

第三章 高取樣率 GPS 時錶改正

3-1 前言

目前本文求解低軌衛星軌道採用零次差 (Zero-difference) 模式，須有高精度的 GPS 星曆及高取樣率 GPS 衛星時錶改正，以配合觀測資料的取樣率求解每時刻的坐標值，並以無電離層線性組合 L3 消去電離層延遲誤差。本研究工具為瑞士伯恩大學天文研究所研發的 Bernese 5.0 軟體，以此計算高取樣率 GPS 衛星時錶改正計算流程。

在零次差定軌的程序中，高精度的 GPS 精密星曆與高取樣率 GPS 時錶改正扮演著關鍵的角色，在此 GPS 精密星曆、地球自轉參數與高取樣率 GPS 時錶改正必須保持高度相關，所謂高度相關指的是由同一個單位發佈這些檔案，如採用 CODE (Center for Orbit Determination in Europe) 的 GPS 時錶改正，就必須採用 CODE 的精密星曆和 CODE 發布的地球自轉參數。原因在於這幾項檔案都是屬於高相關，所以在以零次差定軌計算過程中若無這些檔案，將無法獲得高精度的定軌成果。

本研究主要是以台灣自主性為出發點，期望由台灣的科學研究團隊能自行計算高取樣率 GPS 時錶改正。而計算時錶改正，必須採用零次差觀測方程，且所使用的檔案資料必須來自同一個單位發布，因為每個檔案彼此互相關聯(Beutler et al., 2004)。

3-2 高取樣率 GPS 時錶改正計算原理

根據GPS的觀測方程式(3-1)式，在解算高取樣率GPS時錶改正之前，本研究必須先確定(3-1)式中，哪些量是本研究所已知的。因本文所使用的檔案包含GPS精密星曆和IGS地面站，故 ρ 為已知；而目前提供GPS星曆品質較佳的有兩個國際

機構分別為CODE和IGS(International GNSS Service)，表3-1為CODE和IGS精度的對照表 (Beutler et al., 2004)。

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \rho_1 + c(dt - dT) - I_1 + d_{trop} + \lambda_1 N_1 + \varepsilon_1 \\
 L_2 &= \rho_2 + c(dt - dT) - \frac{f_1^2}{f_2^2} I_1 + d_{trop} + \lambda_2 N_2 + \varepsilon_2 \\
 P_1 &= \rho_1 + c(dt - dT) + I_1 + d_{trop} + \varepsilon_1 \\
 P_2 &= \rho_2 + c(dt - dT) + \frac{f_1^2}{f_2^2} I_1 + d_{trop} + \varepsilon_2
 \end{aligned}
 \tag{3-1}$$

dt 和 dT 分別是接收儀時錶和衛星時錶相對於GPS時錶的改正項；

ρ 為 GPS 衛星與地面接收站的真實距離；

I_1 和 $\frac{f_1^2}{f_2^2} I_1$ 為電離層延遲誤差的影響量

d_{trop} 為對流層誤差的影響量

N_1 和 N_2 分別為 L_1 和 L_2 的週波未定值

ε_1 和 ε_2 分別為 L_1 和 L_2 或 P_1 和 P_2 的多路徑效應

L 代表相位觀測量

P 代表電碼觀測量



表 3-1 CODE 和 IGS 軌道之精度

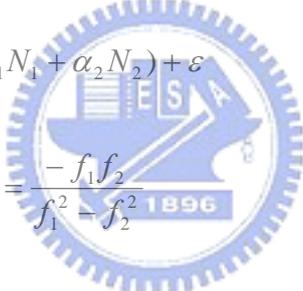
Orbit Type	Quality	Delay of Availability	Available at
Broadcast orbits	~2 m	Real-time	Broadcast message
CODE Ultra Rapid Orbits	<10 cm	Real-time	CODE through FTP
CODE Rapid Orbits	<5 cm	After 12 hours	CODE through FTP
CODE Final Orbits	<5 cm	After 5-11 days	CODE, IGS Data Centers
IGS Ultra Rapid Orbits(pred)	~10 cm	Real-time	IGS Data Center and CBIS
IGS Ultra Rapid Orbits(obs)	<5 cm	After 3 hours	IGS Data Center and CBIS
IGS Rapid Orbits	<5 cm	After 17 hours	IGS Data Center and CBIS
IGS Final Orbits	<5 cm	After ~13 days	IGS Data Center and CBIS

本研究利用無電離層之線性組合(ionosphere free linear combination，稱L3或LC)消去電離層延遲誤差的影響量 I ，如(3-2)式 (曾清涼&儲慶美，1999)：

$$L3 = \alpha_1 \cdot L1 + \alpha_2 \cdot L2$$

$$= R + c(dt - dT) + d_{trop} + \lambda_1(\alpha_1 N_1 + \alpha_2 N_2) + \varepsilon$$

其中

$$\alpha_1 = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \cong 2.546 \quad \alpha_2 = \frac{-f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2}$$


(3-2)

又可到CODE網站上下載該天的對流層參數將 d_{trop} 給消除掉。

當本文在進行高取樣率 GPS 時錶改正的計算時，吾人必須給定 GPS 時錶差的起始值，而採用的起始值為廣播星曆所發布的時錶改正，其時間間格為兩小時 1 筆。

本文先使用 P_3 電碼觀測量進行解算，可將電離層影響給消除之。在(3-3)式中的電碼觀測方程式，未知數僅有 dt ：

$$P_3 = \rho + c(dt - dT) + d_{trop} + \varepsilon \quad (3-3)$$

而在求解 dt 的時候，必須選擇其中一個地面 IGS 站將之固定住，使每一個 IGS

都參考於同一個基準。吾人選擇比利時的 Brussels IGS 站為主要參考站，原因是該站具有原子鐘較穩定(詳見 <http://igs.cb.jpl.nasa.gov/network/site/brus.html>)。

然後將所得之成果 dt ，帶回原方程式(3-3)式，並將 dT 視為未知數，且將之內插成每 5 分鐘一筆的高取樣率 GPS 時錶改正。接下來利用第一次的成果進行第二次解算，利用(3-4)式將電碼觀測量和相位觀測量一起進行聯合解算：

$$\begin{aligned} P_3 &= \rho + c(dt - dT) + d_{trop} + \varepsilon \\ L_3 &= \rho + c(dt - dT) + d_{trop} + \lambda N + \varepsilon \end{aligned} \quad (3-4)$$

一開始是先利用第一次的成果取代廣播星曆發布的時錶差，然後求解出 dt ，之後再利用相位觀測量解算週波未定值 N ， N 不固定為整數，將這三個數值帶回(3-4)式一起解算並重新估計 5 分鐘的 dT ，因為加入了相位觀測資料，此時的精度已經優於第一次的 dT 。

最後，依照第二次的成果取代第一次的 dT ，並且依然使用電碼觀測量先解算出 dt ，然後再利用相位觀測資料解算出週波未定值 N ，此時只需將這三個數值帶回(3-4)式中的相位觀測方程式解算，並且內插出 30 秒一筆的高取樣率 GPS 時錶改正，即可得到吾人所需之成果。圖 3-1 為瑞士伯恩大學發布利用不同的觀測量所求解得到時錶改正的精度，是將兩個 IGS 地面站 BRUS 和 PTBB 進行較差，可看出其差值分佈在 $10^{-11} \sim 10^{-15}$ 之間。吾人可觀察到利用電碼觀測精度最差、電碼和相位觀測其次、相位觀測最佳，可驗證本文所計算的理論(Beutler et al., 2004)。圖 3-2 為以 Bernese 5.0 計算高取樣率 GPS 時錶改正之流程。

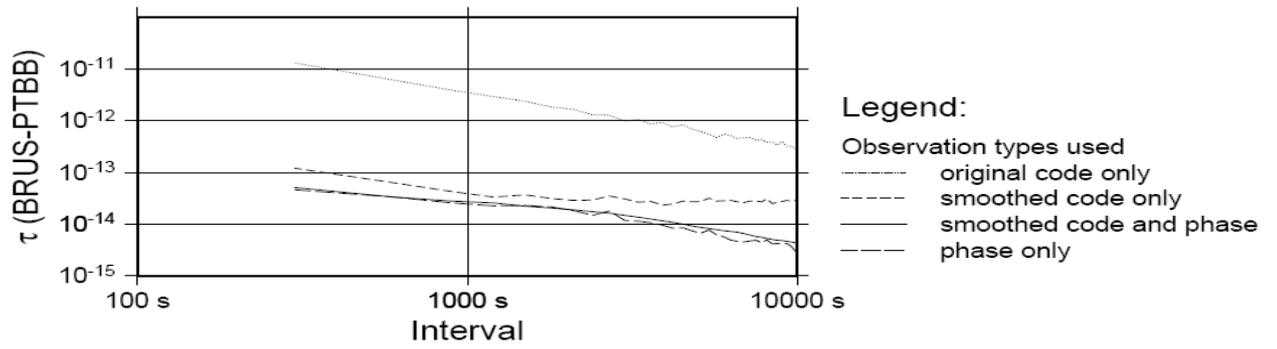


圖 3-1 IGS 地面站 BRUS 與 PTBB 之時錶改正較差(Beutler et al., 2004)



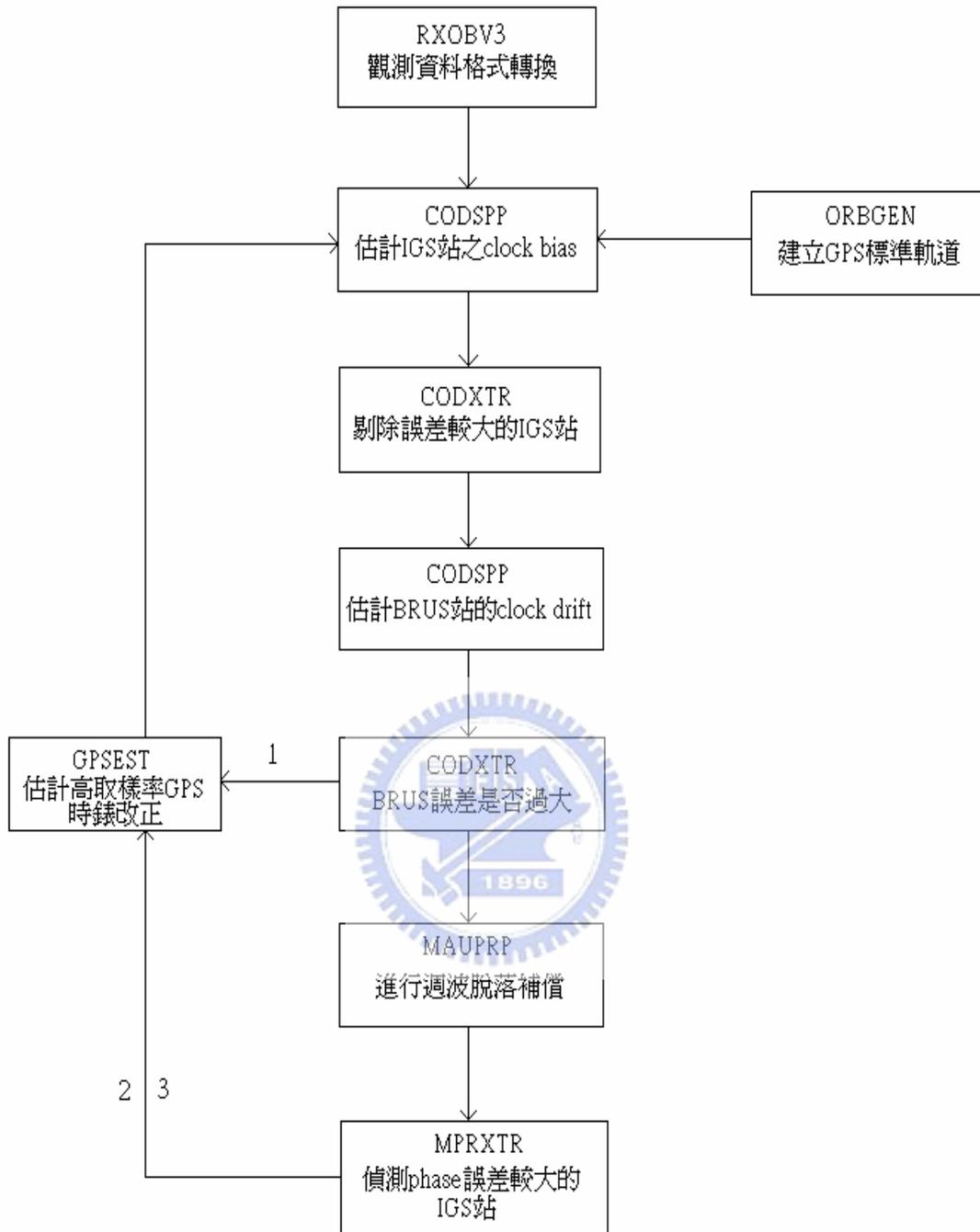


圖 3-2 Bernese 5.0 高取樣率 GPS 時錶改正計算流程

3-3 資料來源

使用Bernese 5.0 進行高取樣率GPS時錶改正計算程序時，所需輸入之檔案分為使用者輸入與一般參數兩種。使用者輸入檔案為使用者欲處理之觀測資料、GPS星曆、地球自轉參數.....等，如表 3-2 所示，在此以 2004 年 3 月 13 日的資料為例。一般參數之檔案為Bernese軟體進行資料處理時，各個程式將會使用到的相關參數檔案，若欲更新一般參數檔案，可至伯恩大學FTP 站 <ftp://ftp.unibe.ch/>，以「anonymous」登入，便能下載。表 3-3 為一般參數檔案相關說明，上述的一般參數檔案，除了安裝 Bernese 5.0 時，已安裝於 C:\BERN50\GPS\GEN資料夾下，也可到上述網站下載更新。

表 3-2 Bernese 5.0 使用者輸入之檔案(劉展鵬，2005)

檔案類型	網 址
COD12616.EPH (GPS 精密星曆)	ftp://ftp.unibe.ch/ → aiub/CODE/2004
BRD04073.CLK (廣播星曆時錶改正)	ftp://ftp.unibe.ch/ → aiub/CODE/2004
COD12616.ERP (地球自轉參數)	ftp://ftp.unibe.ch/ → aiub/CODE/2004
XXXX0730.04o (地面 IGS 站觀測資料)	http://cddisa.gsfc.nasa.gov/pub/gps/gpsdata/
COD12616.TRP (該天之對流層參數)	ftp://ftp.unibe.ch/ → aiub/BSWUSER50/ATM/2004

ITRFCODE.STA (IGS 站資訊檔)	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/BSWUSER50/STA/2004
ABBREV.ABB (IGS 站站名縮寫檔)	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/BSWUSER50/STA/2004
IGS_00.CRD (IGS 站坐標檔)	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/BSWUSER50/STA/2004

表 3-3 Bernese5.0 的一般參數檔案(劉展鵬，2005)

檔案類型	內容	網址
CONST	軟體用到的所有常數 例如：光速、地球半徑 L1 和 L2 頻率等等	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/BSWUSER50/GEN
DATUM	大地基準資訊	ftp://ftp.unibe.ch/
DE200.EPH	行星星曆	按照軟體內說明，至 JPL 網頁取得相關資料，以 Bernese 5.0 產生
SATELLIT	衛星資訊	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/BSWUSER50/GEN
SAT_YYYY.CRX (YYYY 代表年代)	衛星健康資訊	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/BSWUSER50/GEN
RECEIVER	接收儀資訊	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/BSWUSER50/GEN

PHAS_IGS.REL	天線相位中心資訊	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/BSWUSER50/GEN
GPSUTC	潤秒資訊	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/BSWUSER50/GEN
OT_CSRC.TID	海潮係數	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/BSWUSER50/GEN
OT_TOPEX.TID		
OT2TOPEX.TID		
IERS2000.SUB	半日潮資訊	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/BSWUSER50/GEN
RAY_96.SUB		
IAU2000.NUT	章動模式	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/BSWUSER50/GEN
IAU80.NUT		
EGM96	地位係數	ftp://ftp.unibe.ch/ →aiub/BSWUSER50/GEN
EIGEN2		
JGM3		
GEMT3		
GEM10N		
TEG4		
SINEX	SINEX 檔頭資訊	ftp://ftp.unibe.ch/
SINEX.TRO		
IONEX	IONEX 檔頭資訊	ftp://ftp.unibe.ch/

本文由圖 3-2 之流程所計算出的高取樣率 GPS 時錶改正，將與 CODE 公佈之高取樣率 GPS 時錶改正進行比較(詳見附錄一)。而以下面的數學式子，說明本研究的精度與 CODE 發布的精度相當。其係將本研究所求出的高取樣率 GPS 時錶改正先與 CODE 發布的時錶相減，即

$$d = CLK_{NCTU} - CLK_{CODE} = a_n t - b_n \quad (3-5)$$

CLK_{NCTU} 和 CLK_{CODE} 分別代表吾人所算出的高取樣率 GPS 時錶改正與 CODE 發布的時錶改正； d 為 CLK_{NCTU} 和 CLK_{CODE} 兩者之差；此外，本研究計算之 GPS 時錶隱含著時鐘偏移(clock bias)和時鐘漂移(clock drift)， a 為時鐘飄移， b 為時鐘偏移。因此本研究須找出一條回歸線(視為真值)將此 d 固定住，其模式為

$$y = a_0 t + b_0 \quad (3-6)$$

y 為回歸線；之後再移除時鐘偏移 b_n 和時鐘飄移 a_n ，如此便可看出殘差的分布情形，即

$$V = d - y = (a_n - a_0)t + (b_n - b_0) \quad (3-7)$$

V 為 d 與 y 的差值(即為真誤差)；藉由平差模式 $V=AX-l$ 求出單位權中誤差

$$V = \Delta a \cdot t + \Delta b = \begin{bmatrix} t & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta a \\ \Delta b \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

$$N = \begin{bmatrix} t \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum t^2 & t \\ t & \sum 1 \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{V^T V}{n-2}} \quad (3-10)$$

N 為法方程； σ_0 為單位權中誤差；經計算後，可得每顆衛星時鐘改正之單位權中誤差，如表 3-4。圖 3-4 為此次研究觀測到每顆衛星的總量；圖 3-5 為此次計算

高取樣率GPS時錶改正之精度，由於從表 3-4 可以看出PRN.8 的精度太差，為了清楚地呈現其他衛星時錶改正精度，在此將PRN.8 剔除。在表 3-4、圖 3-4 和圖 3-5 中，未看到PRN.2、PRN.12、PRN.19 和PRN.23 是由於當天並無該衛星之觀測資料，故無法呈現。

目前 CODE 之高取樣率時錶改正尚穩定地提供服務，為了避免此服務停止，所以本文進行高取樣率 GPS 時錶改正的研究，主要是期望國內能自行計算時錶改正，不需仰賴 CODE 發佈的時錶改正。而時錶改正對於以零次差定軌相當的重要，若時錶改正之精度為 0.1ns，乘上光速，則對距離觀測量的誤差達到 3 公分；若時錶改正之精度為 0.01ns，成上光速，則對距離觀測量的誤差為 0.3 公分。故時錶改正之精度將會影響定軌的好壞。

此次的時錶改正研究可看出，本文所計算出的 GPS 時錶改正與 CODE 發布的精度相當，約有 50% 的 GPS 衛星時錶改正精度在 0.01 ns 的等級，但仍有數顆衛星時錶改正之精度在 0.1ns，故尚有改善的空間。因本文只用了 32 個 IGS 地面站，若取用更多個穩定 IGS 地面站，相信精度應會有所提升。

表 3-4 各衛星之觀測數及時錶改正中誤差

衛星編號	觀測數(30 秒一筆)	衛星時錶改正之單位權中誤差(ns)
PRN.1	2721	0.072
PRN.3	2747	0.046
PRN.4	2866	0.037
PRN.5	2654	0.208
PRN.6	2607	0.148
PRN.7	2830	0.087
PRN.8	2796	6.324
PRN.9	2711	0.088
PRN.10	2685	0.123
PRN.11	2759	0.259
PRN.13	2834	0.179
PRN.14	2808	0.136
PRN.15	2722	0.106
PRN.16	2814	0.092
PRN.17	2876	0.074
PRN.18	2765	0.150
PRN.20	2829	0.157
PRN.21	2791	0.107
PRN.22	2836	0.117
PRN.24	2743	0.065
PRN.25	2699	0.055
PRN.26	2804	0.074
PRN.27	2880	0.075
PRN.28	2803	0.192
PRN.29	2820	0.089
PRN.30	2860	0.142
PRN.31	2850	0.098

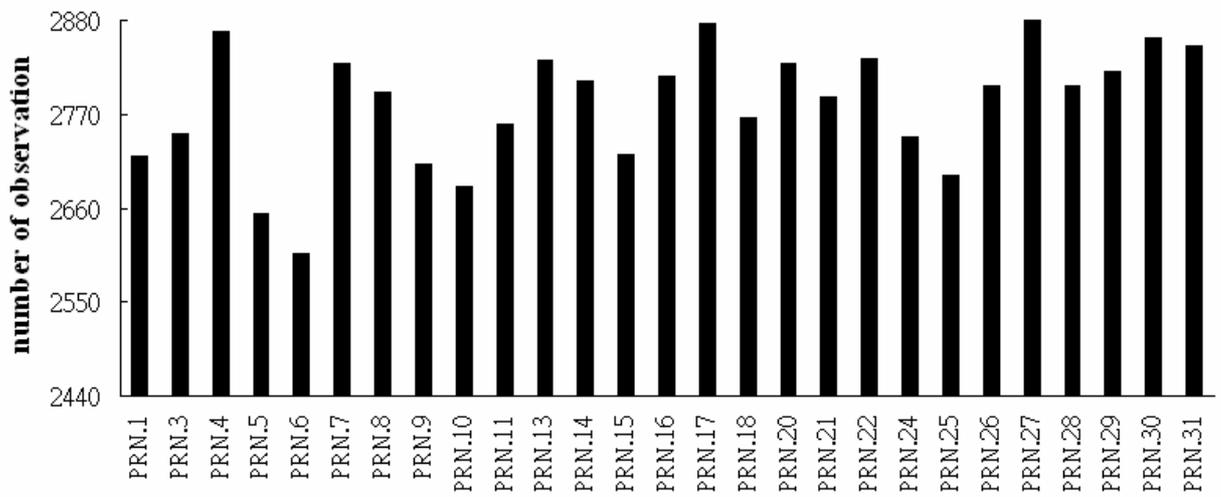


圖 3-4 時錶改正使用之 GPS 觀測量

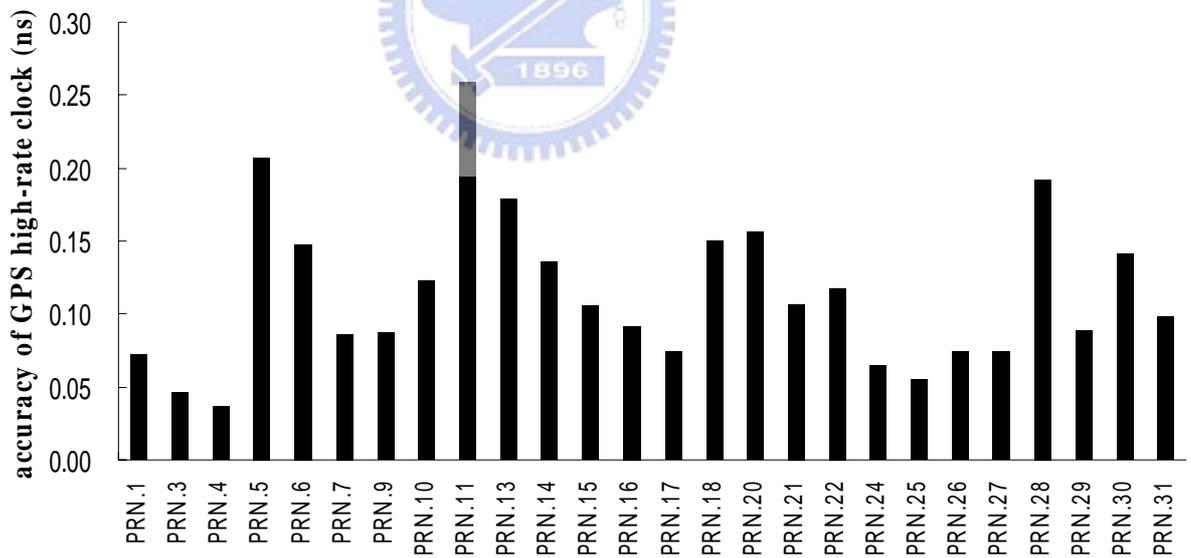


圖 3-5 本研究計算高取樣率 GPS 時錶改正之精度

3-5 模擬之減動力軌道差異比較

本文利用上述所計算出來的高取樣率 GPS 時錶改正進行福爾摩沙衛星三號 POD-X 天線觀測資料的模擬以及減動力軌道的求定。將所求定出的減動力軌道與參考軌道(由 NSPO 給定之軌道六元素，藉由 Bernese 5.0 的積分器所積出的參考軌道)相較差，即為圖 3-6 中的藍色線；本研究再利用 CODE 發布之高取樣率 GPS 時錶改正進行福爾摩沙衛星三號減動力軌道求定。再將減動力軌道與參考軌道(由 NSPO 給定之軌道六元素，藉由 Bernese 5.0 的積分器所積出的參考軌道)相較差，即圖 3-6 中的紅色線。本文將較差之結果分成徑向(radial)、沿軌跡方向(along-track)和跨軌跡方向(cross-track)予以呈現。

由表 3-5 的 MEAN 統計值可看出 NCTU 與 CODE 的時錶改正兩者無系統性之差異；從 RMS 統計值可看出雖以 NCTU 時錶改正計算出的軌道稍差，但誤差之等級仍屬相同，也間接證明用 NCTU 時錶改正所計算出的減動力軌道精度與用 CODE 時錶改正所計算出的減動力軌道精度相當。

表 3-5 以本研究及 CODE 時錶改正計算之減動力軌道與真實軌道差異統計值

時錶改正	MEAN(mm)	STDEV(mm)	RMS(mm)
	(radial/along/cross)	(radial/along/cross)	(radial/along/cross)
NCTU	-0.3/-2.0/0.1	17.5/17.6/15.4	17.5/17.7/15.4
CODE	0.1/0.3/-0.2	17.0/16.2/10.4	17.0/16.2/10.4

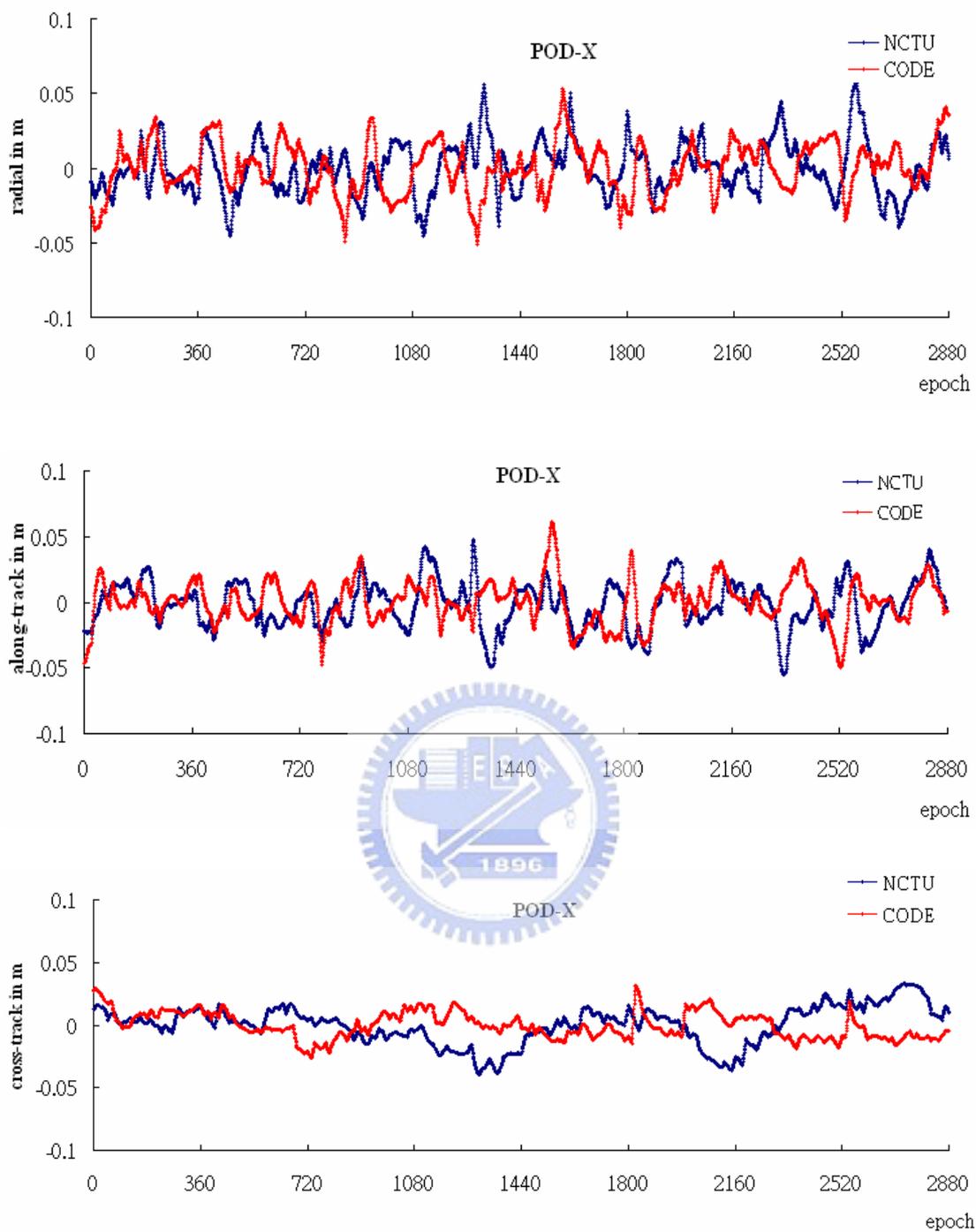


圖 3-6 以計算出的時錶改正進行定軌得藍色線(NCTU)軌道差；以 CODE 發布的時錶改正進行定軌得紅色線(CODE) 軌道差