

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

二次流效應影響下湧波傳遞之模擬研究

Numerical Simulation of Surge-Propagation with
Secondary-Flow Effect

研究生：鍾浩榮

指導教授：楊錦釗、謝德勇 博士

中華民國九十五年六月

二次流效應下湧波傳遞影響之模擬研究
Numerical Simulation of Surge-Propagation with
Secondary-Flow Effect

研究生：鍾浩榮
指導教授：楊錦釗
謝德勇

Student: Hau-Rong Chung
Advisor: Jinn-Chuang Yang
Te-Yung Hsieh

國立交通大學
土木工程研究所
碩士論文

A Thesis Submitted to Civil Engineering
College of Engineering
Nation Chiao Tung University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master
in
Civil Engineering
June 2006
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十五年六月

國立交通大學

論文口試委員會審定書

本校 土木工程 學系碩士班 鍾浩榮 君

所提論文：二次流效應影響下湧波傳遞之模擬研究

合於碩士資格標準、業經本委員會評審認可。

口試委員：

黃昭雄

鄭在禹

楊錦訓

謝德興

指導教授：

楊錦訓

系主任：

張良正 教授

中華民國 95 年 6 月 27 日

誌 謝

感激老師楊教授錦釗、謝博士德勇於研究所兩年間之諄諄教誨，耐心教導，得以使學位順利完成。

感謝實驗室東霖學長、恩添學長、祥禎學長、夢祺學長、胤隆學長、昇學學長、世偉學長、曉萍學姊於學業和日常之指導，亦感謝同學欣瑜、仲達、宣汝、力瑋的共同努力。

另外感謝交通大學土木系 93 級的老同學們的互相砥礪，友情扶持。

最後謹將本論文獻給逐漸康復的媽媽，支持我的懿軒，還有家中支持我的爸爸、哥哥、大嫂、姊姊。



二次流效應影響下湧波傳遞之模擬研究

學生：鍾浩榮

指導教授：楊錦釗
謝德勇

國立交通大學土木工程研究所

摘 要

本研究旨在分析二次流效應對彎道湧波模擬之影響。模式在發展過程中，採用 de Vriend (1977) 的速度剖面假設以求解延散剪應力考量二次流之效應。在數值處理上，採用雙階分割操作趨近法，將水理控制方程分割成延散步驟和傳播步驟求解，分別採用顯示和隱式差分式求解。比較混和型上風法、MacCormack 法和總變量削減法 (TVD) 三種方法後，移流項數值方法採用較合適的 MacCormack 法。本研究採用 Bell 等(1992)所作的實驗來作比較，驗證模式的正確性。本研究採用的二次流速度剖面的假設為非急彎的條件，因此較小二次流強度因子案例之模擬結果會較接近實驗值。另外，在不同二次流強度因子案例中，考慮二次流效應之模擬結果均會較不考慮二次流效應之模擬結果更接近實驗值。

關鍵字：水深平均、MacCormack、二次流、彎道、湧浪

Numerical Simulation of Surge-Propagation with Secondary-Flow Effect

Student: Hau-Rong Chung

Advisors: Jinn-Chuang Yang

Te-Yung Hsieh

Department of Civil Engineering

National Chiao-Tung University

ABSTRACT

The purpose of this study is to numerically analyze the effect of the secondary flow on the surge propagation through a bend. The secondary flow effect was embedded in the dispersion stress terms of the flow momentum equations by adopting the vertical velocity profile proposed by de Vriend (1977). Based on the two-step split-operator approach, the momentum equations were decomposed into dispersion and propagation steps and were solved by using both explicit and implicit techniques. Compared with hybrid upwind scheme and TVD (Total Variation Diminishing) scheme, the MacCormack scheme is most suitable for solving the advection term on simulating the positive surge. The experimental data conducted by Bell al. (1992) was compared with simulating results to examine the accuracy of the proposed model. The vertical shape functions embedded in the model is not appropriate for the flow simulation in the sharp bend. Contrarily, results of the case with the smaller secondary intensity show the better agreement. Results indicate that the simulations either in a sharp bend or not, the simulation considering the secondary flow effect shows better agreement.

Key words: depth averaged, MacCormack scheme, secondary flow, surge

目錄

誌謝.....	I
中文摘要.....	II
英文摘要.....	III
目錄.....	IV
表目錄.....	VII
圖目錄.....	VIII
符號表.....	X
第一章 緒論.....	1
1.1 研究動機與方向.....	1
1.2 文獻回顧.....	1
1.3 研究目的與方法.....	2
1.4 章節介紹.....	3
第二章 理論基礎.....	5
2.1 控制方程式.....	5
2.2 輔助關係式.....	7
2.3 邊界條件.....	8
第三章 數值架構.....	11
3.1 雙階分割操作趨近法.....	11
3.2 數值差分式.....	13
3.2.1 混合型上風法.....	13
3.2.2 MacCormack 方法.....	14
3.3 一維總變量消滅法.....	15
第四章 數值方法比較分析.....	19

4.1 波傳方程式案例.....	19
4.2 Burgers 方程式案例.....	20
4.3 一維潰壩案例.....	22
第五章 彎道湧波模擬及二次流效應分析.....	35
5.1 彎道湧波模擬.....	35
5.2 二次流影響比較分析.....	37
第六章 結論.....	62
參考文獻.....	63



表目錄

表 4.1 數值方法於不同可蘭數的速度波峰位置(波動方程式)	23
表 4.2 數值方法於不同可蘭數的波峰速度(波動方程式)	23
表 4.3 數值方法於不同可蘭數的相位誤差(波動方程式)	24
表 4.4 數值方法於不同可蘭數的消散程度(波動方程式)	24
表 4.5 不同時間間距的不連續面位置(Burgers 方程式於第 1.8 秒)..	24
表 4.6 不同時間間距的相位誤差(Burgers 方程式於第 1.8 秒)	25
表 4.7 一維潰壩案例結果比較表(第 30 秒).....	25
表 5.1 模擬結果與實驗值相關係數比較	42
表 5.2 模擬結果與實驗值均方根差比較	42
表 5.3 模擬結果與實驗值信賴指標比較	42
表 5.4 二次流影響比較湧波深度(Test 21n).....	43
表 5.5 二次流影響相關係數比較(Test 21n).....	44
表 5.6 二次流影響均方根差比較(Test 21n).....	44
表 5.7 二次流影響信賴指標比較(Test 21n).....	44
表 5.8 二次流影響比較湧波深度(Test 21).....	45
表 5.9 二次流影響相關係數比較(Test 21).....	46
表 5.10 二次流影響均方根差比較(Test 21).....	46
表 5.11 二次流影響信賴指標比較(Test 21).....	46

圖目錄

圖 2.1 彎道二次流示意圖.....	10
圖 3.1 控制體積法示意圖 (a)實際區域；(b)計算區域.....	18
圖 4.1 初始速度高斯分佈(波動方程式).....	26
圖 4.2 解析解(波動方程式).....	26
圖 4.3 上風法各可蘭數分佈圖(波動方程式).....	26
圖 4.4 MacCormack 法各可蘭數分佈圖(波動方程式).....	27
圖 4.5 TVD 法各可蘭數分佈圖(波動方程式).....	28
圖 4.6 初始速度的不連續面分佈(Burgers 方程式).....	29
圖 4.7 上風法速度不連續面分佈(Burgers 方程式).....	30
圖 4.8 MacCormack 法速度不連續面分佈(Burgers 方程式).....	32
圖 4.9 TVD 法速度不連續面分佈(Burgers 方程式).....	33
圖 4.10 一維潰壩案例初始水深狀態.....	34
圖 4.11 一維潰壩案例第 15 秒水深狀態.....	34
圖 4.12 一維潰壩案例第 30 秒水深狀態.....	34
圖 5.1 Bell 等(1992)實驗水槽.....	47
圖 5.2 測站 1 水深量測值.....	47
圖 5.3 不同 θ_b 之 $MaxU^*$ 與 SI 關係圖(謝，2002).....	48
圖 5.4 測站 2 水深比較圖(Test 21n、Test 21).....	49
圖 5.5 測站 4 水深比較圖(Test 21n、Test 21).....	50
圖 5.6 測站 6 水深比較圖(Test 21n、Test 21).....	51
圖 5.7 測站 8 水深比較圖(Test 21n、Test 21).....	52
圖 5.8 參考時間解釋圖.....	53
圖 5.9 測站 2 二次流影響(Test 21n).....	54

圖 5.10 測站 4 二次流影響(Test 21n).....	55
圖 5.11 測站 6 二次流影響(Test 21n).....	56
圖 5.12 測站 8 二次流影響(Test 21n).....	57
圖 5.13 測站 2 二次流影響(Test 21).....	58
圖 5.14 測站 4 二次流影響(Test 21).....	59
圖 5.15 測站 6 二次流影響(Test 21).....	60
圖 5.16 測站 8 二次流影響(Test 21).....	61



符號表

a = 波速；

B = 渠道寬度；

Cr = Courant number；

C_f = 摩擦係數；

C_0 = 常數；

c = Chezy 係數；

d = 水深；

d_0 = 平均水深；

g = 重力加速度；

H = 平均水深；

h_1 、 h_2 = ξ 、 η 方向轉換係數；

k = von Karman's 係數；

k_g = 幾何信賴指標

k_s = 統計信賴指標

L = 渠道長度；

N = 模擬案例總計算格點數目；

n = 曼寧糙度係數；

R = 水力半徑；

R_c = 渠道中心線平均曲率半徑；

r = 曲率半徑；

r_c = 渠道中心線曲率半徑；

SI = 二次流強度因子；

S_0 = 渠道坡度；



T_{11} 、 T_{12} 、 T_{22} = 有效剪應力項；

t = 時間；

U = ξ 方向平均速度；

u = ξ 方向速度；

u_w = 近固體邊界的水深平均速度；

u_* = 剪力速度； V = η 方向平均速度；

v = η 方向速度；

X_i = 某一時刻實驗值；

Y_i = X_i 相對應之模擬結果；

y_w = 固體邊界與鄰近固體邊界格點的距離；

z_s = 水面高程；

z_{sm} = 平均水面高程；

ε_1 、 ε_2 = ξ 、 η 方向之亂流傳輸係數；

μ = 流體動力黏滯係數；

ν_l = 層流黏滯係數；

ν_t = 亂流黏滯係數；

ρ = 流體密度；

ρ_c = 相關係數

τ_{b_1} 、 τ_{b_2} = 底床剪應力在 ξ 與 η 方向之分量；

ξ 、 η = 平面上兩正交曲線座標方向；

ζ = 距離底床之高度與水深之比值；

Δt = 時間間距；

Δx 、 Δy = ξ 、 η 方向之格網間距。

上標

b = BF 模式之模擬結果；

m = 疊代次數；

n = $n\Delta t$ 時刻之已知變數；

$n+1$ = $(n+1)\Delta t$ 時刻之未知變數；

$n+1/2$ = $(n+1)\Delta t$ 與 $n\Delta t$ 間之未知變數；

* = MacCormack 預測與修正中間的值

$(\bar{\quad})$ = 時間平均；

$(\bar{\quad})$ = 水深平均；

(\cdot) = 時間平均瞬時擾動量。

下標

c = 模擬值；

M = A 、 D 之中點值；

m = 實驗值；

s = 變數在水面的值；

b = 變數在底床的值。



第一章 緒論

1.1 研究動機與方向

過去二維湧浪模擬鮮少考慮二次流效應之影響，主要受制於水流行經彎道誠屬三維現象，不易以二維模式模擬得到精確之結果，但於工程規劃設計實務之需要，二維模式常有其功能及實用性，因此本研究嘗試以水深平均二維模式模擬彎道中二次流(secondary flow)效應對湧波傳遞的影響，希冀能提供日後水利防災、水利工程設計所用。

1.2 文獻回顧

預測洪水水位以及到達時間是模擬湧波傳遞的主要原因，而湧波傳遞主要受到移流項(advection term)的影響；為了預測湧波的前進，正湧波的模擬是不可忽略的部份，而正湧波的精度主要是受到移流項採用數值方法的影響。

湧波的現象被探討最廣的是潰壩的模擬，Stokers(1957)以解析解來分析一維潰壩；除了解析方法之外，以數值方法求解也可以得到很好的結果。二階精度的 MacCormack 方法從 Garcia and Chaudhry (1986) 開始廣為使用，經由水平二維的淺水波方程式來分析潰壩的模擬，但是並沒有考慮彎曲渠道的湧波模擬；Bellos(1987)以一維模式配合 MacCormack 方法來解乾床的潰壩；為了解決震盪的現象，Fennema and Chaudhry(1990) 加入人工黏滯項 (artificial viscosity) 來減少 MacCormack 的震盪現象，並且探討在二維矩形渠道的潰壩湧浪現象。

同樣是二階精度的方法，Harten(1983)發展一個不需要人工黏滯項且不會震盪的方法，稱為總變量削減法(簡稱 TVD 法)。Yang and Hsu(1993)發展了二維的 TVD 法，應用在保守型曲線座標淺水波方程

式，對高速非穩定流的急湧浪(bore waves)在經過收縮擴展的變化來做出分析。Tseng and Chu (2000)提出增進 TVD-MacCormack 方法的預測-修正(predictor-corrector)TVD 法對一維潰壩做出很好的模擬精度。Wang 等(2000)以混合型 TVD 法為出發點，比較各種限制函數對潰壩湧波模擬精度的效果，並且對複雜的卡式座標二維流場做出潰壩模擬，也得到很好的效果。Lin 等(2005)以有限體積法實做出二維 TVD 法，並且模擬震波以及潰壩湧浪，得到和實驗值很接近的結果。

Dammuller 等(1989)以 MacCormack 應用在水平二維正交曲線座標系統，模擬 Miller and Chaudhry (1989)所做的彎道湧浪實驗；Molls and Chaudhry(1995)發展水深平均二維模式並對 Bell 等(1992)所作之彎道潰壩實驗做驗證，都沒有考慮彎道的二次流效應；Soulis(1992)使用 MacCormack 方法應用在水平二維非正交曲線座標系統，對 Bellos 等(1991)收縮-擴張水槽潰壩實驗做出分析，此研究為縱方向的潰壩模擬，沒有關於彎道的模擬；謝(2004)以上風法應用在水深平均二維模式，演算迴水、彎道、環流流場以及潰壩等案例，並且考量延散剪應力在彎道的應用，同時展示了演算潰壩模擬的結果，但並沒有對彎道湧浪做出分析。

實驗方面，Bell 等 (1992)、Miller(1988) 以及 Miller and Chaudhry(1989)針對矩形斷面 180 度彎道做了潰壩湧浪的實驗，並且記載了水位的變化、湧浪在彎道內外側的高度以及波前到達的時間，這對後人所要做的二維彎道湧浪模擬是很重要的實驗成果。

1.3 研究目的與方法

本研究之研究重點旨在延續謝(2003)所發展之水深平均二維模式，利用此模式在彎道水理模擬功能的完備性，模擬湧浪在彎道的運

移歷程。此模式為一水深平均二維非穩態之水理數值模式，座標系統採用正交曲線座標，水理控制方程採用連續及動量方程式求解，為使水理二次流理論更為完善，模式在發展過程中不忽略延散剪應力。在數值方法之選用上，採用雙階分割操作趨近法，將水理控制方程分割成顯示延散步驟和隱式傳播步驟。

文獻回顧了三種重要的數值方法：MacCormack 方法、總變量削減法(TVD 法)以及上風法。MacCormack 方法主要的精神是以預測-修正法對保守型方程式做離散，在非保守型方程式也可以應用，本研究基於延續既有的水深平均二維模式，應用 MacCormack 法、上風法探討非保守型正交曲線座標方程式，而總變量削減法則由於必須用保守型方程式求得特徵速度才可應用，因此本研究以一維模式來探討 TVD 法於明渠水流應用的問題。本研究對既有水深二維水理模式的主要貢獻為選用三種數值方法之一來增進移流項的精度。

由前面的文獻回顧可以知道，目前仍然沒有研究探討二次流效應對彎道湧浪傳遞之影響，因此本研究將利用二維彎道模式，針對此課題進行進一步的分析工作。

1.4 章節介紹

前三節已闡述本研究之研究動機和方向、文獻回顧、研究目的與方法，以下將簡要敘述本論文各章節之內容。

第一章為緒論，針對本研究之緣起和方向作說明後，回顧相關之研究文獻後，再提出本研究之目的與研究方法，並於章末作本論文架構說明。

第二章為理論基礎，分別闡述本研究之二維正交曲線座標系統水

理控制方程式、輔助方程式及相關之邊界條件。

第三章為數值架構，說明水理控制方程式採用的雙階分割操作法和介紹所採用的三種數值差分式。

第四章為數值方法比較分析，針對本研究採用的三個數值方法，進行不同案例下的比較，選擇消散程度和相位誤差較小的方法，進行模式在彎道湧浪的模擬。

第五章為比較湧浪在彎道受到二次流效應影響下湧浪到達時間和水深的變化所表現的差異，以及不同二次流強度因子案例探討分析。

第六章為結論，針對本研究成果作綜合性之歸納說明。



第二章 理論基礎

透過座標系統轉換將控制方程式轉換為正交曲線座標系統方程式，再將此控制方程式作時間平均及水深平均後，即可推得水深平均二維正交曲線座標模式所需之控制方程式。其中水理控制方程包含水理連續及動量方程式。茲將水理之理論基礎敘述如下：

2.1 控制方程式

為適度簡化複雜的控制方程式，需對數學模式作若干假設，分別為(1)不可壓縮牛頓流體(incompressible Newtonian fluid)；(2)靜水壓分布；(3)忽略風剪力；(4)忽略科氏力。則水深平均二維正交曲線座標水理控制方程式可表示為

(1)水流連續方程式

$$h_1 h_2 \frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \bar{u} d) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \bar{v} d) = 0 \quad (2.1)$$

(2)水流動量方程式

ξ 方向：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \bar{u} \bar{v} - \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \bar{v}^2 \\ & = -\frac{g}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} (z_b + d) + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 T_{11}) + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 T_{12}) \\ & + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} T_{12} - \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} T_{22} - \frac{\tau_b}{\rho d} \\ & + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \left[-(h_2 \tau_{11})_s \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + (h_2 \tau_{11})_b \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - (h_1 \tau_{12})_s \frac{\partial z_s}{\partial \eta} + (h_1 \tau_{12})_b \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right] \quad (2.2) \end{aligned}$$

η 方向：

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \bar{u} \bar{v} - \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \bar{u}^2 \\
&= -\frac{g}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} (z_b + d) + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 T_{12}) + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 T_{22}) \\
&\quad - \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} T_{11} + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} T_{12} - \frac{\tau_{b_2}}{\rho d} \\
&\quad + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \left[-(h_2 \tau_{12})_s \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + (h_2 \tau_{12})_b \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - (h_1 \tau_{22})_s \frac{\partial z_s}{\partial \eta} + (h_1 \tau_{22})_b \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right] \quad (2.3)
\end{aligned}$$

式中，

$$T_{11} = \int_{z_b}^{z_s} [\tau_{11} - \rho \overline{u'^2} - \rho (\bar{u} - \bar{u})^2] dz \quad (2.4)$$

$$T_{22} = \int_{z_b}^{z_s} [\tau_{22} - \rho \overline{v'^2} - \rho (\bar{v} - \bar{v})^2] dz \quad (2.5)$$

$$T_{12} = T_{21} = \int_{z_b}^{z_s} [\tau_{12} - \rho \overline{u'v'} - \rho (\bar{u} - \bar{u})(\bar{v} - \bar{v})] dz \quad (2.6)$$

以上諸式中， ξ 、 η = 平面上兩正交曲線座標方向； h_1 = ξ 方向轉換係數； h_2 = η 方向轉換係數； u = ξ 方向速度； v = η 方向速度； ρ = 流體密度； d = 水深； g = 重力加速度； t = 時間； z_b = 底床高程； z_s = 水面高程； τ_{b_i} = 底床剪應力在 ξ 與 η 方向之分量； $(\bar{\quad})$ = 時間平均； $(\overline{\quad})$ = 水深平均； $(\quad)'$ = 時間平均瞬時擾動量；下標 s 、 b 分別代表變數在水面與底床的值； T_{11} 、 T_{12} 、 T_{22} = 有效剪應力項 (effective stress term)，包含層流剪應力、亂流剪應力與延散剪應力 (dispersion stresses)。

2.2 輔助關係式

(1)底床剪應力

底床剪應力採用Rastogi and Rodi (1978)之經驗式

$$\tau_{b_1} = C_f \rho \bar{u} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^{1/2} \quad (2.7)$$

$$\tau_{b_2} = C_f \rho \bar{v} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^{1/2} \quad (2.8)$$

式中， $C_f = g/c^2 =$ 摩擦係數； $c =$ Chezy 係數。

(2)層流與亂流剪應力

採用Boussinesq之渦流黏性理論，層流與亂流剪應力可合併表示為

$$\frac{\tau_{11}}{\rho} - \overline{u'^2} = 2\nu \left[\frac{1}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right] \quad (2.9)$$

$$\frac{\tau_{22}}{\rho} - \overline{v'^2} = 2\nu \left[\frac{1}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right] \quad (2.10)$$

$$\frac{\tau_{12}}{\rho} - \overline{u'v'} = 2\nu \left[\frac{h_2}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\bar{u}}{h_1} \right) \right] \quad (2.11)$$

式中， $\nu = \nu_l + \nu_t$ ； $\nu_l =$ 層流黏滯係數； $\nu_t =$ 亂流黏滯係數 $= k u_* d / 6$ (Falcon 1979)； $u_* = (\tau_b / \rho)^{1/2} =$ 剪力速度； $k =$ von Karman's 係數(約等於0.4)。

(3)延散剪應力

由於水流在進入彎道後，流場隨水流而彎曲，致使流線因彎曲而產生徑向慣性力，水面因而形成超高以產生徑向靜水壓差，得以與徑向慣性力取得平衡。在這兩種力之作用下，水流除了以縱向方向流動外，在徑向尚產生兩層水流，上層水流之外岸慣性力大於靜

水壓差，下層水流則反之，因此造成上層水流流動方向為朝外岸，下層水流則為朝內岸流動，稱之二次流，如圖2.1所示。

為積分水深平均所產生之延散剪應力項，須對流速剖面作一適當假設。本模式在延散剪應力的處理方面，則是僅考量二次流的影響，並採用 de Vriend (1977)對二次流速度剖面之假設：

$$\bar{u} = \bar{u} \left[1 + \frac{\sqrt{g}}{kc} + \frac{\sqrt{g}}{kc} \ln \zeta \right] = \bar{u} f_m(\zeta) \quad (2.12)$$

$$\bar{v} = \bar{v} f_m(\zeta) + \frac{\bar{u}d}{k^2 r} \left[2F_1(\zeta) + \frac{\sqrt{g}}{kc} F_2(\zeta) - 2\left(1 - \frac{\sqrt{g}}{kc}\right) f_m(\zeta) \right] \quad (2.13)$$

式中， $F_1(\zeta) = \int_0^1 \frac{\ln \zeta}{\zeta - 1} d\zeta$ ； $F_2(\zeta) = \int_0^1 \frac{\ln^2 \zeta}{\zeta - 1} d\zeta$ ； $\zeta = (z - z_b)/d =$ 距離底床之高度與水深之比值； $r =$ 曲率半徑；。

de Vriend (1977)二次流速度剖面之適用範圍為(1)水深遠小於渠道寬度；(2)渠道寬度遠小於渠道之曲率半徑；(3)單一二次流(single secondary eddy only)；(4)完全發展流況(developed flow)。

2.3 邊界條件

本模式目前考量三種邊界條件設定，分別為渠道入流、渠道出流與固體邊界。一般而言，渠道入流邊界條件設定為單位寬度入流量，渠道出流邊界條件則採用水位高程設定。在固體邊界處，應用側壁理論(Law of the wall)，設定靠近固體邊界的邊界條件為：

$$\frac{u_w}{U_*} = \frac{1}{k} \ln(Ey^+) \quad (2.14)$$

式中， $u_w =$ 近固體邊界的水深平均速度； $E =$ 糙度因子=9.0 (Lien 等

1999)； $y^+ = y_w U_* / \nu$ ， y_w = 固體邊界與鄰近固體邊界格點的距離。

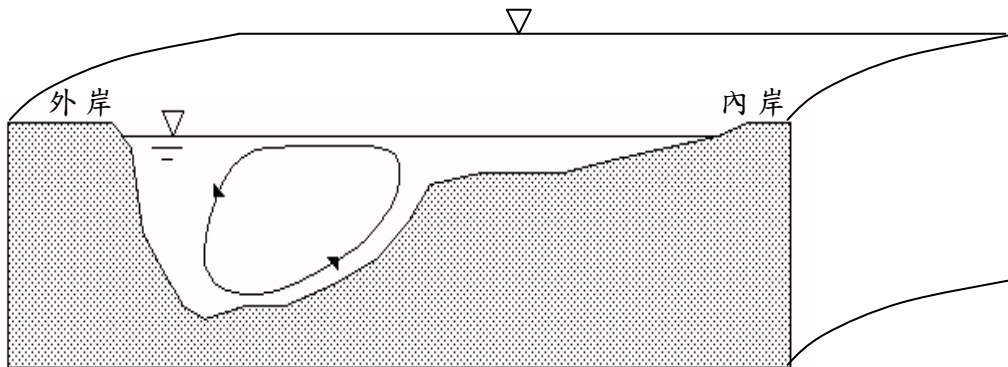


圖 2.1 彎道二次流示意圖

第三章 數值架構

3.1 雙階分割操作趨近法

本研究基於分割操作之觀念，將動量方程式分割成二個步驟(延散步驟及傳播步驟)，延散步驟使用顯示法，傳播步驟利用隱式數值方法求解。延散步驟求解移流項和擴散項，傳播步驟求解壓力項、底床剪應力項和連續方程式。據此，水理控制方程可改寫成：

延散步驟

$$\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^{n+\frac{1}{2}} = -(V^n \cdot \nabla)V^n + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot T^n \quad (3.1)$$

傳播步驟

$$\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^{n+1} - \left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^{n+\frac{1}{2}} = -g \nabla (z_b + d)^{n+1} - \frac{\tau_b}{\rho d} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot V^{n+1} = 0 \quad (3.3)$$

式中， V 表示速度向量； T 表示擴散及延散項； $n+1$ 表示 $(n+1)\Delta t$ 時刻之未知變數； $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ ； n 表示 $n\Delta t$ 時刻之已知變數； $n + \frac{1}{2}$ 表示在 $(n+1)\Delta t$ 與 $n\Delta t$ 間之未知變數。

(3.1)~(3.3)的一般式可表示成：

延散步驟

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = & -\frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} - \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} - \frac{1}{h_1 h_2} \left[\frac{\partial h_1}{\partial \eta} \frac{\bar{u}}{\bar{v}} - \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \bar{v}^2 \right] \\ & + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial (h_2 T_{11})}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial (h_1 T_{12})}{\partial \eta} + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} T_{12} - \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} T_{22} \end{aligned}$$

$$+\frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \left[-(h_2 \tau_{11})_s \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + (h_2 \tau_{11})_b \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - (h_1 \tau_{12})_s \frac{\partial z_s}{\partial \eta} + (h_1 \tau_{12})_b \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right] \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = & -\frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} - \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} - \frac{1}{h_1 h_2} \left[\frac{\partial h_2}{\partial \xi} \bar{u} \bar{v} + \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \bar{u}^2 \right] \\ & + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial (h_2 T_{12})}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial (h_1 T_{22})}{\partial \eta} - \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} T_{11} + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} T_{12} \\ & + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \left[-(h_2 \tau_{12})_s \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + (h_2 \tau_{12})_b \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - (h_1 \tau_{22})_s \frac{\partial z_s}{\partial \eta} + (h_1 \tau_{22})_b \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

傳播步驟

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{g}{h_1} \left(\frac{\partial (z_b + d)}{\partial \xi} \right) - \frac{C_f \bar{u} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}}{d} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -\frac{g}{h_2} \left(\frac{\partial (z_b + d)}{\partial \eta} \right) - \frac{C_f \bar{v} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}}{d} \quad (3.7)$$

和

$$h_1 h_2 \frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial (h_2 \bar{u} d)}{\partial \xi} + \frac{\partial (h_1 \bar{v} d)}{\partial \eta} = 0 \quad (3.8)$$

針對 $n+1$ 時刻的水深值 (d^{n+1}) 做線性化處理，且僅保留一階項，(3.8)

式可改寫成

$$h_1 h_2 \frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\alpha_1 \frac{\partial (\Delta d)}{\partial \xi} + \beta_1 \Delta d + \gamma_1 \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\alpha_2 \frac{\partial (\Delta d)}{\partial \eta} + \beta_2 \Delta d + \gamma_2 \right) = 0 \quad (3.9)$$

$$\text{式中， } \alpha_1 = -\frac{h_2 g \Delta t}{C_r h_1} d^n ; \quad \beta_1 = \frac{h_2}{C_r} \bar{u}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{h_2 g \Delta t}{C_r h_1} \left[\frac{\partial z_b^{n+1}}{\partial \xi} + \frac{\partial d^n}{\partial \xi} \right]; \quad \gamma_1 = \beta_1 d^n ;$$

$$\alpha_2 = -\frac{h_1 g \Delta t}{C_r h_2} d^n ; \quad \beta_2 = \frac{h_1}{C_r} \bar{v}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{h_1 g \Delta t}{C_r h_2} \left[\frac{\partial z_b^{n+1}}{\partial \eta} + \frac{\partial d^n}{\partial \eta} \right]; \quad \gamma_2 = \beta_2 d^n ;$$

$$C_\tau = 1 + \Delta t \frac{C_f \sqrt{(\bar{u}^{n+\frac{1}{2}})^2 + (\bar{v}^{n+\frac{1}{2}})^2}}{d^n} ; \quad \Delta d = d^{n+1} - d^n \text{。}$$

3.2 數值差分式

本模式採用控制體積(control volume)法的觀念來離散控制方程式，控制體積法的基本概念如圖3.1所示，其中(a)圖為實際區域，(b)圖為計算區域，E、W、N、S 表相鄰格點，e、w、n、s 表控制面。在水理控制方程式中，除了移流項採用一階精度混合型上風法(hybrid scheme)(Spalding 1972)差分以及MacCormack方法外，所有空間差分均採用二階精度的中央差分法。另外，時間項則採用簡單的前向差分方法。

中央差分法可表示成

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right)_p^{n+1} = \frac{\Psi_e^{n+1} - \Psi_w^{n+1}}{\Delta \xi} \quad (3.10)$$

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right)_p^{n+1} = \frac{\Psi_n^{n+1} - \Psi_s^{n+1}}{\Delta \eta} \quad (3.11)$$

式中，

$$\Psi_e^{n+1} = 0.5 \cdot (\Psi_E^{n+1} + \Psi_p^{n+1}) = 0.5 \cdot (\Psi_{i+1,j}^{n+1} + \Psi_{i,j}^{n+1}) ;$$

$$\Psi_w^{n+1} = 0.5 \cdot (\Psi_p^{n+1} + \Psi_W^{n+1}) = 0.5 \cdot (\Psi_{i,j}^{n+1} + \Psi_{i-1,j}^{n+1}) ;$$

$$\Psi_n^{n+1} = 0.5 \cdot (\Psi_N^{n+1} + \Psi_p^{n+1}) = 0.5 \cdot (\Psi_{i,j+1}^{n+1} + \Psi_{i,j}^{n+1}) ;$$

$$\Psi_s^{n+1} = 0.5 \cdot (\Psi_p^{n+1} + \Psi_S^{n+1}) = 0.5 \cdot (\Psi_{i,j}^{n+1} + \Psi_{i,j-1}^{n+1}) ; \quad \Psi \text{ 可表為 } \bar{u}, \bar{v}, h_1, h_2, d, z_s$$

和 z_b 。

3.2.1 混合型上風法

混合型上風法為上風法(upwind scheme)與中央差分法組合而成，當移流效應重要時，採用上風法；移流效應不重要時，則採用中央差分法。至於移流效應重要性的判斷，則採用格網雷諾數(mesh Reynolds number) R_x 、 R_y 作為判斷的因子，當 $|R_x|$ 或 $|R_y|$ 大於2時，代表移流效應重要，差分方法採用能反映方向性的上風法； $|R_x|$ 或 $|R_y|$ 小於等於2時，移流效應可視為不重要，差分方法採用中央差分法。

混合型上風法應用於本研究移流項的處理可表成

$$\frac{\bar{u}^n}{h_1} \left(\frac{\partial \Phi^{n+1}}{\partial \xi} \right) = 0.5 \frac{\bar{u}_{i,j}^n}{h_{1,i,j}} \left[(1 - \alpha_x) \left(\frac{\Phi_{i+1,j}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta \xi} \right) + (1 + \alpha_x) \left(\frac{\Phi_{i,j}^n - \Phi_{i-1,j}^n}{\Delta \xi} \right) \right] \quad (3.12)$$

$$\frac{\bar{v}^n}{h_2} \left(\frac{\partial \Phi^{n+1}}{\partial \eta} \right) = 0.5 \frac{\bar{v}_{i,j}^n}{h_{2,i,j}} \left[(1 - \alpha_y) \left(\frac{\Phi_{i,j+1}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta \eta} \right) + (1 + \alpha_y) \left(\frac{\Phi_{i,j}^n - \Phi_{i,j-1}^n}{\Delta \eta} \right) \right] \quad (3.13)$$

其中

$$\alpha_x = \begin{cases} 0 & |R_x| \leq 2 \\ 1 & R_x > 2 \\ -1 & R_x < -2 \end{cases} ; \quad \alpha_y = \begin{cases} 0 & |R_y| \leq 2 \\ 1 & R_y > 2 \\ -1 & R_y < -2 \end{cases} \quad (3.14)$$

上列諸式中， $R_x = \frac{\bar{u}_{i,j}^n h_{1,i,j} \Delta \xi}{\mu / \rho}$ ； $R_y = \frac{\bar{v}_{i,j}^n h_{2,i,j} \Delta \eta}{\mu / \rho}$ ； μ = 流體動力黏滯係數

(dynamic viscosity)； Φ 可表成 \bar{u} 或 \bar{v} 。

3.2.2 MacCormack 方法

MacCormack 法為預測-修正的方法，應用在本研究的移流項的處理可以表示為：

$$\left(\frac{\bar{u}_{i,j}^* - \bar{u}_{i,j}^n}{\Delta t}\right) = -\frac{\bar{u}^n}{h_{1,i,j}} \left[\frac{\bar{u}_{i+1}^n - \bar{u}_i^n}{\Delta \xi}\right] - \frac{\bar{v}^n}{h_{2,i,j}} \left[\frac{\bar{u}_{j+1}^n - \bar{u}_j^n}{\Delta \eta}\right] \quad (3.15)$$

$$\bar{u}_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(\bar{u}_{i,j}^n + \bar{u}_{i,j}^*) \quad (3.16)$$

$$\left(\frac{\bar{u}_{i,j}^{n+1} - \bar{u}_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\Delta t}\right) = -\frac{\bar{u}^n}{h_{1,i,j}} \left[\frac{\bar{u}_i^* - \bar{u}_{i-1}^*}{\Delta \xi}\right] - \frac{\bar{v}^n}{h_{2,i,j}} \left[\frac{\bar{u}_j^* - \bar{u}_{j-1}^*}{\Delta \eta}\right] \quad (3.17)$$

$$\left(\frac{\bar{v}_{i,j}^* - \bar{v}_{i,j}^n}{\Delta t}\right) = -\frac{\bar{u}^n}{h_{1,i,j}} \left[\frac{\bar{v}_{i+1}^n - v_i^n}{\Delta \xi}\right] - \frac{\bar{v}^n}{h_{2,i,j}} \left[\frac{\bar{v}_{j+1}^n - \bar{v}_j^n}{\Delta \eta}\right] \quad (3.18)$$

$$\bar{v}_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(\bar{v}_{i,j}^n + \bar{v}_{i,j}^*) \quad (3.19)$$

$$\left(\frac{\bar{v}_{i,j}^{n+1} - \bar{v}_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\Delta t}\right) = -\frac{\bar{u}^n}{h_{1,i,j}} \left[\frac{\bar{v}_i^* - \bar{v}_{i-1}^*}{\Delta \xi}\right] - \frac{\bar{v}^n}{h_{2,i,j}} \left[\frac{\bar{v}_j^* - \bar{v}_{j-1}^*}{\Delta \eta}\right] \quad (3.20)$$

其中 \bar{u}^* 以及 \bar{v}^* 表示為中間時刻的值， Δt 為時間間距，(3.15)式以及(3.18)式為預測步驟，(3.17)式以及(3.20)式為修正步驟。

3.3 一維總變量削減法

本研究考慮一般雙曲型保守型問題，其方程式的形式為：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} = 0 \quad (3.20)$$

E 為通式，在 Burgers 方程式為流速平方之半，在一階波動方程式就是流速與波速乘積。

若以通量來分解(3.20)式

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (h_{i+\frac{1}{2}}^n - h_{i-\frac{1}{2}}^n) \quad (3.21)$$

(3.21)式中 h 為數值通量，參考 Wang 等(2000)所採用的混合型 TVD 法，以上風法和 Lax-Wendroff 法用限制函數(limiter function)組合數值通量，

$$h_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \{ (E_{i+1} + E_i) - [\frac{\Delta t}{\Delta x} a_{i+\frac{1}{2}}^2 \phi + (1-\phi)] \psi_{i+\frac{1}{2}} \Delta_{i+\frac{1}{2}} u \} \quad (3.22)$$

$$h_{i-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \{ (E_i + E_{i-1}) - [\frac{\Delta t}{\Delta x} a_{i-\frac{1}{2}}^2 \phi + (1-\phi)] \psi_{i-\frac{1}{2}} \Delta_{i-\frac{1}{2}} u \} \quad (3.23)$$

其中 a 為特徵速度， $\Delta_{i+\frac{1}{2}} u$ 定義為 $u_{i+1} - u_i$

$$a_{i+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \frac{(E_{i+1} - E_i)}{\Delta_{i+\frac{1}{2}} u} & \text{if } \Delta_{i+\frac{1}{2}} u \neq 0 \\ \frac{\partial E}{\partial u} & \text{if } \Delta_{i+\frac{1}{2}} u = 0 \end{cases}, \quad a_{i-\frac{1}{2}} = \begin{cases} \frac{(E_i - E_{i-1})}{\Delta_{i-\frac{1}{2}} u} & \text{if } \Delta_{i-\frac{1}{2}} u \neq 0 \\ \frac{\partial E}{\partial u} & \text{if } \Delta_{i-\frac{1}{2}} u = 0 \end{cases}$$

ϕ 為限制函數，使用 Roe 的 Superbee 函數(參考 Yee 1986)，如下

$$\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x},$$

$$r = \frac{(|a_{i-\frac{1}{2}}| - \lambda a_{i-\frac{1}{2}}^2)(u_i - u_{i-1})}{(|a_{i+\frac{1}{2}}| - \lambda a_{i+\frac{1}{2}}^2)(u_{i+1} - u_i)} \quad \text{if } a_{i+\frac{1}{2}} > 0, \quad r = \frac{(|a_{i+\frac{3}{2}}| - \lambda a_{i+\frac{3}{2}}^2)(u_{i+2} - u_{i+1})}{(|a_{i+\frac{1}{2}}| - \lambda a_{i+\frac{1}{2}}^2)(u_{i+1} - u_i)} \quad \text{if } a_{i+\frac{1}{2}} < 0$$

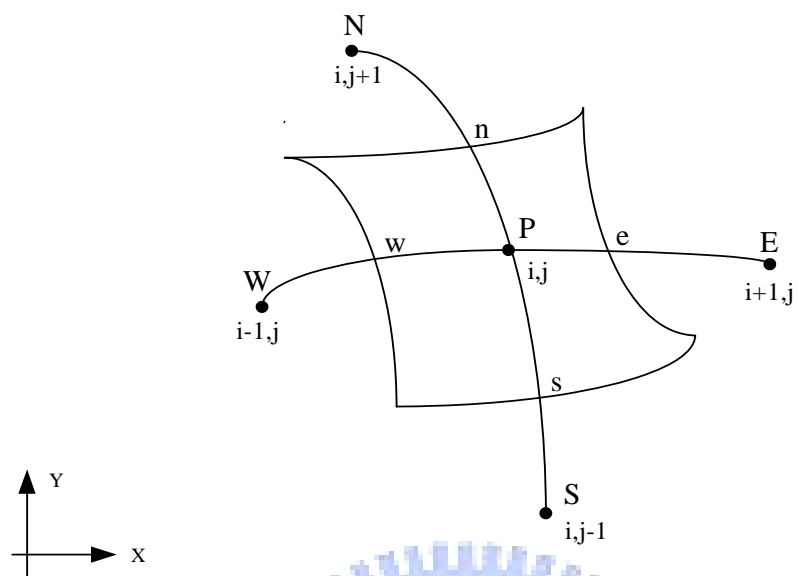
$$\phi = \text{MAX}(0, \min(2r, 1), \min(r, 2))$$

ψ 為消散函數，定義如下

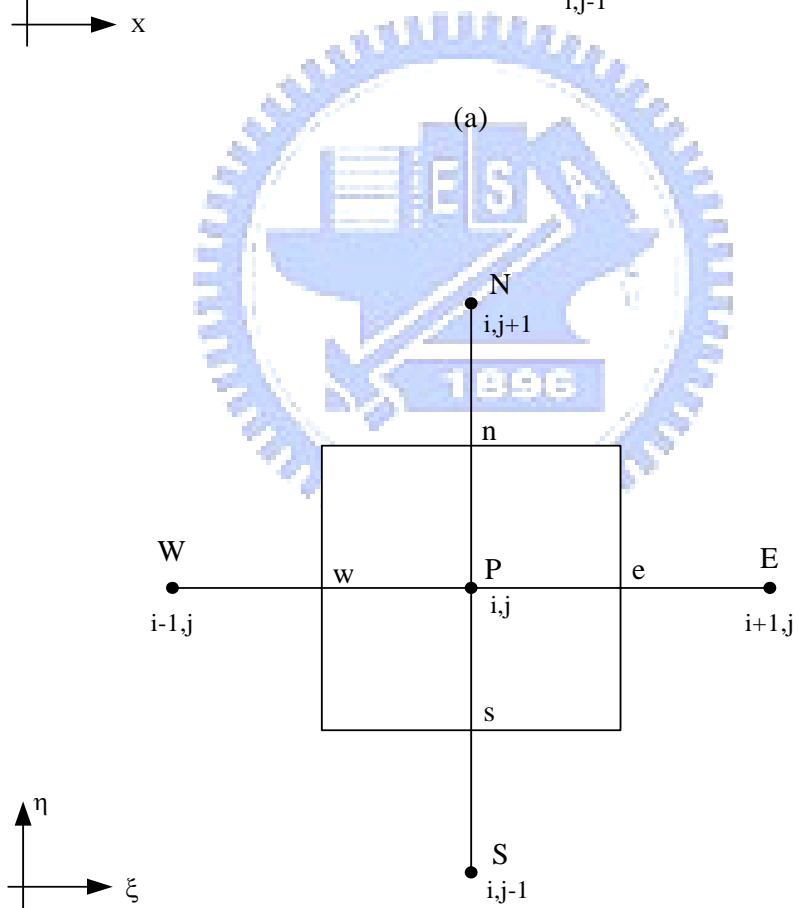
$$\psi_{i+\frac{1}{2}} = \left\{ \begin{array}{l} \left| a_{i+\frac{1}{2}} \dots a_{i+\frac{1}{2}} \right| \geq \varepsilon \\ \frac{a_{i+\frac{1}{2}}^2 + \varepsilon^2}{2\varepsilon} \dots \left| a_{i+\frac{1}{2}} \right| < \varepsilon \end{array} \right\}, \psi_{i-\frac{1}{2}} = \left\{ \begin{array}{l} \left| a_{i-\frac{1}{2}} \dots a_{i-\frac{1}{2}} \right| \geq \varepsilon \\ \frac{a_{i-\frac{1}{2}}^2 + \varepsilon^2}{2\varepsilon} \dots \left| a_{i-\frac{1}{2}} \right| < \varepsilon \end{array} \right\}$$

ε 為極小且大於零的數，約為 0.5~0.05 之間。





(a)



(b)

圖 3.1 控制體積法示意圖 (a)實際區域；(b)計算區域

第四章 數值方法比較分析

經由第二章與第三章在模式理論基礎及數值方法之說明介紹後，本章對應用的數值方法分析比較，包括上風法、MacCormack 法以及總變量削減法(TVD)。

4.1 波傳方程式案例

一維波傳方程式是表現一固定波形以波速 a 向縱方向傳遞，理論上正確的數值模擬不應該有消散，也不應該有相位誤差。以波傳方程式比較數值方法的目的是分析可蘭數(courant number)對消散程度以及相位誤差的影響。

一維波傳方程式為：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (4.1)$$

u 為流速。本設計案例總長為 10000 公尺，總模擬時間為 160 分鐘， $a=0.5$ =波速，可蘭數為 $Cr = a \frac{\Delta t}{\Delta x}$ ，上游邊界條件為高斯分佈如(4.2)式，

$$u = 10 \exp \frac{-(at)^2}{528} \quad (4.2)$$

模擬開始後邊界條件為此高斯分佈另外一半以波速 a 向正 x 方向進入計算區域。

$$u = 10 \exp \frac{-(x)^2}{528} \quad (4.3)$$

初始條件為(4.3)式, $0 \leq x \leq 10000$ ，如圖 4.1；解析解為高斯分佈的

波形不改變，以波速 a 向右行進，如圖 4.2。

接下來以上風法、MacCormack 法以及 TVD 法模擬在不同可蘭數時的相位誤差和消散程度，相位誤差是指某一時刻模擬速度波峰位置和解析解速度波峰位置的差距，再除以解析解速度波峰位置；消散程度是某一時刻模擬速度波峰模擬結果速度和解析解速度波峰值的差距，再除以解析解速度波峰值。三個方法的波峰位置和速度的比較詳列在表 4.1 和表 4.2，相位誤差和消散程度列表在表 4.3 和表 4.4，三個方法在可蘭數為 1 時都沒有相位誤差和消散。上風法如圖 4.3a~c，可以觀察到上風法隨可蘭數越小則波形越消散；MacCormack 模擬結果如圖 4.4a~c，可以發現有減少消散的程度，但是增加相位誤差；第三項是以 TVD 法模擬，如圖 4.5a~c，相位誤差和消散程度較 MacCormack 方法精度低；以表 4.3 和表 4.4 的第 9600 秒可以觀察到當可蘭數不等於 1 時，三個方法均存在明顯的誤差，上風法的相位誤差比 MacCormack 好，而 TVD 法更次之，但是消散程度卻是三個方法中誤差最大的，以 MacCormack 方法來說，其受到可蘭數的影響是三者中比較小的。

4.2 Burgers 方程式案例

本節案例所用的 Burgers 方程式是無黏性的非線性方程式，保守形式為

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(\frac{u^2}{2})}{\partial x} = 0 \quad (4.4)$$

以非保守形式表示為

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (4.5)$$

本設計案例如圖 4.6，初始條件為：
$$\begin{cases} 0 \leq x < 2 & u=1 \text{ m/s} \\ 2 \leq x \leq 4 & u=0 \text{ m/s} \end{cases}$$
，上游

邊界條件為 $u=1 \text{ m/s}$ ，下游邊界條件為 0 m/s ，總模擬時間為 2 秒，渠道總長為 4 公尺。本案例以上風法、MacCormack 法以及 TVD 法來模擬，(4.4)式中的 $u^2/2$ 為(3.20)式中的 E ，特徵速度就是 u 。

為測試時間間距對 Burgers 方程式不連續速度分佈移動的影響，以上列設計案例改變時間間距，網格間距固定為 0.1m ，時間間距 0.5 秒以及 0.1 秒適用在上風法、MacCormack 法以及 TVD 法，另外 0.2 秒可以適用在上風法和 TVD 法，本案例以相位誤差探討不連續面移動的精度，相位誤差為參考 Hoffmann(1993)模擬結果來和本研究模擬結果做比較；模擬結果如表 4.5，本研究 MacCormack 方法在 $\Delta t=0.2\text{s}$ 時結果會發散，因此以*表示，而 Hoffmann(1993)所做的模擬因為沒有 $\Delta t=0.2\text{s}$ 的結果，所以也是以*表示；圖 4.7a~c 列出了上風法在 $\Delta t=0.2\text{s}$ 、 $\Delta t=0.1\text{s}$ 和 $\Delta t=0.05\text{s}$ 的不連續面模擬結果，可以發現不連續面在三種時間間距的情況都沒有相位誤差，圖 4.8a~b 列出 MacCormack 方法在 $\Delta t=0.1$ 和 $\Delta t=0.05$ 的模擬結果， $\Delta t=0.1\text{s}$ 的情況沒有相位誤差，但是在 $\Delta t=0.05$ 的情況會有震盪，圖 4.9a~c 列出 TVD 方法在 $\Delta t=0.2\text{s}$ 、 $\Delta t=0.1\text{s}$ 和 $\Delta t=0.05\text{s}$ 的不連續面模擬結果，其中 $\Delta t=0.1\text{s}$ 到 $\Delta t=0.05\text{s}$ 會有相位誤差。

以上結果經由整理，列表各個不連續面位置於表 4.5，表 4.6 則詳列以 Hoffmann(1993)為標準和本研究三種方法的相位誤差，MacCormack 法不連續面傳播的準確率在比較的方法裡面是較好且不受時間間距的影響。本研究的目標為湧浪的到達時間方面的預測，且基於非守恆的控制方程式的實作方便，本研究並沒有把 TVD 方法應用在二維模式中。

4.3 一維潰壩案例

本案例旨在比較 MacCormack 方法和上風法在正湧波、負湧波以及波前速度模擬的精確度。

圖 4.10 是本案例的初始狀態示意圖，壩址位於渠道中間，距離上下游各 500m， $t=0$ 時水壩閘門為關閉狀態，閘門上游(左側)為水深 10m 的靜止水體，下游(右側)為水深 2m 的靜止水體，當 $t>0$ 時瞬時移開閘門，渠道假設無摩擦效應。案例中採用 201×36 均勻計算網格，數值參數為 $\Delta x=5\text{m}$ ， $\Delta y=1\text{m}$ ， $\Delta t=0.3\text{s}$ ，總模擬時間為 30 秒。模擬時間內上下游邊界都沒有受到影響，因此上游入流量為零及下游水位保持 2m。

圖 4.11、圖 4.12 分別是第 15 秒和第 30 秒時渠道中心線和解析解之比較圖，比較正湧浪和負湧浪可以發現，上風法以及 MacCormack 法在負湧浪的表現極為近似，呈現數值消散的誤差，而正湧浪的模擬結果發現 MacCormack 的精度比上風法接近解析解，詳細列表於表 4.7。

綜合前述之分析，本研究採用 MacCormack 方法為移流項的數值方法，進行後續彎道湧波之模擬分析。

表 4.1 數值方法於不同可蘭數的速度波峰位置(波傳方程式) 單位：公尺

可蘭數	差分式	時刻			
		2400 秒	4800 秒	7200 秒	9600 秒
1	上風法	1200	2400	3600	4800
	MacCormack 方法	1200	2400	3600	4800
	TVD 法	1200	2400	3600	4800
0.5	上風法	1200	2400	3600	4800
	MacCormack 方法	1000	2200	3400	4600
	TVD 法	1000	2200	3200	4200
0.375	上風法	1200	2400	3600	4800
	MacCormack 方法	1200	2200	3400	4600
	TVD 法	1000	2000	3000	4000
解析解		1200	2400	3600	4800

表 4.2 數值方法於不同可蘭數的速度波峰值 (波傳方程式)

單位：公尺每秒

可蘭數	差分式	時刻			
		2400 秒	4800 秒	7200 秒	9600 秒
1	上風法	10	10	10	10
	MacCormack 方法	10	10	10	10
	TVD 法	10	10	10	10
0.5	上風法	7.549	5.9	4.99	4.4
	MacCormack 方法	9.88	9.59	9.1	8.62
	TVD 法	8.24	7.32	6.72	6.32
0.375	上風法	6.99	5.34	4.48	3.94
	MacCormack 方法	9.82	9.45	8.91	8.4
	TVD 法	8.22	7.36	6.85	6.56
解析解		10	10	10	10

表 4.3 數值方法於不同可蘭數的相位誤差(波傳方程式)

可蘭數	差分式	時刻			
		2400 秒	4800 秒	7200 秒	9600 秒
1	上風法	0%	0%	0%	0%
	MacCormack 方法	0%	0%	0%	0%
	TVD 法	0%	0%	0%	0%
0.5	上風法	0%	0%	0%	0%
	MacCormack 方法	16.67%	8.33%	5.56%	4.17%
	TVD 法	16.67%	8.33%	11.11%	12.5%
0.375	上風法	0%	0%	0%	0%
	MacCormack 方法	0%	8.33%	5.56%	4.17%
	TVD 法	16.67%	16.67%	16.67%	16.67%

表 4.4 數值方法於不同可蘭數的消散程度(波傳方程式)

可蘭數	差分式	時刻			
		2400 秒	4800 秒	7200 秒	9600 秒
1	上風法	0%	0%	0%	0%
	MacCormack 方法	0%	0%	0%	0%
	TVD 法	0%	0%	0%	0%
0.5	上風法	24.57%	41.02%	50.08%	55.95%
	MacCormack 方法	1.18%	4.08%	9.04%	13.78%
	TVD 法	17.63%	26.8%	32.85%	36.77%
0.375	上風法	30.11%	46.58%	55.17%	60.62%
	MacCormack 方法	1.75%	5.46%	10.93%	16.03%
	TVD 法	17.82%	26.38%	31.45%	34.39%

表 4.5 不同時間間距的不連續面位置(Burgers 方程式於第 1.8 秒)

方法	Δt (秒)		
	0.2	0.1	0.05
Hoffmann(1993)	*	2.8	2.8
上風法	2.8	2.8	2.8
MacCormack 法	*	2.8	2.7
TVD 法	2.8	2.5	2.3

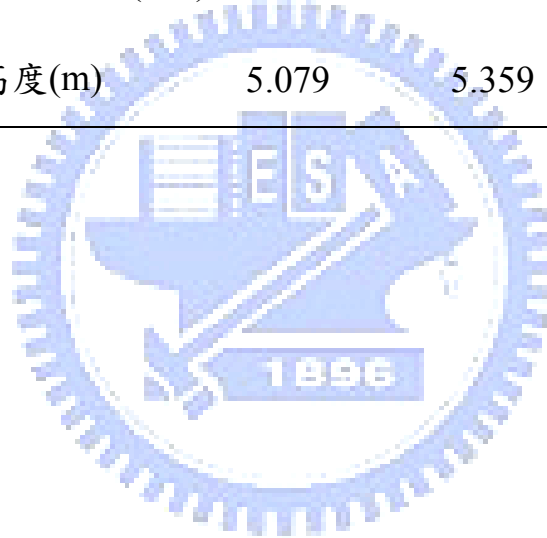
單位:公尺

表 4.6 不同時間間距的相位誤差(Burgers 方程式於第 1.8 秒)

方法	Δt	0.2	0.1	0.05
	上風法		*	0%
MacCormack 法		*	0%	3.571%
TVD 法		*	10.71%	17.86%

表 4.7 一維潰壩案例結果比較表(第 30 秒)

比較項目	解析解	MacCormack 法	上風法
正湧波波前前進速度(m/s)	5.692	5.51	5.418
波前高度(m)	5.079	5.359	5.467



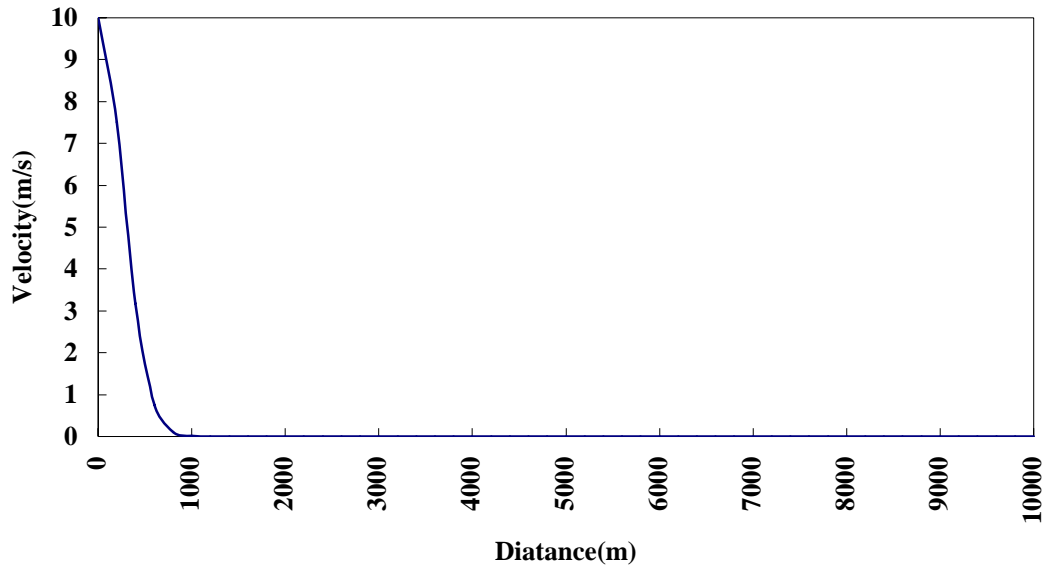


圖 4.1 初始速度高斯分佈(波傳方程式)

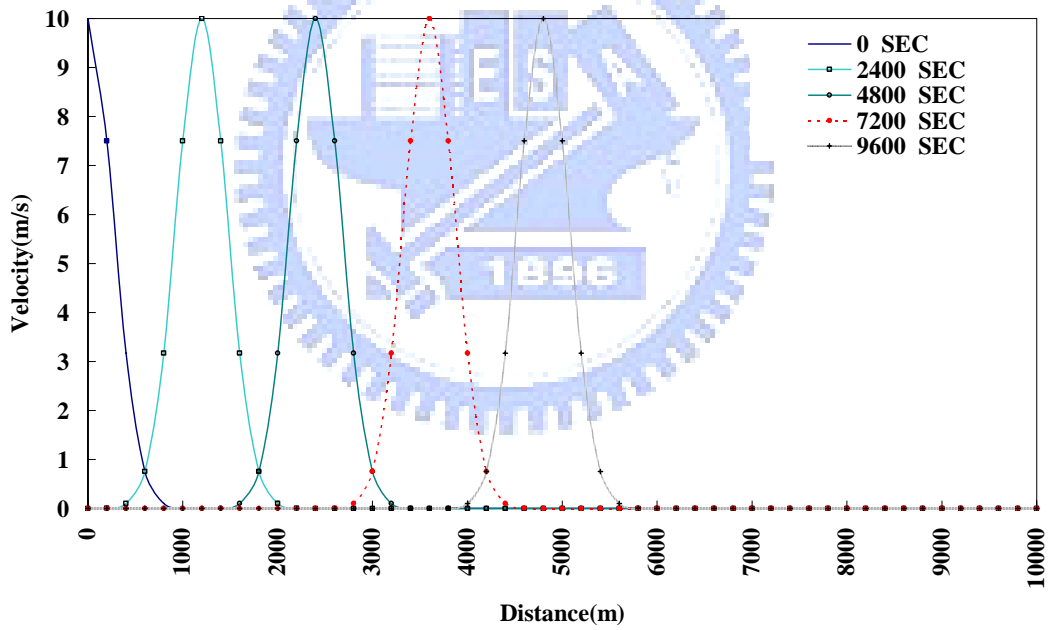


圖 4.2 解析解(波傳方程式)

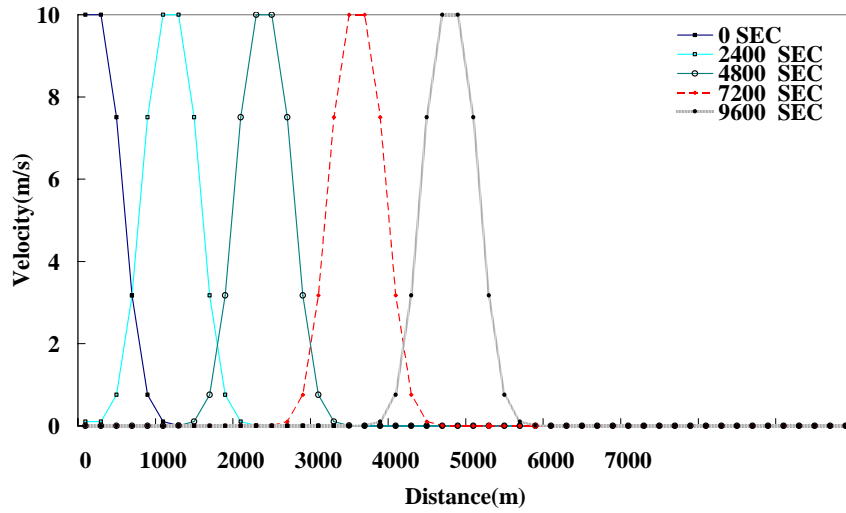


圖 4.3a 上風法可蘭數=1 分佈圖(波傳方程式)

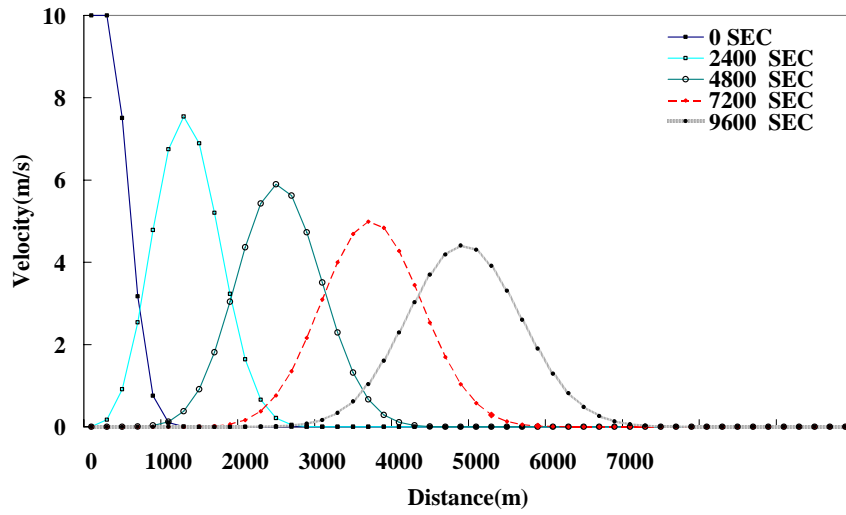


圖 4.3b 上風法可蘭數=0.5 分佈圖(波傳方程式)

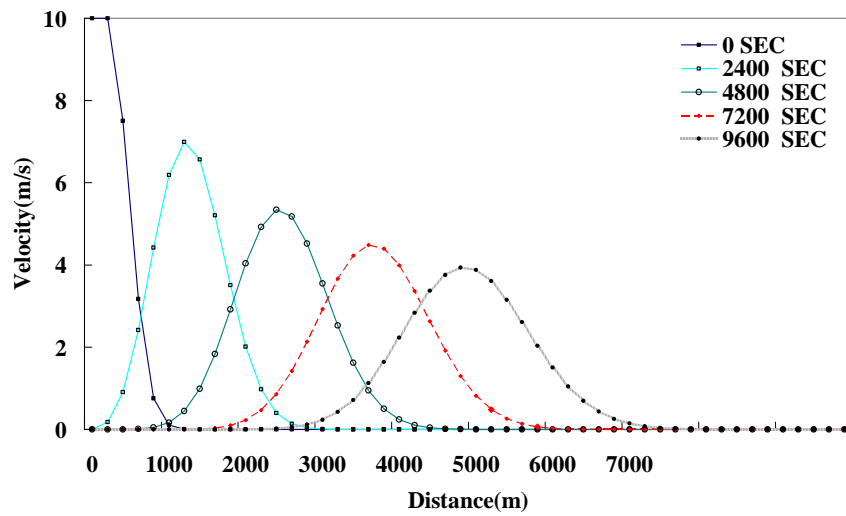


圖 4.3c 上風法可蘭數=0.375 分佈圖(波傳方程式)

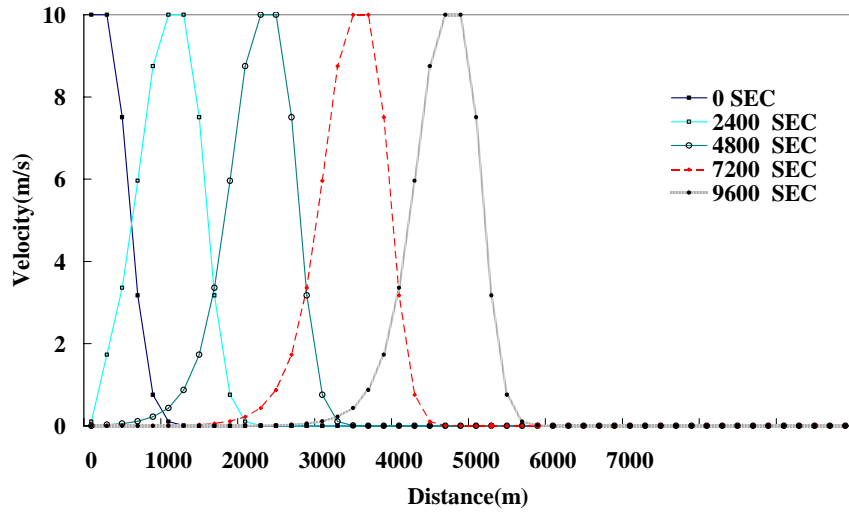


圖 4.4a MacCormack 法可蘭數=1.0 分佈圖(波傳方程式)

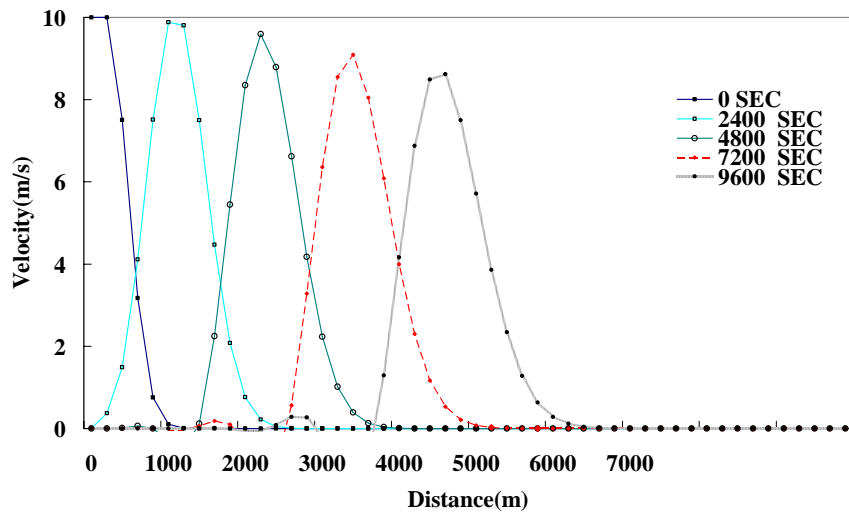


圖 4.4b MacCormack 法可蘭數=0.5 分佈圖(波傳方程式)

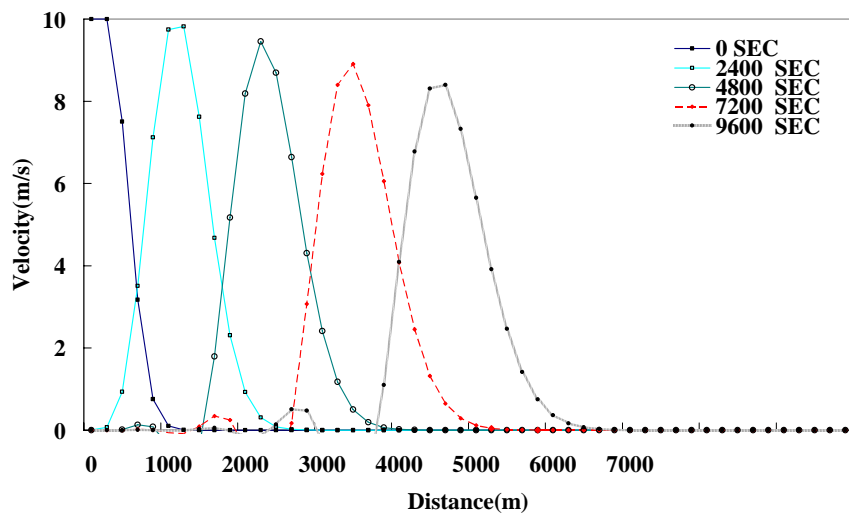


圖 4.4c MacCormack 法可蘭數=0.375 分佈圖(波傳方程式)

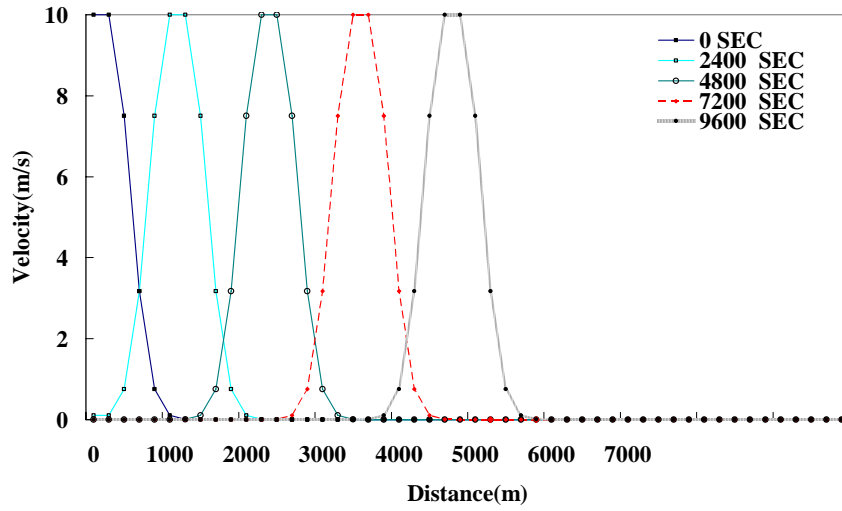


圖 4.5a TVD 法可蘭數=1.0 分佈圖(波傳方程式)

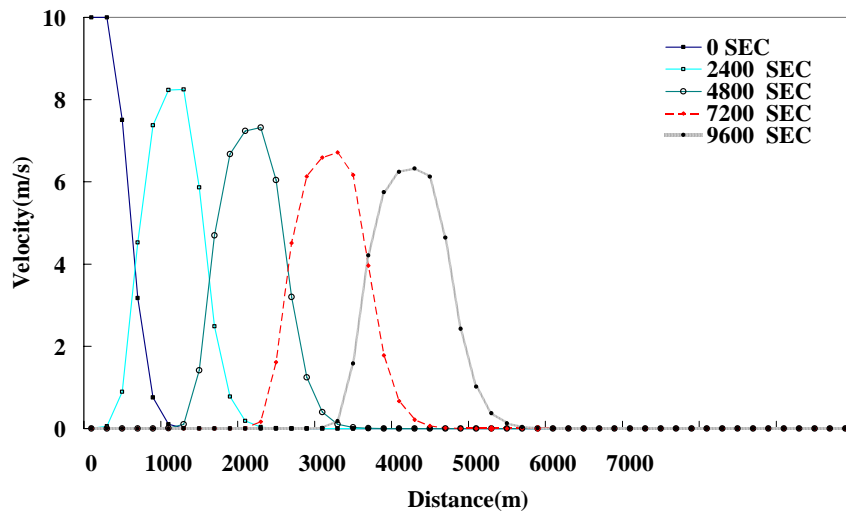


圖 4.5b TVD 法可蘭數=0.5 分佈圖(波傳方程式)

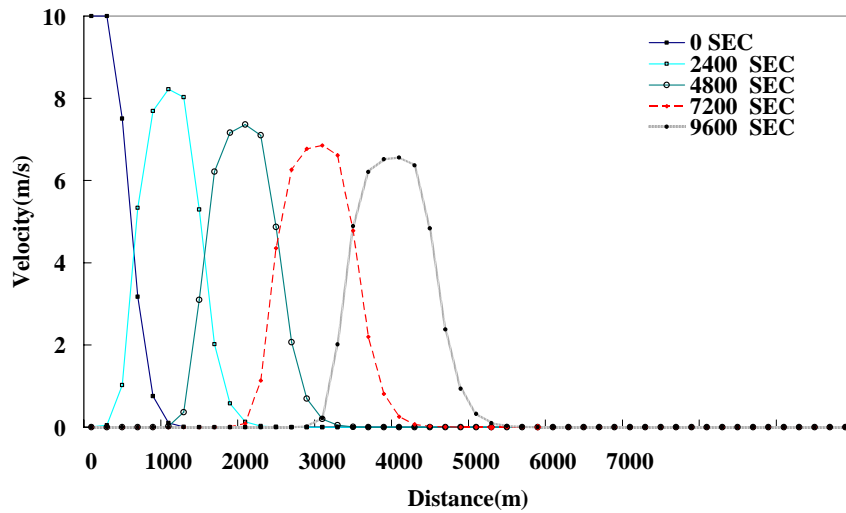


圖 4.5c TVD 法可蘭數=0.375 分佈圖(波傳方程式)

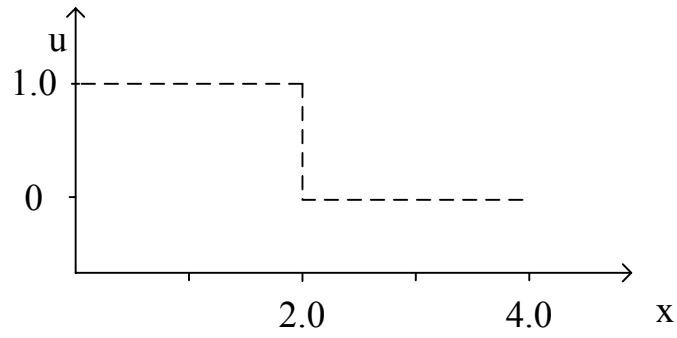


圖 4.6 初始速度的不連續面分佈(Burgers 方程式案例)

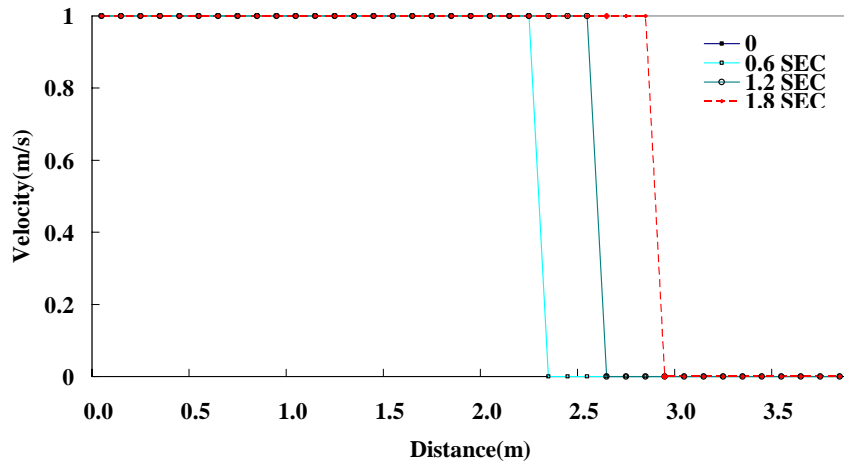


圖 4.7a 上風法 $\Delta t=0.2$ s 速度不連續面分佈(Burgers 方程式)

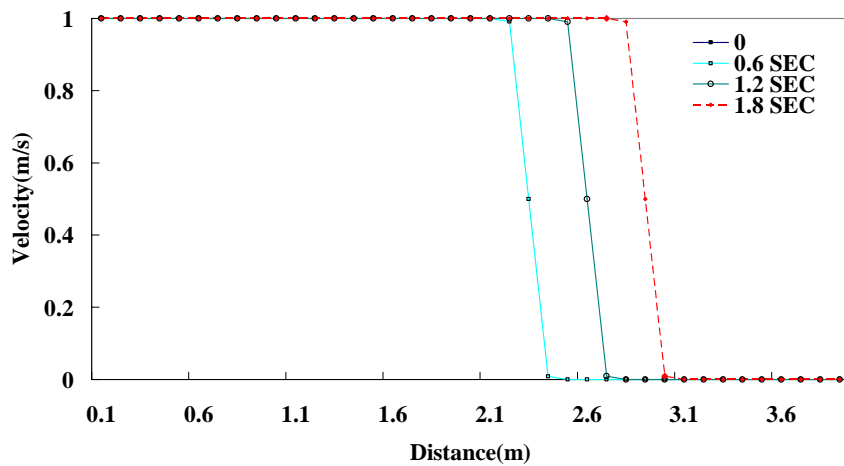


圖 4.7b 上風法 $\Delta t=0.1$ s 速度不連續面分佈(Burgers 方程式)

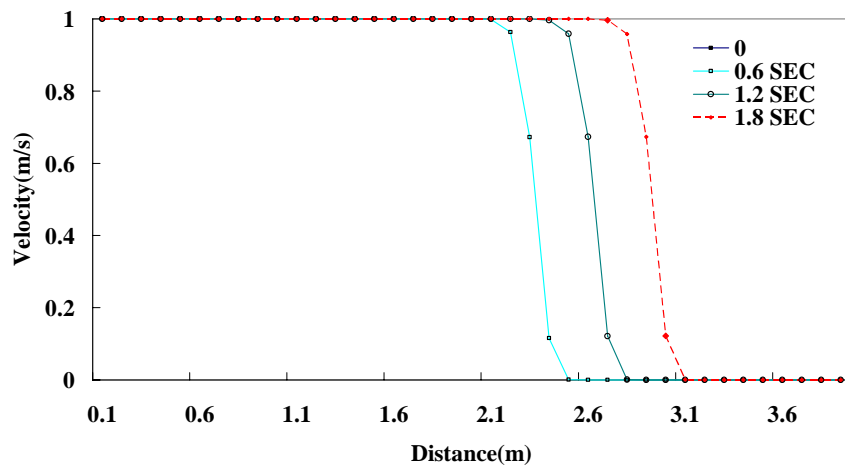


圖 4.7c 上風法 $\Delta t=0.05s$ 速度不連續面分佈(Burgers 方程式)



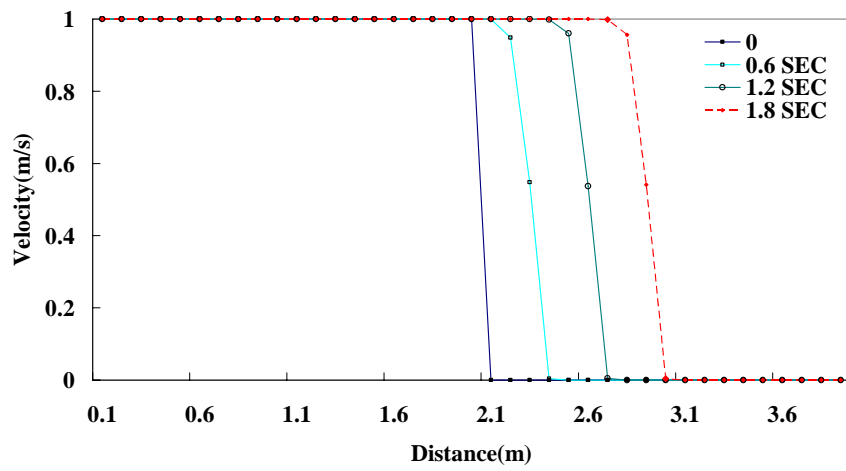


圖 4.8a MacCormack 法 $\Delta t=0.1s$ 速度不連續面分佈(Burgers 方程式)

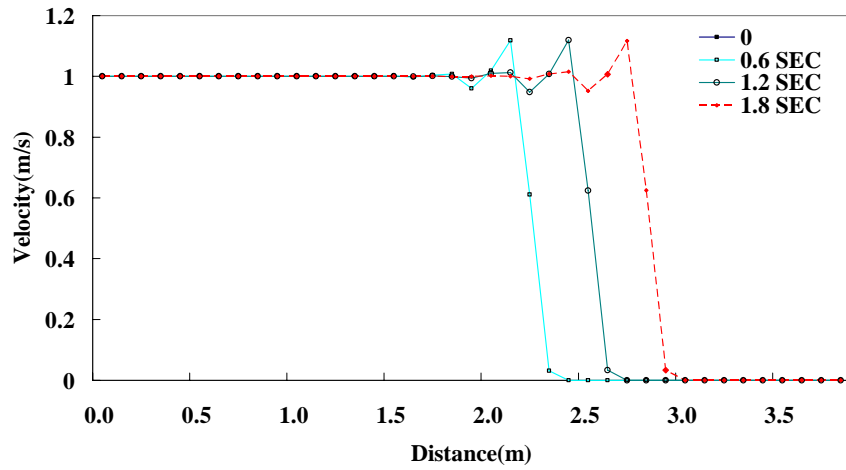


圖 4.8b MacCormack 法 $\Delta t=0.05s$ 速度不連續面分佈(Burgers 方程式)

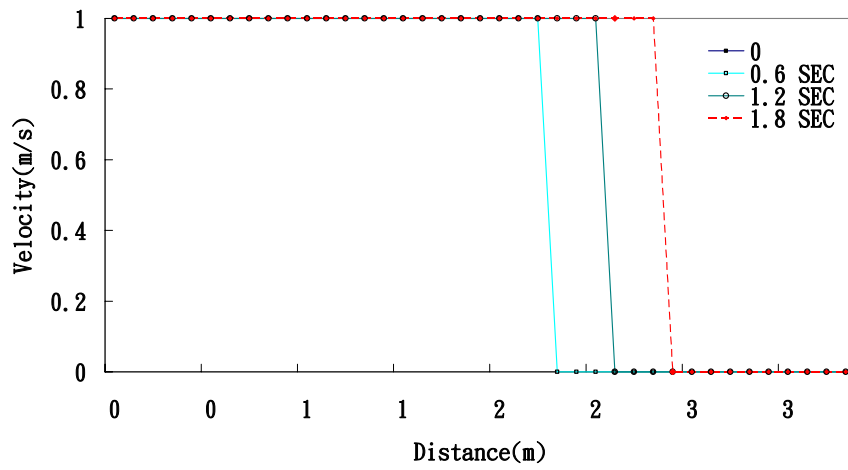


圖 4.9a TVD 法 $\Delta t=0.2s$ 速度不連續面分佈(Burgers 方程式)

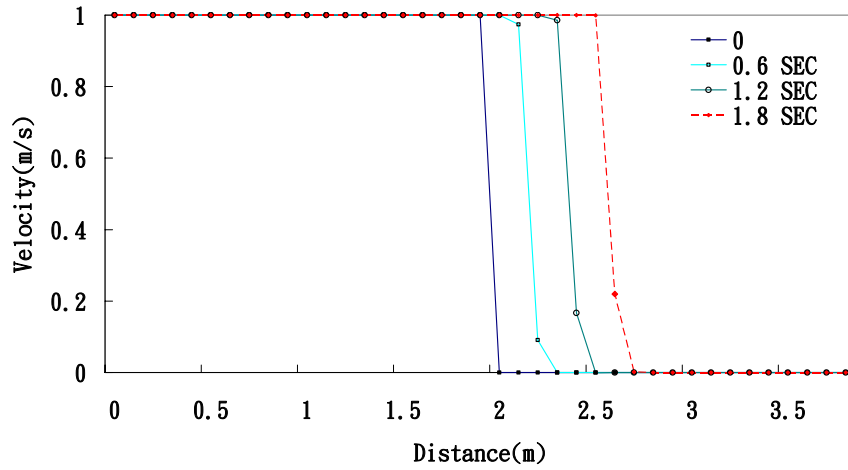


圖 4.9b TVD 法 $\Delta t=0.1s$ 速度不連續面分佈(Burgers 方程式)

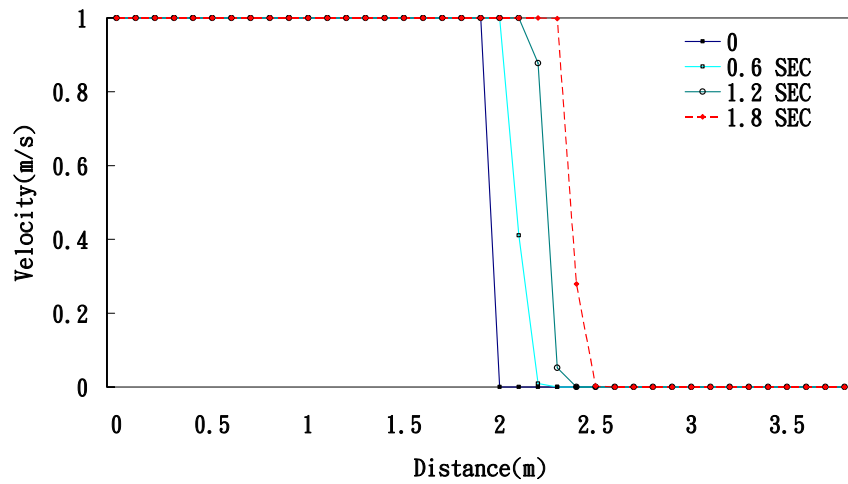


圖 4.9c TVD 法 $\Delta t=0.05s$ 速度不連續面分佈(Burgers 方程式)

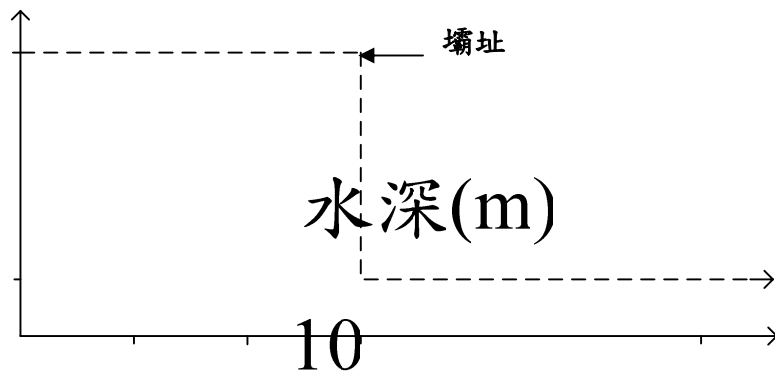


圖 4.10 一維潰壩案例初始水深狀態

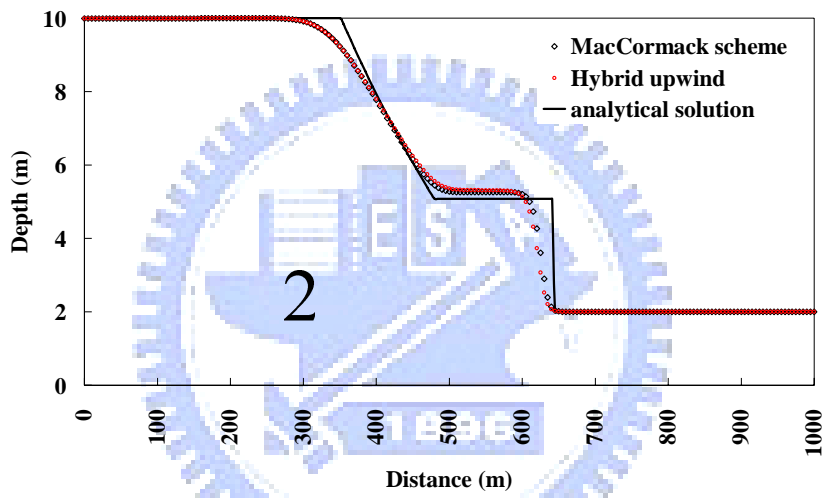


圖 4.11 一維潰壩案例第 15 秒水深狀態

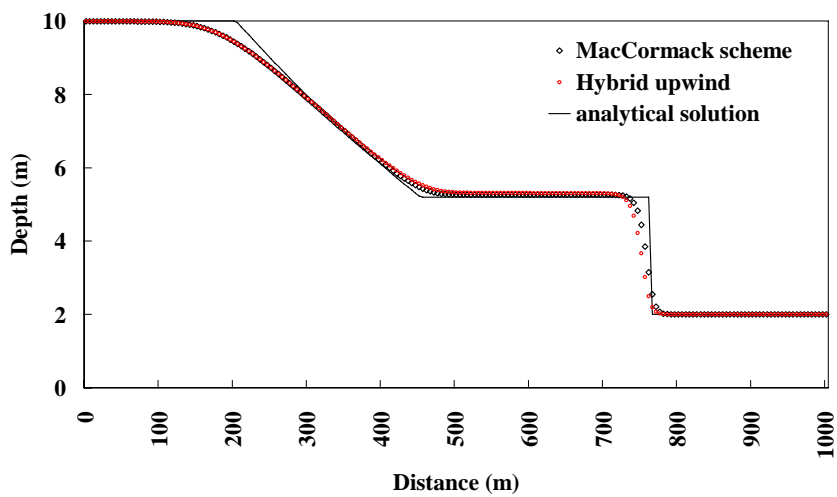


圖 4.12 一維潰壩案例第 30 秒水深狀態

500

第五章 彎道湧波模擬及二次流效應分析

5.1 彎道湧波模擬

本研究採 Bell 等(1992)彎道湧浪實驗數據(Test 21n 以及 Test 21)來驗證本研究在彎道湧浪模擬的正確性。水平矩形實驗水槽如圖 5.1 所示，渠道寬 0.305m，總長 12.26m，測站 1(station 1)到測站 2 之前是直線段，長 4.323m，測站 2 到測站 6 為 180 度的彎道，內徑 0.914m，外徑 1.219m，測站 6 之後到尾端都為直線道，長 3.738m，測站 8 距離末端 1.448m，測站 4 位於彎道中點 90 度之處。而造成湧波的潰壩裝置位於測站 1，以一個可以瞬間拉起的鐵板蓄水。

一般認為曲率半徑(R)對渠寬(B)比小於 3($R/B < 3$)的彎道屬於急彎，Lien 等(1999)建議以滑移邊界作為急彎案例的模擬條件，結果比非滑移邊界較符合實驗數據。雖然本案例並不符合此急彎的範疇，但是 Molls and Chaudhry(1992)認為該案例仍然有很強的二次流特性，應以滑移邊界設定側邊界條件。本研究參考以上研究，以滑移邊界作為探討二次流影響的假設條件。

模擬參數的設定，本研究使用 249x26 的網格計算，時間間距 0.005s，依照 Bell 等(1992)的實驗參數，上游流量邊界條件如圖 5.2 所示以測站 1 之水深作為率定，渠道初始水深為 0.0762m，下游水深邊界為 0.0762m，曼寧 $n=0.04$ ，下游直線道多延伸了 4m 使模擬時間內下游邊界不影響計算果結果，因此下游邊界可以初始水深作為水深邊界為 0.0762m。曼寧 $n=0.04$ 為案例 Test21n，第二個案例 Test21 的參數唯一不同是曼寧 $n=0.0165$ 。

參考謝(2003)之研究，二次流強度因子(SI)計算式可表示為：

$$SI = \frac{H}{r_c \sqrt{C_f}} \quad (5.1)$$

$C_f = g / c^2$ ，圖 5.3(謝，2003)為不同 θ_b 之 $MaxU^*$ 與 SI 關係圖， $\theta_b (= L/2\pi r_c)$ 為彎道長度因子。 $MaxU^*$ 為 ξ 方向速度之最大相對差異 $= Max(|\Delta \bar{u}| / \bar{u}^b)$ ，其中 $\Delta \bar{u}$ = 縱向的水深平均速度差， \bar{u}^b = 彎道中縱向的水深平均速度差，由圖 5.3 可以發現在固定 θ_b 的情況，SI 值越大， $MaxU^*$ 也就越大。在 Bell 等(1992)的兩個實驗案例中，Test 21n 為 SI=0.89 以及 Test 21 為 SI=2.13。

為了比較整體模擬結果和實驗值的差距，本研究使用相關係數 ρ_c 、均方根差 RMS 以及信賴指標 k_g / k_s 來作為比較的工具，其中：

$$\rho_c = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad (5.2)$$

$$RMS = \sqrt{\left[\frac{\sum (x_i - y_i)^2}{N} \right]} \quad (5.3)$$

$$\text{幾何信賴指標} = k_g = \frac{1 + \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{1 - \frac{y_i}{x_i}}{1 - \frac{y_i}{x_i}} \right]^2}}{1 - \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{1 - \frac{y_i}{x_i}}{1 - \frac{y_i}{x_i}} \right]^2}} \quad (5.4)$$

$$\text{統計信賴指標} = k_s = \exp\left(\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\log\left(\frac{y_i}{x_i}\right) \right]^2}\right) \quad (5.5)$$

其中， x_i 為某一時刻的實驗值， y_i 為同一時刻的模擬值，上標 $\bar{\quad}$ 表示平均數， N 表示比較值的數量，幾何信賴指標與統計信賴指標的

比值(k_g / k_s)接近 1 則表示模擬結果越接近實驗值；RMS 越小表示模擬結果的整體誤差越小； ρ_c 越大表示模擬結果越接近實驗值。

圖 5.4(a)(b)~圖 5.7(a)(b)分別為測站 2 到測站 8 的數值模擬結果和實驗數據的比較圖，(a)表示案例 Test 21n，(b)表示案例 Test 21。

測站 2 和實驗數據比較，模擬結果有分內外側不同的數據，由於測站 2 是彎道入口，在湧波完全進入後會受到外側水深超高的影響，因此會有外側超高的現象是符合預期的結果；測站 4 和測站 6 的模擬值有相同的結論：在大 SI 值的案例，其水位超高會比小 SI 值案例大的現象，而模擬結果也反映出同樣的趨勢，水深的模擬大致符合實驗數據，而到達時間和實驗值比較也符合實驗的結果；測站 8 是直線道接近終點的測站，模擬結果顯示內外側水深已經相差不明顯。

表 5.1 為兩個案例模擬結果與實驗值用相關係數作比較，測站 2 兩個案例模擬結果顯示相關係數很高，都相當接近實驗值；測站 4 以及測站 6 相關係數高，同時小 SI 值的相關係數比大 SI 值要高，顯示在彎道中點和彎道出口，小 SI 值比較接近實驗值；直線道終點的測站 8 也是有小 SI 值的相關係數較高的情形。

表 5.2 為模擬結果均的方根差比較，可以發現小 SI 值的案例在彎道中間、彎道出口以及直線道終點的模擬結果比大 SI 值的誤差要小。

表 5.3 說明信賴指標的比值方面，小 SI 值的案例在彎道中間、彎道出口和直線道終點都很接近 1，也比大 SI 值案例更接近 1。

以模擬結果和三種統計方法比較來看，本研究兩個案例的模擬結果與實驗結果都相當吻合，驗證本模式彎道湧浪模擬之正確性。

5.2 二次流影響比較分析

根據謝(2003)對彎道水理二次流所作的分析中，水深平均二維模式可分為兩種型態，一種為傳統模式(Conventional Model; CN 模式)，一種為彎道模式(Bend-Flow Model; BF 模式)，這兩種模式最主要之差異在於動量方程式中對延散剪應力的處理。CN 模式忽略彎道二次流之效應，即假設垂直方向之流速為均勻分佈，因此忽略延散剪應力項；BF 模式則為引進深度方向二次流流速剖面來處理延散剪應力項，以適切反映彎道二次流效應之影響。本研究的 SI 值計算公式為(5.1)式，透過謝(2003)之分析，得知當二次流強度因子(SI)小於 0.02 時，二次流效應對流場之影響可忽略不計，本研究的 SI 值為 0.89(案例 Test 21n) 以及 2.13(案例 Test 21)，因此都必須考量二次流效應。

為比較實驗值與模擬結果的誤差量，本研究對誤差的定義：

$$\text{誤差} = \frac{\text{實驗值} - \text{模擬值}}{\text{實驗值}} \times 100\% \quad (5.2)$$

本研究為比較波前的水深，定義一「參考時間」：參考圖 5.8 某一測站的外側水深實驗數據有跳起現象(也就是實驗值的明顯波前)的時間，先找到參考時間後，再分別找到所對應到的水深，其中有內外側實驗水深以及數值內外側的水深，由此才可比較同一時刻內數值和實驗的水深誤差。

圖 5.9(a)(b)~5.12(a)(b)為案例 Test 21n(SI=0.89)考慮與不考慮二次流影響下湧波在彎道傳遞的模擬結果和實驗數據比較圖；圖 5.9(a)(b)為測站 2 的比較圖，整體差距不大，但由外側可以明顯的發現考慮二次流影響下較為接近實驗值；圖 5.10 中，觀察測站 4 波前到達時可發現考慮二次流影響下比較接近實測值；圖 5.11(a)(b)，測站 6 的模擬結果更可以明顯的發現有考慮二次流影響下，水深在各個時間都比

較接近實驗值；觀察圖 5.12(a)(b)也可以發現測站 8 的水深模擬結果在二次流影響下比較接近實測值。以下列出表 5.4 做波前水深模擬數據做細部的比較。

表 5.4 是案例 Test 21n 考慮與不考慮二次流影響下模擬深度和實驗深度比較的結果。參考時間在測站 2~測站 8 分別是 2.81 秒、3.79 秒、4.78 秒以及 6.46 秒。

表 5.4 中剛進彎道的測站 2，考慮二次流並未減少誤差，這是由於實驗值在彎道入口處沒有外側水位超高的紀錄，因此只能以相同的實驗值和內外側的模擬值作誤差比較。彎道中點測站 4 的水深在考慮二次流影響下比較接近實驗數據。測站 6 彎道考慮二次流影響下，其誤差都比較小，很明顯的沒有考慮二次流的效應的話會有比較大的誤差，同樣直線道出口也是同樣的情況。

表 5.5 為相關係數的比較，考慮與不考慮二次流影響都很接近 1，比較考慮與沒有考慮二次流影響的相關係數，可以發現有考慮二次流效應的模擬結果其相關性都比沒有考慮二次流效應的精確度要高一些。

表 5.6 為均方根差的比較；可以發現除了測站 2 以外，彎道的測站 4、測站 6 以及出口的測站 8，都因為考慮二次流而使得平均誤差比不考慮二次流小。

表 5.7 為信賴指標比值比較，由彎道中間、彎道出口的信賴指標可以發現，在考慮二次流的情況下，模擬結果會比較接近實驗值。

本案例(SI=0.89)的模擬結果顯示，在模擬波前深度時，二次流的影響在彎道中不可忽略，由三種統計方法的整體比較可以發現，彎道

中點和彎道出口在考慮二次流影響下，其模擬結果比不考慮二次流更接近實驗值。

圖 5.13(a)(b)~5.16(a)(b)為案例 Test 21(SI=2.13)考慮與不考慮二次流影響下，湧波在彎道傳遞的模擬結果和實驗數據比較圖；圖 5.13 為測站 2 的比較圖，由圖中波前到達時刻可發現不考慮二次流影響下彎道入口較為接近實驗值；圖 5.14 中，測站 4 不考慮二次流影響下波前會比較慢；而測站 6 波前延遲的現象更明顯，可以由圖 5.15 看出來；測站 8 則是大致符合實驗的結果；以下列出表 5.8 做波前水深數據做細部的比較。

表 5.8 是案例 Test 21 考慮與不考慮二次流影響下模擬深度和實驗深度比較的結果。參考時間在測站 2 到測站 8 分別是 2.64 秒、3.57 秒、4.46 秒以及 6.07 秒。

表 5.8 中剛進彎道的測站 2，和 Test21n 相同，考慮二次流並不一定減少誤差。彎道中點的測站 4 的水深在考慮二次流影響下比較接近實驗數據，由內側的數據明顯的看出來。測站 6 彎道考慮二次流影響下，其誤差都比較小，很明顯的沒有考慮二次流的效應的話會有比較大的誤差。直線道出口測站 8 發現實驗值和渠道內側模擬值差距很大的情況，這是由於渠道末端模擬結果沒有水位超高的現象，只能以相同的模擬值和 內外側的實驗值作誤差比較。

表 5.9 為相關係數比較，比較有考慮二次流影響與沒有考慮二次流影響的相關係數，可以發現有考慮二次流效應會比較接近實驗值。

表 5.10 為均方根差的比較；可以發現除了測站 2 以外，彎道中的測站 4、測站 6 以及出口的測站 8，都因為開啟二次流而使得的平均誤差比關閉二次流小。

表 5.11 為信賴指標比值比較，由彎道中間、彎道出口的信賴指標可以發現，在考慮二次流的情況下，模擬結果會比較接近實驗值。

SI=2.13 的案例模擬結果顯示，在模擬波前深度時，二次流的影響在彎道中不可忽略，由三種統計方法的整體比較可以發現，彎道中點和彎道出口在考慮二次流影響下，其模擬結果比不考慮二次流較接近實驗值。

兩個案例比較，在大 SI 值的案例(Test 21)，考慮二次流不一定在所有的比較指標中表現很好的精度，例如信賴指標方面就只有測站 6 表現比較好，而在小 SI 值的案例明顯看得出二次流影響在彎道的貢獻。



表 5.1 模擬結果與實驗值相關係數比較

	SI=2.13		SI=0.89	
	彎道內側	彎道外側	彎道內側	彎道外側
測站 2	0.956	0.924	0.91	0.936
測站 4	0.935	0.961	0.967	0.988
測站 6	0.93	0.928	0.961	0.91
測站 8	0.94	0.825	0.97	0.964

表 5.2 模擬結果與實驗值均方根差比較

	SI=2.13		SI=0.89	
	彎道內側	彎道外側	彎道內側	彎道外側
測站 2	0.015	0.012	0.019	0.011
測站 4	0.016	0.016	0.01	0.009
測站 6	0.014	0.021	0.006	0.009
測站 8	0.035	0.027	0.011	0.011

表 5.3 模擬結果與實驗值信賴指標比較

	SI=2.13		SI=0.89	
	彎道內側	彎道外側	彎道內側	彎道外側
測站 2	1.062	1.054	1.069	1.046
測站 4	1.081	1.059	1.042	1.032
測站 6	1.052	1.08	1.028	1.038
測站 8	1.147	1.091	1.053	1.05

表 5.4 二次流影響比較湧波深度(Test 21n) 單位：公尺

測站	內外側	數值與誤差	實驗值	數值模擬	
				考慮二次流	不考慮二次流
第 2 站 2.81 秒	彎道內側	湧波深度	0.173	0.157	0.155
		誤差比較		9.121%	10.532%
	彎道外側	湧波深度	0.173	0.165	0.167
		誤差比較		4.532%	3.185%
第 4 站 3.79s	彎道內側	湧波深度	0.161	0.15	0.144
		誤差比較		6.689%	10.072%
	彎道外側	湧波深度	0.174	0.164	0.164
		誤差比較		6.126%	6.126%
第 6 站 4.78 秒	彎道內側	湧波深度	0.153	0.136	0.123
		誤差比較		10.876%	19.386%
	彎道外側	湧波高程	0.164	0.152	0.135
		誤差比較		7.293%	17.841%
第 8 站 6.5 秒	彎道內側	湧波高程	0.147	0.139	0.128
		誤差比較		5.442%	13.218%
	彎道外側	湧波高程	0.151	0.139	0.128
		誤差比較		7.947%	15.503%

表 5.5 二次流影響相關係數比較(Test 21n)

	考慮二次流		不考慮二次流	
	彎道內側	彎道外側	彎道內側	彎道外側
測站 2	0.97	0.964	0.941	0.939
測站 4	0.967	0.988	0.966	0.982
測站 6	0.961	0.91	0.952	0.83
測站 8	0.97	0.964	0.969	0.95

表 5.6 二次流影響均方根差比較(Test 21n)

	考慮二次流		不考慮二次流	
	彎道內側	彎道外側	彎道內側	彎道外側
測站 2	0.019	0.011	0.017	0.01
測站 4	0.01	0.009	0.011	0.009
測站 6	0.006	0.009	0.01	0.014
測站 8	0.011	0.011	0.013	0.017

表 5.7 二次流影響信賴指標比較(Test 21n)

	考慮二次流		不考慮二次流	
	彎道內側	彎道外側	彎道內側	彎道外側
測站 2	1.069	1.046	1.062	1.041
測站 4	1.042	1.032	1.043	1.043
測站 6	1.028	1.038	1.041	1.069
測站 8	1.053	1.05	1.041	1.069

表 5.8 二次流影響比較湧波深度(Test 21) 單位：公尺

測站	內外側	數值與誤差	實驗值	數值模擬	
				考慮二次流	不考慮二次流
第 2 站 2.64 秒	彎道內側	湧波深度	0.18	0.157	0.16
		誤差比較		12.533%	10.983%
	彎道外側	湧波深度	0.18	0.164	0.171
		誤差比較		8.711%	5.011%
第 4 站 3.57 秒	彎道內側	湧波深度	0.176	0.157	0.13
		誤差比較		10.678%	25.678%
	彎道外側	湧波深度	0.212	0.173	0.127
		誤差比較		22.229%	48.219%
第 6 站 4.46 秒	彎道內側	湧波深度	0.169	0.15	0.12
		誤差比較		11.321%	29.023%
	彎道外側	湧波高程	0.222	0.168	0.086
		誤差比較		24.333%	61.329%
第 8 站 6.07 秒	彎道內側	湧波高程	0.155	0.19	0.166
		誤差比較		-22.281%	-7.028%
	彎道外側	湧波高程	0.195	0.19	0.166
		誤差比較		2.8%	14.872%

表 5.9 二次流影響相關係數比較(Test 21)

	考慮二次流		不考慮二次流	
	彎道內側	彎道外側	彎道內側	彎道外側
測站 2	0.956	0.924	0.964	0.954
測站 4	0.935	0.961	0.91	0.913
測站 6	0.93	0.928	0.611	0.589
測站 8	0.94	0.825	0.976	0.627

表 5.10 二次流影響均方根差比較(Test 21)

	考慮二次流		不考慮二次流	
	彎道內側	彎道外側	彎道內側	彎道外側
測站 2	0.015	0.012	0.008	0.018
測站 4	0.016	0.016	0.016	0.026
測站 6	0.014	0.021	0.039	0.073
測站 8	0.035	0.027	0.022	0.032

表 5.11 二次流影響信賴指標比較(Test 21)

	考慮二次流		不考慮二次流	
	彎道內側	彎道外側	彎道內側	彎道外側
測站 2	1.062	1.054	1.031	1.056
測站 4	1.081	1.059	1.063	1.108
測站 6	1.052	1.08	1.188	1.290
測站 8	1.147	1.091	1.073	1.127

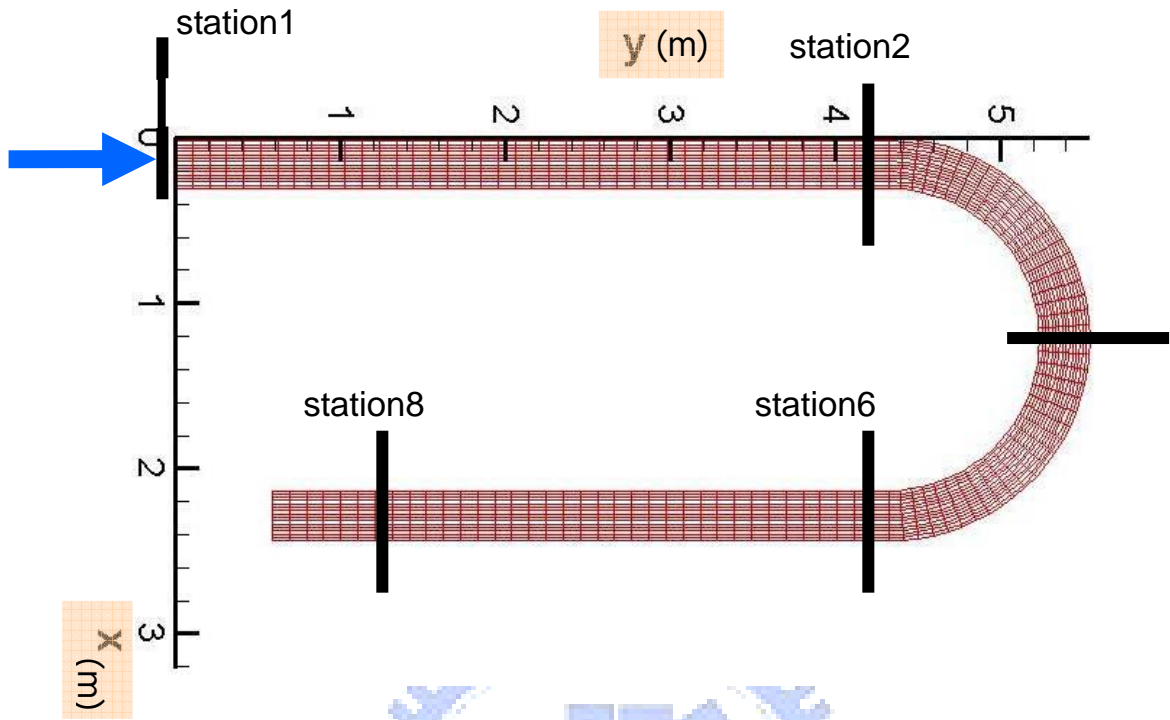


圖 5.1 Bell 等(1992)實驗水槽

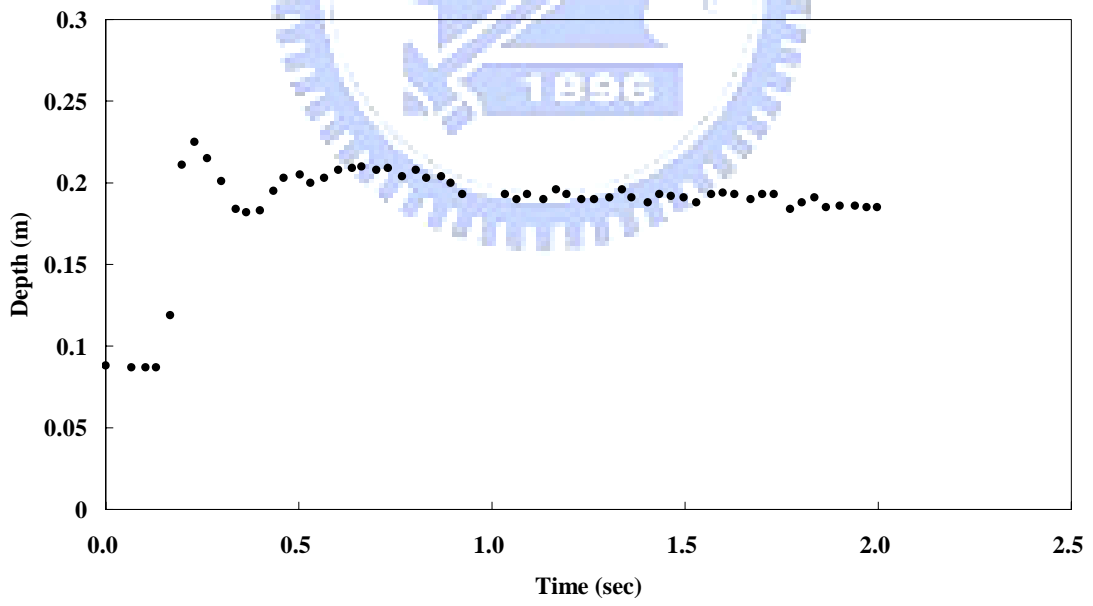


圖 5.2 測站 1 水深量測值

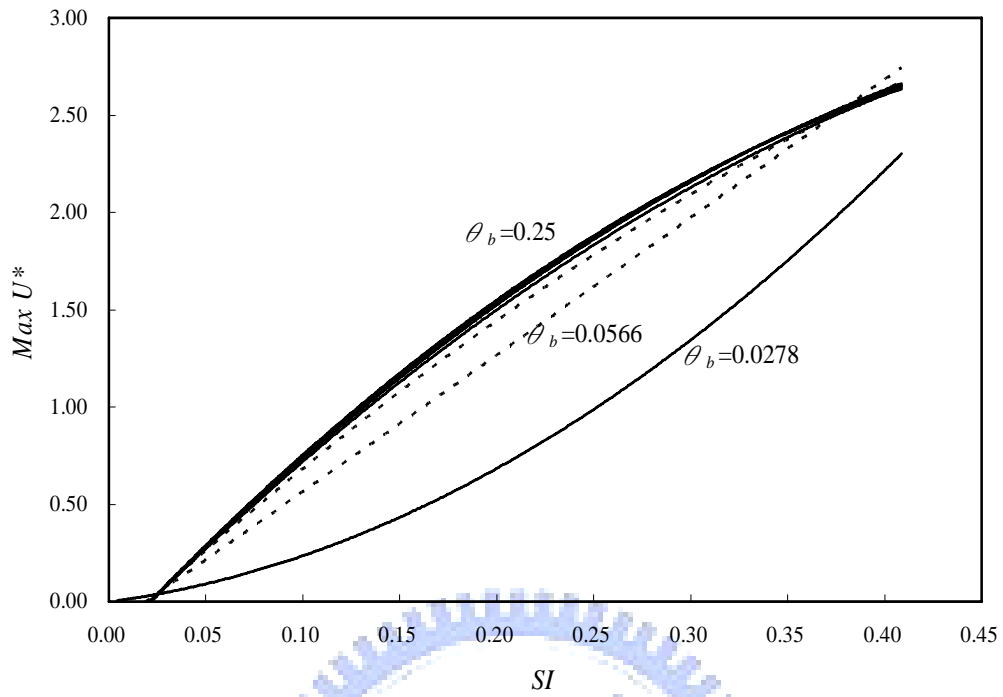
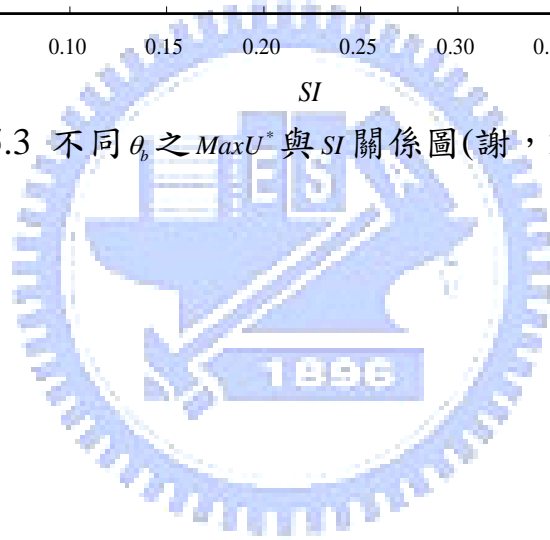


圖 5.3 不同 θ_b 之 $Max U^*$ 與 SI 關係圖(謝, 2002)



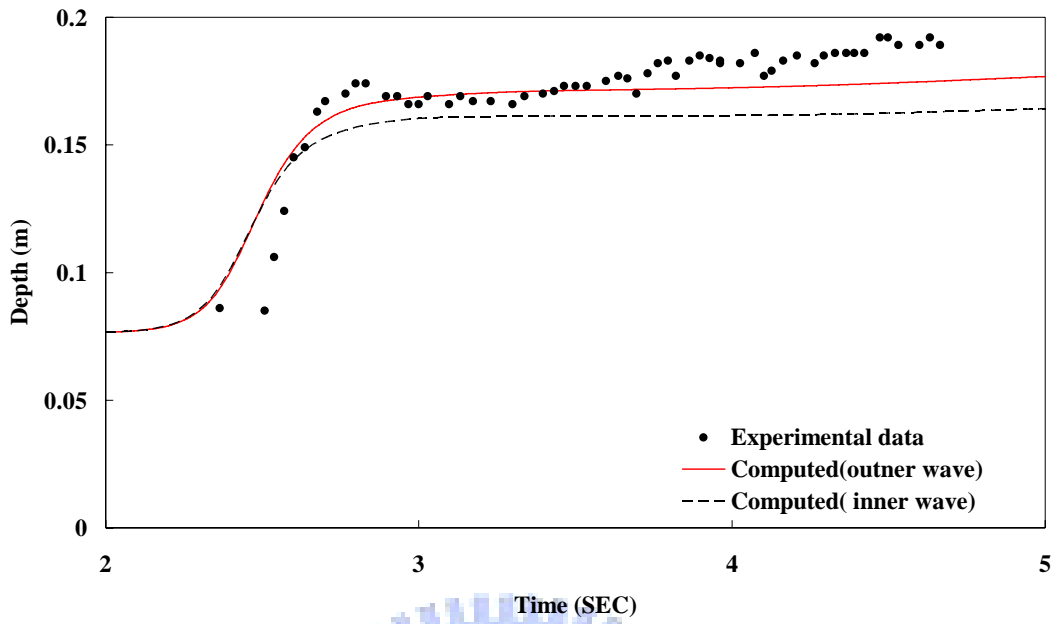


圖 5.4(a) 測站 2 水深比較圖(Test 21n)

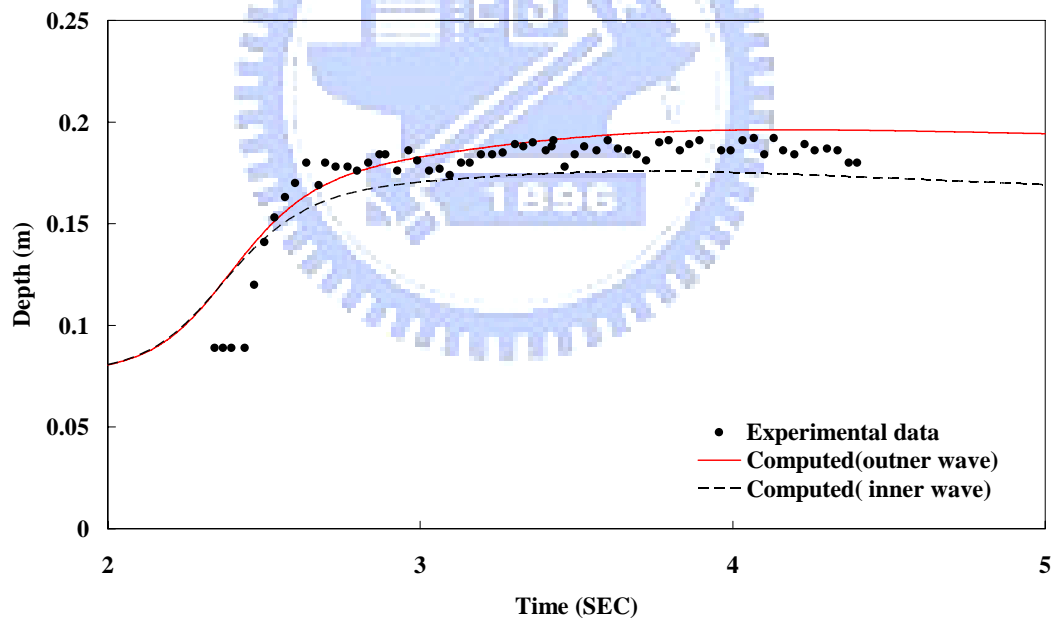


圖 5.4(b) 測站 2 水深比較圖(Test 21)

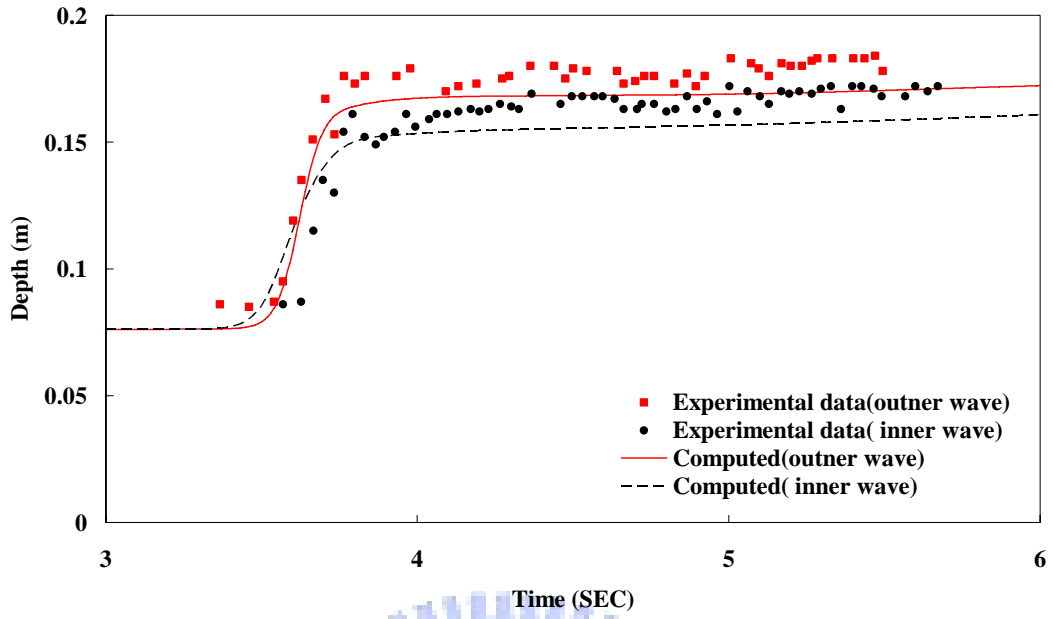


圖 5.5(a) 測站 4 水深比較圖(Test 21n)

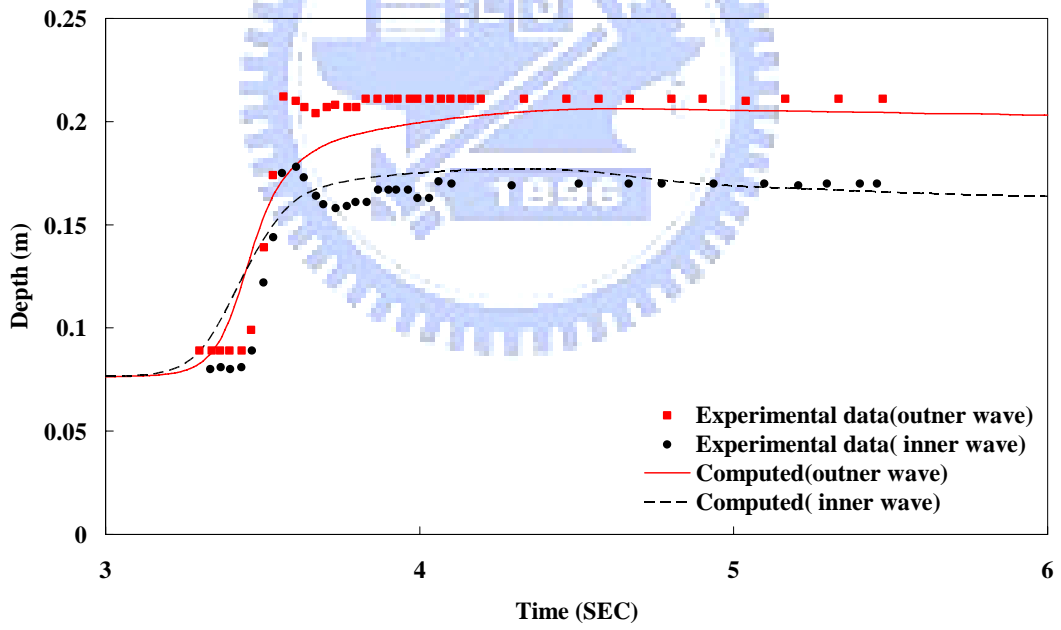


圖 5.5(b) 測站 4 水深比較圖(Test 21)

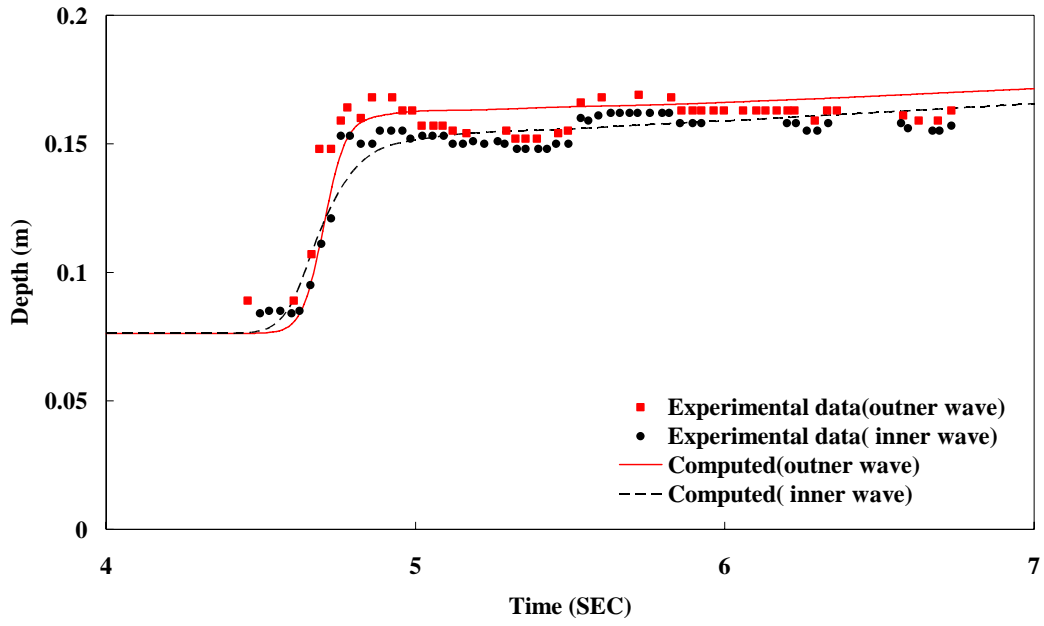


圖 5.6(a) 測站 6 水深比較圖(Test 21n)

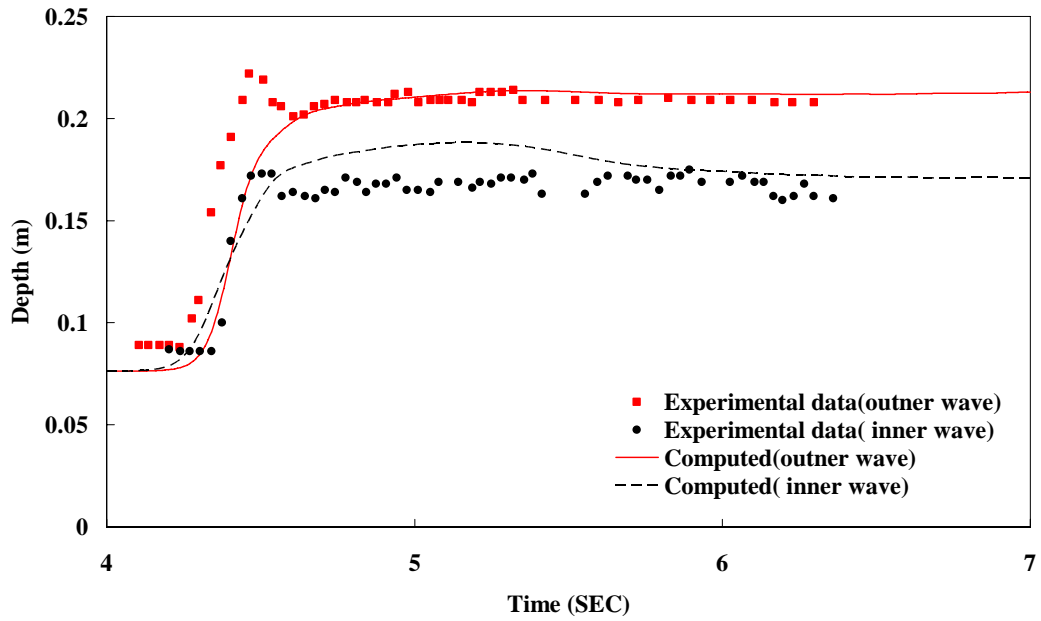


圖 5.6(b) 測站 6 水深比較圖(Test 21)

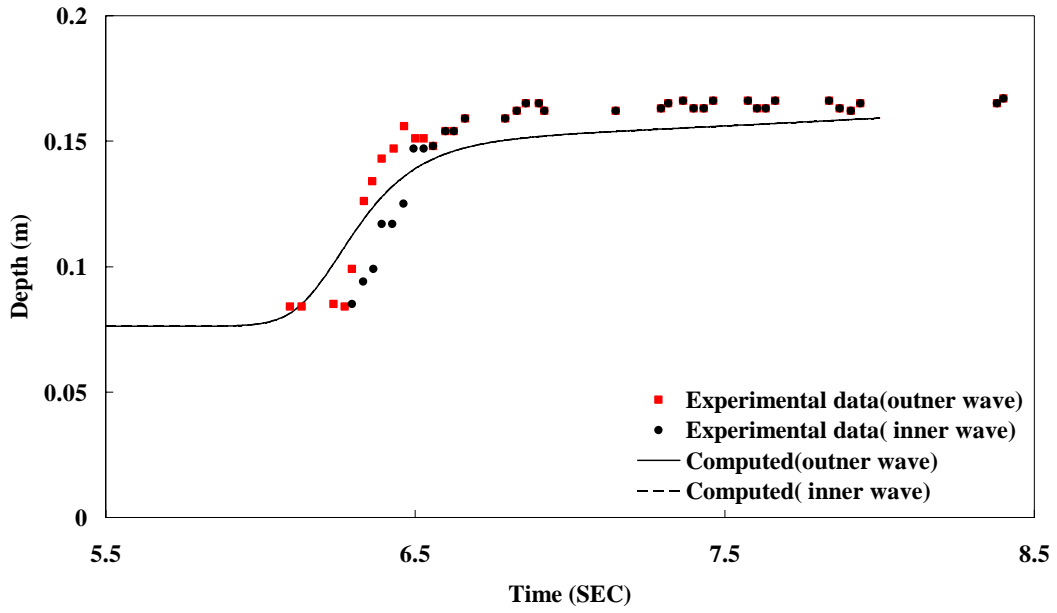


圖 5.7(a) 測站 8 水深比較圖(Test 21n)

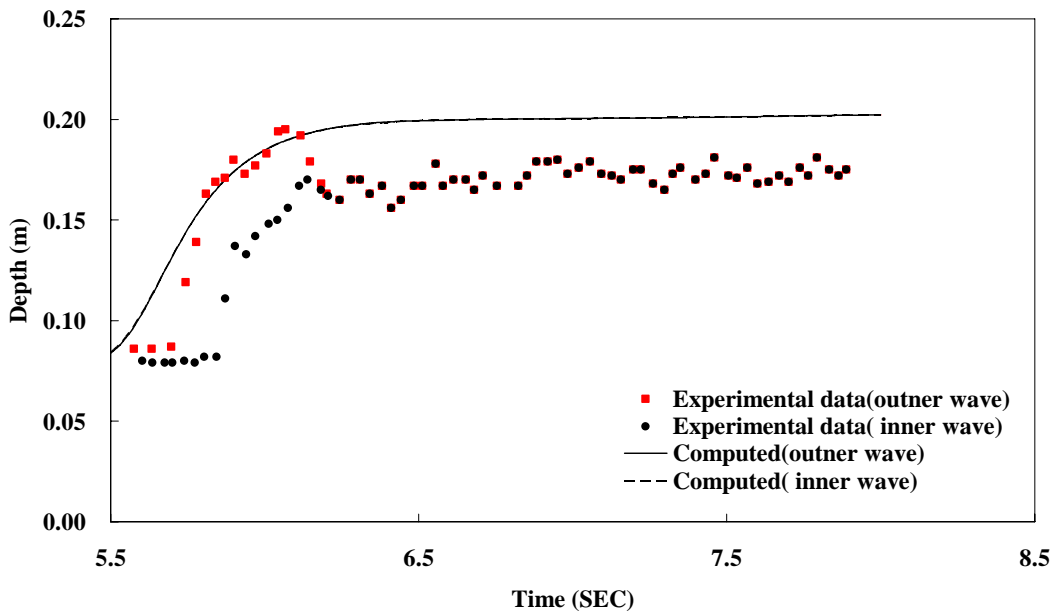


圖 5.7(b) 測站 8 水深比較圖(Test 21)

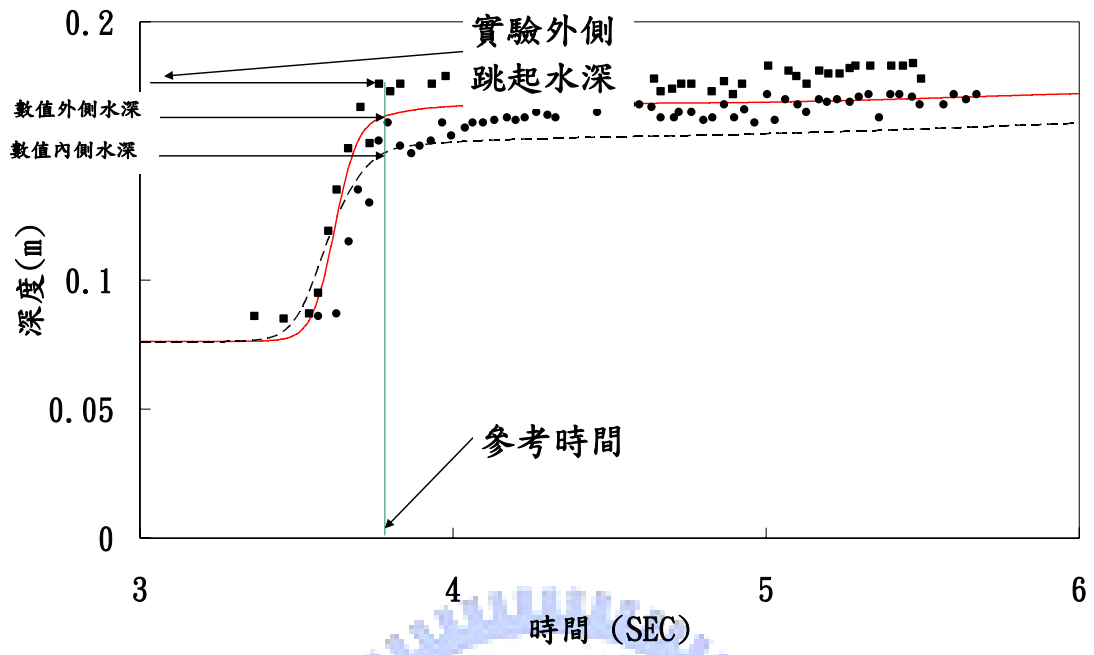


圖 5.8 參考時間解釋圖



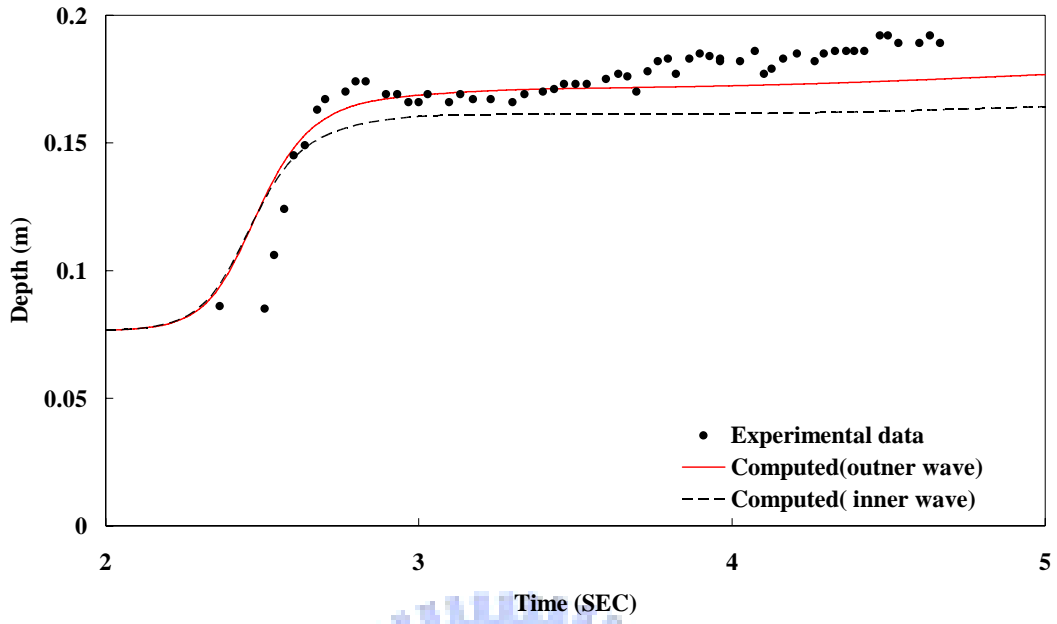


圖 5.9 (a)測站 2 有二次流影響(Test 21n)

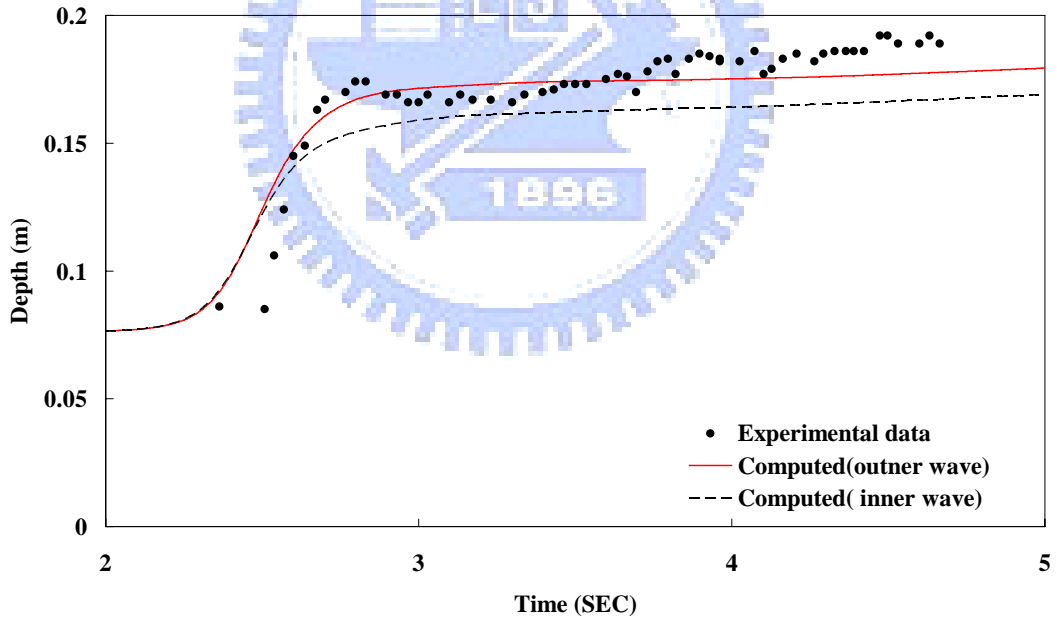


圖 5.9 (b)測站 2 無二次流影響(Test 21n)

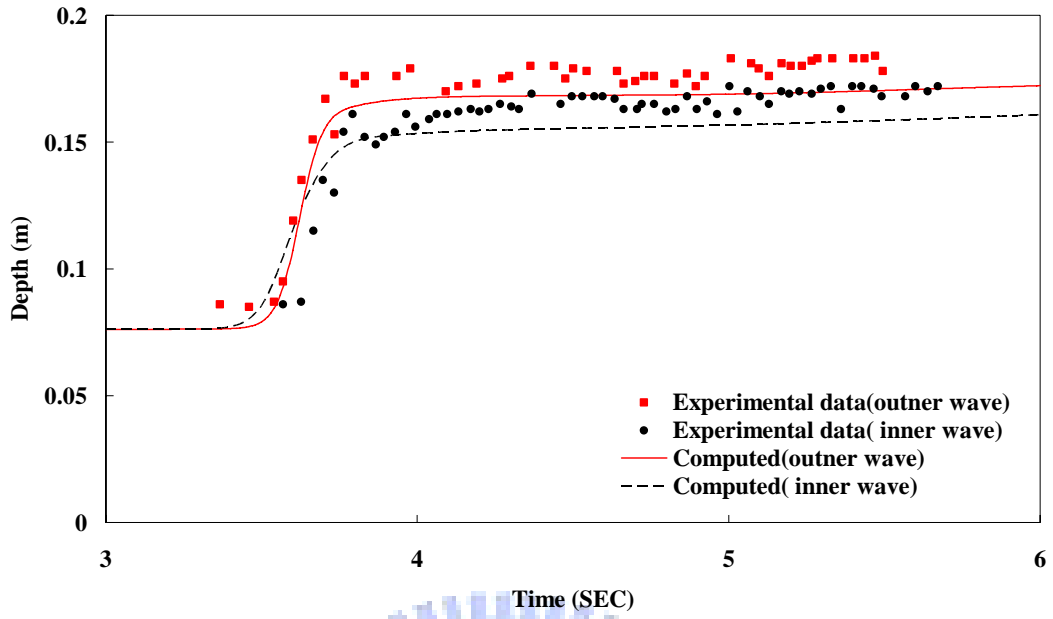


圖 5.10(a) 測站 4 有二次流影響(Test 21n)

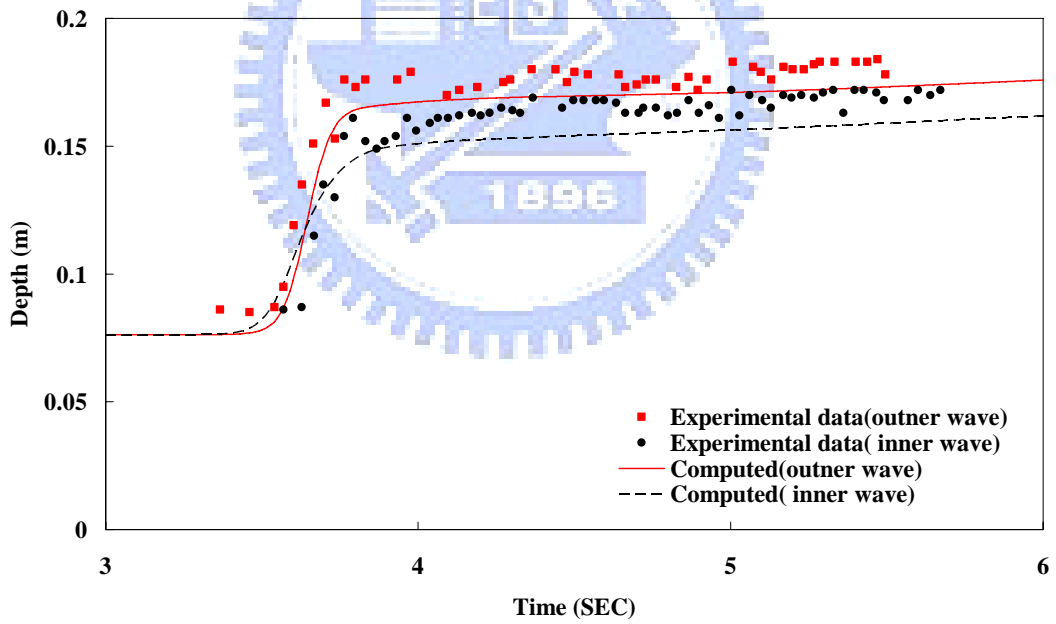


圖 5.10(b) 測站 4 無二次流影響(Test 21n)

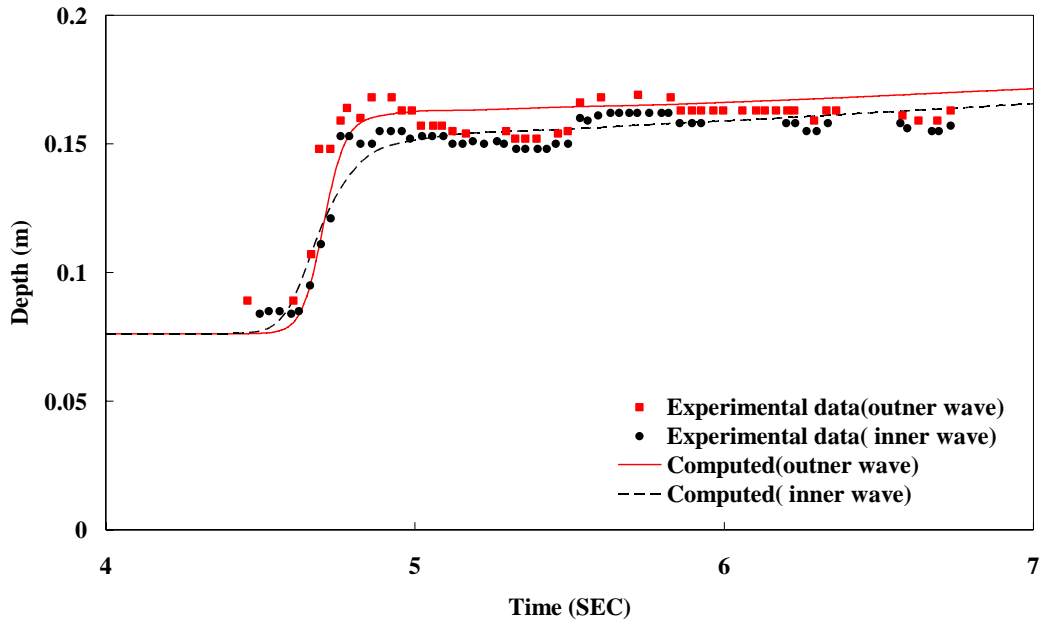


圖 5.11 (a) 測站 6 有二次流影響(Test 21n)

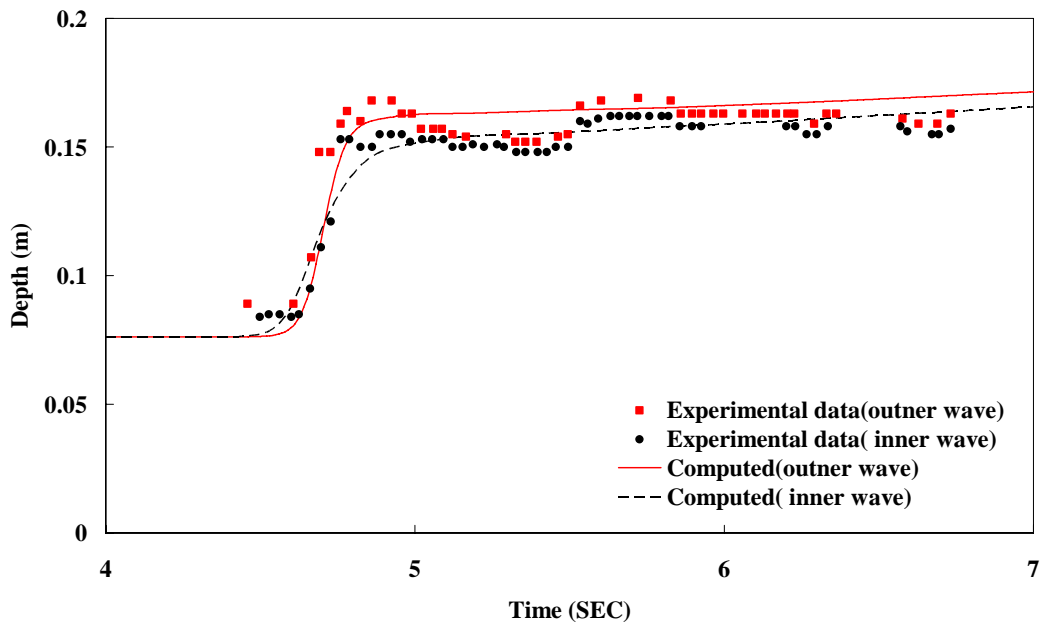


圖 5.11(b) 測站 6 無二次流影響(Test 21n)

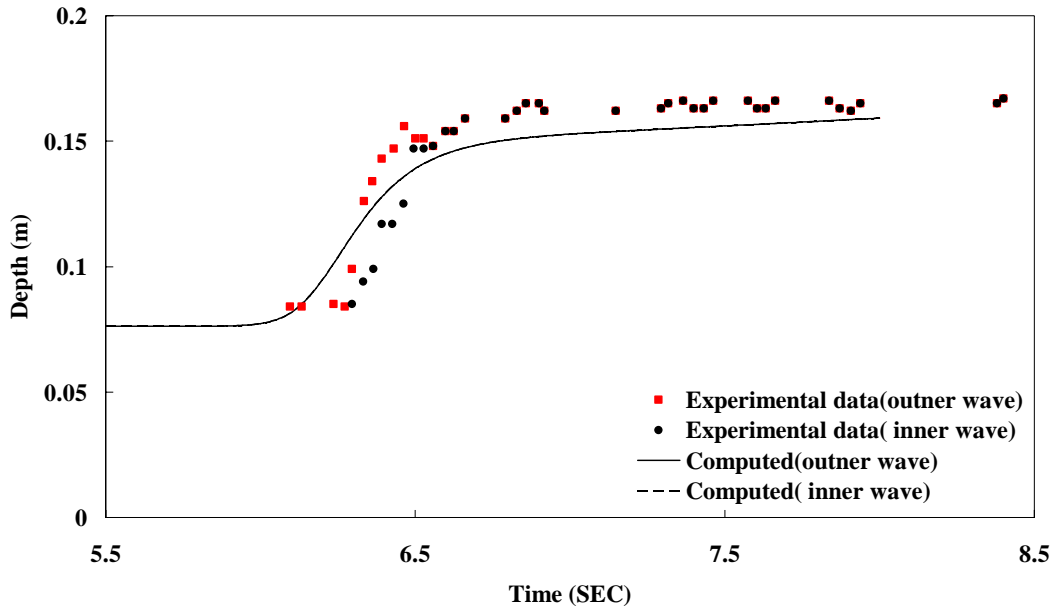


圖 5.12 (a) 測站 8 有二次流影響(Test 21n)

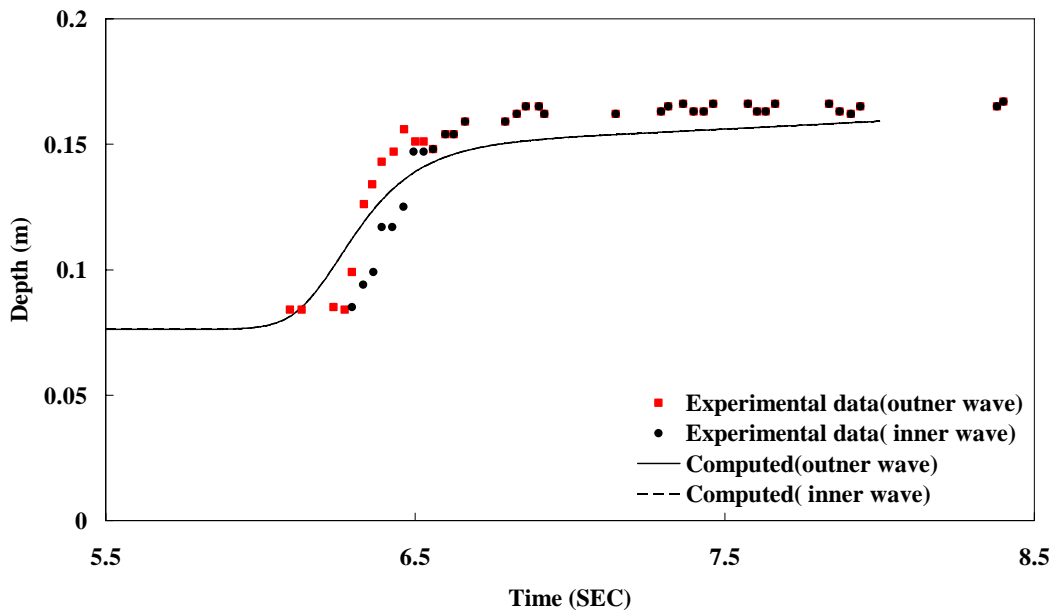


圖 5.12 (b) 測站 8 無二次流影響(Test 21n)

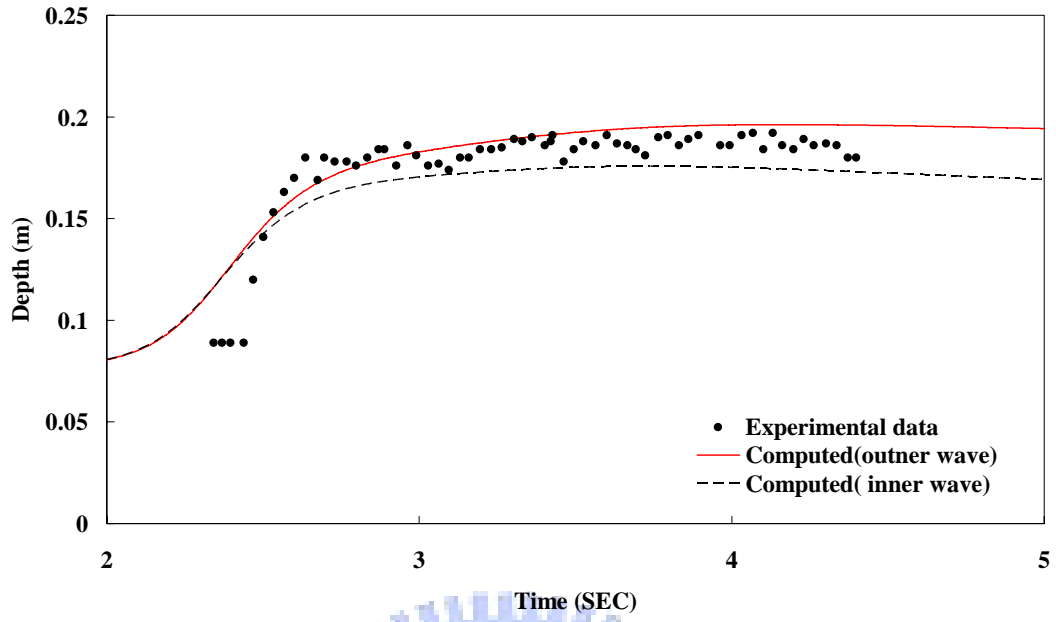


圖 5.13 (a) 測站 2 有二次流影響(Test 21)

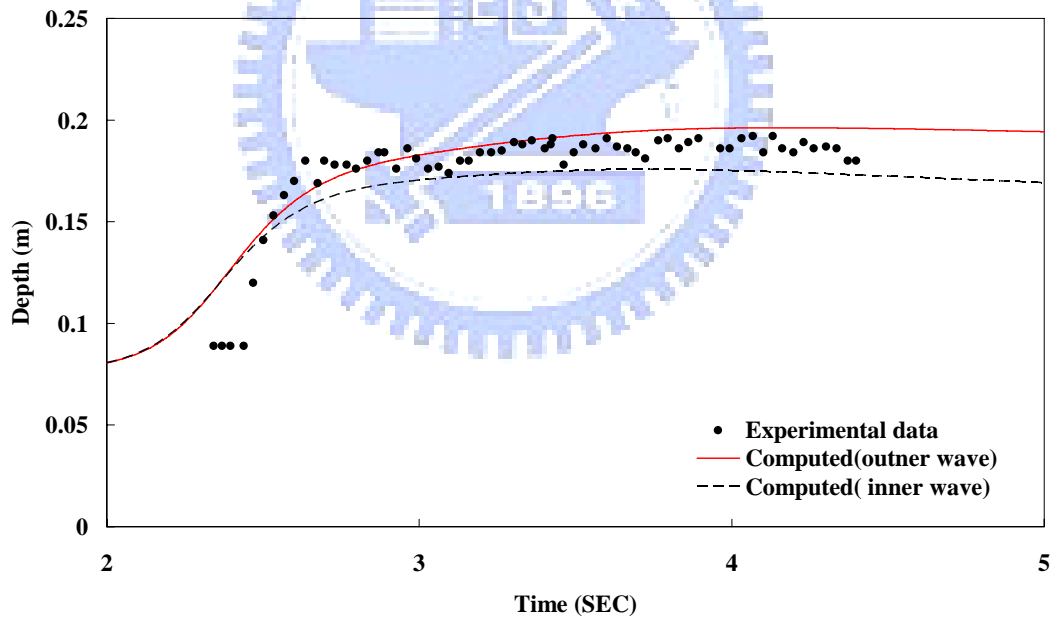


圖 5.13 (b) 測站 2 無二次流影響(Test 21)

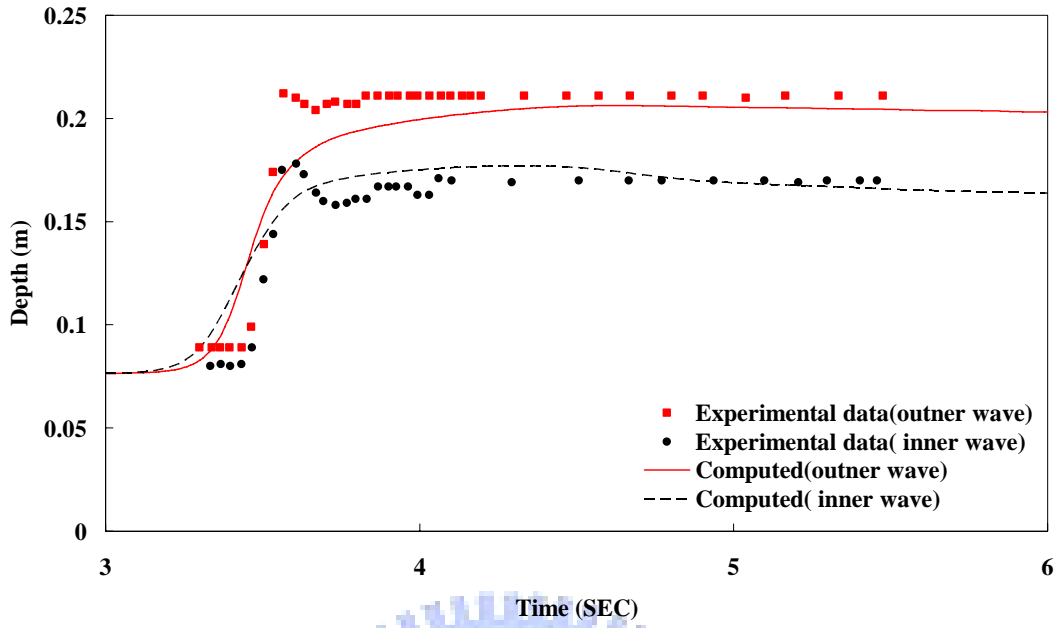


圖 5.14 (a) 測站 4 有二次流影響(Test 21)

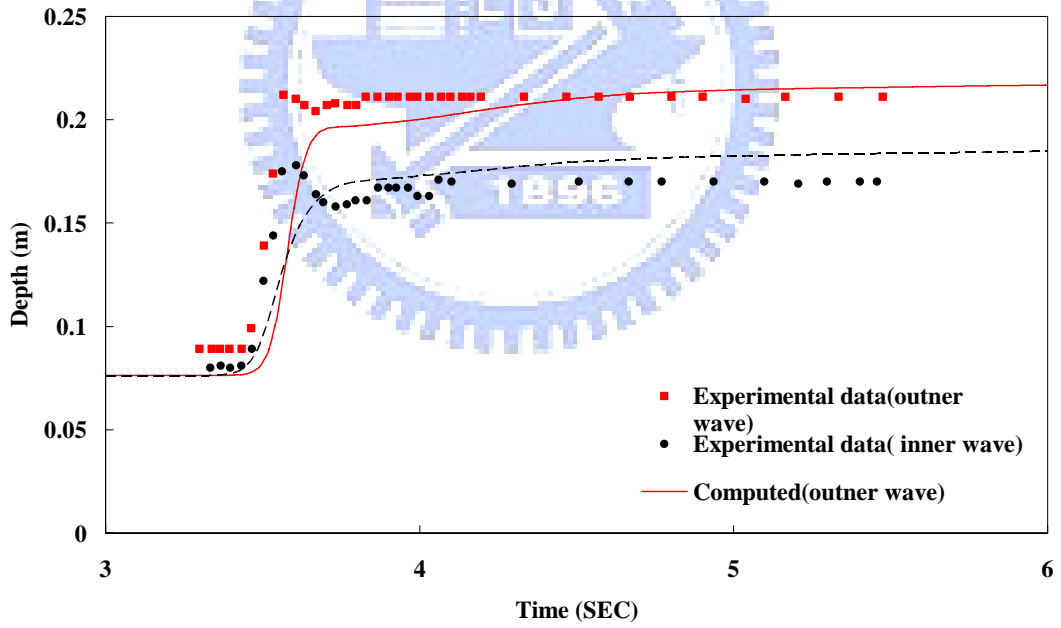


圖 5.14 (b) 測站 4 無二次流影響(Test 21)

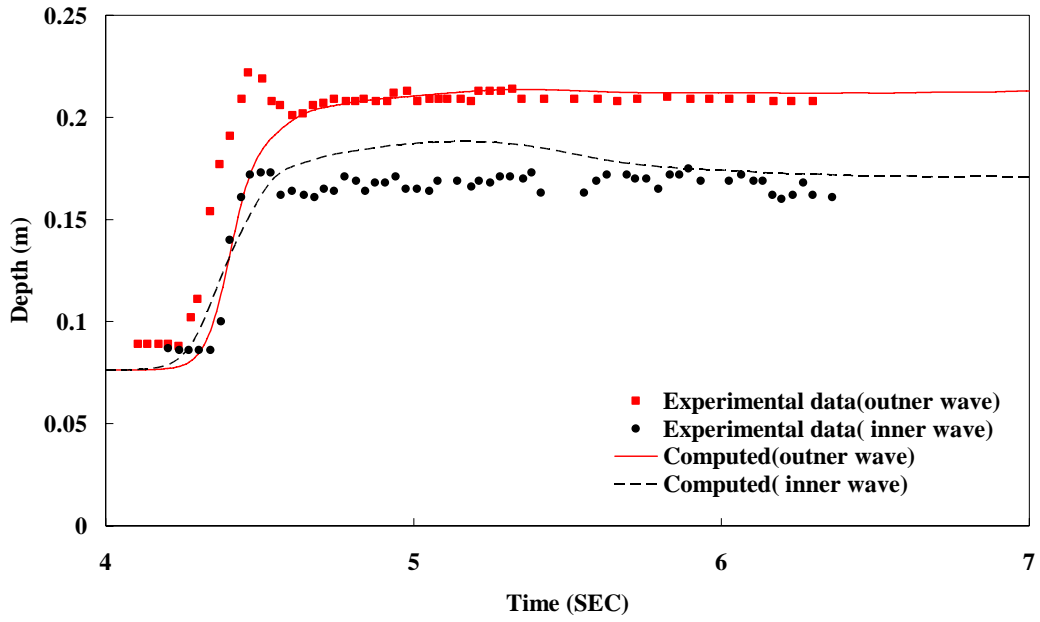


圖 5.15 (a) 測站 6 有二次流影響(Test 21)

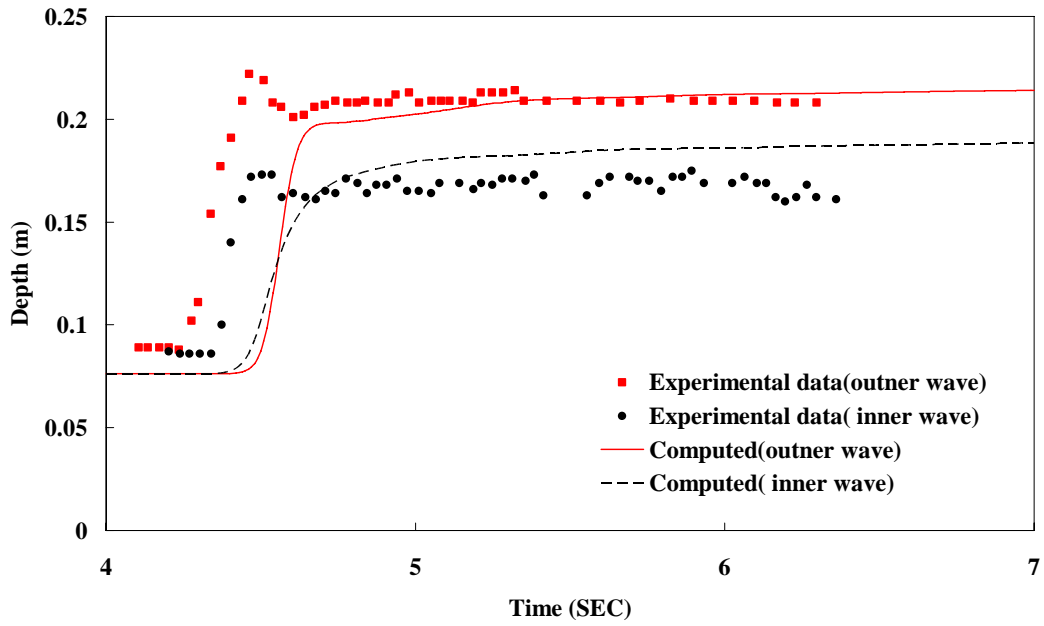


圖 5.15 (b) 測站 6 無二次流影響(Test 21)

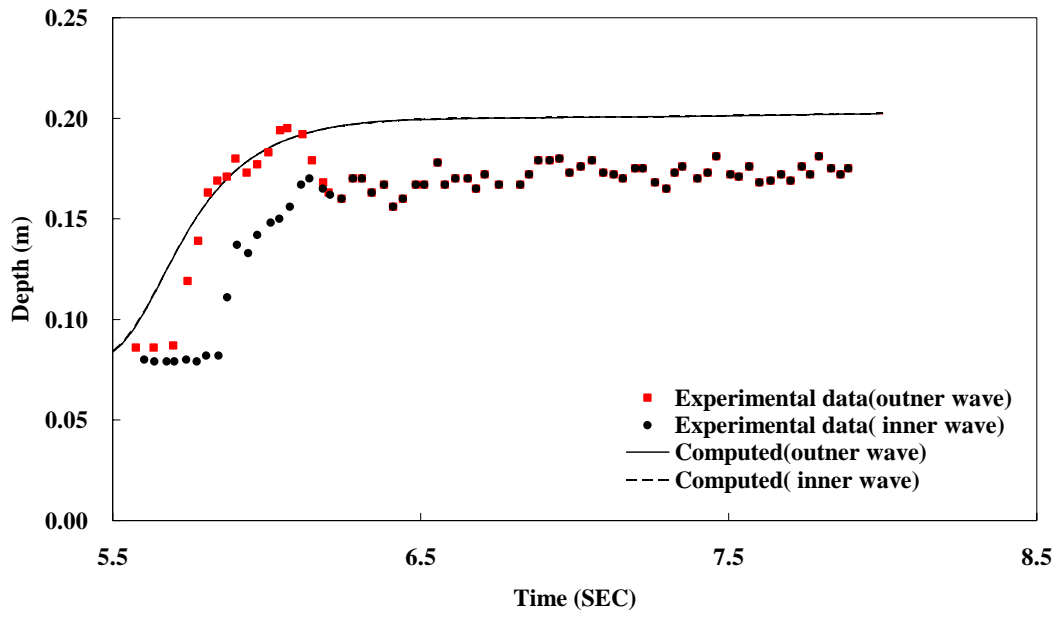


圖 5.16 (a) 測站 8 有二次流影響(Test 21)

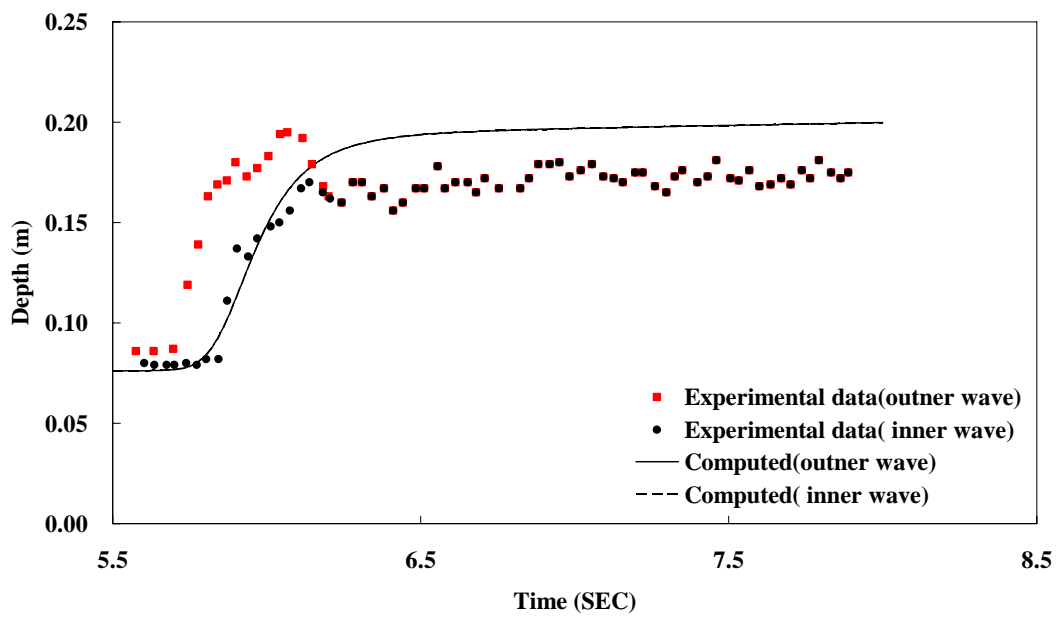


圖 5.16 (b) 測站 8 無二次流影響(Test 21)

第六章 結論

本研究旨在延續楊錦釗教授及謝德勇博士所發展之水深平均二維水理模式，並發展其對湧波模擬之功能，將 MacCormack 方法結合二次流效應以對彎道湧波的模擬更加精確。以下將就本研究之幾項結果作歸納說明。

1. 本研究發展一水平二維模式，結合 MacCormack 方法，應用於彎道湧波傳遞之模擬。
2. 比較三種數值方法的相位誤差以及消散程度：上風法的相位誤差表現最好，但是消散程度最大；TVD 法在抓不連續面的表現上是精度很高的方法，但是在可蘭數的影響下會有較為嚴重的相位誤差；MacCormack 方法的相位誤差和上風法的精度相似，而消散程度是三個方法之中有比較良好的表現。
3. 本研究利用 Bell 等(1992)的兩組實驗與模擬結果作整體的比較，驗證本研究的模式對模擬彎道湧波的正確性。
4. 以兩種大小不同二次流強度因子的案例來模擬彎道湧波試驗，發現小二次流強度因子案例的模擬結果比較接近實驗值，這可以說明本研究採用的速度剖面假設並不很適用於大二次流強度因子的案例，因此未來在模擬更強烈的二次流強度的案例時應該考慮以其他的速度剖面來作模擬。
5. 針對考慮與不考慮二次流影響下，湧波模擬的整體結果以及波前深度的比較，也顯示彎道湧波模擬在考慮二次流影響後，會比沒有考慮二次流較為接近實測值。

參考文獻

- 謝德勇 (1994),「二維彎道水理模式之研究」,國立交通大學土木工程研究所碩士論文。
- 許至聰 (2002),「二維有限解析法明渠水理與輸砂模式之研發與應用」,國立交通大學土木工程研究所博士論文。
- 謝德勇 (2003),「二維水理、污染傳輸及沉滓運移模式之研發與應用」,國立交通大學土木工程研究所博士論文。
- 古孟晃(2003) ,「以總變量消滅 (TVD) 法求解淺水波方程式」,逢甲大學土木及水利工程研究所碩士論文。
- Bell, S. W., Elliot, R. C., and Chaudhry, M. H. (1992). "Experimental results of two-dimensional dam-break flows." *J. Hydraul. Res.*, 30(2), 225–252.
- Bellos, C. V., Soulis, J. V. and Sakkas, J. G. (1991). "Experimental Investigation of Two-Dimensional Dam-Break Induced Flows." *Advances in Water Resources*, 14(01), 31-41.
- Bellos, C. V., Soulis, J. V. and Sakkas, J. G.,(1987)."1-D Dam-Break Flow-Wave Propagation on Dry Bed" *J. Hydr. Div.*, ASCE, 113(12), 1510-1524.
- Chow, V. T. (1959). *Open-Channel Hydraulics*, McGraw-Hill, New York, 568.
- Dammuller, D. C. , Bhallamudi, S. M and Chaudhry, M. H.(1989)." Modeling of Unsteady Flow in Curved Channel." *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 115(11), 1479-1495.
- de Vriend, H. J. (1977). "A mathematical model of steady flow in curved shallow channels." *J. Hydr. Res.*, Delft, The Netherlands, 15(1), 37-54.

de Vriend, H. J., and Koch, F. G. (1978). "Flow of water in a curved open channel with a fixed plan bed." *Rep. on Experimental and Theoretical Investigations R675-V M1415, Part I*, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.

de Vriend, H. J., and Koch, F. G. (1977). "Flow of water in a curved open channel with a fixed plan bed." *Rep. on Experimental and Theoretical Investigations R675-VI M1415, Part II*, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.

Fennema, R. J., and Chaudhry, M. H. (1990). "Explicit Methods for 2-D Transient Free-Surface Flows." *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 116(8), 1479-1495.

Garcia, R. and Kahawita, R. A. (1986) "Numerical Solution of the St. Venant Equations with the MacCormack Finite Difference Scheme." , *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 6, 259-274.

Harten, A. (1983) "High Resolution Scheme for Hyperbolic Conservation Laws." , *Journal of Computational Physics*, Vol. 49, 357-393.

Henderson, F. M. (1966). *Open channel flow*, Prentice-Hall, Inc. New Jersey.

Hoffmann, K. A. and Chiang, S. T. (1993). *Computational Fluid Dynamics For Engineers Volume I and II*, Wichita, Kansas: Engineering Education System.

Hsieh, T. Y., and Yang, J. C. (2003). "Investigation on the suitability of two-dimensional depth-averaged models for bend-flow simulation." *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 129(8), 597- 612.

Lackey, T. C., and Sotiropoulos, F.(2005)."Role of Artificial Dissipation Scaling and Multigrid Acceleration in Numerical Solutions of the Depth-Averaged Free-Surface Flow Equations." *J. Hydr. Engrg.*,ASCE, 131(16), 476-487.

- Leschziner, M. A., and Rodi, W. (1979). "Calculation of strongly curved open channel flow." *J. Hydr. Div.*, ASCE, 105(10), 1297- 1314.
- Lien, H. C., Hsieh, T. Y., and Yang, J. C. (1999). "Bend-flow simulation using 2D depth-averaged model." *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 125(10), 1097- 1108.
- Lin, G. F., Lai, J. S., Guo, W.D.(2003). "Finite-volume Component-wise TVD Schemes for 2D Shallow Water Equations," *Advances in Water Resources* ,Vol. 26, Issue 8, pp. 861-873 .
- Miller, S and Chaudhry, M. H. (1989). "Dam-break flows in curved channel". *Journal of Hydraulic Engineering* ,115(11), 1465-1478
- Soulis J. V.(1992). "Computation of Two-Dimensional Dam-Break Flood Flows", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 14(6), 631-664,
- Stokers, J. J.(1992). *Water Waves The Mathematical Theory with Applications*, Wiley-Interscience,333
- Tseng, M. H. and Chu, C. R. (2000). "The simulation of Dam-Break flows by an improved predictor-corrector TVD scheme.", *Advances in Water Resources*, Vol. 23, pp.637-643.
- Molls, T. and Chaudhry, M. H. (1995). "Depth-Averaged open-channel flow model." *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 121(6), 453- 465.
- Wang, J. S., Ni, H. G. and He, Y. S. (2000). "Finite-Difference TVD Scheme for Computation of Dam-Break Problems.", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 126, No. 4 pp.253-262.
- Yang, J. Y., and Hsu, C. A. (1993). "Computations of free surface flows,Part 2: 2D unsteady bore diffraction." *J. Hydr. Res.*, Delft, The Netherlands,31(3),

403–412.

