

## 第四章 福爾摩沙衛星三號天線相位中心率定

### 4-1 前言

低軌衛星使用 GPS 觀測資料進行精密定軌中，最需要關注的兩個影響量為相位中心偏移及質心模式之建立，其中，相位中心偏移較質心模式易由地面戶外量測得到較可靠的結果。相位中心偏移量受重視起由於 1992 年 Rothacher 等人發現在瑞士 Zimmerwald 固定站每日利用 GPS 所觀測的結果與 SLR (satellite laser range) 所觀測的結果相比較，於高程上約有 10 公分的差異(Rothacher et al., 1995)，此高程 10 公分的差異後來證實是 Rogue 與 Trimble 天線相位中心不一致所造成的。之後再以混合不同型式天線於長基線進行量測時（基線長約 1200 公里），其結果與 ITRF93 之值相比較發現若未進行相位中心改正，其高程之誤差可達約 11 公分，而若加入相位中心改正，則其高程之誤差僅有 2 公分左右。因此，可知相位中心改正對 GPS 量測精度，有絕對的影響。

天線相位中心誤差可細分為兩方面討論見圖 4-1：

- (1) 天線平均相位中心的位置與天線物理中心的差異即稱為相位中心的偏移量 (Phase center offset)。
- (2) 瞬間相位中心與平均相位中心之差異稱為相位中心變化量 (Phase center variation)。

隨著信號仰角而改變的相位中心變化，對 GPS 定軌成果的影響主要相對高程上的誤差，其誤差甚至可高達 10 公分，這類影響並不會因基線長度遠近而改變。

對於大多數 GPS 使用者而言，這些天線相位中心偏移及變化之影響，已成為主要誤差的來源，為了改正由相位中心偏移及變化所造成的誤差，於量測工作中所使用的 GPS 天線都應加以率定，也就是建立每一種型式的天線，甚至每一

個單一天線，其隨方位角及仰角而改變的相位中心變化改正模式。根據 NGS (National Geodetic Survey) (Mader, 1998) 相關的研究指出，相位中心變化主要是受信號仰角影響，而非信號之方位角，且幾乎所有目前使用中的 GPS 天線，其相位中心模式與方位角幾乎是成對稱的，一般而言所造成的誤差量並不大，主要的相位中心變化是由於信號仰角不同所引起。

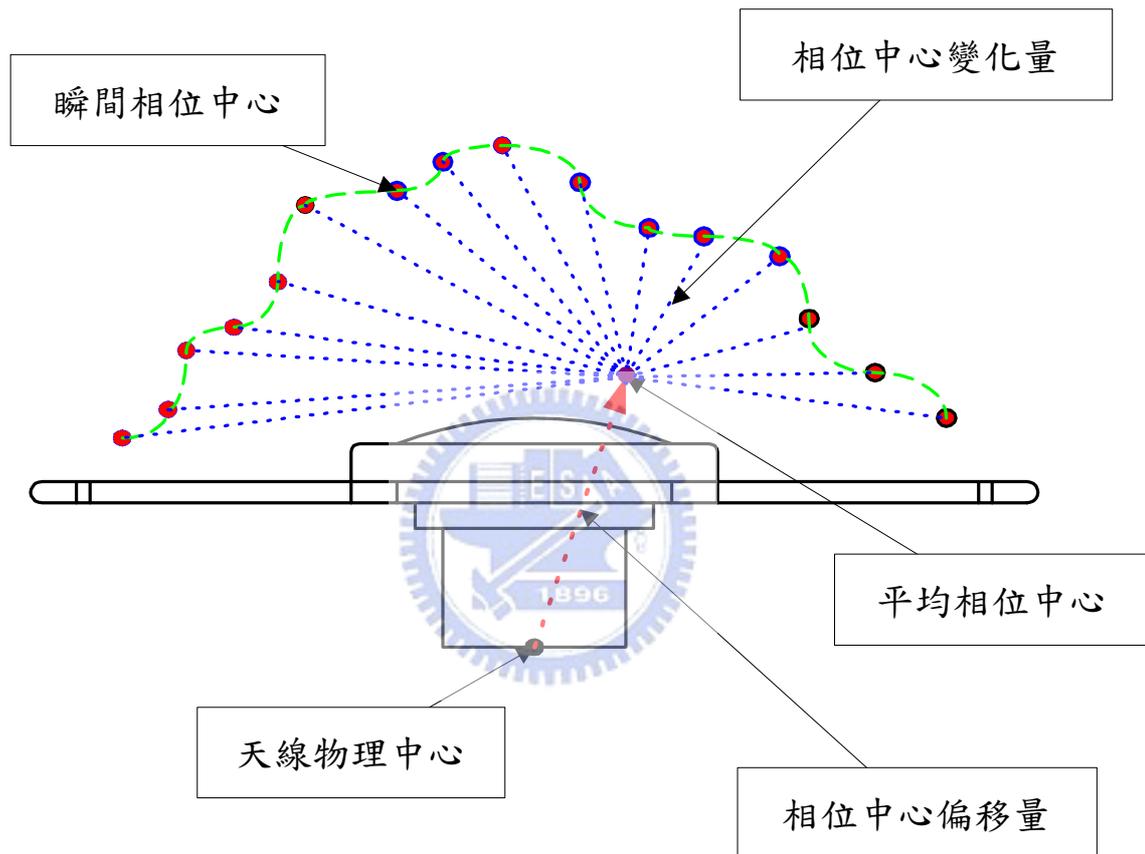


圖 4-1 GPS 天線相位中心示意圖(陳怡兆，1998)

#### 4-2 天線相位中心戶外率定流程

目前率定相位中心的方法有兩種，其一是以實驗室法 (Anechoic chamber measurement) 量測相位中心誤差，其二是由實測 GPS 觀測法率定相位中心誤差。以實驗室法進行天線相位中心率定並不普遍，原因是以實驗室法每次僅能率定一部天線，且須在配有相關設備之實驗室才能進行(Rothacher et al., 1995)。在實用

上，使用者利用 GPS 從事高精度量測時，是基於『相對』定位技術，因此只要知道天線間相對的改正量即可，不須實驗室法之絕對改正量。所以，利用各種天線之 GPS 觀測量及已精確量測之測點來推測天線間之相對改正量，是一項經濟且實用的方法。由於福衛三號衛星上酬載之 GPS POD 天線目前僅有實驗室法測試結果，因此，為了更能了解衛星實際飛行時之天線相位中心偏移量及變化量對於精密定軌的影響，故須進行實測 GPS 觀測法進行福衛三號天線相位中心率定。

以實測 GPS 觀測法測定相位中心變化時，必須要有測站之已知坐標，其精度須在 $\pm 1\text{mm}$  以內。然 GPS 法只能求出相對之相位中心改正量，因此，至少要有一組天線是以『實驗室法』推求之相位中心偏移量及變化量，當作已知值來相對求解其他待率定之天線盤，而率定需計算相位中心偏移量。

而在計算相位中心偏移量時，可與測站點位坐標一同計算，一般常見的方法有交換天線法(天線互換測站)(陳怡兆, 1998)及旋轉天線法(天線位置不動，僅旋轉  $180^\circ$ )，但本次戶外率定因衛星天線已固定於衛星上無法進行交換天線及旋轉天線，因此需配合經緯儀進行坐標系統間轉換方能得到結果。

本次測試場地為國家太空中心整測廠房頂樓，測試衛星天線為福爾摩沙衛星第二類和第三類即 FM2 與 FM3 兩衛星之 POD-X 天線(如圖 4-2)，圖 4-3 則為測試基線場佈置圖，其中 A、B 及 C 點為經緯儀及大地型 GPS 接收儀之測站，點 1、2 及 3 為衛星上之三目標點，點 R 為一固定之參考點，使用之經緯儀為 WILD T2 經緯儀，大地型 GPS 接收儀為 Trimble 5700 型，水準儀使用 NIKON 自動水準儀。二顆衛星之 -X POD 天線測試各需一天，操作流程如下：

1. 安置 SC，SC GSE，並將 POD -X 天線朝上(與天頂夾  $15^\circ$ )。
2. 選定能同時目視衛星環面上的三參考點之三定點，擺放重型腳架。
3. 於三定點上各架設一台 T2 經緯儀，量測與衛星三個參考點及 R 點之夾角，光線不足時則打光於參考點上以方便觀測。

4. 架設精密水準儀，量測完參考點與各定點間之高程差。
5. 移走經緯儀，改設置三台大地型 GPS 接收儀後，SC/GOX 開機。
6. 以精密水準儀，量測大地型 GPS 天線盤面之水準高差。
7. 操作衛星，讓 POD 與三台大地型接收儀同時進行 GPS 接收。
8. GOX 接收半小時後下載 VC2 科學資料，以驗證資料有效。
9. 4 小時後，下載 GOX 資料後，SC & GSE 關機並歸回廠房，大地型 GPS 接收儀亦關機。
10. 第二天由步驟 1 開始直到步驟 9 結束後，大地型接收儀繼續完整接收 24hr 資料後關機。
11. 移除天線盤後，以 DI3000 型測距儀量測三定點間距離，作為 GPS 計算成果之驗證。

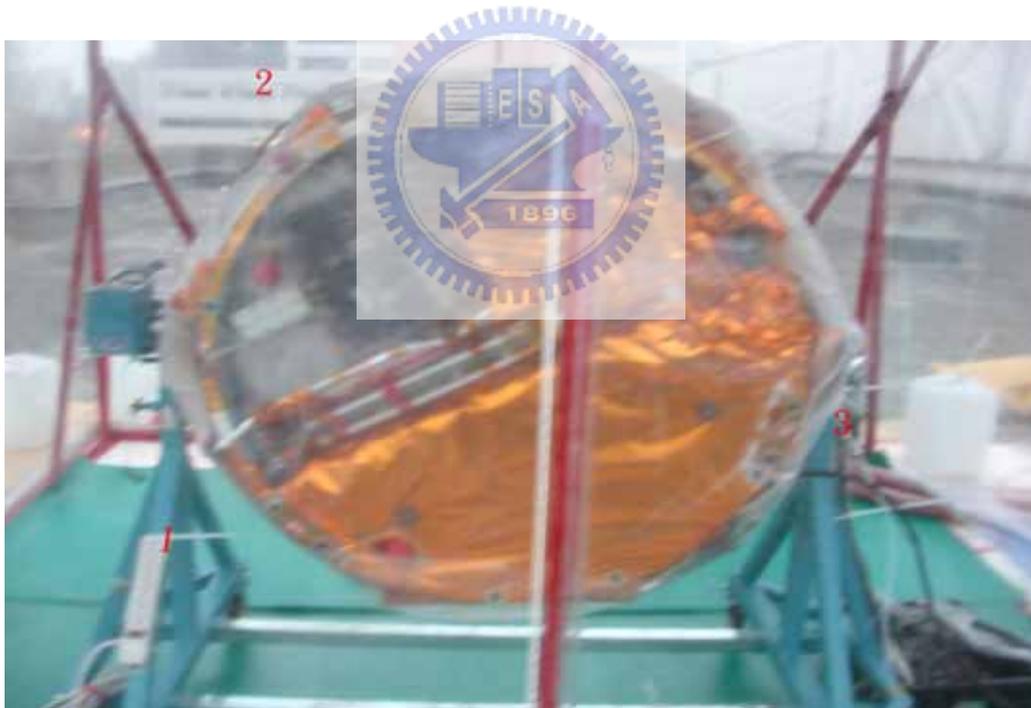


圖 4-2 福衛三號與置放之塑膠棚

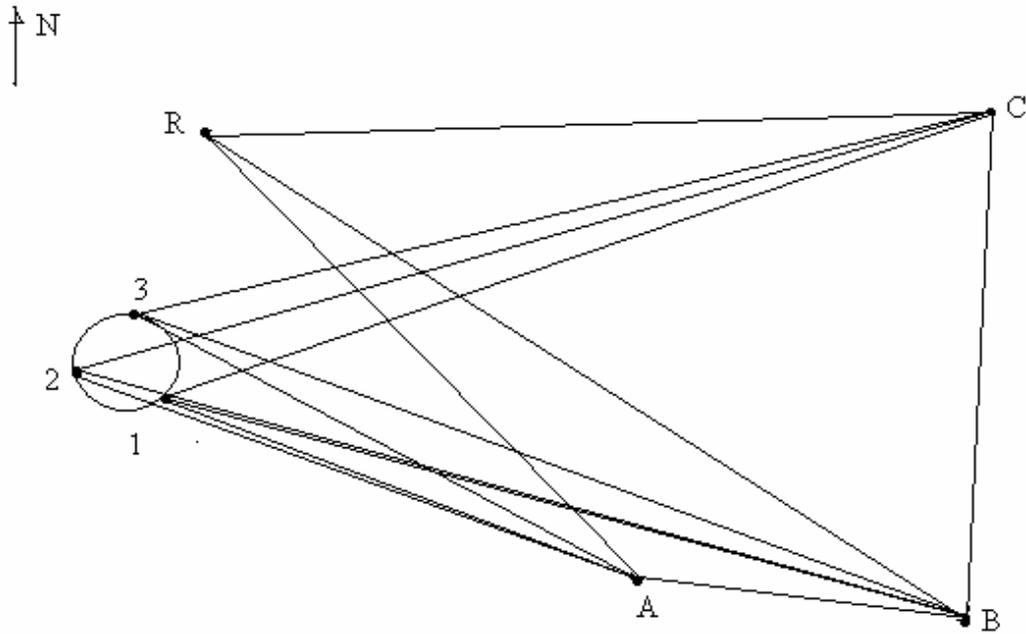


圖 4-3 相位中心戶外測試基線場佈置示意圖

### 4-3 相位中心戶外率定方法

#### 4-3-1 坐標轉換



由於無法進行交換天線法或旋轉天線法，因此必須靠坐標系統轉換才能加以整合、計算，例如地面追蹤站坐標及 GPS 解算之座標系為地固坐標系統（Conventional Terrestrial System, CTS），衛星上酬載儀器也有自身的觀測系統和坐標參考系統，如衛星固定坐標系統（Satellite Body-Fixed System, SBF），經緯儀觀測也有其區域坐標系統，不同的坐標系統之間必需進行轉換才能進行計算比較。

地固坐標系統是為了描述地面觀測站位置所建立與地球體聯結的坐標系統，依表達方式又可分為直角坐標系及大地坐標系。

直角坐標系定義為原點  $O$  與地球質心重合， $Z$  軸指向地球北極， $X$  軸指向格林威治子午線與地球赤道交點， $Y$  軸垂直於  $XOZ$  平面構成右手坐標系。

大地坐標系定義為地球橢球的中心與地球質心重合，橢球的短軸與地球自轉軸相合，大地緯度  $\phi$  為過地面點的橢球法線與橢球赤道面的夾角，大地經度  $\lambda$  為過地面點的橢球子午面與格林威治平大地子午面之間的夾角，橢球高  $h$  為地面點沿橢球法線至橢球面的距離。

於地面任一點 T 的地固坐標系坐標，均可表示為  $(X, Y, Z)$  與  $(\phi, \lambda, h)$ ，其間的換算關係如下：

$$\begin{aligned} X &= (N + h) \cos \phi \cos \lambda \\ Y &= (N + h) \cos \phi \sin \lambda \\ Z &= [N(1 - e^2) + h] \sin \phi \end{aligned} \quad (4-1)$$

其中， $N$  為橢球的卯酉圈曲率半徑， $e$  為橢球的第一偏心率， $a$ 、 $b$  分別表示橢球的長半徑和短半徑

$$\begin{aligned} N &= \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{\frac{1}{2}}} \\ e^2 &= \frac{a^2 - b^2}{a^2} \end{aligned} \quad (4-2)$$



經由下式，直角坐標可轉換為大地坐標：

$$\begin{aligned} \phi &= \tan^{-1} \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \left( 1 - e^2 \frac{N}{N + h} \right)^{-1} \\ \lambda &= \tan^{-1} \frac{Y}{X} \\ h &= \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos \phi} - N \end{aligned} \quad (4-3)$$

其中  $\phi$ 、 $h$  需漸近疊代計算。

衛星固定坐標系主要作用是定義衛星在慣性空間中的姿態，同時建立各相關

酬載儀器坐標系與慣性坐標系的關係，以此可轉換至 CTS 坐標系統，福衛三號坐標定義為根據衛星框架上三點所決定，亦即本次觀測之點 1、2 及 3。

經緯儀所觀測的數值可建立一區域參考座標系，此參考坐標系可依使用方便自己訂立，本文以 A 點及 B 點 GPS 基線解算結果坐標轉化為大地經緯度，然後計算出北方，以 A 點為原點，東方為正 X 軸，北方為正 Y 軸，Z 軸指向天頂，此區域坐標系欲轉化為衛星固定坐標系需進行參數轉換計算。在此，本文使用 Bursa-Wolf 的七參數轉換式 (Rapp, 1993)。位於兩相異座標系之同一點，由圖 4-4 可定義出三平移參數為  $dx$ 、 $dy$ 、 $dz$  及三旋轉參數為  $\omega_x$ 、 $\omega_y$ 、 $\omega_z$ ，在此逆時鐘旋轉為正方向，兩者之間還需進行一尺度參數  $s$  轉換，因此可寫出下式：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = sR_z(\omega_z)R_y(\omega_y)R_x(\omega_x) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

其中

$$R_x(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & \sin \omega \\ 0 & -\sin \omega & \cos \omega \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

$$R_y(\omega) = \begin{bmatrix} \cos \omega & 0 & -\sin \omega \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \omega & 0 & \cos \omega \end{bmatrix} \quad (4-6)$$

$$R_z(\omega) = \begin{bmatrix} \cos \omega & \sin \omega & 0 \\ -\sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-7)$$

若旋轉角  $\omega_x$ 、 $\omega_y$ 、 $\omega_z$  值很小，則(4-5)、(4-6)、(4-7)可合併改寫為

$$R_z R_y R_x = \begin{bmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

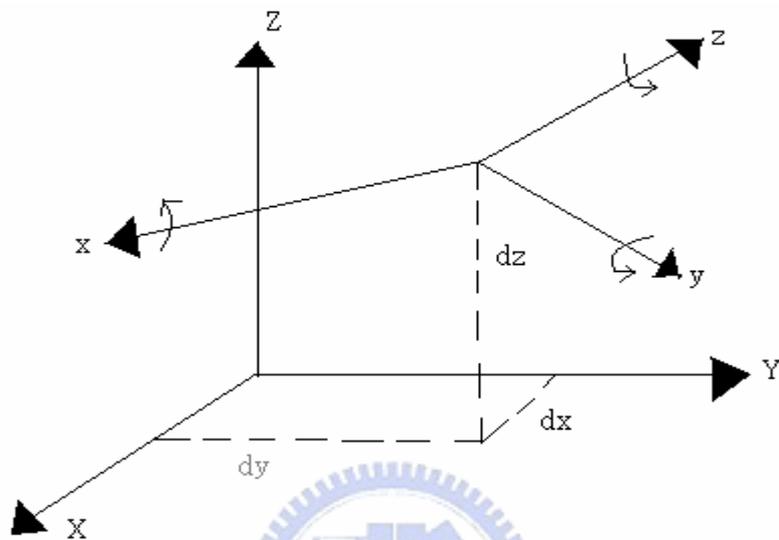


圖 4-4 相異坐標系之平移及旋轉參數示意

#### 4-3-2 計算方法與結果

首先，點 A、B、C 及衛星 POD-X 天線同時接收 GPS 資料，本文以工研院 IGS 固定站 TNML 站為固定點進行約制，採用 Bernese 5.0 版 GPS 衛星資料處理軟體進行基線解算，成果見表 4-1。將點 A、B、C 之 CTS 座標轉換成經緯度及橢球高，轉換結果見表 4-2。

表 4-1 GPS 基線解算結果

點位	X (m)	Y(m)	Z(m)
A	-2984408.2002	4966469.7440	2657462.9753

B	-2984421.9896	4966461.5443	2657462.8421
C	-2984421.0504	4966455.4052	2657475.2486
FM-2 POD-X	-2984397.7216	4966472.6877	2657468.0068
FM-3 POD-X	-2984397.5233	4966472.5752	2657468.8823
TNML	-2982779.7753	4966663.8777	2658806.3978

表 4-2 A、B 及 C 點座標轉換成經緯度之結果

點位	經度	緯度	橢球高(m)
A	121°0' 7.693043"	24°47' 3.841250"	123.1301
B	121°0' 8.264153"	24°47' 3.836308"	123.1340
C	121°0' 8.348061"	24°47' 4.280650"	123.1180

以 AB 測站轉換經緯度後之成果以程式 geod.f 計算得到 AB 線段之方位角為 90°32' 34.89702"，AB 距離為 16.0434 公尺，同理得 AC 方位角為 53°41' 29.77981"，AC 距離為 22.8329 公尺；為了檢核成果是否正確，在此吾人使用 DI3000 型測距儀量測 AB 及 AC 距離，分別得到成果 16.0437 公尺及 22.8353 公尺，誤差分別為 0.0003 公尺及 0.0024 公尺，可得知 GPS 計算成果其可用性。

由於 AB 及 AC 方位角和距離已知，因此令 A 點之區域參考坐標系坐標為 (0,0,0)，因此 B 點平面坐標可採下式求得：

$$x_B = x_A + s \cdot \sin \varphi, \quad y_B = y_A + s \cdot \cos \varphi \quad (4-9)$$

高程 z 坐標則由水準測量獲得，同理可求得 C 點，因此 A、B、C 之區域參考坐標系坐標見表 4-3。

將 T2 經緯儀架設於 A、B、C 觀測衛星框架點 1、2、3 及後視參考點 R，角 RAB

為 RA 及 AB 連線之夾角，單位為度，角度數據整理見表 4-4。由前方交會法，A 及 B 點區域座標已知，圖 4-3 中每個內角角度皆可由表四獲得，在  $\Delta A1B$  中， $\angle 1AB$  及  $\angle 1BA$  已知，由下式計算可得 1 點區域坐標：

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{(y_A - y_B) + x_A \cot(\angle 1BA) + x_B \cot(\angle 1AB)}{\cot(\angle 1BA) + \cot(\angle 1AB)} \\ y_1 &= \frac{-(x_A - x_B) + y_A \cot(\angle 1BA) + y_B \cot(\angle 1AB)}{\cot(\angle 1BA) + \cot(\angle 1AB)} \end{aligned} \quad (4-10)$$

依此原則可求得 1、2 及 3 點坐標，同理由已知之 B 及 C 點亦可求出另一組 1、2 及 3 點座標，兩者比較結果最大差距為 1cm，見表 4-5，加入水準測量觀測結果，最後 1、2 及 3 點座標取兩者平均值，因此各點於區域參考坐標系下之坐標可見表 4-6。

由於衛星框架上之三個參考點已知其分別定義於區域參考坐標系及衛星固定坐標系之坐標值，故共通之已知坐標值有三組共九個，因此，可採最小二乘法進行平差求解 Bursa-Wolf 模式之七未知參數，得到此七參數即可將衛星天線以基線求解所得之 CTS 坐標值轉換到衛星固定坐標系，再減去原本設定衛星天線中心點之坐標即可得到衛星天線相位中心偏移量。將所計算出的相位中心偏差改正與 UCAR 給定之相位中心偏差改正進行比較。由於 FM2 觀測量太少無法解算出 L1 和 L2 的相位中心偏差，僅能以 FM3 計算結果展現。見表 4-7 為相位中心改正比較。

本次戶外測試經軟體分析衛星接收之 GPS 觀測資料，發現上方雨棚的遮蔽效果相當嚴重，導致部分 GPS 衛星訊號無法用於定位必須剔除，多於觀測明顯變少許多，精度的提升也有所限制。本文相位中心改正之實驗，主要在於驗證 UCAR 給定的相位中心改正是否有誤，實驗結果證實戶外率定的方式與室內率定的方式僅差數公分的量級，在不佳的環境下測試，尚能有公分等級的精度，說明戶外率定的實驗無誤。

表 4-3 ABC 三點之區域參考坐標系坐標

點位	X(m)	Y(m)	Z(m)橢球高
A	0	0	0
B	16.042679461	-0.1520507831	0.0039
C	18.39969923	13.52007362	-0.0121
FM-2-POD-X	-10.49769479	5.772659359	0.7008
FM-3-POD-X	-10.60973015	5.772676011	0.4693

表 4-4 經緯儀觀測角度之數據

FM-2 量測角度	Degree	FM-3 量測角度	Degree
RBA	21.9631388889	RBA	21.9631388889
RBC	77.2765277778	RBC	77.2765277778
RCB	73.9760416667	RCB	73.9760416667
RAB	133.0258333333	RAB	133.0258333333
1B2	0.4600194444	1B2	0.4583694444
2B3	1.2932916667	2B3	1.2906111111
3BR	8.8322083333	3BR	8.8265277778
1A2	0.9846027778	1A2	0.9936722222
2A3	2.7074555556	2A3	2.7158277778
3AR	16.4095666667	3AR	16.5060694444
1C2	0.3846416667	1C2	0.3765250000
2C3	1.0932194444	2C3	1.0879083333
3CR	7.8664527778	3CR	7.7930861111

1AB	153.1274583333	1AB	153.2414027778
1BA	11.3776194444	1BA	11.3876305556
2AB	152.1428555556	2AB	152.2477305556
2BA	11.8376388889	2BA	11.8460000000
3AB	149.4354000000	3AB	149.5319027778
3BA	13.1309305556	3BA	13.1366111111
1BC	87.8620472222	1BC	87.8520361111
1CB	64.6317277778	1CB	64.7185222222
2BC	87.4020277778	2BC	87.3936666667
2CB	65.0163694444	2CB	65.0950472222
3BC	86.1087361111	3BC	86.1030555556
3CB	66.1095888889	3CB	66.1829555556

表 4-5 衛星上 1、2 及 3 點之區域參考坐標值

FM-2 POX-X	X (m)	Y (m)	Z (m)
AB			
1	-10.51643748	5.454829286	-0.285
2	-10.49058942	5.672281098	0.552
3	-10.41576793	6.285084108	-0.059
BC			
1	-10.51538188	5.453988736	-0.285
2	-10.48630623	5.670721726	0.552
3	-10.40133246	6.280948409	-0.059
FM-3 POD-X			

AB			
1	-10.61930076	5.481411058	-0.286
2	-10.58112108	5.69622627	0.552
3	-10.49036436	6.306019221	-0.059
BC			
1	-10.60204534	5.477145361	-0.286
2	-10.56493623	5.692050009	0.552
3	-10.47515196	6.30169113	-0.059

表 4-6 各點位之區域參考坐標系座標值

FM-2 Average	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	-10.51590968	5.454409011	-0.285
2	-10.48844783	5.671501412	0.552
3	-10.40855019	6.283016258	-0.059
FM-3 Average			
1	-10.61067305	5.479278209	-0.286
2	-10.57302866	5.694138139	0.552
3	-10.48275816	6.303855176	-0.059
定點			
A	0	0	0
B	16.04267946	-0.152050783	0.0039
C	18.39969923	13.52007362	-0.0121

表 4-7 相位中心改正之比較(單位：公分)

	X/Y/Z	X/ Y/ Z
NCTU (L1)	-8.53/-4.79/0.60	1.81/4.56/-2.43
UCAR (L1)	-6.72/-0.23/-1.83	
NCTU (L2)	-10.32/-4.79/-0.45	2.35/4.21/0.65
UCAR(L2)	-7.97/-0.58/0.20	

