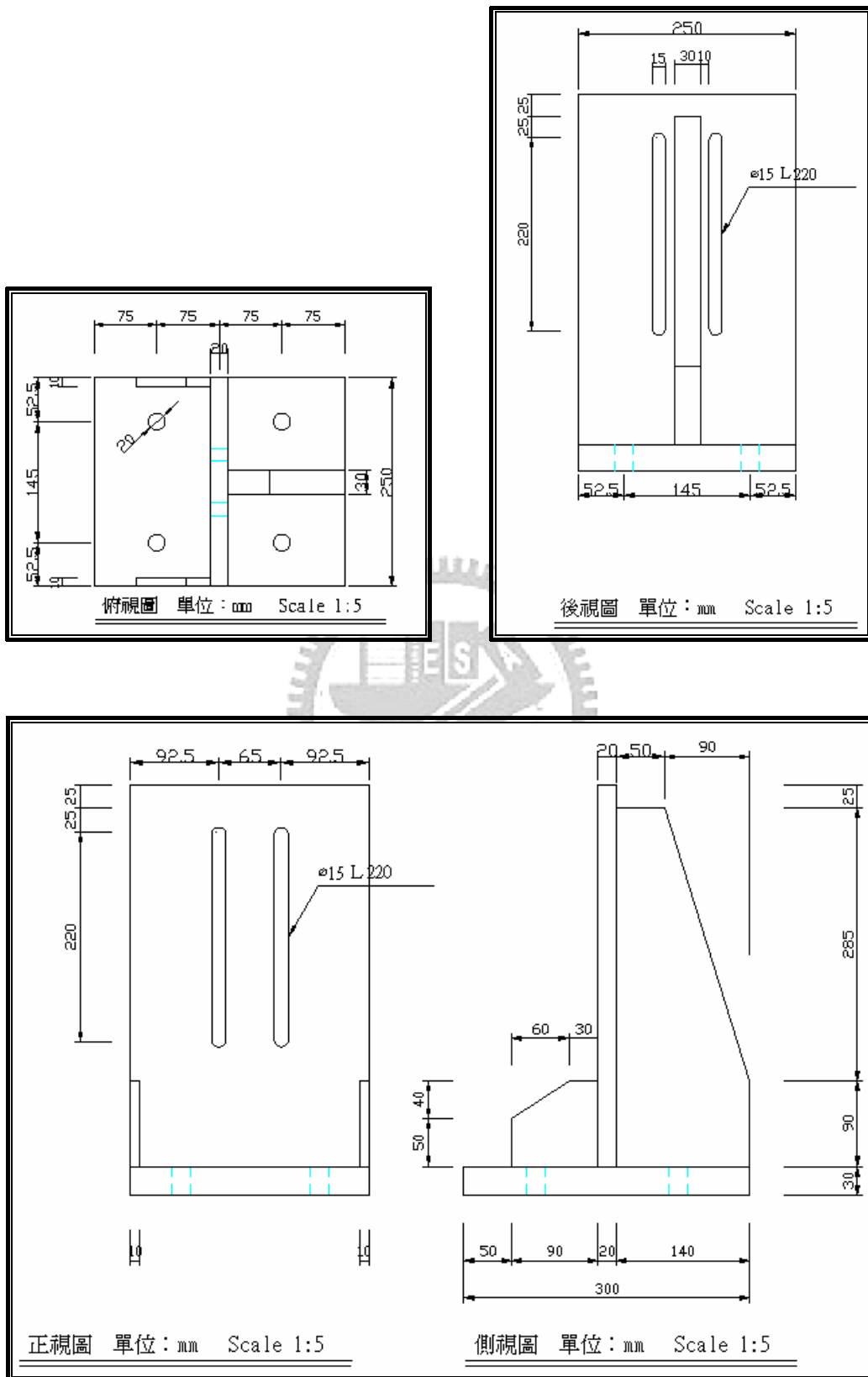
利用第 2.1 節所推論的 A_1 、 A_3 、 A_5 、 A_7 各點求出實驗遲滯迴圈之 K' 、 K'' 及 η 值，整理成表 3.2 至表 3.10，而關於以上對於 4mm 與 5mm 遲滯迴圈較不飽滿的部分，其等效的遲滯迴圈模擬，則以小振幅 1mm 或 2mm 為依據模擬之。

另為便於進行參數迴歸分析，分別繪出 K' 、 K'' 及 η 與振幅 u_0 及擾動頻率 f 之關係圖，如圖 3.29 至圖 3.37，初步發現 K' 與 K'' 與 η 隨振幅變化不大，其主要變化由頻率控制，此現象可由圖 3.38 至圖 3.45 ($\eta-f$ 之關係圖)觀察得知。圖 3.46~圖 3.54 則代表 $K'-f$ 之關係圖，其圖形則類似線性關係。

關於 t5A490 試體於擾動頻率 8.0Hz，振幅 3mm 之試驗發生斷裂，其

力量歷時圖（圖 3.28g）斷裂前後發生力量落差，惟力量大小相似，故斷裂前後之遲滯迴圈可一起表示如圖 3.23 所示，此外吾人亦可計算個別遲滯消能之面積，斷裂前消能面積為 53kgf-mm，斷裂後消能面積為 50kgf-mm，顯示斷裂前後消能之面積相差不大，因此，塑鉸有無形成，並不至於影響遲滯消能面積，這也顯示，本次挫屈連桿的元件設計，若利用塑鉸代替理想鉸接是可行的，且塑鉸參與消能的成分可忽略；又本次實驗斷裂，極有可能是因為疲勞所產生的，但由圖 3.28g 發現即使斷裂後仍存在遲滯迴圈，顯示挫屈連桿經由適當設計後，萬一發生疲勞斷裂，其減振效果仍然存在。





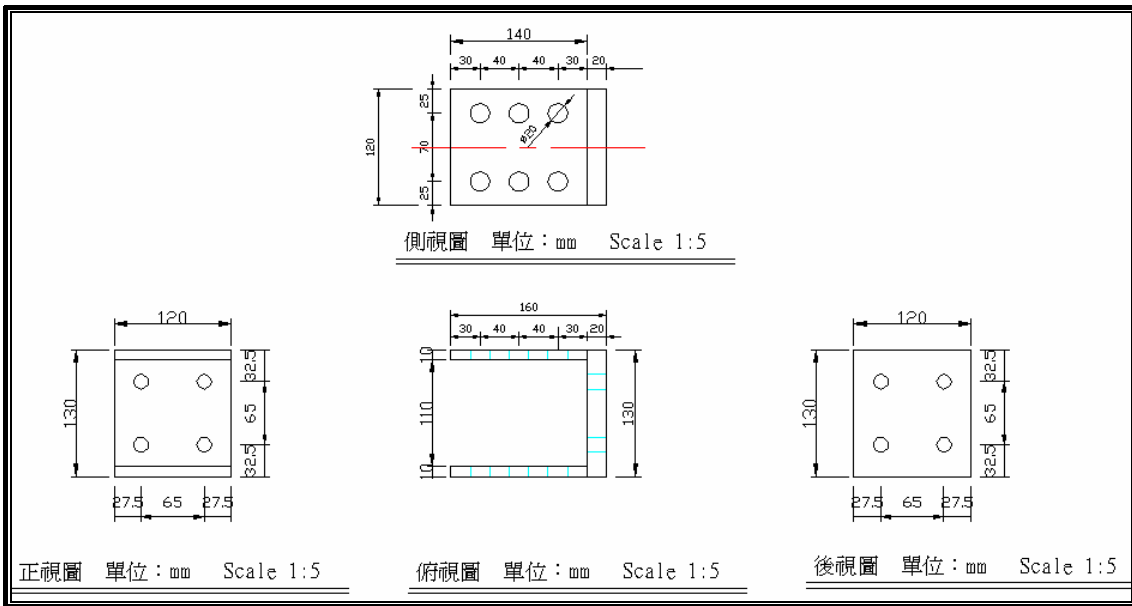


圖 3.5 前端板之設計詳圖

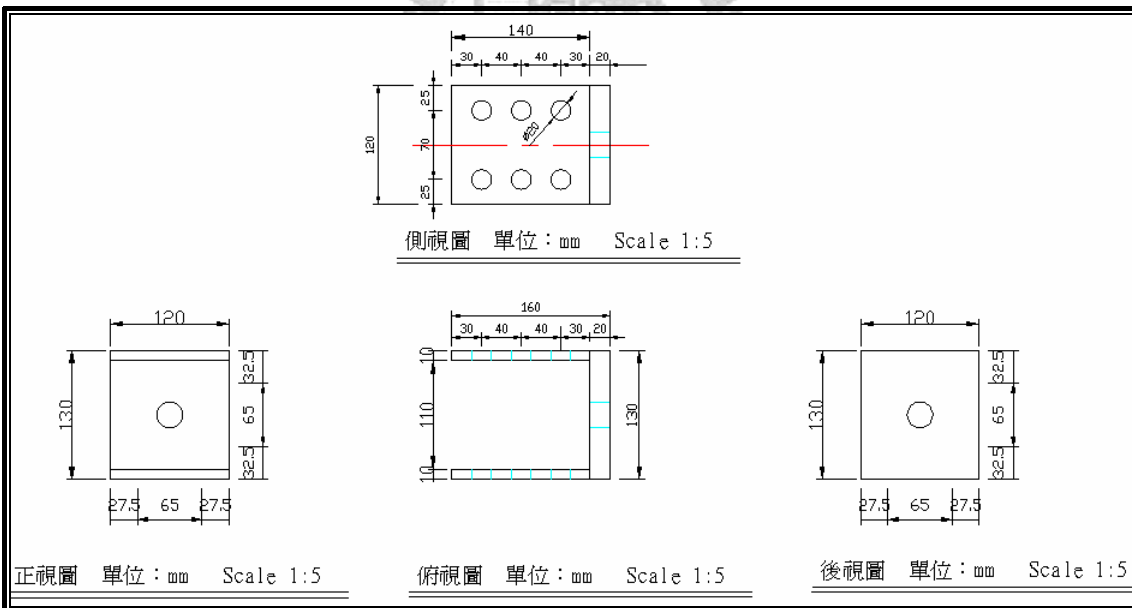


圖 3.6 後端板之設計詳圖

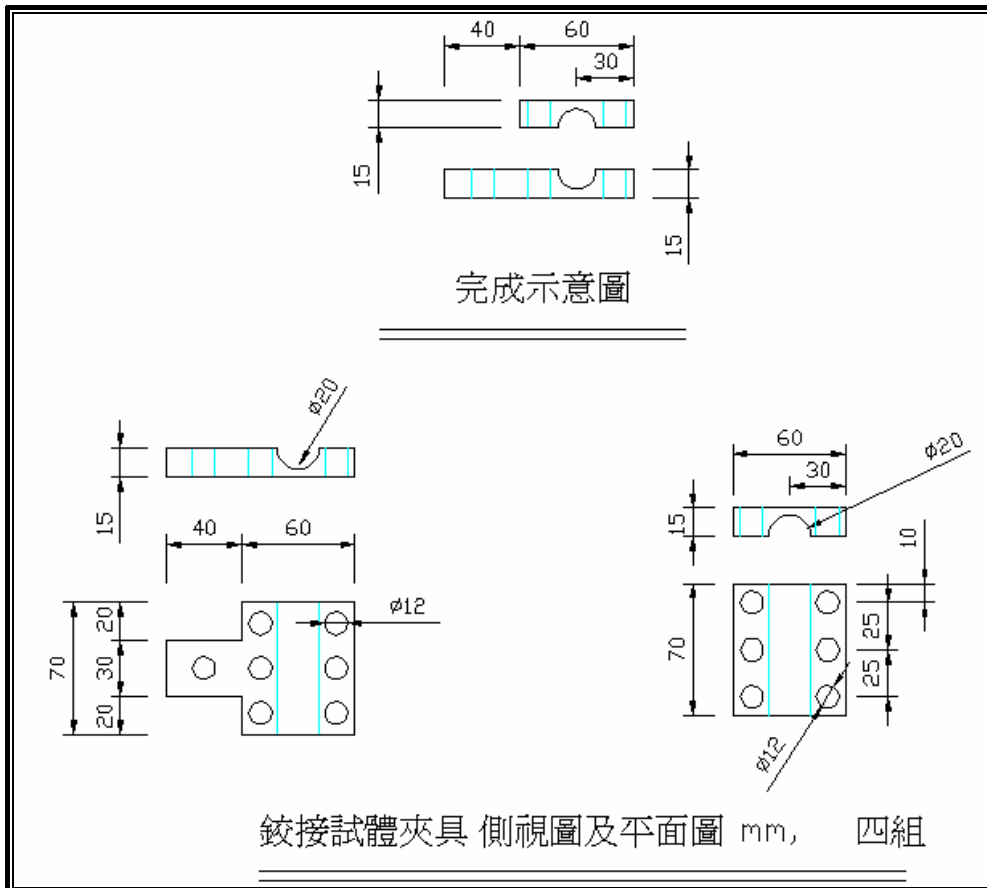


圖 3.7 夾具之設計詳圖

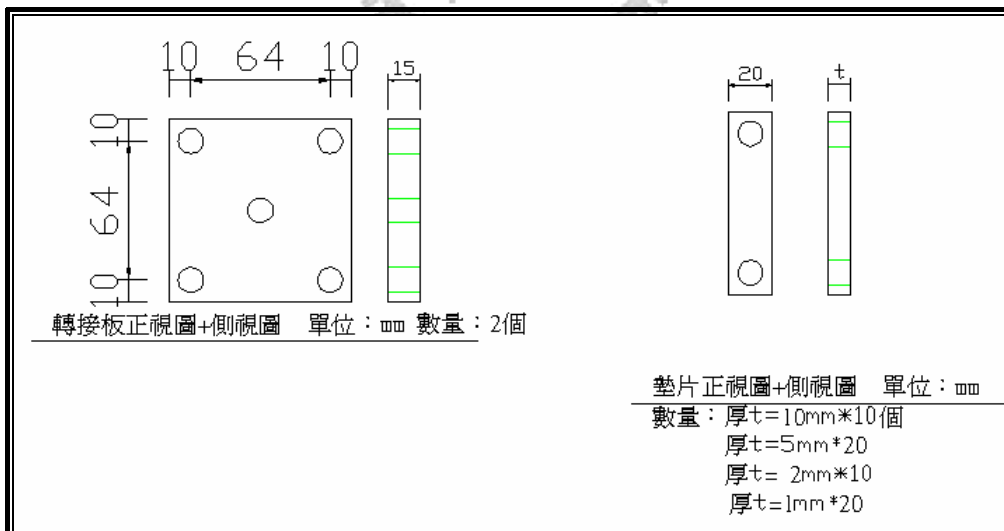


圖 3.8 調整墊片之設計詳圖

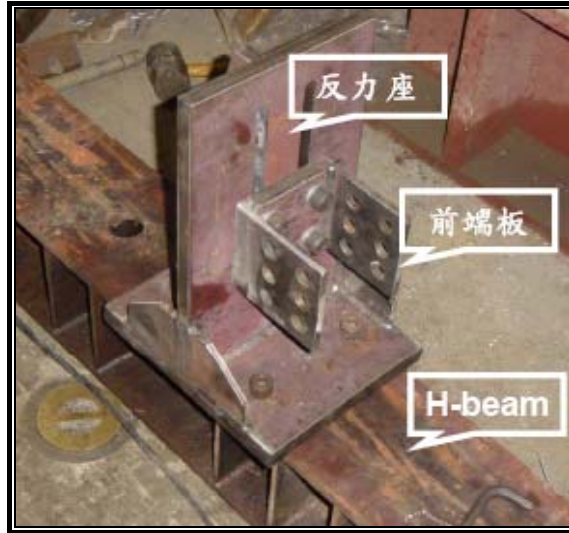


圖 3.9 試體固定夾具

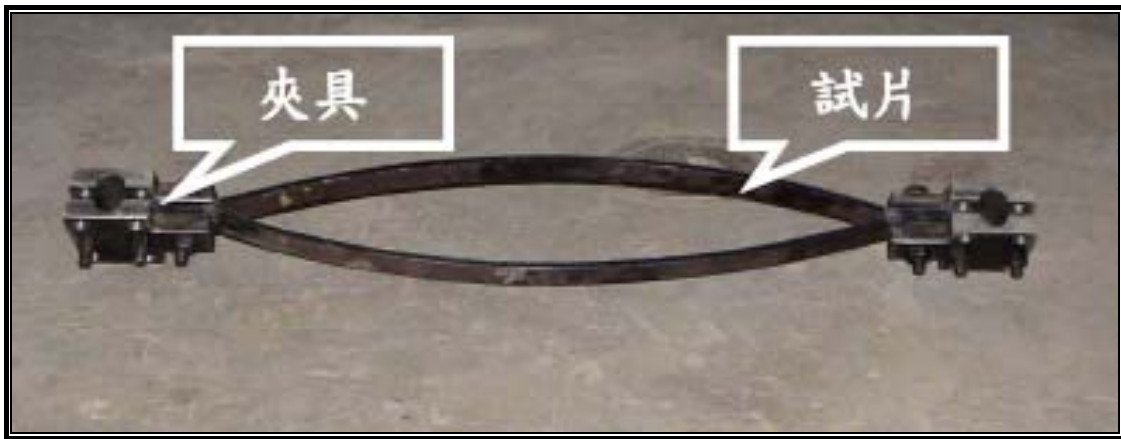


圖 3.10 挫屈連桿試體及夾具



圖 3.11 間隙調整片

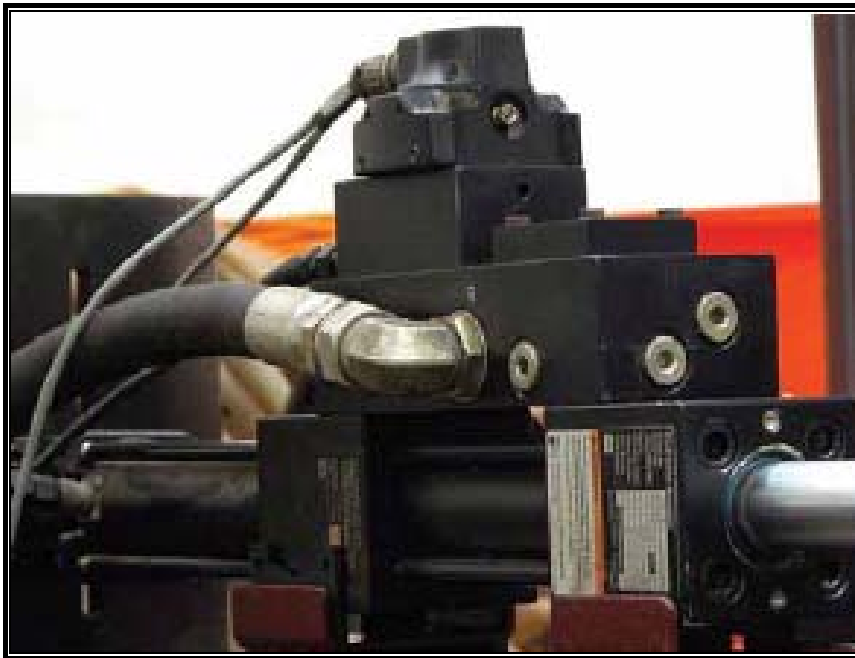


圖 3.12 1.5t 油壓致動器



圖 3.13 MTS 407 控制器



圖 3.14 力規 (loadcell)



圖 3.15 famos 訊號顯示與分析軟體



圖 3.16a IMC 資料擷取系統



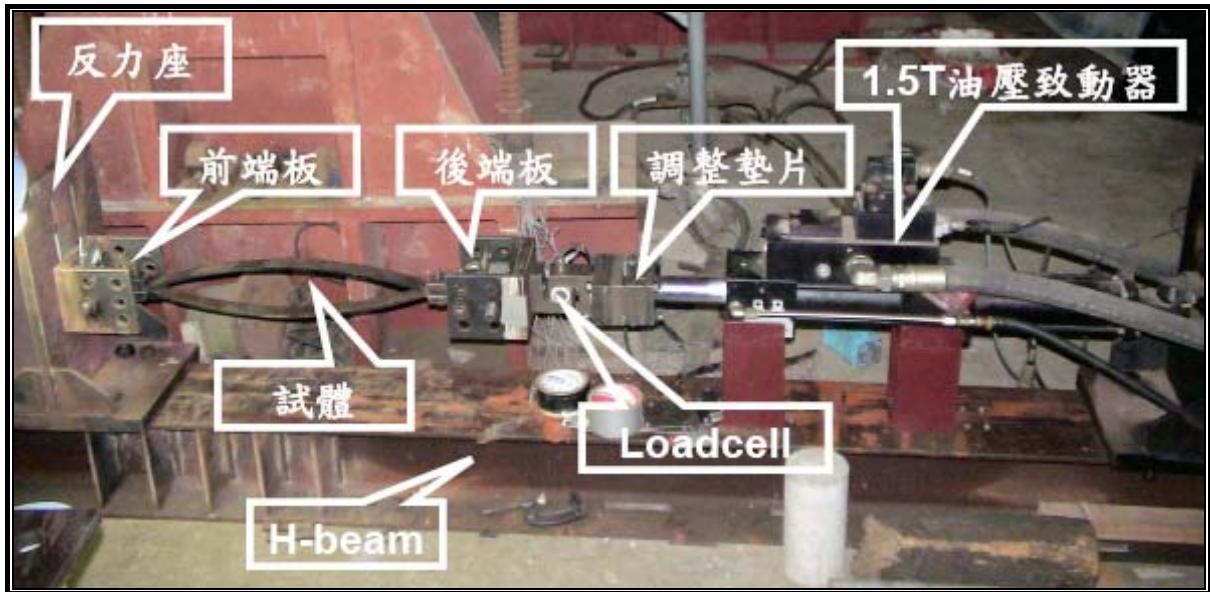


圖 3.17 挫屈連桿測試構架



圖 3.18 間隙調整墊片



圖 3.19a 試體斷裂照片



圖 3.19b 試體斷裂照片

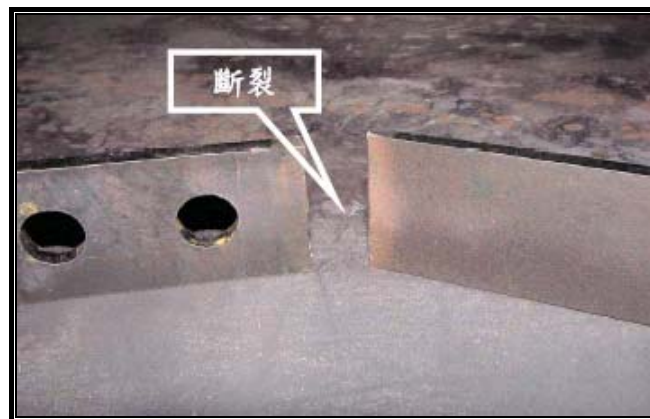


圖 3.19c 試體斷裂照片

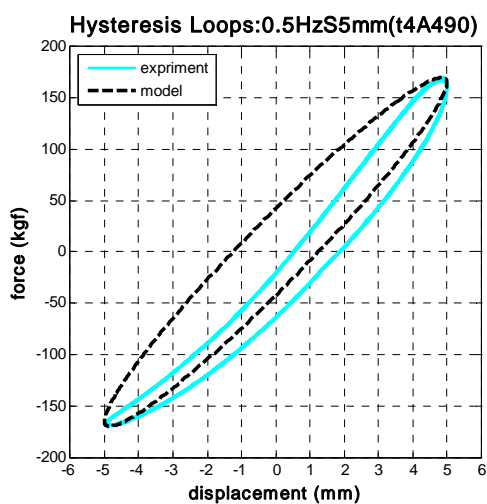
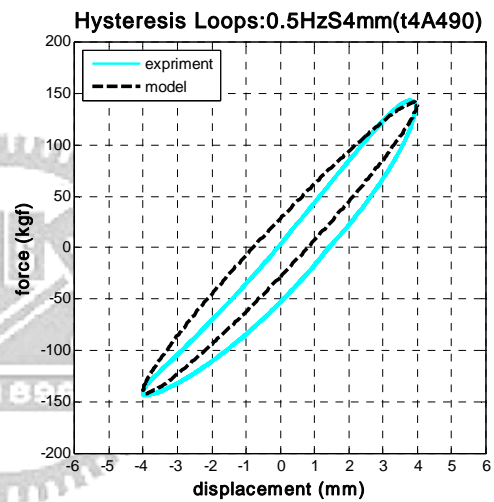
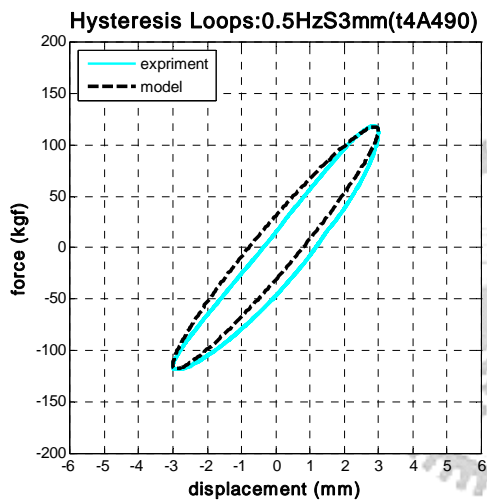
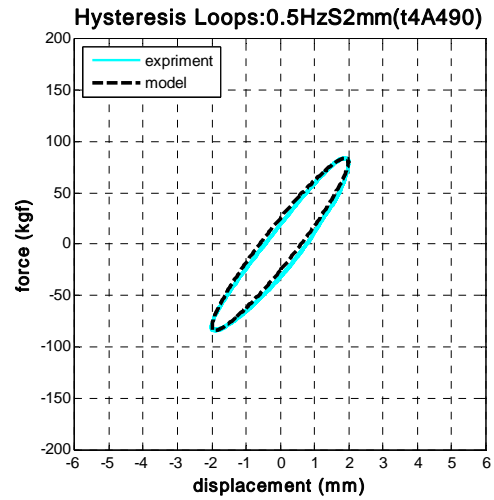
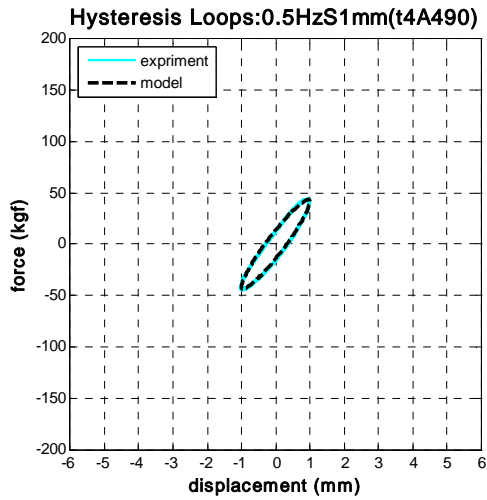


圖 3.20a t4A490 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

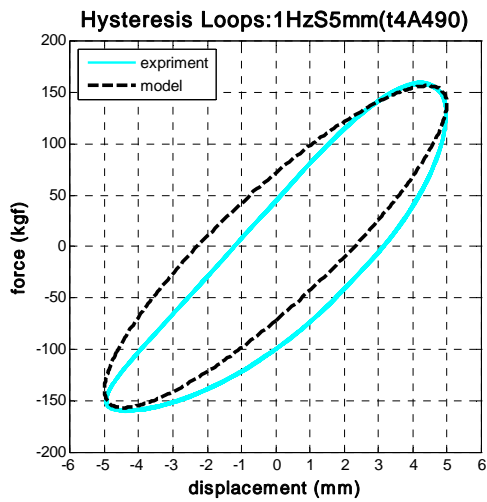
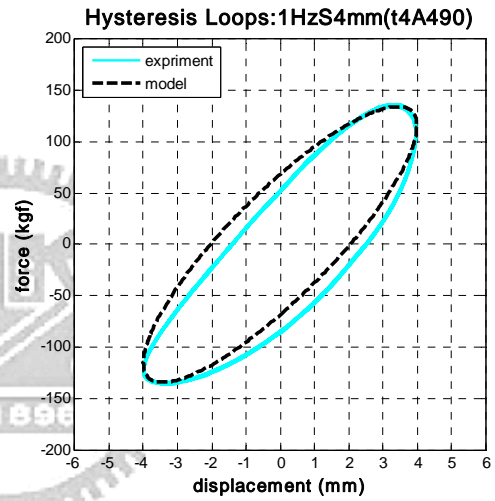
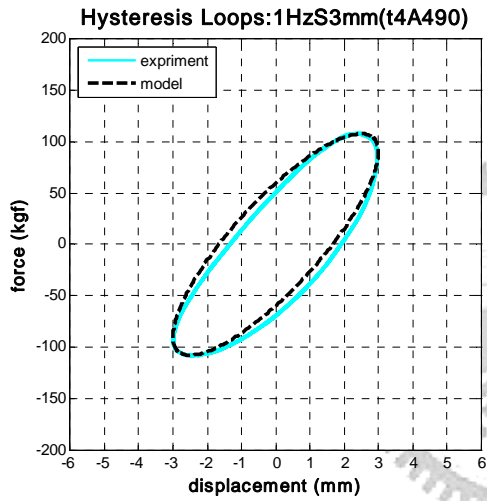
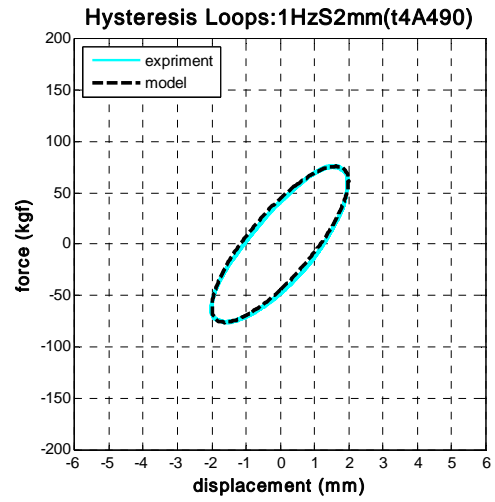
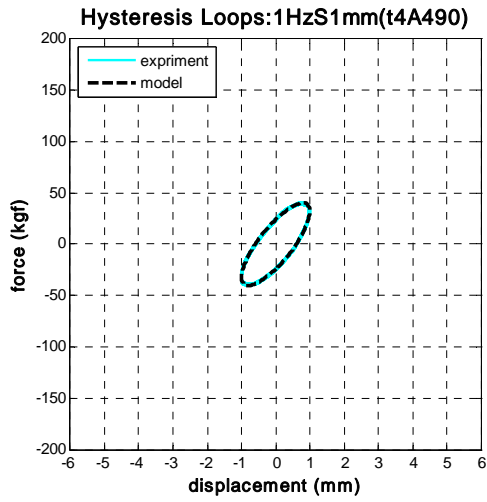


圖 3.20b t4A490 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

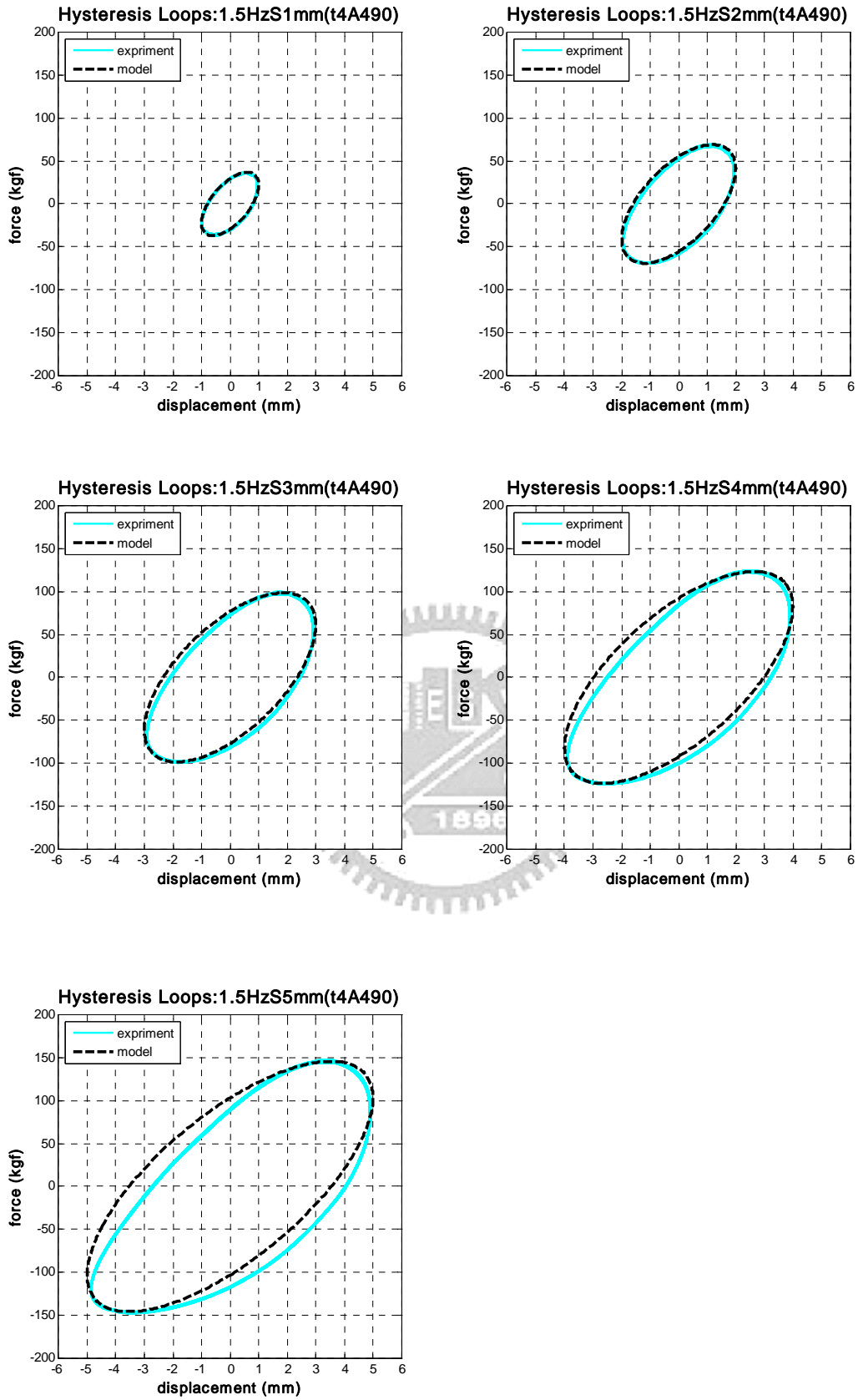


圖 3.20c t4A490 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

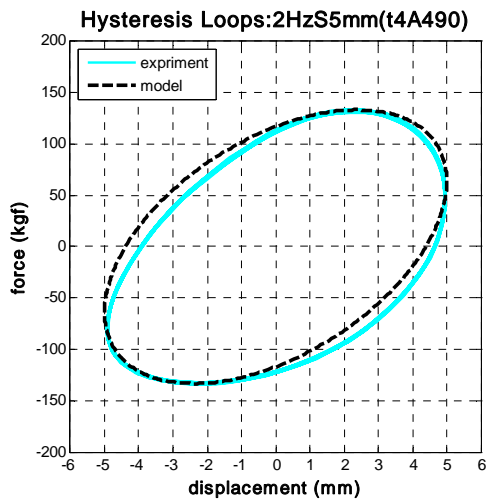
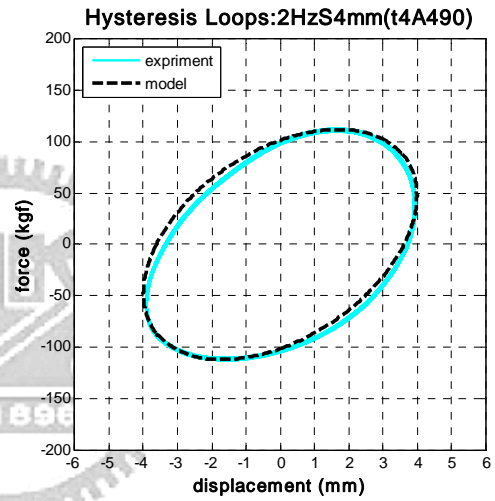
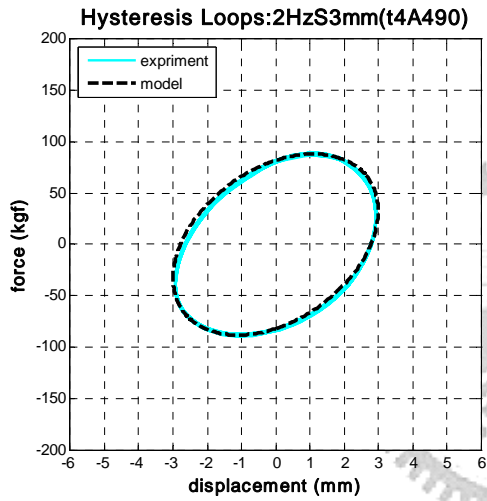
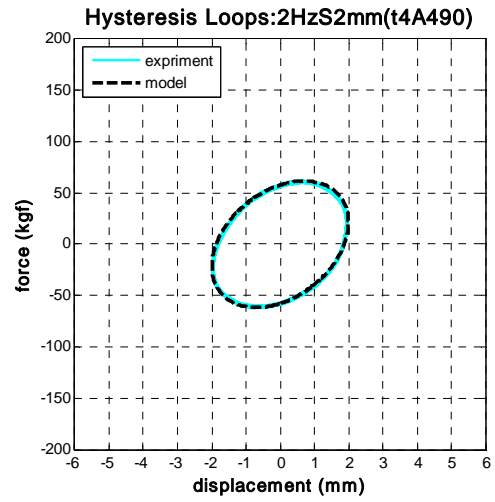
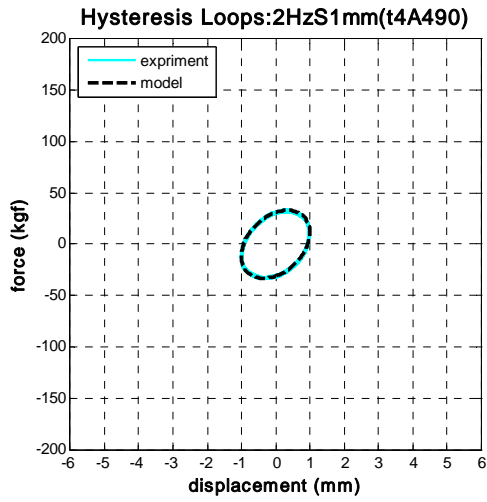


圖 3.20d t4A490 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

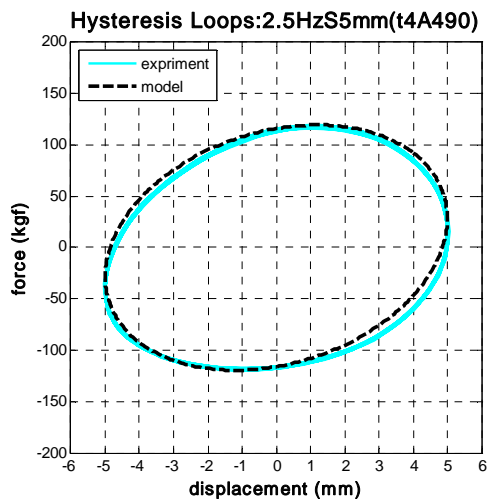
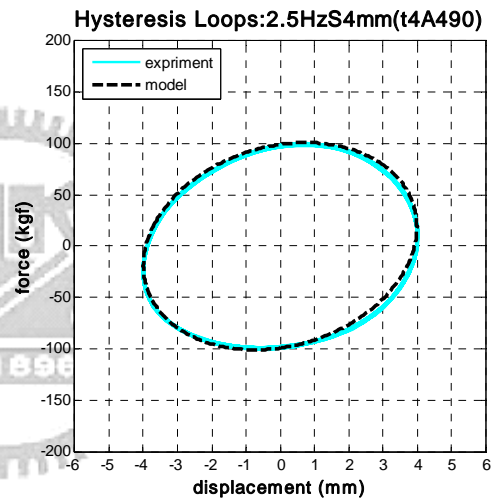
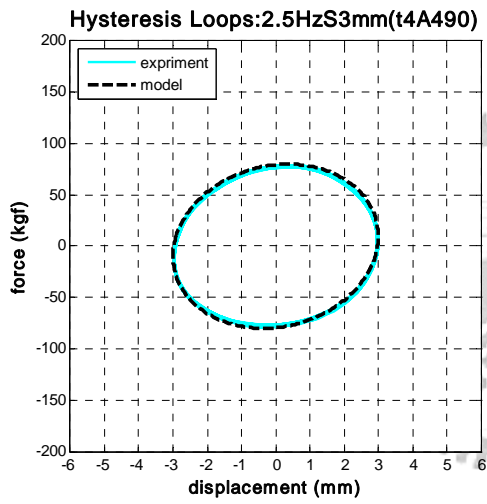
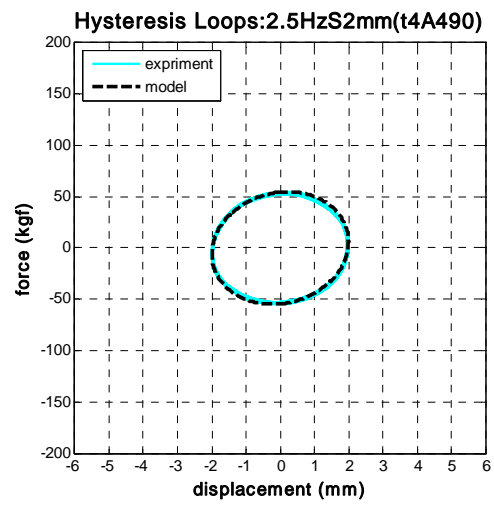
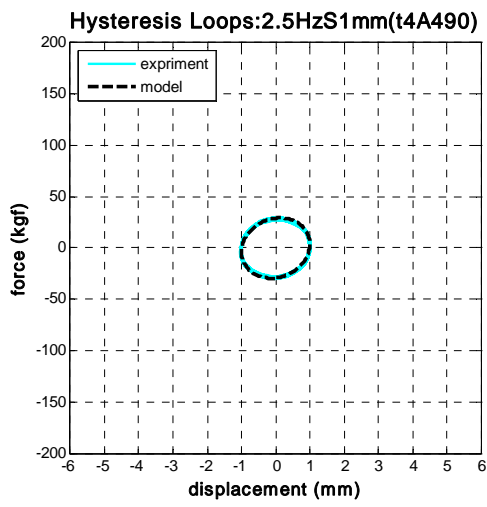


圖 3.20e t4A490 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

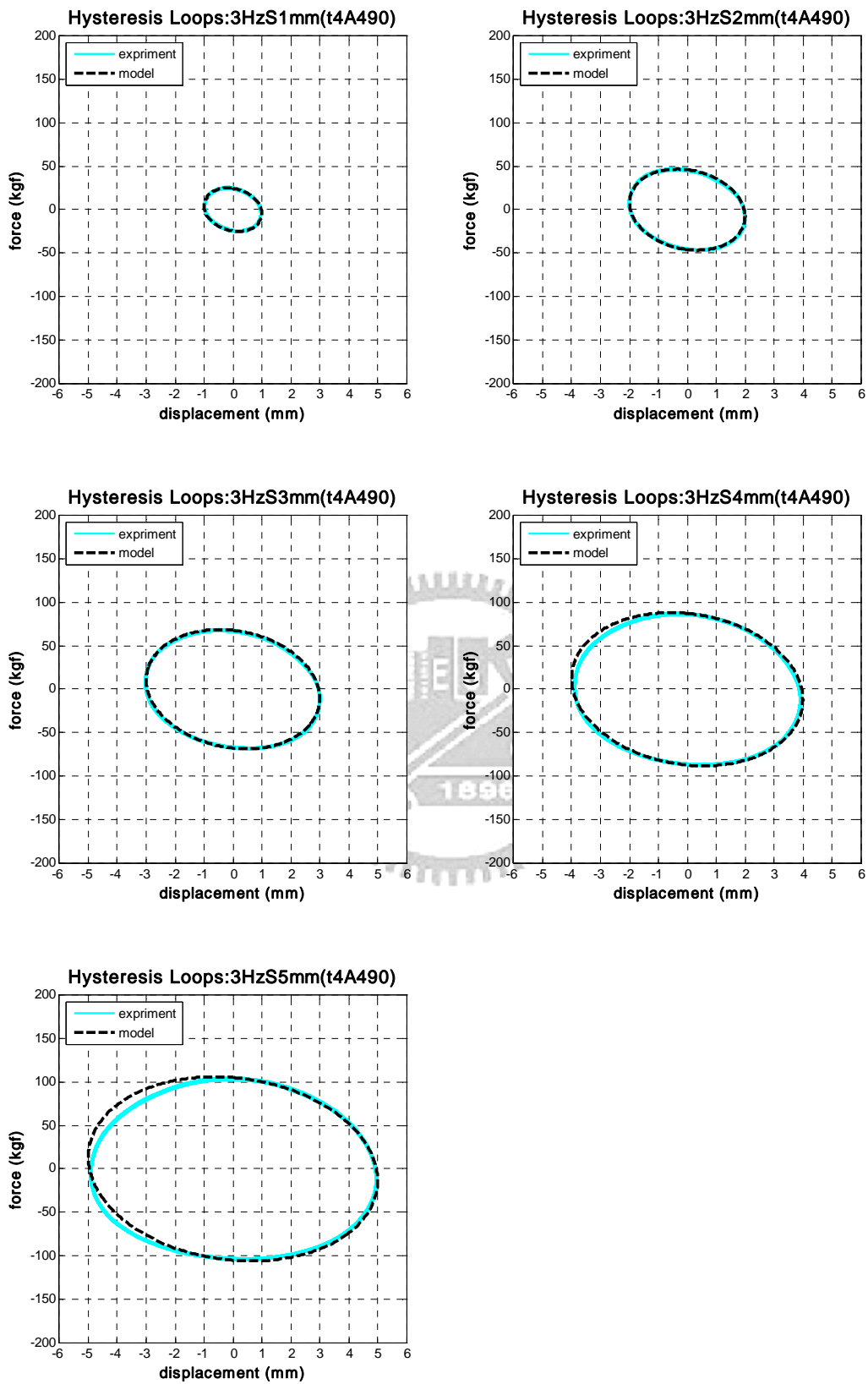


圖 3.20f t4A490 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

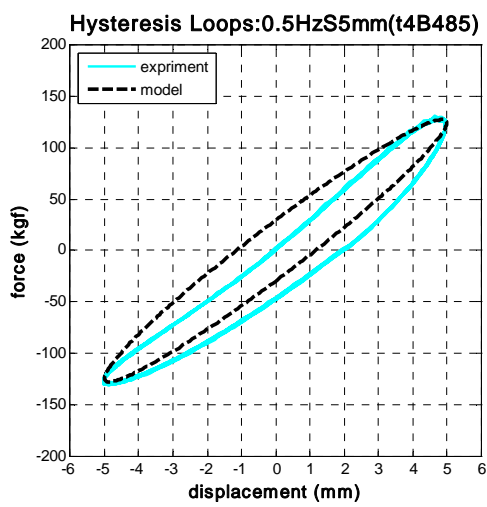
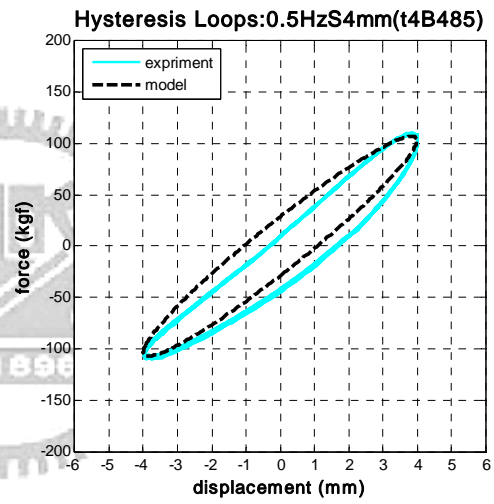
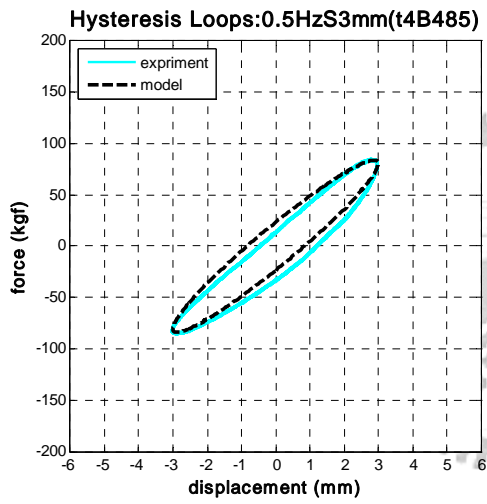
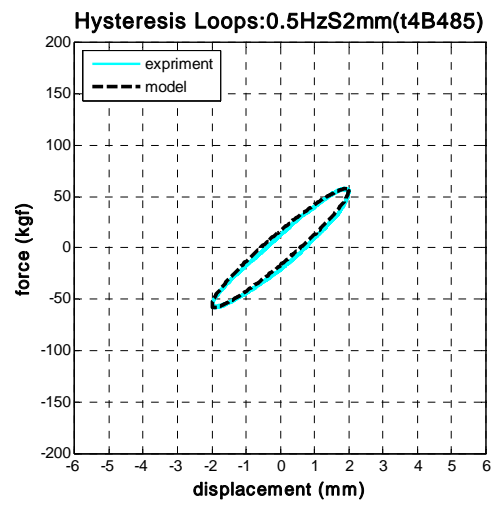
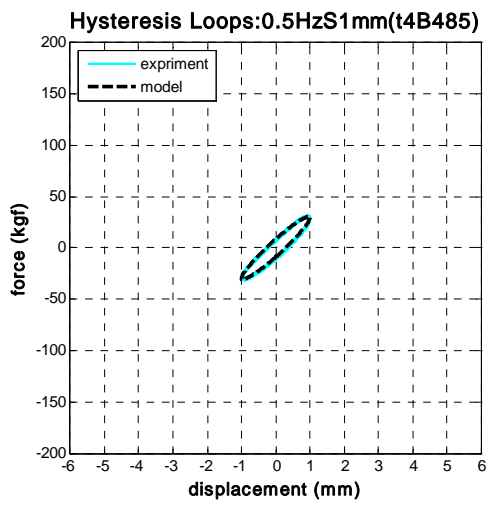


圖 3.21a t4B485 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

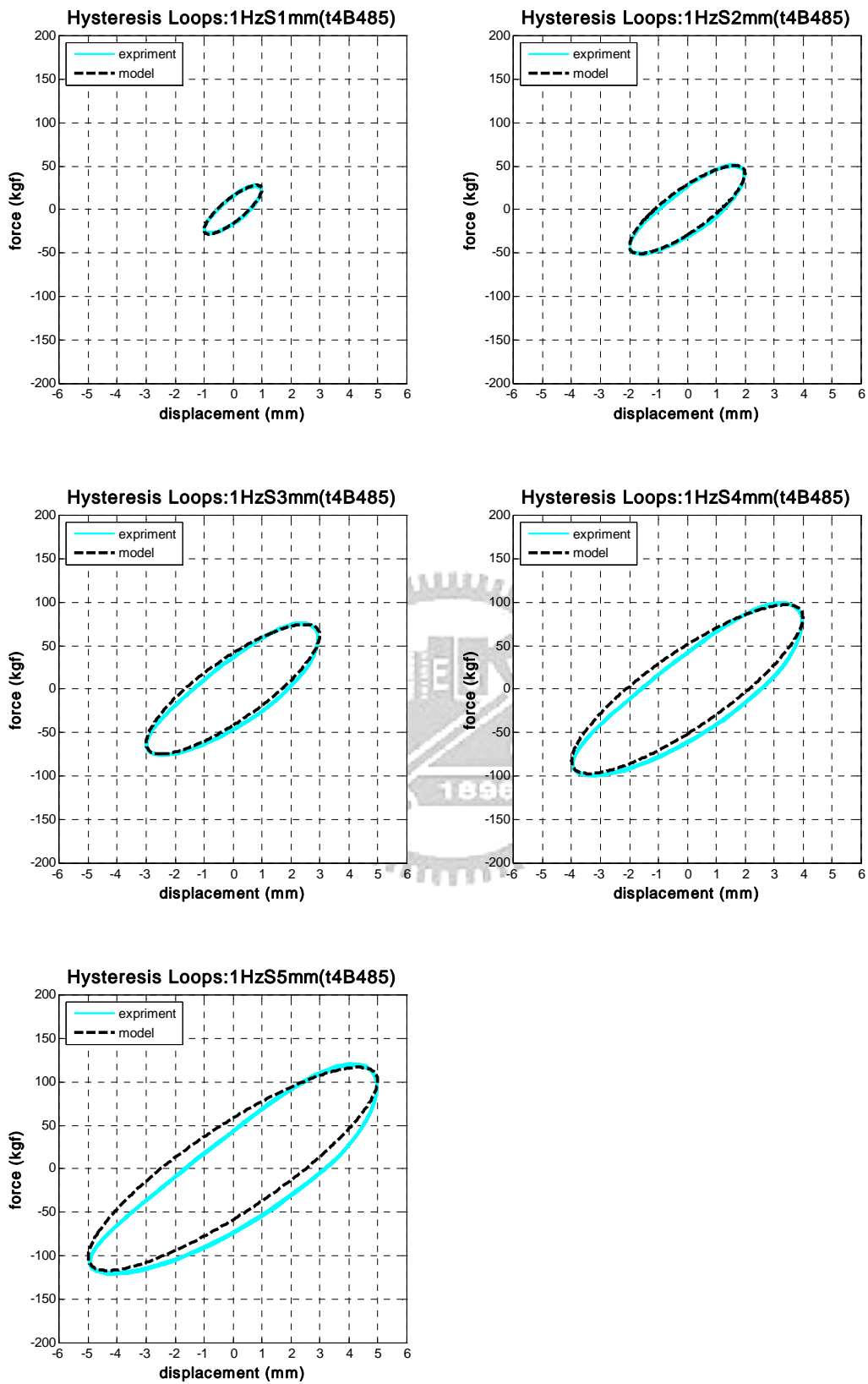


圖 3.21b t4B485 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

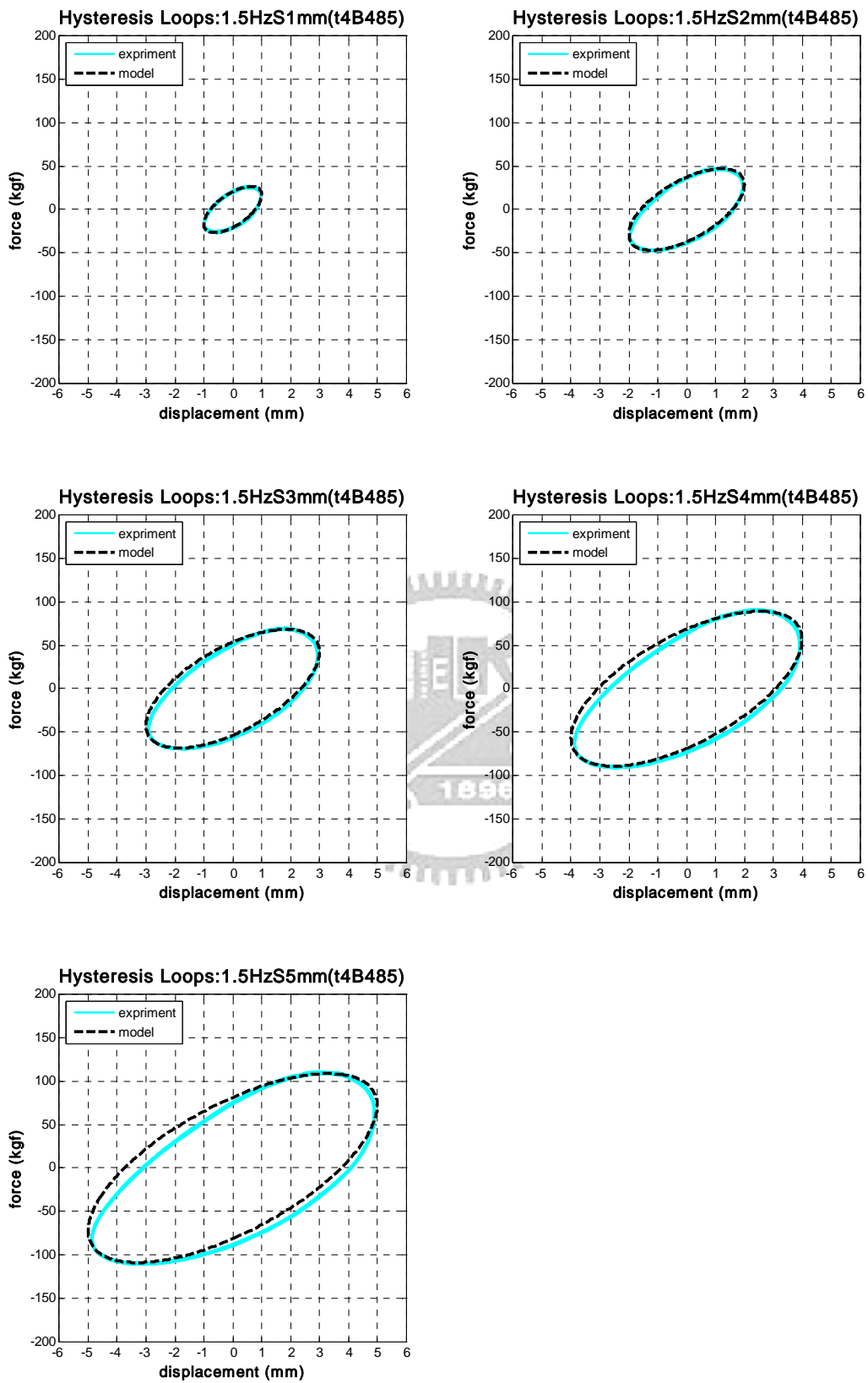


圖 3.21c t4B485 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

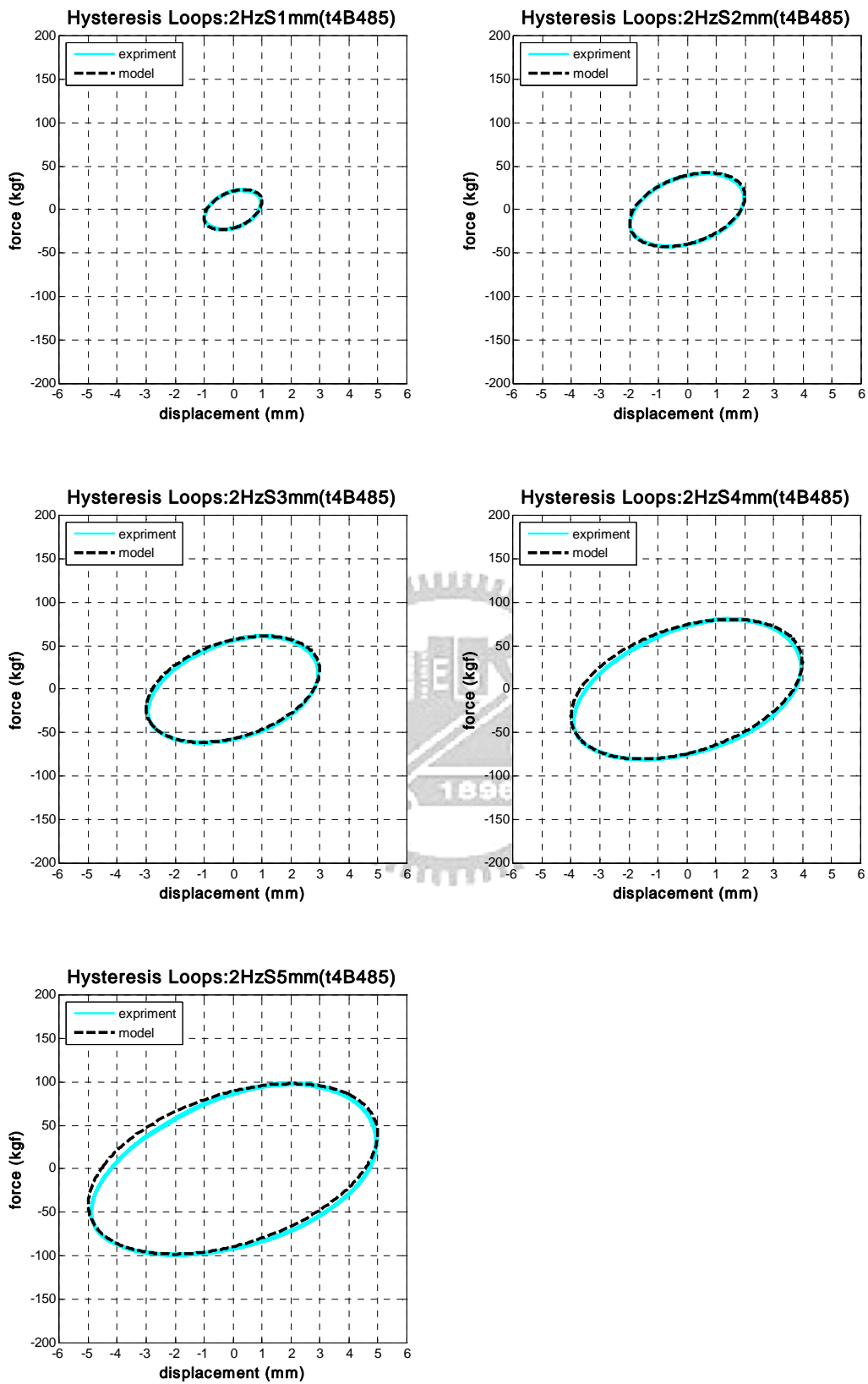


圖 3.21d t4B485 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

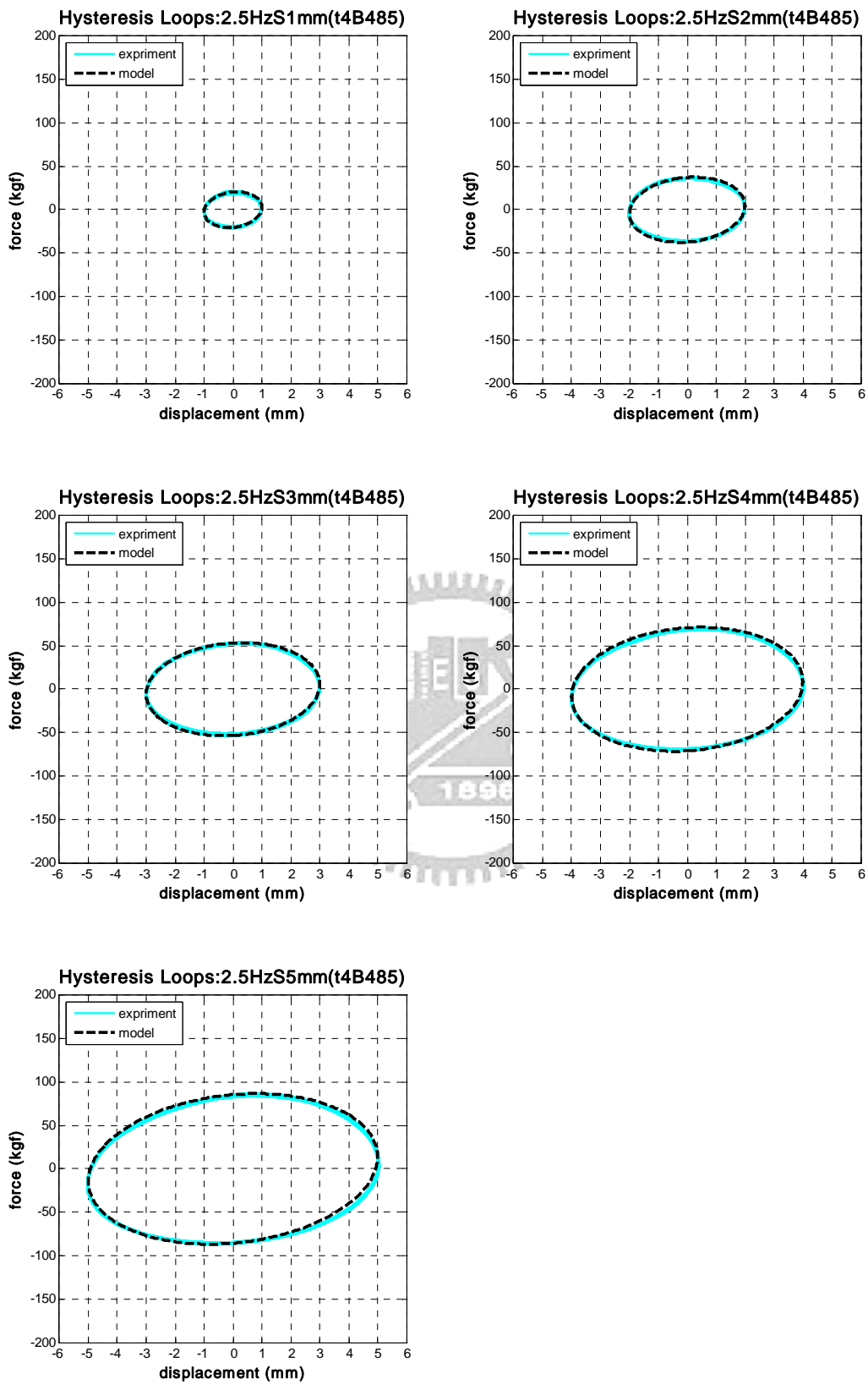


圖 3.21e t4B485 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

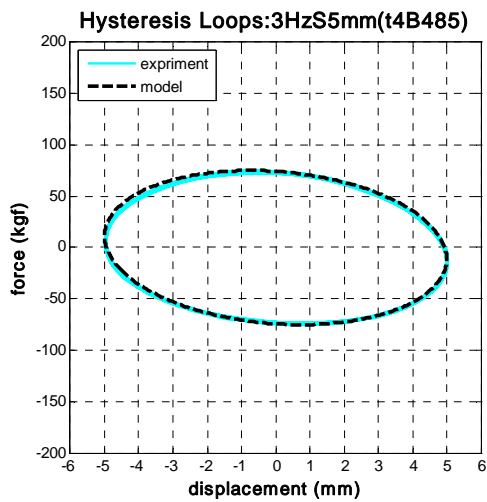
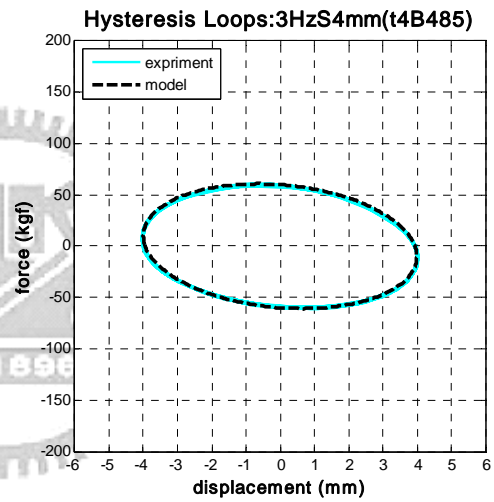
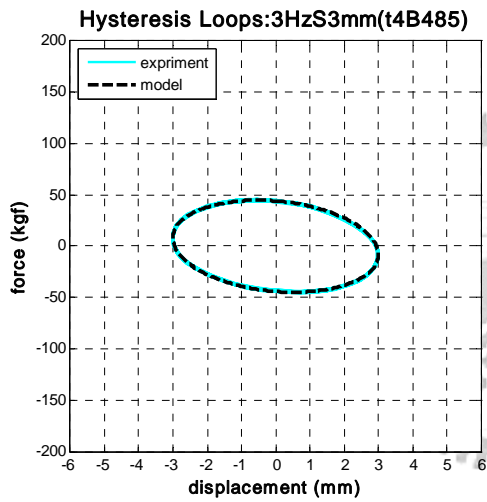
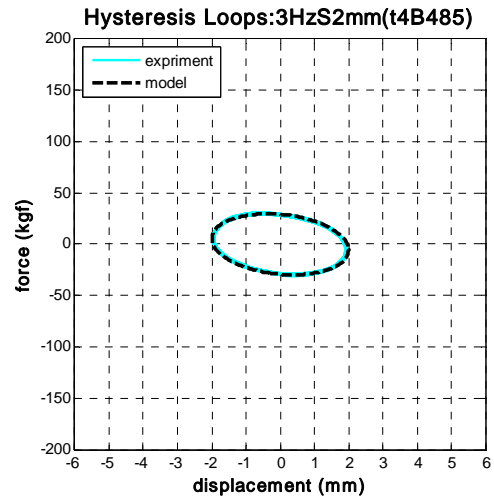
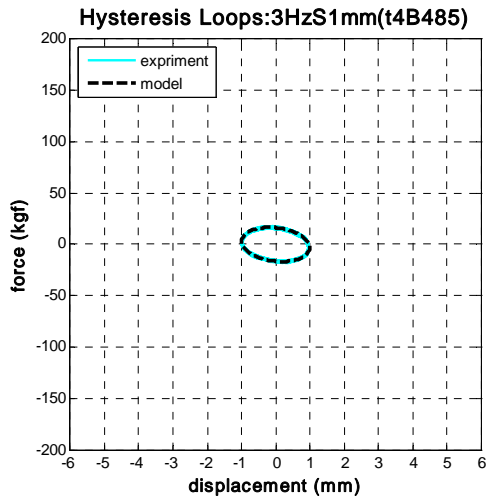


圖 3.21f t4B485 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

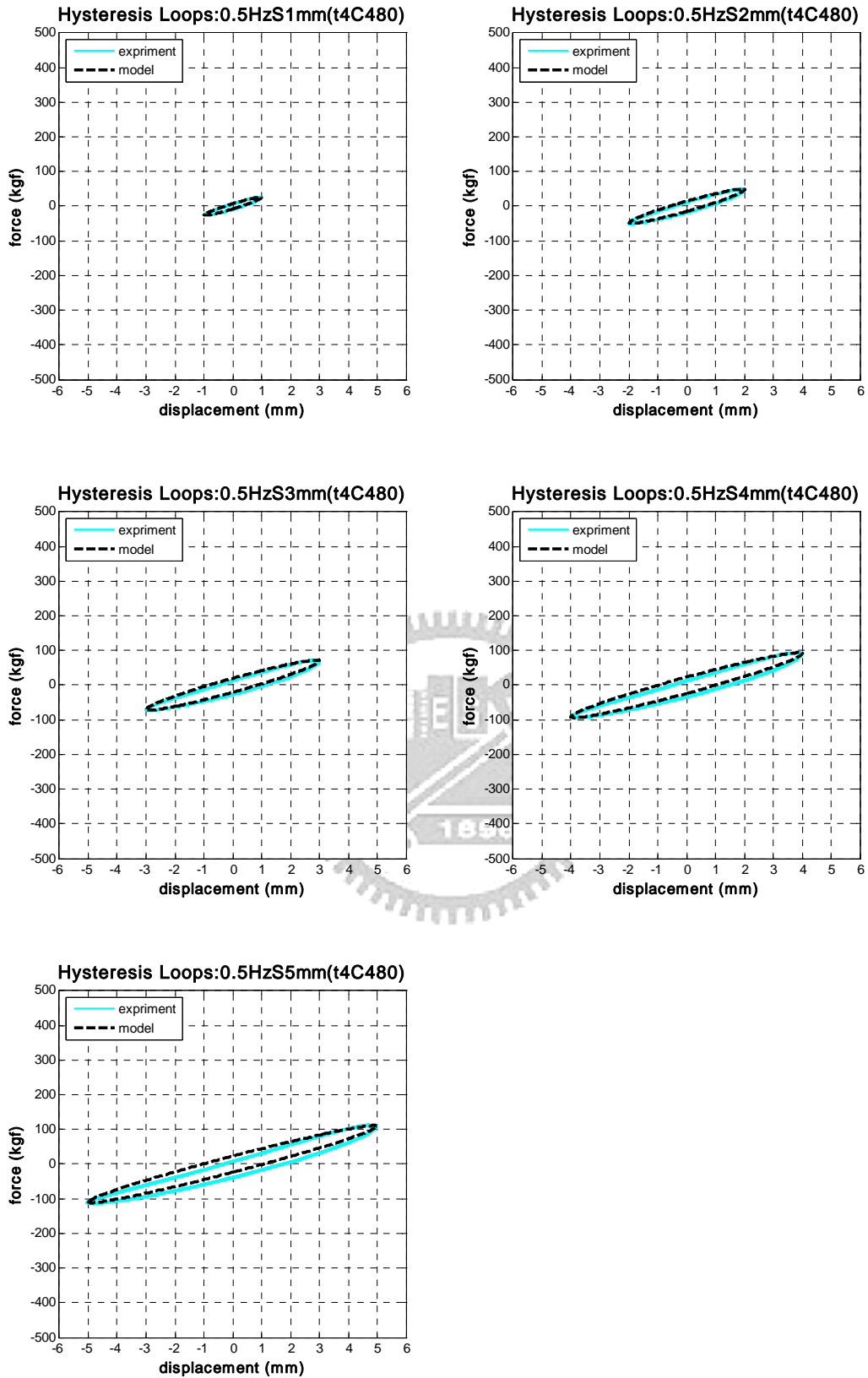


圖 3.22a t4C480 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

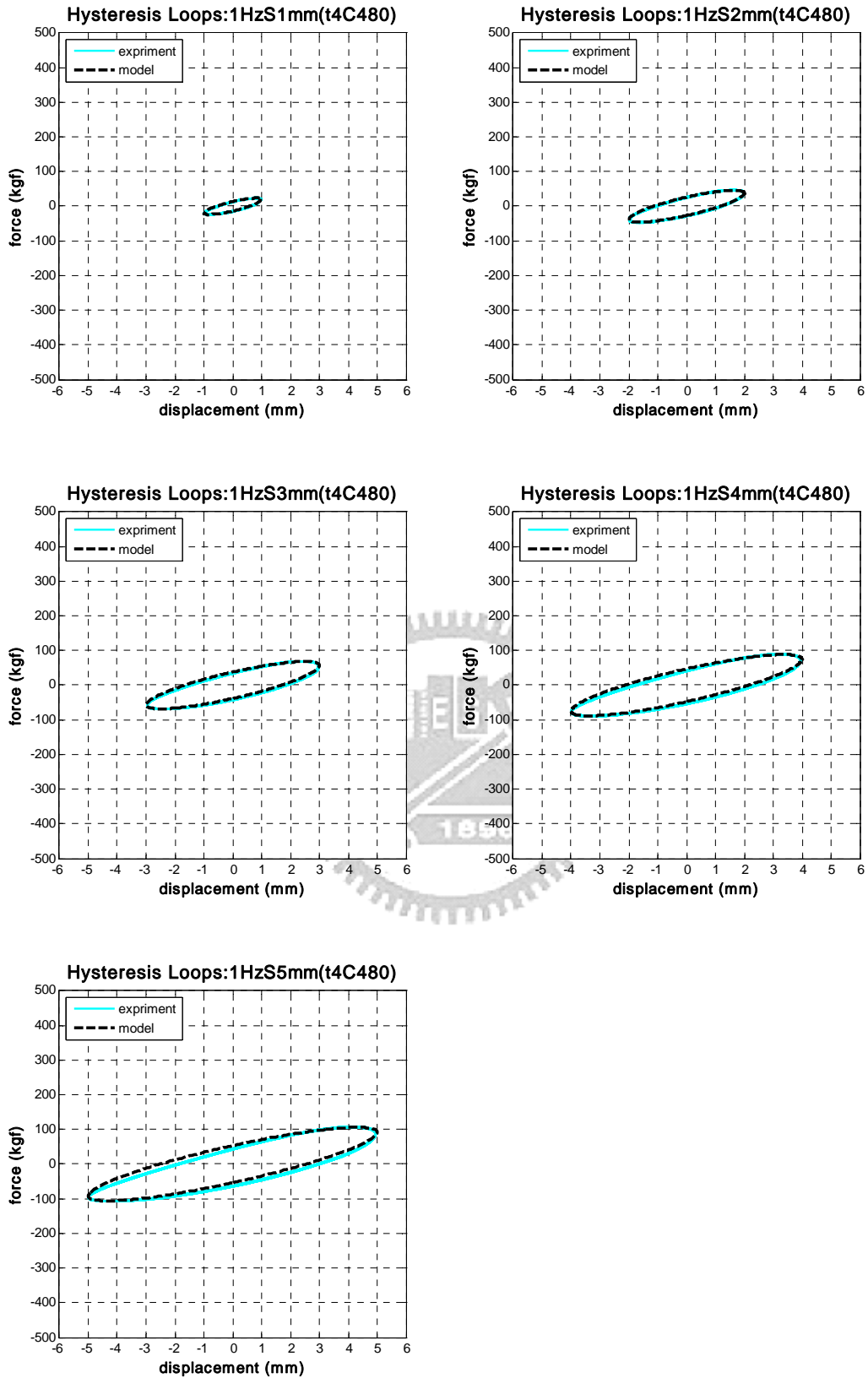


圖 3.22b t4C480 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

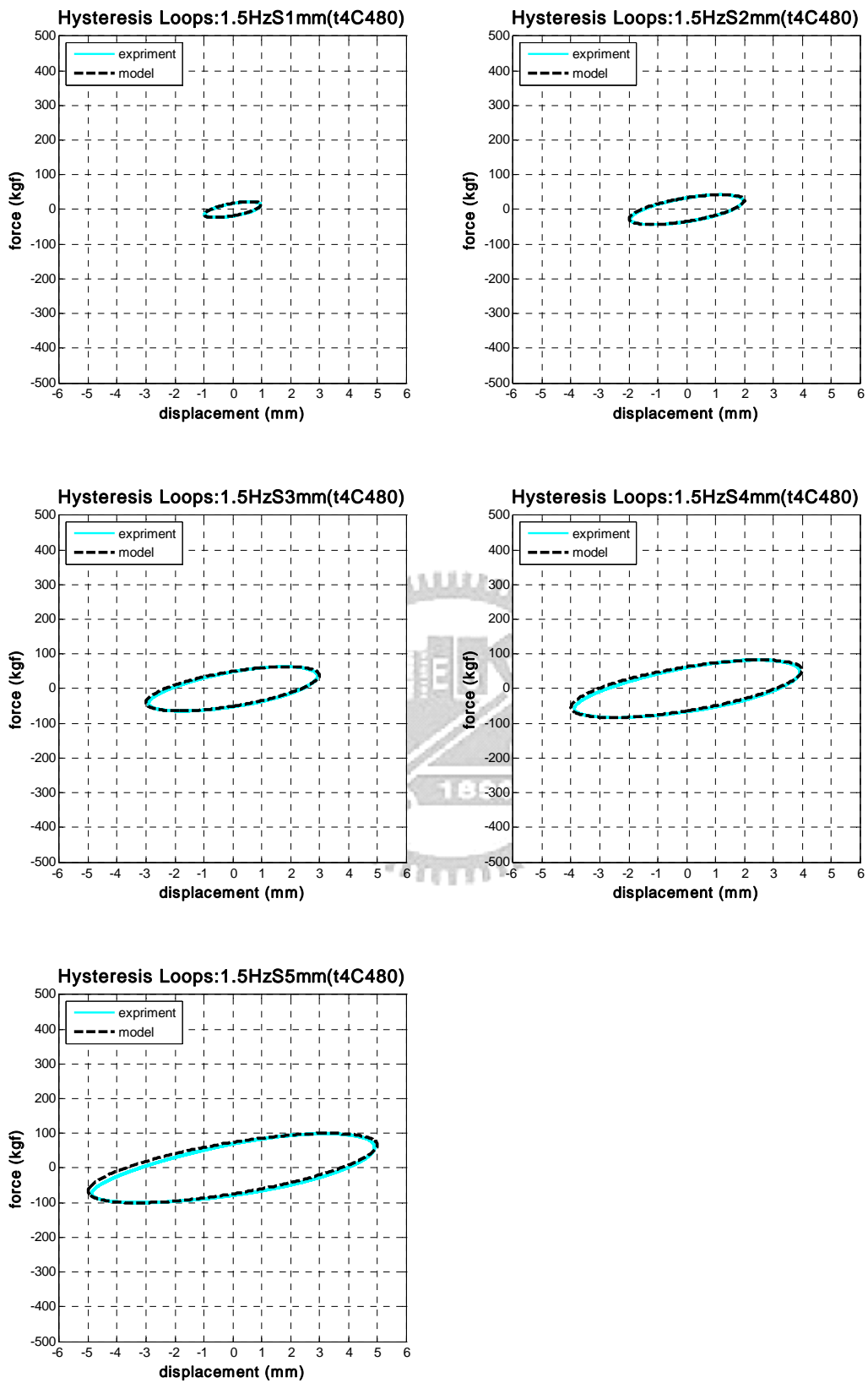


圖 3.22c t4C480 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

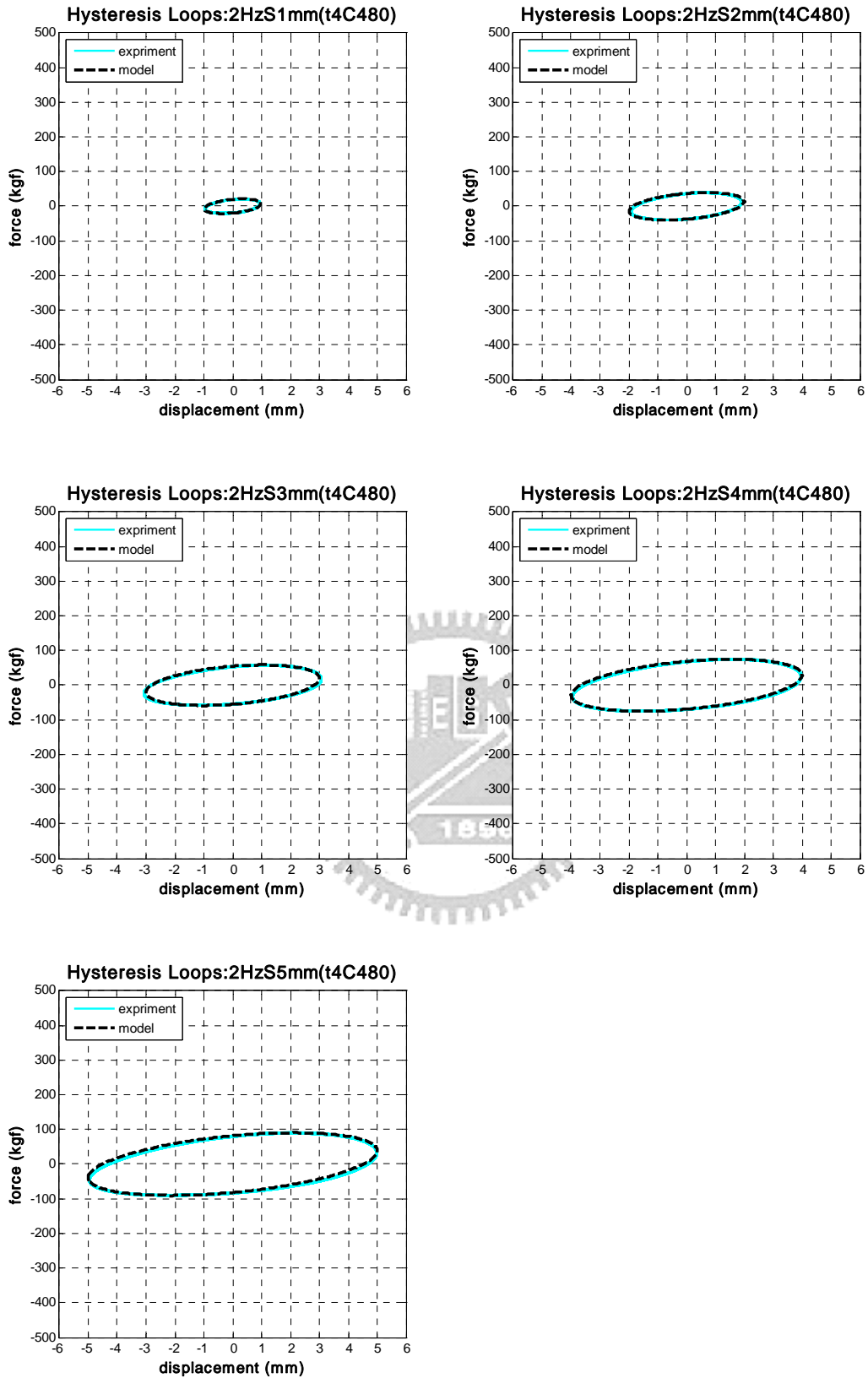


圖 3.22d t4C480 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

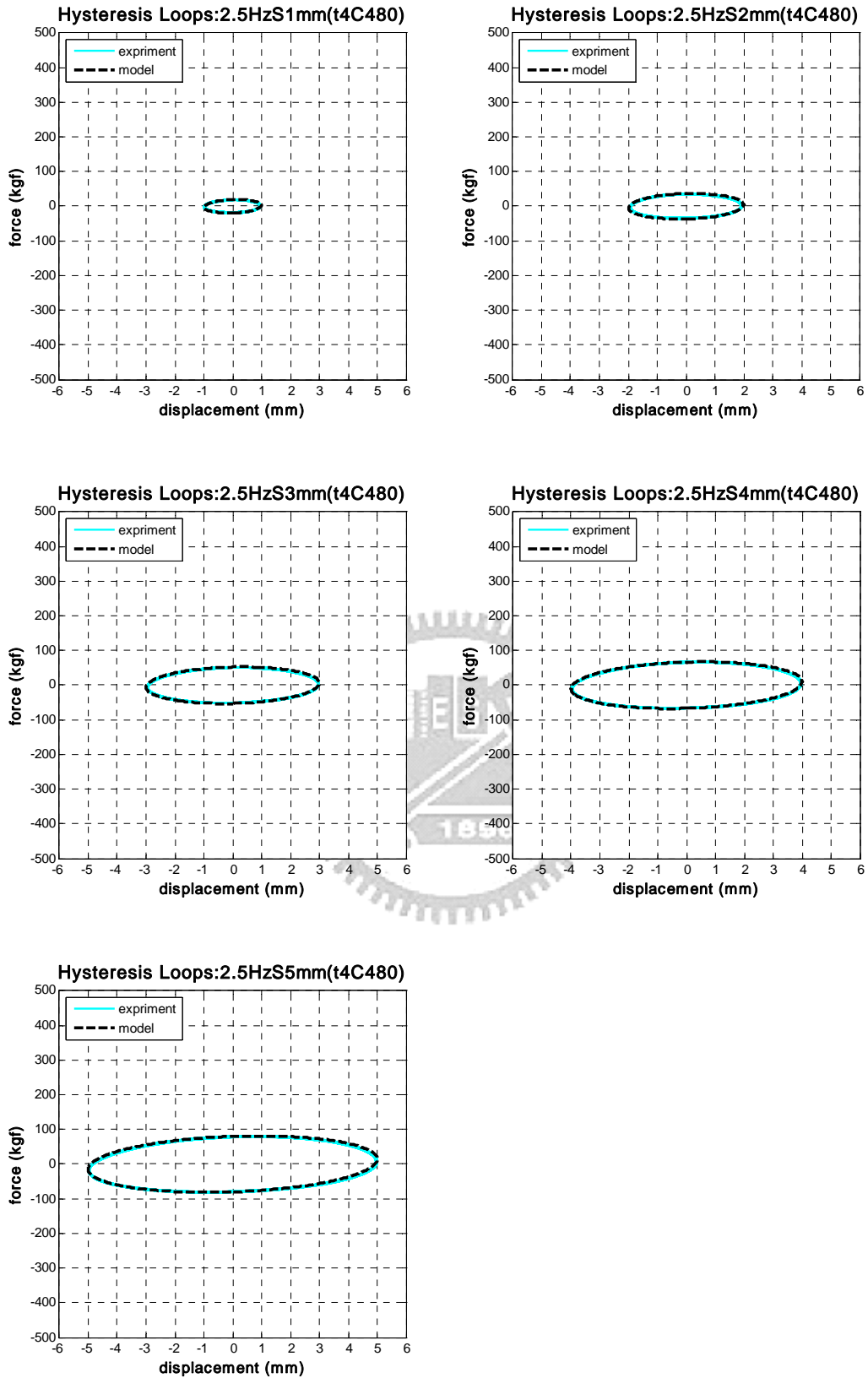


圖 3.22e t4C480 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

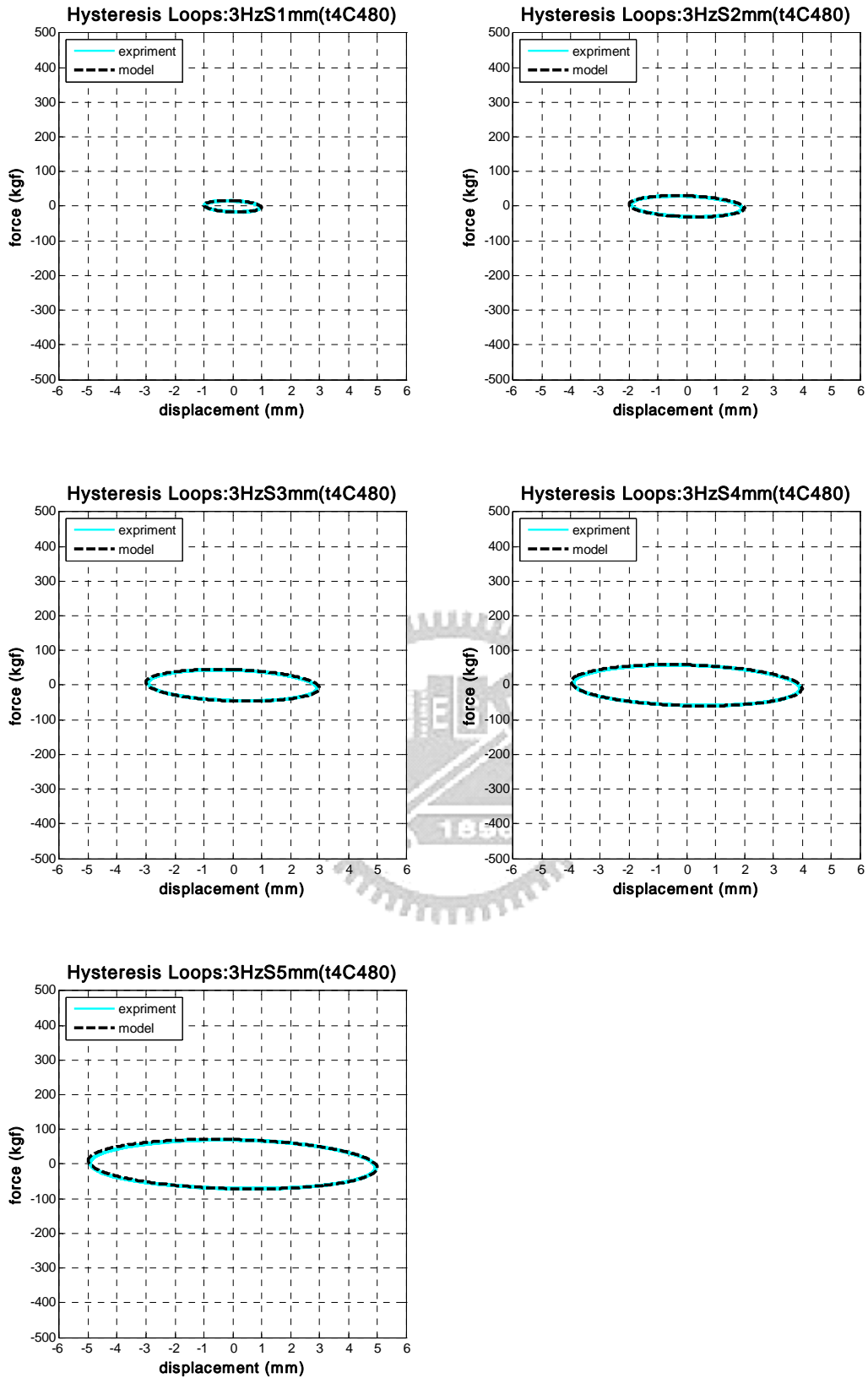


圖 3.22f t4C480 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

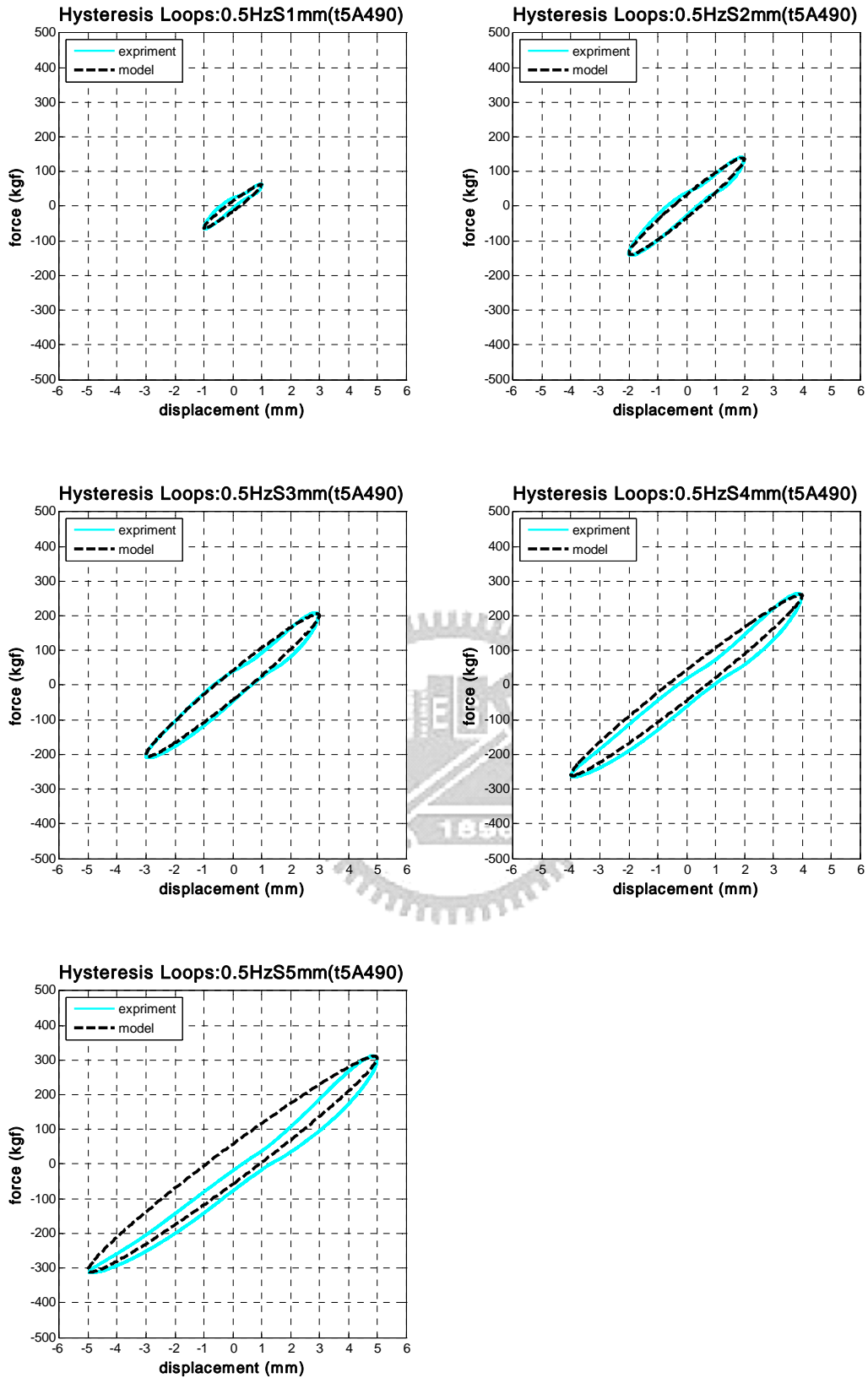


圖 3.23a t5A490 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

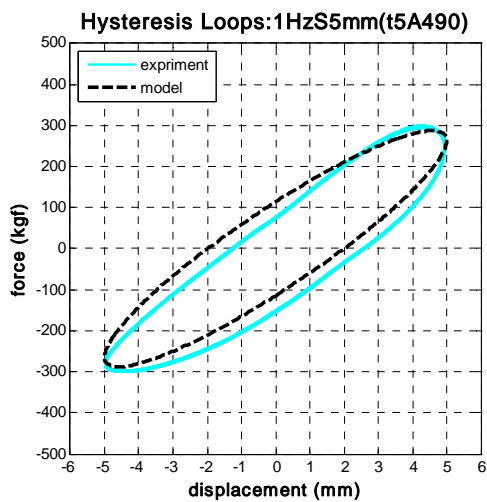
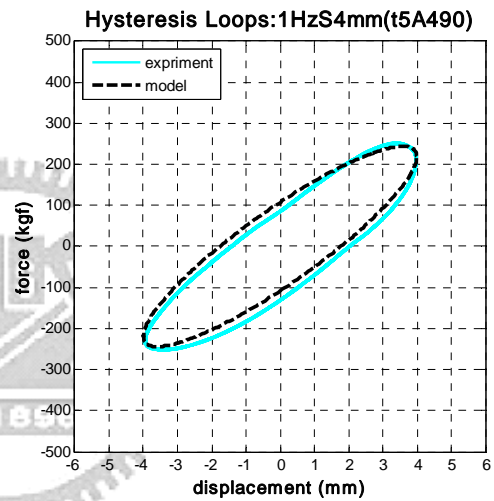
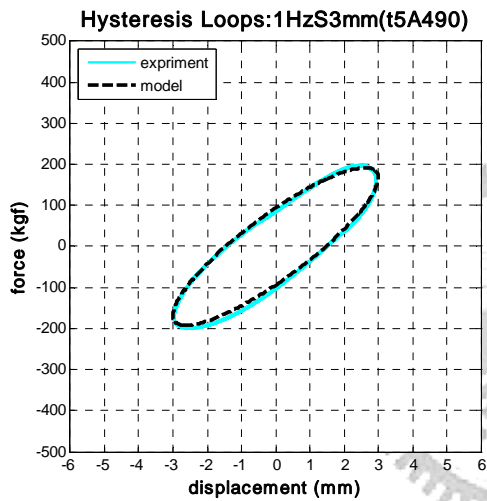
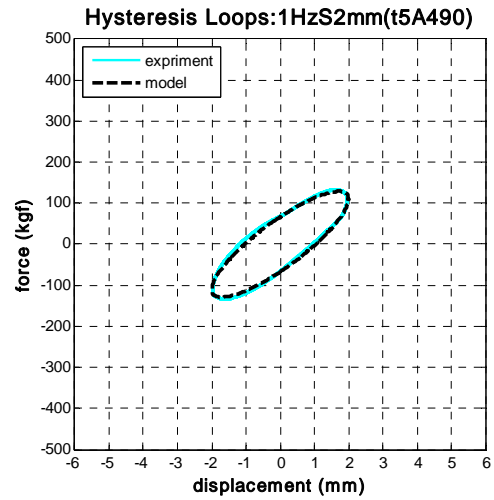
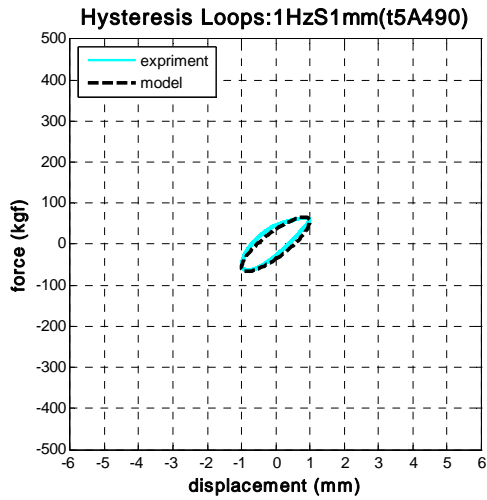


圖 3.23b t5A490 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

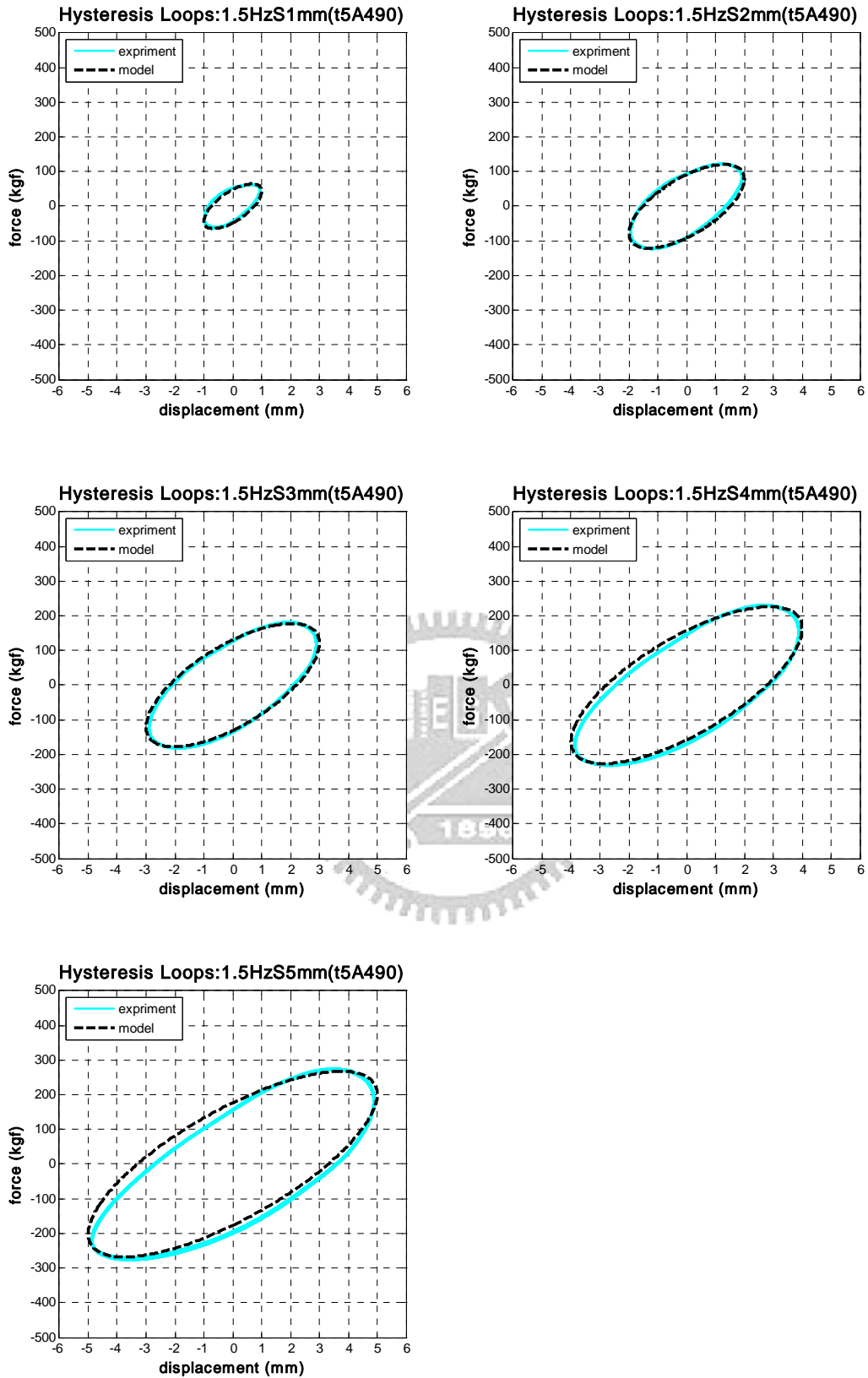


圖 3.23c t5A490 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

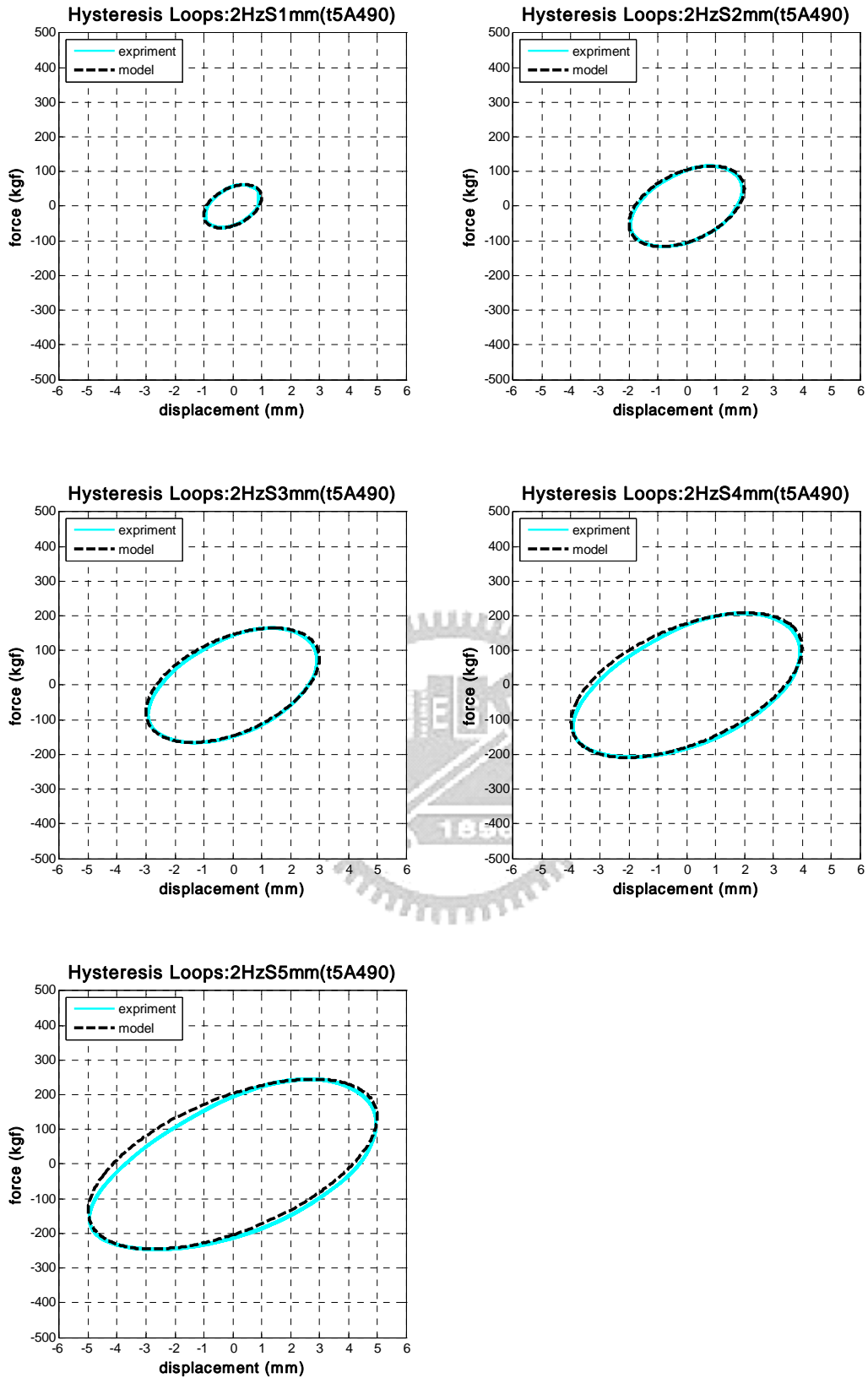


圖 3.23d t5A490 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

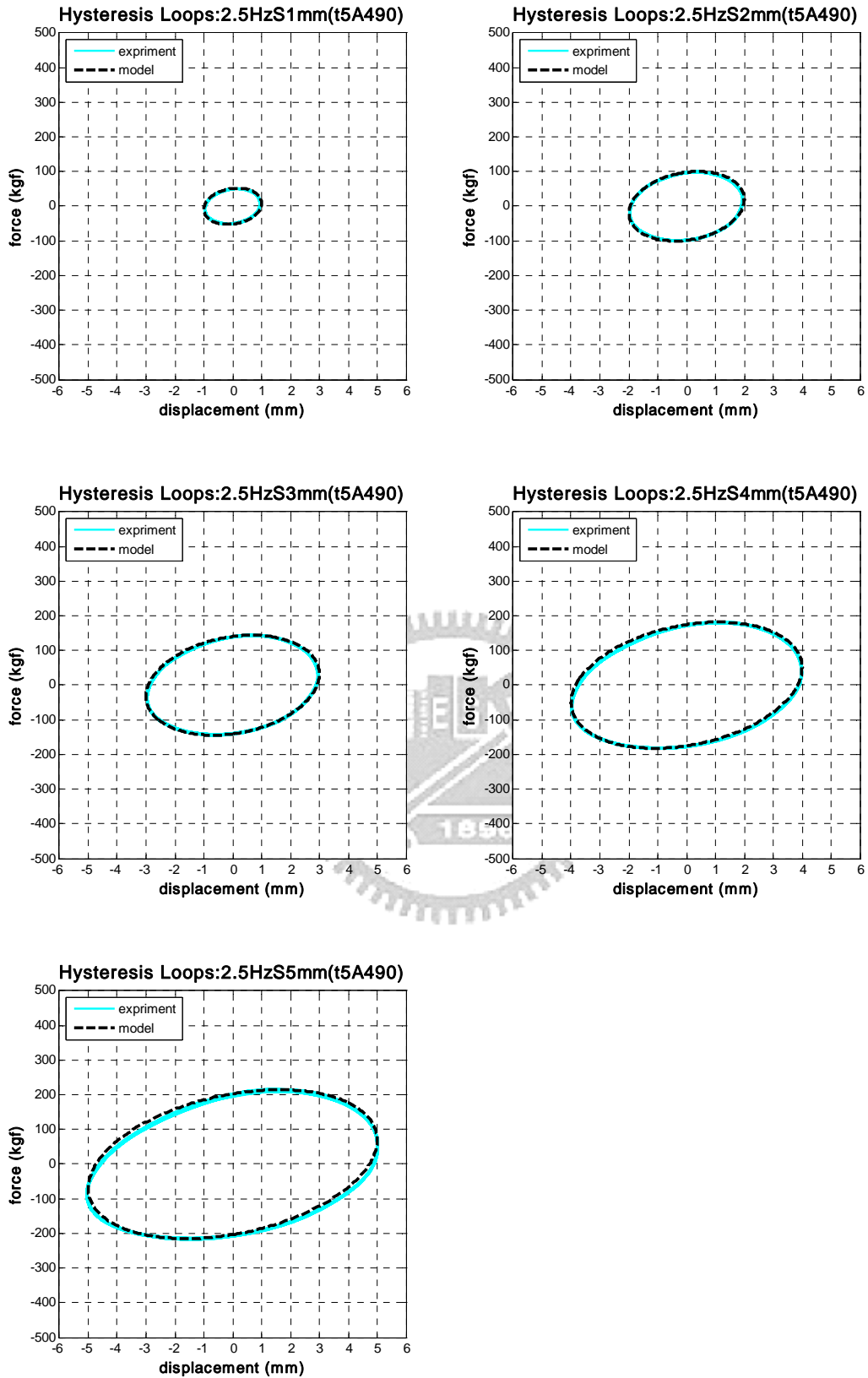


圖 3.23e t5A490 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

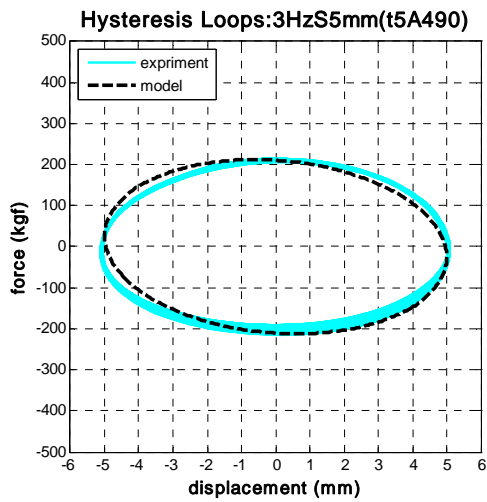
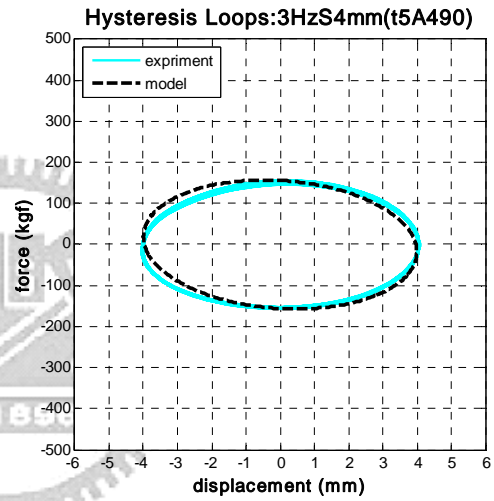
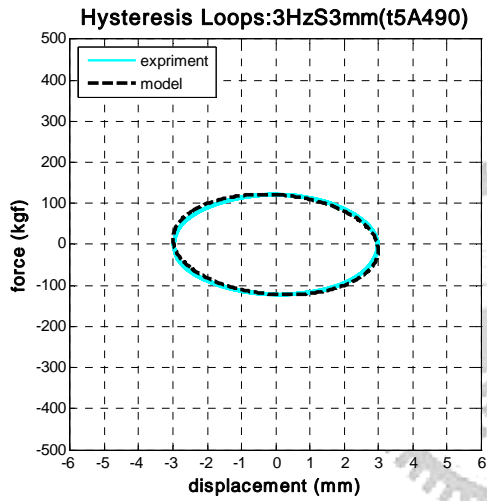
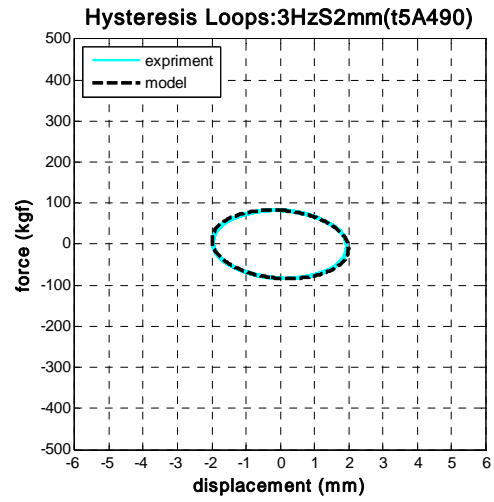
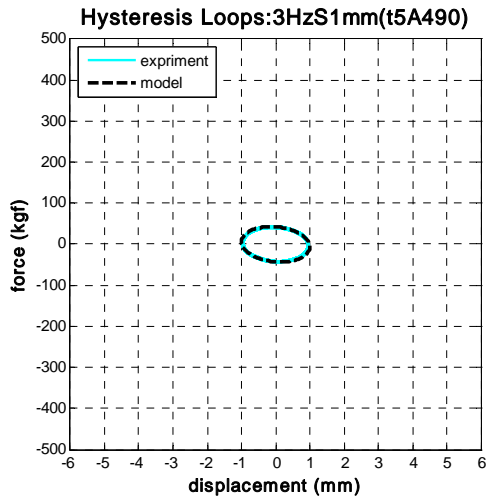


圖 3.23f t5A490 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

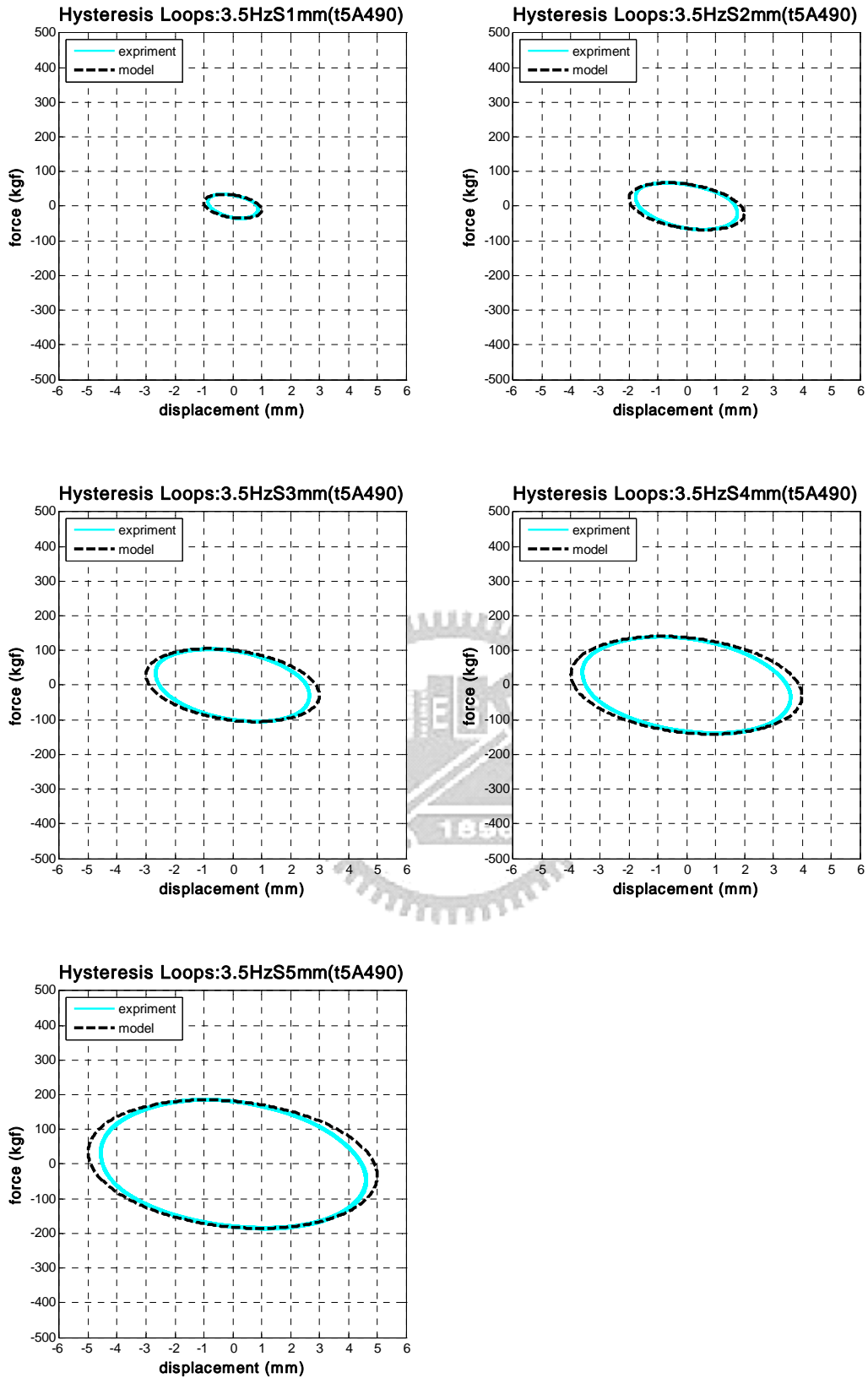


圖 3.23g t5A490 試體擾動頻率 3.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

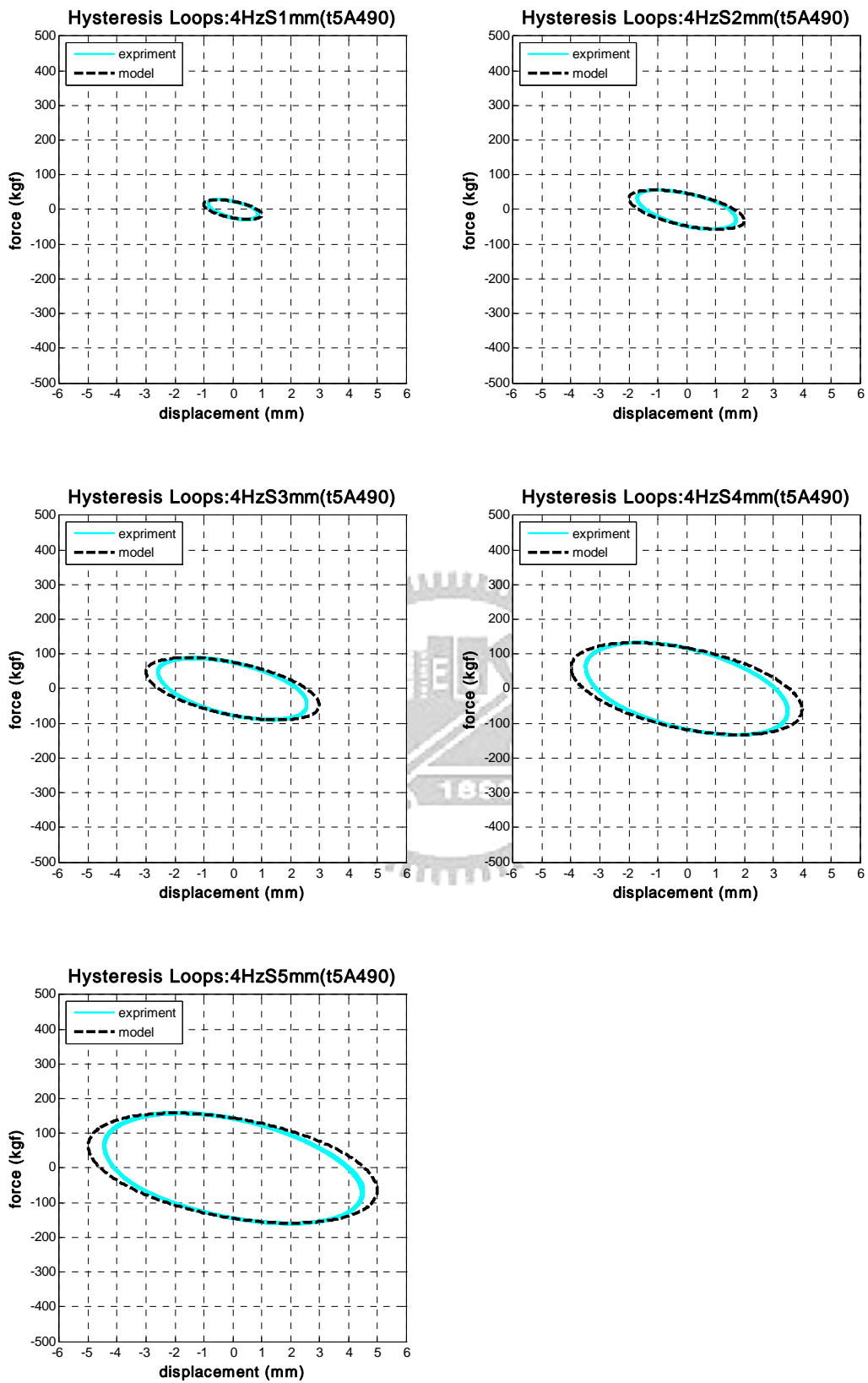


圖 3.23h t5A490 試體擾動頻率 4.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

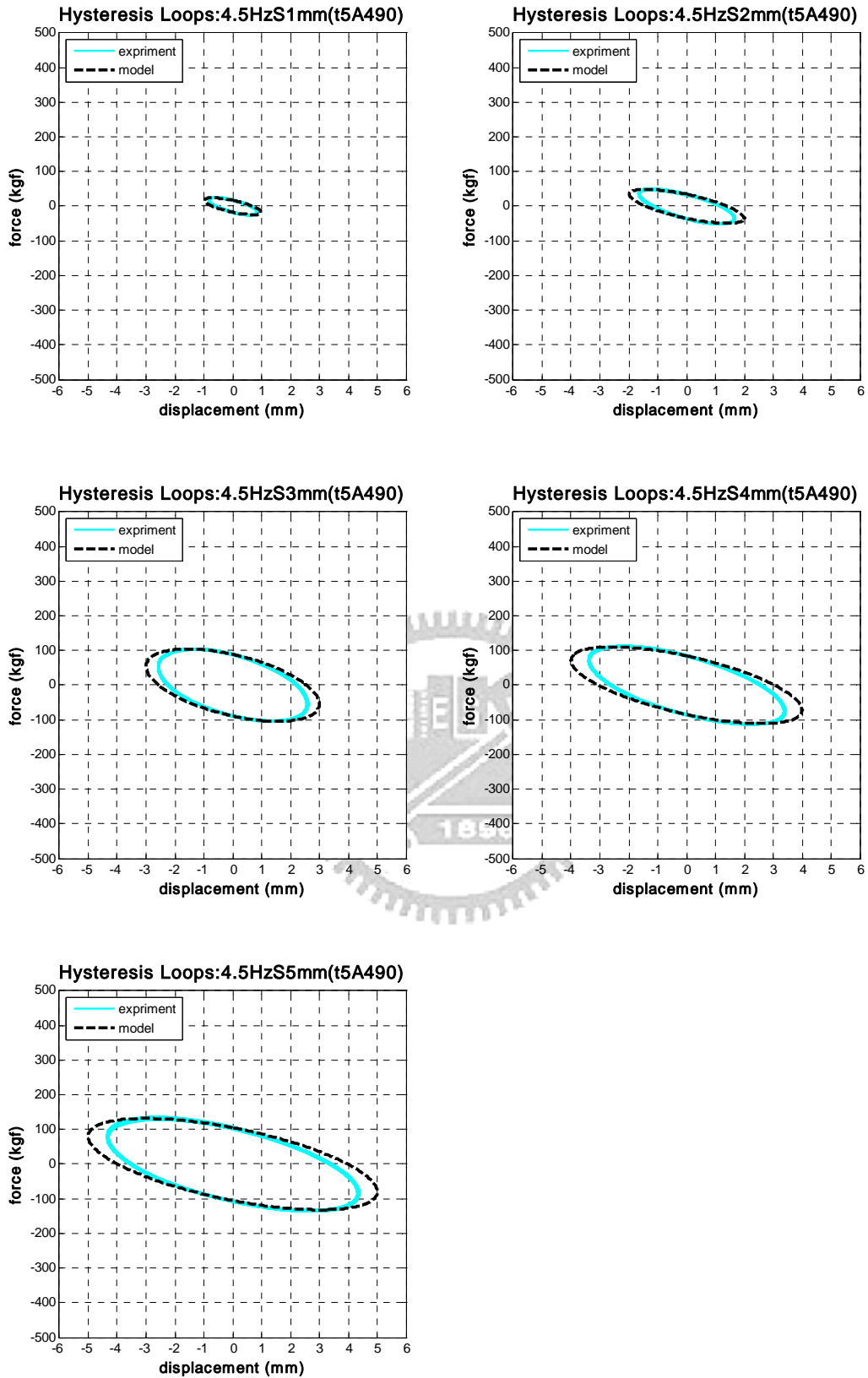


圖 3.23i t5A490 試體擾動頻率 4.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

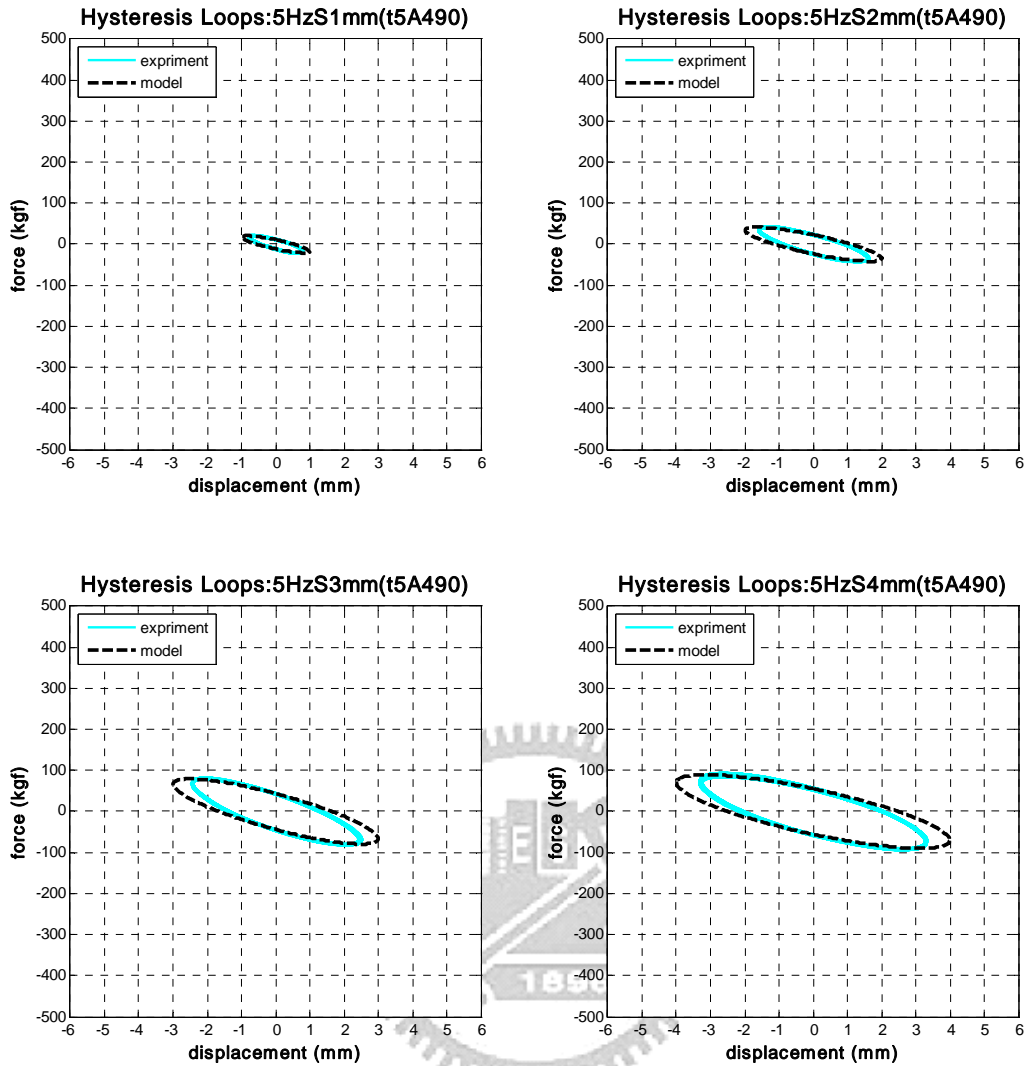


圖 3.23j t5A490 試體擾動頻率 5.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

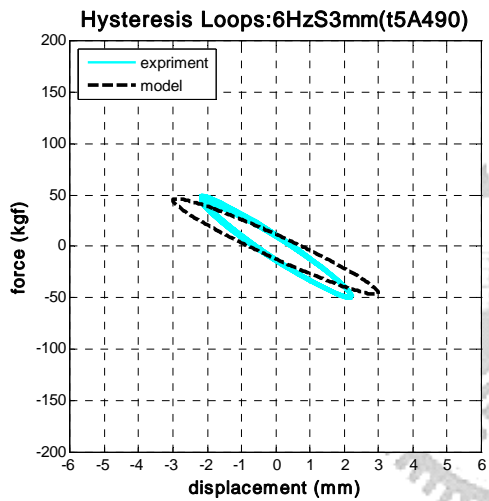
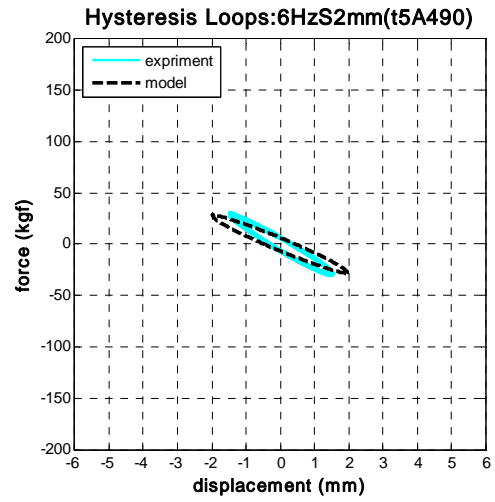
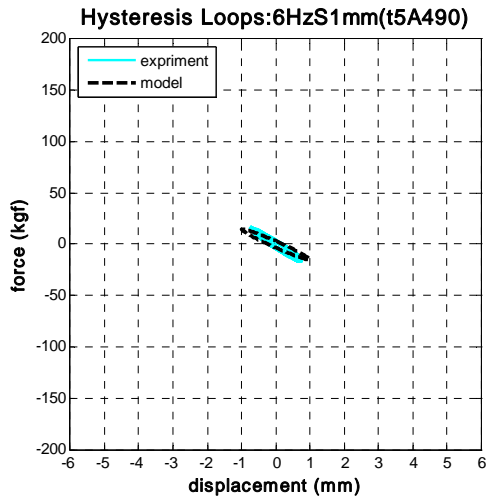


圖 3.23k t5A490 試體擾動頻率 6.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

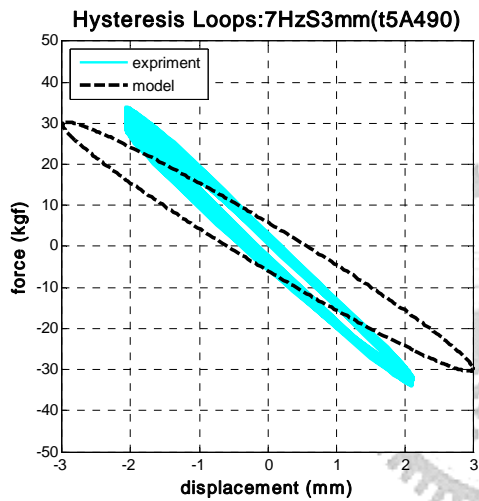
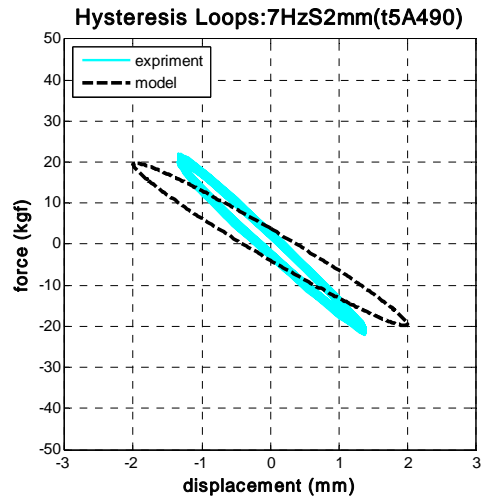
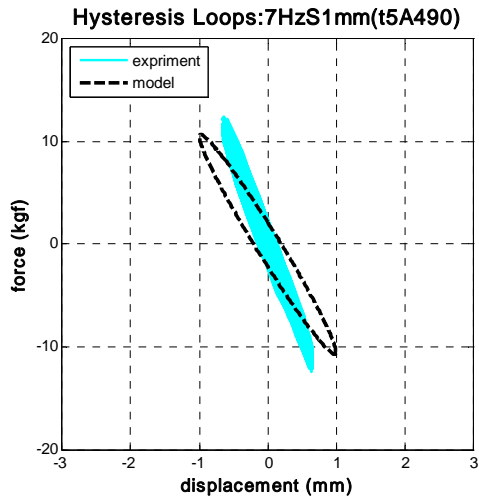


圖 3.231 t5A490 試體擾動頻率 7.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

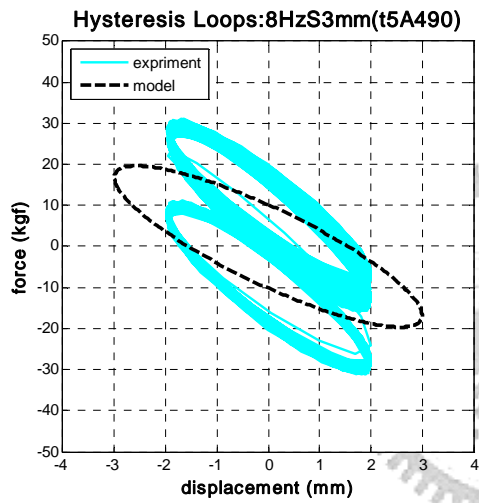
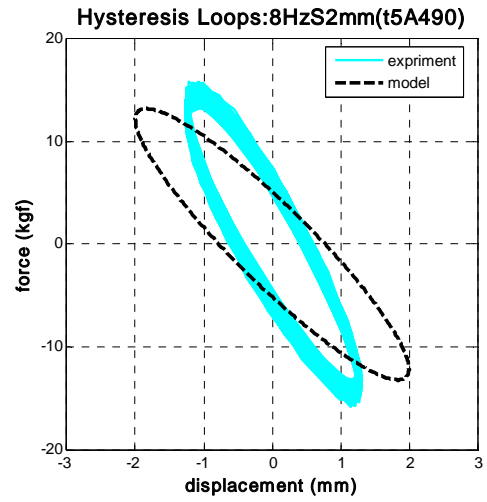
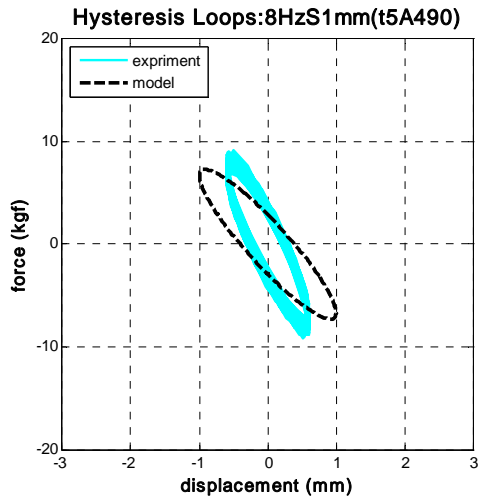


圖 3.23m t5A490 試體擾動頻率 8.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

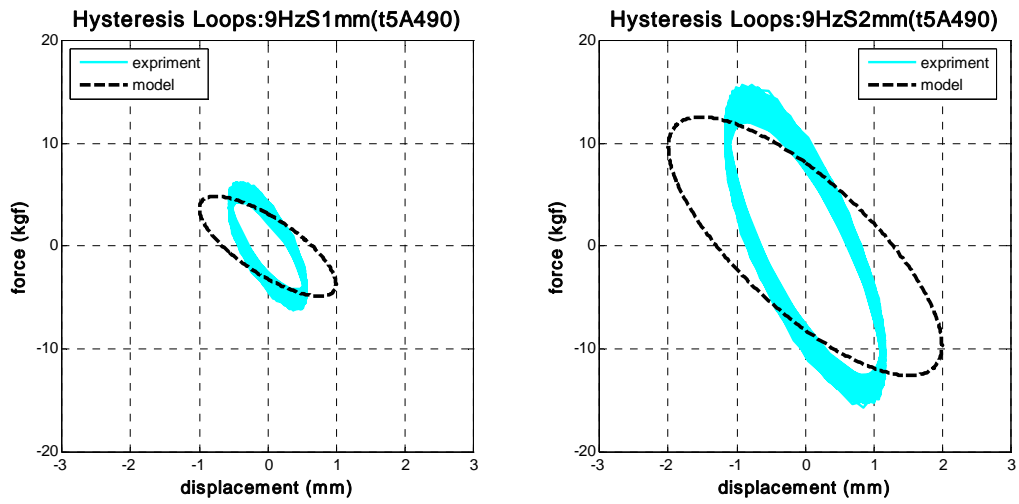


圖 3.23n t5A490 試體擾動頻率 9.0Hz 各振幅之遲滯迴圈



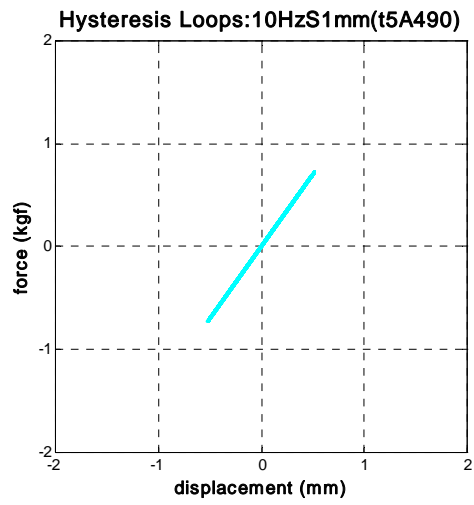


圖 3.23o t5A490 試體擾動頻率 10.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

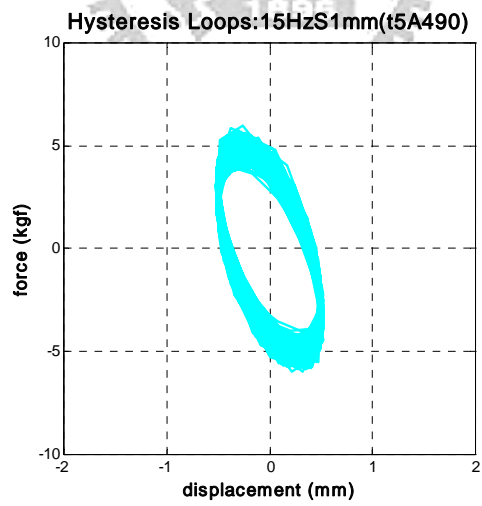


圖 3.23p t5A490 試體擾動頻率 15.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

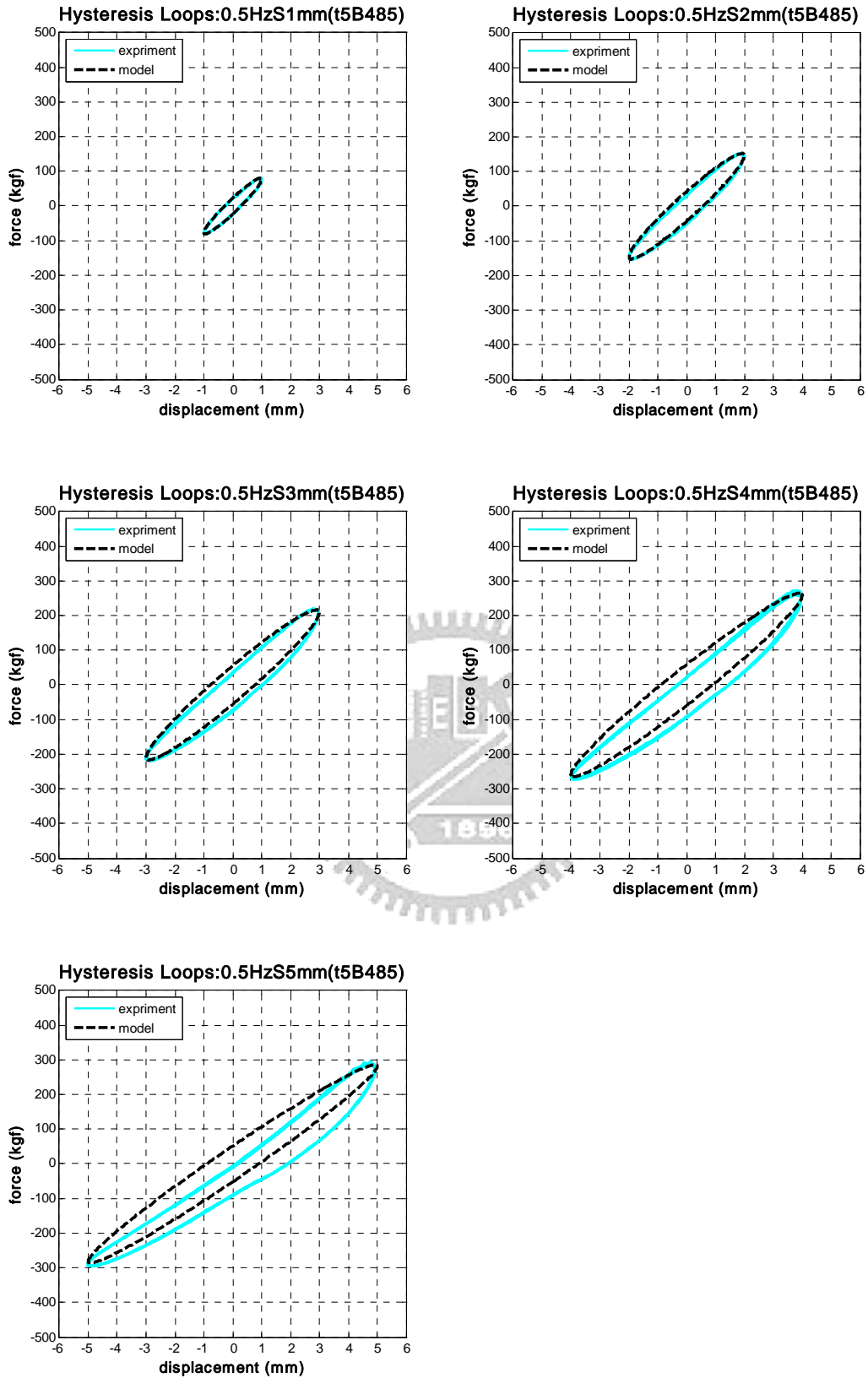


圖 3.24a t5B485 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

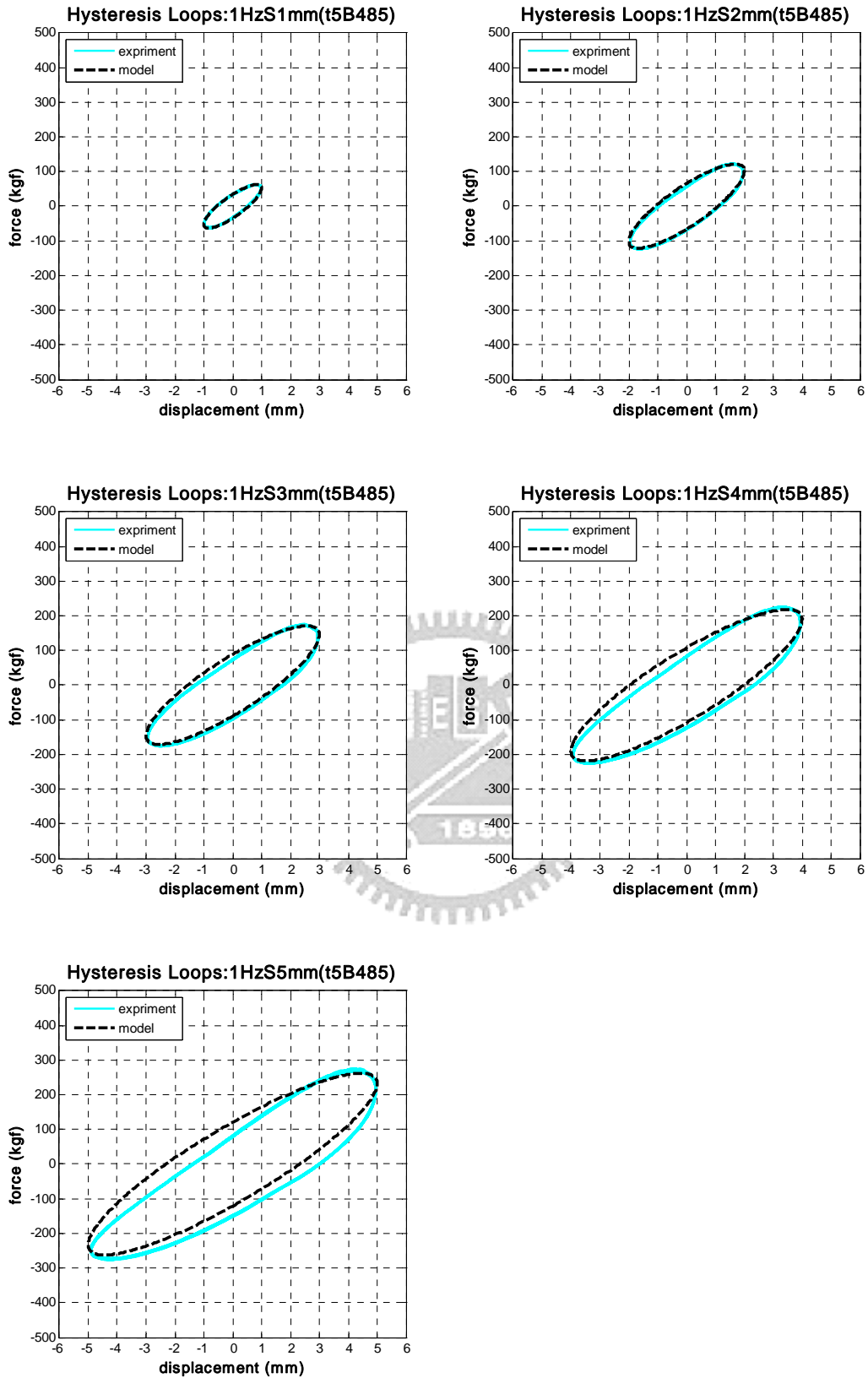


圖 3.24b t5B485 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

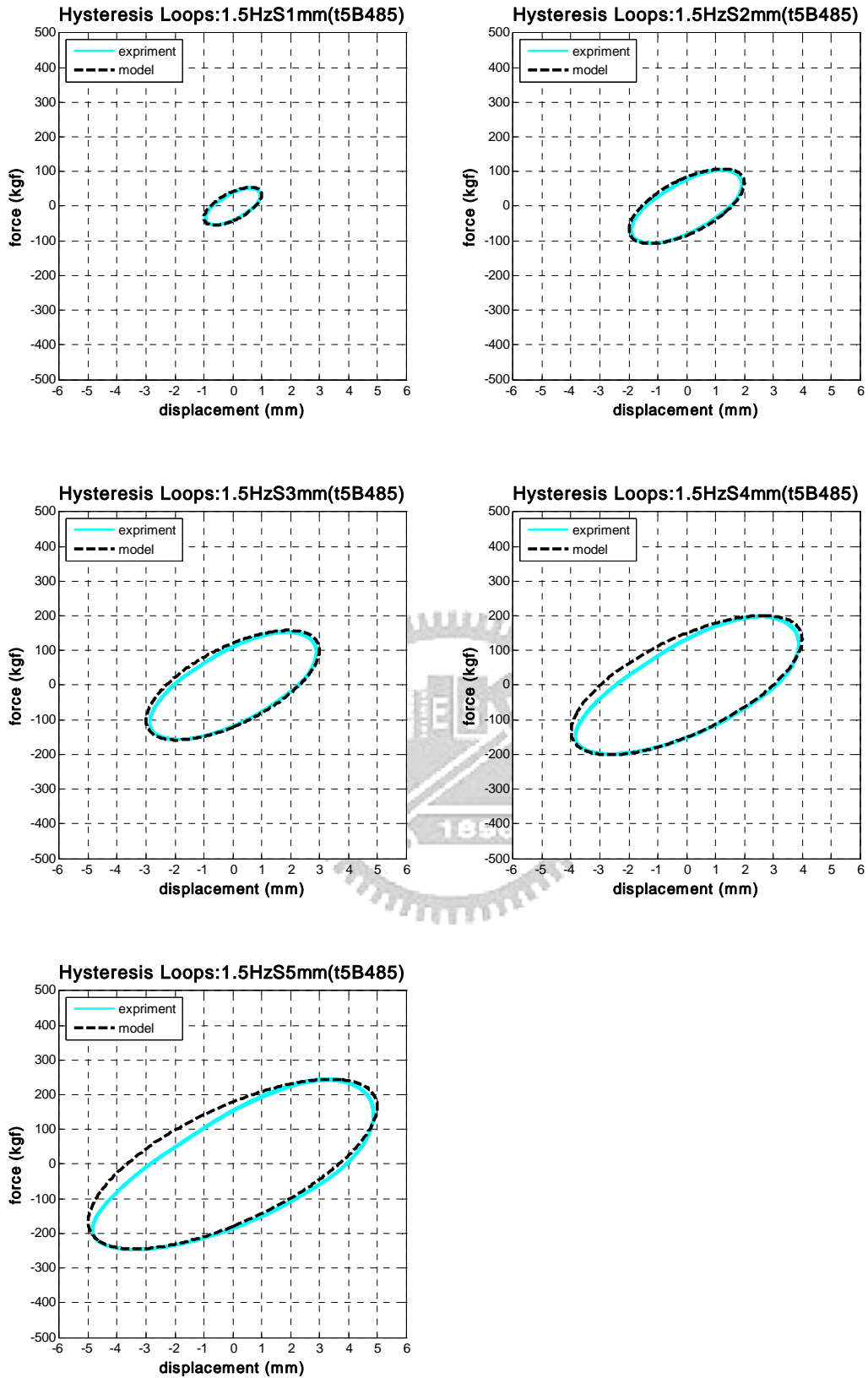


圖 3.24c t5B485 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

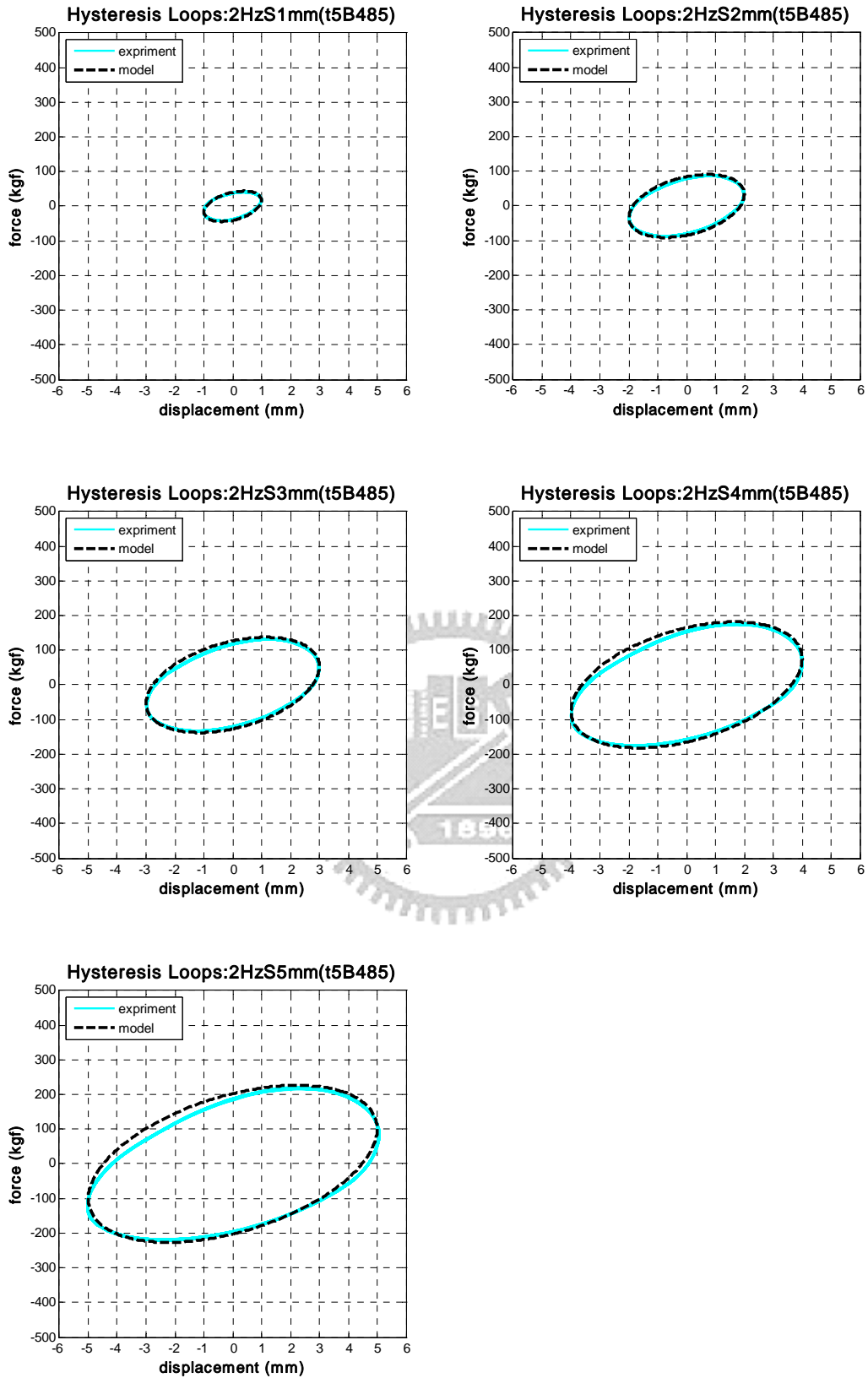


圖 3.24d t5B485 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

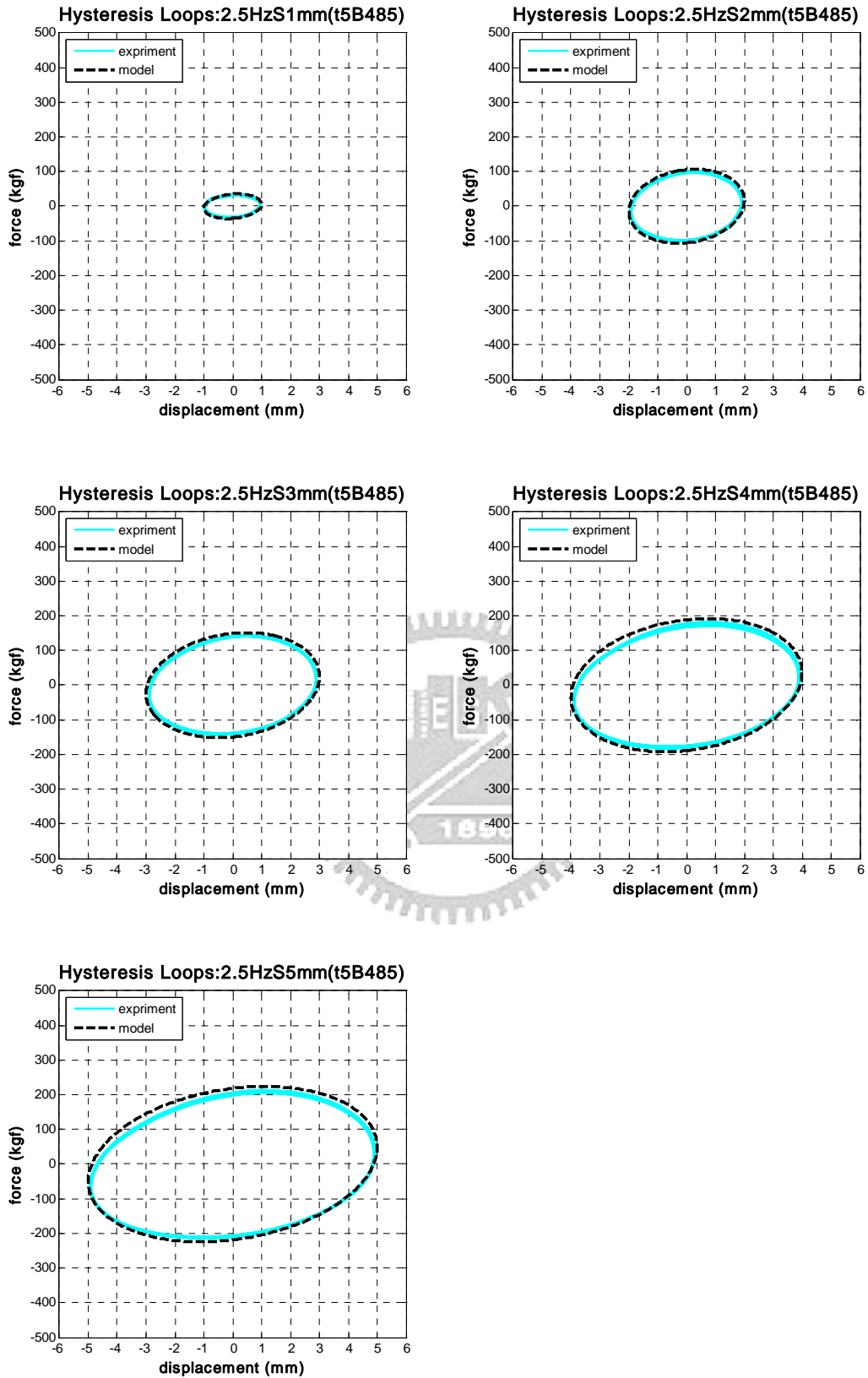


圖 3.24e t5B485 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

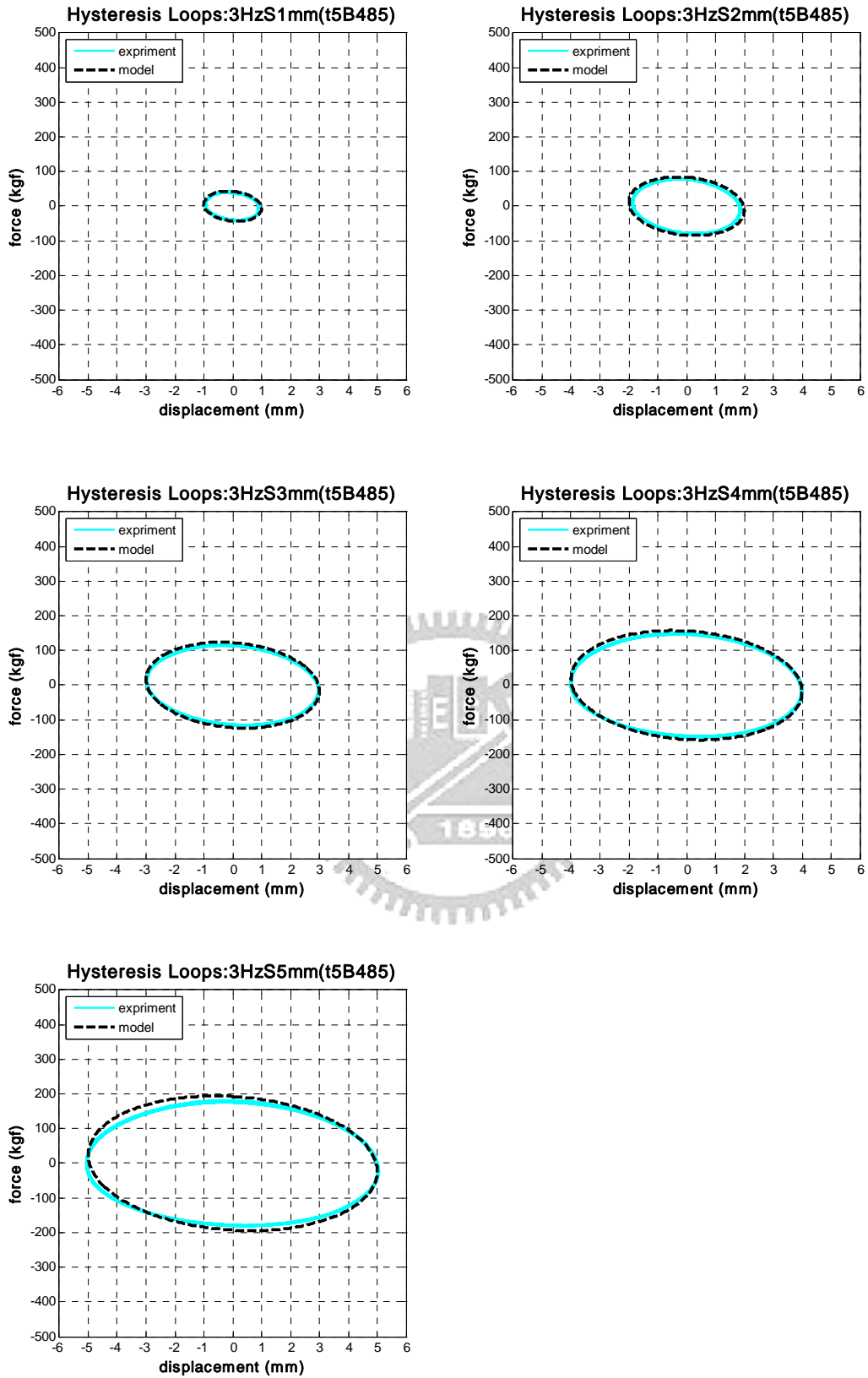


圖 3.24f t5B485 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

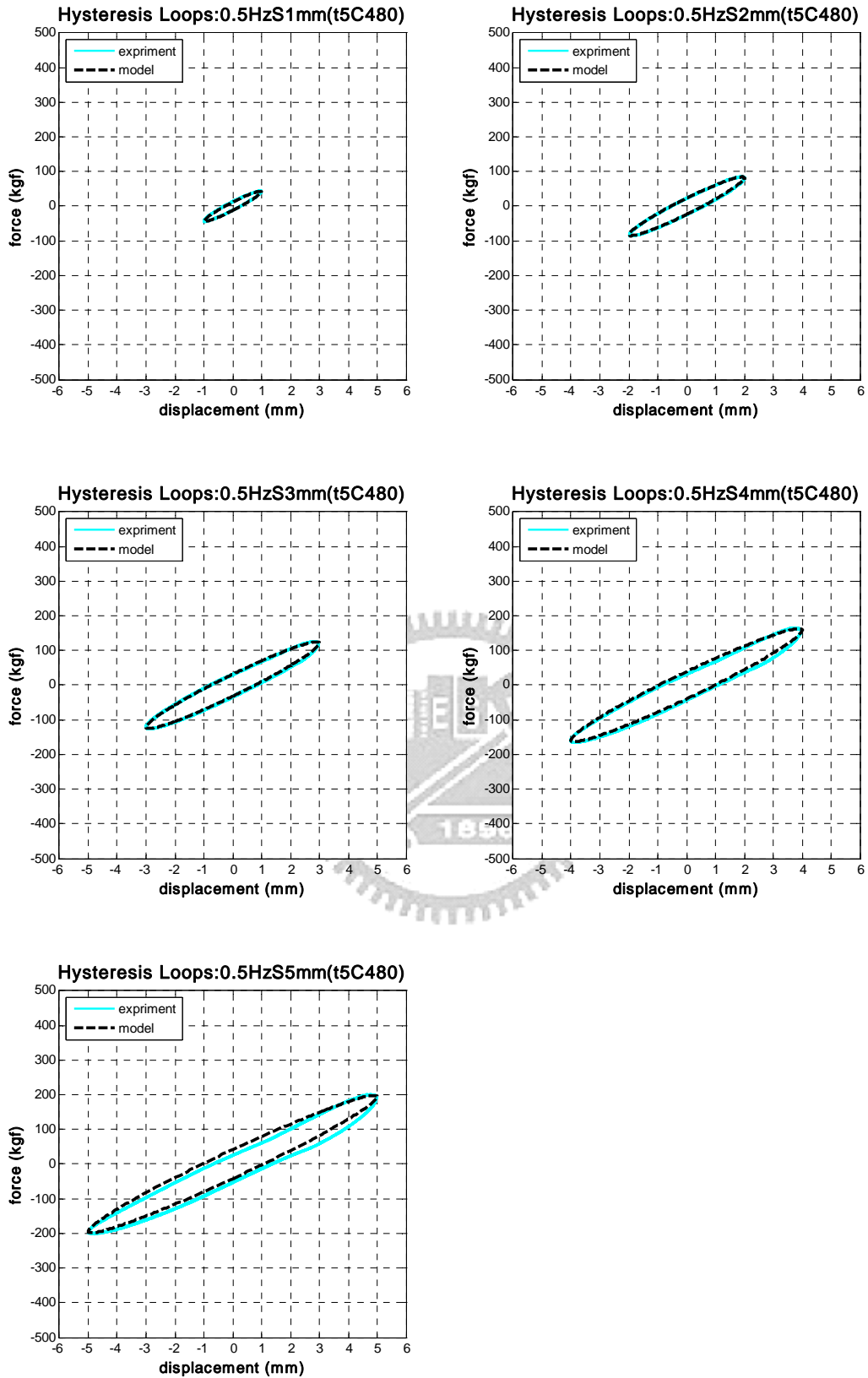


圖 3.25a t5C480 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

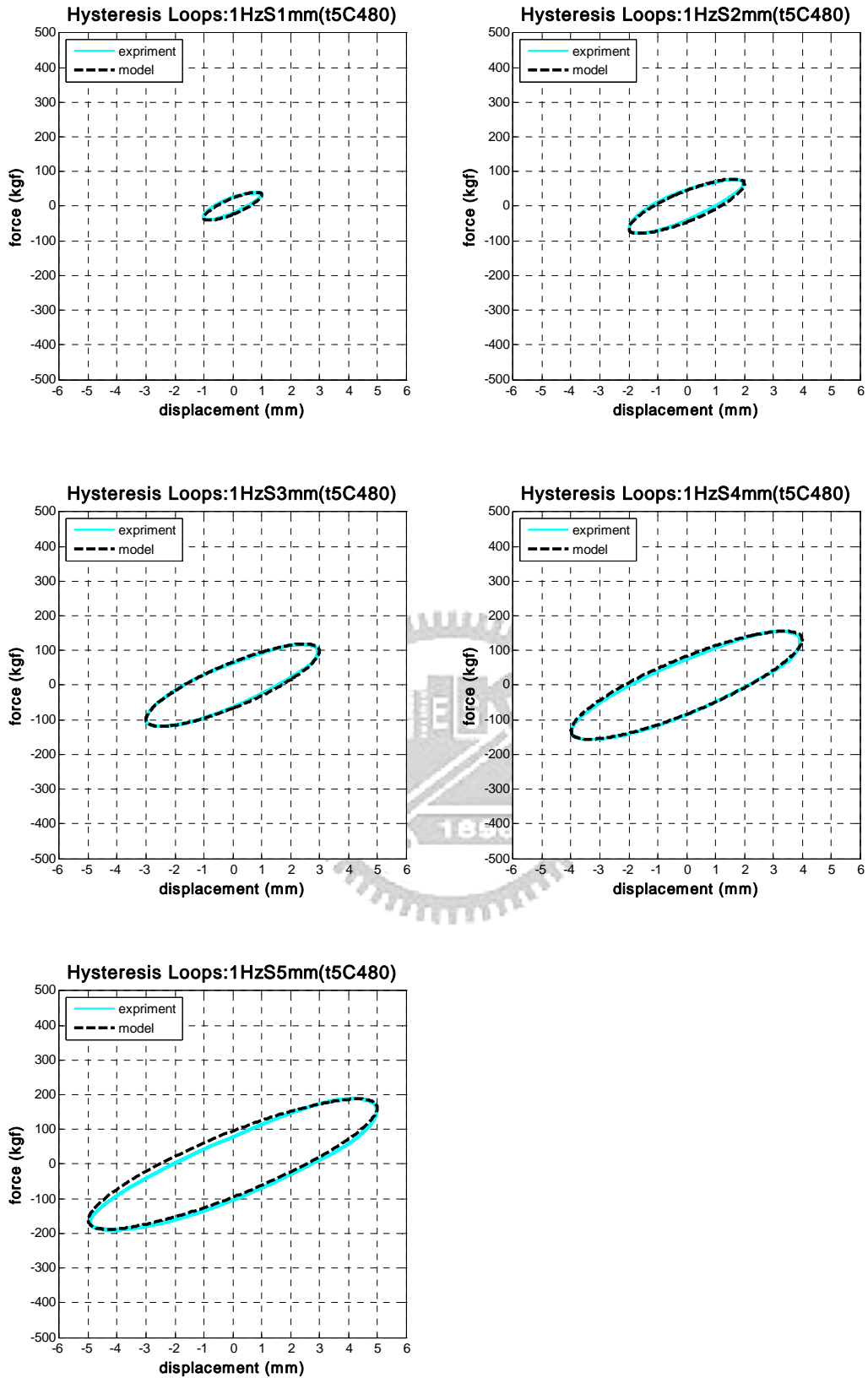


圖 3.25b t5C480 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

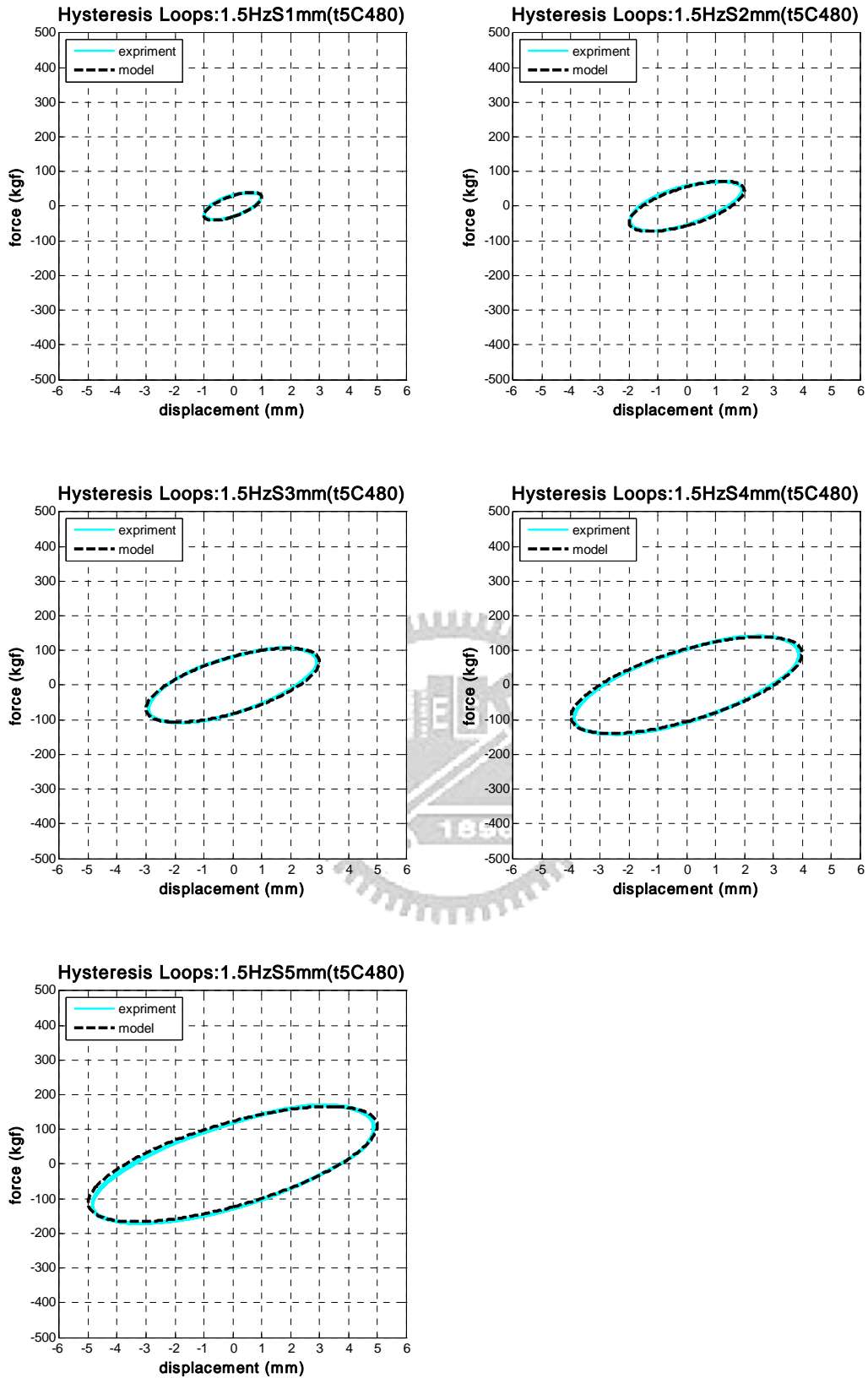


圖 3.25c t5C480 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

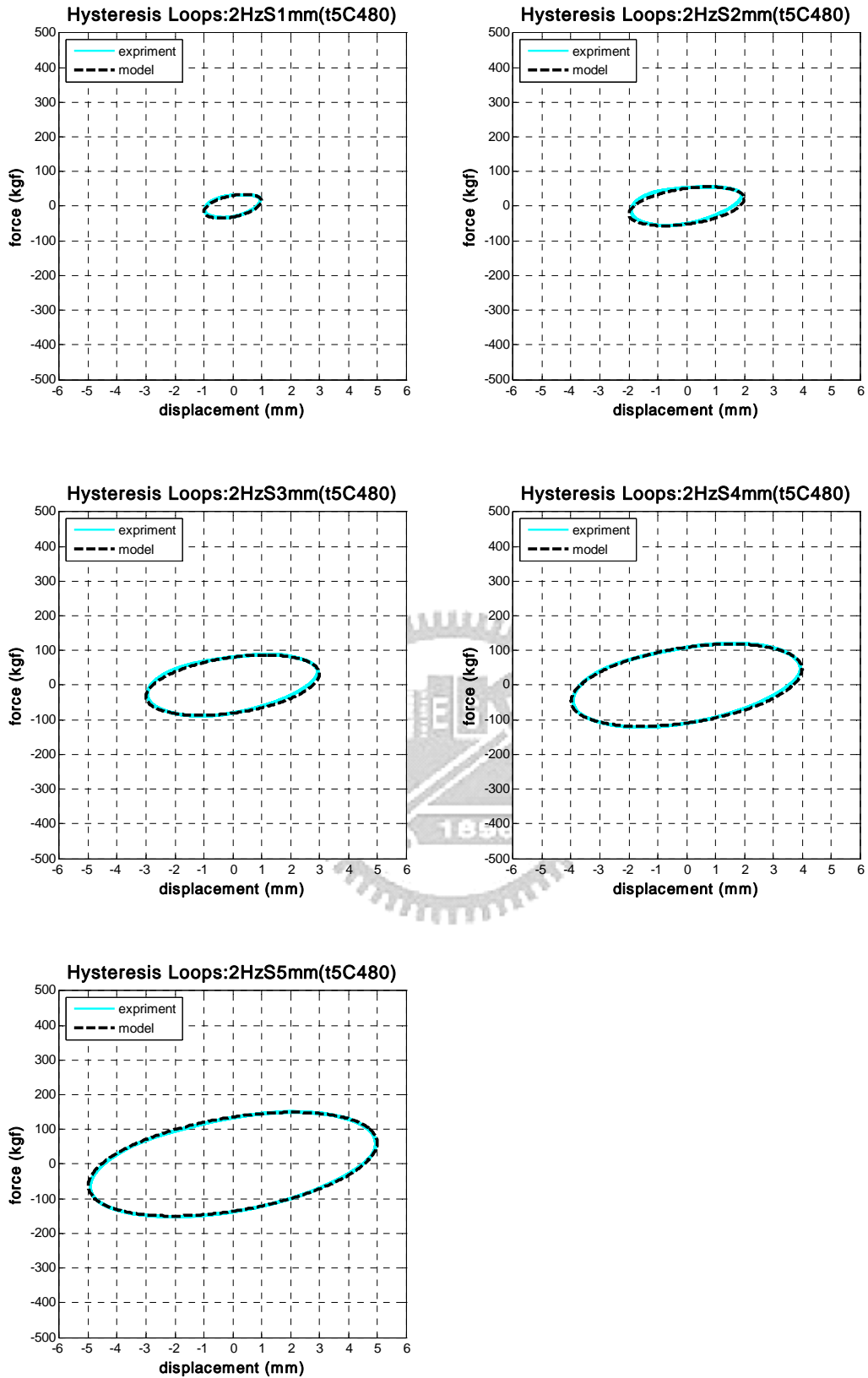


圖 3.25c t5C480 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

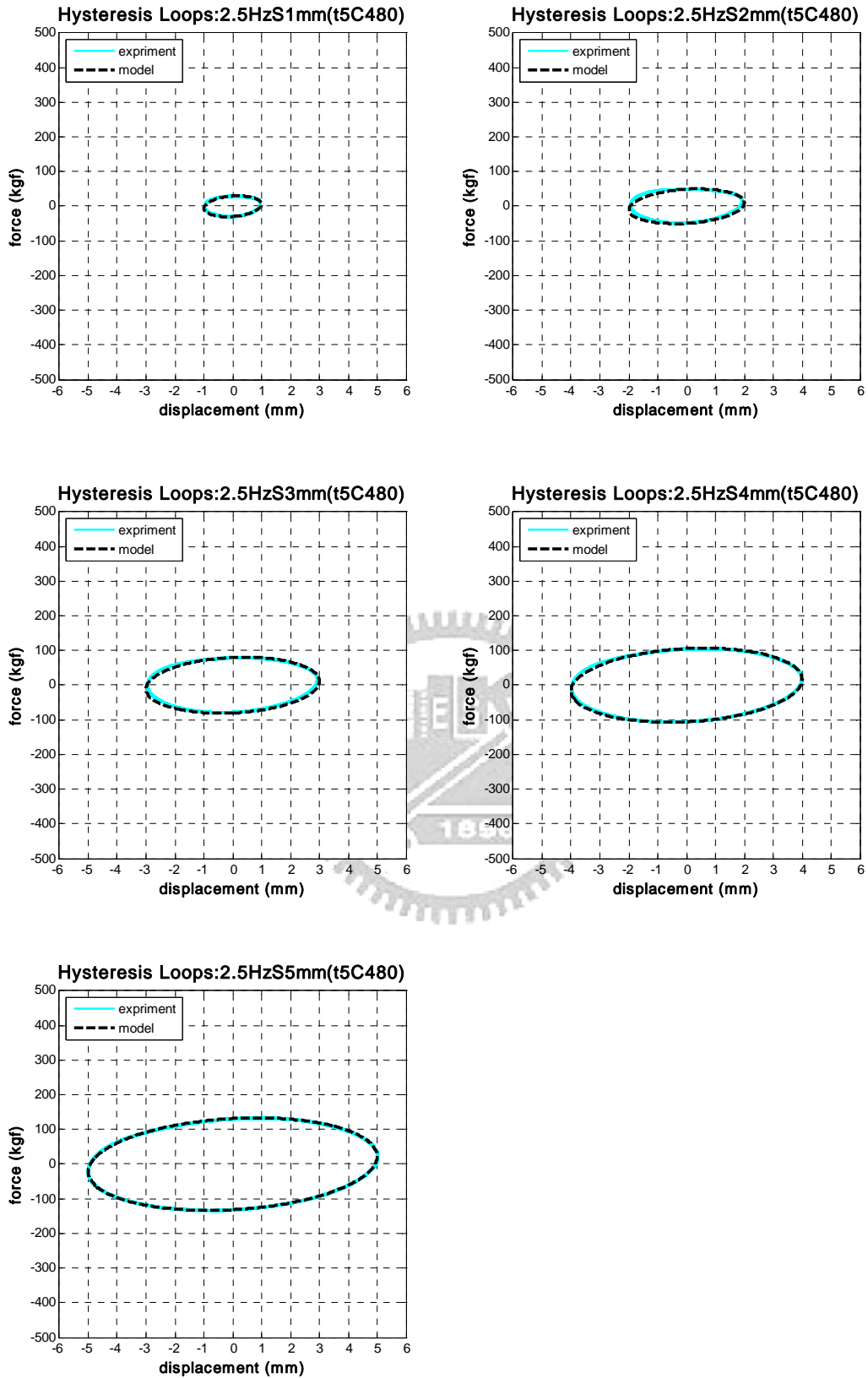


圖 3.25d t5C485 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

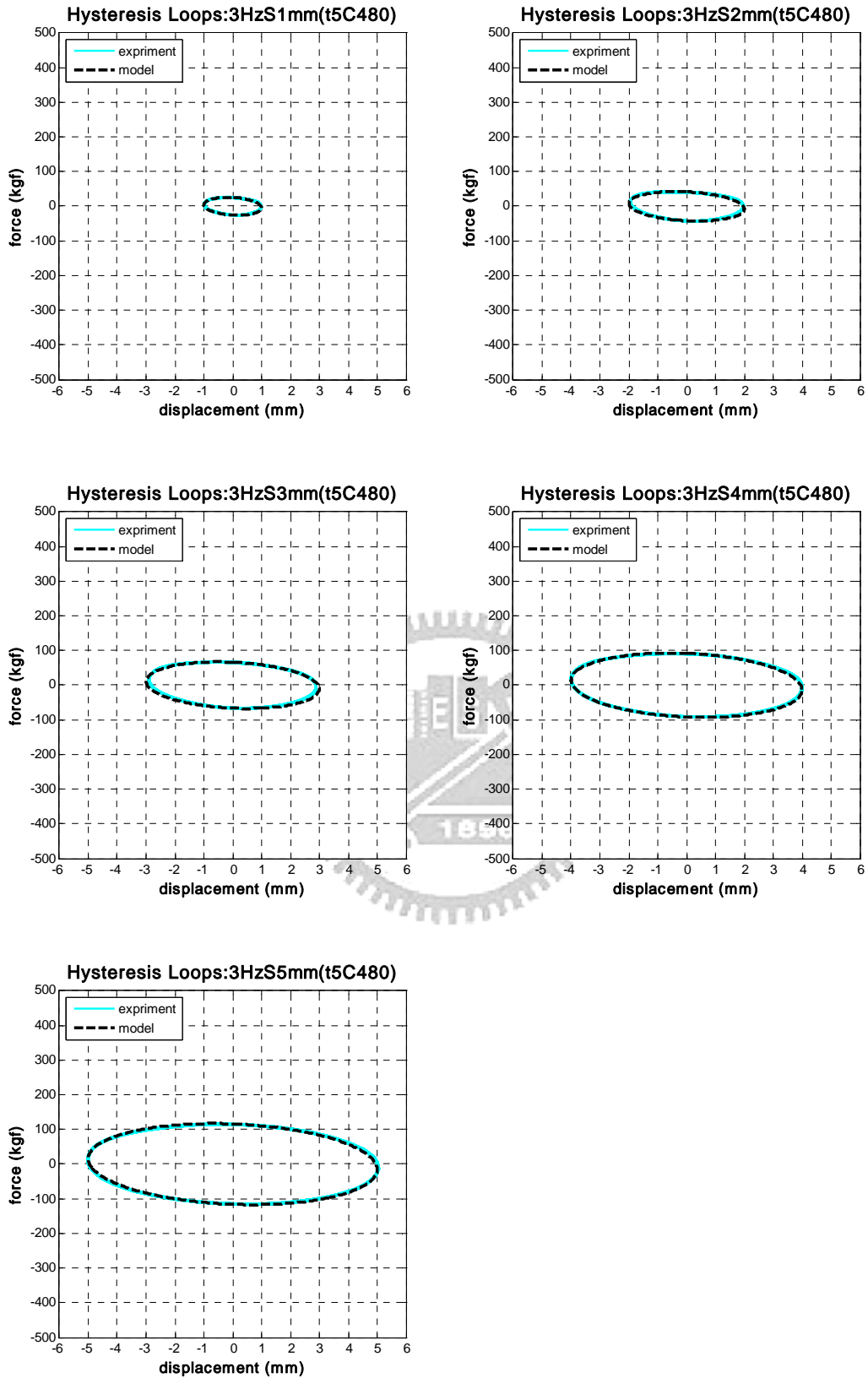


圖 3.25f t5C485 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

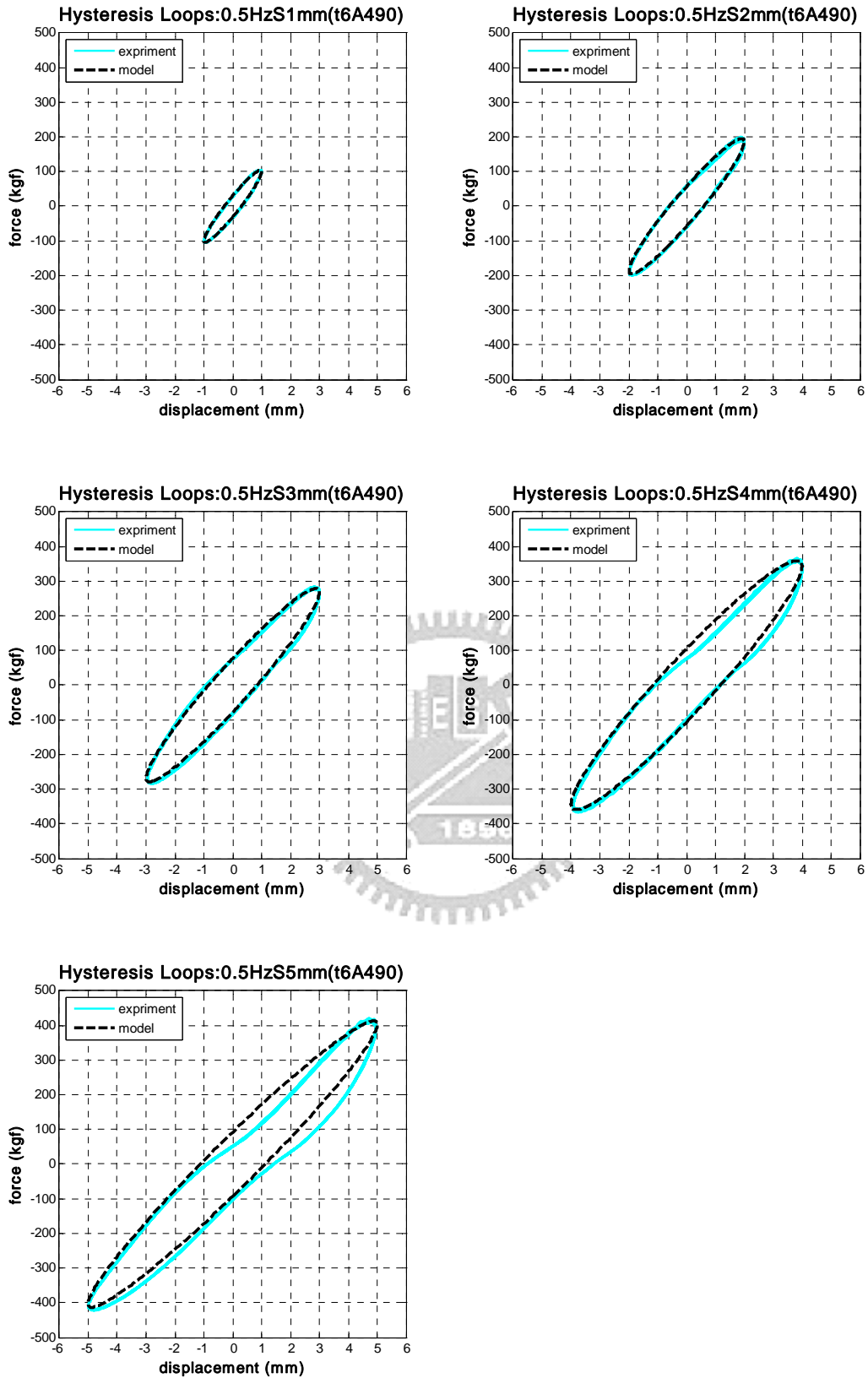


圖 3.26a t6A490 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

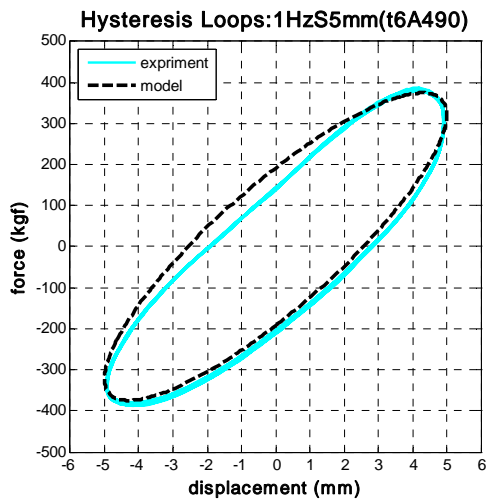
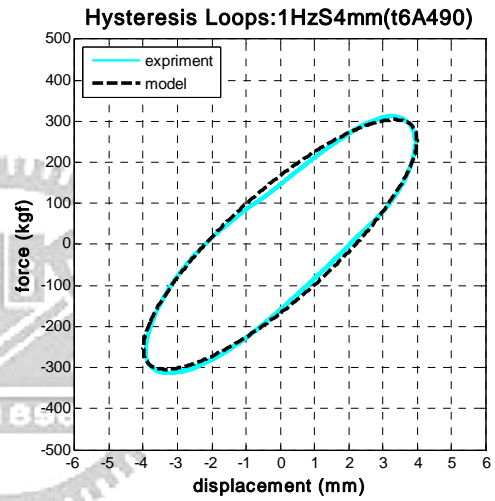
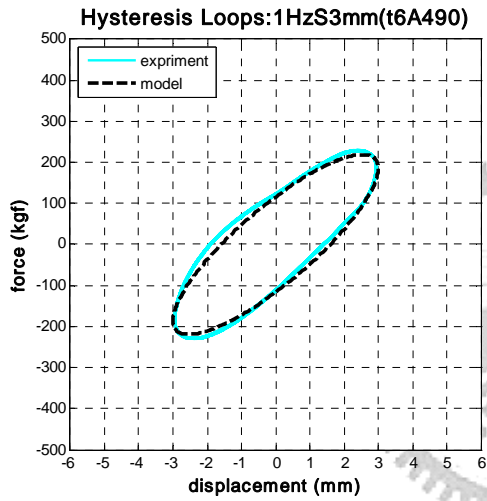
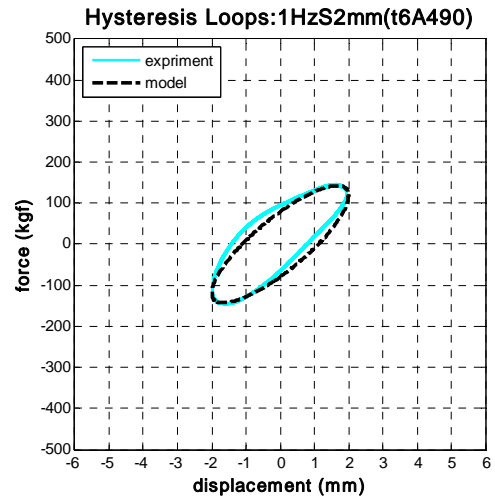
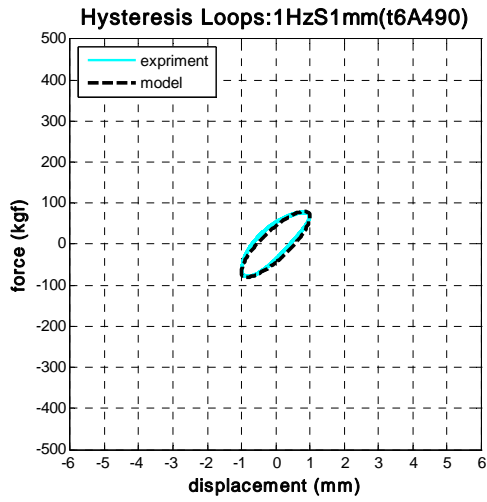


圖 3.26b t6A490 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

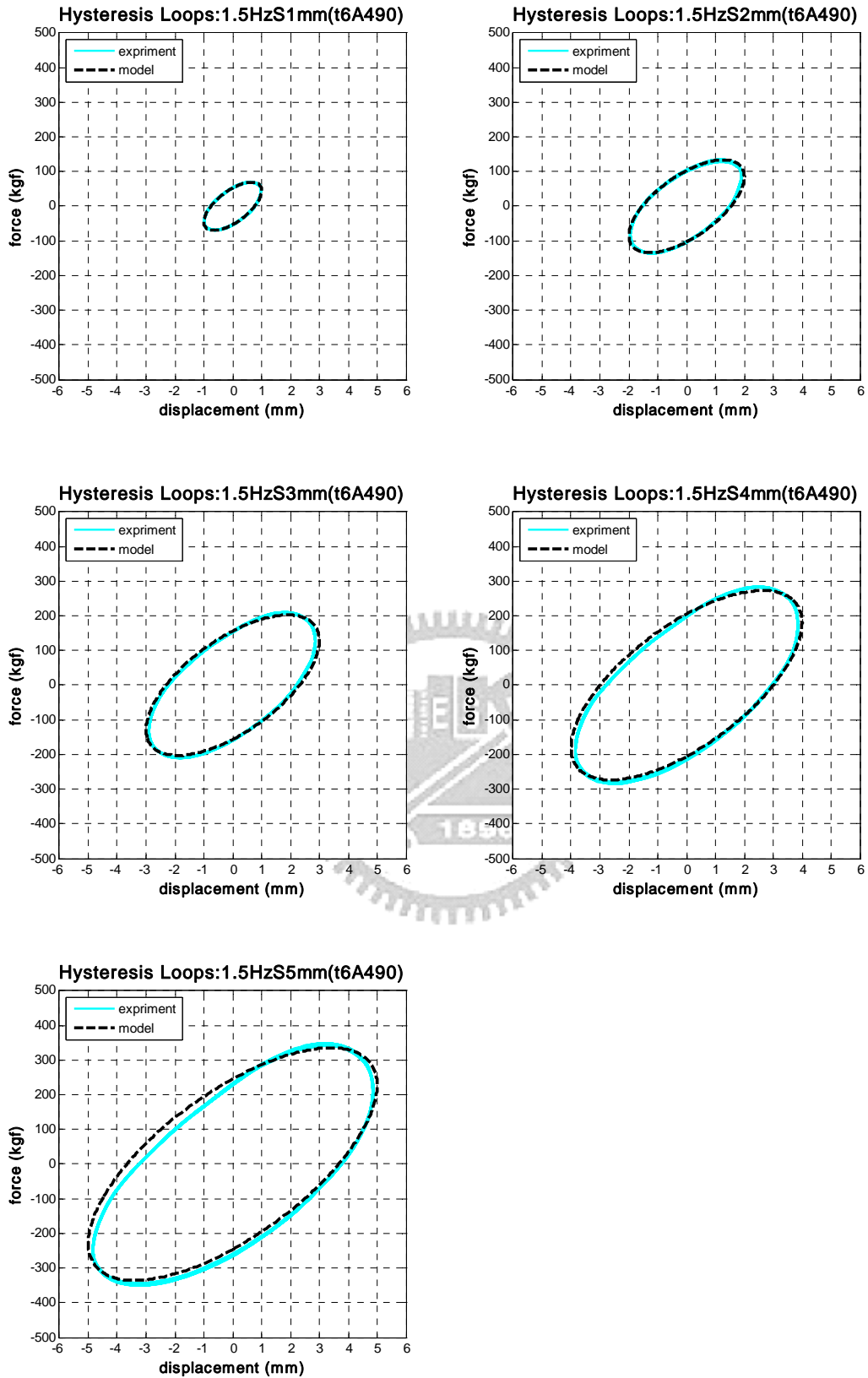


圖 3.26b t6A490 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

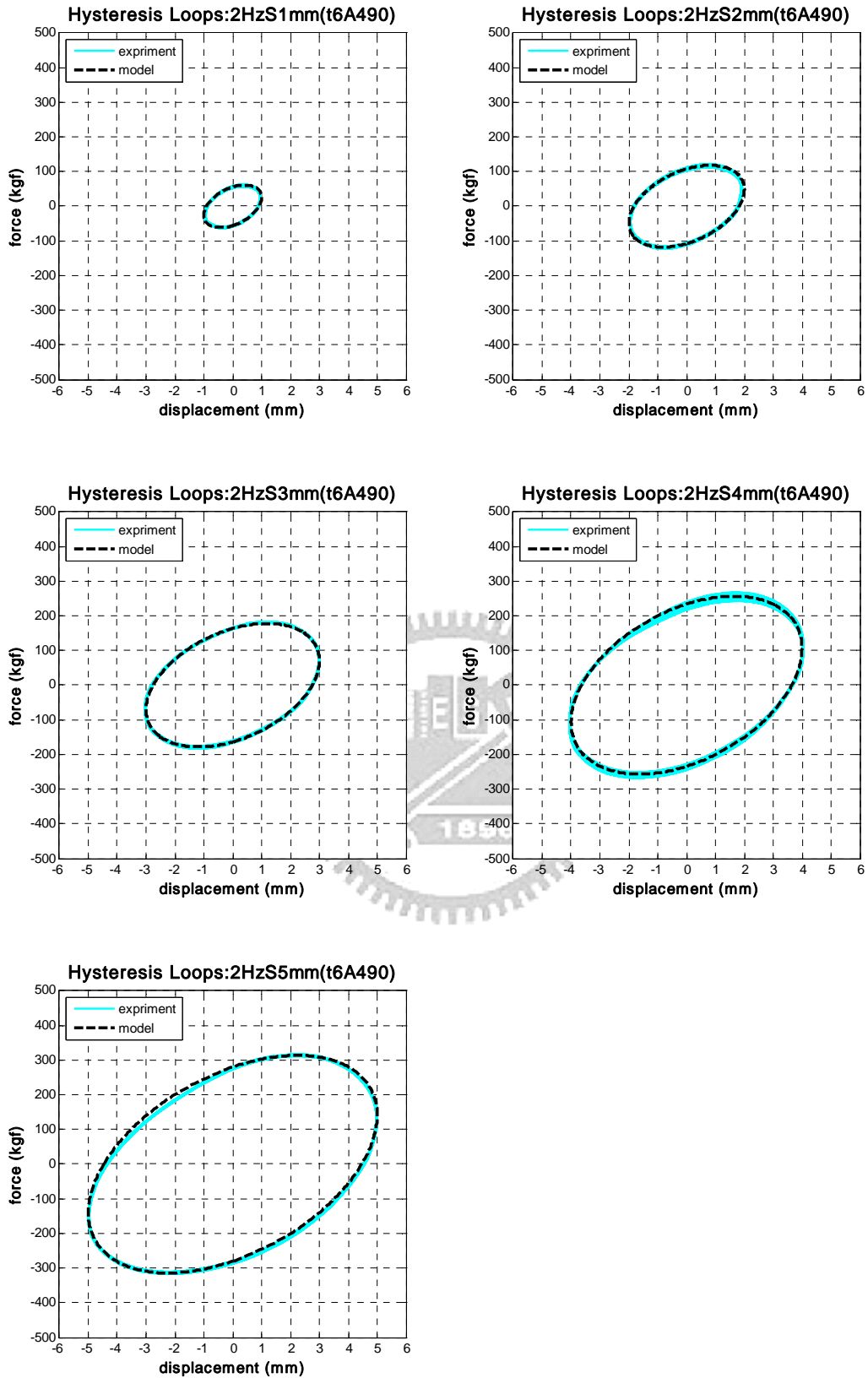


圖 3.26c t6A490 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

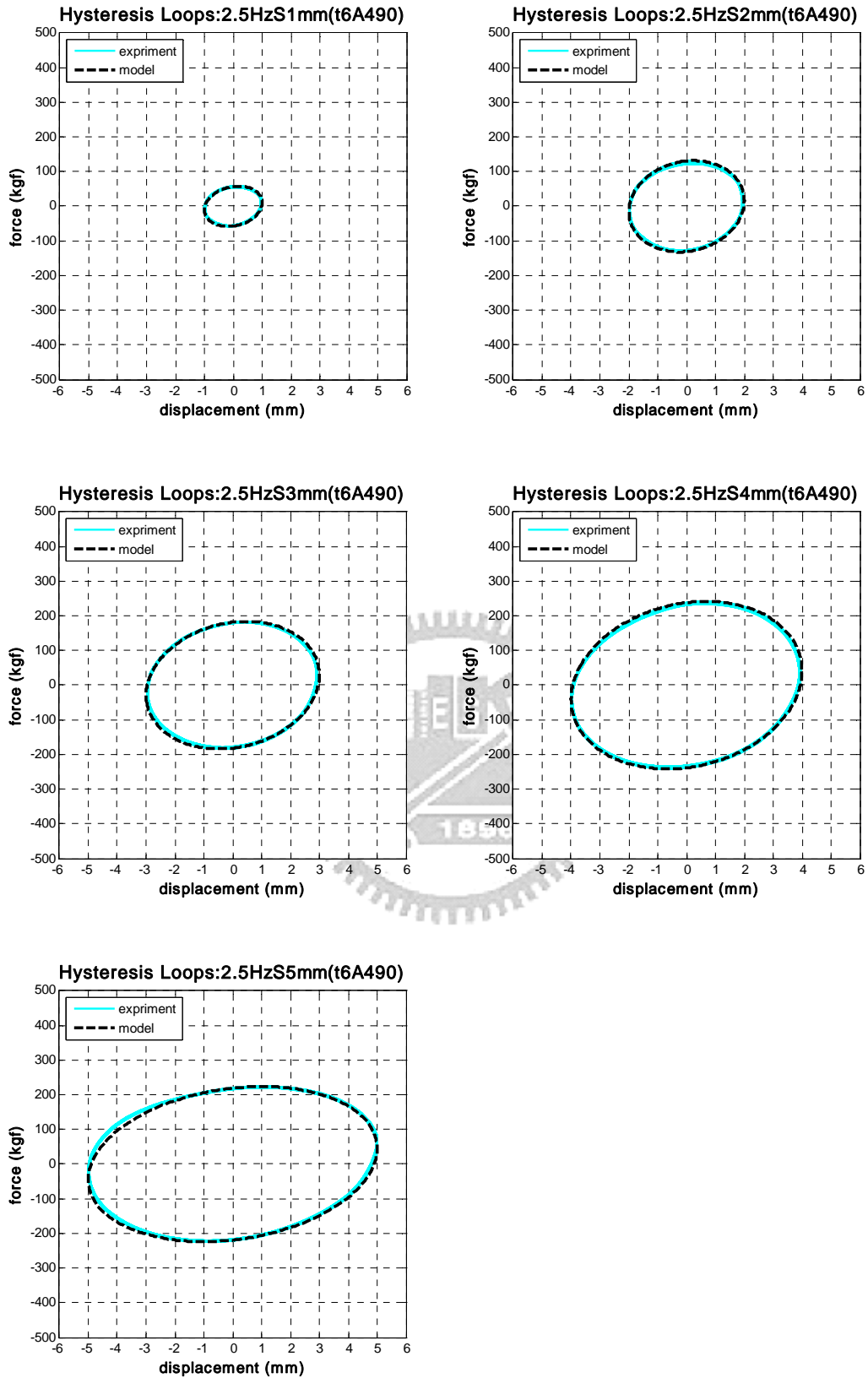


圖 3.26e t6A490 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

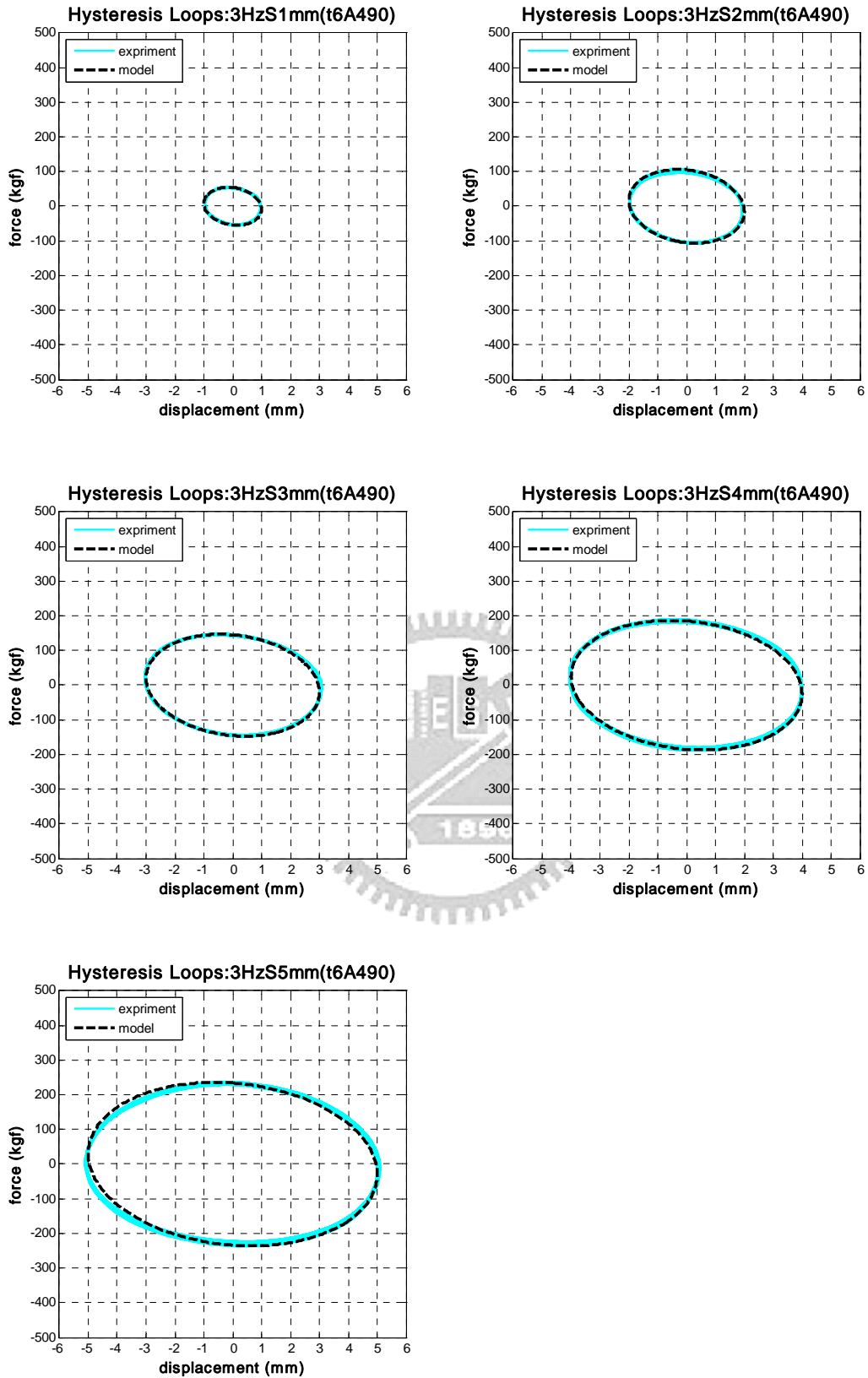


圖 3.26f t6A490 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

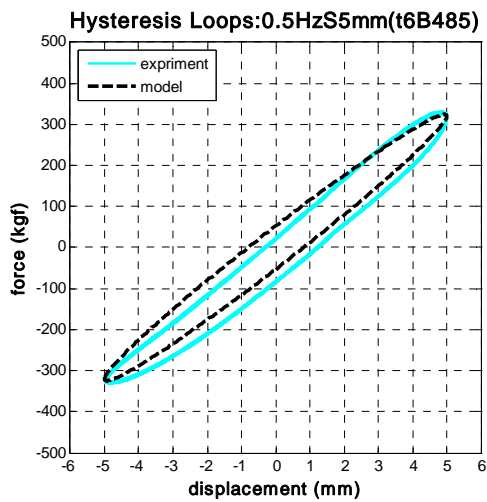
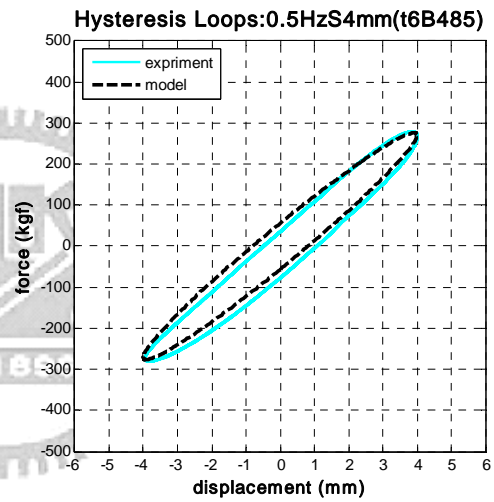
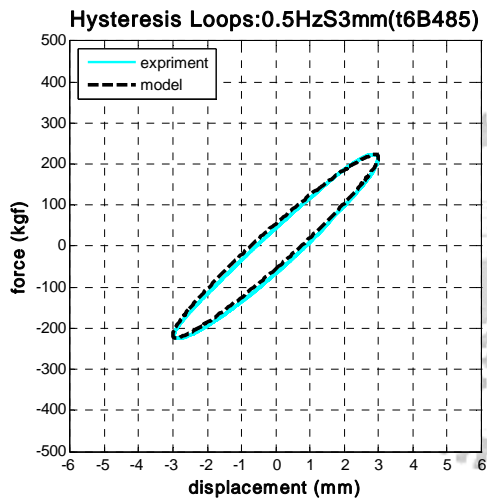
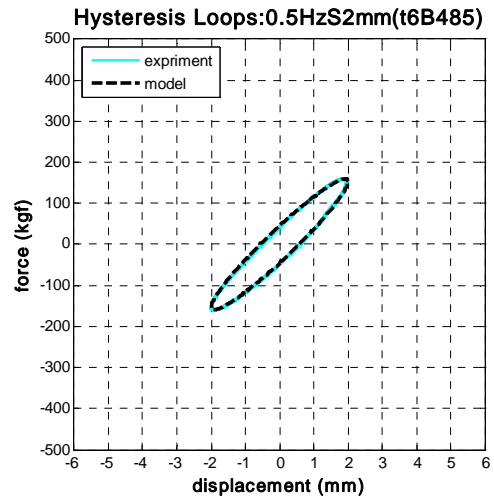
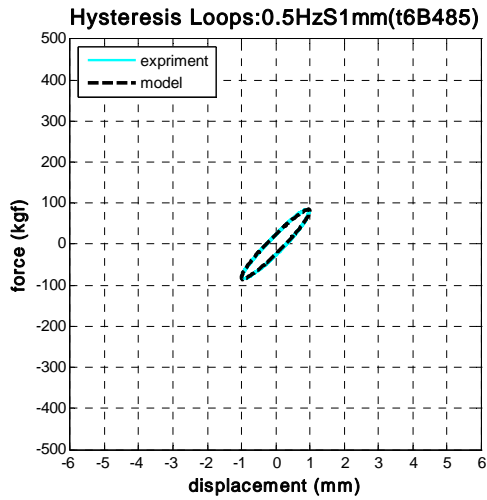


圖 3.27a t6B485 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

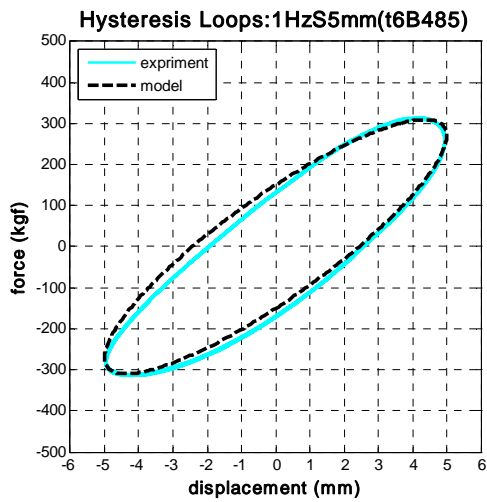
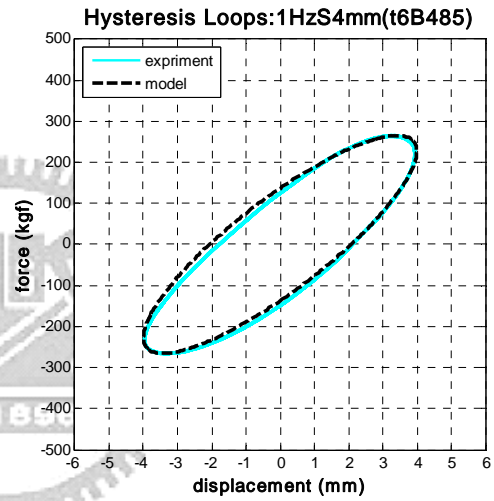
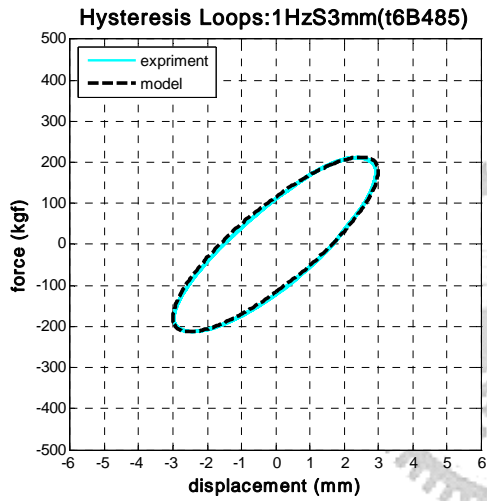
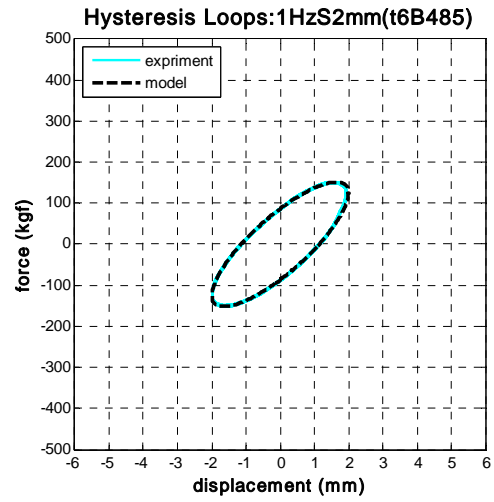
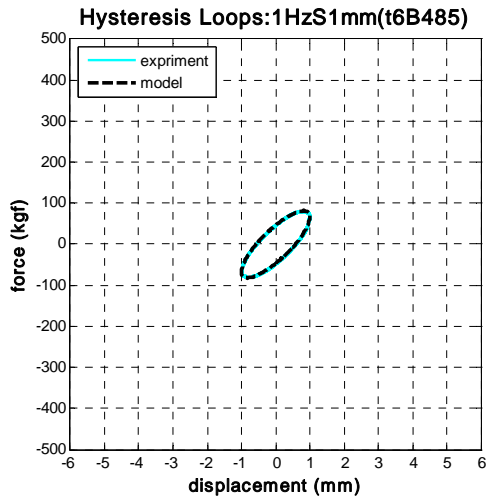


圖 3.27b t6B485 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

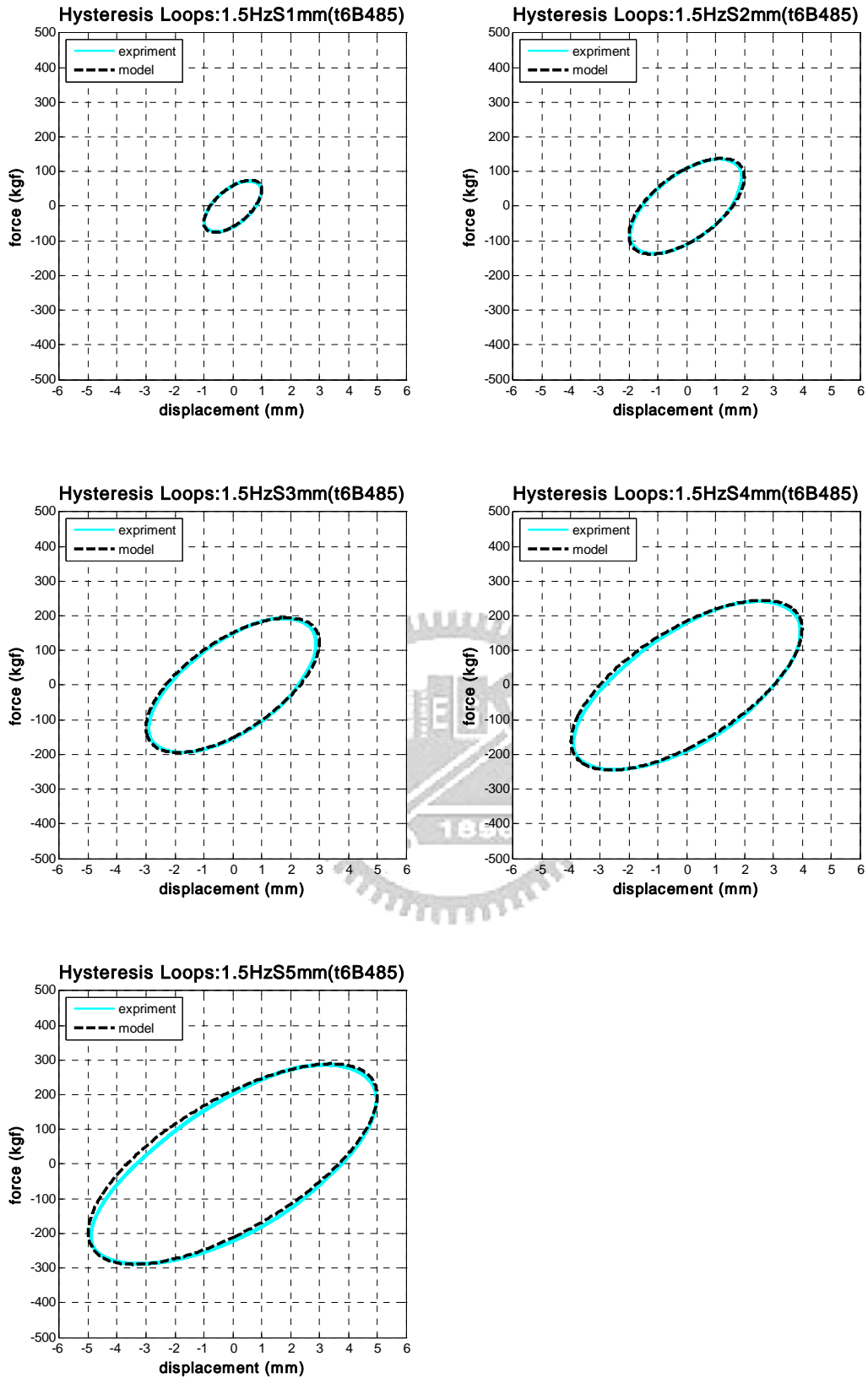


圖 3.27c t6B485 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

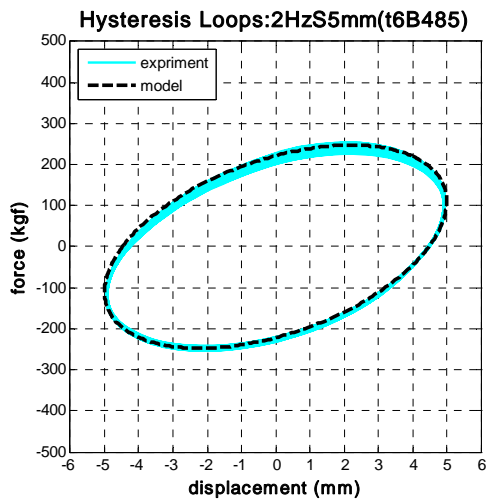
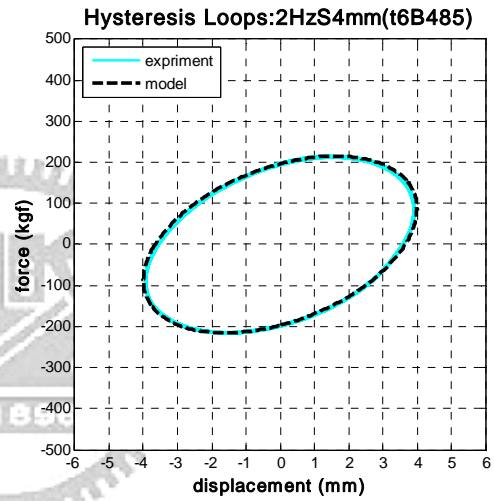
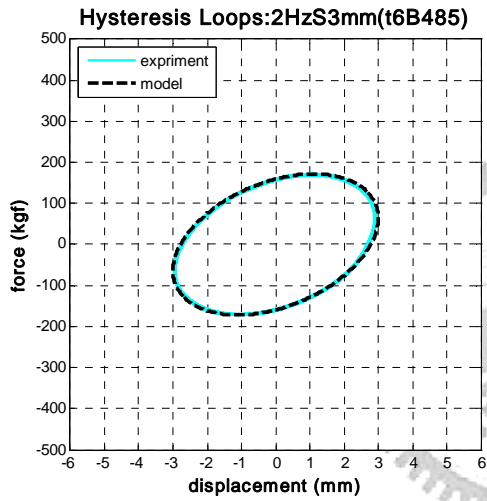
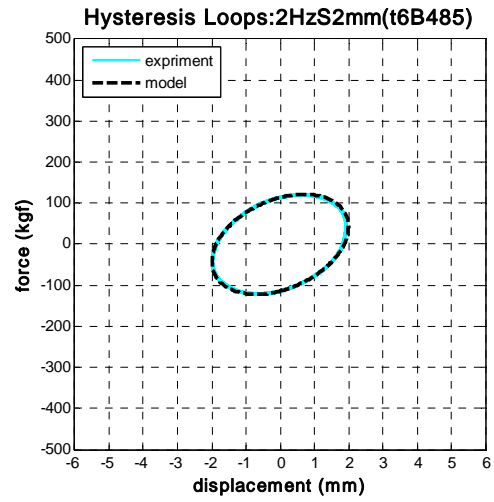
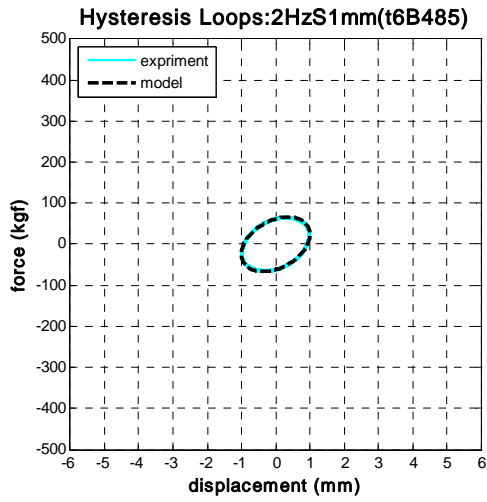


圖 3.27d t6B485 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

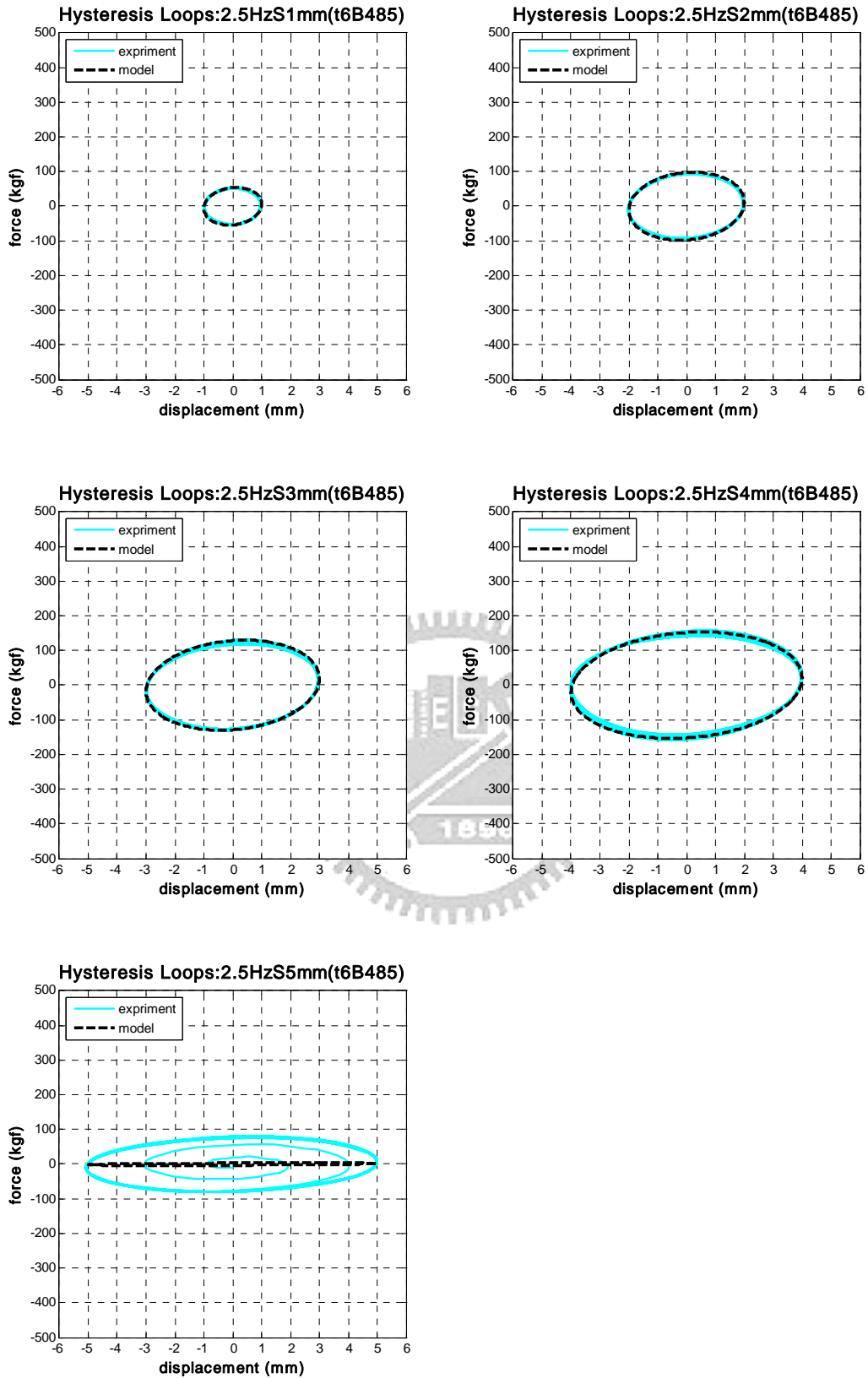


圖 3.27e t6B485 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

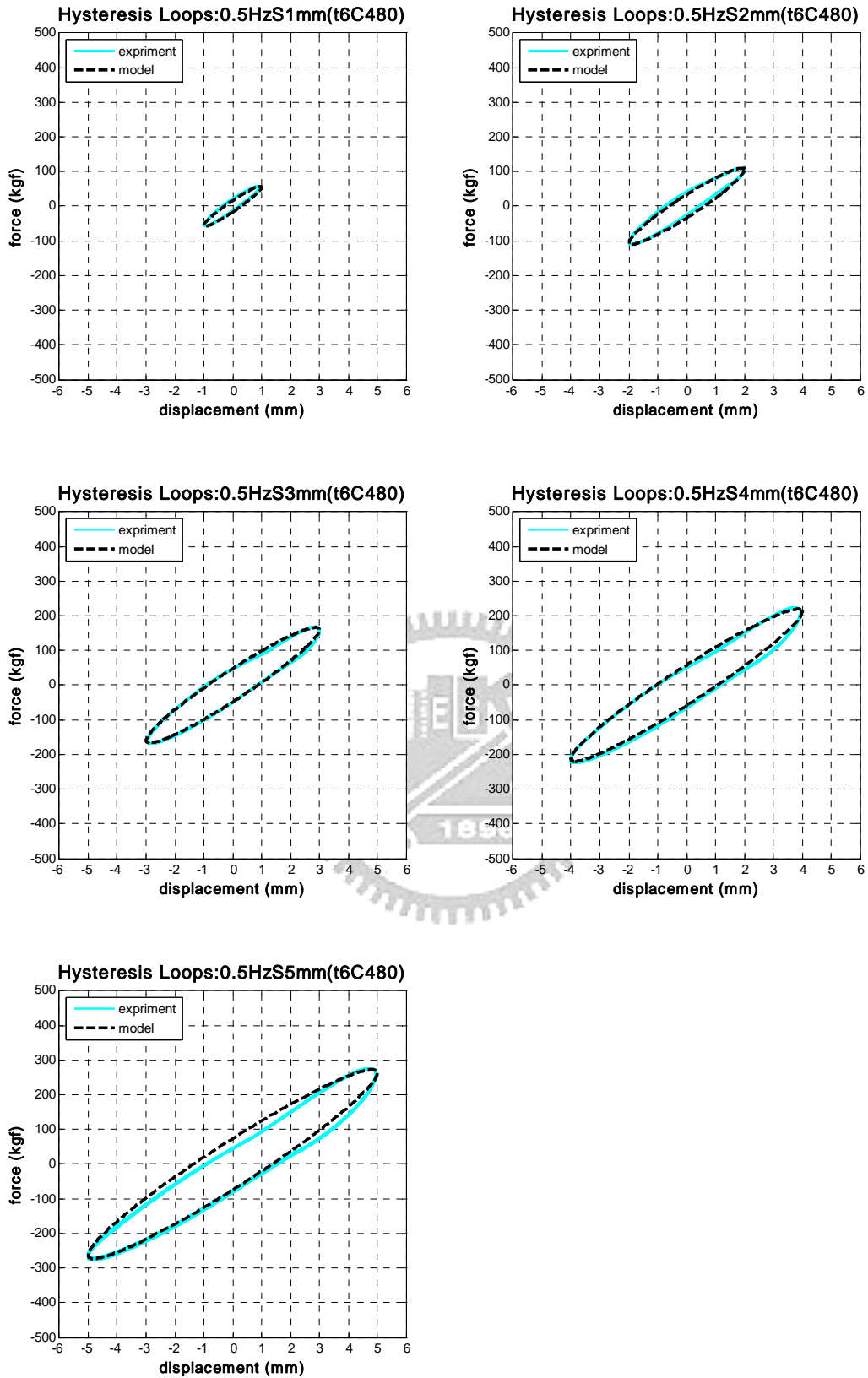


圖 3.28a t6C480 試體擾動頻率 0.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

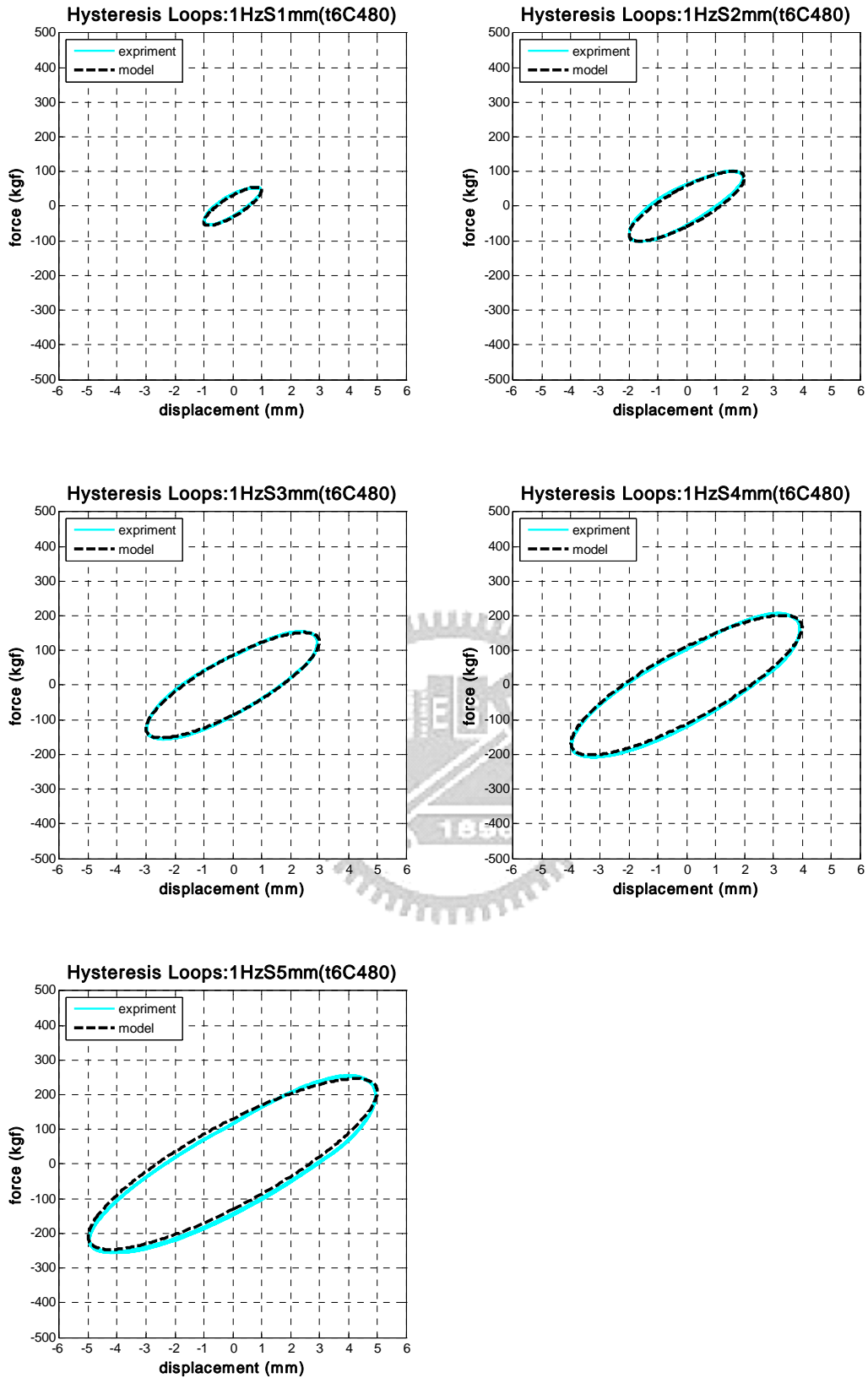


圖 3.28b t6C480 試體擾動頻率 1.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

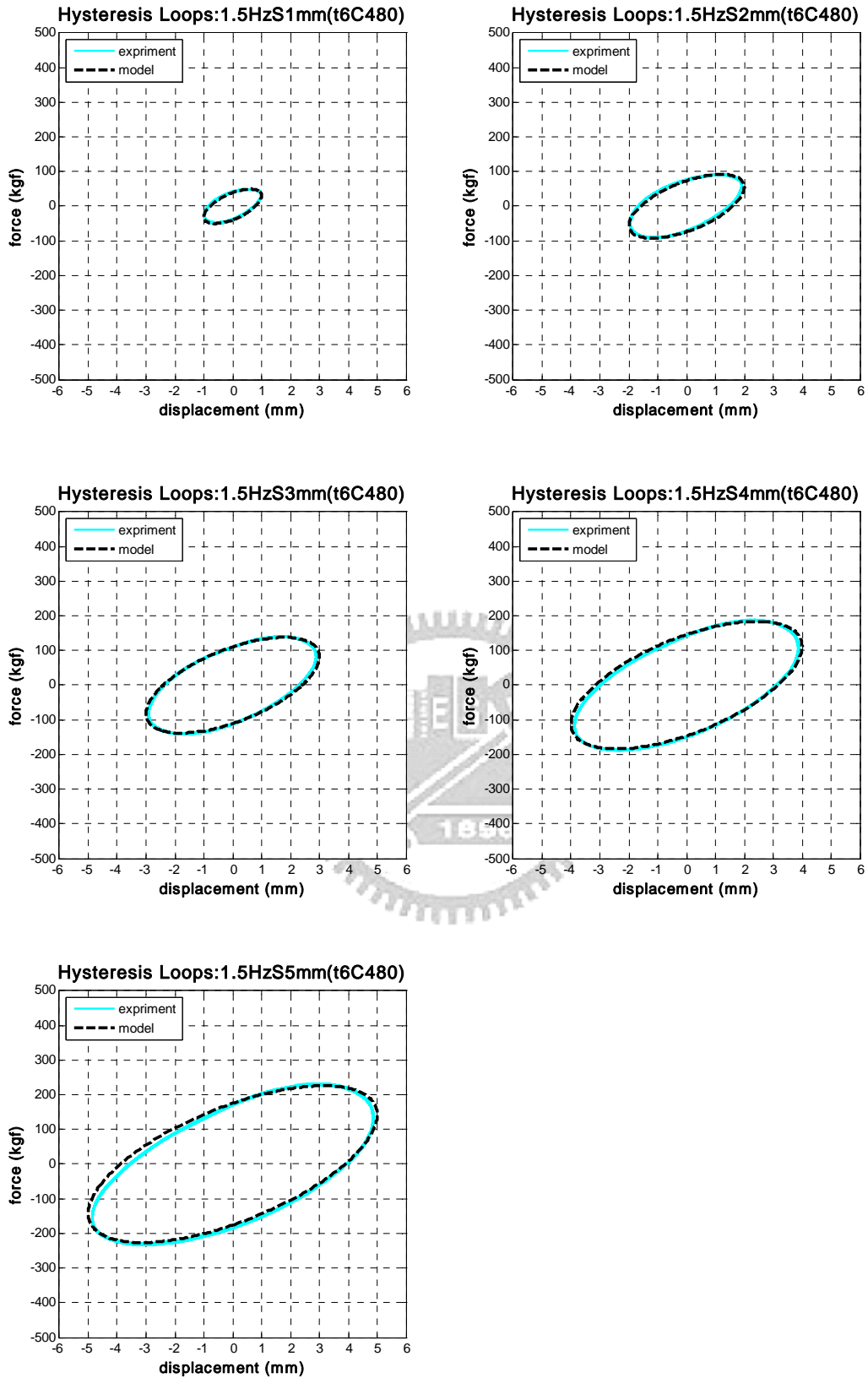


圖 3.28c t6C480 試體擾動頻率 1.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

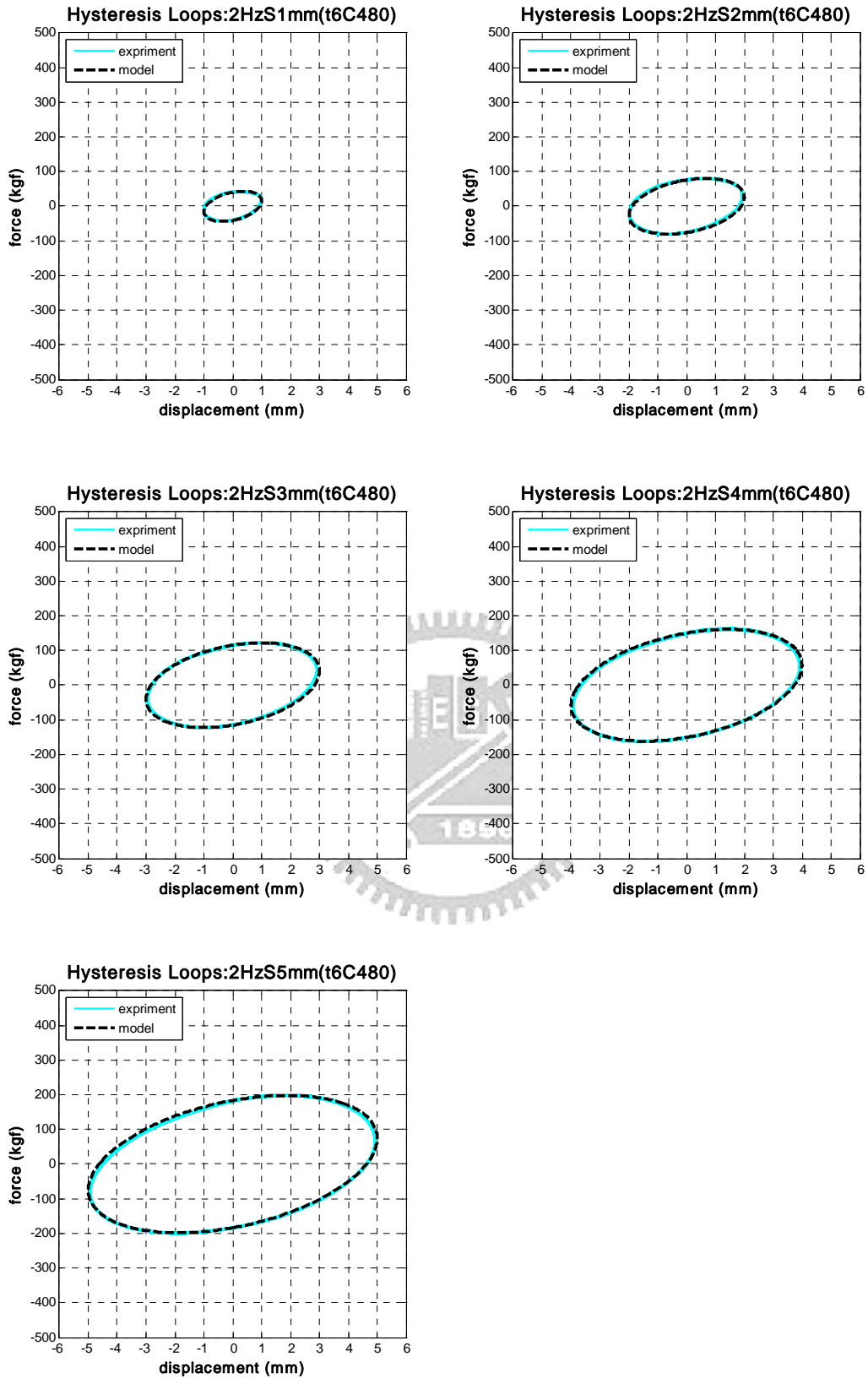


圖 3.28d t6C480 試體擾動頻率 2.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

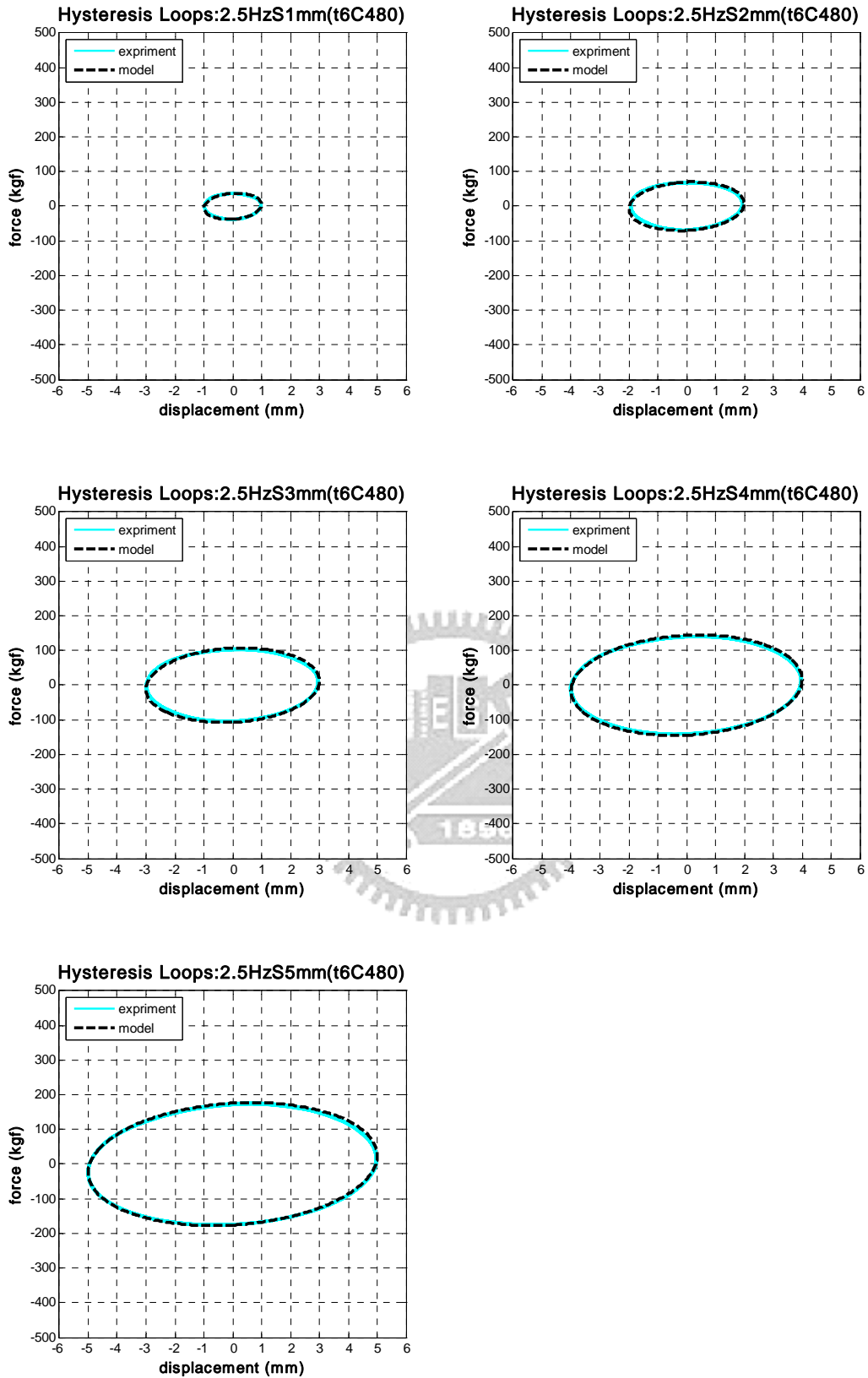


圖 3.28e t6C480 試體擾動頻率 2.5Hz 各振幅之遲滯迴圈

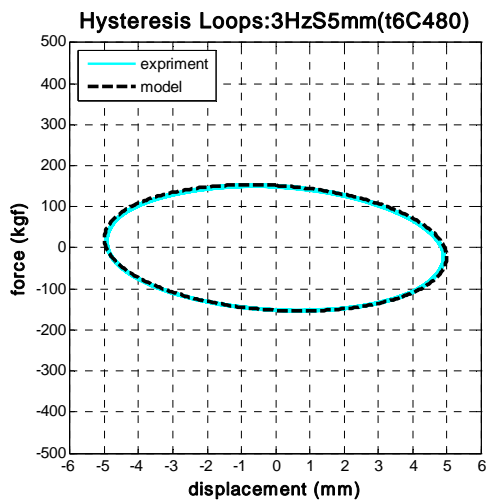
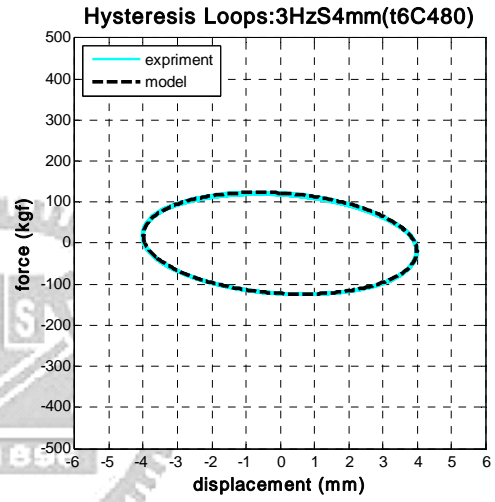
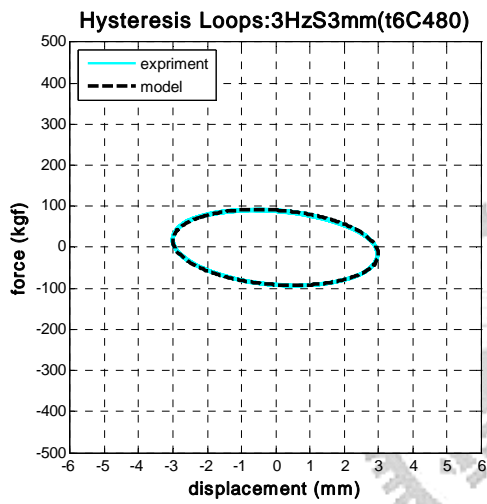
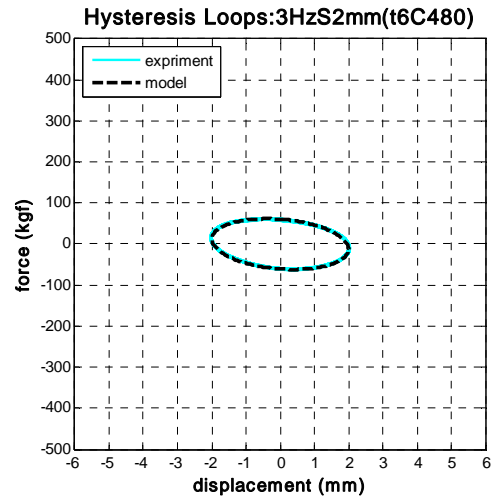
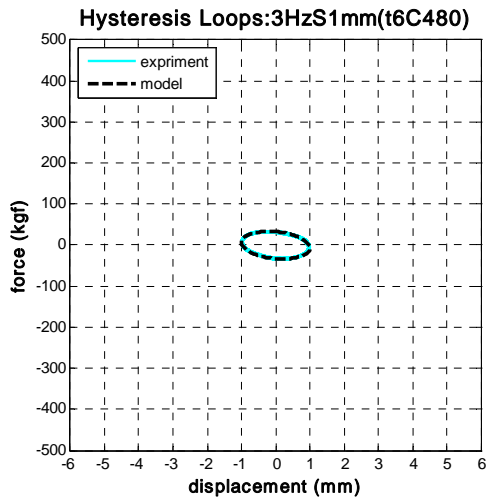


圖 3.28f t6C480 試體擾動頻率 3.0Hz 各振幅之遲滯迴圈

力量歷時圖:8HzS3mm(t5A490)

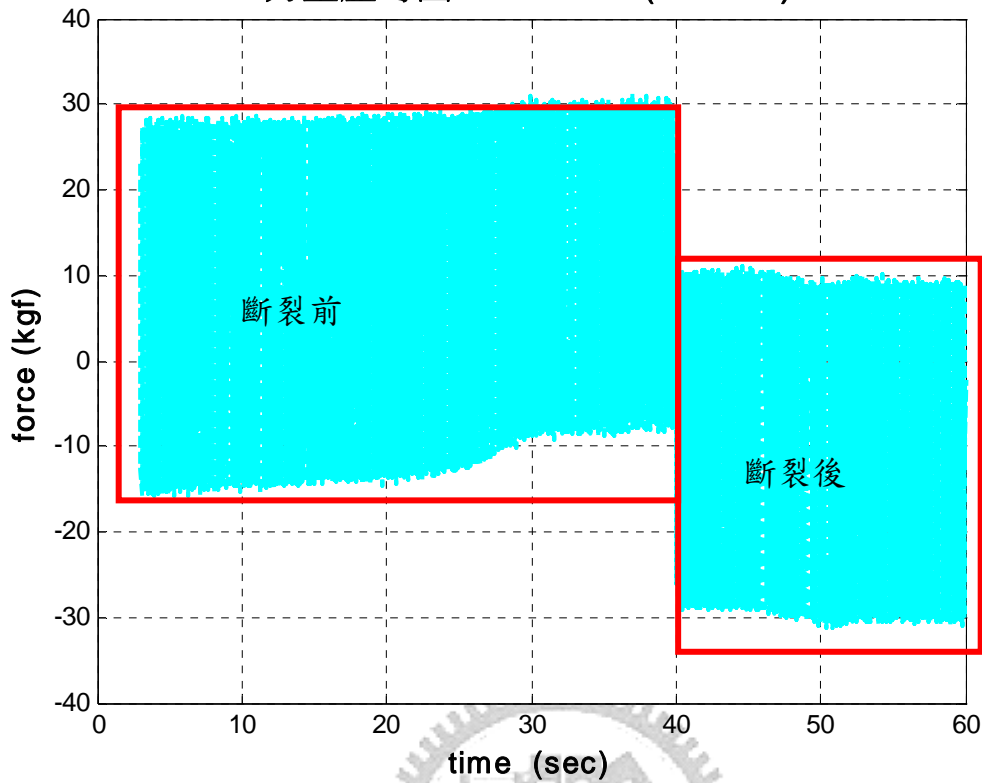


圖 3.28g t5A490 試體擾動頻率 8.0Hz 振幅 3mm 力量歷時圖

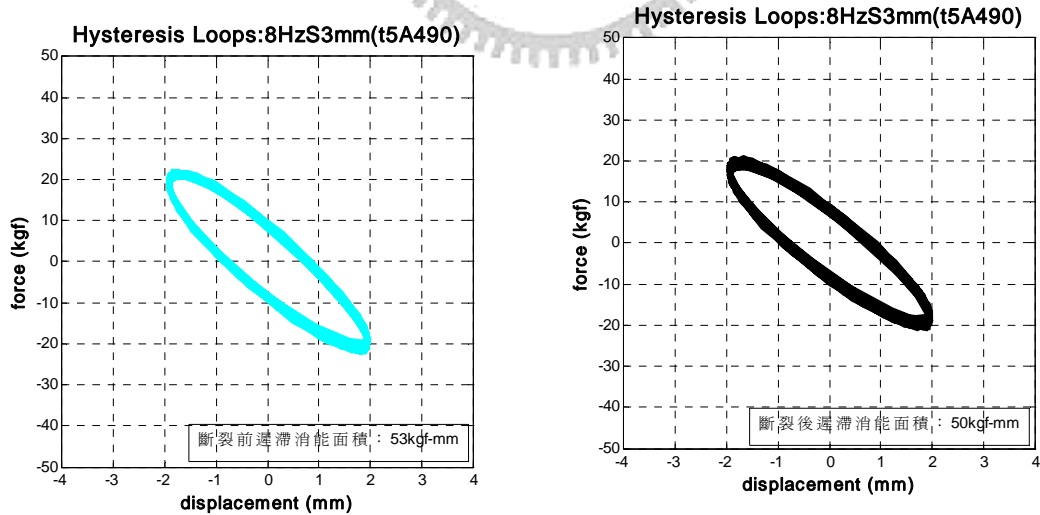


圖 3.28h t5A490 試體擾動頻率 8.0Hz 振幅 3mm 斷裂前後遲滯迴圈

表 3.2 t4A490 實驗 K' 、 K'' 、 η

型號：t4A490 振動頻率 0.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	41.29	40.10	37.94	34.75	32.91
K''	14.05	12.80	10.41	7.70	5.51
η	0.34	0.32	0.27	0.22	0.17

型號：t4A490 振動頻率 1.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	32.26	30.78	29.90	28.89	27.86
K''	24.25	22.35	19.99	17.17	14.44
η	0.75	0.73	0.67	0.59	0.52

型號：t4A490 振動頻率 1.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	22.18	20.61	20.47	20.60	20.65
K''	29.66	27.80	25.80	23.10	20.70
η	1.34	1.35	1.26	1.12	1.00

型號：t4A490 振動頻率 2.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	11.21	10.75	10.87	11.91	12.76
K''	31.16	28.94	27.37	25.44	23.47
η	2.78	2.69	2.52	2.14	1.84

型號：t4A490 振動頻率 2.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	3.38	2.99	3.24	4.70	5.70
K''	26.76	24.59	26.56	24.88	23.31
η	7.92	8.22	8.20	5.29	4.09

型號：t4A490 振動頻率 3.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	-4.12	-3.94	-3.62	-3.09	-2.68
K''	24.79	23.18	22.79	21.97	21.18
η	-6.02	-5.88	-6.30	-7.11	-7.90

表 3.3 t4B485 實驗 K' 、 K'' 、 η

型號：t4B485 振動頻率 0.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	29.32	27.61	26.83	25.81	24.85
K''	8.94	8.43	8.00	7.18	5.55
η	0.30	0.31	0.30	0.28	0.22

型號：t4B485 振動頻率 1.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	23.19	20.81	20.70	20.60	20.29
K''	16.13	14.56	14.30	12.91	11.72
η	0.70	0.70	0.69	0.63	0.58

型號：t4B485 振動頻率 1.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	16.64	14.25	14.11	14.24	14.43
K''	20.97	18.32	17.76	17.03	16.18
η	1.26	1.29	1.26	1.20	1.12

型號：t4B485 振動頻率 2.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	9.08	7.59	7.36	7.76	8.07
K''	21.46	19.86	19.03	18.61	17.93
η	2.36	2.62	2.59	2.40	2.22

型號：t4B485 振動頻率 2.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	2.57	2.26	1.93	2.15	2.80
K''	20.39	18.27	17.27	17.75	17.12
η	7.94	8.08	8.97	8.26	6.12

型號：t4B485 振動頻率 3.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	-2.81	-2.69	-2.63	-2.57	-2.20
K''	16.38	14.74	14.86	15.34	15.01
η	-5.82	-5.48	-5.66	-5.97	-6.83

表 3.4 t4C480 實驗 K' 、 K'' 、 η

型號：t4C480 振動頻率 0.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	24.99	23.65	23.10	22.71	21.78
K''	8.05	7.34	6.68	6.04	4.88
η	0.32	0.31	0.29	0.27	0.22

型號：t4C480 振動頻率 1.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	19.40	18.98	18.99	18.74	18.35
K''	13.76	13.33	12.74	11.85	10.68
η	0.71	0.70	0.67	0.63	0.58

型號：t4C480 振動頻率 1.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	14.47	13.18	13.28	13.40	13.46
K''	18.07	17.10	16.63	15.79	14.77
η	1.25	1.30	1.25	1.18	1.10

型號：t4C480 振動頻率 2.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	8.20	7.11	6.95	7.43	7.85
K''	19.46	18.37	17.96	17.21	16.39
η	2.37	2.58	2.58	2.32	2.09

型號：t4C480 振動頻率 2.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	2.63	2.03	2.28	2.46	3.02
K''	18.82	17.66	17.01	16.65	15.98
η	7.16	8.71	7.47	6.76	5.29

型號：t4C480 振動頻率 3.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	-2.64	-2.67	-2.46	-2.27	-2.04
K''	15.51	14.51	14.47	14.23	13.77
η	-5.88	-5.44	-5.87	-6.27	-6.76

表 3.5-1 t5A490 實驗 K' 、 K'' 、 η

型號：t5A490 振動頻率 0.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	61.21	68.03	67.18	64.38	61.22
K''	16.15	18.12	14.82	11.11	8.24
η	0.26	0.27	0.22	0.17	0.13

型號：t5A490 振動頻率 1.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	55.50	55.05	55.71	54.63	52.78
K''	36.71	33.52	31.27	27.20	22.80
η	0.66	0.61	0.56	0.50	0.43

型號：t5A490 振動頻率 1.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	42.83	39.26	40.22	40.69	40.22
K''	48.55	45.92	43.65	39.53	35.46
η	1.13	1.17	1.09	0.97	0.88

型號：t5A490 振動頻率 2.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	24.55	25.07	25.73	26.99	27.20
K''	57.31	52.66	48.69	44.64	40.88
η	2.33	2.10	1.89	1.65	1.50

型號：t5A490 振動頻率 2.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	8.07	9.72	10.79	12.55	13.83
K''	52.04	49.30	47.04	43.93	40.82
η	6.45	5.07	4.36	3.50	2.95

型號：t5A490 振動頻率 3.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	-5.32	-4.96	-4.57	-4.54	-4.70
K''	41.40	40.24	39.30	37.83	40.90
η	-7.78	-8.11	-8.60	-8.34	-8.70

表 3.5-2 t5A490 實驗 K' 、 K'' 、 η

型號：t5A490 振動頻率 3.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	-10.56	-10.92	-9.57	-8.19	-6.95
K''	33.16	32.23	33.99	34.77	36.54
η	-3.14	-2.95	-3.55	-4.25	-5.26

型號：t5A490 振動頻率 4.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	-14.29	-15.71	-15.63	-15.12	-12.85
K''	24.35	23.78	25.78	29.64	29.17
η	-1.70	-1.51	-1.65	-1.96	-2.27

型號：t5A490 振動頻率 4.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	-17.00	-17.20	-18.06	-17.91	-15.95
K''	17.44	17.42	29.96	21.35	21.22
η	-1.03	-1.01	-1.65	-1.19	-1.33

型號：t5A490 振動頻率 5.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	-17.24	-17.13	-22.06	-17.51	---
K''	11.54	11.86	14.75	14.13	---
η	-0.67	-0.69	-0.69	-0.81	---

型號：t5A490 振動頻率 6.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	-14.56	-13.75	-15.04	---	---
K''	3.23	3.20	3.99	---	---
η	-0.22	-0.23	-0.27	---	---

型號：t5A490 振動頻率 7.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	---	---	---	---	---
K''	---	---	---	---	---
η	---	---	---	---	---

表 3.6 t5B485 實驗 K' 、 K'' 、 η

型號：t5B485 振動頻率 0.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	53.88	51.18	48.84	45.13	39.37
K''	15.98	14.39	13.02	10.37	7.22
η	0.30	0.28	0.27	0.23	0.18

型號：t5B485 振動頻率 1.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	41.74	40.65	38.81	38.02	37.18
K''	26.78	25.17	22.72	20.61	19.36
η	0.64	0.62	0.59	0.54	0.52

型號：t5B485 振動頻率 1.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	28.59	28.51	28.69	28.37	28.24
K''	33.65	33.76	32.48	30.17	28.83
η	1.18	1.18	1.13	1.06	1.02

型號：t5B485 振動頻率 2.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	13.92	13.26	14.07	15.14	16.13
K''	32.63	32.02	32.00	31.17	30.63
η	2.34	2.41	2.27	2.06	1.90

型號：t5B485 振動頻率 2.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	4.28	6.22	6.65	7.09	7.94
K''	26.36	39.89	37.65	35.49	33.01
η	6.16	6.41	5.66	5.01	4.16

型號：t5B485 振動頻率 3.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	-4.49	-4.50	-4.18	-3.61	-3.35
K''	30.48	29.67	28.98	27.73	26.88
η	6.36	6.59	6.93	7.67	8.02

表 3.6 t5B485 實驗 K' 、 K'' 、 η

型號：t5C480 振動頻率 0.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	41.91	40.89	40.21	39.50	38.78
K''	12.48	11.88	11.20	10.23	8.63
η	0.30	0.29	0.28	0.26	0.22

型號：t5C480 振動頻率 1.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	33.94	32.01	32.66	32.79	32.37
K''	22.14	21.59	21.44	20.22	18.58
η	0.65	0.67	0.66	0.62	0.57

型號：t5C480 振動頻率 1.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	25.83	22.86	22.66	22.82	22.26
K''	30.30	27.05	26.71	25.54	24.52
η	1.17	1.18	1.18	1.12	1.10

型號：t5C480 振動頻率 2.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	14.32	10.76	10.84	11.50	12.41
K''	30.86	25.68	26.65	27.37	27.73
η	2.15	2.39	2.46	2.38	2.23

型號：t5C480 振動頻率 2.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	5.82	4.79	5.06	4.01	4.44
K''	29.79	24.57	26.50	26.19	26.35
η	5.11	5.13	5.24	6.53	5.94

型號：t5C480 振動頻率 3.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	-3.78	-3.91	3.63	-3.42	-3.13
K''	24.97	20.50	21.51	22.28	22.60
η	-6.60	-5.24	-5.93	-6.52	-7.22

表 3.7 t6A490 實驗 K' 、 K'' 、 η

型號：t6A490 振動頻率 0.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	99.97	93.47	89.32	85.92	80.48
K''	30.91	29.26	26.37	24.13	18.44
η	0.31	0.31	0.30	0.28	0.23

型號：t6A490 振動頻率 1.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	66.35	59.20	61.82	63.53	64.33
K''	45.08	39.78	42.04	41.13	37.62
η	0.68	0.67	0.68	0.65	0.58

型號：t6A490 振動頻率 1.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	45.63	42.67	42.83	45.07	45.63
K''	53.36	50.67	50.66	52.40	49.31
η	1.17	1.19	1.18	1.16	1.08

型號：t6A490 振動頻率 2.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	24.96	23.98	23.28	26.50	28.24
K''	56.13	53.95	53.01	58.96	56.14
η	2.25	2.25	2.28	2.22	1.99

型號：t6A490 振動頻率 2.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	9.76	7.94	9.70	10.15	8.96
K''	57.41	61.68	60.79	59.79	44.03
η	5.88	7.77	6.27	5.89	4.91

型號：t6A490 振動頻率 3.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	-8.02	-7.79	-7.27	-6.35	-5.59
K''	54.38	52.75	49.11	45.10	45.28
η	-6.78	-6.62	-6.76	-7.10	-8.10

表 3.9 t6B485 實驗 K' 、 K'' 、 η

型號：t6B485 振動頻率 0.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	81.22	76.68	72.19	67.64	64.07
K''	24.78	22.77	19.13	14.67	11.58
η	0.31	0.30	0.26	0.22	0.18

型號：t6B485 振動頻率 1.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	67.10	62.36	59.40	56.75	54.12
K''	47.04	43.37	38.93	34.29	30.12
η	0.70	0.70	0.66	0.60	0.56

型號：t6B485 振動頻率 1.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	45.99	41.72	40.75	40.21	39.42
K''	59.81	53.89	49.41	45.29	41.58
η	1.30	1.29	1.21	1.13	1.05

型號：t6B485 振動頻率 2.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	23.65	21.24	21.37	21.79	21.79
K''	62.10	55.98	52.10	48.25	43.47
η	2.63	2.64	2.44	2.21	1.98

型號：t6B485 振動頻率 2.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	7.30	5.62	6.09	5.16	---
K''	53.34	46.33	42.04	37.28	---
η	7.31	8.25	6.90	7.22	---

型號：t6B485 振動頻率 3.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	---	---	---	---	---
K''	---	---	---	---	---
η	---	---	---	---	---

表 3.10 t6C480 實驗 K' 、 K'' 、 η

型號：t6C480 振動頻率 0.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	55.22	52.46	53.23	52.94	52.46
K''	17.14	16.28	16.10	15.28	13.61
η	0.31	0.31	0.30	0.29	0.26

型號：t6C480 振動頻率 1.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	45.15	40.79	41.69	41.93	41.79
K''	31.40	29.21	29.18	28.49	26.93
η	0.70	0.72	0.70	0.68	0.64

型號：t6C480 振動頻率 1.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	30.06	27.47	27.44	27.94	28.43
K''	38.52	35.82	36.19	35.49	34.46
η	1.28	1.30	1.32	1.27	1.21

型號：t6C480 振動頻率 2.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	15.40	13.00	13.61	14.43	14.91
K''	40.03	37.35	37.70	36.95	36.01
η	2.60	2.87	2.77	2.56	2.42

型號：t6C480 振動頻率 2.5Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	5.54	3.86	3.86	3.98	4.86
K''	37.40	34.32	34.61	35.00	34.48
η	6.75	8.88	8.97	8.80	7.09

型號：t6C480 振動頻率 3.0Hz					
振幅 係數	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
K'	-6.13	-5.65	-5.34	-5.00	-4.56
K''	32.31	29.90	29.45	29.78	29.50
η	-5.27	-5.29	-5.51	-5.95	-6.47

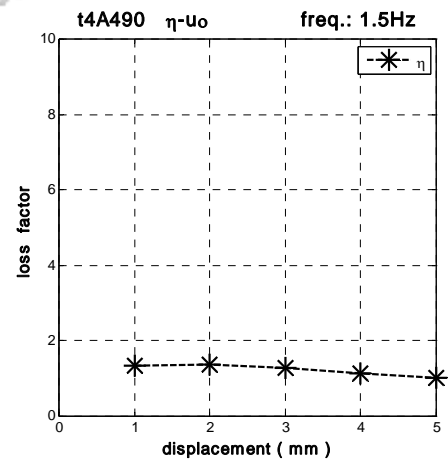
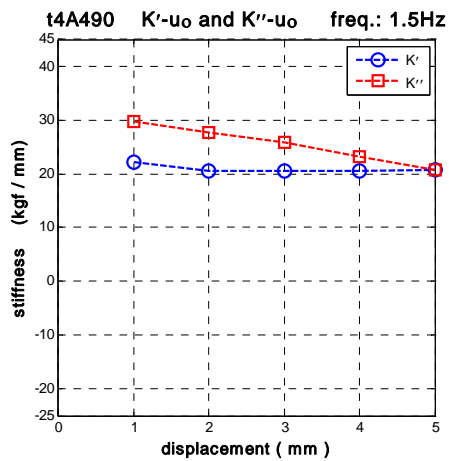
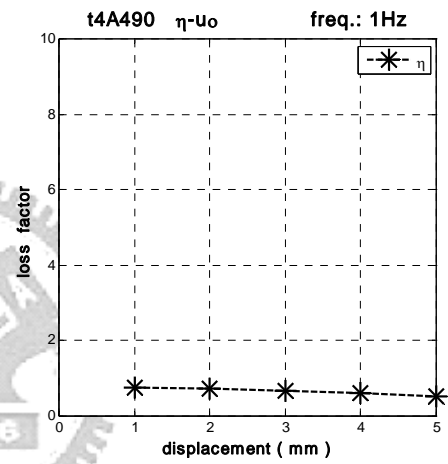
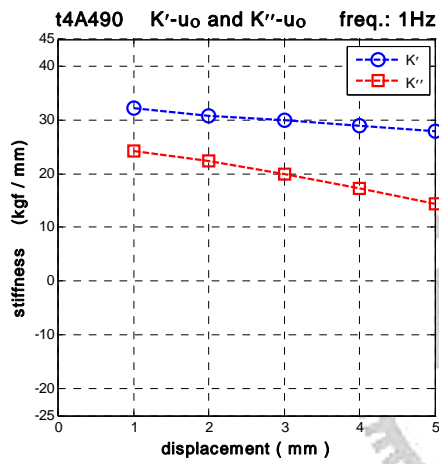
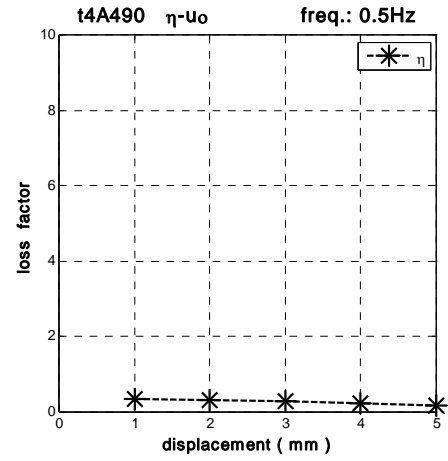
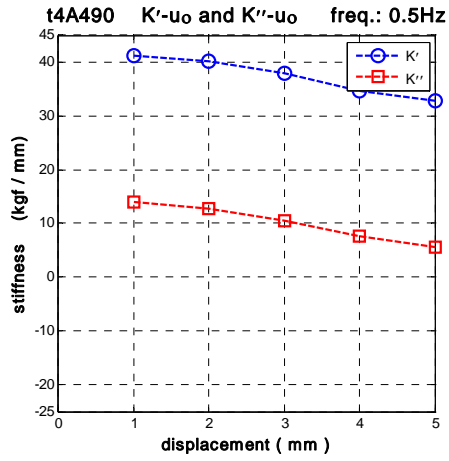


圖 3.29-1 t4A490 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

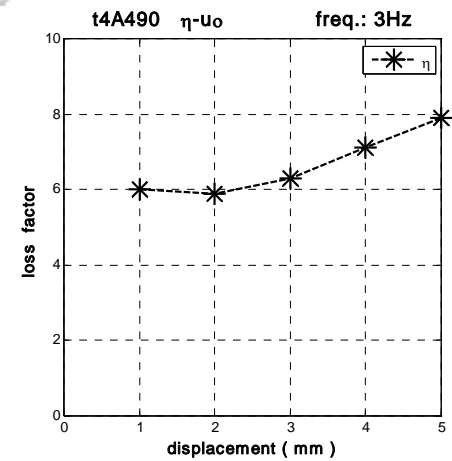
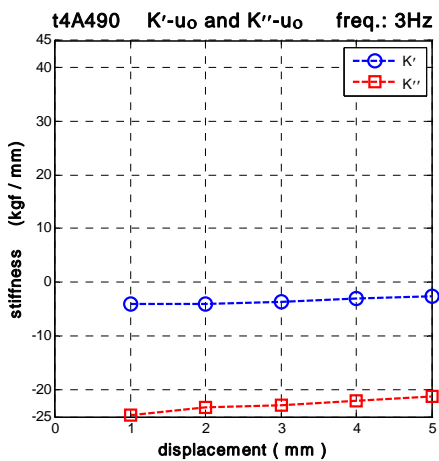
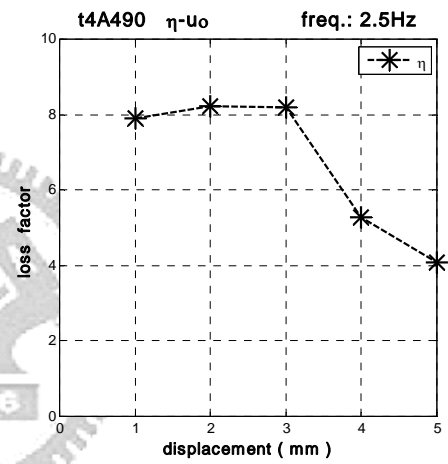
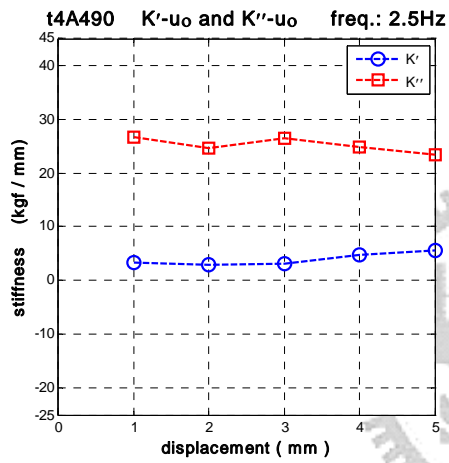
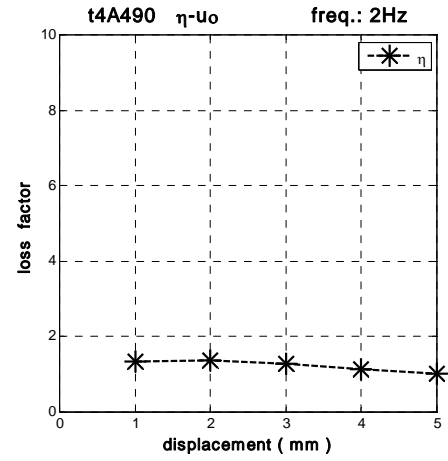
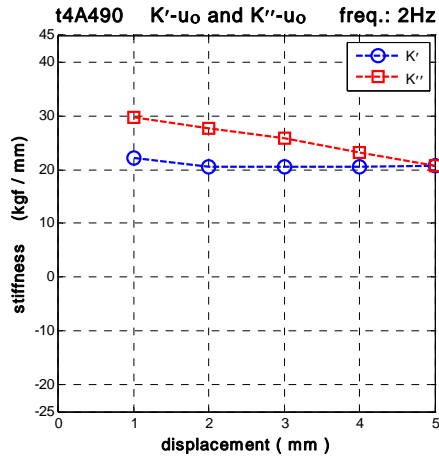


圖 3.29-2 t4A490 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

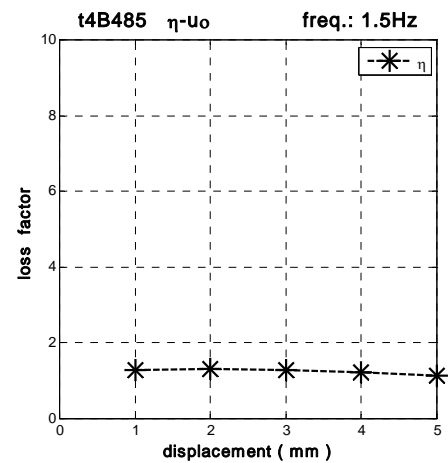
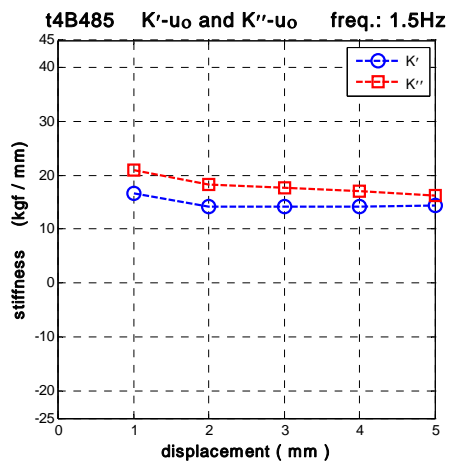
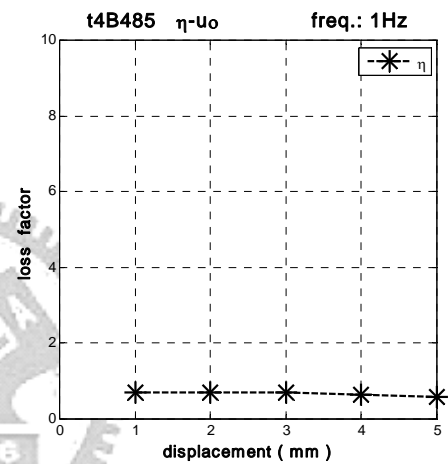
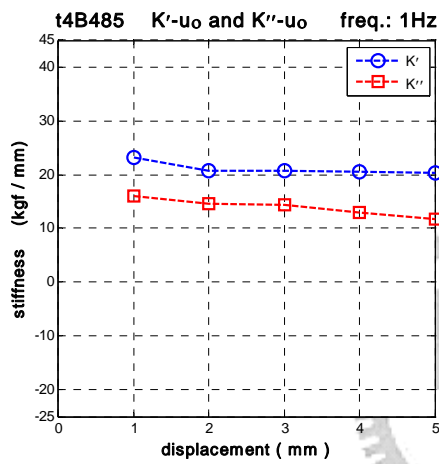
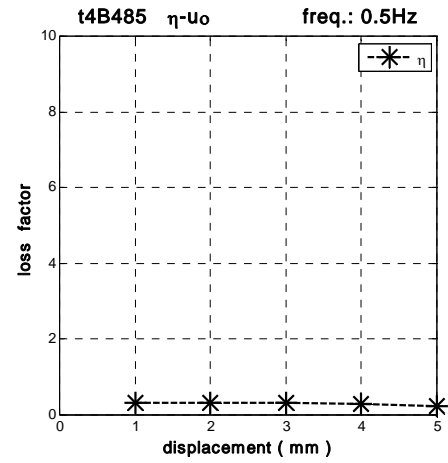
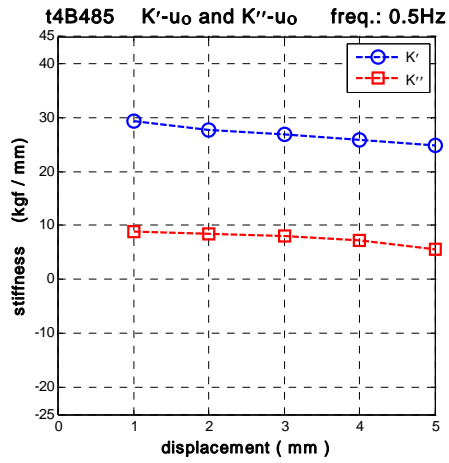


圖 3.30-1 t4B485 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

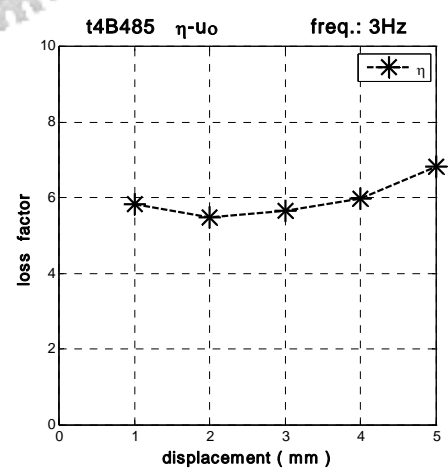
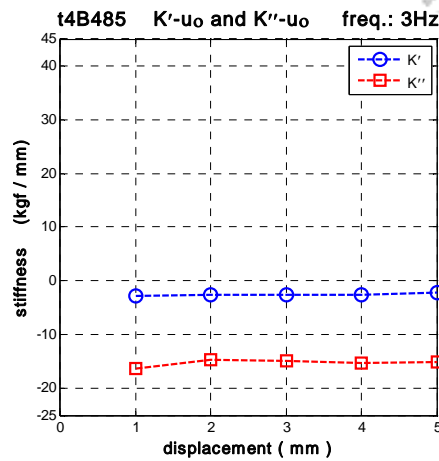
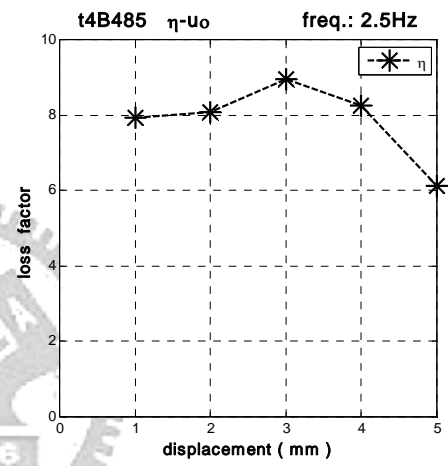
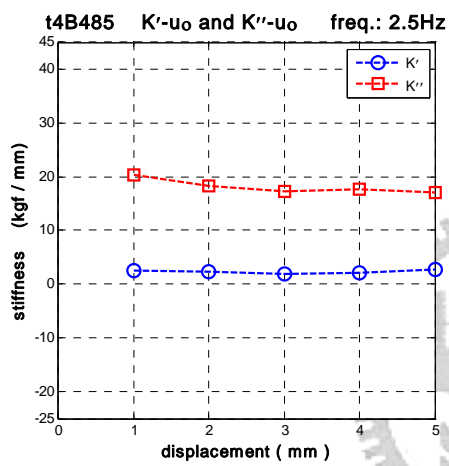
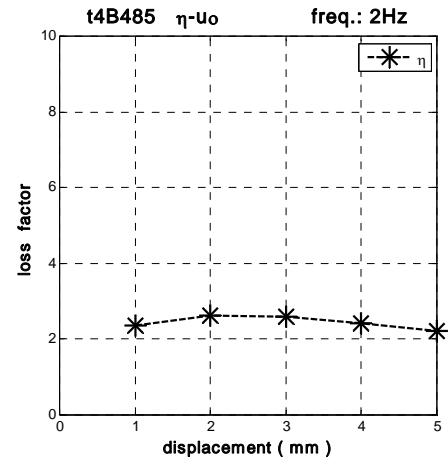
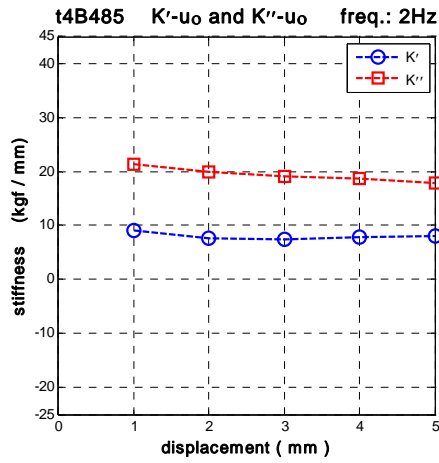


圖 3.30-2 t4B485 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

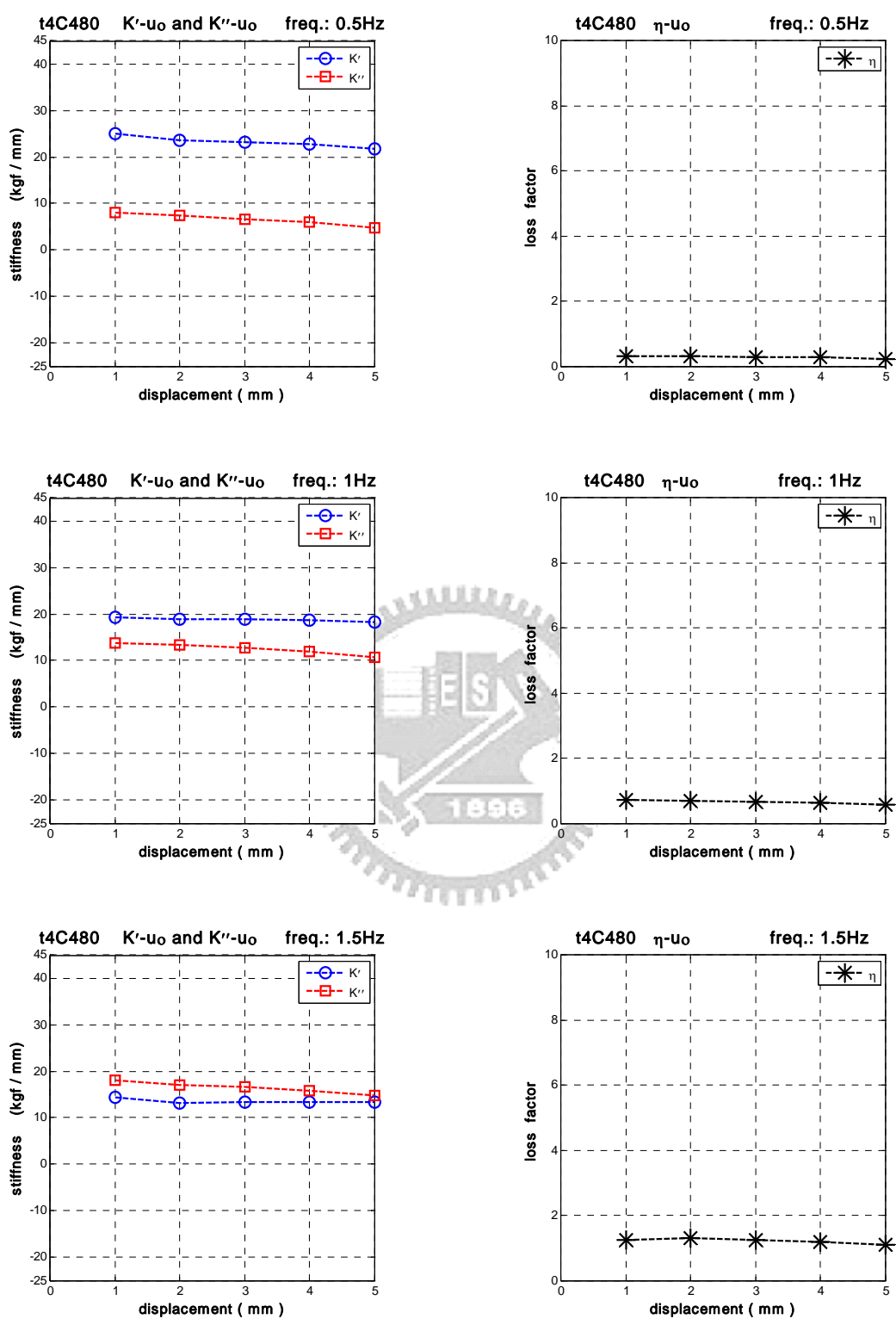


圖 3.31-1 t4C480 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

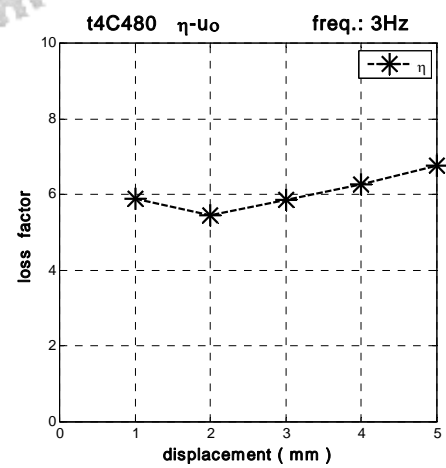
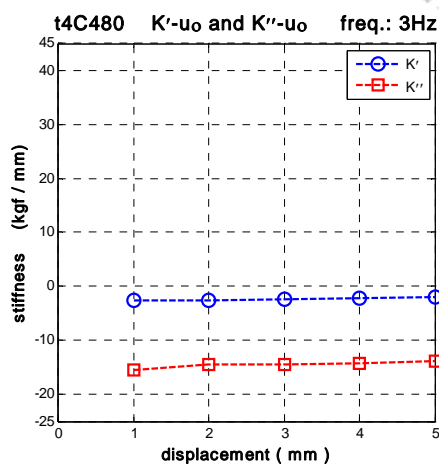
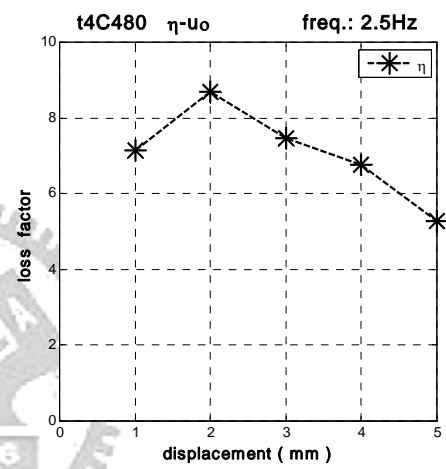
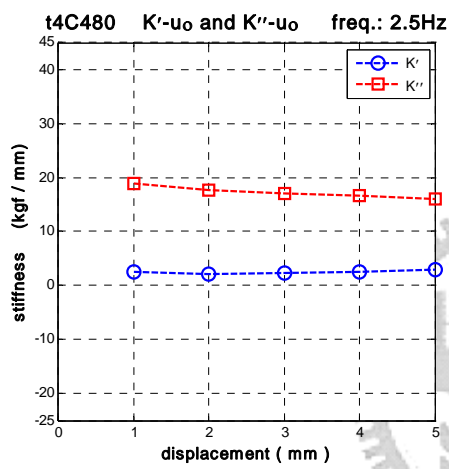
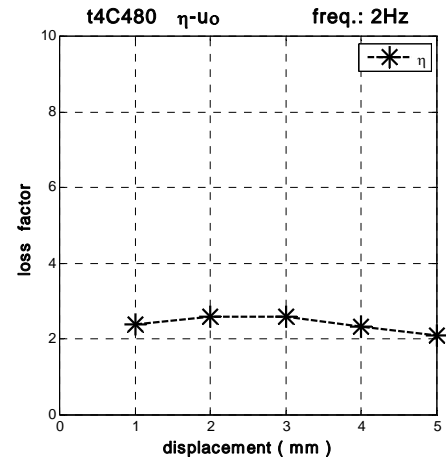
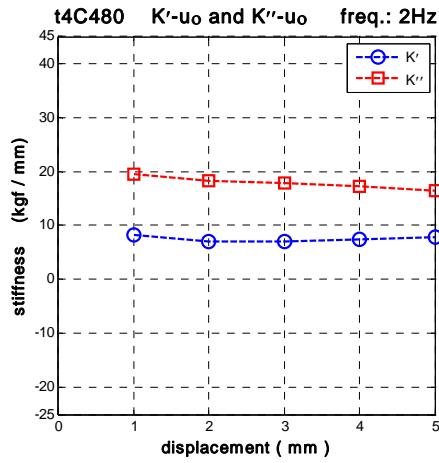


圖 3.31-2 t4C480 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

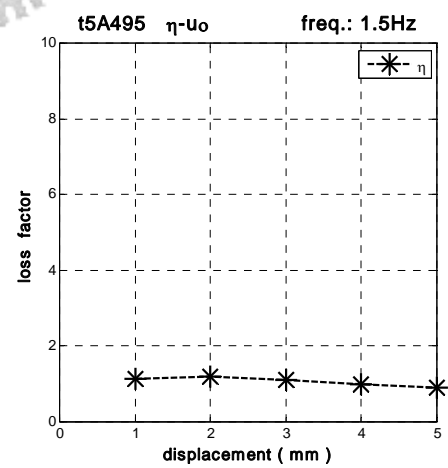
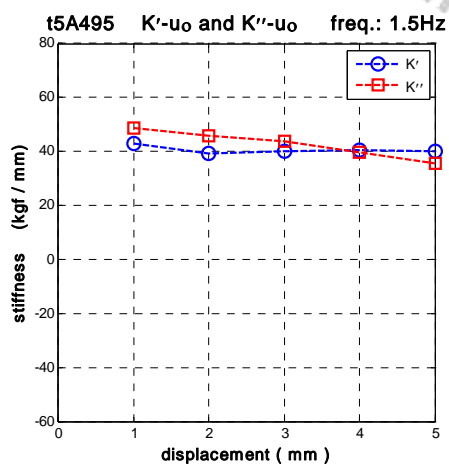
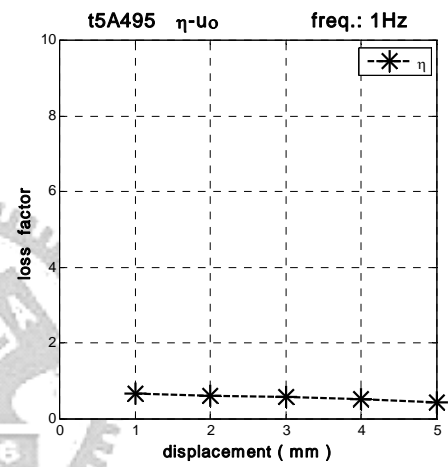
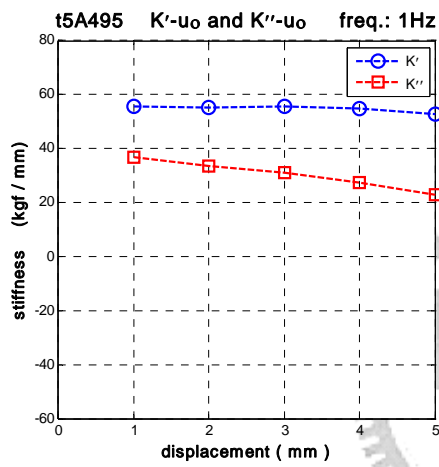
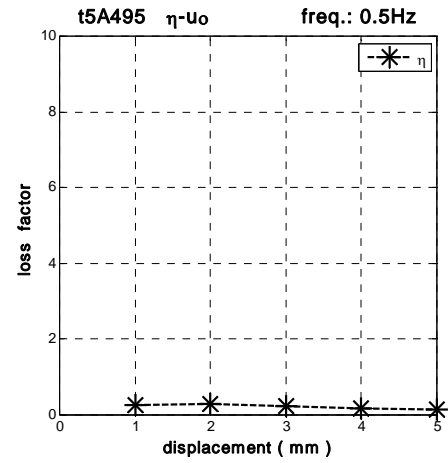
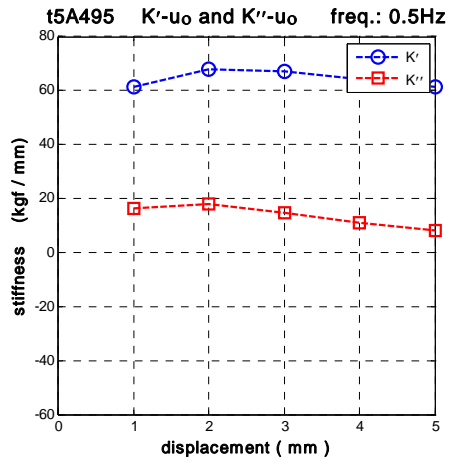


圖 3.32-1 t5A490 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

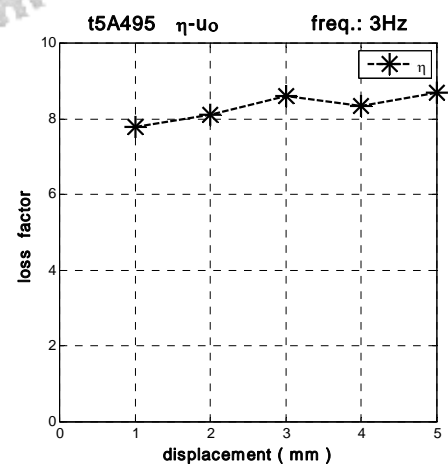
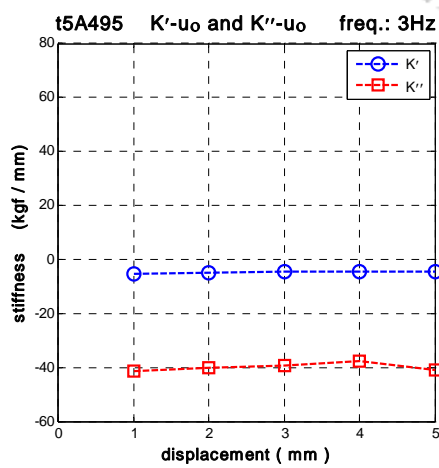
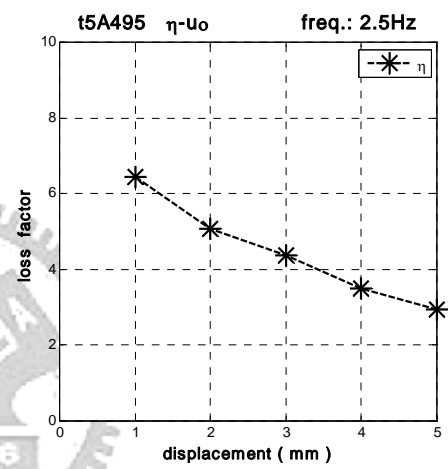
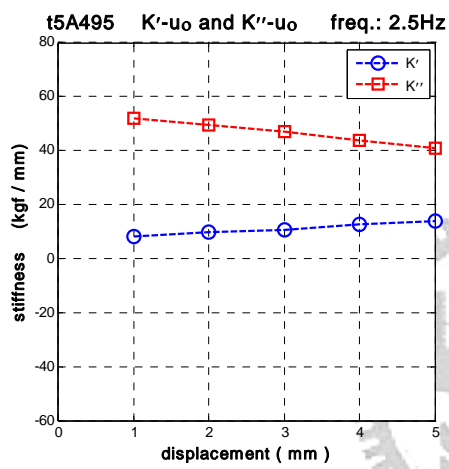
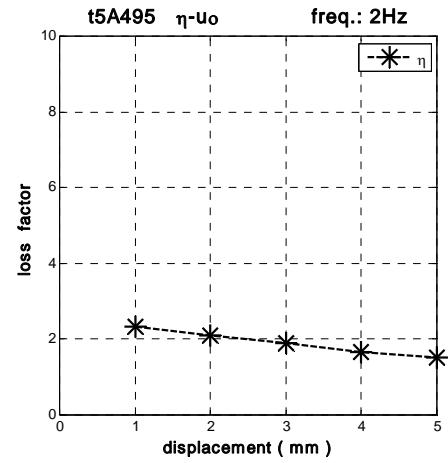
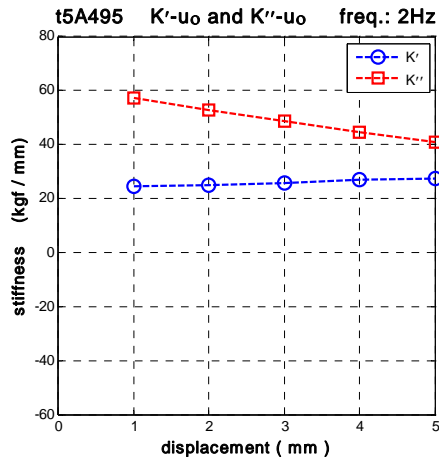


圖 3.32-2 t5A490 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

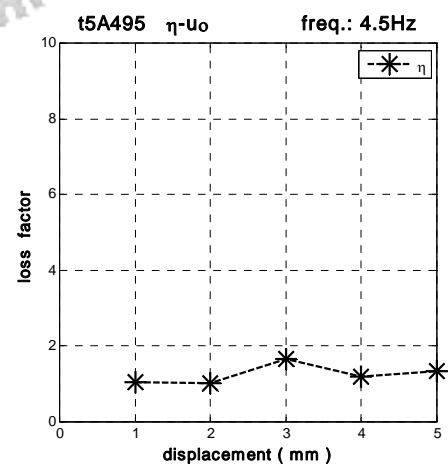
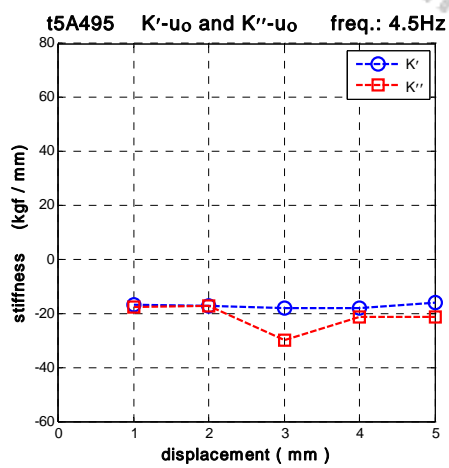
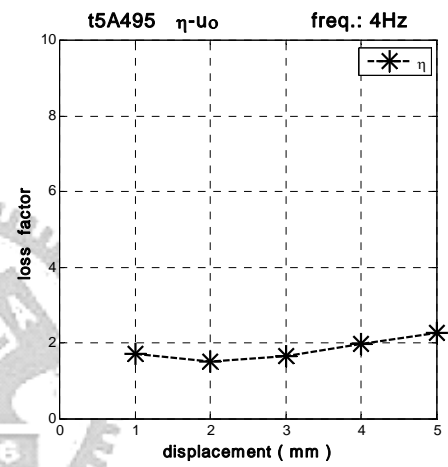
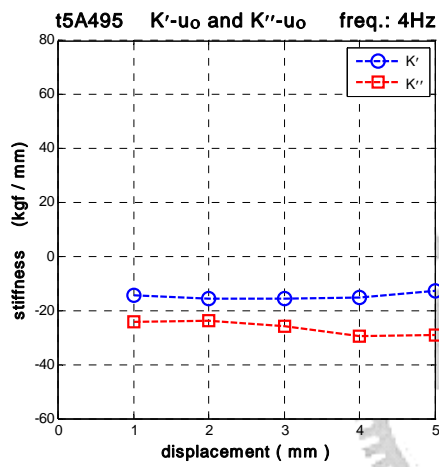
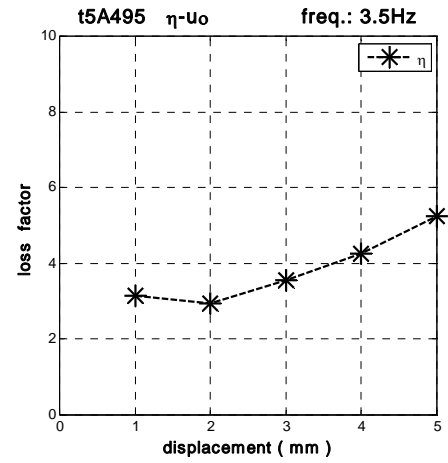
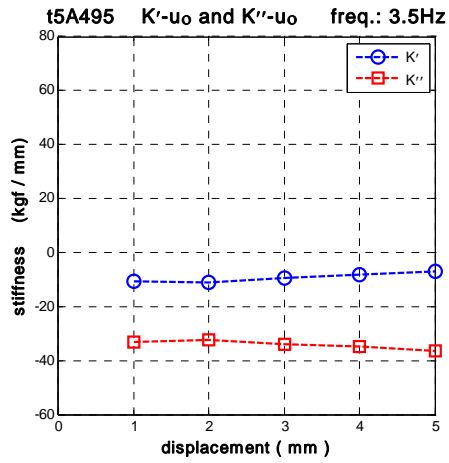


圖 3.32-3 t5A490 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

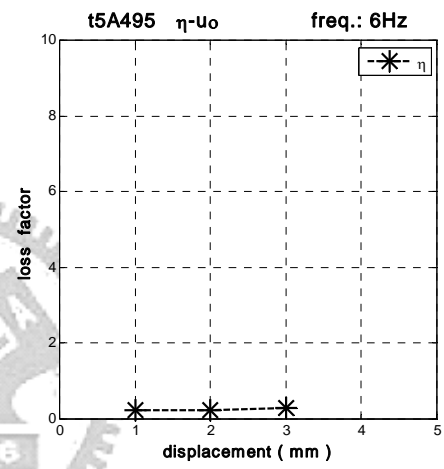
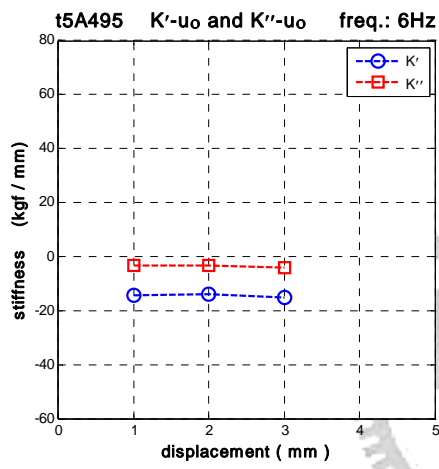
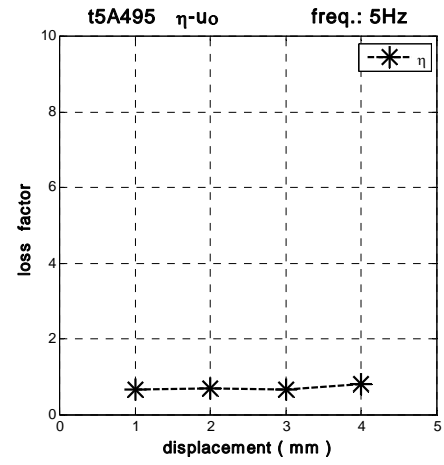
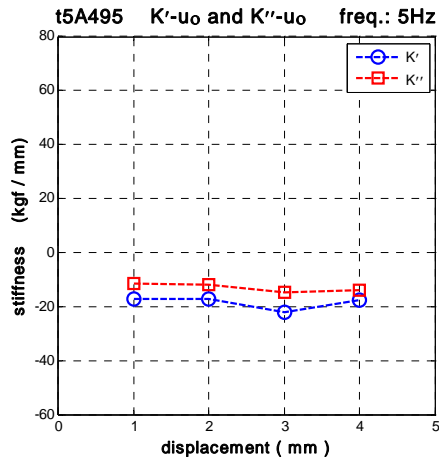


圖 3.32-4 t5A490 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

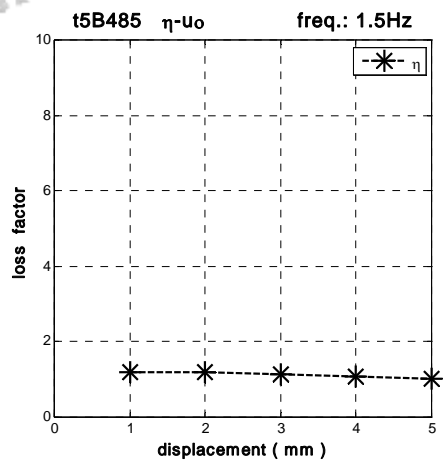
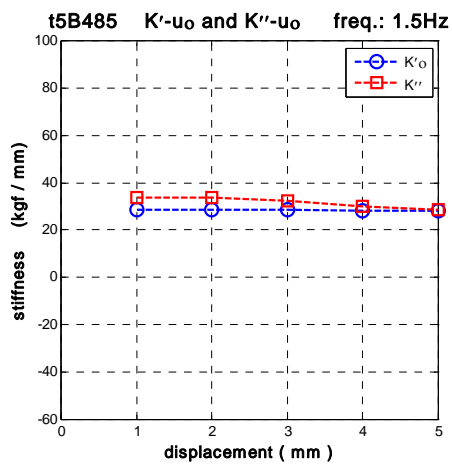
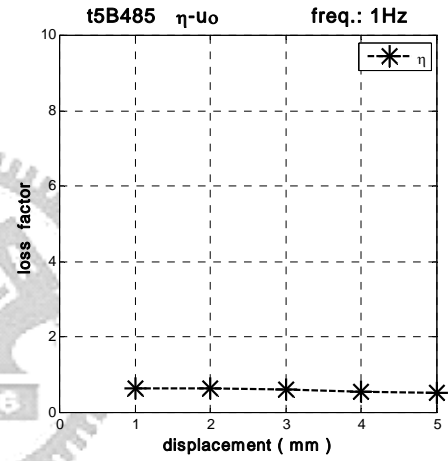
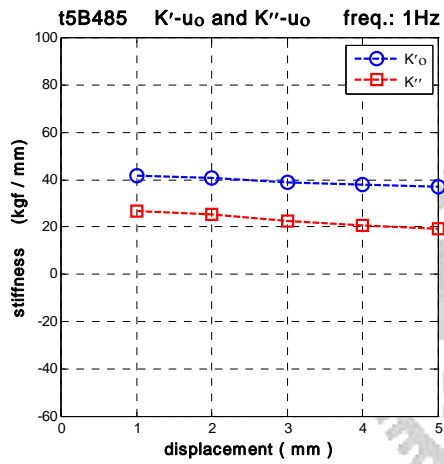
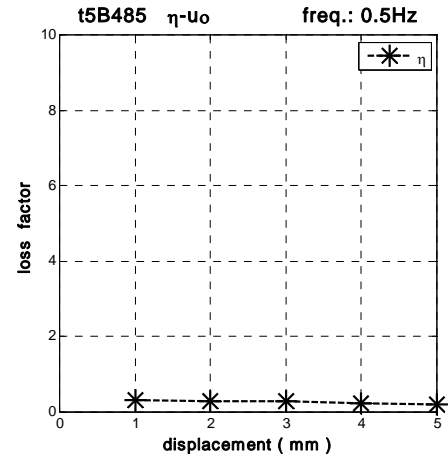
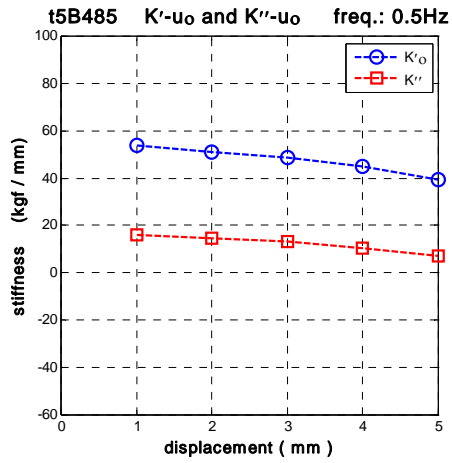


圖 3.33-1 t5B485 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

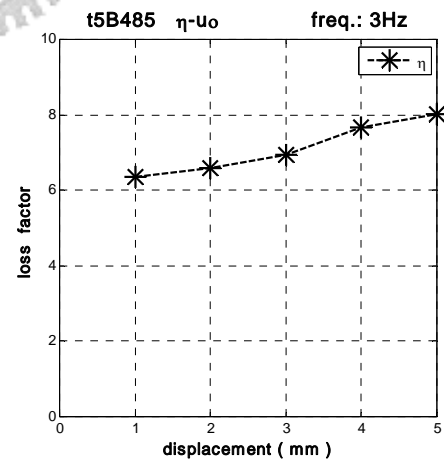
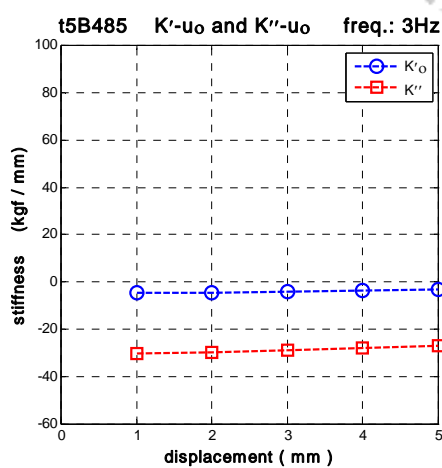
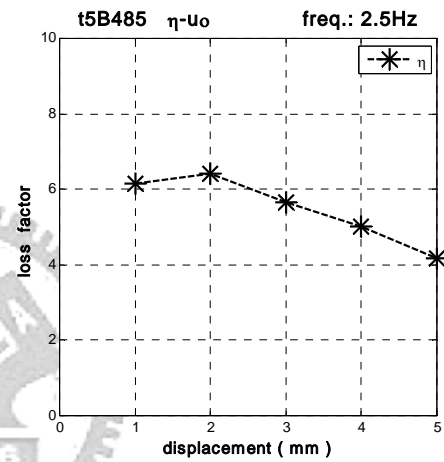
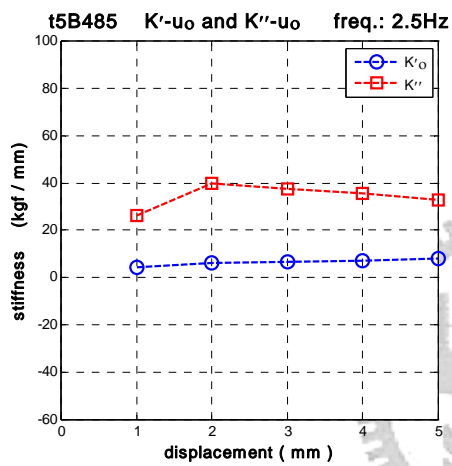
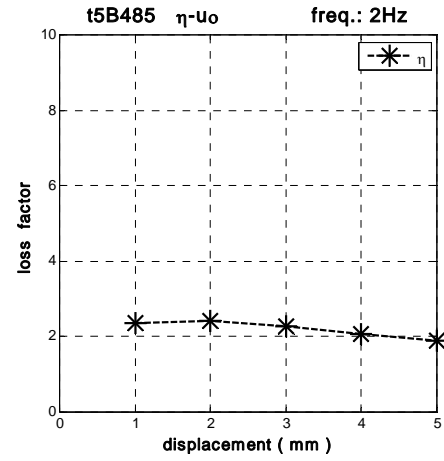
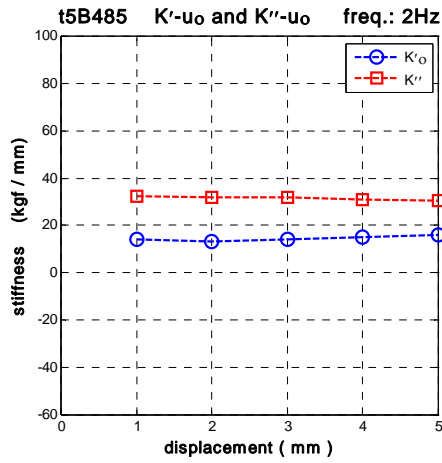


圖 3.33-2 t5B485 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

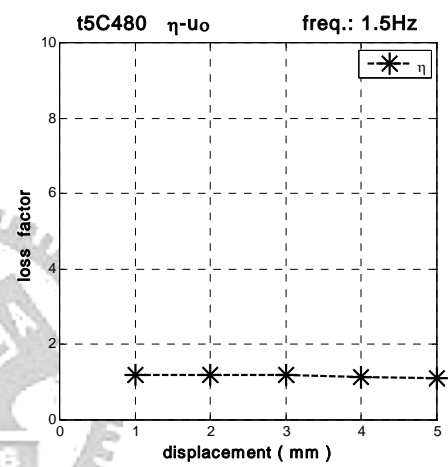
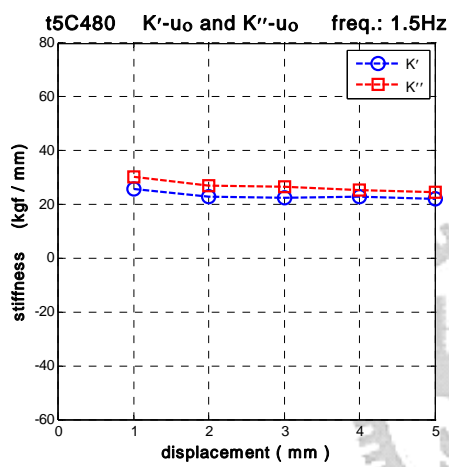
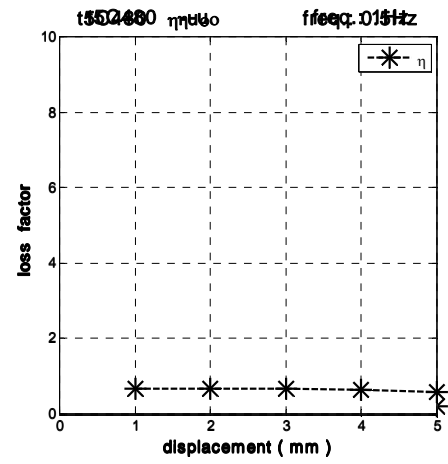
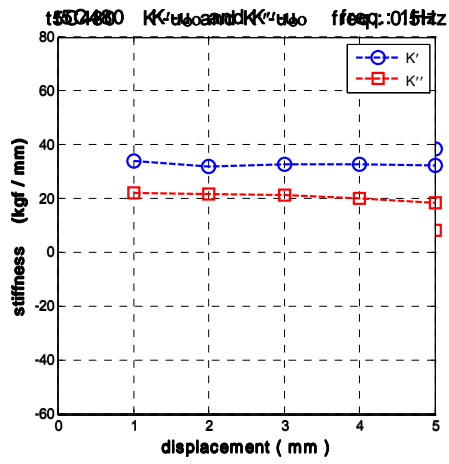


圖 3.34-1 t5C480 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

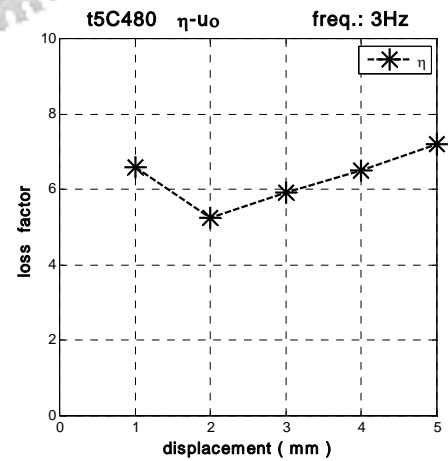
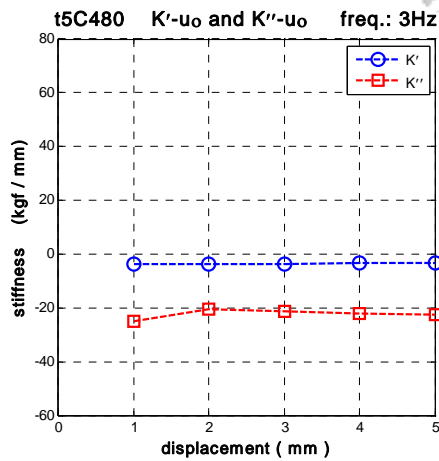
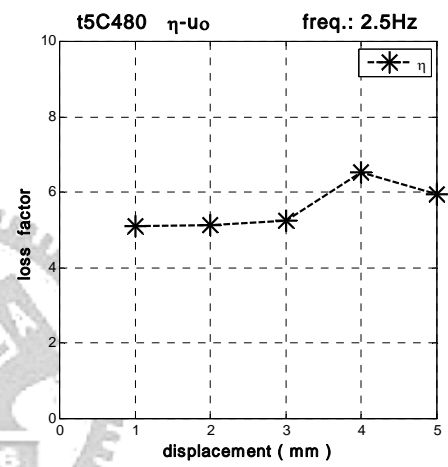
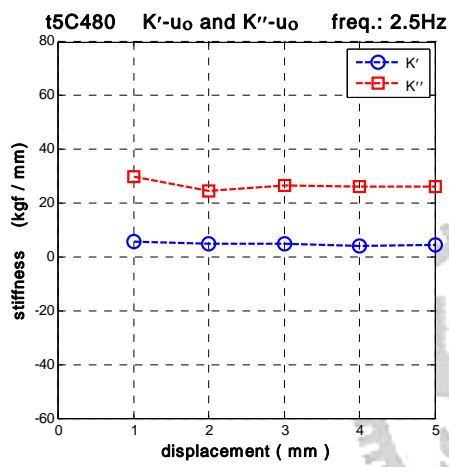
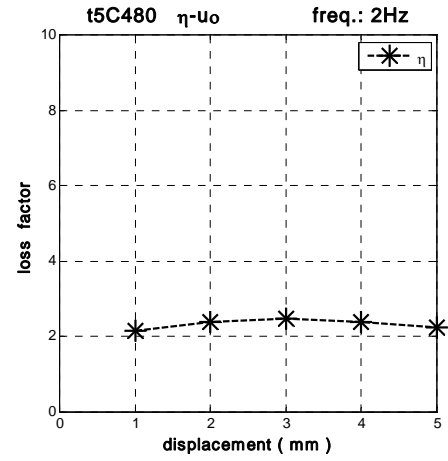
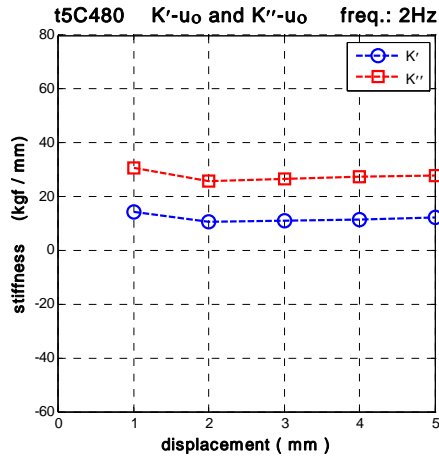


圖 3.34-2 t5C480 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

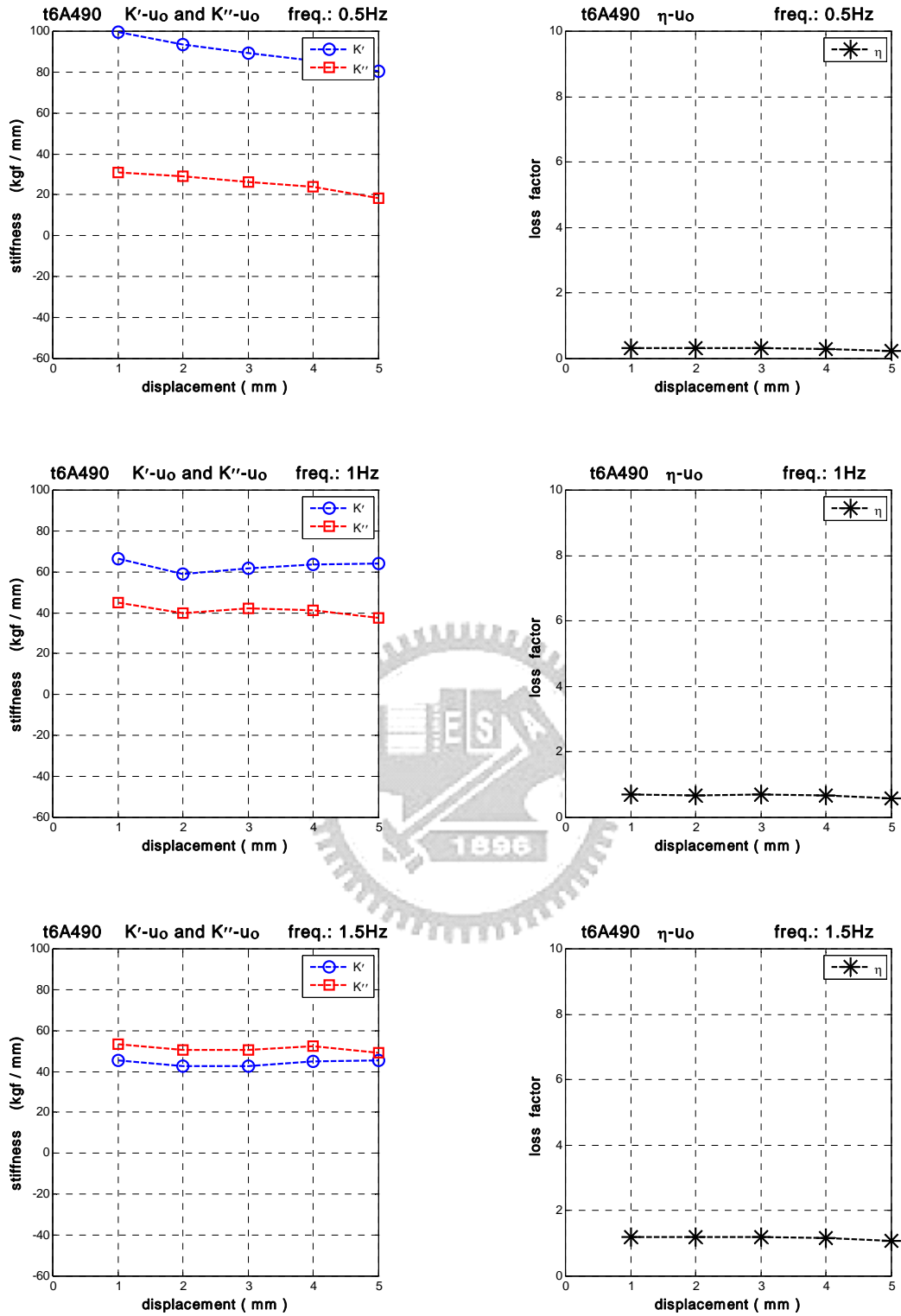


圖 3.35-1 t6A490 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

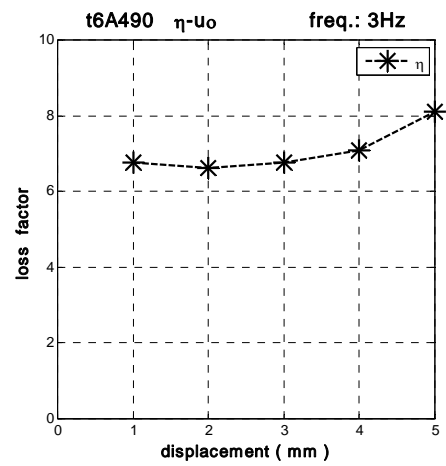
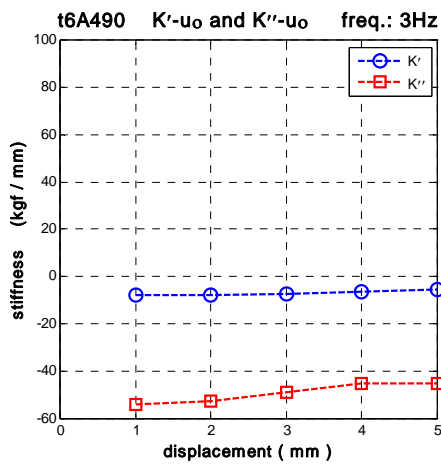
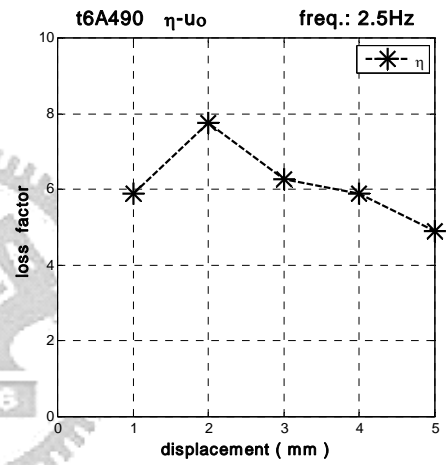
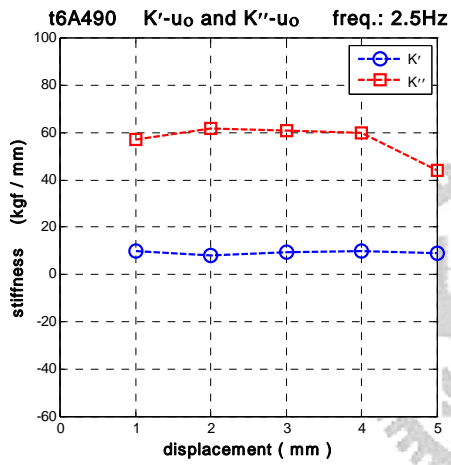
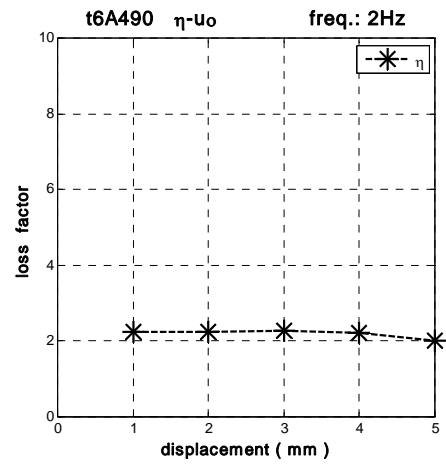
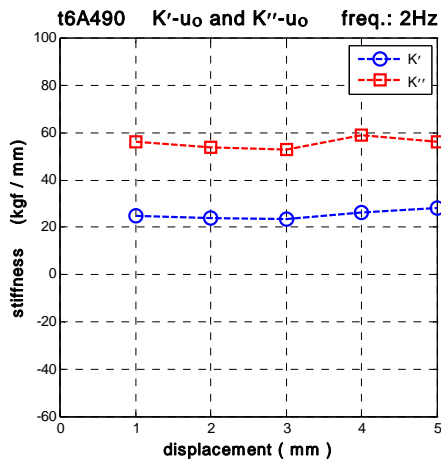


圖 3.35-2 t6A490 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

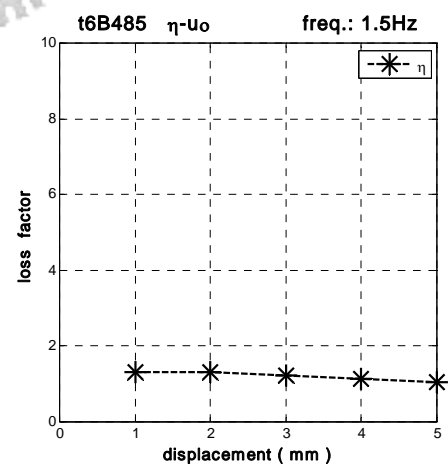
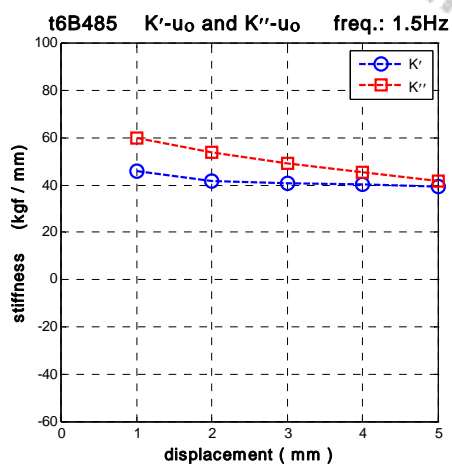
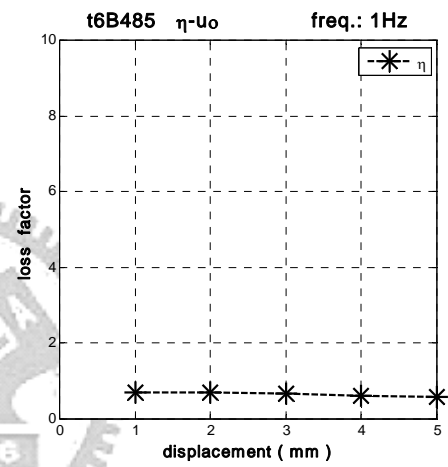
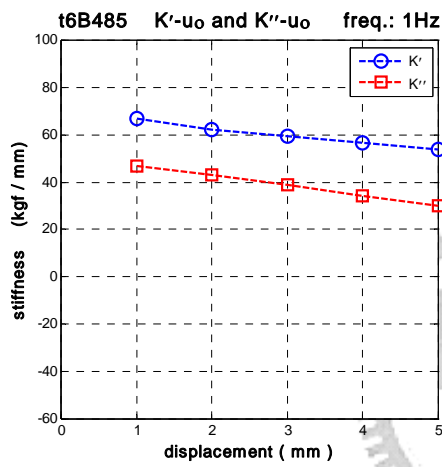
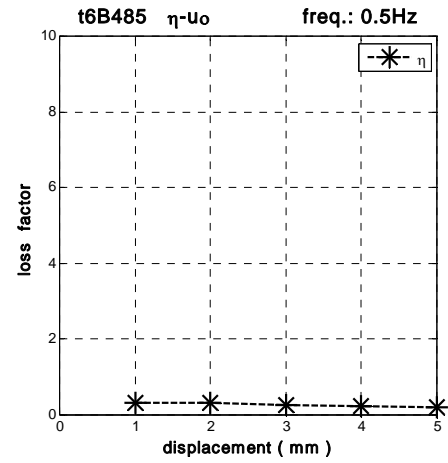
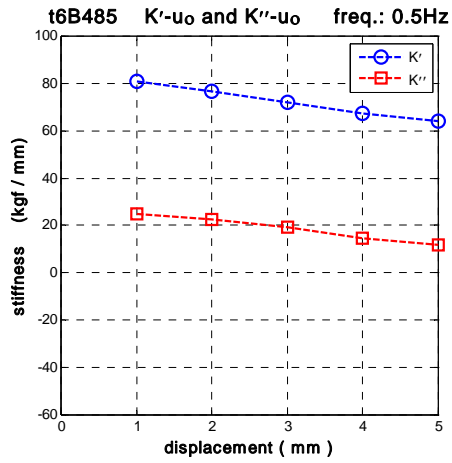


圖 3.36-1 t6B485 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

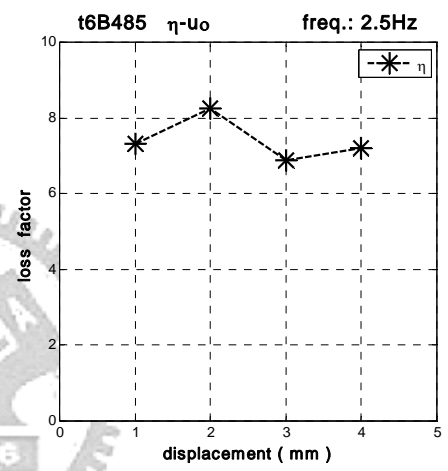
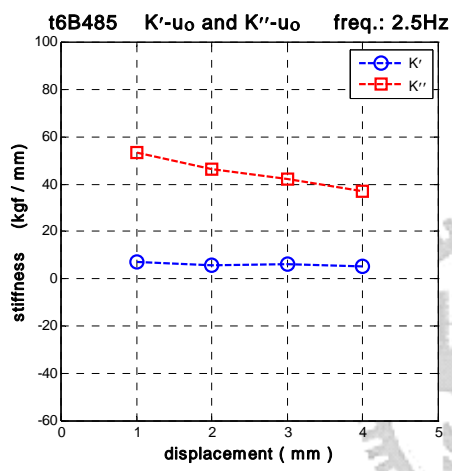
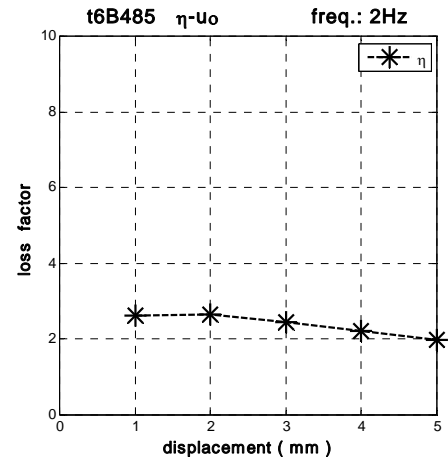
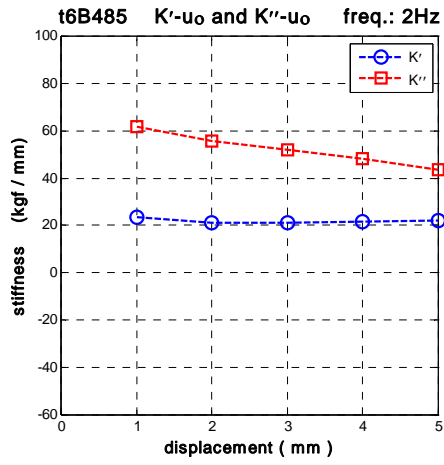


圖 3.36-2 t6B485 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

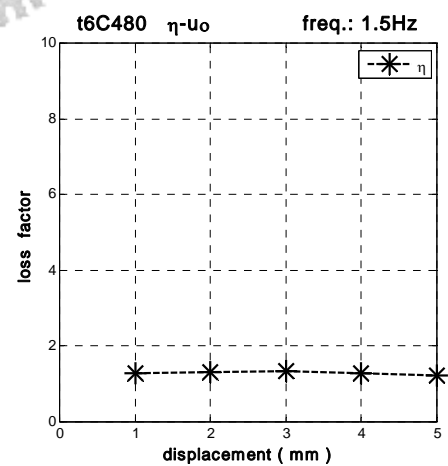
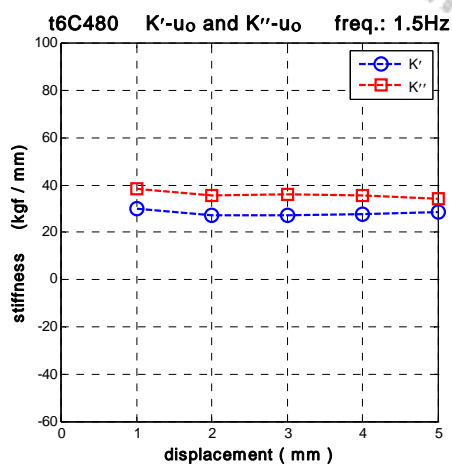
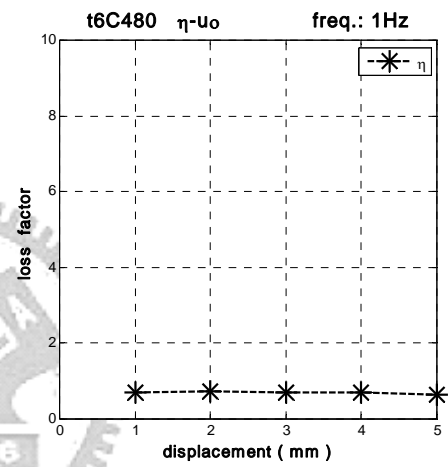
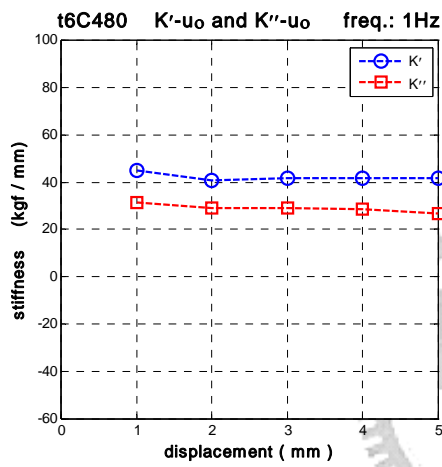
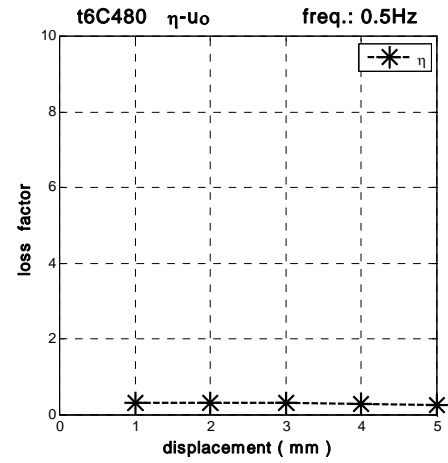
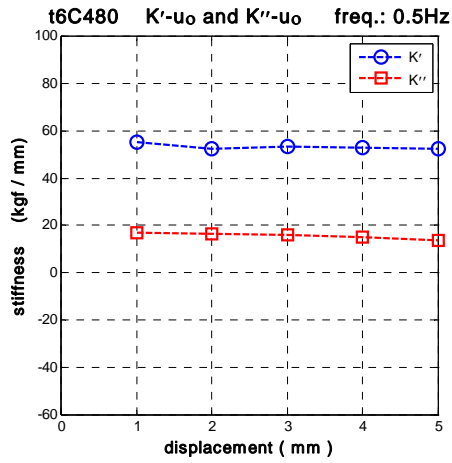


圖 3.37-1 t6C480 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

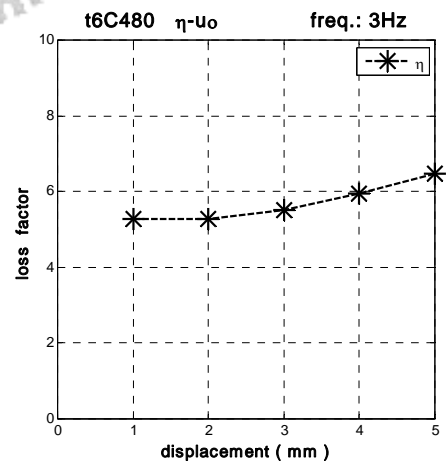
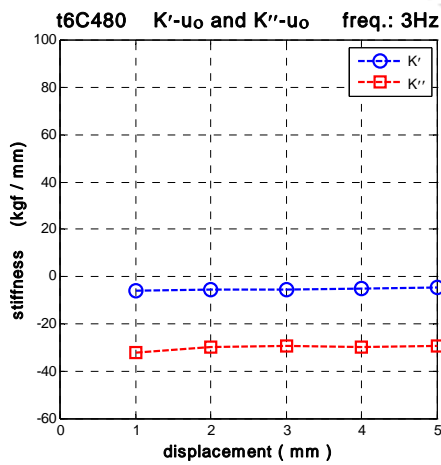
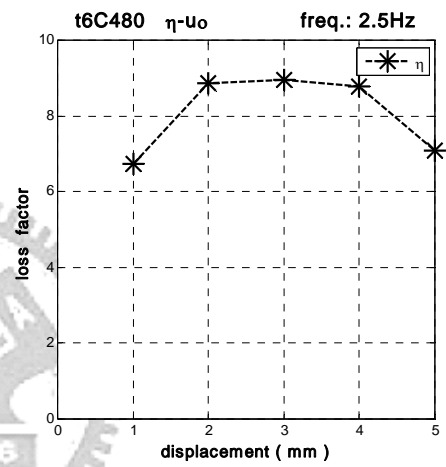
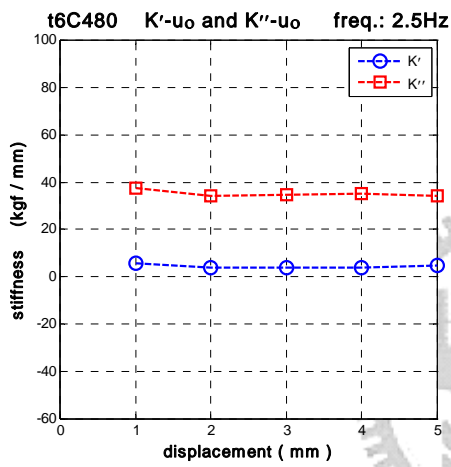
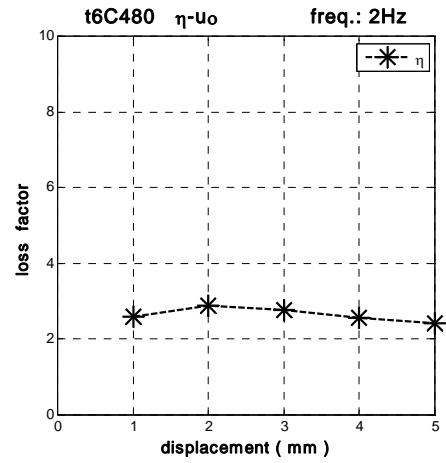
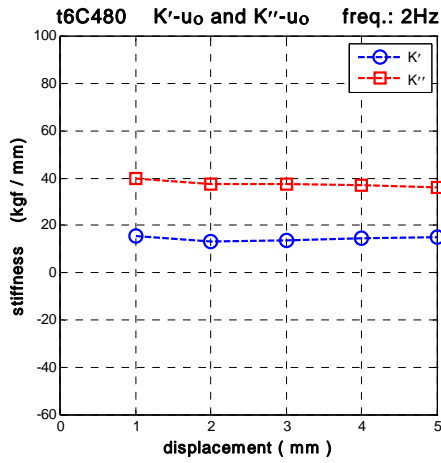


圖 3.37-2 t6C480 K' 、 K'' 、 η 與 u_0 的關係圖

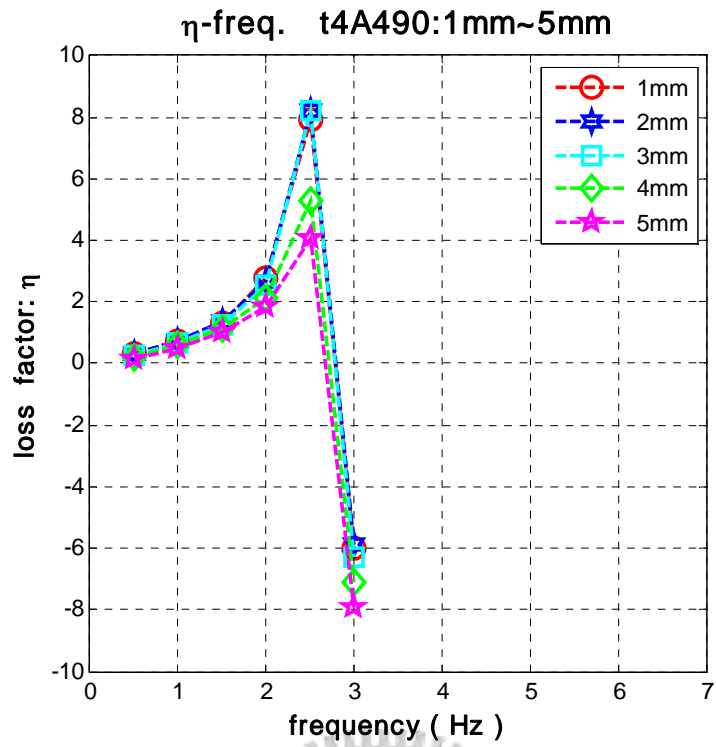


圖 3.38 t4A490 η 與頻率 f 的關係圖

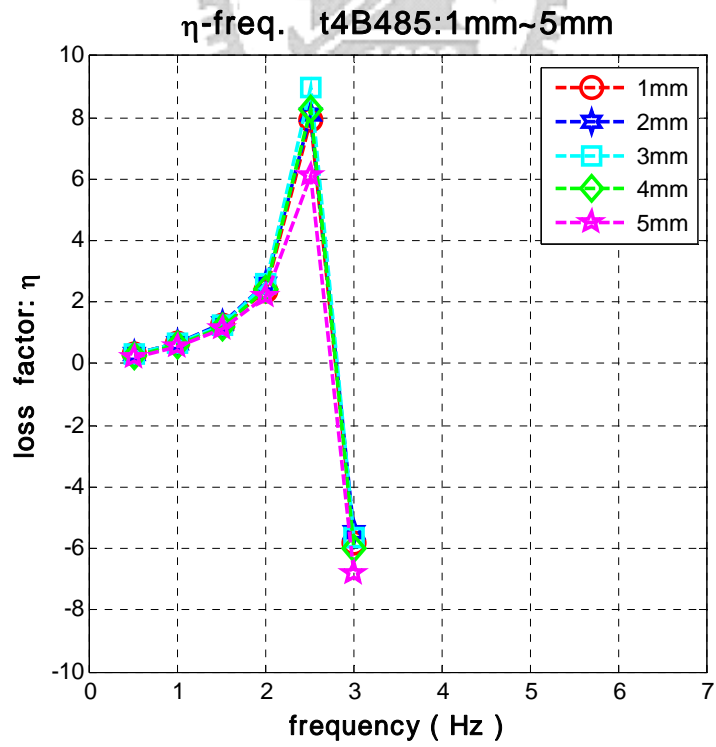


圖 3.39 t4B485 η 與頻率 f 的關係圖

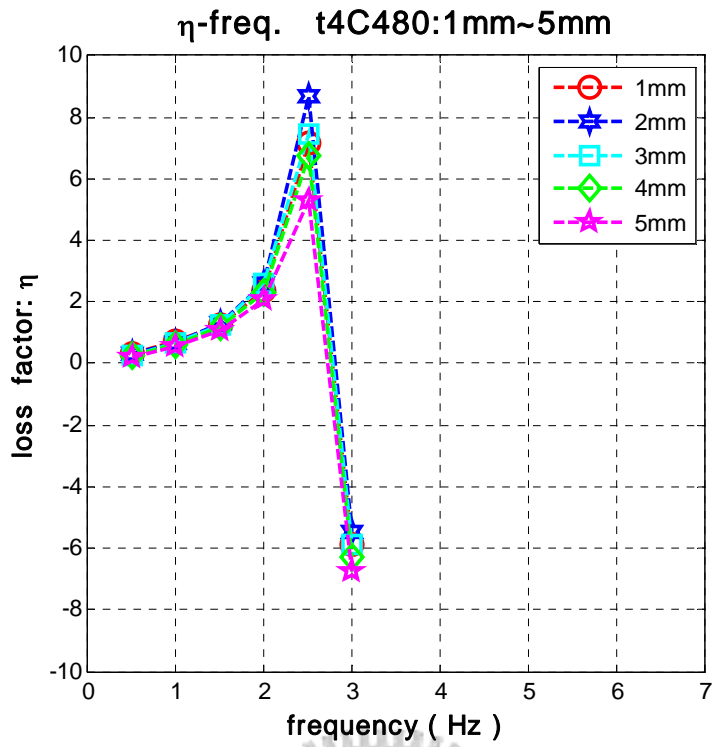


圖 3.40 t4C480 η 與頻率 f 的關係圖

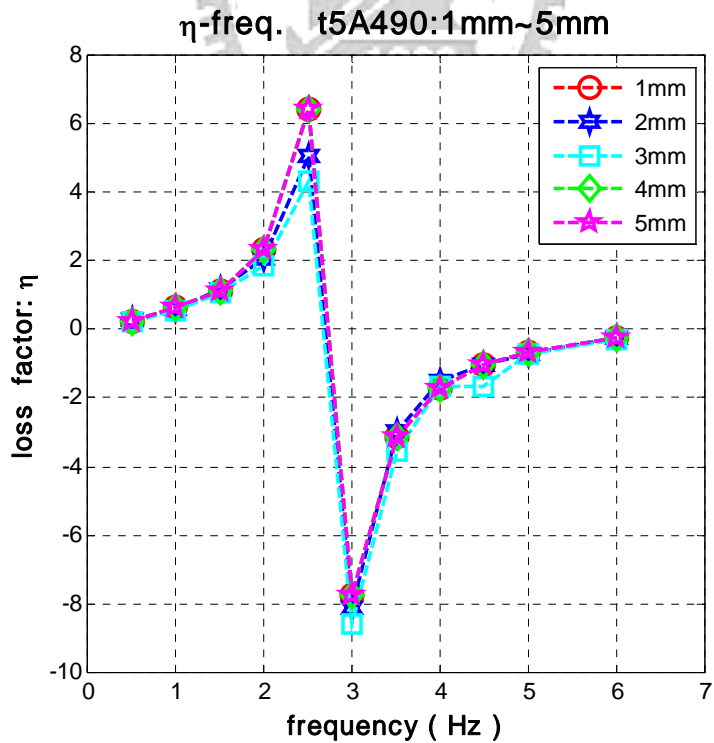


圖 3.41 t5A490 η 與頻率 f 的關係圖

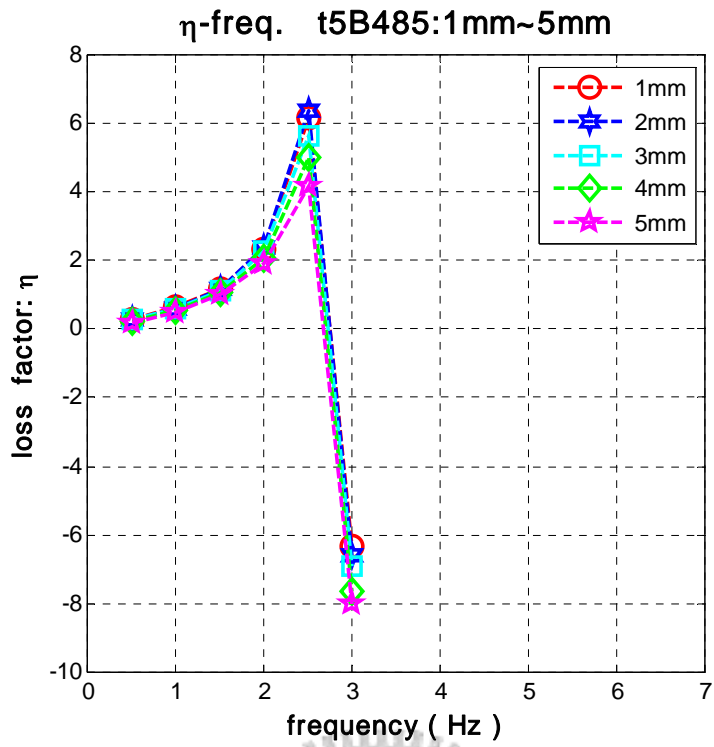


圖 3.42 t5B485 實驗 $\eta - f$ 之關係圖

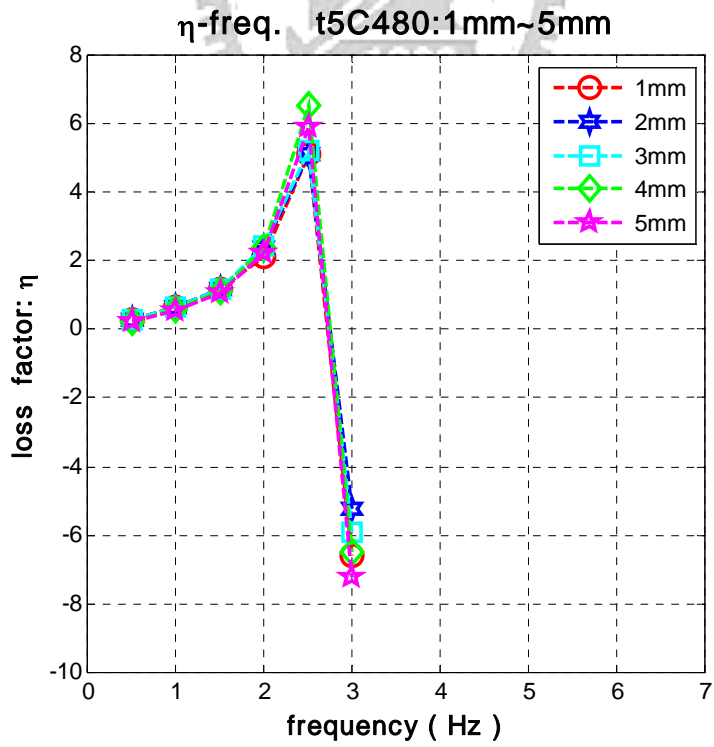


圖 3.43 t5C480 實驗 $\eta - f$ 之關係圖

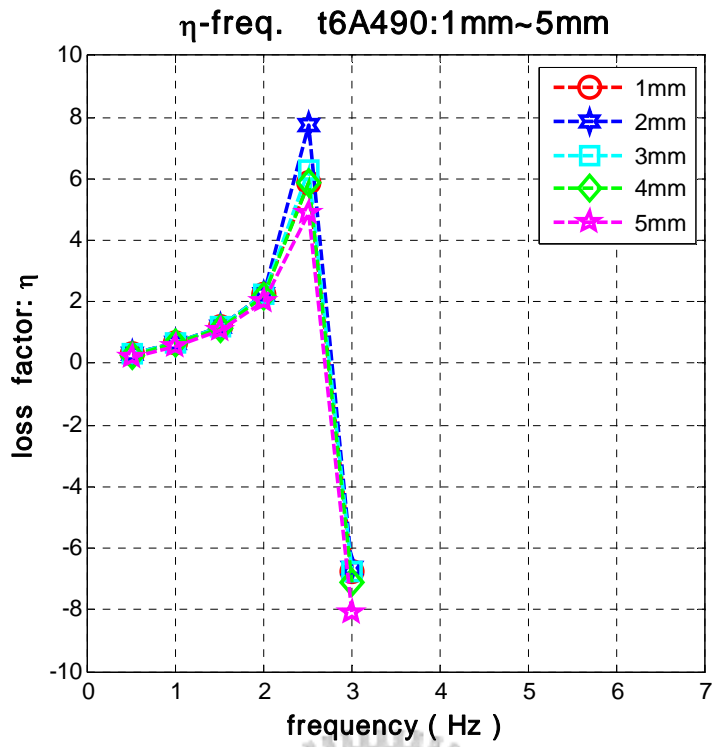


圖 3.43 t6A490 η 與頻率 f 的關係圖

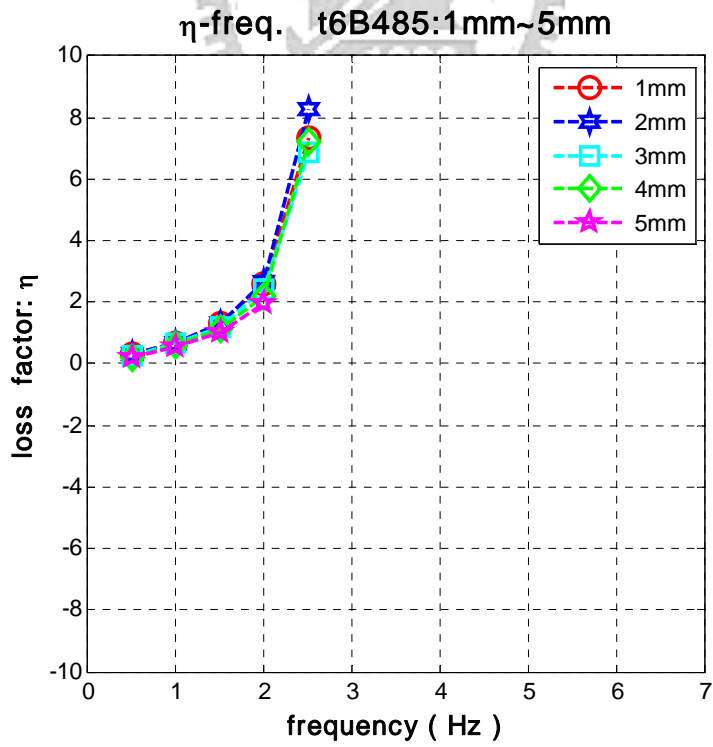


圖 3.44 t6B485 η 與頻率 f 的關係圖

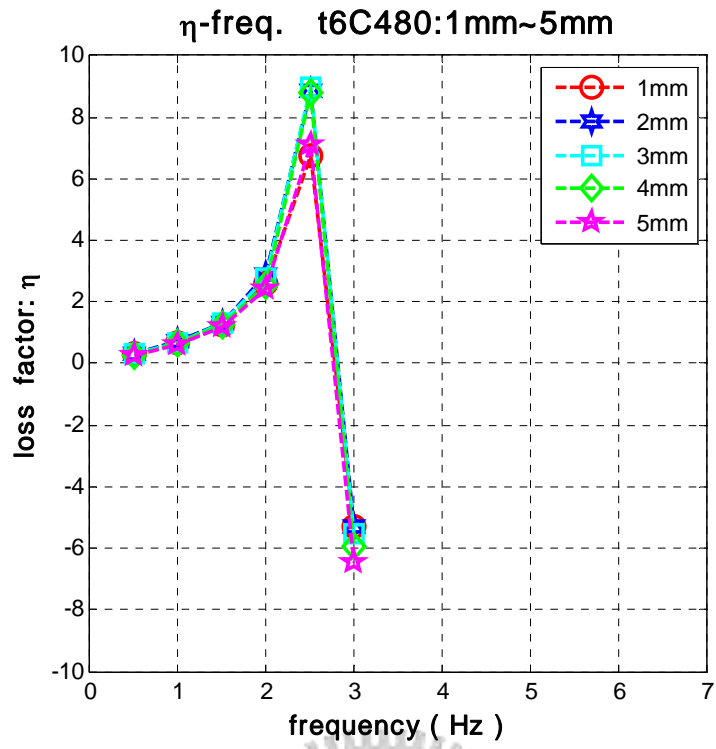


圖 3.45 t6C480 η 與頻率 f 的關係圖



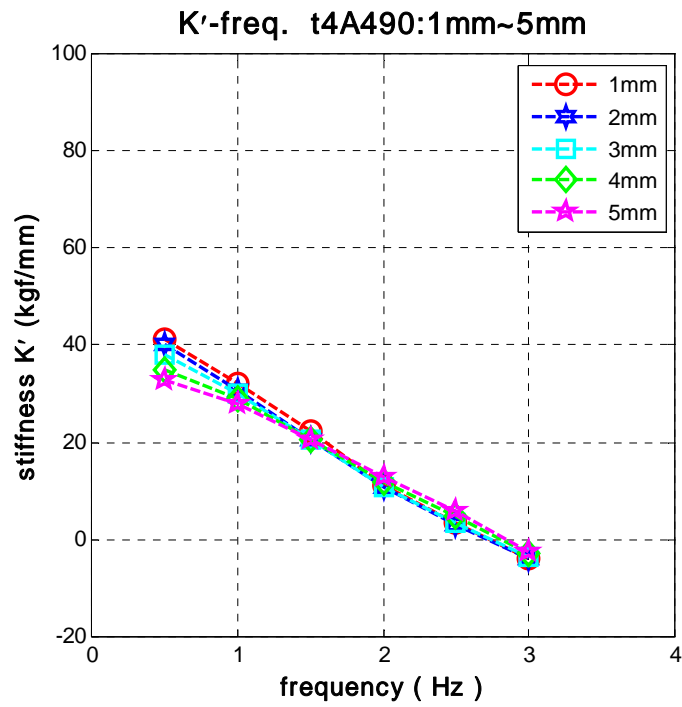


圖 3.46 t4A490 K' 與頻率 f 的關係圖

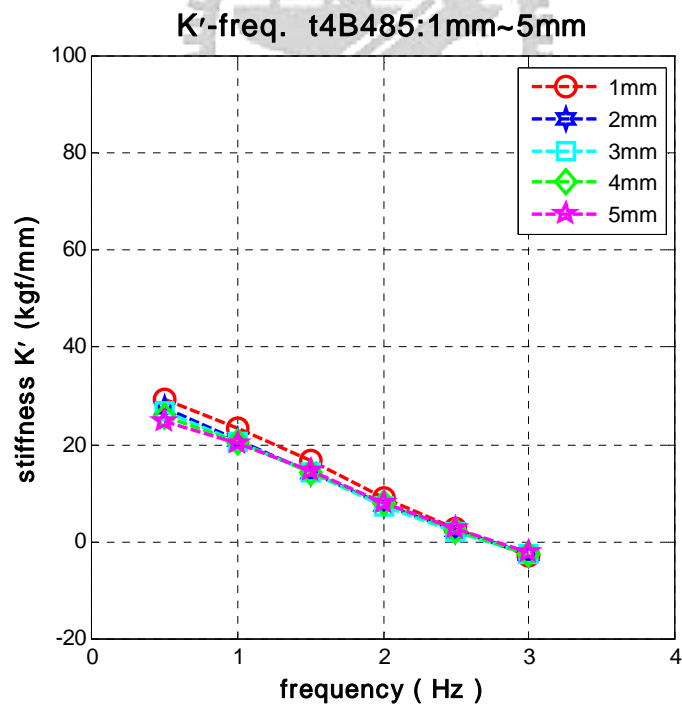


圖 3.47 t4B485 K' 與頻率 f 的關係圖

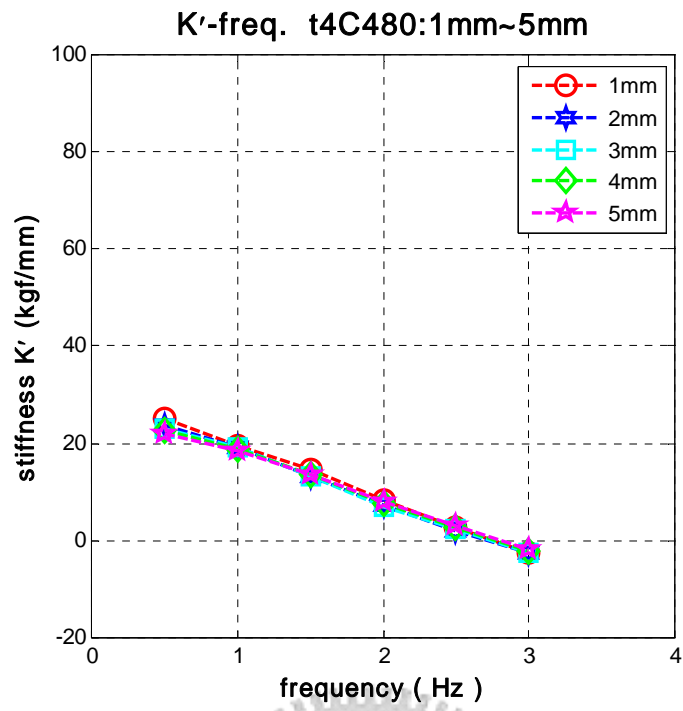


圖 3.48 t4C480 K' 與頻率 f 的關係圖



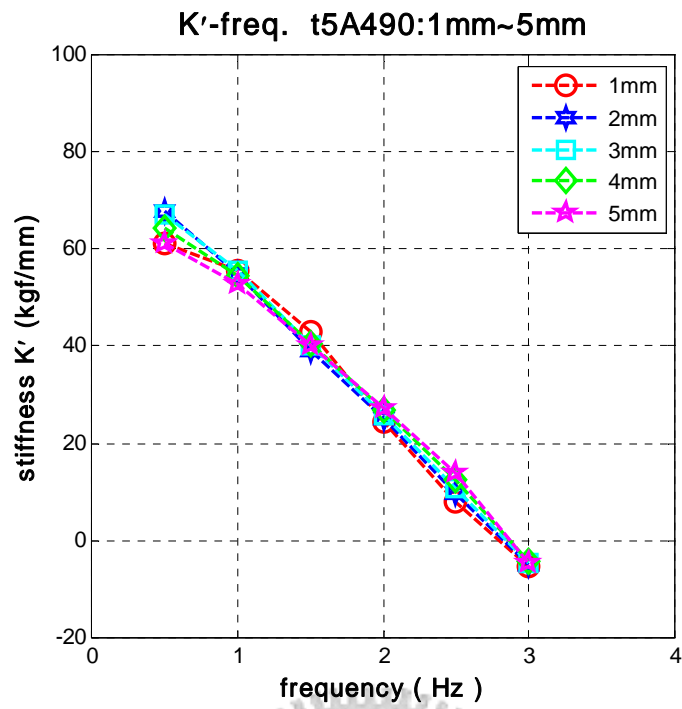


圖 3.49 t5A490 K' 與頻率 f 的關係圖

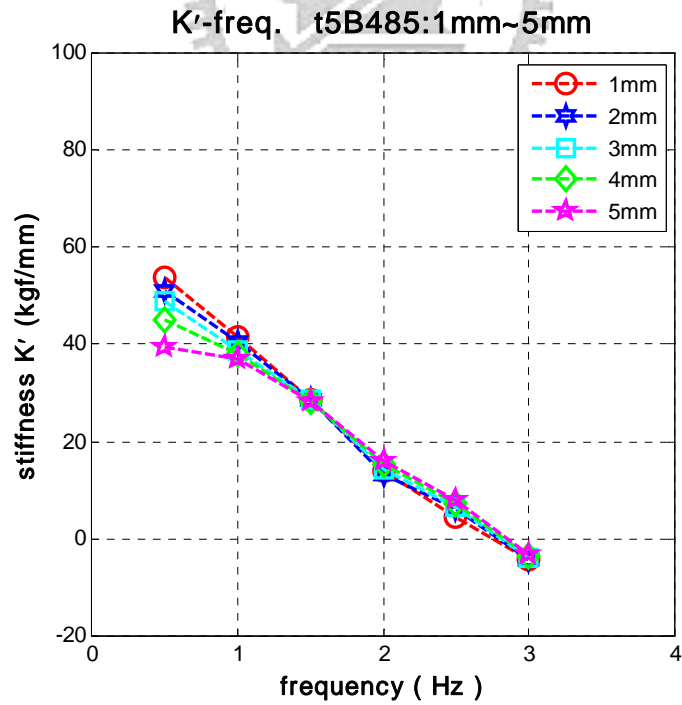


圖 3.50 t5B485 K' 與頻率 f 的關係圖

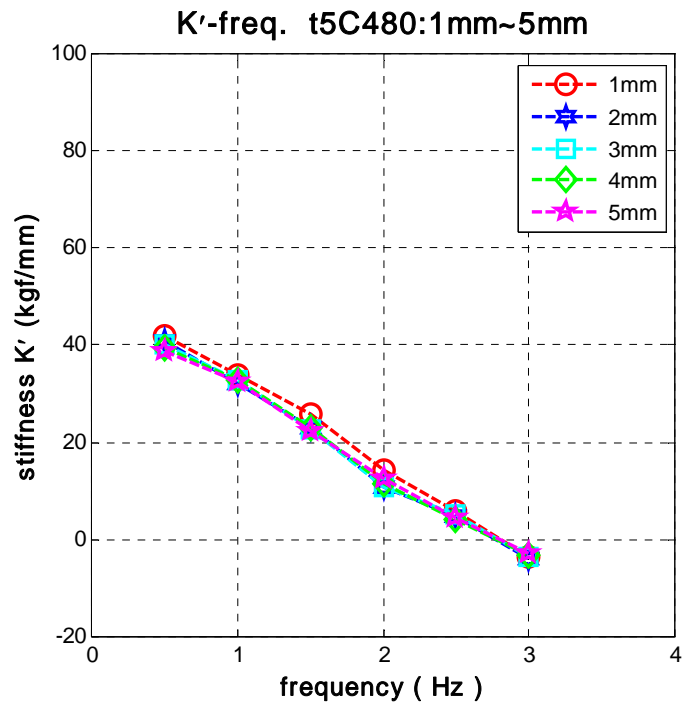


圖 3.51 t5C480 K' 與頻率 f 的關係圖



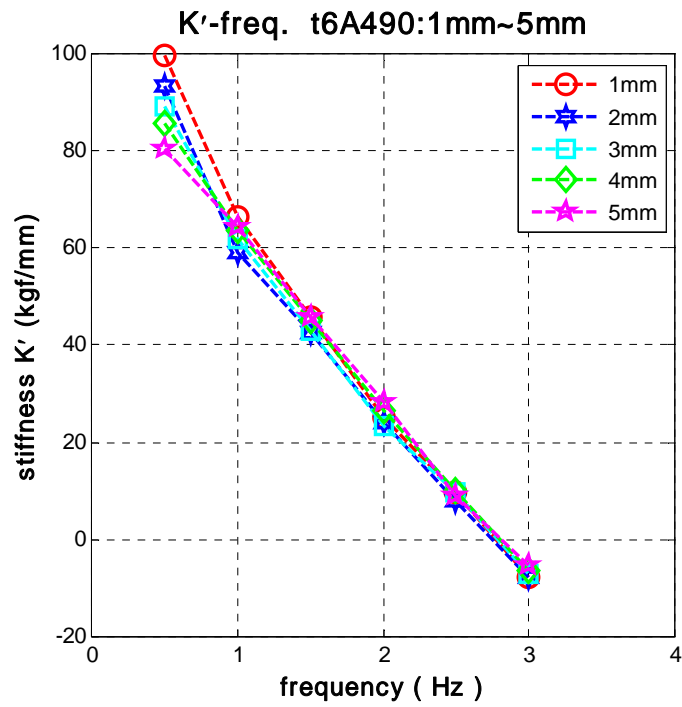


圖 3.52 t6A490 K' 與頻率 f 的關係圖

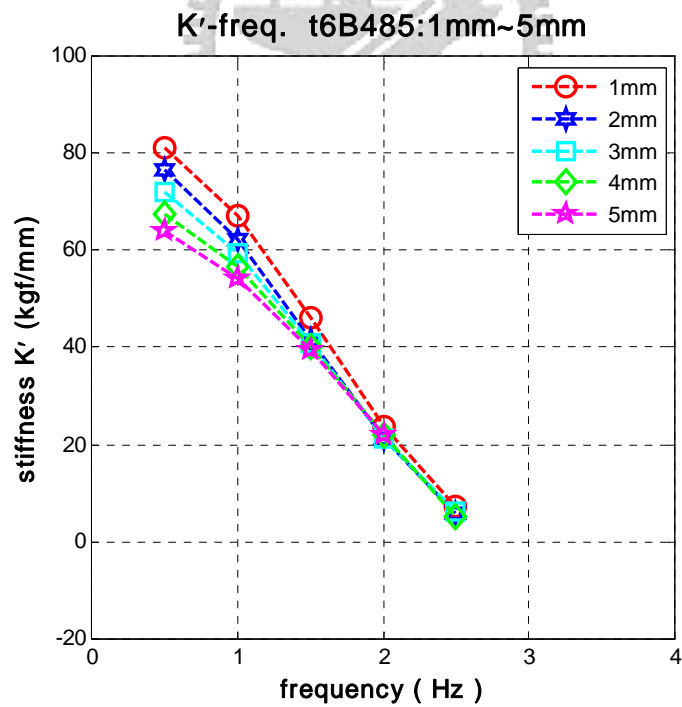


圖 3.53 t6B485 K' 與頻率 f 的關係圖

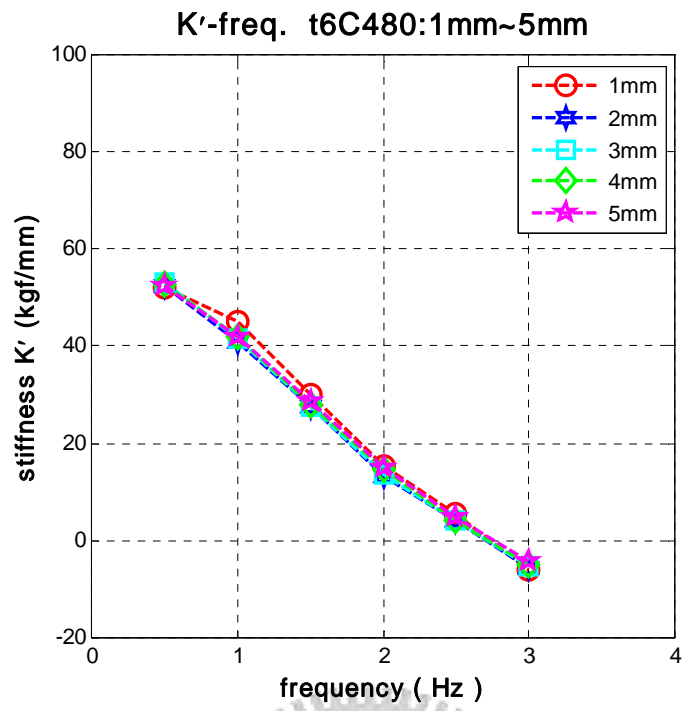


圖 3.54 t6C480 K' 與頻率 f 的關係圖



第四章、迴歸非線性公式與預測

4.1 等效挫屈彈性勁度之經驗公式

式 (2.28a) 代表挫屈連桿受到一軸向力作用後，在彈性挫屈狀態下力量與位移的非線性關係式，惟該式不易表達成 $P = K(P, q_0, u)u$ 的形式，分析上極為不便，因此吾人擬定義適當之經驗公式 $\bar{K} = K(P, q_0, u)$ ，並利用遞迴預測誤差法 (Recursive Prediction Error Method) 求出其控制參數，俾便模擬挫屈連桿之理論遲滯行為。

由式 (2.28a) 與式 (2.28b) 可知，二端鉸接之柱彈性勁度 $K(P, q_0, u)$ 為 P_{cr} 、 q_0 及 u 的函數，其中， P_{cr} 為兩端鉸接理想柱之臨界載重， q_0 為挫屈連桿之初始弦切角， u 為挫屈連桿受軸向力作用後產生的挫屈位移量；因此吾人利用冪次法則 (power law) 及指數 (exp) 函數的特性，以臨界載重 P_{cr} 、初始弦切角 q_0 及位移量 u 等三個參數，定義一兩端均為鉸接之理想柱之彈性勁度 K 的經驗預測公式如下：

$$\bar{K} = P_{cr} q_0^\alpha (e^u)^\beta \quad (4.1)$$

其中，

$$P_{cr} = \frac{EI\pi^2}{L^2} \quad (4.2)$$

吾人可於式 (2.28a) 中輸入兩端鉸接理想柱之臨界載重 P_{cr} ，初始弦切角 q_0

及不同之位移 u ，則可求得軸力 P ，再將軸力 P 除以相應之位移 u ，即可求得理論 K 。隨後利用遞迴預測誤差法進行迴歸分析，根據式 (2.30) 將 K 值取 \log ，並視其為式 (2.37) 之系統輸出項 $y(k)$ ，即

$$y(k) = \log\left(\frac{P}{u}\right) = \log K \quad (4.3)$$

此外，令

$$\Psi^T = [\log(q_0), \log(e^u)] \quad (4.4)$$

$$\theta = [\alpha, \beta]^T \quad (4.5)$$

將式 (4.4) 與式 (4.5) 相乘，即式 (2.44) 的輸出訊號期望值 $\bar{y}(k, \theta)$ ，其預估誤差定義同第二章式 (2.45)，經式 (2.52) 的迭代結果可得式 (4.5) 中的 α 與 β 值。

茲說明分析步驟，以 $q_0 = 0.3475$ 為例，選定任一編號（例如：t5A490）後輸入相關常數及變數，即可由第 2.4 小節之遞迴預測誤差法作迴歸分析，當 α 與 β 隨遞迴次數增加趨於穩定時（圖 4.2），即可確認 α 與 β 值。俟確認 α 與 β 值後，即可回代式 (4.1) 計算求得二端鉸接理想柱之彈性等效挫屈勁度值，並繪得預測 $P-u$ 關係曲線。將之與理論 $P-u$ 關係曲線整理於圖 4.1，其吻合度相當高。

本文採用之挫屈連桿試體共有三種不同厚度之試體，分別為 4mm、5mm 及 6mm，寬度均為 30mm，其 P_{cr} 經計算可知分別 133.28kgf、260.31kgf 及 449.82kgf；挫屈連桿之初始曲率 q_0 分別為 0.3475、0.4262 及 0.4929。輸

入擾動位移 $u = u_0 \sin(\omega t)$ ， u_0 為試驗最大振幅，分別為 1mm、2mm、3mm、4mm 及 5mm， $\omega = 2\pi f$ ， f 為擾動頻率分別為 0.5Hz、1.0Hz、1.5Hz、2.0Hz、2.5Hz、3.0Hz。待分別輸入以上不同數據後，利用式 (2.53)、式 (2.54) 及式 (2.55) 迴歸整理，分別得到不同情況下的 α 與 β 值，茲將結果整理如表 4.1 至表 4.3 所示。

小結

由表 4.1 至表 4.3 之結果可知，當初始曲率相同時， α 值相差不大，且與試體的厚度無關，例如：t4A490、t5A490 及 t6A49 之試驗結果其 $\alpha \approx 3.2120$ ；t4B485、t5B485 及 t5C480 之試驗結果其 $\alpha \approx 4.4492$ ；t4C480、t5C480 及 t4A490 之試驗結果其 $\alpha \approx 5.7635$ ，即 α 值僅隨初始曲率 q_0 增加而增加，與厚度無關，至於 β 值除了隨初始曲率 q_0 變大而增加外，亦隨振幅增加而小幅增加。

由以上的方法步驟，吾人可以輕易將式(2.28b)， $K(P, q_0, u)$ 函數，以較為簡化之式 (4.1) 表示。

表 4.1 $q_0 = 0.3475$ ，彈性 K 的迴歸公式之 α 與 β 參數

$q_0 = 0.3475$ (rad)						
振 幅	t4A490 $P_{cr} = 133.28 \text{ kgf}$		t5A490 $P_{cr} = 260.31 \text{ kgf}$		t6A490 $P_{cr} = 499.82 \text{ kgf}$	
	α	β	α	β	α	β
1mm	3.2099	-0.0471	3.2099	-0.0471	3.2099	-0.0471
2mm	3.2117	-0.0457	3.2117	-0.0457	3.2117	-0.0457
3mm	3.2131	-0.0445	3.2131	-0.0445	3.2131	-0.0445
4mm	3.2131	-0.0433	3.2131	-0.0433	3.2131	-0.0433
5mm	3.2147	-0.0422	3.2147	-0.0422	3.2147	-0.0422

表 4.2 $q_0 = 0.4262$ ，彈性 K 的迴歸公式之 α 與 β 參數

$q_0 = 0.4262$ (rad)						
振 幅	t4B485 $P_{cr} = 133.28 \text{ kgf}$		t5B485 $P_{cr} = 260.31 \text{ kgf}$		t6B485 $P_{cr} = 499.82 \text{ kgf}$	
	α	β	α	β	α	β
1mm	4.4480	-0.0313	4.4480	-0.0313	4.4480	-0.0313
2mm	4.4484	-0.0307	4.4484	-0.0307	4.4484	-0.0307
3mm	4.4490	-0.0301	4.4490	-0.0301	4.4490	-0.0301
4mm	4.4499	-0.0296	4.4499	-0.0296	4.4499	-0.0296
5mm	4.4509	-0.0290	4.4509	-0.0290	4.4509	-0.0290

表 4.3 $q_0 = 0.4929$ ，彈性 K 的迴歸公式之 α 與 β 參數

$q_0 = 0.4929$ (rad)						
振 幅	t4C480 $P_{cr} = 133.28 \text{ kgf}$		t5C480 $P_{cr} = 260.31 \text{ kgf}$		t4A490 $P_{cr} = 499.82 \text{ kgf}$	
	α	β	α	β	α	β
1mm	5.7626	-0.0233	5.7626	-0.0233	5.7626	-0.0233
2mm	5.7629	-0.0230	5.7629	-0.0230	5.7629	-0.0230
3mm	5.7633	-0.0226	5.7633	-0.0226	5.7633	-0.0226
4mm	5.7639	-0.0223	5.7639	-0.0223	5.7639	-0.0223
5mm	5.7646	-0.0220	5.7646	-0.0220	5.7646	-0.0220

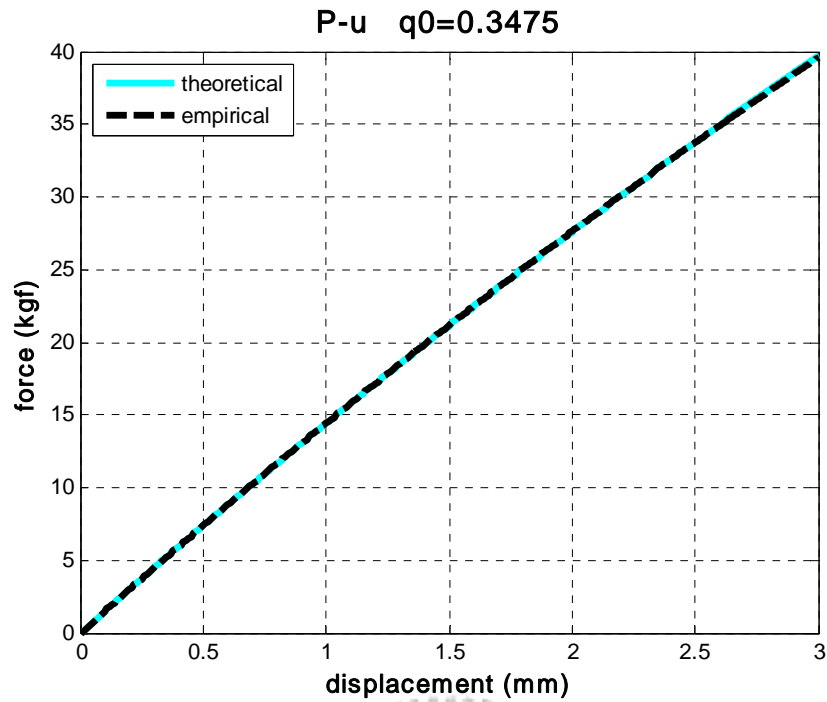


圖 4.1 $q_0 = 0.3475$ 時理論與預測 $P-u$ 關係圖比較

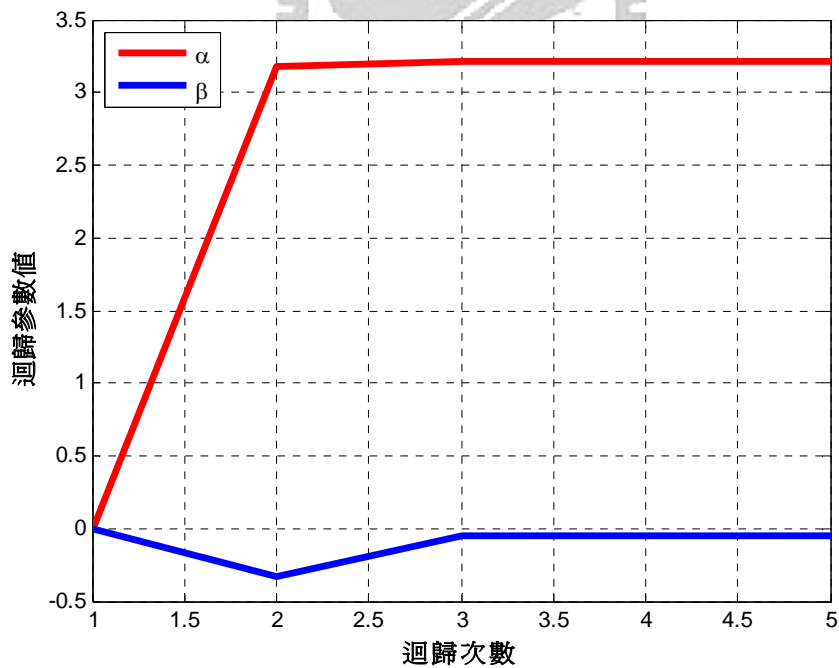


圖 4.2 $q_0 = 0.3475$ 時迴歸次數與迴歸參數關係圖

4.2 耗損因子 η 的迴歸公式

本節針對介紹如何利用遞迴預測誤差法來迴歸耗損因子 η 的方法。首先針對試體編號: t5A490, 施予頻率 0.5Hz~6Hz 及不同振幅 1mm、2mm、3mm, 4mm, 5mm 之擾動, 並整理實驗結果, 繪製耗損因子 η 與干擾頻率的關係, 詳見圖 4.3a、圖 4.4a、圖 4.5a。耗損因子 η 與干擾頻率的關係, 詳見圖 4.3b、圖 4.4b、圖 4.5b。tan 函數及 tan 函數取絕對值後的圖形詳如圖 4.6a 與圖 4.6b 所示。

觀察圖 4.3 至圖 4.6 比較如下：

由試驗結果識別出來的損耗因子 η , 其值介於 $-\infty \sim +\infty$ 之間, 而且在接近某一特定頻率時會出現有極大值或極小值, 此一特徵與 tangent 週期函數相似。實驗結果顯示其與式 (2.8) 所定義,

$$\eta = \frac{K''(\omega)}{K'(\omega)} = \tan \delta \quad (2.8)$$

情況相符。耗損因子具有幾個重要的物理意義：

- (1.) 耗損因子 (loss factor) 代表的意義為對每一週期消散的能量, 其值為正。
- (2.) 以式 (2.8) 的定義而言, 耗損因子 η 為相位差 (phase lag) δ 的函數, 相位差則為擾動頻率的函數, 因擾動頻率的變化與遲滯效應的影

響，相位差會造成遲滯迴圈主軸的旋轉，因而產生彈性儲存勁度為負值的現象，詳見圖 4.7。

(3.) 負勁度的探討：

由圖 4.3 至圖 4.6，顯示 $\eta - f$ 與 $\tan(\phi) - \phi$ 的曲線特徵相近，以圖 4.6 而言，在 $\phi = n\pi/2$ ， $n=1,3,5,\dots$ ，會有極值出現，而極值的兩側應是有對稱性，這是 tangent 週期函數的特徵；同理，圖 4.3 至圖 4.6 的 2.5Hz 至 3.0Hz 之間也會出現類似之「臨界頻率」，研判 $\eta - f$ 曲線亦具備類似之週期性。所以，此處之負勁度現象，純粹是因為相位差引起的遲滯迴圈主軸所致，並非結構勁度損失甚至不穩定的徵兆；因此可以瞭解式 (2.8) 的定義在模擬遲滯迴圈時，可以改寫為

$$|\eta| = \left| \frac{K''(\omega)}{K'(\omega)} \right| = |\tan \delta| \quad (4.6)$$

另外，由圖 4.3 至圖 4.5 發現，在擾動頻率為 2Hz 以下及 4~6Hz 範圍內，不同振幅的影響則變小許多，且由以上推論 $\eta - f$ 曲線類似有週期性，因此某段頻寬的特性，便足以表現耗損因子 η 與頻率的變化情形，因此遂將迴歸公式頻寬取為 0.5~2.0Hz，且為擾動頻率的函數，吾人定義其迴歸預測公式如下

$$\bar{\eta} = e^a (e^\omega)^b \quad (4.7)$$

其中 a 與 b 為迴歸參數， $\omega = 2\pi f$ ， f 為擾動頻率。

關於式 (4.7) 的迴歸過程如下所述：

將第三章表(3.2)至表(3.10)內 0.5Hz~2.0Hz 範圍內的 η 值取對數(log)，並視為式 (2.37) 之系統輸出項 $y(k)$ ，即

$$y(k) = \log(\eta) \quad (4.8)$$

並令

$$\Psi^T = [\log(e), \log(e^\omega)] \quad (4.9)$$

$$\theta = [a, b]^T \quad (4.10)$$

將式 (4.9) 與式 (4.10) 相乘，即第二章式 (2.44) 的輸出訊號期望值 $\bar{y}(k, \theta)$ ，則其預估誤差定義同第二章式 (2.45)，經式 (2.52) 的迭代結果可得式 (4.10) 中的 a 與 b 值。茲將參數 a 與 b 值的迴歸結果，整理於表 4.4。

由第三章圖 3.38 至圖 3.46 之結果，可以確認在頻寬為 0.5Hz~2.0Hz 時，各組實驗關係圖均顯示在此範圍內的曲線變化幾乎相同，這是因為距離「臨界頻率」較遠所致，故將表中各組所有 a_n 取平均得 $a_{avg} = -1.834$ 。同理亦可得所有 b_n 的平均值為 $b_{avg} = 0.213$ 。圖 4.8 至圖 4.10 所示者，即為直接以 a_{avg} 與 b_{avg} 為迴歸常數，預測 0.5Hz~2.0Hz 之 $\bar{\eta} - f$ 曲線與實驗結果的 $\eta - f$ 曲線比較。

表 4.4 經由各組實驗數據迴歸耗損因子 η 公式之 a 與 b 參數

迴歸參數	t4A490	t4B485	t4C480
a	-1.8713	-1.7957	-1.7838
b	0.22054	0.21395	0.21157

迴歸參數	t5A490	t5B485	t5C480
a	-1.8081	-1.9427	-1.8222
b	0.20678	0.21822	0.21119

迴歸參數	t6A490	t6B485	t4A490
a	-1.7201	-1.9427	-1.8222
b	0.19967	0.21651	0.21799

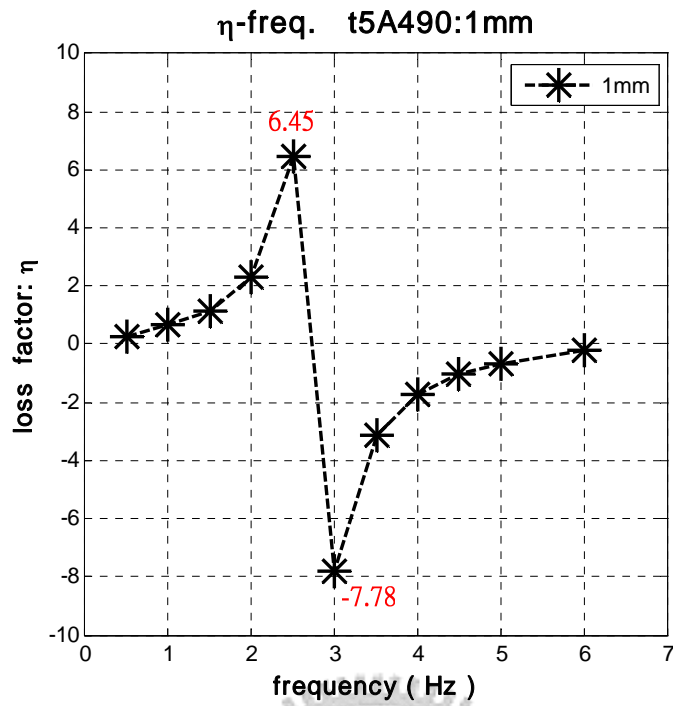


圖 4.3a t5A490 以振幅為 1mm,施予不同頻寬所得 $\eta-f$ 關係圖

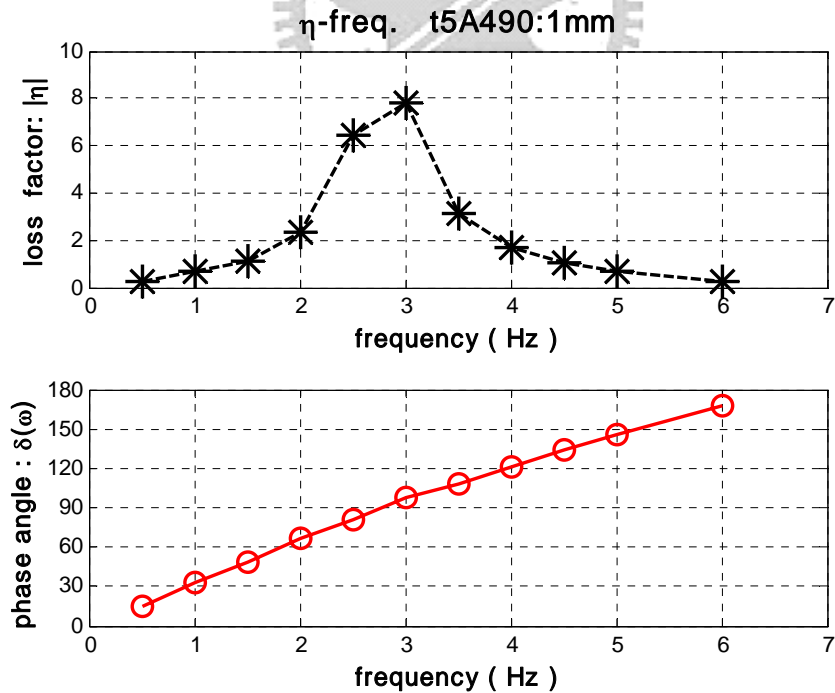


圖 4.3b t5A490 以振幅為 1mm,施予不同頻寬所得 $|\eta|-f$ 關係圖與相位圖

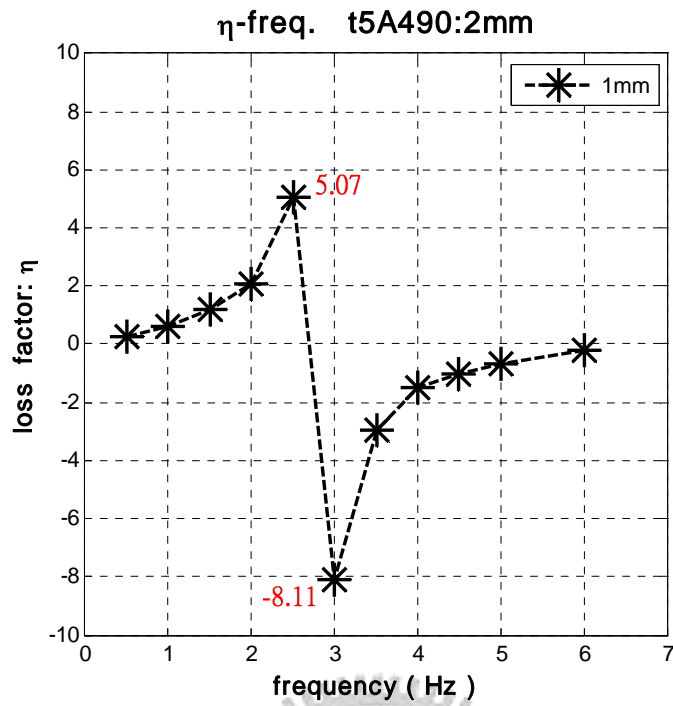


圖 4.4a t5A490 以振幅為 2mm,施予不同頻寬所得 $\eta-f$ 關係圖

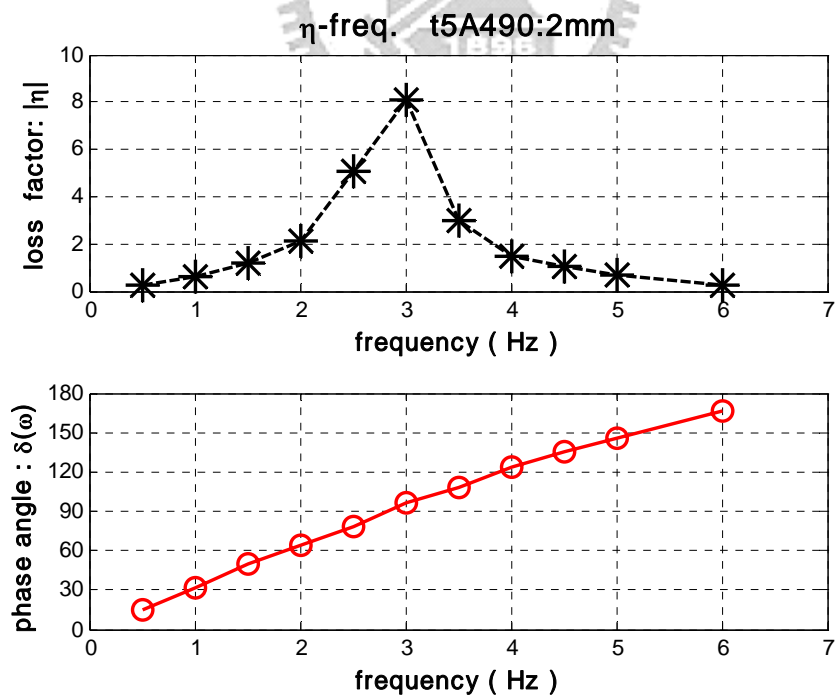


圖 4.4a t5A490 以振幅為 2mm,施予不同頻寬所得 $|\eta|-f$ 關係圖與相位圖

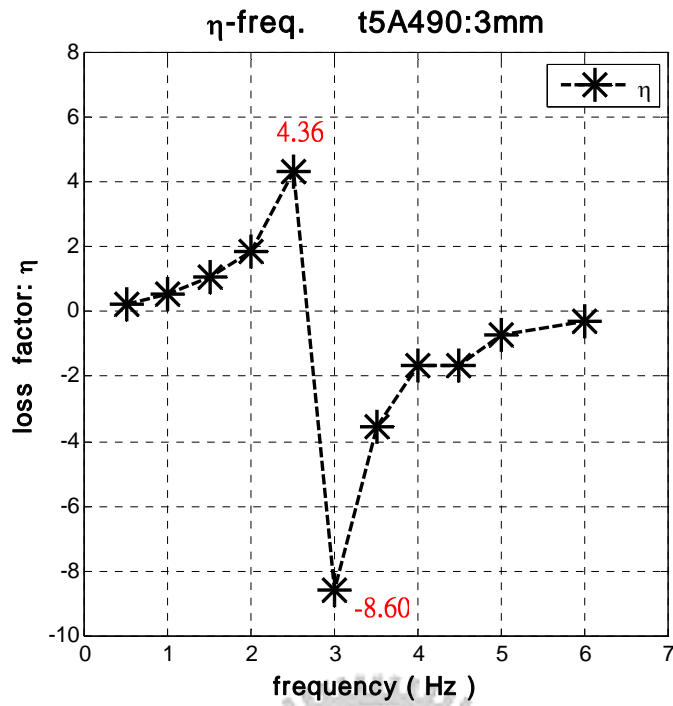


圖 4.5a t5A490 以振幅為 3mm,施予不同頻寬所得 $\eta-f$ 關係圖

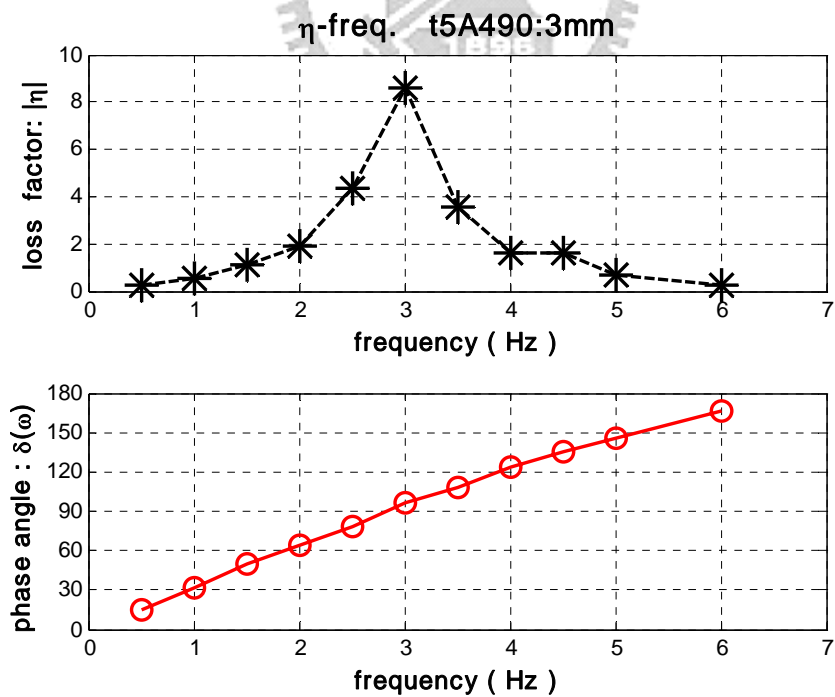


圖 4.5b t5A490 以振幅為 3mm,施予不同頻寬所得 $|\eta|-f$ 關係圖與相位圖

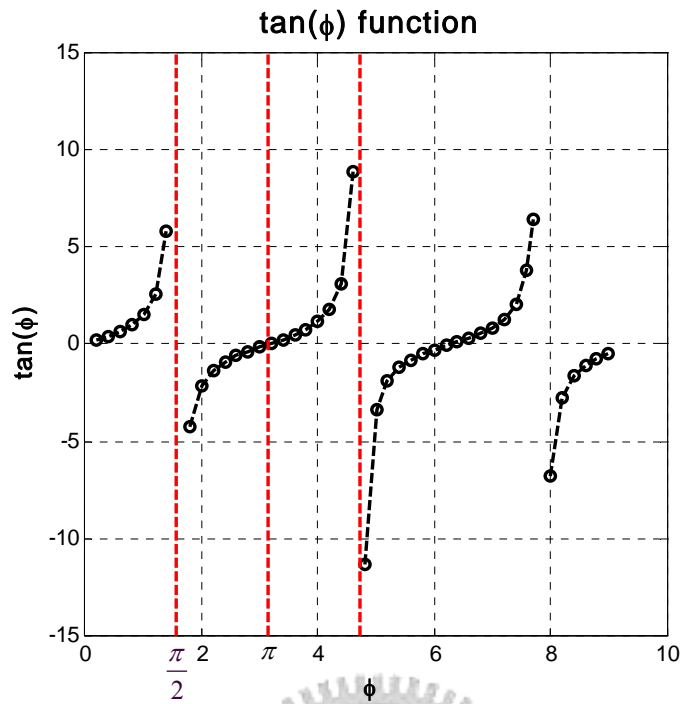


圖 4.6a 一般 tan 函數

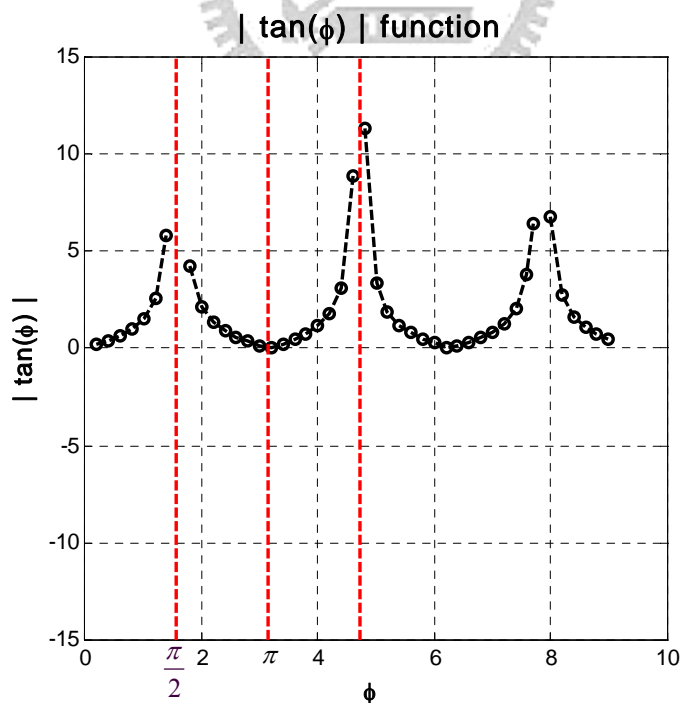


圖 4.6b tan 函數取絕對值後的曲線

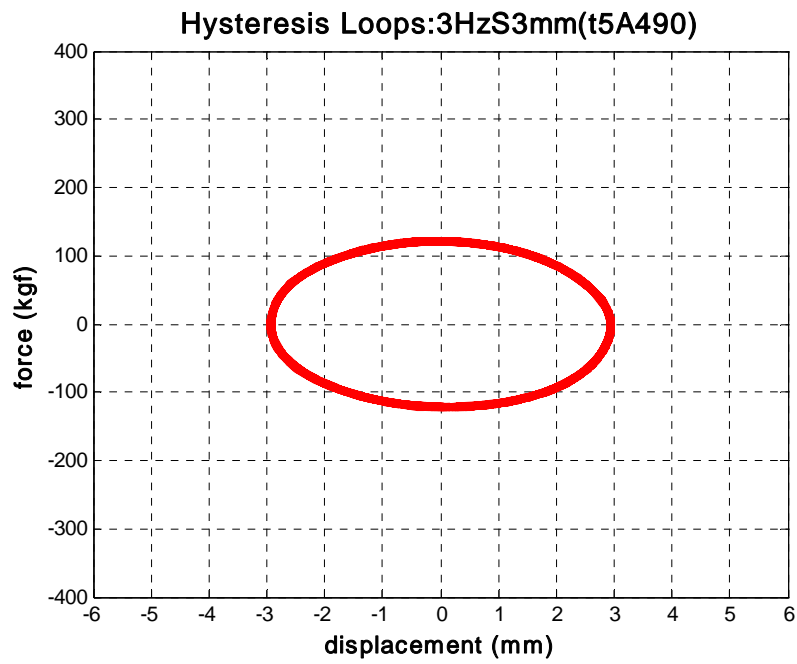


圖 4.7a t5A490 擾動頻率 3Hz 振幅 3mm 之遲滯迴圈

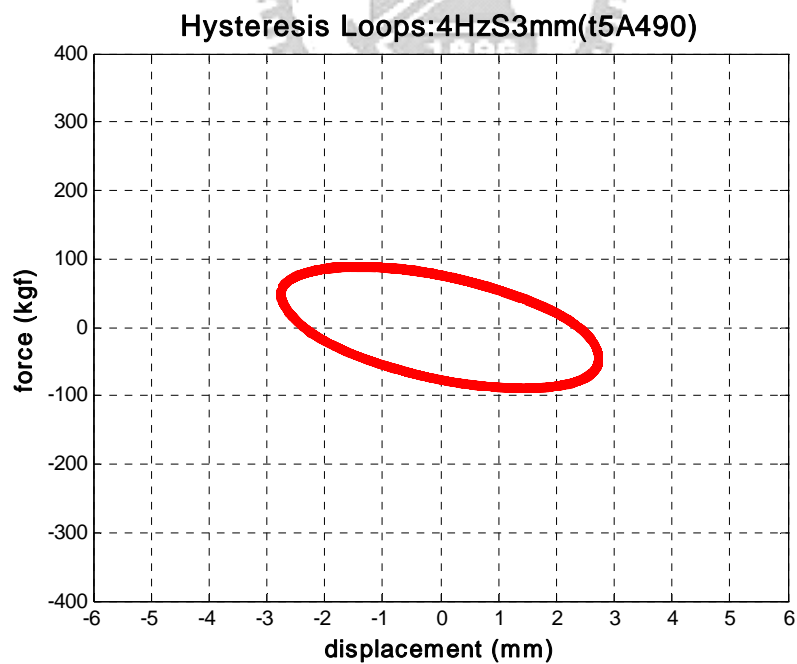


圖 4.7b t5A490 擾動頻率 4Hz 振幅 3mm 之遲滯迴圈

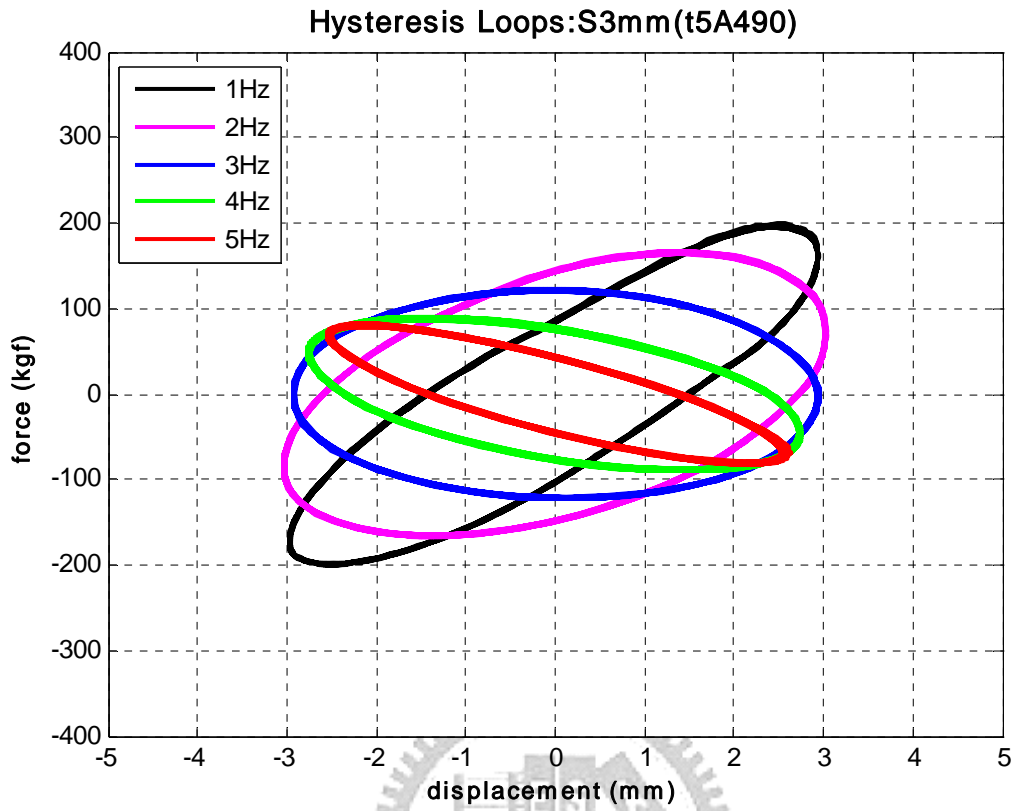


圖 4.7c t5A490 振幅 3mm 擾動頻率為 1Hz 至 5Hz 之遲滯迴圈

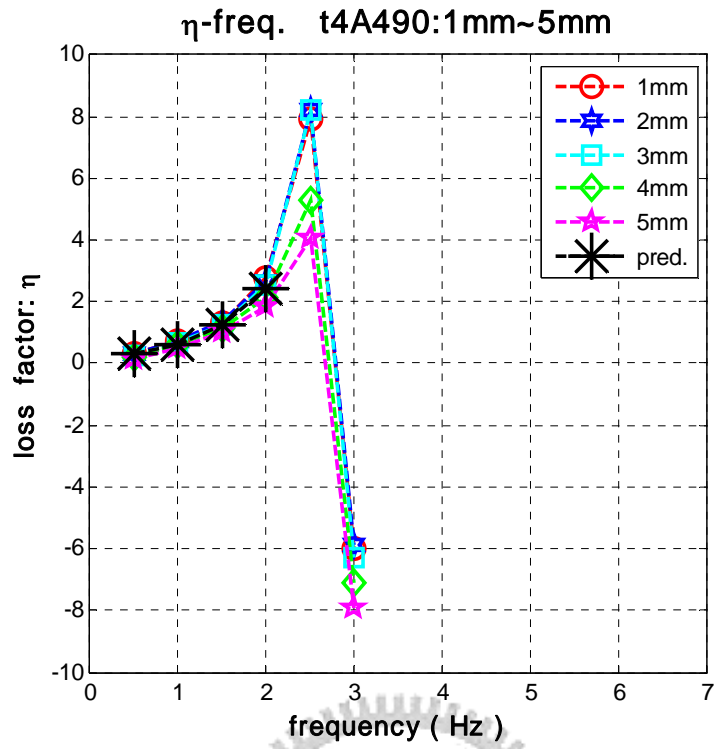


圖 4.8a t4A490 之預測 η - f 與實驗 η - f 曲線比較

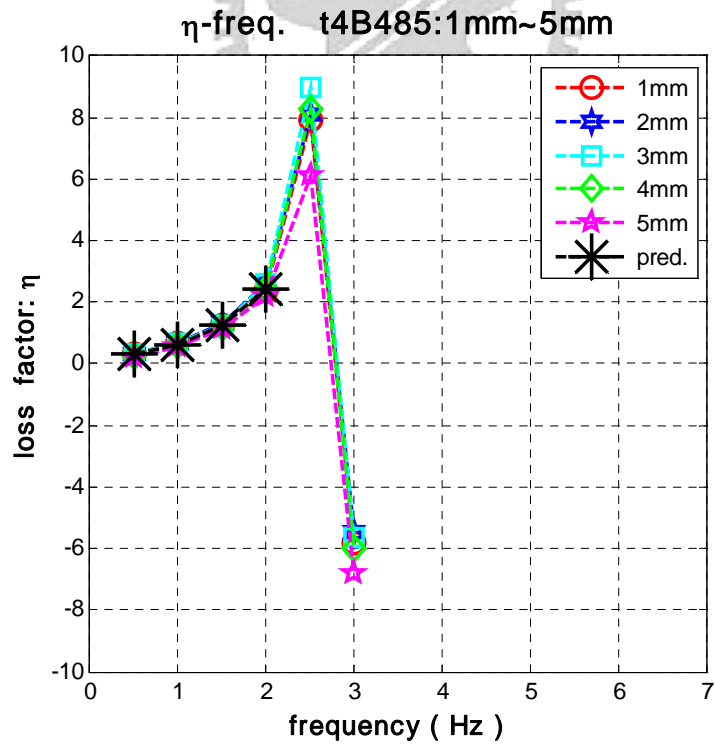


圖 4.8b t4B485 之預測 η - f 與實驗 η - f 曲線比較

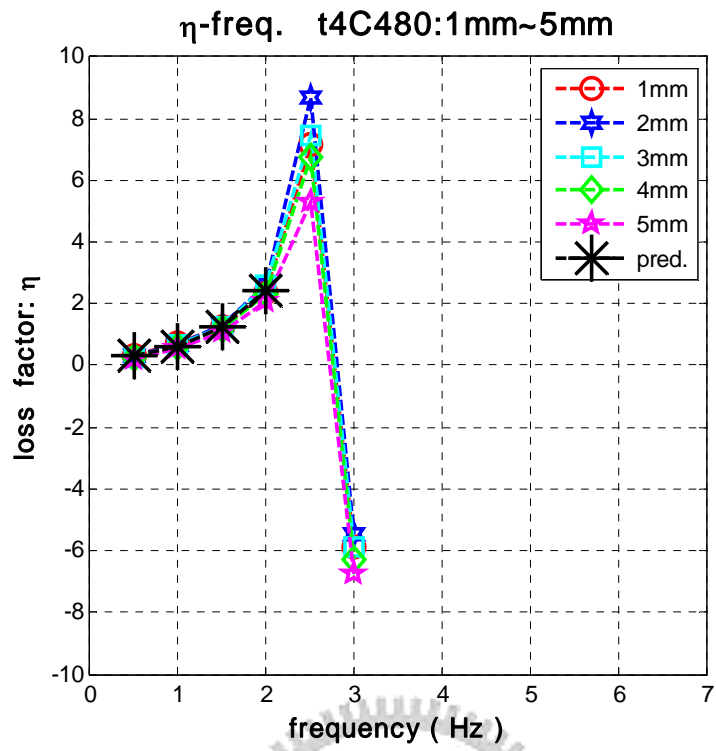


圖 4.8c t4C480 之預測 $\eta-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較



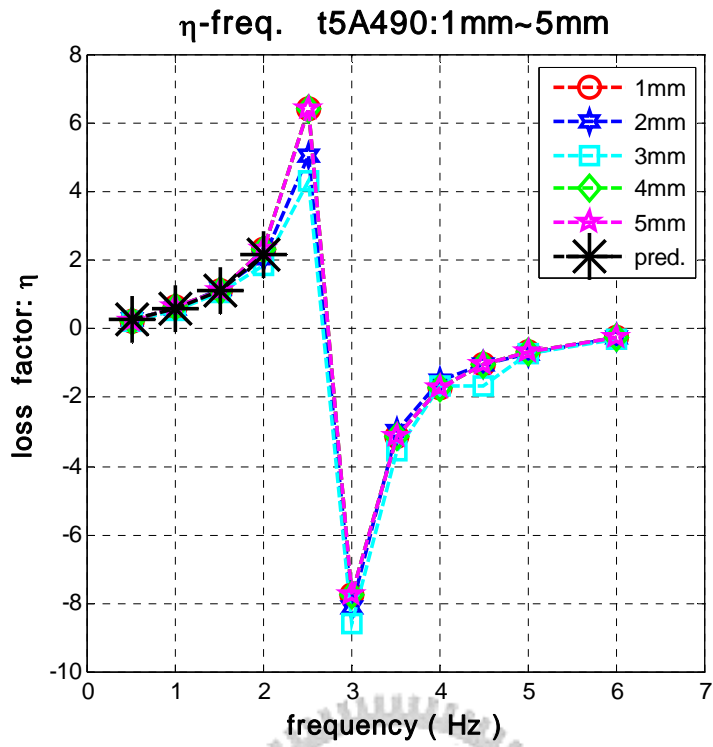


圖 4.9a t5A490 之預測 $\eta-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較

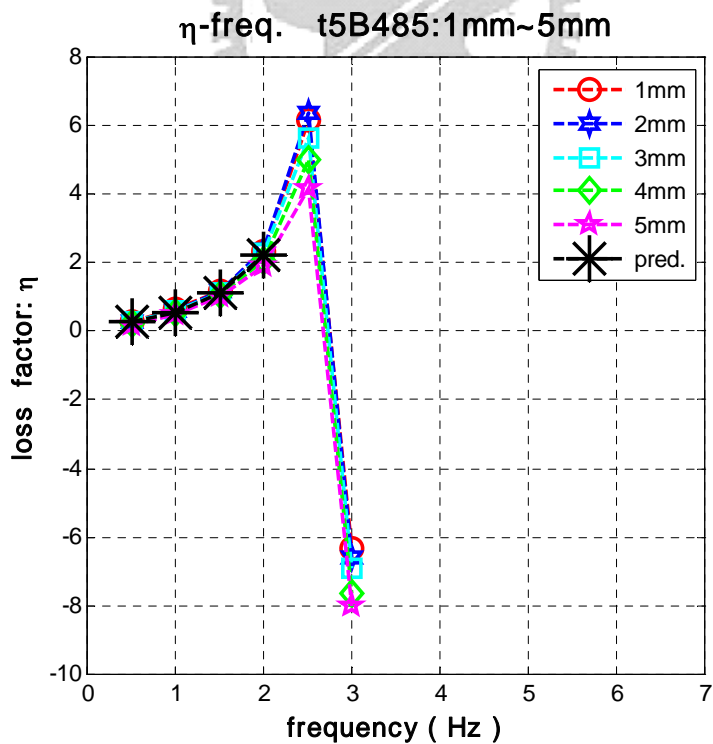


圖 4.9b t5B485 之預測 $\eta-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較

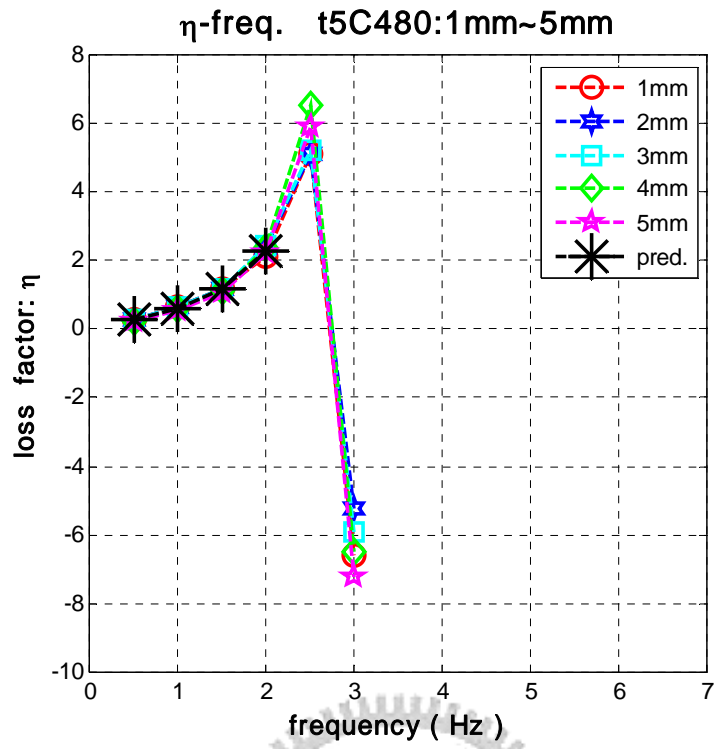


圖 4.9c t5C480 之預測 $\eta-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較



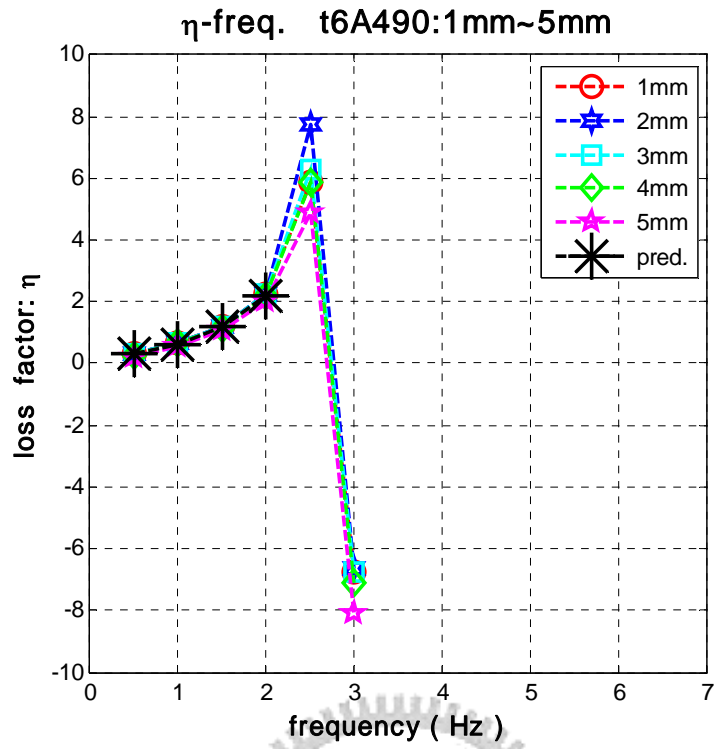


圖 4.10a t6A490 之預測 $\bar{\eta}-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較

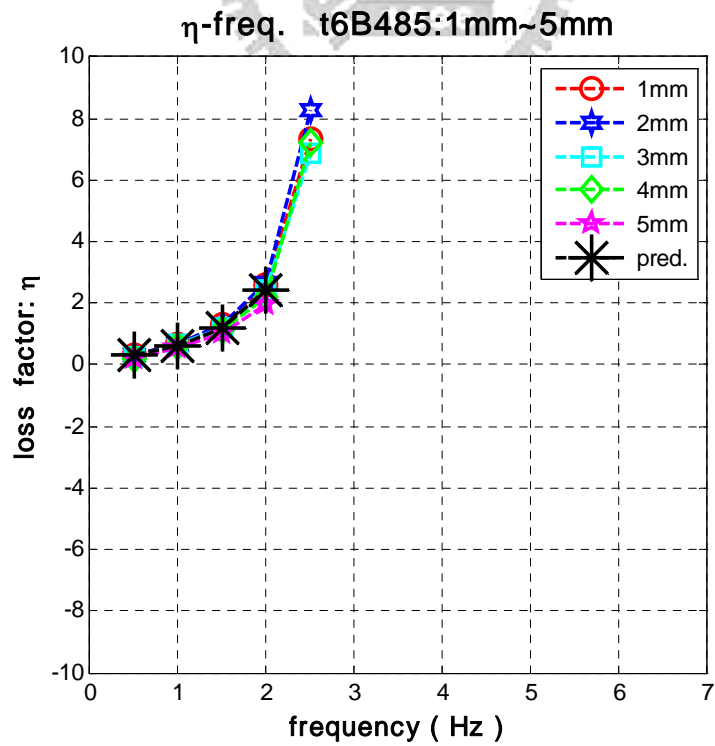


圖 4.10b t6B485 之預測 $\bar{\eta}-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較

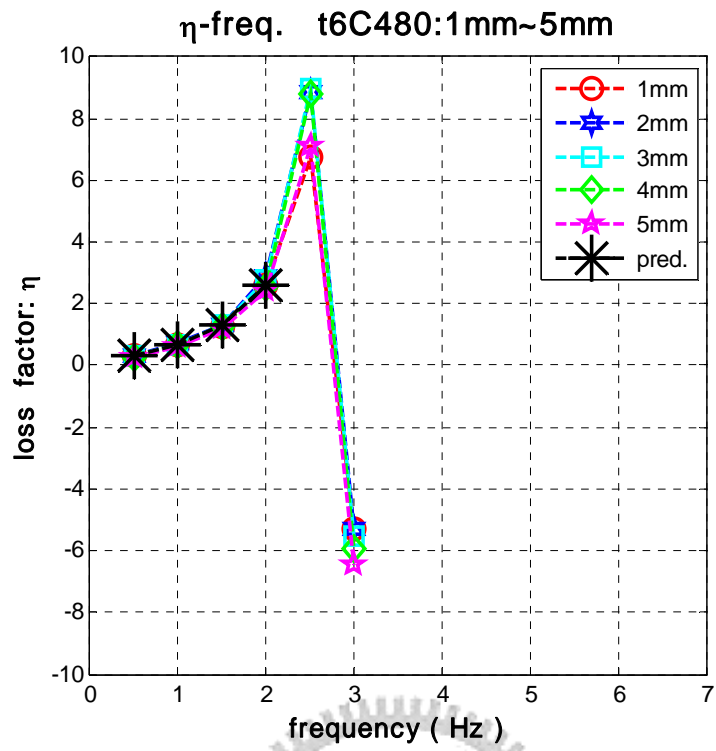


圖 4.10c t4A490 之預測 $\eta-f$ 與實驗 $\eta-f$ 曲線比較



4.3 遲滯迴圈彈性儲存勁度 K' 的預測

根據第 3.3 小節將試驗資料作初步整理的結果，由圖(3.38)至圖(3.46)可知，除了擾動頻率 0.5Hz 的彈性儲存勁度 K' 隨振幅增加而變小的趨勢較為明顯外，其餘的擾動頻率在 1.0Hz 至 3.0Hz 範圍時， K' 隨振幅增大而變小之趨勢較為不明顯。另外，將編號 t5A490 的彈性儲存勁度 K' 與擾動頻率關係，繪製成圖 4.11；其中圖 4.11a 代表 $K'-f$ 關係曲線，圖 4.11b 代表 $|K'|-f$ 關係曲線，然因為 1.5T 的油壓致動器於 3Hz 以後已無法正確依 MTS-407 控制器的位移命令正確推出吾人要的位移，因此圖 4.11 在 3Hz 以後的曲線走勢僅供參考價值，其數據無法作為迴歸數據，故彈性儲存勁度 K' 的迴歸公式之使用數據範圍在 1Hz 至 3Hz 之間。

彈性儲存勁度 K' 的假設條件與迴歸步驟，詳述如下：

迴歸的假設：

因為振幅的影響，僅在擾動頻率為 0.5Hz 時較為明顯，因此吾人在模擬時將忽略振幅對彈性儲存勁度 K' 的影響，即將表(3.2)至表(3.10)相對於振幅 1mm、2mm、3mm、4mm、5mm 的各 K' 值取平均，並捨棄擾動頻率為 0.5Hz 時的 K' 值。

在此吾人假設理想二端鉸接之彈性勁度 K 或稱單調 (monotonic) 勁度與遲滯迴圈的彈性儲存勁度 K' 或稱迴圈 (cyclic) 勁度，二者間存在一定的關係。

觀察圖 (3.38) 至圖 (3.46) 結果，可擬以曲線或直線作迴歸，惟於試誤時發現若以直線方程式迴歸的結果，較可以使迴歸參數隨迴歸次數收斂，反之以曲線模擬則不行，這有可能是因為在 1Hz 至 3Hz 頻率範圍內之曲線行為不明顯所致。另外吾人使用內差法來補足實驗點的不足；其內差方程式採用 Matlab 所提供的”interP1”函數，其功用可以提供一維的三次多項式 (cubic) 內差。

迴歸彈性儲存勁度 K' 的步驟：

根據假設條件，吾人定義一彈性儲存勁度 K' 之迴歸預測公式為

$$K'(\omega) = 2K[A\omega + B] \quad (4.11)$$

為方便迴歸遂將上式改寫為

$$\frac{K'}{2K} = [A\omega + B] \quad (4.12)$$

則系統輸出項 $y(k)$ 表是如下：

$$y(k) = \left(\frac{K'}{2K} \right) \quad (4.13)$$

並令

$$\Psi^T = [\omega, 1] \quad (4.9)$$

$$\theta = [A, B]^T \quad (4.10)$$

將式 (4.9) 與式 (4.10) 相乘，即第二章式 (2.44) 的輸出訊號期望值 $\bar{y}(k, \theta)$ ，

則其預估誤差定義同第二章式 (2.45)，經式 (2.52) 的迭代結果可得式

(4.10) 中的 A 與 B 值，茲將參數 A 與 B 值的迴歸結果，整理於表 4.5。

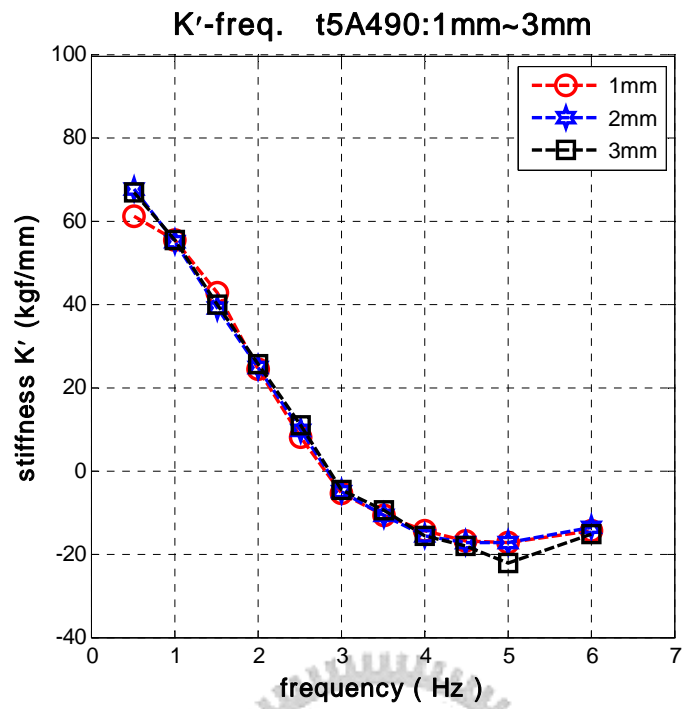


圖 4.11a t5A490 $K' - f$ 關係圖

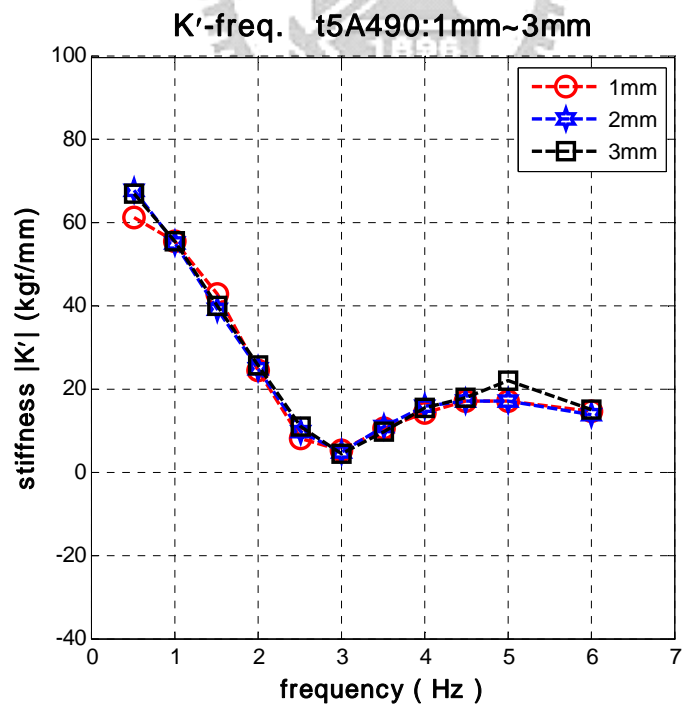


圖 4.11b t5A490 $|K'| - f$ 關係圖

表 4.5 經由各組實驗數據迴歸彈性儲存勁度 K' 公式之 A 與 B 參數

迴歸參數	t4A490	t4B485	t4C480
A	-0.3358	-0.3501	-0.4074
B	5.8125	5.9641	7.0090

迴歸參數	t5A490	t5B485	t5C480
A	-0.3068	-0.3217	-0.3546
B	5.5417	5.6164	6.1117

迴歸參數	t6A490	t6B485	t4A490
A	-0.2114	-0.2920	-0.2653
B	3.6785	4.9678	4.4802

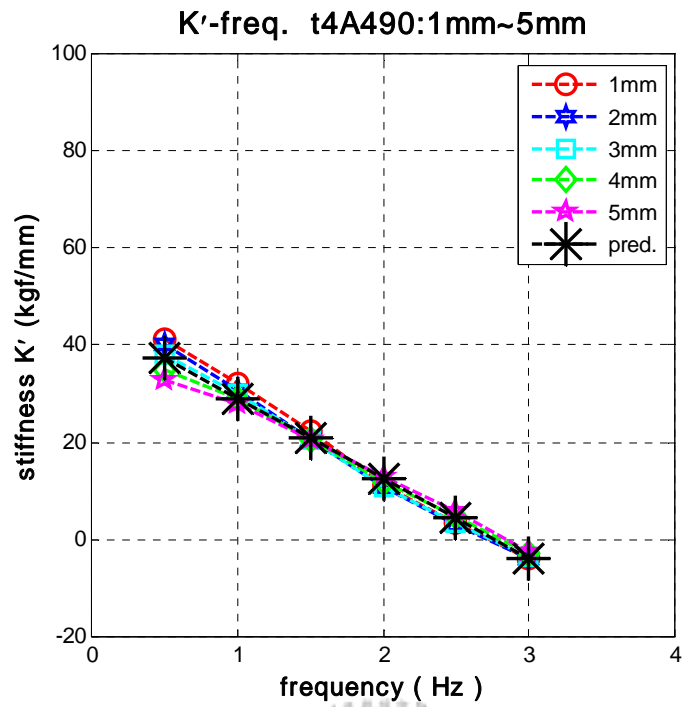


圖 4.12a t4A490 預測與實驗之 $K' - f$ 曲線比較

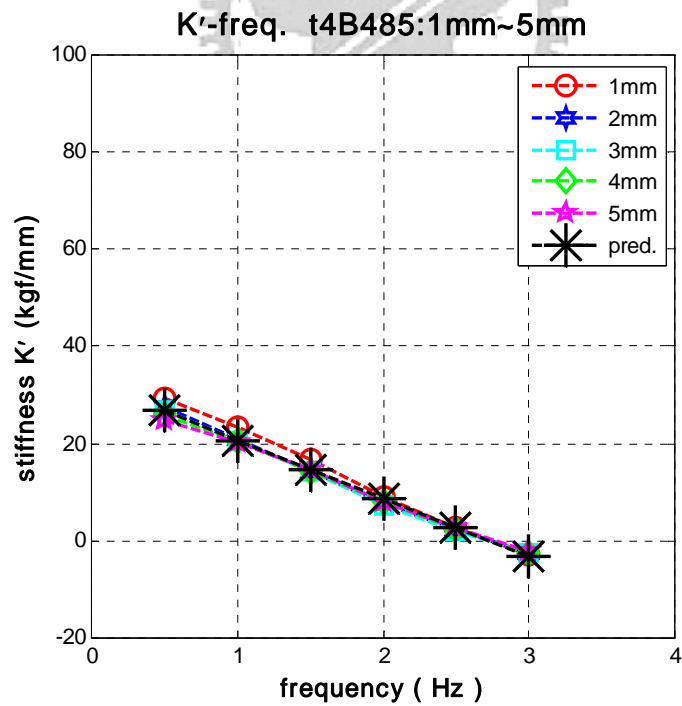


圖 4.12b t4B485 預測與實驗之 $K' - f$ 曲線比較

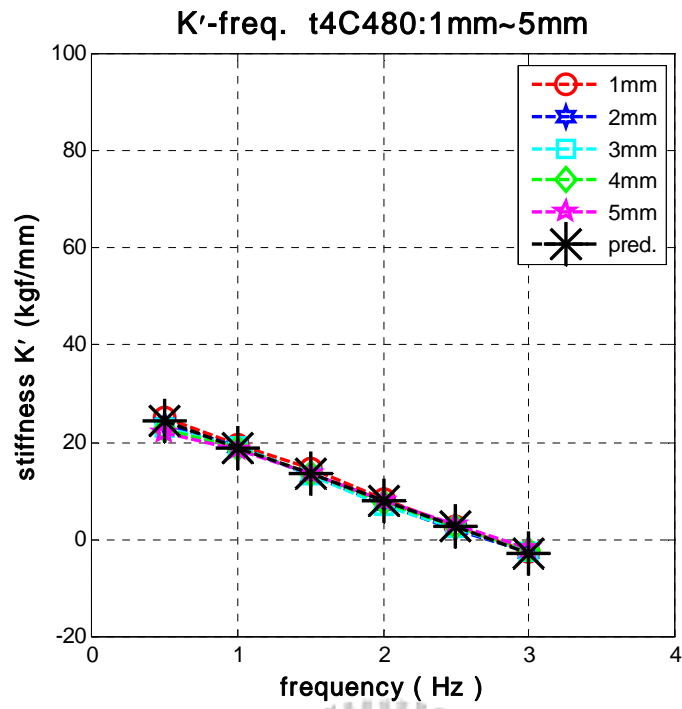


圖 4.12c t4C485 預測與實驗之 $K' - f$ 曲線比較



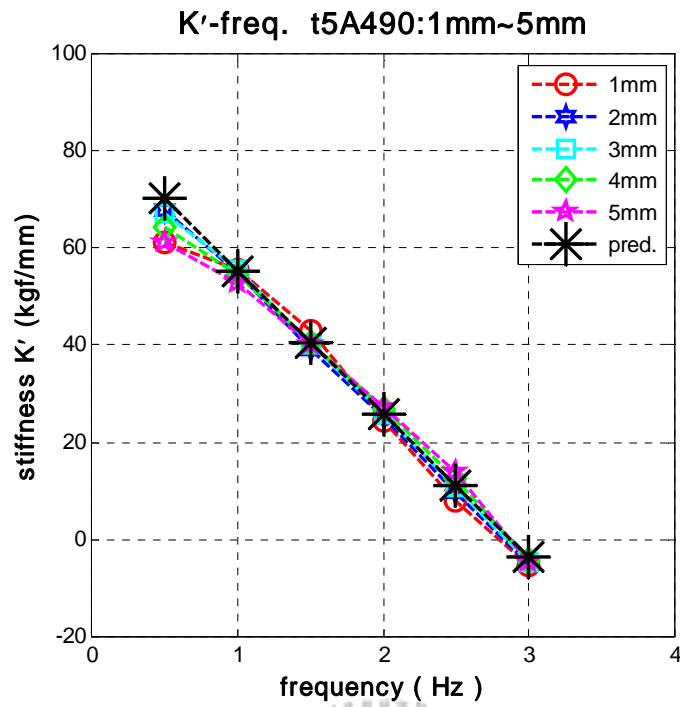


圖 4.13a t5A490 預測與實驗之 $K' - f$ 曲線比較

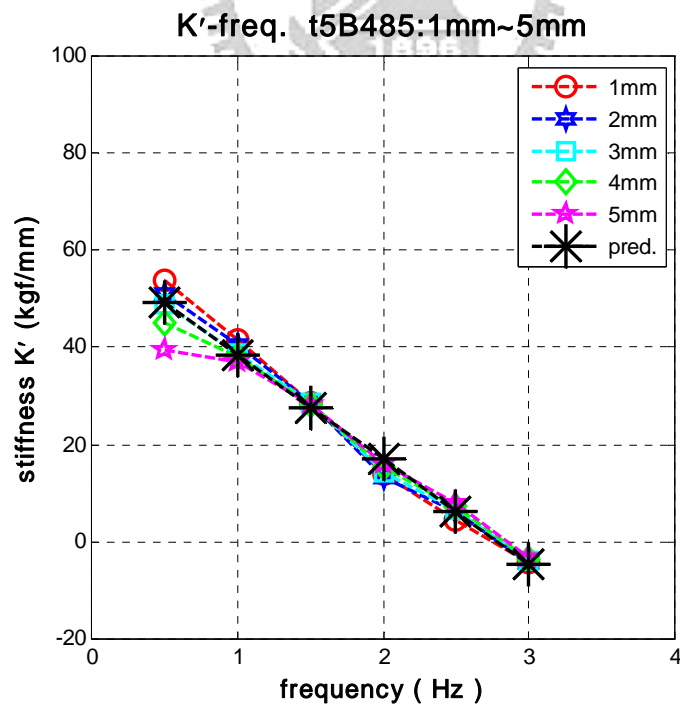


圖 4.13b t5B485 預測與實驗之 $K' - f$ 曲線比較

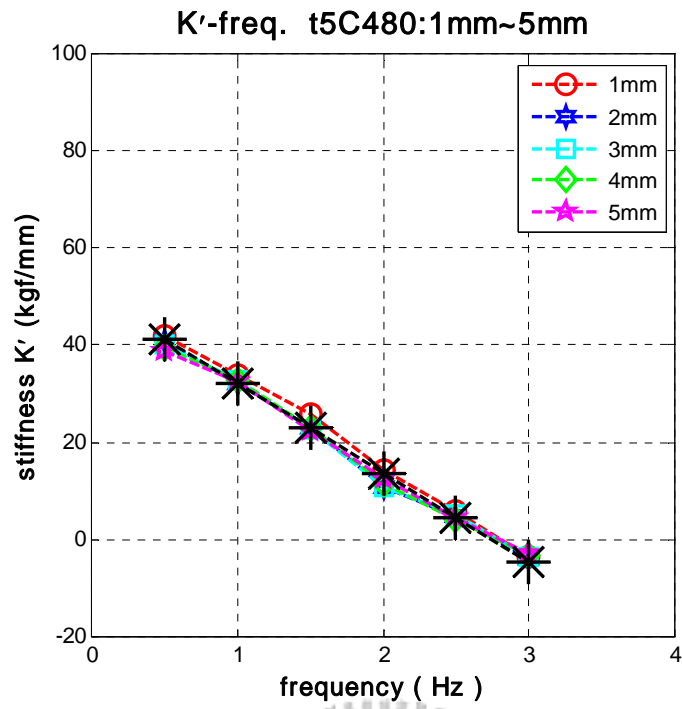


圖 4.13c t5C480 預測與實驗之 $K'-f$ 曲線比較



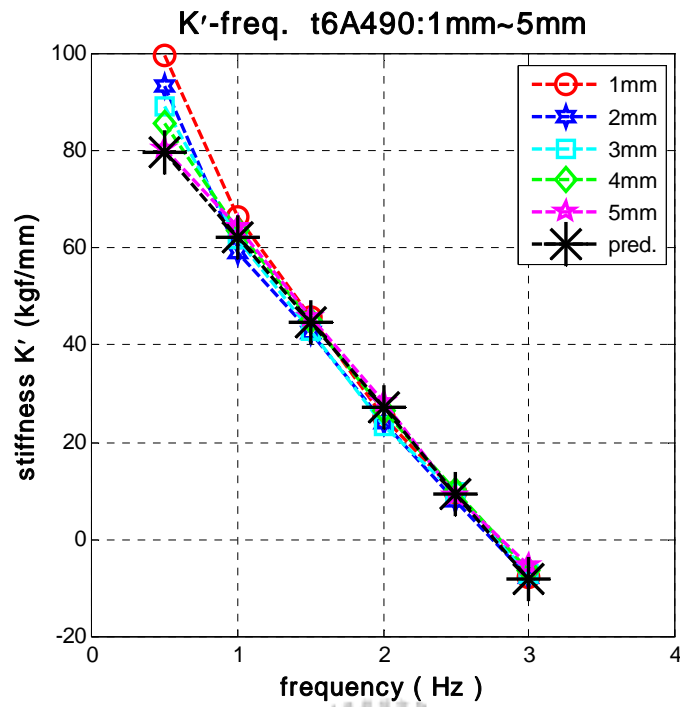


圖 4.14a t6A490 預測與實驗之 $K'-f$ 曲線比較

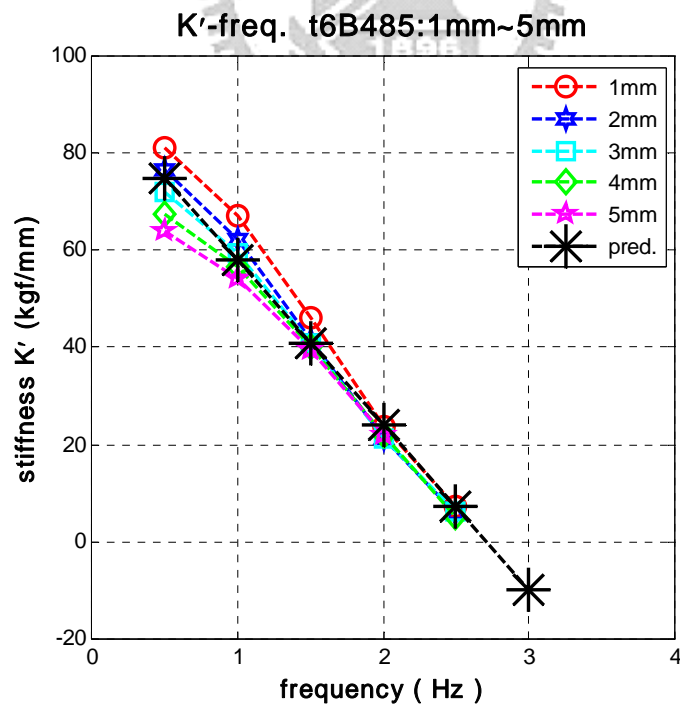


圖 4.14b t6B485 預測與實驗之 $K'-f$ 曲線比較

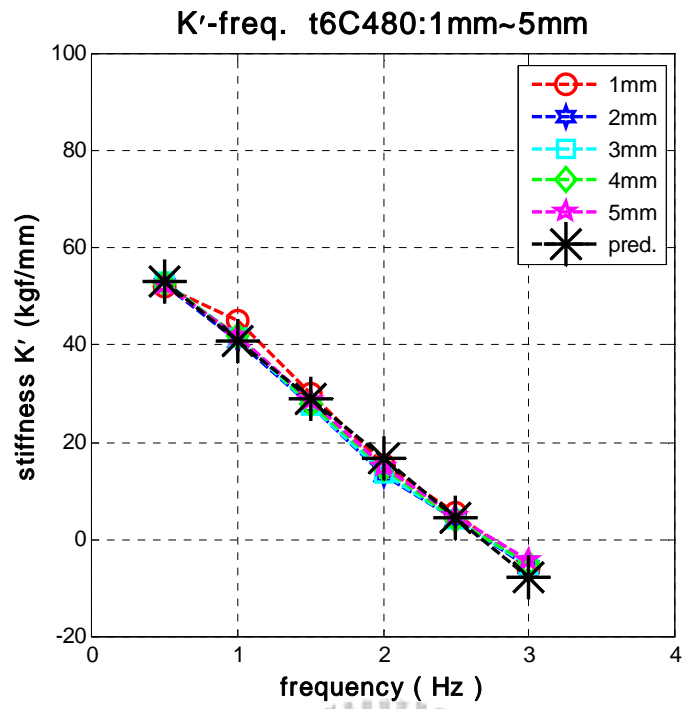


圖 4.14c t4A490 預測與實驗之 $K'-f$ 曲線比較



4.4 迴歸預測與實驗遲滯面積比較

本小節將以編號 t4A490 試體之相關迴歸參數代入迴歸式 (4.7) 與式 (4.11) 以決定出彈性儲存勁度 K' 與耗損因子 η ，進而求出損失勁度 K'' ，再利用式 (2.6) 即可得到橢圓形遲滯迴圈模型，可與實驗結果之遲滯迴圈比較差異性如下：

- 1 擾動頻率為 0.5Hz 時以 1mm 與 2mm 時誤差均小於 5% 以內，且模擬的形狀相去不遠，如圖 4.15a，而 3mm 至 5mm 差值較大，其原因為實驗的遲滯迴圈，並未如 1mm 或 2mm 般飽滿；擾動頻率為 1.0Hz 時以 3mm 時為最佳，誤差在 5% 以內，其餘誤差均為 10% 上下；擾動頻率為 1.5Hz 時，1mm 與 2mm 的誤差在 5% 以內，3mm 在 10% 以內，而 4mm 與 5mm 誤差在 10% 至 20% 之間，其原因為實驗的遲滯迴圈不飽滿所致；擾動頻率為 2.0Hz 時，1mm 至 5mm 的誤差在 10% 至 20 之間，此為預測的彈性勁度偏大所致。
- 2 關於 0.5Hz 至 1.5Hz，3mm 以上實驗的遲滯迴圈均有不對稱的情形，吾人研判應是實驗機構與試體連接非完全垂直水平，造成施力不均，即除了軸向力還伴隨些微扭力，造成拉壓不對稱所致，或實驗機構與試體連接間隙 (gaps) 未消除所造成。
- 3 至於 2.0Hz 的誤差，應是迴歸預測的彈性儲存勁度過大所致。

- 4 有些隱性的誤差，有可能是在以橢圓遲滯模型作識別，取出的 K' 、 K'' 、 η 值誤差有關。



表 4.6 t4A490 迴歸預測與實驗之遲滯消能面積比較

編號：t4A490 振動頻率 0.5Hz					
面積 \ 振幅	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
實驗 (kgf - mm)	45	163	301	372	398
預測 (kgf - mm)	44	169	365	622	934
誤差 (%)	0	4	17	40	57

編號：t4A490 振動頻率 1.0Hz					
面積 \ 振幅	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
實驗 (kgf - mm)	75	280	565	861	1139
預測 (kgf - mm)	67	255	549	936	1406
誤差 (%)	13	10	3	17	19

編號：t4A490 振動頻率 1.5Hz					
面積 \ 振幅	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
實驗 (kgf - mm)	91	338	706	1127	1580
預測 (kgf - mm)	92	352	759	1295	1945
誤差 (%)	2	4	7	13	19

編號：t4A490 振動頻率 2.0Hz					
面積 \ 振幅	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm
實驗 (kgf - mm)	97	370	788	1264	1832
預測 (kgf - mm)	107	410	883	1507	2264
誤差 (%)	10	10	11	16	19

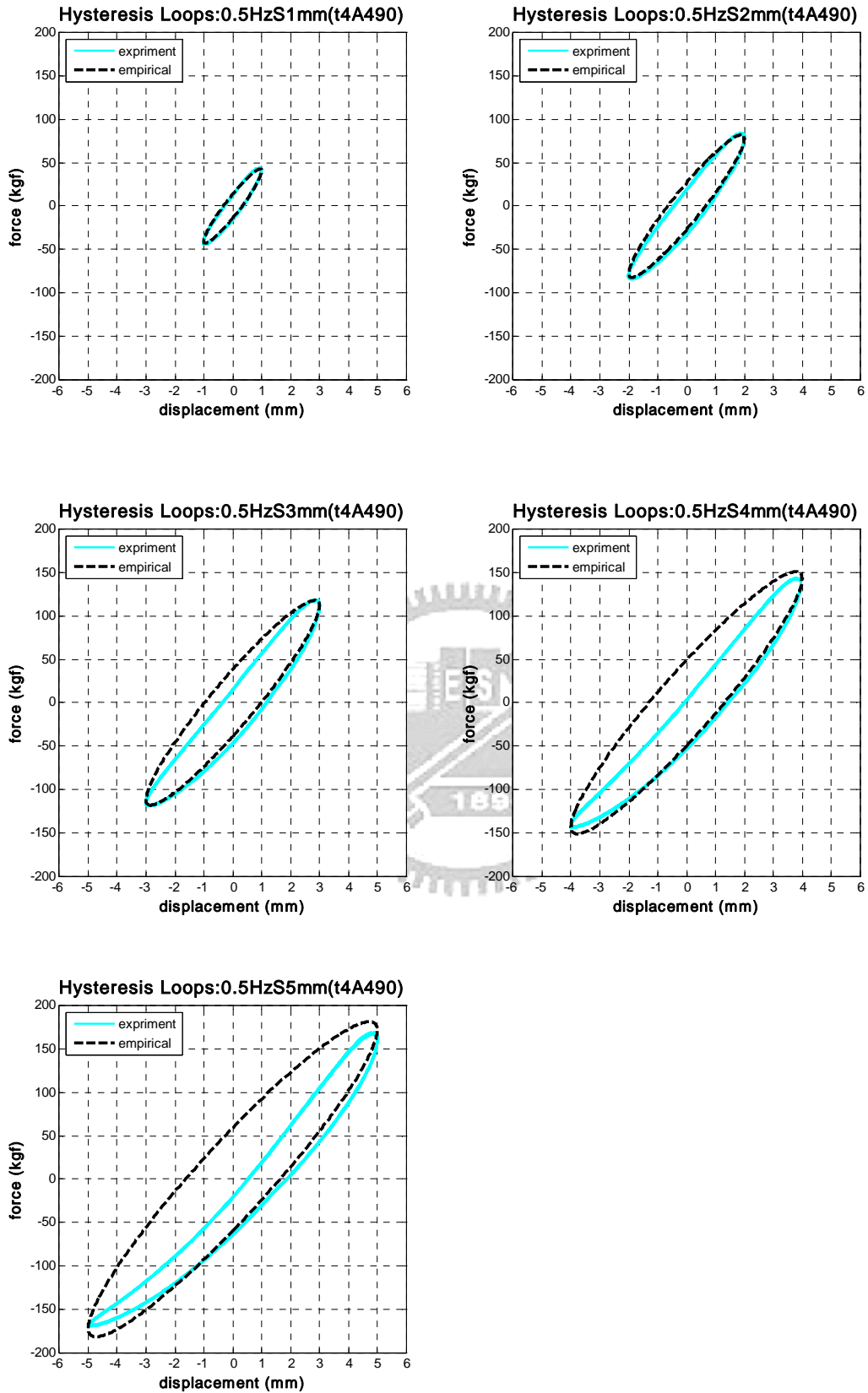


圖 4.15a t4A490 擾動頻率 0.5Hz 的迴歸預測與實驗遲滯迴圈比較

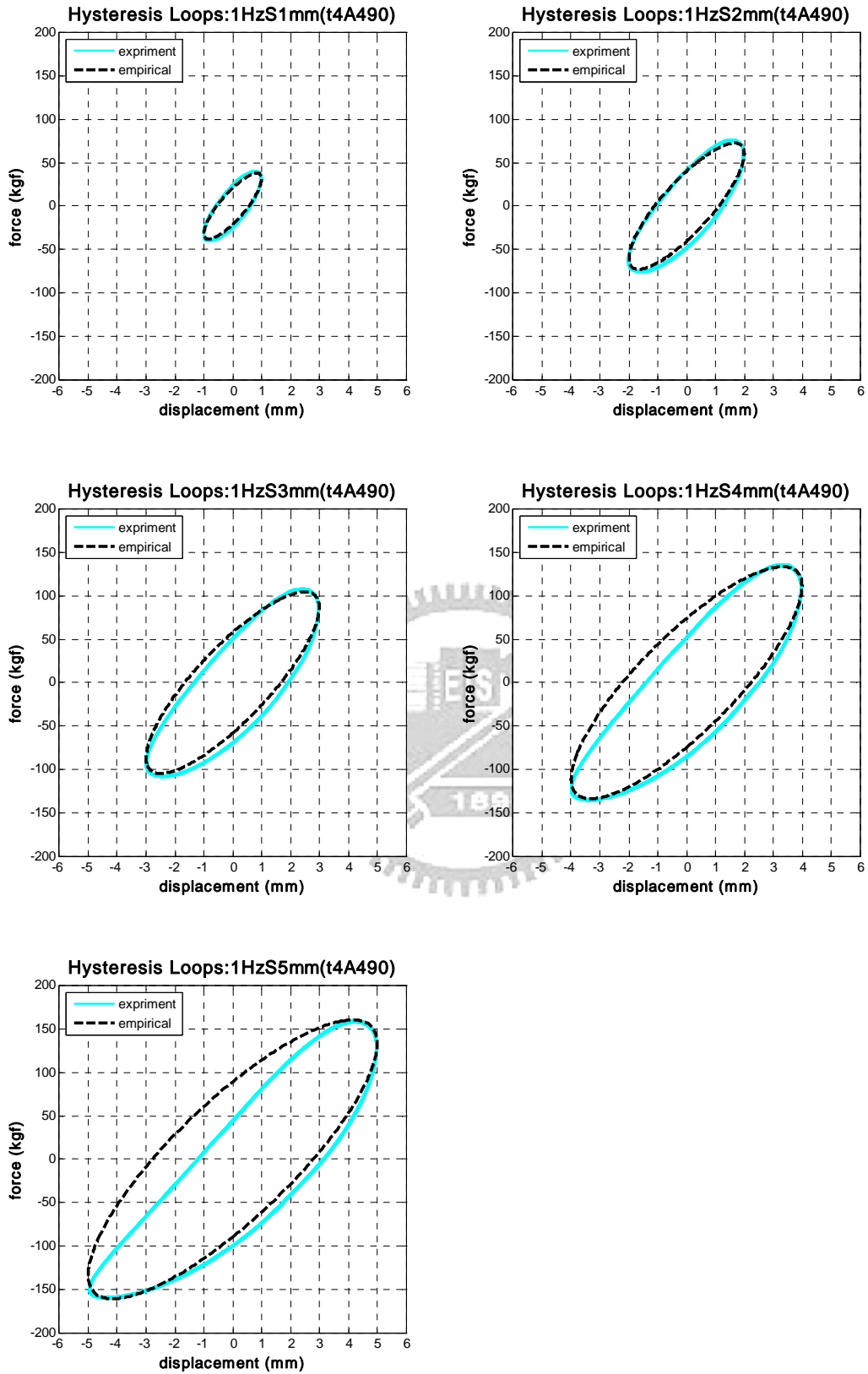


圖 4.15b t4A490 擾動頻率 1.0Hz 的迴歸預測與實驗遲滯迴圈比較

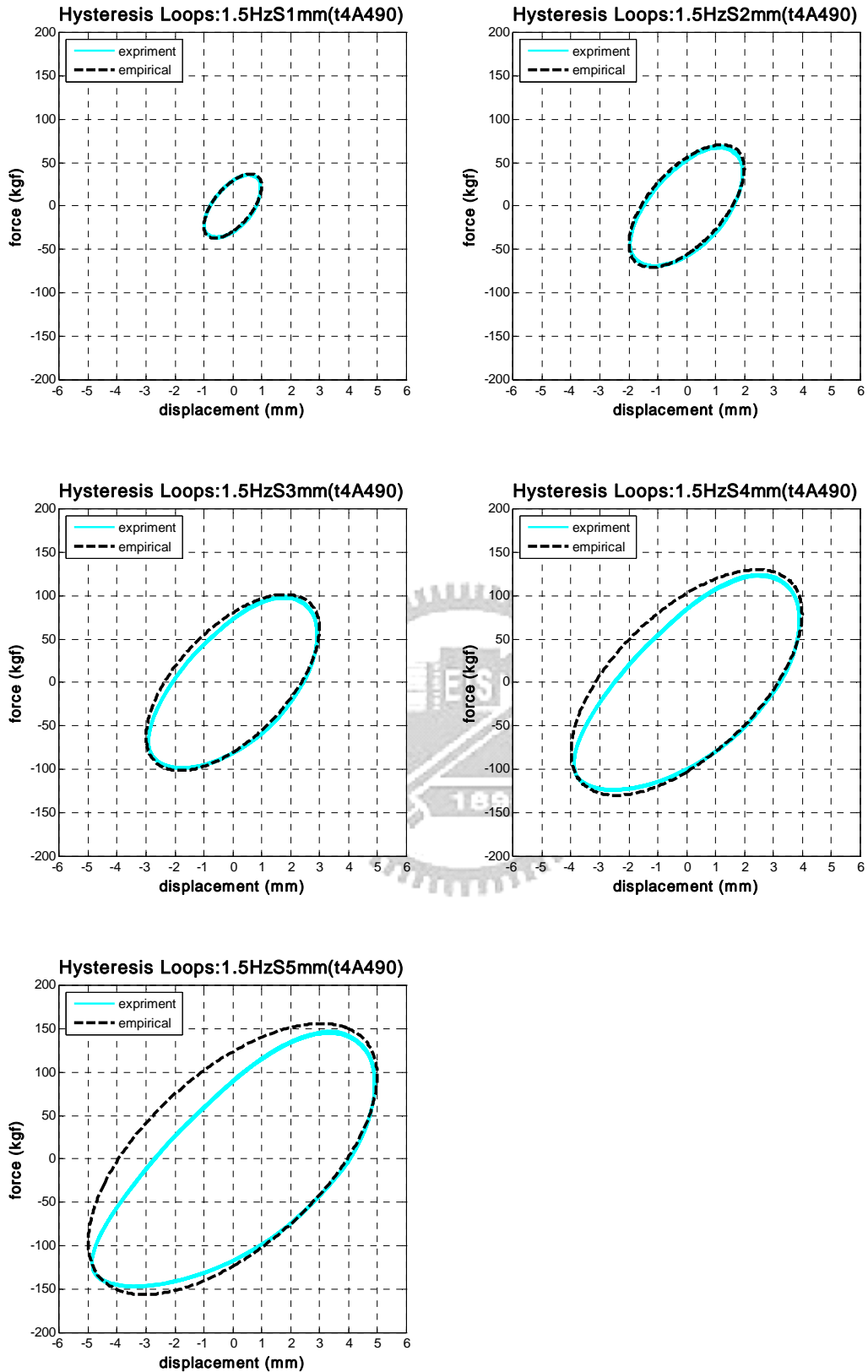


圖 4.15c t4A490 擾動頻率 1.5Hz 的迴歸預測與實驗遲滯迴圈比較

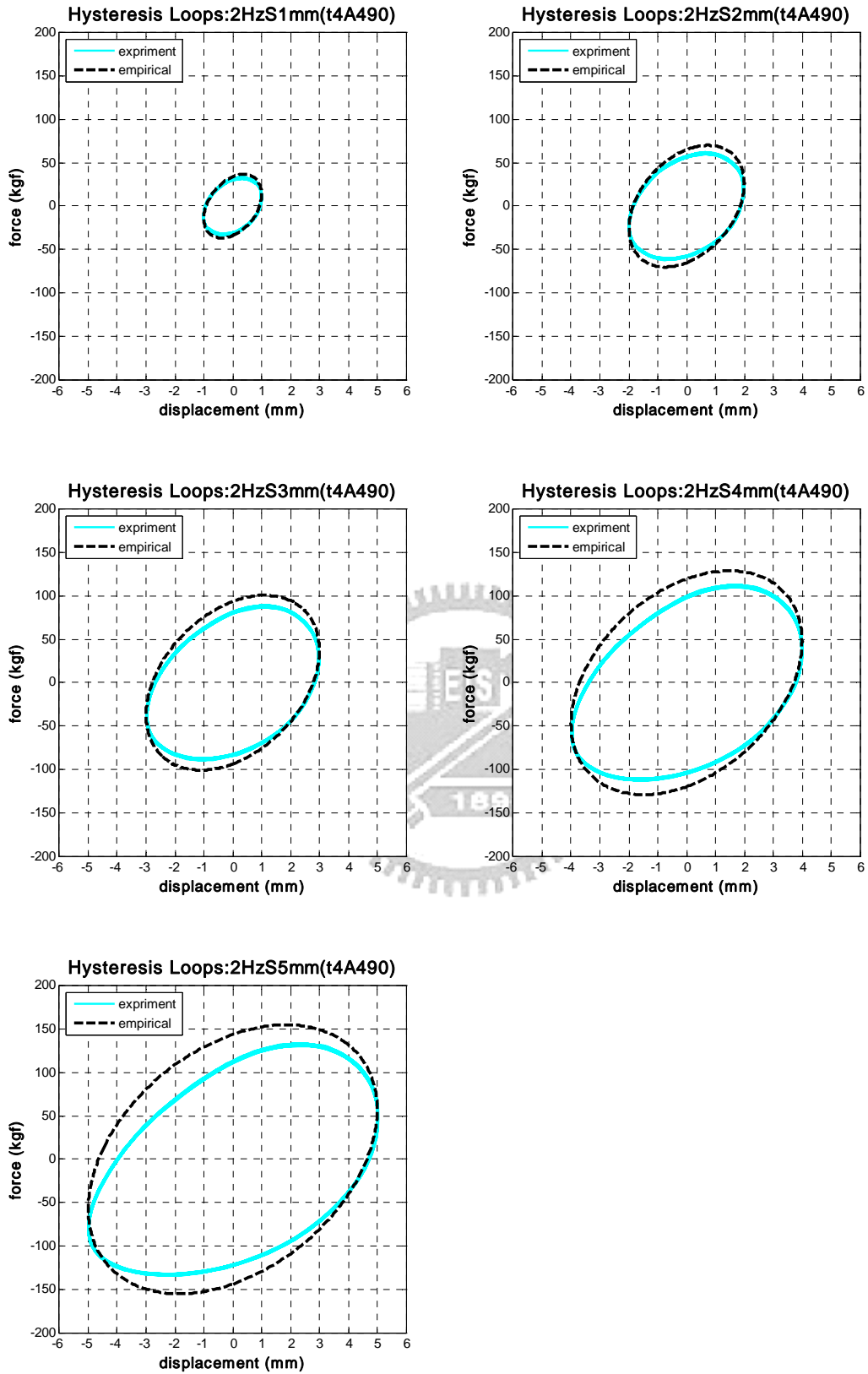


圖 4.15d t4A490 擾動頻率 2.0Hz 的迴歸預測與實驗遲滯迴圈比較

第五章 結論與建議

本文探討挫屈連桿之力學行為，並完成相關理論推導及一系列之元件測試，透過在固定振動（變頻）振幅的簡諧擾動試驗下，了解其遲滯消能特性，並建立相關經驗公式配合系統識別技術求得遲滯迴圈的控制參數，以作為數值預測模擬分析之依據。茲根據本研究之結果歸納討論如下：

結論

1. 元件測試結果顯示，遲滯迴圈於振幅為 1mm 至 3mm 時，具有良好的穩定性及飽滿度，且遲滯迴圈的消能面積有隨頻率升高而遞增（0.5Hz 至 2.0Hz）之趨勢。此外，振幅為 4mm 與 5mm 之遲滯迴圈則較不飽滿，其原因可能為在測試過程中，除了受到軸力外，亦伴隨扭力作用所致。
2. 由編號 t5A490 試體所進行之振幅 1mm 的變頻擾動試驗可知，擾動頻率於 6Hz、7Hz、8Hz、9Hz 及 15Hz 時仍有遲滯迴圈，而 6Hz 與 7Hz 之遲滯消能面積較小，此與本文第 4.3 小節推論遲滯迴圈消能面積與頻率有關且具有週期性是相符的，惟因測試機構之性能所限，高頻擾動無法量得精確之遲滯迴圈進行比較。
3. 耗損因子 η 具有週期性，此外由經驗公式模擬部分頻寬擾動之遲滯迴圈已獲得驗證，在振幅 1mm 與 2mm 之誤差大部分在 10% 以內，顯示吾人已初步掌握挫屈連桿之遲滯迴圈模型。
4. 本文之元件測試過程為一微小振幅之往復拉壓行為，忽略挫屈引致之二次效應影響，尚屬合理。

建議

1. 本次實驗試體編號：t5A490，在施予擾動頻率 8Hz 振幅 3mm 時於夾具前緣，即試體末端 10cm 處的轉折點發生斷裂，此時試體業已經過 12660 次的往復拉壓試驗，有可能是因產生塑鉸或疲勞（fatigue）所致，建議改善方法如下：
 - 1.1 可於試體二端夾合（clamped）位置前方適當進行切削（Cutting），以緩和疲勞或應力集中的發生，延長試體使用壽命。
 - 1.2 本次實驗使用一般A36鋼，未來可以考慮使用低碳鋼，利用其有明顯降伏點與塑性行為的特性，來延緩疲勞的發生。
2. 未來可考慮針對挫屈連桿依不同位置之彎矩分佈設計挫屈連桿元件（非固定寬度），以有效利用鋼材消能，並探討其消能減振效果。
3. 本次實驗之試體由彎曲曲率可知，材料已達降伏範圍，屬於非彈性挫曲（inelastic buckling）行為；未來可先考慮進行彈性挫曲（elastic buckling）狀態下之遲滯消能行為測試，以瞭解幾何變形之消能特性。
4. 高科技廠房樓板往往受到多重頻率擾動的影響，建議未來可以輸入複合的多重擾動頻率，以探討挫屈連桿應用於樓板減振的可行性。
5. 本文提供的預測模式已能初步掌握遲滯迴圈模型，然精確度仍有改進的空間，建議未來可使用分數微分法（Fractional Derivative Method）
【24~25】模擬挫屈連桿之遲滯消能模型。
6. 構建一單層樓高科技廠房樓板之縮小尺寸模型，並安裝挫屈連桿元件進行性能測試，以確認減振功效。

參考文獻

- 【1】 Keith, W.L., and Chris, A.P. (1999), “Micro-vibration criteria for 300 mm and beyond,” Semiconductor FABTECH, 10th Edition, pp. 167-170.
- 【2】 中鼎工程股份有限公司 (1999), 「台灣高鐵計畫南科振動影響評估及對策研擬工作第一階段工作成果報告」。
- 【3】 倪勝火, 鍾啟泰, 莊明仁 (2000), 「台南科學園區背景及施工引致振動之量測與分析」, 第五屆結構工程研討會論文集(一), 第 1~8 頁, 溪頭。
- 【4】 王彥博、鐘立來、李建良, 「高科技廠房之微振量測技術」, 結構工程, Vol 18, n 4, pp. 49-74 (2003)
- 【5】 鐘立來、王彥博、李建良, 「高科技廠房微振量測之理論與分析」, 結構工程, Vol 18, n 2, pp.49-72 (2003)
- 【6】 李建良、王彥博「科技廠房之微振量測與減振措施」, 高科技廠房震(振)害防治研討會論文集, NCTU, Hsichu, Sep, 2005, pp.71-79.
- 【7】 Winterflood, J., Barber, T.A. and Blair, D.G., “Using Euler buckling spring for vibration isolation ,” Classical and Quantum Gravity 19(2002), pp. 1639-1645.
- 【8】 Winterflood, J. and Blair, D.G., “High performance vibration isolation using springs in Euler column buckling mode, ” Physics Letters A 300 (2002), pp. 122–130.

- 【9】 Winterflood,J. ,Barber,T.A. and Blair,D.G., “Mathematical analysis of an Euler spring vibration isolation, ” *Physics Letters A* 300 (2002), pp. 131–139.
- 【10】 Chin,E.J.,Lee,K.T., Winterflood,J., Jacob,J., Blair,D.G. and Ju,L. “Techniques for reducing the resonant frequency of Euler spring vibration isolations, ” *Classical and Quantum Gravity* 21(2004), pp. 959-963.
- 【11】 Dumas,J.C.,Lee,K.T., Winterflood,J. ,Ju,L., Blair,D.G. and Jacob,J. “Testing of a multi-stage low-frequency isolation using Euler spring and self-damped pendulums, ” *Classical and Quantum Gravity* 21(2004), pp. 965-971.
- 【12】 Virgin,L.N. and Davis,R.B., “Vibration isolation using buckled struts, ” *Journal of Sound and Vibration*, v 260, n 5, Mar 6, 2003, pp. 965-973.
- 【13】 Plaut, R.H. , Sidbury, J.E. and Virgin,L.N., “Analysis of buckled and pre-bent fixed-end columns used as vibration isolators, ” *Journal of Sound and Vibration*, v 283, n 3-5, May 20, 2005, pp. 1216-1228.
- 【14】 Ji, J.-C. and Hansen, C.H., “Non-linear response of a post-buckled beam subjected to a harmonic axial excitation, ” *Journal of Sound and Vibration*, v 237, n 2, Oct, 2000, pp. 303-318.

- 【15】 Bonello,P. , Brennan, M.J. and Elliott, S.J., “Vibration control using an adaptive tuned vibration absorber with a variable curvature stiffness element, ” Smart Materials and Structures, v 14, n 5, Oct 1, 2005, pp. 1055-1065.
- 【16】 Zuo, Lei and Nayfeh, Samir A., “An active-passive stage for vibration isolation and positioning control , ” the 7th International Conference on Motion and Vibration Control, 2004
- 【17】 Bažant,Z.P. and Cedolin,L., Stability of Structures, Oxford University Press, Oxford, 1991.
- 【18】 Thompson,J.M.T. and Hunt,G.W., Elastic Instability Phenomena, Wiley, New York, 1984.
- 【19】 Thompson,J.M.T. and Hunt,G.W., A general theory of elastic stability, Wiley, New York, 1973.
- 【20】 李建良（1998）,「結構隔震，控制之實驗與分析」,國立交通大學土木工程研究所碩士論文。
- 【21】 王彥博、卓建全,「推測適應過濾法在系統識別之應用」,中華民國第三屆結構工程研討會,墾丁,台灣,85年9月,pp2023-2032.
- 【22】 卓建全（1996）,「非線性結構系統識別研究」,碩士論文,國立交通大學土木工程研究所。
- 【23】 <http://www.ma.iup.edu/projects/CalcDEMma/Green/Green.html>

- 【24】** Koh,C.G. and Kelly,M.J. “Application of Fractional Derivatives to Seismic Analysis of Base-isolated Models,” Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 19, pp. 229, 1990.
- 【25】** Bagley,R.L.” Power law and fractional calculus model of viscoelasticity,” Source: AIAA Journal, v 27, n 10, Oct, 1989, p 1412-1417.



附錄一

假設一般 A36 鋼材性質：

$$\text{降伏應力} : \sigma_y = 240 \text{Mpa} = 240 \text{N/mm}^2 = 24.46 \text{kgf/mm}^2$$

$$\text{彈性模數} : E = 20400 \text{kgf/mm}^2$$

由基本材料力學公式可知，

$$M_y = \frac{\sigma_y b t^2}{6} = EI \kappa_y \quad (\text{A.1})$$

其中 M_y 代表降伏彎矩， b 為挫屈連桿寬度， t 為厚度， κ_y 代表降伏曲率， I 為慣性矩。此外，由幾何關係可知

$$\kappa_y = \frac{1}{\rho_y} = \frac{2q_y}{L} \quad (\text{A.2})$$

其中， ρ_y 為降伏曲率半徑， L 為挫屈連桿長度， q_y 為降伏端點弦切角。合

併式 (A.1) 與式 (A.2) 可得

$$q_y = \frac{L \sigma_y b t^2}{12EI} = \frac{L \sigma_y}{Et} \quad (\text{A.3})$$

測試試體編號為 t1B485，其寬度為 30mm 厚度 1mm，則其降伏端點弦切角

依式 (A.3) 計算如下：

$$q_y^{t1} = \frac{500 \times 24.46}{20400 \times 1} = 0.5995(\text{rad}) \quad (\text{A.4})$$

弦長為 485mm，若受振幅為 10mm 之作用，其端點弦切角變化為 $q_{B485} = 0.2453 \sim 0.5519$ 。經與式 (A.4) 比較發現，變化範圍未超過降伏端點弦切角，故在元件測試過程中材料均在比例極限之內，屬於彈性挫屈。

附錄二

本次實驗探討三種不同弦切徑度角與三種不同厚度，並施予不同頻率與振幅作測試，將相關條件代入式 (A.3) 可得

$$q_y^{t4} = \frac{500 \times 24.46}{20400 \times 4} = 0.1499(rad) \quad (A.5)$$

$$q_y^{t5} = \frac{500 \times 24.46}{20400 \times 5} = 0.1199(rad) \quad (A.6)$$

$$q_y^{t6} = \frac{500 \times 24.46}{20400 \times 6} = 0.0999(rad) \quad (A.7)$$

以上式 (A.5) 至式 (A.7) 即代表寬度為 30mm 厚度分別為 4mm、5mm、6mm 之降伏端點弦切角。

此外，討論弦長分別為 490mm，即編號為 t4A490、t5A490、t6A490；弦長為 485mm，即編號為 t4B485、t5B485、t6B480；弦長為 480mm，即編號為 t4C480、t5C480、t6C480，其受不同振幅作用所相應的端點弦切角變化情形如下：

1. 弦長為 490mm，若受振幅為 5mm 之作用，其端點弦切角變化為 $q_{A490} = 0.2453 \sim 0.4262$ 。
2. 弦長為 485mm，若受振幅為 5mm 之作用，其端點弦切角變化為 $q_{B485} = 0.3475 \sim 0.4929$ 。
3. 弦長為 480mm，若受振幅為 5mm 之作用，其端點弦切角變化為 $q_{C480} = 0.4262 \sim 0.5519$ 。

將以上三個變化範圍與式 (A.5) 至式 (A.7) 比較發現，變化範圍均超過降伏端點弦切角，故在元件測試過程中材料均超過比例極限，屬於非彈性挫屈。