

第四章 岩體力學模型建立及公式之推導

4-1 不同類型之力學模型建構

基於前章中岩心判釋、分析岩體弱面特性及統計結果，可據以評估控制崩積層地質材料的特性，除了崩積塊體大小及含量外、完整板岩內弱面的節理、其間距、大小、厚度、數量及角度也具有相當的重要性。利用這些影響因素，將此次於梨山 B-9 地滑區所鑽到崩積層範圍之低擾動岩樣加以分類，大體可區分為四大類，分別描述如下：

第一類崩積層材料：灰色黏土夾灰色板岩顆粒(如圖 4.1 所示)

第一類材料屬於極軟弱的地質材料，由灰色黏土夾板岩顆粒所組成、偶夾一些石英顆粒，抗剪強度相當低。當此等地質材料位在邊坡地層中接近地下水位起伏區間，還可能加速此材料強度之弱化。

此層軟弱地質材料可視為軟弱夾心層，其所形成的原因目前仍非很明確。推測的結果，有可能具有下列幾點原因：1. 地下水位長期重複性上升下降時，區間風化岩石逐漸弱化而形成軟弱帶。2. 因梨山斷層經過，這些軟弱帶也有可能屬於斷層泥的一部份。3. 各滑動體以往滑動面附近之破碎岩體，經長期瓦解風化形成介面軟弱帶…等。此層地層中之軟弱地質材料常成為邊坡持續反覆滑動的滑動面。

N-1 孔鑽得岩心顯示，屬於灰色黏土夾灰色板岩顆粒的長度約 4.1M (15.7m~18.9m、26.2m~27.1m)，採人工判釋量測的初步估算，板岩顆粒面積佔此長度的百分比 13.62%。N-2 孔屬於灰色黏土夾灰色板岩顆粒的長度約 7.65M (26.15m~29.80m、52.8~56.8m)，以人工判釋量測的初步估算，板岩顆粒面積佔此長度的百分比 23.61%。據此研判控制此段的力學材料，屬於細粒料。因為其所佔的百分比，超過此段 50%以上。此外，N-1 孔(高程為 1886m)中，其第一層軟弱帶位於地表下 15.7m~18.9m，厚度約 3.2m，屬於 N-1 孔中較厚的軟弱帶。而 N-2 孔(高程為 1949m)，其第一層軟弱帶位於地表下 26.15m~29.80m，厚度約 3.65m，第二層軟弱帶位於地表下 52.8~56.8m，厚度約 4.0m。因此推測第一孔的第一層較厚軟弱帶厚約 3.2m，可能會與第二孔第一層或第二層的軟弱帶連結形成 B-9 地滑區的邊坡破壞滑動面。

此類軟弱帶材質軟弱明顯具彈塑性的特性，可視為土壤處理，其力學模式可採用摩爾-庫倫彈塑性模式。



圖 4.1、第一類：灰色黏土夾灰色板岩顆粒

第二類崩積層材料：破碎板岩岩體（如圖 4.2 所示）

第二類崩積層材料之材質屬於破碎的岩體材料，由灰色板岩及灰色黏土所組成，內含極高密度節理面，基本上此類地質材料所控制的基質大部分屬於板岩顆粒所控制，偶夾一些石英顆粒及石英脈，偶而也會有一些銹染出現。其板岩之所以如此破碎，可能受大地構造應力作用所形成；也可能係邊波滑動或崩移後造成的破碎岩體；此外因板岩受到風化後常具沿劈理面開裂之特性，或許因而造成破碎岩體，也不無可能。

此類的地質材料，大都屬於強到中度風化性的板岩，因此多形成灰色板岩夾灰色黏土，板岩顆粒排列不規則性。此外因板岩乃經過原生岩石曾經過輕度至中度變質作用，造成礦物重新排列形成劈理面，承受到大地應力作用後，往往易形成整齊破碎的狀態。因此雖弱面上有些許灰色板岩夾灰色黏土，但是板岩塊片仍緊密排列整齊的存在。

此類崩積層材料本身具有極高密度節理面，其行為可模擬為彈-塑性體，可採用彈塑性力學模式，破壞準則可考慮採用摩爾-庫倫準則或 Hoek-Brown 準則。



圖 4.2、第二類：破碎板岩岩體

第三類崩積層材料：灰色板岩內含有節理(節理厚度不可忽略)（如圖 4.3 所示）

第三類崩積層材料屬於具有較完整的板岩塊，其力學行為主要受不連續面分布及不連續面間接觸機制控制。內部只具有幾組的節理存在，而節理面，大部分夾有灰色黏土，少部份夾有石英脈(例如第二孔，深度約 21.90m 處，夾有 2mm 厚的石英脈及黃灰色黏土)，節理厚度不可忽略。另外在第一孔的 29.70m 處，及第二孔的 70.10m 處，各發現具有兩組節理面的存在。

材質具有彈-塑性體+弱面的特性，可採用 PANDE(1993)組構性彈塑性力學模式(如 PANDE, 1993)。



圖 4.3、第三類：灰色板岩內含有節理(節理厚度不可忽略)

第四類崩積層材料：灰色板岩內含有節理(節理厚度可忽略)(如圖 4.4 所示)

第四類崩積層材料具有完整的板岩塊，其力學行為主要受不連續面分布及不連續面間接觸機制控制。內部只具有幾組的節理存在，而節理面厚度小到可以忽略或根本沒有。第四種崩積層材料，其由近彈性體之完整岩體再加上幾組的節理弱面(節理弱面可忽略)所組成，屬於新鮮岩盤，因此彈性範圍可採用如林建宏(1992)之異向性等值岩體力學彈性關係來描述屈服前之應力-應變關係。屈服後則採用 Hoek-Brown 或摩爾-庫倫岩石破壞準則。



圖 4.4、第四類：灰色板岩內含有節理(節理厚度可忽略)

4-2 力學模型中參數標定的方法

由林建宏(1992) 建構之異向性等值岩體力學彈性關係，可得到一勁度矩陣，所涉及之參數包括彈性模數 E 、泊松比 ν 、弱面的正向勁度 K_n 、弱面的剪力勁度 K_s 、弱面的間距 S 、弱面的傾角 θ 等值。 E 與 ν 可由實驗室力學試驗(如單軸試驗、三軸試驗)獲得， S 與 θ 可由岩心量測。 K_n 與 K_s 雖也可能藉由沿弱面上之力學試驗獲得，但較為麻煩，本節中嘗試藉由野外與室內試驗結果推估其中所需的參數 K_n 、 K_s 。

本研究同步進行之相關研究中(黃玉麟, 2006)，除在現場鑽孔取樣，並在現地施

作 Ps-logging 孔內波速試驗，經由孔內波速試驗可獲得現地之壓力波速(V_p^{RM})及剪力波速(V_s^{RM})值，此波速代表現地岩體之波速。除了現地岩體之波速，待鑽探所取得完整岩心送回實驗後室，藉由岩心的判釋，可量取得岩體弱面的間距(S)及角度(θ)。接著由室內超音波試驗可量得完整岩心之壓力波速(V_p^i)與剪力波速(V_s^i)，進而用以計算彈性模數(E)及泊松比(ν)。此外由於弱面的正向勁度(K_n)及剪力勁度(K_s)值，其值受現地應力之大小影響，此研究中並未嘗試藉由沿弱面上之力學試驗獲得，轉而以反算的方式來求取。其反算策略乃將已知之參數 E、 ν 、S、 θ 等值代入力學模型內，對應特定 K_n 、 K_s 值，則可得到一組勁度矩陣值，接著利用董家鈞(1998)所推導橫向等向性材料中不同波傳方向之波傳速度，因此可得到一組計算出波傳方向沿鑽孔軸向之壓力波速(V_p)及剪力波速(V_s)。將這組 V_p 及 V_s 與現地孔內波速試驗所得之 V_p^{RM} 及 V_s^{RM} 去做比較，反算得到一組 K_n 與 K_s 令所計算出之一組 V_p 及 V_s 與現地之 V_p^{RM} 及 V_s^{RM} 相互吻合，將這一組 K_n 、 K_s 視為弱面上的正向勁度及剪力勁度值。而整個力學模型中參數標定方法的流程圖，詳如圖 4.5 所示。

劉盛華(2006)的板岩完整岩心的超音波試驗，得到揚式彈性模數(E)=3.72 Gpa 及泊松比(ν)=0.294。3-4 節岩體弱面特性及統計結果得知，其現址節理屬於高角度，因此將模擬參數傾角及間距值定義為 $\theta=70^\circ$ 、S=0.3m。調整參數 K_n 及 K_s ，將上述資料代入式 4.26，得到一組 6*6 總勁度矩陣值。這組 6*6 總勁度矩陣再代入式 4.29 及式 4.30 內，得到壓力波速與剪力波速。表 4.1 即根據以上所敘，並搭配觀察比較現地壓力及剪力波速值。首先以完整岩心之 E 值為基準，取整數即 K_n 及 K_s 均為 4.00E+09(Pa)，推導計算後得到之波速比較大，當低於完整岩心之 E 值時，大部分均可落於現地之波速值內。調整以下參數值為 $K_n=3$ Gpa、 $K_s=0.365$ Gpa 時，得到壓力波速 $V_p=1410$ (m/s)，剪力波速 $V_s=786$ (m/s)。黃玉麟(2006)進行孔內震波量測時，觀察所有震波量測結果，P 波波速為 1220(m/s)~2174(m/s)，S 波波速為 360(m/s)~1020(m/s)，而計算所得之壓力波速、及剪力波速落於此範圍內。並將這一組 6*6 總勁度矩陣值，寫入 FLAC 之 UDM 模式內，當做地層種類 CC 之組構性模型。

表 4.1、由 K_n 及 K_s 值推估合適之 V_s 與 V_p 值

調整次數 \ 參數項目	變更調整參數值		推導所得參數值	
	K_n (Pa)	K_s (Pa)	V_s (m/s)	V_p (m/s)
1	4.00E+09	4.00E+09	1027	1487
2	3.00E+09	3.00E+09	967	1464
3	3.00E+09	3.00E+08	782	1409
4	3.00E+09	3.65E+08	786	1410

以下繼而說明利用現地孔內波速試驗獲得現地試驗參數之方法。



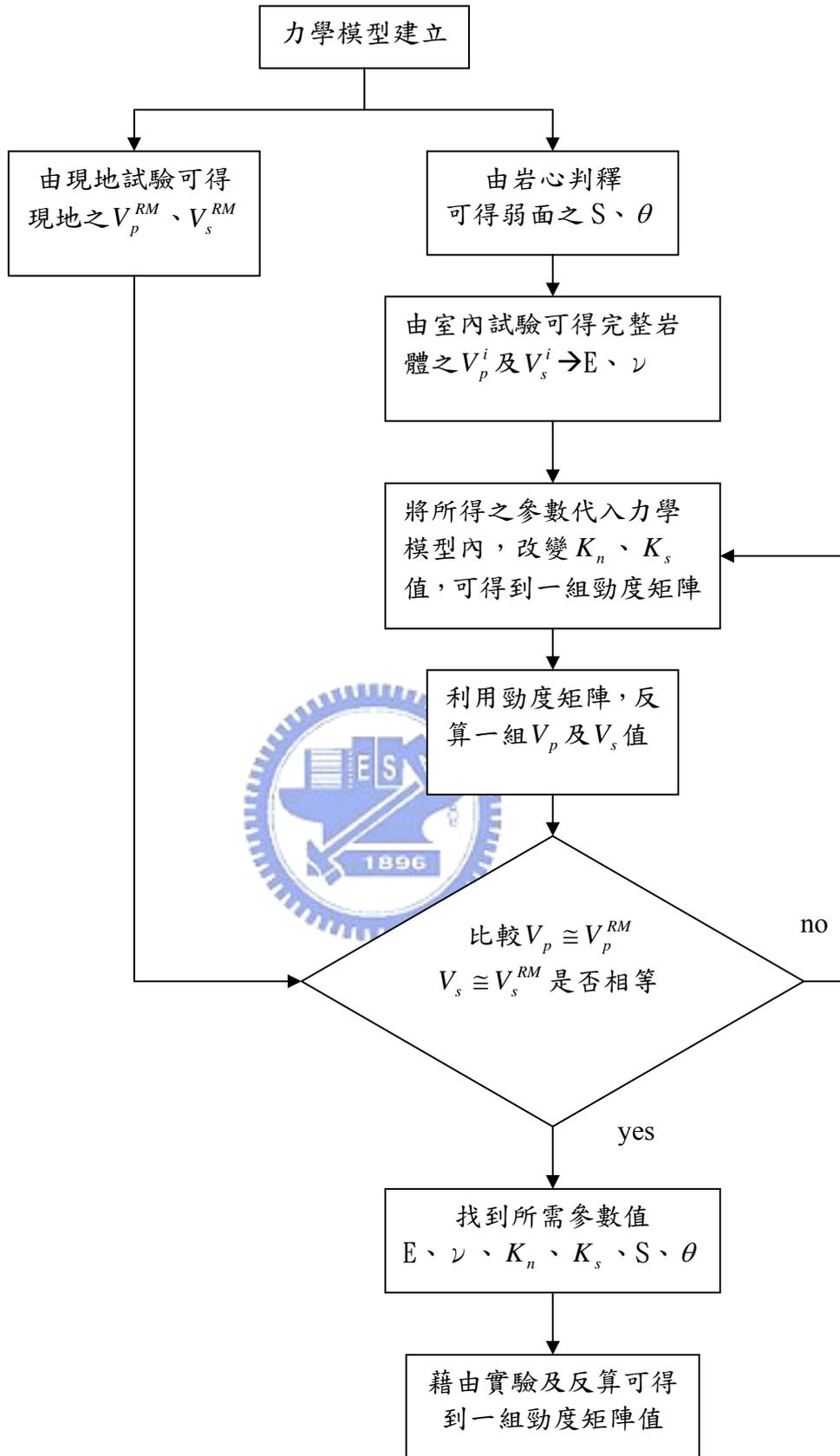


圖 4.5、力學模型中參數標定的方法之流程圖

4-2-1 現地試驗參數取得

孔內震波量測方法可直接量測岩體 P 波及 S 波波速，其波速可換算岩體之揚式彈性模數(E)與剪力彈性模數(G)，對岩體性質掌握有相當大的幫助。黃玉麟(2006)採用懸垂式 P-S 波量測系統，針對第一孔(N-1)施作量測。此系統為 1980 年代中期日本 OYO Co. 所研發，其主要可分為三個部份，分別為(1)含有震源及受波器之探測管(Probe)；(2)控制監測裝置(Suspension PS Log 170)；(3)絞盤(Winch)，其探測示意圖，如圖 4.6 所示。

黃玉麟(2006)進行孔內震波量測時，每次量測之間距設為 1m，因此在量測深度自 4m 至 30m 理應共計 27 個資料點，但能夠挑選出 p 波之初達波與 s 波波幅反向之資料點僅 20m~30m 之間共 11 點。

之後若要計算各深度之波速值，可藉上下兩受波器接收之波傳到達時間差 ΔT 與兩受波器之距離 L，經由式(4.1)便可求得波速值。

$$V=L/\Delta T \quad (4.1)$$

其中 V：波速，單位為 m/s

L：受波器間距，其值為 1 公尺

T：受波器之波傳時間差

經式(4-1)的計算方式，可求地層深度相對應之波速值。觀察所有震波量測結果，P 波波速介於 1220(m/s)~2174(m/s)，S 波波速介於 360(m/s)~1020(m/s)。表 4.2 則列出 N-1 孔位施作 P-S Logging 後，所量測計算後 V_p^{RM} 、 V_s^{RM} 、 ν 、G 及 E 值統計表。

表 4.2、N-1 孔位 P-S Logging 量測統計表

Depth(m)	V_p^{RM} (m/s)	V_s^{RM} (m/s)	ν	G(GPa)	E(GPa)
20.0	1785.7	963.0	0.29	22.74	58.90
21.0	1666.7	709.6	0.39	12.35	34.32
22.0	2173.9	359.5	0.49	3.17	9.42
23.0	1639.3	1019.6	0.18	25.50	60.40
24.0	1562.5	839.3	0.30	17.28	44.83
25.0	1851.9	779.4	0.39	14.90	41.49
26.0	1219.5	595.6	0.34	8.70	23.37
27.0	1428.6	724.9	0.33	12.89	34.20
28.0	1886.8	899.6	0.35	19.85	53.70
29.0	1369.9	643.2	0.36	10.15	27.57
30.0	1960.8	552.7	0.46	7.49	21.83

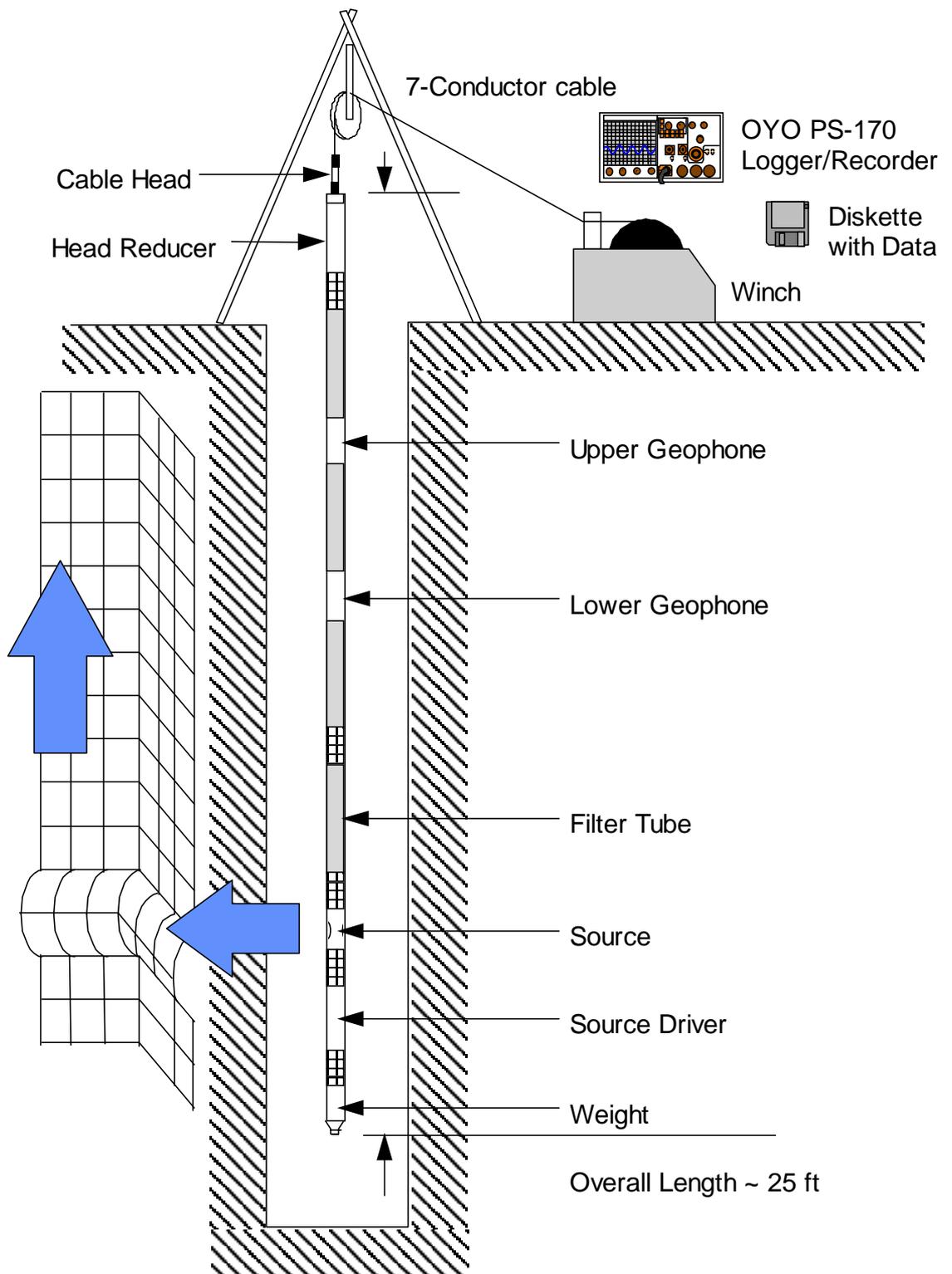


圖 4.6、懸垂式 P-S 波探測示意圖(摘自 Nigbor and Imai, 1994)

4-2-2 室內實驗參數取得

利用超音波產生器及接收系統並搭配示波器(圖 4.7)，可得完整岩體之 V_p^i 及 V_s^i 。

一個完整的超音波產生/接收系統至少要有下三個單元：

(1) 脈衝產生/接收器：

本研究所採用美國 PANAMETRICS 公司出廠之 5058PR PULSER/RECEIVER 為例，它是利用電容蓄電至幾百伏特(產生器輸出的訊號可調整其伏特值介於 100~900V 之間)，在瞬間將電流釋放出來，敲擊於超音波探頭內的壓電片上，形成脈動波，且同時控制電流釋放的時間，可控制此脈動的振動頻率。此次研究所用之脈衝產生/接收器如圖 4.8 所示。

(2) 探頭：

探頭能傳送和接收訊號，主要是因為探頭內的陶瓷片具壓電效應，能使脈衝產生器輸出之電動勢轉換成機械能之脈動波，也能將機械能之脈動波轉換成電動勢。此次研究用到美國 PANAMETRICS 公司出廠之型號 V101-RM 之 P 波探頭及型號 V153-RM 之 S 波探頭，詳圖 4.9 所示。

(3) 示波器：

此次試驗採用的示波器為 HEWLETT PACKARD 公司所製造 54600 型之示波器，詳圖 4.10 所示。100MHz 頻寬，主要及延遲時基可達 2ns/div，精度可達 ASTM 之建議。可自動或利用游標量測頻率、時間及電壓，並能儲存波形。讀取的波形可直接接到印表機列印，或利用介面模組可將波形數值傳送至電腦做進一步分析。並可將波由時間域轉換成頻率域，觀測頻譜的變化。

引用劉盛華(2006)的板岩完整岩心的超音波試驗，則可以得到壓力波速(V_p^i)及剪力波速(V_s^i)值，詳表 4.3。平均試體的 ρ 值為 2884 kg/m^3 ，因此利用下列式子(4.2)(4.3)則可得到揚式彈性模數(E)=3.72 GPa 及泊松比(ν)=0.294：

$$\nu = (V_p^2 / V_s^2 - 2) / (2 * V_p^2 / V_s^2 - 2) \quad (4.2)$$

$$E = 2 * (1 + \nu) * \rho * V_s^2 \quad (4.3)$$

表 4.3、完整岩石之壓力波速(V_p)及剪力波速(V_s)

第一顆完整岩石試體資料	
V_p =	4160 m/s
V_s =	2300 m/s
第二顆完整岩石試體資料	
V_p =	4036 m/s
V_s =	2126 m/s
平均之完整岩石試體資料	
V_p =	4098 m/s
V_s =	2213 m/s

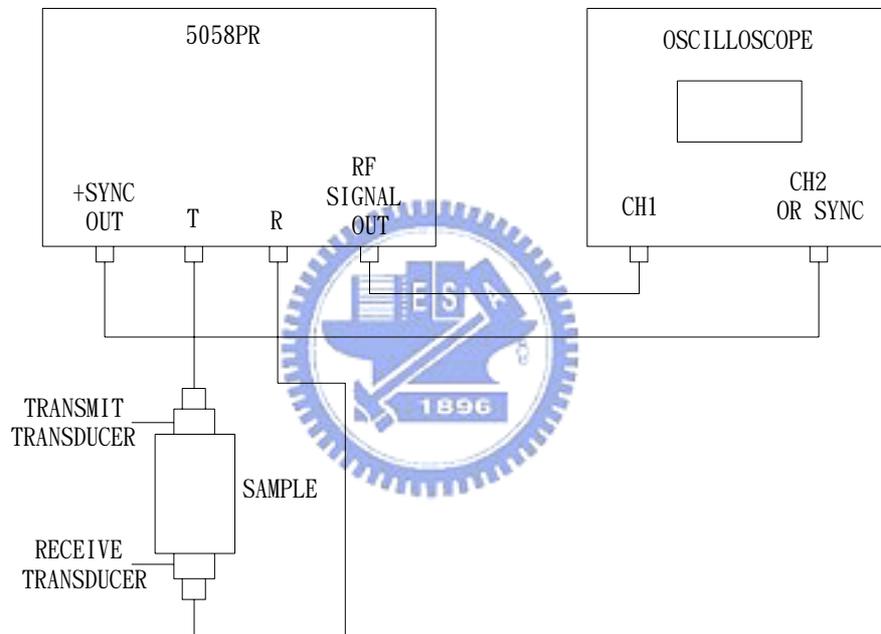


圖 4.7、超音波系統配置示意圖(傳遞時間法)



圖 4.8、脈衝產生/接收器



圖 4.9、P 波及 S 波探頭



圖 4.10、HP 54600 型之示波器

4-2-3 Mohr-Coulomb 破壞模式係數推導

本研究中將第四種崩積層材料(由近彈性體之完整新鮮岩石再加上幾組的節理弱面所組成)，彈性範圍採用如林建宏(1992)之異向性等值岩體力學彈性關係來描述屈服前之應力-應變關係，屈服後則採用 Mohr-Coulomb 破壞準則。本研究運用 FLAC 軟體中可撰寫 UDM (user-defined model) 模式的功能，將以上力學模式寫成 UDM Fish 程式，基本上可改寫 FLAC 中之標準 Mohr-Coulomb 彈塑性力學模式，UDM Fish 程式完成後，便可運用 FLAC 軟體進行後續邊坡穩定力學分析。此節中先推導其中所需之各項係數。以下 Mohr-Coulomb 破壞模式係數推導的過程，修改自 FLAC 內之 Theory and Background。

考慮主應力 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 ，並沿用 FLAC 軟體之應力定義，以張力為正，其中

$$\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \sigma_3 \quad (4.4)$$

而相對應之主應變增量 Δe_1 、 Δe_2 、 Δe_3 可組成下面的式子

$$\Delta e_i = \Delta e_i^e + \Delta e_i^p \quad i=1, 3 \quad (4.5)$$

其中上標 e 代表彈性，p 代表塑性，根據 Hooke's 定律，主應力及應變關係如下：

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_1 &= d_{11} \Delta e_1^e + d_{12} \Delta e_2^e + d_{13} \Delta e_3^e + d_{14} \Delta e_{12}^e \\ \Delta \sigma_2 &= d_{21} \Delta e_1^e + d_{22} \Delta e_2^e + d_{23} \Delta e_3^e + d_{24} \Delta e_{12}^e \\ \Delta \sigma_3 &= d_{31} \Delta e_1^e + d_{32} \Delta e_2^e + d_{33} \Delta e_3^e + d_{34} \Delta e_{12}^e \\ \Delta \tau_{12} &= d_{41} \Delta e_1^e + d_{42} \Delta e_2^e + d_{43} \Delta e_3^e + d_{44} \Delta e_{12}^e \end{aligned} \quad (4.6)$$

根據式 4.4，對照圖 4.11 為在 (σ_1, σ_3) 平面上之破壞準則圖示。

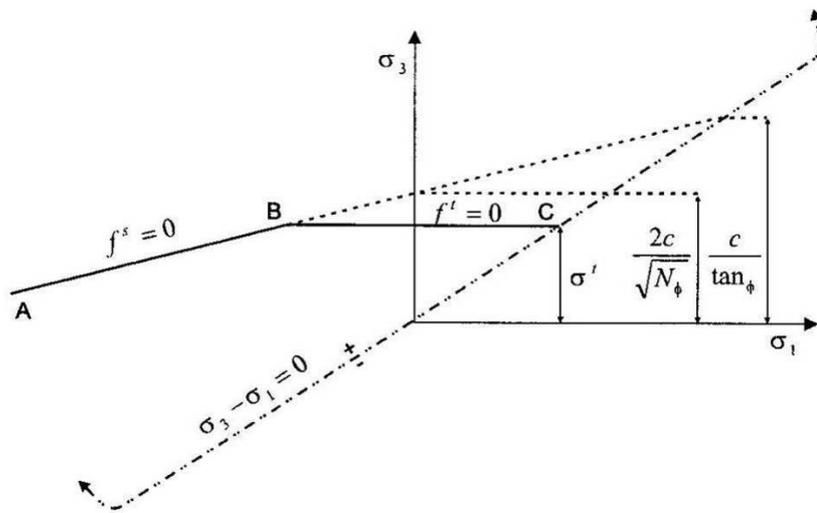


圖 4.11、Mohr-Coulomb 破壞準則 (from FLAC manual)

藉由 Mohr-Coulomb 降伏函數、張力函數、剪力势能函數及流動法則(圖 4.12)，我

們可以定義一個未知的參數(λ^s)。參數 λ^s 被定義在剪力降服面上的一個新的應力點上面。

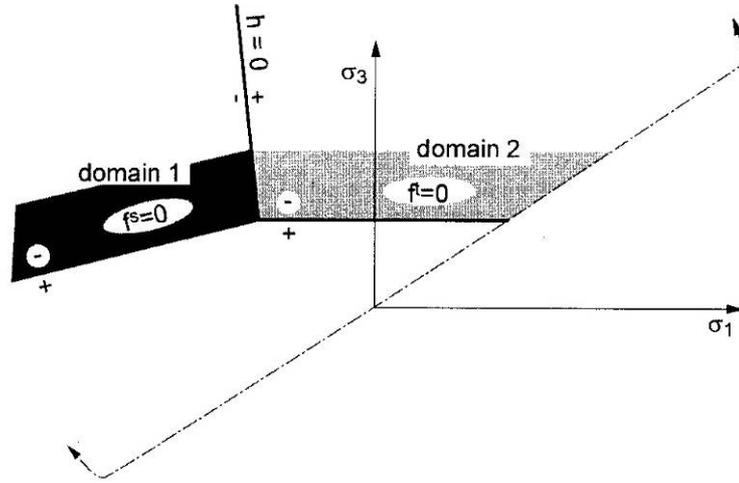


圖 4.12、Mohr-Coulomb 模型：流動法則定義的範圍(from FLAC manual)

其中 λ^s 為未知量的參數。考慮剪力破壞，可推得塑性的部份分別由 λ^s 及 N_ψ 來代表，表示如下：

$$\begin{aligned} \Delta e_1^p &= \lambda^s \\ \Delta e_2^p &= 0 \\ \Delta e_3^p &= -\lambda^s N_\psi \end{aligned} \quad (4.7)$$

上式中， $N_\psi = \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi}$ ， ψ 為膨脹角。從式(4.5)可得知，彈性應變增量為總應變

增量減去塑性應變增量。利用式(4.7)代入式(4.6)則可改寫為如下式：

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_1 &= d_{11} \Delta e_1 + d_{12} \Delta e_2 + d_{13} \Delta e_3 + d_{14} \Delta e_{12} - \lambda^s (d_{11} - d_{13} N_\psi) \\ \Delta \sigma_2 &= d_{21} \Delta e_1 + d_{22} \Delta e_2 + d_{23} \Delta e_3 + d_{24} \Delta e_{12} - \lambda^s (d_{21} - d_{23} N_\psi) \\ \Delta \sigma_3 &= d_{31} \Delta e_1 + d_{32} \Delta e_2 + d_{33} \Delta e_3 + d_{34} \Delta e_{12} - \lambda^s (d_{31} - d_{33} N_\psi) \end{aligned} \quad (4.8)$$

利用新的應力值為舊的應力值加應力增量，則可得到：

$$\lambda^s = \frac{f^s(\sigma_1^I, \sigma_3^I)}{(d_{11} - d_{13} N_\psi) - (d_{31} - d_{33} N_\psi) N_\phi} \quad (4.9)$$

在張力破壞的情況下，我們亦可得到下面幾個式子，其中 λ^s 為未知量的參數。

$$\begin{aligned} \Delta e_1^p &= 0 \\ \Delta e_2^p &= 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\Delta e_3^p = -\lambda'$$

重複上述之相同類似的理由，則可獲得：

$$\lambda' = \frac{f'(\sigma_3^I)}{d_{33}} \quad (4.11)$$

因此在既有的 FLAC 內之 Mohr-Coulomb 模式內之程式，將相對應的參數 d_{11} 、 d_{13} 、 d_{21} 、 d_{23} 、 d_{31} 、 d_{33} 分別代入即可。

4-3 與試驗結果比較

在三維(圖 4.13)狀態下，首先假設完整岩體具有等值線彈性體，應力應變關係如下表示：

$$[\Delta\sigma]_{xyz} = [D]^T [\varepsilon]_{xye} \quad (4.12)$$

其中：

$$\{\sigma\}_{xyz} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\}^T \quad (4.13)$$

$$\{\varepsilon\}_{xyz} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}\}^T$$

其勁度矩陣可表示如下：

$$[D]^T = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

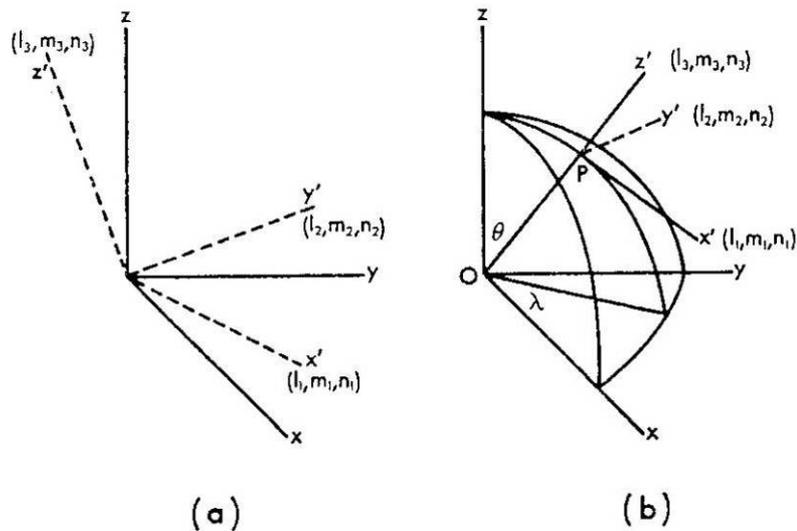


圖 4.13、三維座標系統表示圖(Jaeger, 1979)

弱面上的勁度矩陣，可以用弱面上之正向勁度(k_n)、剪力勁度(K_s)、弱面之間距(S)及弱面的傾角(θ)來表示之，下標 $x'y'z'$ 表示弱面自身之座標系統，表示如下：

$$[D]_{x'y'z'}^w = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_n S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_s S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_s S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

弱面上的座標系統與全域上的座標系統不同，因此需要經過座標轉換系統後，才可以做相關之加減乘除。其基本座標轉換矩陣，如下式所示：

$$[T_\sigma] = \begin{bmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & 2l_1m_1 & 2m_1n_1 & 2n_1l_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & 2l_2m_2 & 2m_2n_2 & 2n_2l_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & 2l_3m_3 & 2m_3n_3 & 2n_3l_3 \\ l_1l_2 & m_1m_2 & n_1n_2 & m_1n_2 + m_2n_1 & n_1l_2 + n_2l_1 & l_1m_2 + l_2m_1 \\ l_2l_3 & m_2m_3 & n_2n_3 & m_2n_3 + m_3n_2 & n_2l_3 + n_3l_2 & l_2m_3 + l_3m_2 \\ l_3l_1 & m_3m_1 & n_3n_1 & m_3n_1 + m_1n_3 & n_3l_1 + l_1n_3 & l_3m_1 + l_1m_3 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

而

$$\begin{aligned} l_1 &= \cos(x, x') & m_1 &= \cos(x, y') & n_1 &= \cos(x, z') \\ l_2 &= \cos(y, x') & m_2 &= \cos(y, y') & n_2 &= \cos(y, z') \\ l_3 &= \cos(z, x') & m_3 &= \cos(z, y') & n_3 &= \cos(z, z') \end{aligned} \quad (4.17)$$

假設 Ox, Oy, Oz 彼此相互正交，且相對於 $\sigma_x, \tau_{xy}, \dots$ 等的應力分量，而 Ox', Oy', Oz' 彼此也相互正交，且它們分別為 $Oxyz$ 方向上 cosines 的分量，分別為 (l_3, m_3, n_3) ， (l_1, m_1, n_1) ， (l_2, m_2, n_2) 。由圖 4.13 可知在此座標系統下， Pz' 與 z 軸夾 θ 角從 O 點呈放射性延伸； Px' 位於 OPz 的面上，角度為 θ ；由右手定則可以定出 Py' 方向，角度為 γ 。且讓 (l_3, m_3, n_3) ， (l_1, m_1, n_1) ， (l_2, m_2, n_2) 分別為這些方向上的 ocs 值。接著用參數 θ 及 γ 來表示，並注意 Oz' 與全域座標系統之中心點是相交的，則此上面任一點可用 $x = \sin \theta \cos \lambda$ ， $y = \sin \theta \sin \lambda$ ， $z = \cos \theta$ 來表示之，因此 Pz' 各方向之 cos 值，可表示如下：

$$l_3 = \sin \theta \cos \lambda, \quad m_3 = \sin \theta \sin \lambda, \quad n_3 = \cos \theta \quad (4.18)$$

當有一條線通過 O 點並平行 Px' 時，結果會與式(4.18)相同，此時 θ 用 $\frac{1}{2}\pi + \theta$ 代

替，因此可改變如下：

$$l_1 = \cos \theta \cos \lambda, \quad m_1 = \cos \theta \sin \lambda, \quad n_1 = -\sin \theta \quad (4.19)$$

最後，當有一條線通過 0 點並平行 Py' 及垂直 Oz 時，並將 $\frac{1}{2}\pi + \lambda$ 代入 λ ，因此 Py'

之 \cos 值，可表示如下：

$$l_2 = -\sin \lambda, \quad m_2 = \cos \lambda, \quad n_2 = 0 \quad (4.20)$$

在弱面座標 (x', y', z') 系統下，應力與應變的關係如下表示：

$$[\Delta \sigma]_{x'y'z'} = [D]^w [\varepsilon]_{x'y'z'} \quad (4.21)$$

我們可以產生一個相對於應力座標轉換矩陣，其值乘以全域應力量，即為弱面上應力之增量。另外產生相對於應變座標轉換矩陣，其值乘以全域應變量，即為弱面上應變量。其式表示如下：

$$[\Delta \sigma]_{x'y'z'} = [T_\sigma] [\Delta \sigma]_{xyz} \quad (4.22)$$

$$[\varepsilon]_{x'y'z'} = [T_\varepsilon] [\varepsilon]_{xyz} \quad (4.23)$$

其中

$$[T_\sigma]^{-1} = [T_\varepsilon]^T \quad (4.24)$$

則

$$\begin{aligned} [\Delta \sigma]_{xyz} &= \frac{1}{[T_\sigma]} [\Delta \sigma]_{x'y'z'} = \frac{1}{[T_\sigma]} [D]^w [\varepsilon]_{x'y'z'} = \frac{1}{[T_\sigma]} [D]^w [T_\varepsilon] [\Delta \varepsilon]_{xyz} \\ &= [T_\varepsilon]^T [D]^w [T_\varepsilon] [\Delta \varepsilon]_{xyz} \end{aligned} \quad (4.25)$$

因此總勁度值等於完整勁度值加上各弱面勁度值之合，表示如下：

$$[D]^e = [D]^r + \sum_{i=1}^n [T_\varepsilon]^T [D]^w [T_\varepsilon] \quad (4.26)$$

接著再將完整岩體之 E 值及 ν 值代入下列公式，即可得到 G 及 λ 值

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4.27)$$

$$\lambda = \frac{E * \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (4.28)$$

現地量到弱面之角度 θ ，及弱面間距 S ，將這兩個參數設為已知值，代入式(4.26)，並給定任一組 K_n 及 K_s 值，因此可得到一組總勁度值。

將所得到之總勁度矩陣值，代進董家鈞(1998)所推導由組構張量可得壓力波速

($V_{p,\theta}$)及剪力波速($V_{s,\theta}$)，其中 θ 值為弱面正向軸與鑽孔軸之夾角， ρ_d 為現地密度值(介於 $2500\sim 2400\text{ kg/m}^3$ 之間)。

$$V_{s,\theta} = \sqrt{(E_{66} \cos^2 \theta + E_{44} \sin^2 \theta) / \rho_d} \quad (4.29)$$

$$V_{p,\theta} = \sqrt{(-b + \sqrt{b^2 - 4c}) / (2\rho_d)} \quad (4.30)$$

其中

$$b = -(E_{11} \sin^2 \theta + E_{33} \cos^2 \theta + E_{66}) \quad (4.31)$$

$$c = (E_{11} \sin^2 \theta + E_{66} \cos^2 \theta) * (E_{66} \sin^2 \theta + E_{33} \cos^2 \theta) - (E_{12} + E_{66})^2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta \quad (4.32)$$

$V_{s,\theta}$ ， $V_{p,\theta}$ 定義於圖 4.14。

因此可得到一組壓力波速($V_{p,\theta}$)及剪力波速($V_{s,\theta}$)，分別與現地施做 PS-Logging 所得到之壓力波速(V_p^{RM})及剪力波速(V_s^{RM})互相做比對，調整 K_n 及 K_s 值，直到

$V_{p,\theta} \approx V_p^{RM}$ ， $V_s \approx V_s^{RM}$ ，則此時的弱面 K_n 及 K_s 值，即為我們反推所需要的弱面正向勁度及剪力勁度。

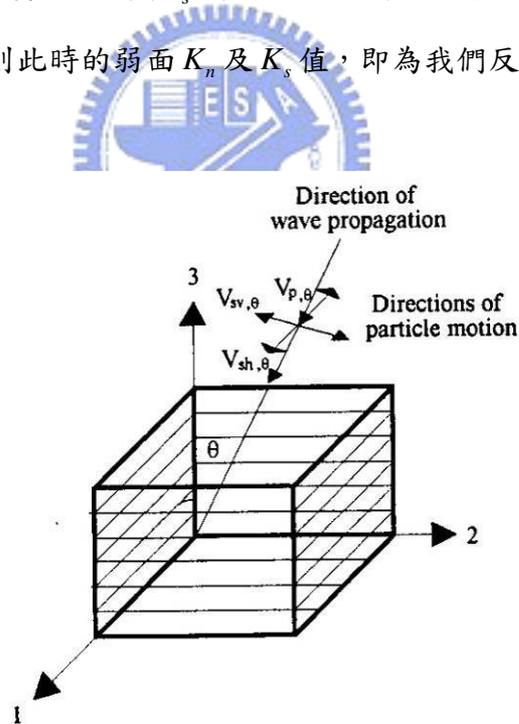


圖 4.14、橫向等向性材料波傳方向與粒子運動方向(董家鈞，1998)