

# 國立交通大學

資訊科學與工程研究所

## 碩士論文

基於多層次精細度之預先計算輻射轉換法

Level-of-Detail based Pre-computed Radiance Transfer



研究生：阮昭維

指導教授：莊榮宏 博士

中華民國九十五年十月

基於多層次精細度之預先計算輻射轉換法

Level-of-Detail based Pre-computed Radiance Transfer

研究生：阮昭維

Student : Chao-Wei Juan

指導教授：莊榮宏 博士

Advisor : Dr. Jung-Hong Chuang

國立交通大學

資訊科學與工程研究所

碩士論文

A Thesis

Submitted to Institute of Computer Science and Engineering

College of Computer Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Computer Science

October 2006

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十五年十月

# 基於多層次精細度之預先計算輻射轉換法

研究生：阮昭維

指導教授：莊榮宏 博士

國立交通大學資訊科學與工程研究所

## 摘要



在圖學領域中，為了讓及時顯像系統具有全域照度影像品質，預先計算區域輻射轉換技術在場景中散佈光源樣本，將頂點的顯像方程式轉換為求諧係數加以儲存。由於過程中必須對所有頂點進行計算，為了節省時間與資料量，本論文提出以多層次精細度為基礎的方法，將模型以頂點階層表示，在前置計算階段根據點光源決定裁切線以減少頂點數量。同時運用同樣的資料結構，在系統執行階段根據視點與幾何與光效誤差減少顯示的頂點數量。

# Level-of-Detail based Pre-computed Radiance Transfer

Student : Chao-Wei Juan

Advisor : Dr. Jung-Hong Chuang

Department of Computer Science  
National Chiao Tung University

## ABSTRACT

To apply global illumination quality image into a real-time rendering system, techniques of pre-computed local radiance transfer sample light source in the scene, and convert the render equation of vertices into spherical harmonics coefficients. All vertices are pre-computed during pre-processing. To lessen the pre-processing time and the data amount, in this thesis, we propose a level-of-detail based method. We convert the model into a vertex hierarchy. We decide a cut depending on the light source sample to reduce the vertices amount during pre-process time. Also we use the same hierarchy to reduce the vertices depending on the view and considering the geometry and lighting error during run-time.

## 誌 謝

我要感謝我的指導教授莊榮宏博士，因為老師的經驗與專業知識慢慢一步一步引導著我的思路，才有這篇論文的誕生，同時我也必須感謝老師對我的論文題目的支持，讓我得以完成我的論文研究。我還要感謝三位口試委員江清水教授、林文杰老師以及林奕成老師，在口試時所給予的建議，讓我獲益良多。另外我要感謝系辦吳小姐，這段時間在行政上的協助，讓我得以順利完成論文。此外我要特別感謝何丹期學長對我論文的建議與協助，特別是在身體不舒服的時候，依然留在實驗室指點我，我要讓以後閱讀這篇論文的人知道，何丹期學長真的是有情有義的好學長。

當然，我要特別感謝我的父母與弟弟在這些日子來的關心與牽掛，雖然我想盡量不要讓你們擔心，不過看來你們應該要親眼看到這篇論文才會放心吧。爸爸、媽媽，你們可以安心入睡了。

我還要感謝這兩年來 CGGM 實驗室成員們的一路陪伴，有了你們，我成長了不少。另外我要感謝遠祥、世明、建南、君唐四位學弟，在我沒有宿舍住的這段日子出借寢室浴室讓我使用，當然我也不會忘記你們在我生日所作的好事。

還有許多我無法一一列出名字的朋友們以及學弟妹們，感謝你們這些日子以來的關心，特別是在我生日時候的祝福，也要感謝你們這段時間沒有來問我功課，讓我得以全心全意寫論文。祝你們大家都能學業進步。

最後，我要將最後的感謝給余雅晴學妹，雖然在論文方面妳無法提供協助，但是如果沒有妳那可愛的笑容，或許我無法撐到論文寫完的那一天。也許我不知未來我們會在何時何處再相逢，但我不會忘記那年夏天，妳所給予的精神上的支持。祝妳能夠實現妳的夢想。

# 目錄

第一章 緒論.....	1
1.1 研究動機.....	1
1.2 研究範圍與目的.....	2
1.3 章節安排.....	2
第二章 背景知識與相關研究.....	3
2.1 顯像方程式背景知識.....	3
2.1.1 球座標與立體角.....	3
2.1.2 輻射能測量.....	5
2.1.3 反射特性.....	5
2.1.4 顯像方程式.....	6
2.2 預先計算輻射轉換.....	7
2.2.1 球諧函數.....	7
2.2.1.1 球諧函數的基底函數.....	7
2.2.1.2 球諧函數投射與函數還原.....	8
2.2.1.3 規格化正交性.....	9
2.2.2 預先計算輻射轉換相關研究.....	9
2.3 多層次精細度.....	11
2.3.1 漸進式網格模型(Progressive Meshes).....	11

2.3.2 視點相依之多層次精細度(View-Dependent Level-of-Details)	12
第三章 以頂點階層為基礎的預先計算輻射轉換	14
3.1 系統架構綱要	14
3.2 頂點階層建立	16
3.3 點光源取樣	17
3.4 以球諧係數顯像的視點相依多層次精細度	20
3.4.1 對應於動態光源的係數	21
3.4.2 視點相依多層次精細度	22
3.4.2.1 不可見頂點的判斷	22
3.4.2.2 還原基準	22
3.4.3 內插頂点球諧係數	25
第四章 實驗結果	27
4.1 光源相依多層次精細度簡化成果	27
4.2 動態視點顯像成果	30
4.3 動態光源顯像成果	34
第五章 結論與未來方向	39
5.1 結論	39
5.2 未來方向	39
參考文獻	41

# 表格目錄

表格 1 入射角差值與頂點數量的關係..... 28



# 圖目錄

圖 1 球座標系統.....	4
圖 2 邊線摺疊與頂點分裂 [ Hoppe96 ] .....	12
圖 3 頂點階層式意圖 .....	13
圖 4 系統流程概要 .....	15
圖 5 半邊線摺疊示意圖 .....	16
圖 6 頂點摺疊示意圖 [ XEV97 ] .....	17
圖 7 法向量錐與背光判斷示意圖 .....	19
圖 8 還原基準檢驗函數.....	20
圖 9 光源與光源樣本關係示意圖 .....	21
圖 10 螢幕空間幾何誤差示意圖 .....	23
圖 11 螢幕投射示意圖 .....	24
圖 12 一般化重心座標示意圖 [ MLBD02 ] .....	26
圖 13 bunny 模型 原始顯像結果 .....	28
圖 14 bunny 模型 入射角差值門檻 5 差異圖 .....	28
圖 15 bunny 模型 入射角差值門檻 10 差異圖 .....	29
圖 16 bunny 模型 入射角差值門檻 15 差異圖 .....	29
圖 17 bunny 模型 入射角差值門檻 20 差異圖 .....	29
圖 18 santa 模型 幾何誤差比重 0.05 多邊形數量 23576.....	31

圖 19	santa 模型	幾何誤差比重 0.5	多邊形數量 16657	.....	31
圖 20	santa 模型	幾何誤差比重 0.999	多邊形數量 15071	.....	31
圖 21	bunny 模型	誤差上限 0.2	多邊形數量 13,335	.....	33
圖 22	bunny 模型	誤差上限 0.25	多邊形數量 9,115	.....	33
圖 23	bunny 模型	誤差上限 0.315	多邊形數量 5,742	.....	33
圖 24	bunny 模型	誤差上限 0.4	多邊形數量 2,799	.....	34
圖 25	bunny 模型	多邊形數量 14,215	.....		35
圖 26	bunny 模型	多邊形數量 6,565	.....		35
圖 27	bunny 模型	多邊形數量 3,787	.....		35
圖 28	santa 模型	樣本間距 3	.....		37
圖 29	santa 模型	樣本間距 5	.....		37
圖 30	santa 模型	樣本間距 10	.....		37
圖 31	多點光源位置示意圖			.....	38
圖 32	bunny 模型	多邊形數量 11,994	.....		38

# 第一章

## 緒論

### 1.1 研究動機

在電腦圖學的領域中，根據每一張畫面的繪製時間，可以將應用程式分為即時顯像與非即時顯像。非即時顯像的應用程式需要花數分鐘以上的時間繪製影像，相對的能夠得到擬真的影像品質；即時顯像的應用程式更新畫面的速率快，但是必須犧牲畫面的品質，因此即時顯像應用程式雖然畫面行進流暢，卻往往少了一分真實的感覺。

全域照度(global illumination)是一種用來繪製擬真影像的技術，包含多種演算法，如熱輻射法(radiosity)或光線追蹤法(ray-tracing)。用這些演算法所描繪的影像往往需要花數分鐘到數小時的時間進行運算，預先計算輻射轉換(pre-computed radiance transfer) [SKS02] 技術的發明，得以即時產生具有逼近全域照度影像品質的畫面。其後尚有預先計算區域輻射轉換(pre-computed local radiance transfer) [KAJ05] 技術的問世，允許光源放置在場景內部，並且即時更動光源位置或者增加光源。

然而，即時產生具全域照度影像品質的畫面，其代價便是耗時的前置計算程序。在預先計算區域輻射轉換的前置程序中，我們需要針對場景內所有光源可能出現的位置作取樣，放置樣本光源。對每一個樣本光源而言，以任何一種全域照射演算法估算出物體所有頂點的顯像方程式，並將方程式轉換成球諧係數(spherical harmonics coefficients)的形式儲存在檔案之中。如果物體具有大量的頂點，不僅需要更多的時間進行前置計算，還需要更多的空間儲存檔案。

因此，本論文的主要動機便是提供使用者一個可以節省前置計算的時間以及儲存空間的方法，並且提供一個提升即時顯像效率的方法，讓使用者得以順暢地瀏覽具有近似於全域照度影像品質的場景應用程式。

## 1.2 研究範圍與目的

由於本論文的動機之一是加快預先計算區域輻射轉換的前置計算與執行時的顯像速度，因此在應用上的限制與預先計算區域輻射轉換一樣，場景中每個物體之間的相對關係不會改變，物體本身亦不會有任何形變，換句話說，我們研究的範圍僅限於靜態的場景。此外，光源的型態以點光源為原則，不過並沒有數量與放置位置的限制，只要事前曾被取樣過的空間位置，都允許點光源的放置，並且在執行時允許光源與視點的任意移動。

構想上，為了克服複雜場景所延伸出來的耗時與耗空間的問題，我們期望將場景模型以頂點階層(vertex hierarchy)〔Hoppe97〕的結構表示，透過類似視點相依多層次精細度(view-dependent level-of-detail)〔Hoppe97〕的方式，簡化場景模型，以達到省時與省空間的目的。同時我們也期望透過同樣的頂點階層架構，發展出適用於預先計算輻射轉換的視野相依多層次精細度技術。



## 1.3 章節安排

在本論文中，第一章為緒論，敘述研究的動機、範圍以及目的。第二章相關研究將對預先計算輻射轉換以及視點相依多層次精細度作介紹。第三章將對本論文所提出節省前置計算時間、儲存空間，以及提升即時顯像效率的方法作詳盡的描述。第四章為實驗的結果討論。第五章為研究的總結。

## 第二章

### 背景知識與相關研究

本章將介紹一些與本論文相關的背景知識以及其它相關研究。2.1 節將會簡單介紹關於顯像的基本知識；2.2 節會針對預先計算輻射轉換進行完整的說明；最後 2.3 節則講解多層次精細度模型簡化的相關研究。

#### 2.1 顯像方程式背景知識

預先計算輻射轉換的主要目的是縮短即時顯像系統中的顯像方程式計算時間，因此在介紹預先計算輻射轉換之前，先針對顯像有關的符號與背景知識作概略性的介紹。

##### 2.1.1 球座標與立體角



要表示一個點在三維空間中的位置，我們使用笛卡兒座標(Cartesian coordinates)，也就是 $(x, y, z)$ 的形式來表示。而如果要單純表示空間中的某個方向，我們會以球座標(spherical coordinates)系統來表示。如圖 1 所示， $\omega$ 代表單位圓表面上的一個點，從球心到 $\omega$ 則形成一個向量。這個向量與 $Z$ 軸之間的夾角為 $\theta$ ，而將 $\omega$ 垂直投射到 $XY$ 平面上之後，投射點與球心之間又形成另外一個向量，這個向量與 $X$ 軸之間的夾角為 $\phi$ 。因此我們可以用 $(\theta, \phi)$ 來表示球心到 $\omega$ 點的方向。

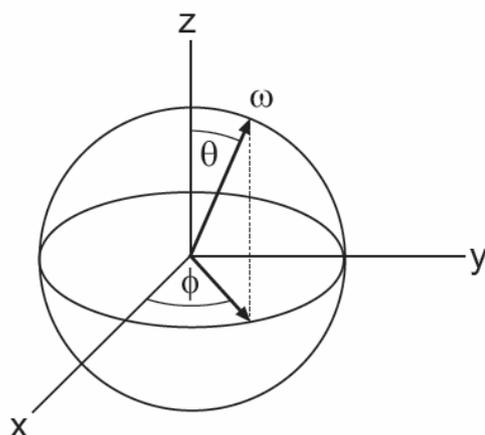


圖 1 球座標系統

在平面上，我們可以用弧角來表示一個角度的大小。以角的起點為圓心畫一個單位圓，角的兩端邊線在圓周上所裁切下來的弧線長度，即為這個角的弧角。我們可以將類似的概念延伸至三維空間中，若有一個三維空間的立體角度，我們以角的起點為球心畫一個單位球，則角的邊緣可以在球的表面上裁切出一塊區域，我們便可以這塊區域的面積來描述這個立體角(solid angle)的大小。

由於立體角是用來描述三維空間中的角度大小，我們可以用微分立體角(differential solid angle)來同時描述方向以及單位球表面上的極微小區域。假設已知空間中一點 P 與一個微分面積  $dA$ ， $r$  是兩者之間的距離， $\theta$  代表  $dA$  到 P 的向量與  $dA$  法向量的夾角，則對 P 而言， $dA$  所佔的微分立體角大小為：

$$d\omega = \frac{\cos\theta dA}{r^2}$$

其中  $\cos\theta dA$  代表微分投影面積，意即微分面積在平面上的投影。若  $dA$  是一個半徑為  $r$  的球面上的一個微分面積，且球心到  $dA$  的方向是  $(\theta, \phi)$ ，則

$$dA = r^2 \sin\theta d\theta d\phi$$

因此

$$d\omega = \frac{dA}{r^2} = \sin\theta d\theta d\phi$$

(1)

## 2.1.2 輻射能測量

在現實生活中，光是能量的形式之一，對於一個具有波長為  $\lambda$  的光子 (photon)，其所含的能量  $e_\lambda$  為：

$$e_\lambda = \frac{hc}{\lambda}$$

其中  $c$  代表光速， $h$  代表普朗克常數 (Planck's constant)。而由  $n_\lambda$  個波長為  $\lambda$  的光子所構成的光譜輻射能量 (spectral radiant energy)  $Q_\lambda$  為：

$$Q_\lambda = n_\lambda e_\lambda$$

若集合所有波長的光子能量，即可計算出輻射能 (radiant energy)  $Q$ ：

$$Q = \int_0^\infty Q_\lambda d\lambda$$

計算每單位時間內所流動傳遞的輻射能，即為輻射通量 (radiant flux)  $\Phi$ ：

$$\Phi = \frac{dQ}{dt}$$

在物體表面  $x$  位置上，計算每單位面積所接收的輻射通量即為表面  $x$  的照度 (irradiance)  $E$ ：

$$E(x) = \frac{d\Phi}{dA}$$

在物體表面  $x$  位置上，每個單位投射面積的表面往每個單位立體角出射的輻射通量定義為輻射量 (radiance)：

$$L(x, \omega) = \frac{d^2\Phi}{\cos\theta dA d\omega} \quad (2)$$

## 2.1.3 反射特性

物體在光源環境之下，吸收某特定波長的光線，反射其餘波長的光線，當反射的光線人類的眼睛所接收，即成為物體所表現出來的顏色。因此物體表面的反射特性對物體的顏色有著直接的影響。

雙向反射分布函數 (bidirectional reflectance distribution functions, BRDF) 是一種用來描述物體表面反射特性的函數，通常以  $\rho$  表示，其定義為自表面

出射的輻射量與射入表面的照度之比值 [DBB03]:

$$\rho(x, \omega_i, \omega_o) = \frac{dL(x, \omega_o)}{dE(x, \omega_i)} \quad (3)$$

其中  $x$  是平面上的二維座標， $\omega_o$  是指向射出方向的微分立體角， $\omega_i$  則是指向入射方向的微分立體角，因此雙向反射分布函數是一個四維函數。

過去有部分研究是以數學模型來描述物體表面的反射特性，Phong [Phong75] 以單純的角度之間的夾角與參數來計算觀察者所看到的物體顏色，Cook 與 Torrance [CT82] 以半角(half angle)改善鏡射反光的計算。為了讓顯像的結果更接近真實世界的物體材質，Ward [Ward92] 以儀器量測真實物體的表面反射特性，取得雙向反射分布函數值的樣本，從實驗結果中推導出物體的雙向反射分配函數數學式。

#### 2.1.4 顯像方程式

顯像方程式是一種被用來計算頂點顏色的方程式，先前提到的雙向反射分配函數僅針對單一入射方向的能量，由於物體表面可以接受來自四面八方的能量，因此在計算物體表面的光效時，必須對來自球座標所有方向的入射輻射進行積分的運算。已知物體表面  $x$  以及輻射出射方向  $\omega_o$ ，Kajiya 首先提出顯像方程式觀念，並將其描述成以下形式 [Kajiya86]:

$$L_o(x, \omega_o) = \int_{\Omega} L_i(x, \omega_i) \rho(x, \omega_i, \omega_o) V(\omega_i) \cos \theta d\omega_i \quad (4)$$

其中  $L_i$  代表入射的輻射函數， $\rho$  是雙向反射分布函數， $\theta$  是  $\omega_i$  與法向量的夾角， $V$  代表的是能見度函數，若在  $\omega_i$  方向無遮蔽物，那麼函數值為 1，否則為 0。

早期有許多全域照度演算法被用來計算場景內所有表面的顯像方程式，Kajiya [Kajiya86] 以追蹤光線行進(path-tracing)的方式了解輻射如何在場景中傳遞，Goral 等人 [GTG+84] 將場景分成多塊補片(patch)，計補片之間輻射傳遞的平衡狀態。然而這些方法都必須要花上漫長的時間進行計算，無法在即時顯像應用程式中使用。為了能在即時顯像應用程式中呈現出具有類似品質的影像，Sloan 等人 [SKS02] 提出了預先計算輻射轉換

技術試圖解決這個問題。下一節將介紹預先計算輻射轉換的背景知識與相關研究。

## 2.2 預先計算輻射轉換

Sloan 等人在 2002 年提出了預先計算輻射轉換的架構，其中使用了球諧函數(spherical harmonics)來完整系統的運作機制 [SKS02]。因此在本節分別就球諧函數的數學性質，以及其他相關的研究。

### 2.2.1 球諧函數

球諧函數是一個適用於球域上的規格化正交基底(orthonormal basis)，最早是被用在量子化學的研究上 [Edmonds60]。所謂的基底函數(basis function)代表了原始函數的一個小片段的訊號，若將多個不同的基底函數作倍數調整與組合，便可求得原始函數的近似函數。在預先計算輻射轉換的技術之中，需要將函數轉換成許多基底函數的組合型式，因此我們分別對球諧係數的特性一一作介紹。

#### 2.2.1.1 球諧函數的基底函數

預先計算輻射轉換的主要工作之一是將函數轉換成由多個基底函數的組合來表示。事實上，可以達成這種條件的基底函數有許多種，在這些眾多的基底函數中，有一種被稱為正交多項式(orthogonal polynomials)的基底函數，具有一個相當有趣的性質，這個性質對於預先計算輻射轉換有相當大的幫助。

任選兩個正交多項式，對它們的乘積作積分的運算，如果挑選出來的兩個多項式是相同的，那麼它們的乘積積分結果會是一個常數值；反之會得到 0。

$$\int_{-1}^1 F_m(x)F_n(x)dx = \begin{cases} 0 & n \neq m \\ c & n = m \end{cases}$$

正交多項式又包含了許多不同種類之多項式，其中聯合 Legendre 多項式(associated Legendre polynomials)，其定義域被限制在  $[-1, 1]$  的範圍之

內，傳統上以  $P$  來表示此多項式，此外尚有  $l$  與  $m$  兩個參數，根據不同的  $l$  值可以將此多項式劃分成不同的波段(band)，而  $l$  就是波段的索引值。

聯合 Legendre 多項式僅適用於一維的函數，如果要處理二維的函數，就必須改用球諧函數。球諧函數的基底函數定義如下 [SKS02]：

$$Y_l^m(\theta, \phi) = K_l^m e^{im\phi} P_l^{|m|}(\cos\theta), l \in N, -l \leq m \leq l$$

$(\theta, \phi)$  表示球域上某一點的球極座標， $P$  代表聯合 Legendre 多項式， $K$  則是用來將整個函數值正規化(normalization)的因數：

$$K_l^m = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}}$$

由於上述定義的基底函數  $Y$  是個複數函數，因此需要經過一些簡單的轉換，取出實數的部分：

$$y_l^m(\phi, \theta) = \begin{cases} \sqrt{2} \operatorname{Re}(Y_l^m), & m > 0 \\ \sqrt{2} \operatorname{Im}(Y_l^m), & m < 0 \\ Y_l^0, & m = 0 \end{cases} = \begin{cases} \sqrt{2} K_l^m \cos(m\phi) P_l^m(\cos\theta), & m > 0 \\ \sqrt{2} K_l^m \sin(-m\phi) P_l^m(\cos\theta), & m < 0 \\ K_l^0 P_l^0(\cos\theta), & m = 0 \end{cases} \quad (5)$$

往後所有提到關於球諧函數運算的基底函數，就是這裡所定義的  $y$  函數。

### 2.2.1.2 球諧函數投射與函數還原

由於球諧函數是一種規格化正交基底，因此任何一個定義在球域上的函數，都能由多個球諧函數基底的組合來表示，只要能夠求得每個基底函數對應的係數(coefficient)，往後只需將係數乘上對應的基底函數並加總，即可還原成原始的函數。這個求係數步驟被稱為投射(projection)[SKS02]，給定一個函數  $f$ ，投射的方程式如下：

$$f_l^m = \int_{\Omega} f(s) y_l^m(s) ds \quad (6)$$

其中  $f_l^m$  即是與基底函數  $y_l^m(s)$  對應的係數，積分的範圍是整個球域。

假設我們已取得波段  $n$  以內的所有係數，意即  $l$  的範圍從 0 到  $n-1$ ，則

我們可以用下列方程式還原函數  $\tilde{f}$ ：

$$\tilde{f}(s) = \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{m=-l}^l f_l^m y_l^m(s)$$

不過，以這種方式還原的函數只是原始函數的逼近，當係數取得越多，與原始函數之間的誤差將越小。我們可以將所有的係數存放在一個大小為  $n^2$  的向量之中，並且重新依序給予索引值 1 到  $n^2$ ，因此可以將式子表示成：

$$\tilde{f}(s) = \sum_{i=1}^{n^2} f_i y_i(s) \tag{7}$$

因此在系統執行階段，只需要進行乘積加總的運算，便可以取得函數的近似值。

### 2.2.1.3 規格化正交性

球諧函數不僅具有正交性(orthogonal)，而且還具有規格化正交性(orthonormal)的性質，意即任意挑選兩個球諧函數基底函數，對整個球域作乘積的積分運算，若兩個基底函數相等，積分值為 1，否則為 0：

$$\int_{\Omega} y_n(s) y_m(s) ds = \begin{cases} 0 & n \neq m \\ 1 & n = m \end{cases}$$

由此可知，任兩個定義在球域上的函數，對整個球域作乘積的積分運算，會有以下的特性 [SKS02]：

$$\int \tilde{a}(s) \tilde{b}(s) ds = \sum_{i=1}^{n^2} a_i b_i \tag{8}$$

透過這個性質，兩個函數的乘積的積分運算可以簡化為兩個係數向量的內積運算，這樣的簡化動作大大提升了計算速度，因而讓如同顯像方程式般複雜的積分式有機會在極短的時間內完成計算。

### 2.2.2 預先計算輻射轉換相關研究

2002 年 Sloan [SKS02] 等人提出預先計算輻射轉換的基本概念，針對一散射表面  $x$  而言，我們能將顯像方程式(方程式(4))改寫為：

$$L_o(x) = \frac{\rho_x}{\pi} \int L_i(x, s) V(s) \cos \theta ds \quad (9)$$

其中  $\cos \theta = N_x \cdot s$ ， $N_x$  為法向量， $\rho_x$  為散射反射率。我們可以將積分式改寫為兩個函數乘積的積分式：

$$L_o(x) = \frac{\rho_x}{\pi} \int_{\Omega} L_i(x, s) M(x, s) ds$$

如此一來恰好可以利用球諧函數來幫助提升計算的速度，我們分別對這兩個函數進行球諧函數投射，得到各自的係數  $(L_x)_i$  與  $(M_x)_i$ 。在運算的過程之中，只需進行下列的計算，就可以求得  $L_o(x)$ ：

$$\frac{\rho_p}{\pi} \sum_{i=1}^{n^2} (M_x)_i (L_x)_i \quad (10)$$

因此在前置計算中，針對每個頂點計算各自的係數  $(M_x)_i$ ，而  $(L_x)_i$  可留待系統執行階段產生。透過式子(10)便可立即計算出原本相當複雜的式子(9)函數值。

同一年 Kautz 等人 [KSS02] 提出一種考量各種形式的雙向反射分布函數的改良法。在不考慮能見度函數的情況下，並將  $\cos \theta$  併入雙向反射分布函數  $\rho$  之中，形成函數  $\rho'$ ，我們可以將方程式(4)改寫為：

$$L_o(x, \omega_o) = \int_{\Omega} L_i(x, \omega_i) \rho'(x, \omega_i, \omega_o) d\omega_i$$

由於  $\rho'$  是  $\omega_i$  與  $\omega_o$  的函數，為了能夠將  $\rho'$  進行球諧投射，可以先將  $\omega_i$  固定不動，取得以下係數：

$$c_i(x, \omega_i) = \int_{\Omega} \rho'(x, \omega_i, \omega_o) y_i(\omega_o) d\omega_o$$

將所有  $\omega_i$  情況之下所產生的係數加以儲存，便能構成一份係數表格。在系統執行階段，已知觀察方向  $v_x$ ，藉由  $v_x$  可以查出所需要的係數  $c_i(x, v_x)$ ，並以下列式子計算出光效值：

$$\sum_{i=1}^{n^2} L_i c_i(x, v_x)$$

2003 年 Sloan 等人 [SHH+03] 提出以叢集主成分分析 (clustered principle component analysis, CPCA) 技術，將球諧係數叢集並進行資料量的壓縮。同一年，Sloan 等人 [SLS+03] 提出輻射轉換材質 (radiance transfer texture, RTT) 的概念，將微觀之下因材質的凹凸不平的起伏所造成的光影效果，結合至預先計算輻射轉換技術之中。

先前的這些方法，光源環境皆考慮來自遠方的環境光源。2005 年 Kristensen 等人 [KAJ05] 試圖將光源放入場景之中，為了得知近端點光源對場景光影效果的影響，在前置計算時，於場景之中放入點光源的樣本，對每個點光源樣本而言，計算所有場景頂點的顯像方程式，並且將整個顯像方程式進行球諧投射：

$$L_{ij}^x = \int_{\Omega} L_o^j(x, s) y_i(s) ds$$

這一點與 Slone 等人的架構有顯著的不同，因此在系統執行階段，只需要將頂點的球諧係數進行還原，即可得出在點光源之下的頂點顯像方程式。

## 2.3 多層次精細度

多層次精細度是一種將原始模型化簡，產生多種精細程度的模型，根據不同的系統需求，顯示出合適的精細程度模型，以減少系統的計算負荷。根據多層次的表現方式不同，可分為離散多層次精細度(Discrete Level-of-Derails)與連續多層次精細度(Continuous Level-of-Derails)兩類。離散多層次精細度將原始模型透過若干互無關係的精細度來代表，而連續多層次精細度則是將原始模型透過一基礎模型(base mesh)與一連串的精細化方式來表示，以達到連續的模型簡化效果。而根據使用的方式，多層次精細度又可分为視點相依(View-dependent)與視點無關(view-independent)兩類。

### 2.3.1 漸進式網格模型(Progressive Meshes)

Hoppe 所提出漸進式網格模型(progressive meshes, PM)是最廣為使用的一種連續多層次精細度方式 [Hoppe96]。其觀念為將模型轉換為最粗糙的基礎模型(base mesh)與一連串頂點分裂(vertex split)的步驟，以達到任意精細度之目標。

以圖 2 為例子，由左圖到右圖的過程之中，左圖的  $v_t$  與  $v_s$  合併為右圖的  $v_s$ ，邊線  $\overline{v_t v_s}$  消失，鄰近頂點則都與新的  $v_s$  相連，我們稱這個步驟為邊線摺疊(edge collapse)。反之，從右圖到左圖的過程之中， $v_t$  再度產生， $v_s$  回到原本的位置上， $\overline{v_t v_s}$  亦再度出現，原本與  $v_t$  相連的頂點都恢復連線，我們稱

這個過程為頂點分裂。

漸進式網格模型的建立方式便是從最精細的模型開始，透過量測任何一邊線進行邊線摺疊前後所造成的誤差來排序，逐一挑選誤差最小之邊線進行邊線摺疊，直到無法簡化為止，此即為基礎模型。因此在系統執行階段，我們可以從基礎模型開始，依照頂點分裂的步驟逐一還原，直到所須要之精細度為止。

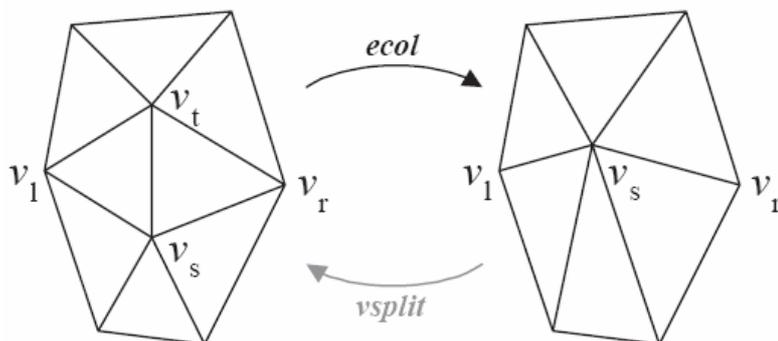


圖 2 邊線摺疊與頂點分裂 [ Hoppe96 ]

欲量測邊線摺疊前後所造成的誤差，Hoppe 所使用的方式是透過量測與幾何變化相關的「能量」總合 [ Hoppe96 ]。Garland 與 Heckbert 透過計算摺疊後頂點到平面距離平方和的二次方誤差評量 (quadric error metric, QEM) [ GH97 ]。Cohen 等人使用量測貼圖對外觀影響的外觀保持式化簡法 (appearance preserving simplification, APS) [ COM98 ]。Lindstrom 等人提出量測化簡前後影像之均方根 (root-mean-square) 的影像導向式化簡法 (image-driven simplification, IDS) [ LT00 ]。

### 2.3.2 視點相依之多層次精細度 (View-Dependent Level-of-Details)

由於漸進式網格模型 (Progressive Meshes) 屬於視點無關之方式，因此無論視點為何所產生的簡化模型都是同一份。由於模型表面對不同視點觀察時有不同的重要性，如背向視點的面無法被看見，因此可以盡量簡化，而為輪廓線上的邊要盡量保留以降低與原始幾何的差異。視點相依之多層次精細度 (view-dependent level-of-details) 即是為了達到此一目標 [ XV96 ] [ Hoppe97 ] [ LE97 ]。其觀念為將連續的多層次精細度模型上的簡化與精細順序依據其相依性關係建立成一樹狀結構，稱為頂點階層 (vertex

hierarchy)。

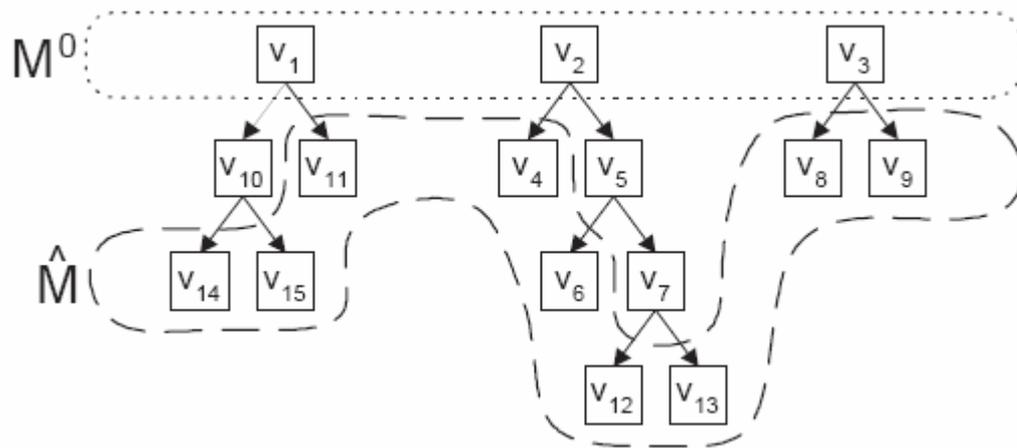


圖 3 頂點階層示意圖

以 Hoppe 所使用的提出頂點階層(vertex hierarchy)為例 [ Hoppe97 ]，由於其使用邊線摺疊為模型簡化的單元，因此其頂點階層上的每個節點為簡化過程所產生的頂點資料，而其子節點為頂點經過一次頂點分裂後所產生的兩新頂點，由此關係可得到數個二元樹(binary tree)架構，其中所有二元數的根節點(root node)所形成的集合代表基礎模型(base mesh)，而其所有葉節點(leaf nodes)所形成的集合代表原始幾何。而在該二元數架構上任意裁切出一切線即為一合理的簡化階段。如圖 3 所示， $v_1, v_2, v_3$  所形成的集合表示基礎模型，而頂點  $v_5$  的兩個子節點  $v_6, v_7$  分別表示由  $v_5$  分裂之後所產生的新頂點。而其中虛線所成的集合表示原始幾何。

在其他的應用上，Lindstrom 等人量測地表化簡後的幾何誤差，選擇化簡部位與化簡程度 [ LKR+96 ]。Hoppe 將地表(terrain)模型分成數塊，以遞迴方式簡化各區塊之後加以合併，以實作應用於地表的視點相依多層次精細度 [ Hoppe98 ]。Xia 等人利用法向量錐判斷顯像結果，引導精細化過程 [ XEV97 ]。

## 第三章

# 以頂點階層為基礎的預先計算輻射轉換

### 3.1 系統架構綱要

我們的目標是建立一個可動態改變點光源之基於預先計算區域輻射轉換(pre-computed local radiance transfer)的顯像系統。要達到可動態移動點光源之目的，我們首先必須對場景光源進行均勻(uniform)的取樣，並針對每個樣本光源計算其對場景產生的預先計算區域輻射轉換係數。

為了加速光源取樣以及減少預先計算區域輻射轉換係數的資料量，我們將原始模型以頂點階層(vertex hierarchy) [Hoppe97] 的方式表示。對每一個樣本光源，我們根據該點光源對場景幾何產生的光影變化決定出一條在頂點階層上的裁切線(cut or vertex front)，並只對保留在裁切線上的頂點計算預先計算區域輻射轉換係數。

在系統執行階段，針對每一個場景點光源，我們可以經由其位置與樣本光源之關係內插出該光源的預先計算區域輻射轉換係數值。接著根據視點位置所產生的光影與幾何變化可以決定一條裁切線來代表原始模型。由於該裁切線不一定會與計算樣本光源時所用的裁切線一樣，某些頂點可能會缺乏對應的係數，因此我們必須從其他已經具有係數的頂點來內插出係數。當所有裁切線上的頂點都得到係數值後，我們便根據該係數來進行預先計算輻射轉換的顯像。圖 4 說明本系統的執行流程，其中虛線以上的部分為預先計算的工作，虛線以下的則為系統執行階段的工作。

在接下來的章節中，3.2 說明頂點階層的建立過程。3.3 介紹根據光源樣本位置簡化模型與係數減量的方法。3.4 為系統執行階段根據視點位置簡化模型以及內插係數的方法。

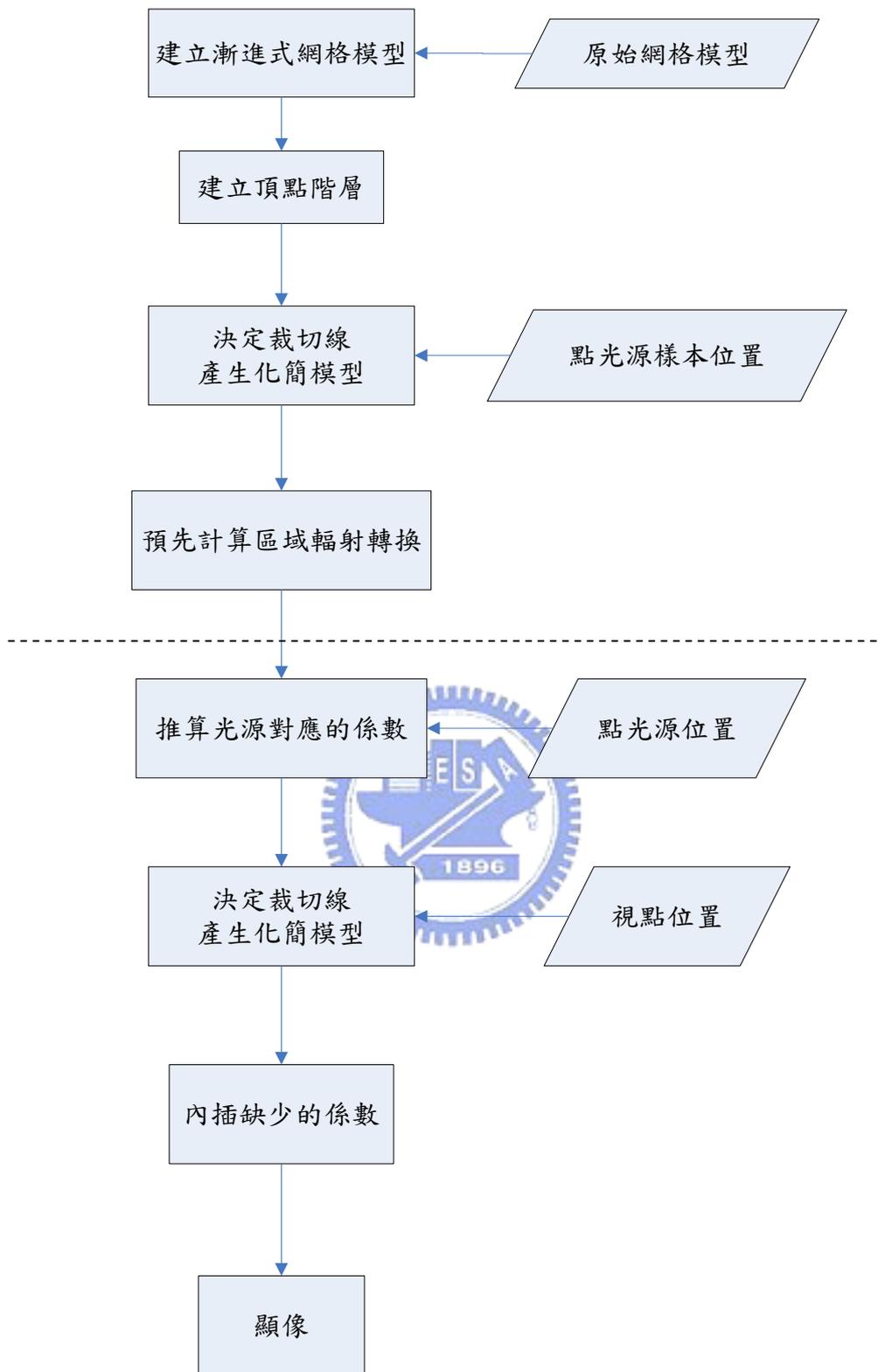


圖 4 系統流程概要

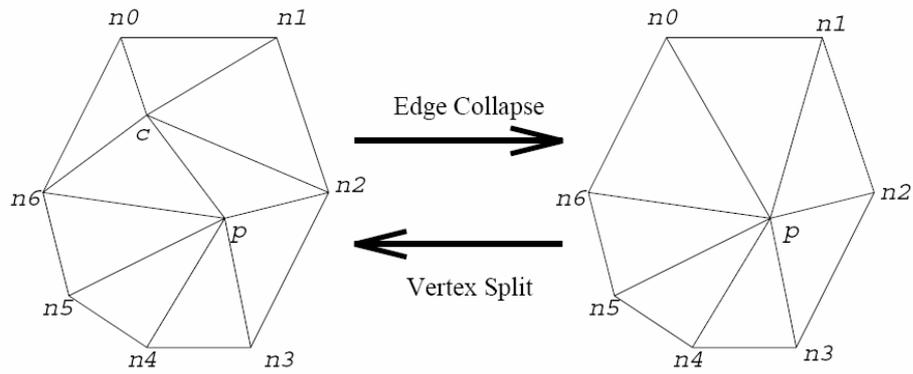


圖 5 半邊線摺疊示意圖

### 3.2 頂點階層建立

我們的系統以頂點階層作為模型表示的資料結構，在前置計算或系統執行階段都是基於頂點階層來操作，因此在本節說明頂點階層的建立方式。

我們的頂點階層建立方式是基於 Hoppe 所提出的方法 [Hoppe97]。首先將原始模型利用漸進式網格模型 (progressive meshes) 架構 [Hoppe96] 產生連續的多層次精細度網格，其中我們採用 Garland 與 Heckbert 所提出的二次誤差計量 (Quadric Error Metrics (QEM)) [GH97] 當成模型簡化誤差的評量方式。

在模型簡化的過程中，我們採用半邊線摺疊 (half-edge collapse) 做為模型簡化的基本運算子。圖 5 為一範例，假設  $\overline{cp}$  為欲移除之邊，半邊線摺疊的做法為將頂點  $c$  合併至頂點  $p$ ，同時移除掉邊  $\overline{cp}$  與其相臨的兩三角形。

在產生連續的多層次精細度網格後，我們根據漸進式網格模型上的半邊線摺疊順序建構出頂點階層。其中根節點 (root nodes) 表示最粗糙的網格層次上的所有頂點，而在階層中的每個節點具有兩個子節點表示該頂點經過頂點分裂之後產生的兩頂點資訊。

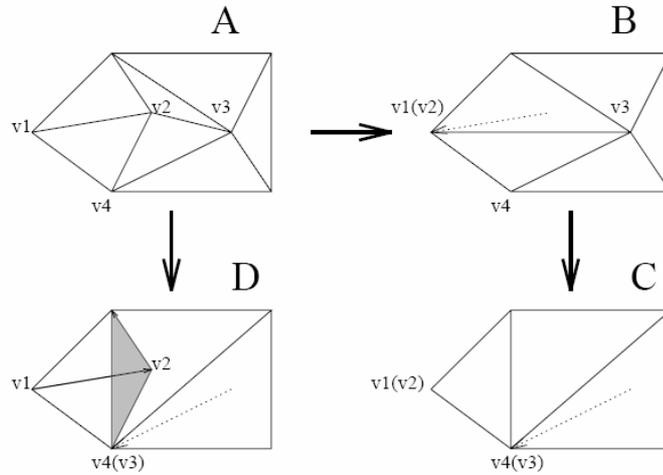


圖 6 頂點摺疊示意圖 [XEV97]

雖然基於頂點階層，我們可以局部精細化物體的表面，然而邊緣摺疊與頂點分裂的操作並非毫無先後優先次序可言。以圖 6 為例子，如果照著 A 到 B 到 C 的順序進行邊緣摺疊，可以得到正常的結果；但若照著 A 到 D 的順序進行摺疊，則會產生灰色區域的頂點摺疊(folding)現象。因此我們必須知道鄰近頂點之間的頂點摺疊順序以維持頂點的相依性(dependency)。

我們以 El-Sana 與 Varshney [EV99] 的方法來檢查頂點相依性，在頂點階層建立的過程之中，對新產生的節點按照次序給予連續編號。因此在進行頂點分裂之前，檢查鄰近頂點的編號是否皆小於該頂點的編號；在進行邊緣摺疊之前，檢查鄰近頂點的父節點編號是否皆大於該頂點的父節點編號。當以上的檢查通過了，才允許頂點分裂或邊緣摺疊。

節點中另外一項重要的資訊便是頂點在被摺疊之前的鄰近頂點，因為這些頂點必須比該頂點還早存在，以維持頂點之間的相依性，所以在執行階段若要推算頂點係數時，可以從這些鄰近頂點取得所需要的資料。

### 3.3 點光源取樣

在前置計算中，為了達到點光源任意移動的目標，我們必須針對所有點光源可能出現的位置取樣，並對所有樣本光源計算預先計算區域輻射轉換，最後將其轉換成球諧係數形式以降低資料量。球諧係數本身可以反映

出頂點的顯像方程式特性，在幾何與能見度改變不大的情況下，鄰近的頂點之間的顯像方程式是類似的，因此它們的球諧係數也不會有太大的差異。所以在前置計算階段，我們可以捨棄計算該相似的頂點係數，以達到節省儲存空間與加快速度的目的。而在顯像階段，我們可以透過內插方式求得那些沒有預先計算係數的頂點的係數值並進行顯像。

為了達到此一目標，對每一個樣本光源，我們透過頂點階層，以類似視點相依多層次精細度的方式選擇最接近原始模型之顯像效果的裁切線，並只針對裁切線上的頂點計算預先計算區域輻射轉換來達到降低資料量與加速的目的。

### 3.3.1 模型簡化準則

為了讓簡化過的模型能趨近原始模型的光影效果，在決定頂點階層上的裁切線時，我們考量其簡化前後的光影誤差與模型本身的遮擋關係。

遮擋關係考量光源是否能直接照射到頂點，位於背面(back-face)與陰影底下的頂點都無法被光源照射到，顏色看起來略為黯淡甚至幾乎沒有顏色，因此這些頂點的顯像特性極為接近，我們可以盡量降低這些頂點的精細度。

欲判斷一頂點是否為背向光源，我們以頂點的法向量 $\vec{N}$ 與光源的入射單位向量 $\vec{L}$ 的夾角來判斷，當 $\vec{N}$ 與 $\vec{L}$ 的夾角大於90度時，意即 $\vec{N}$ 與 $\vec{L}$ 的內積小於0時，該頂點位於背面。在頂點階層中若我們確定某節點的兩個子節點皆位於背面，我們可以將這兩個子節點摺疊起來，根據這樣的原則來降低模型精細度。為了能夠快速地檢查是否所有的葉節點都位於背面，我們透過在頂點階層的節點中紀錄其法向量錐(normal cone)資料，用來描述該節點所涵蓋的所有葉節點的法向量指向範圍。如圖7所示， $\vec{n}_v$ 代表所有法向量的平均向量， $\theta$ 代表 $\vec{n}_v$ 與最偏離 $\vec{n}_v$ 的向量之間的夾角。在已知入射光向量為 $\vec{L}$ 的情況下，我們可以用下列式子來判斷是否所有葉節點皆位於背面：

$$\vec{L} \cdot \vec{n}_v < \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \quad (11)$$

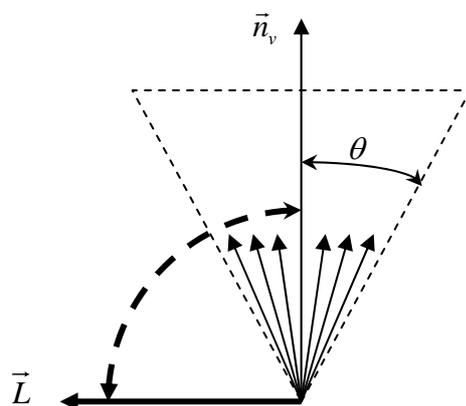


圖 7 法向量錐與背光判斷示意圖

陰影的形成起因於頂點與光源連線之間有其他物體或物體本身遮蔽，陰影外圍的區域因為被光源直接照射，某些角度看起來可能具有相當高的亮度，與陰影區域形成強烈的對比，亦為極為明顯的特徵。因此陰影之下的區域可以降低精細度，但是在光暗交界處附近的頂點必須保持高度精細度，以維持陰影的形狀。我們以頂點光源的連線與場景進行交會的測試，檢驗頂點與光源之間是否有遮蔽物，假若這條連線與場景中任何一部分有所交會，那麼這個頂點落在陰影區域之內。在頂點階層中，如果某節點的兩個子節點都是屬於陰影的節點，我們可以將這兩個子節點摺疊起來，並根據同樣的原則來降低精細度。

如果一頂點不屬於背向光源與陰影，則其必會被光線照射到。針對此類頂點，我們透過計算其與臨近頂點之照度差來排序，並決定是否進行簡化。由於計算照度需要對每個視點進行顯像動作，為了移除視點所造成的影響，我們利用其幾何特性來逼近照度效果。

在 Phong [ Phong75 ] 反射模型中，將物體的顏色分為環繞光項目 (ambient term)、散射光項目 (diffuse term)、以及鏡射光項目 (specular term)。其中決定物體大部分顏色的散射光項目為：

$$k_d(\vec{L} \cdot \vec{N})$$

上式的  $\vec{N}$  是頂點法向量， $\vec{L}$  是入射光單位向量，兩向量之間的夾角即為入射角。因此若兩相鄰頂點的入射角相似的時候，我們可以推測這兩個頂點亦會有類似的散射光項目顏色。我們判斷一邊線是否進行摺疊的方式為計算

其兩端點對點光源之入射角差，當差大於一給定上限時，則此一邊線便不能褶疊。

```
function qreduce(v)
  if is_lighting_back_face(v.left) and is_lighting_back_face(v.right) then
    return true
  if not visibility(v.left) and not visibility(v.right) then
    return true
  if ||v.left.incidentAngle - v.right.incidentAngle|| <  $\epsilon$  then
    return true
  return false
```

圖 8 還原基準檢驗函數

圖 8 為進行光源取樣之模型簡化的完整演算法，我們由頂點階層的底部開始，針對每個父節點，首先判斷其是否為背向光源或落於陰影內，如是則直接將其簡化，反之計算其入射角差，根據一給定上限決定是否要簡化或保留。重複執行此一步驟直到所有節點都無法簡化為止，則可得到所要之簡化模型。



### 3.4 以球諧係數顯像的視點相依多層次精細度

我們的目標是達到針對任意動態點光源之預先計算幅射轉換的即時顯像。為了達到即時顯像，我們使用與前置計算同樣的頂點階層架構來描述場景。當光源的位置決定後，我們從該光源與四周樣本光源的關係內插取得係數資料。接著根據視點的位置所產生的光影與幾何誤差在頂點階層上決定一條裁切線，接著對裁切線上的頂點進行顯像。由於該裁切線未必與計算樣本光源時的裁切線相同，因此可能會發生欲顯像的頂點缺少係數的情況。為了解決這個問題，我們必須從鄰近頂點內插係數。

本節接下來的部份如下：第 3.4.1 小節將介紹光源係數計算之方法；而第 3.4.2 小節說明我們使用的視點相依多層次精細度方式與誤差評量方式；最後第 3.4.3 小節講解頂點係數的內插步驟與顯像方式。

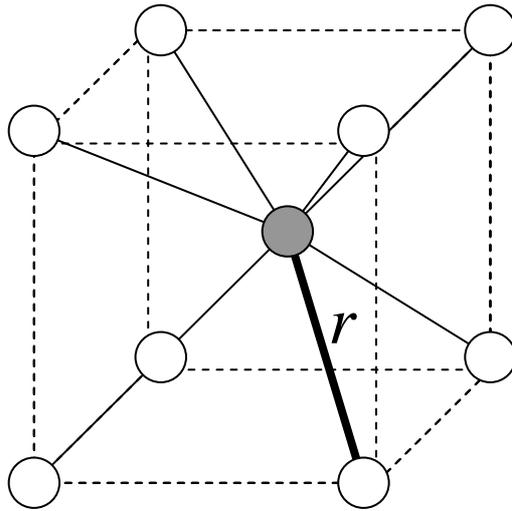


圖 9 光源與光源樣本關係示意圖

### 3.4.1 對應於動態光源的係數

我們的目標是動態移動點光源的位置與個數。在前置計算階段我們針對光源在場景中的分佈進行均勻(uniform)的取樣，因此在系統執行階段，當點光源的位置決定後，我們只需要根據位置找尋其相鄰的樣本光源，並透過權重方式內插出該光源的係數值。如圖 9 所示，灰色點為欲求之點光源，而白色點是離該光源最近的八個樣本光源，且該光源至樣本光源  $j$  之距離為  $d_j$ ，我們利用 Silverman 所提出之內差公式求出內插的權重值  $w_j$  [Silverman86]：

$$w_j = (1 - d_j / r)^4 \quad (12)$$

其中  $r$  表示該點光源至鄰近的樣本光源最遠的距離。最後再將所有權重值  $w_j$  正規化，使得  $w_j$  的和為 1 便得到內插的權重。而該點光源的係數可由樣本光源上的係數經由權重內插得到。

由於我們透過球諧係數還原的顯像方程式進行顯像，因此不論場景中的光源位置及數量為何，每個頂點所能使用的係數只會有一份。當場景中的光源數量大於一的時候，對於每個頂點，只需要單純的將各光源所提供的係數予以加總即可。

### 3.4.2 視點相依多層次精細度

為了達到即時顯像的目標，在系統執行階段，我們同樣利用頂點階層架構來限制模型顯像的多邊形個數。根據視點位置，我們量測該視點對場景造成的光影與幾何變化，並根據此變化量決定一合適的裁切線來滿足場景多邊形數量的限制。

我們的評量方式分為兩部份：對於根據目前視點而言屬於背向(back-face)或落於視野(view-frustum)外的頂點，我們直接對其進行化簡；而對於其它位於裁切線上的頂點，我們透過量測其化簡前後對光影與幾何產生的誤差值來排序，並根據此一優先順序決定是否化簡或精細。

#### 3.4.2.1 不可見頂點的判斷

背面的判斷方法與光源相依還原基準的背向光區域判斷法類似，同樣都必須使用節點所儲存的法向量錐來協助判斷。假設視點到頂點的向量為 $\vec{V}$ ，當法向量錐中的所有向量與 $\vec{V}$ 的夾角都小於90度的情況下，表示該頂點為背面的頂點，下列式子表示此一不等式：

$$\vec{V} \cdot \vec{n}_v < \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \quad (13)$$

其中 $\theta$ 與 $\vec{n}_v$ 分別表示法向量錐的夾角與方向。視野外頂點的判斷法必須判斷向量 $\vec{V}$ 與視線觀察方向向量之間的夾角角度，由於視野具有角度的範圍，若夾角的角度超過這段範圍，那麼這個頂點屬於視野外頂點。

#### 3.4.2.2 還原基準

對於基於一視點而言屬於正向(front-face)且落於視野(view frustum)內的頂點，我們必須計算其對於簡化前後所產生的誤差來進行排序，並作為模型簡化或精細的參考。為了顧及顯像品質，我們同時考慮幾何與光影的差異。

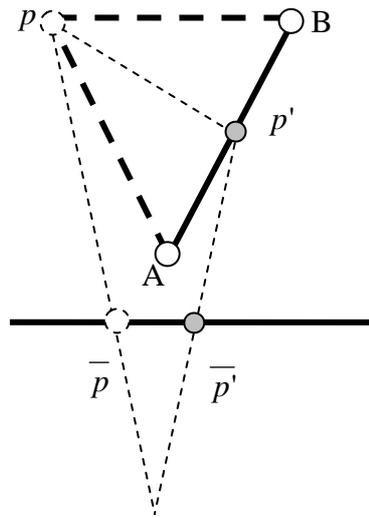


圖 10 螢幕空間幾何誤差示意圖

幾何誤差考量一頂點進行半邊線摺疊前後的幾何距離投影至螢幕空間的距離。其目的在於瞭解進行此一個邊線摺疊的步驟對物體的外觀在視覺上有多大的影響。我們使用一種簡易並且可以事先計算的幾何誤差量側方法，如圖 10 所示，在建立頂點階層的同時，對於每個被摺疊而消失的頂點  $p$ ，我們計算該頂點垂直投射於化簡模型平面上的投射點  $p'$ ，並且計算頂點原始位置到投射點的向量，在節點上儲存這個向量。在系統執行階段，我們將向量的兩端點投射於螢幕空間上，取得  $\bar{P}$  與  $\bar{p}'$ ，量測這兩點之間的距離作為幾何誤差。

投射於螢幕空間的方法如圖 11 所示，假設  $\vec{V}$  是觀察方向，視點到  $p$  的向量與  $\vec{V}$  的夾角是  $\theta$ ，而視點到螢幕的距離是  $d_{near}$ ，我們可以利用相似三角形的性質，算出  $\bar{P}$  與視點的距離：

$$d_p = d_{near} \times \frac{\|p - eye\|}{p \cdot \cos \theta}$$

又  $\bar{P}$  是視點到點  $p$  的向量與螢幕的交界點，因此我們可以用下列式子求得  $\bar{P}$  的座標：

$$\bar{p} = eye + d_p \times \frac{p - eye}{\|p - eye\|}$$

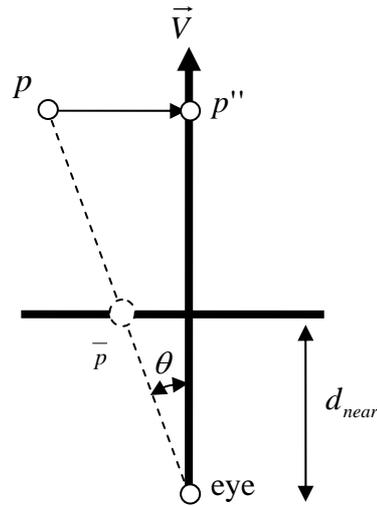


圖 11 螢幕投射示意圖

而光效值差異指的是在該頂點之下所有被摺疊的頂點中，光效值最大值與最小值的差異。差異越大，表示這些被摺疊的頂點光影變化劇烈，應該要進行更進一步的精細化。由於每個原始頂點都擁有預先計算區域輻射轉換的係數，對每個葉節點頂點而言，假設已知頂點到視點的向量為 $\vec{V}$ ，轉換成球座標 $(\theta, \phi)$ ，以及頂點的球諧係數 $f$ 我們可以透過下列式子取得頂點在原始位置上的實際顏色：

$$\sum_{i=1}^n f_i y_i(\theta, \phi)$$

計算所有葉節點的光效值，我們便可取得最大與最小值的差異。

由於幾何與光影誤差所使用的單位不同，因此我們必須各自正規化以達到同樣的基準。關於幾何誤差部份，由於其代表了一頂點化簡前後之距離差投影至螢幕空間的值，且我們知道螢幕空間中最大的距離為其對角線，因此我們將幾何誤差除上螢幕的對角線長度來進行正規化。而關於光影部份，由於螢幕的硬體限制，呈現在螢幕上的顏色強度值由 1 到 0 之間的浮點數來表示，超過 1 的強度值皆以 1 表示，低於 0 的強度值則以 0 表示，由此可以確保光影誤差必定介於 1 到 0 之間。最後，透過線性組合的方式，我們可以整合幾何與光影誤差，令幾何誤差與光影誤差分別為 $e_{geo}$ 及 $e_{lumi}$ ，則最後所得的誤差值為以下公式：

$$\alpha \cdot e_{geo} + (1 - \alpha) e_{lumi}$$

(14)

其中  $\alpha$  為一介於 1 到 0 之間參數，用來調整幾何與光影誤差的權重。

### 3.4.3 內插頂点球諧係數

當頂點缺少係數時，唯一可靠的資訊來源便是鄰近頂點的係數。在前面的章節中提到，當頂點階層建立的時候，被摺疊的頂點儲存了「消失」之前的所有鄰近頂點。因此當頂點必須推算係數的時候，這些被紀錄的鄰近頂點一定都存在，我們只需要確保推算係數的先後次序，便能讓所有頂點都擁有係數。

事實上，我們知道漸進式網格模型擁有邊線摺疊的順序，而頂點階層是根據這邊線摺疊的順序建立起來的，因此我們可以從最上層的頂點階層裁切線開始，按照頂點由後到先的建立次序，逐步往下追蹤頂點。一但發現頂點缺少係數，便可以透過一般化重心座標 (generalized barycentric coordinates) [MLBD02] 法取得各鄰近頂點的影響權重，並將各鄰近頂點的係數加權加總，取得該頂點的係數。如圖 12 所示， $p$  為多邊形內部的一點，多邊形的頂點與  $p$  都在同一平面上。如果欲計算頂點  $q_j$  對  $p$  的影響權重  $w_j$ ，我們可以用下列式子取得：

$$w_j = \frac{\cot(\gamma_j) + \cot(\delta_j)}{\|p - q_j\|^2} \quad (15)$$

但由於頂點與鄰近頂點不一定會構成一個共同的平面，因此我們必須先將所有待計算的頂點投射於同樣的平面上，再進行一般化重心座標法取權重。我們可以将頂點鄰近多邊形的法向量乘上多邊形面積加總，並予以正規化，以這個正規化的向量作為一個平面的法向量，建立這個共用的平面。

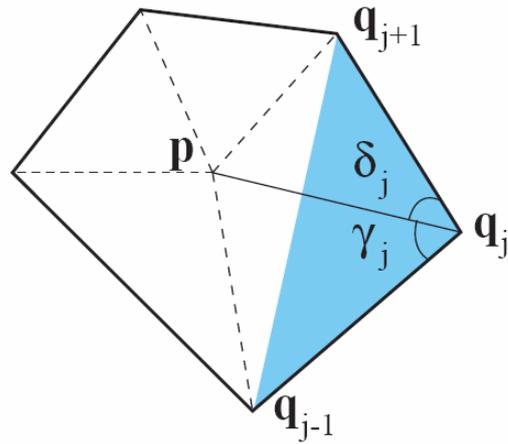


圖 12 一般化重心座標示意圖 [MLBD02]

在實作上，由於光源的細微變動都必須重新推算光源的係數，為了避免頻繁的光源變動使得頂點需要一再內插係數，在儲存空間許可的情況下，我們可以先將光源樣本的係數補齊。如此一來，對每個光源樣本而言，頂點最多只需要進行一次內插即可。

當所有位於裁切線上的頂點都取得係數值後，已知觀察方向為  $V$ ，針對每個頂點，我們可以根據式子(7)將球諧係數還原以求得光效值：

$$L_o(V) = \sum_{i=1}^{n^2} l_i y_i(V)$$

為了降低中央處理器的負荷，在實作上我們預先將各個球諧基底  $y_i$  的函數值以貼圖的形式儲存在顯示卡記憶體之中，並且透過像素著色器(pixel shader)計算頂點與多邊形內部的照度值。

## 第四章

### 實驗結果

在本章將呈現以頂點階層架構降低預先計算區域幅射轉換之係數資料量與顯像之效果。在程式實作上，我們使用 C/C++ 語言搭配 OpenGL 繪圖函式庫來開發系統，其中預先計算區域幅射轉換的計算是使用 OpenGL Shading Language 來撰寫並透過繪圖硬體計算。我們的測試平臺為搭載 Intel® Pentium 4 3.2GHz 中央處理器及 2.0GB 記憶體的个人電腦，圖形顯示晶片為 nVidia GeForce 6800，配備 256MB 之圖形記憶體。

在第 4.1 節，我們會測試透過在前置計算階段設定不同光影誤差所產生的係數資料量與顯像效果。4.2 節展示在執行階段透過不同的參數調整所得到之模型簡化效果與光影誤差比較。最後於 4.3 節，我們將展現不同的光源取樣對顯像品質產生的影響。

#### 4.1 光源相依多層次精細度簡化成果

在本節我們將比較利用原始模型頂點與根據光源相依之多層次精細度簡化後的頂點產生的預先計算幅射轉換係數在資料量與顯像品質上的差異。表格 1 為 bunny 模型在不同頂點入射角度差值下所得到的資料量。我們在整個場景空間中均勻(uniform)的散佈 9 個樣本光源，並利用以下的 Phong 反射模型公式來計算係數：

$$0.88(\vec{L} \cdot \vec{N}) + 0.19(\vec{R} \cdot \vec{V})^2$$

圖 13 到圖 17 為利用原始模型幾何所繪出的結果，其中圖 14 到圖 17 的右圖為左圖與圖 13 的顏色差異，圖中非黑色的區域即是影像誤差。該原始場景有 177,384 個頂點，其中我們將地板細切成 288,800 個三角形以地板上得到正確的光影效果。由可以看出，當入射角的門檻值提升時，所保留的頂點數會減少，因此資料量與前置計算時間都會降低；但相對的，所產生的光影誤差也會提高。不過當門檻值大於 30 度之後，化簡結果幾乎沒什麼差異。這是因為平面有某塊區域為陰影，為了維持陰影的形狀，必須精細化，就算提高入射角差異的門檻，也不會對這塊區域有太大的改善。

入射角差值門檻	平均頂點數量	平均檔案大小
原始模型	177,384.0	15,751KB
5	40,985.7	3,640KB
10	38,448.1	3,414KB
20	37,164.6	3,300KB
30	36,943.5	3,280KB
50	36,857.5	3,272KB
100	36,856.7	3,272KB

表格 1 bunny 模型 入射角差值與頂點數量的關係



圖 13 bunny 模型 原始顯像結果

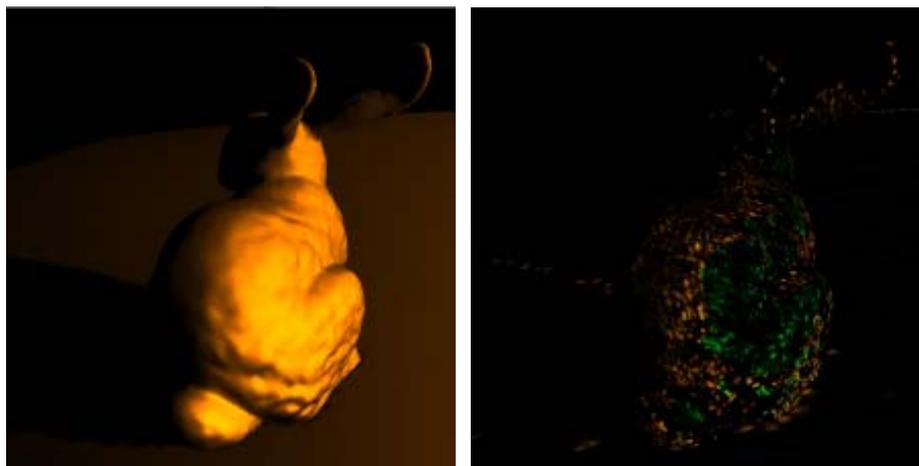


圖 14 bunny 模型 入射角差值門檻 5 差異圖

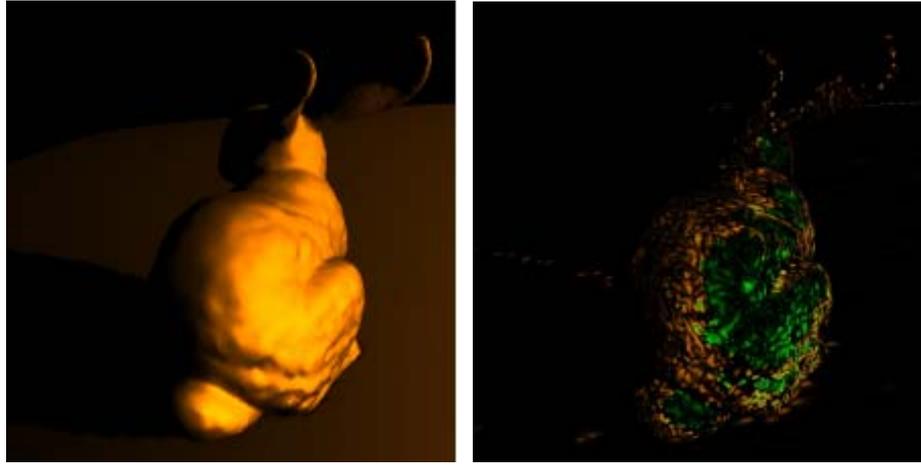


圖 15 bunny 模型 入射角差值門檻 10 差異圖

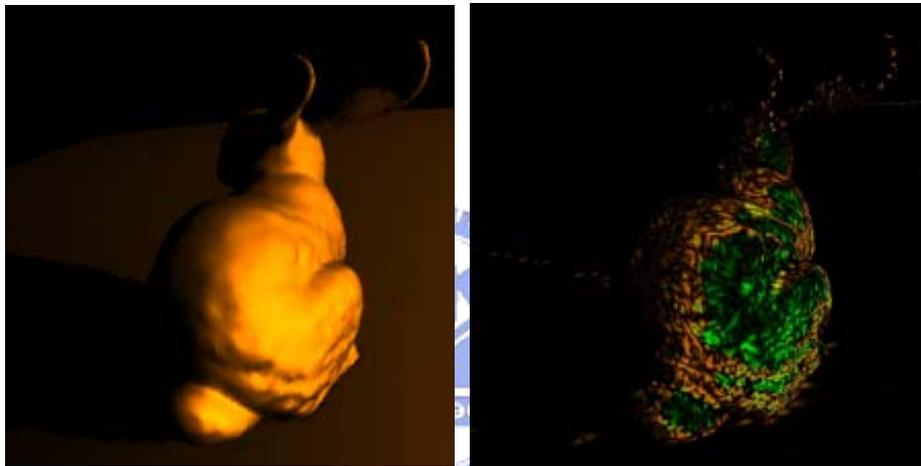


圖 16 bunny 模型 入射角差值門檻 15 差異圖

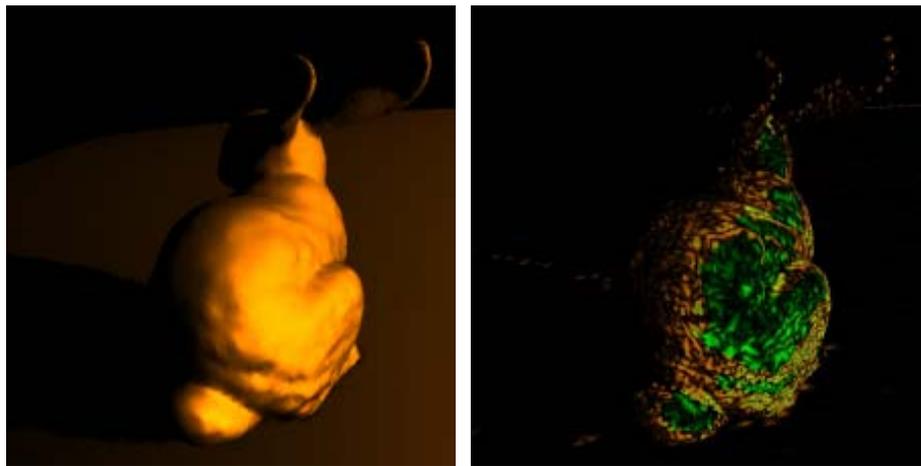


圖 17 bunny 模型 入射角差值門檻 20 差異圖

## 4.2 動態視點顯像成果

在本節中，我們固定單一點光源位置，執行視點相依之多層次精細度模型，並比較不同誤差上限以及幾何誤差比重下的顯像品質差異與執行效率。

我們所使用的模型是多邊形數量為 440,359 的 santa，在前置計算時設定頂點入射角度差值為 30 度的情況下產生化簡係數。首先我們展示在不同的幾何誤差比重之下對於模型精細化順序的影響。圖 18 到圖 20 分別是幾何誤差 0.05、0.5、0.999 三種情況之下的影像，由圖 18 可得知，當幾何誤差比重小的時候，由光影差異大的部分優先精細化；而由圖 20 可得知，當幾何誤差比重大的時候，則是從幾何誤差大的部分優先精細化。唯有取適當的幾何誤差比重，如圖 19，才能兼顧幾何誤差與光效誤差。



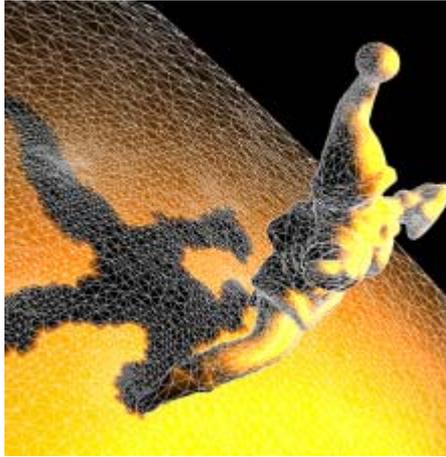


圖 18 santa 模型 幾何誤差比重 0.05 多邊形數量 23576

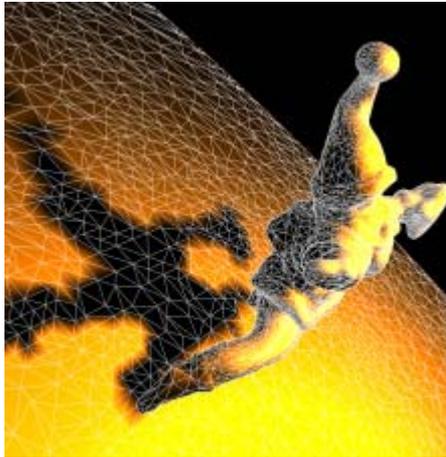


圖 19 santa 模型 幾何誤差比重 0.5 多邊形數量 16657

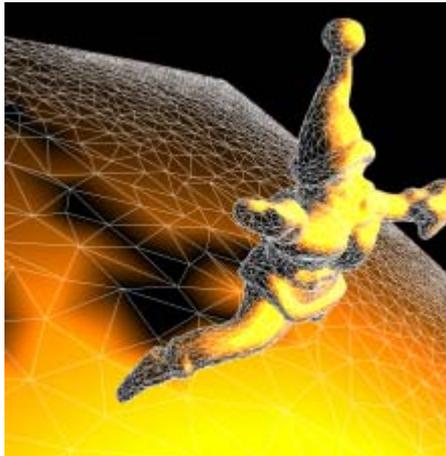


圖 20 santa 模型 幾何誤差比重 0.999 多邊形數量 15071

接著我們觀察在固定幾何誤差比重之下，不同的誤差上限所造成的影響。我們所使用的模型是多邊形數量為 352,957 的 bunny，在前置計算時設定頂點入射角度差值為 30 度的情況下產生化簡係數。在固定幾何誤差比重為 0.6 的情況下，我們以數個視點相依還原基準，觀察這些情況下的模型簡化情形以及多邊形數量。從圖 21 到圖 24 可以得知，當誤差上限越高，模型的多邊形數量越少。



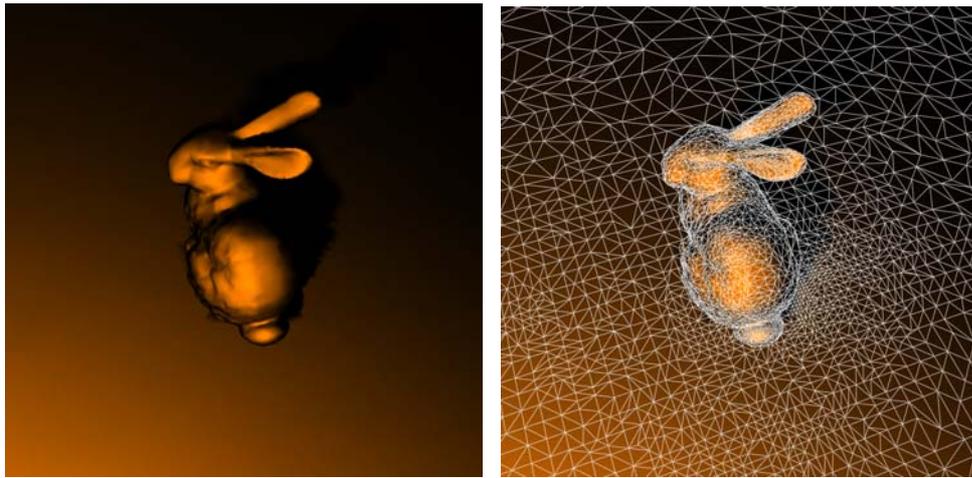


圖 21 bunny 模型 誤差上限 0.2，多邊形數量 13,335

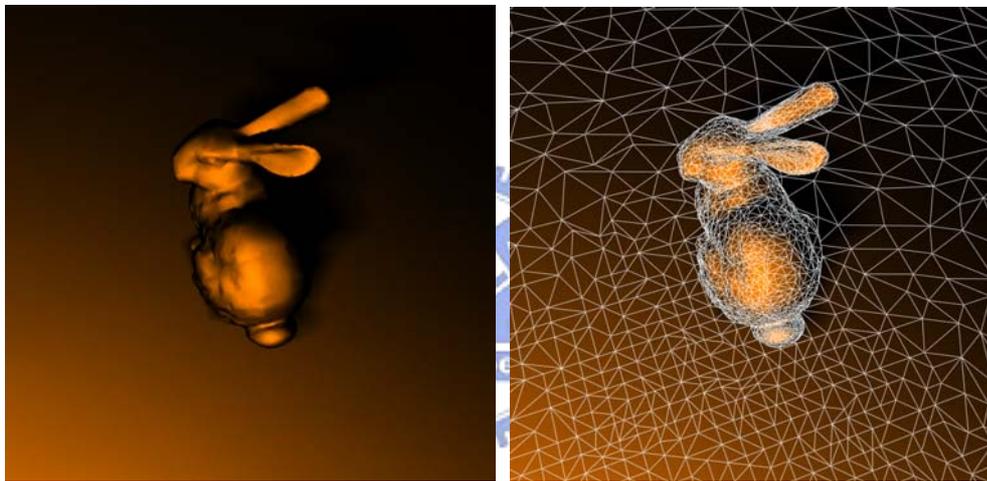


圖 22 bunny 模型 誤差上限 0.25，多邊形數量 9,115



圖 23 bunny 模型 誤差上限 0.315，多邊形數量 5,742

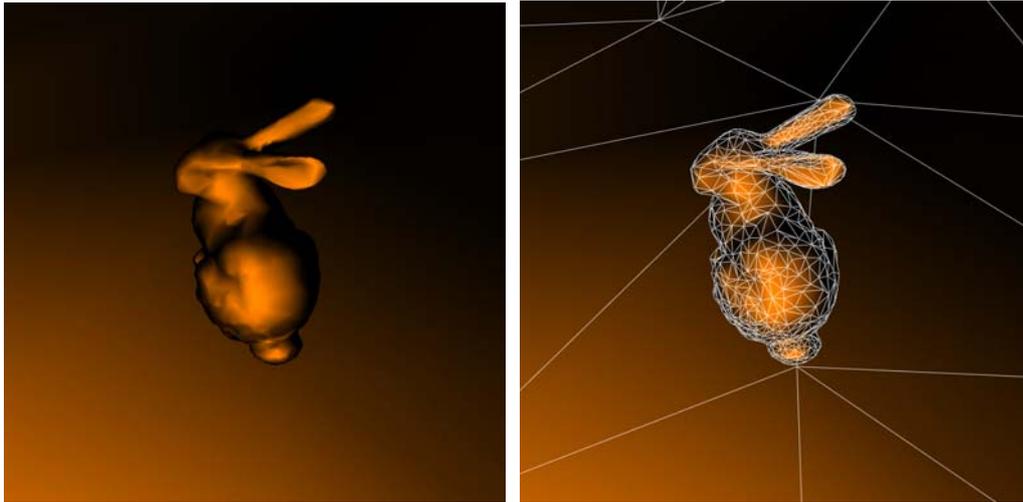


圖 24 bunny 模型 誤差上限 0.4，多邊形數量 2,799

### 4.3 動態光源顯像成果

本節使用上節所產生的資料，觀察在系統執行階段，任意移動光源的系統執行成果。我們同樣使用 bunny 作為測試用模型，光源相依還原基準門檻值 30，並將視點相依還原基準門檻上下界分別定為 0.6 與 0.2，幾何誤差比重為 0.4，在視點固定不動的情況下，隨意移動點光源。

圖 25 的光源來自於 bunny 的前方上空，因此整體照明結果較為強烈，需要稍微多一點的多邊形來表現光影變化。圖 26 的光源來自 bunny 的左側稍遠處，因此遠方的地面顏色較為黯淡，bunny 身上也出現多處陰影，整體多邊形數量較圖 25 少。圖 27 的光源來自 bunny 身後遠方，因此遠方的地面較為明亮，多邊形集中在遠方地面，而靠近視點的地面，由於距離燈光遠，再加上 bunny 本身的陰影，因此光影變化不大，使用較少的多邊形，整體多邊形的數量也不多。

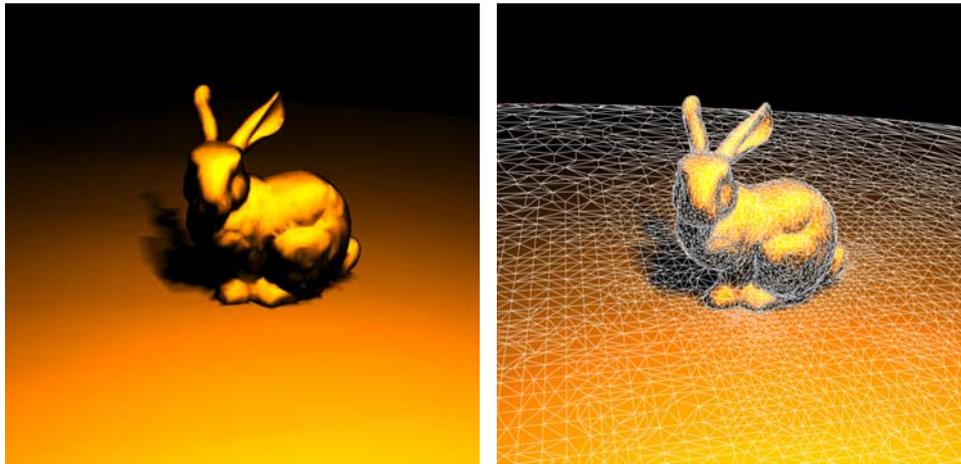


圖 25 bunny 模型 多邊形數量 14,215

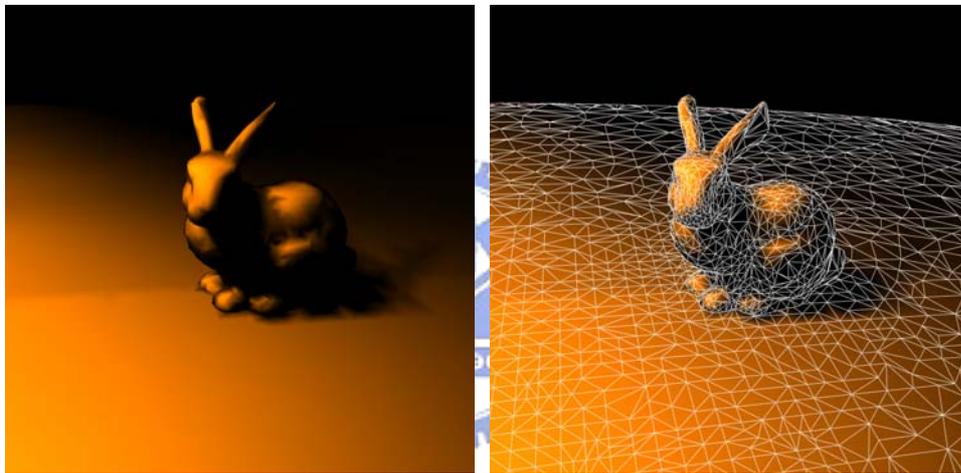


圖 26 bunny 模型 多邊形數量 6,565

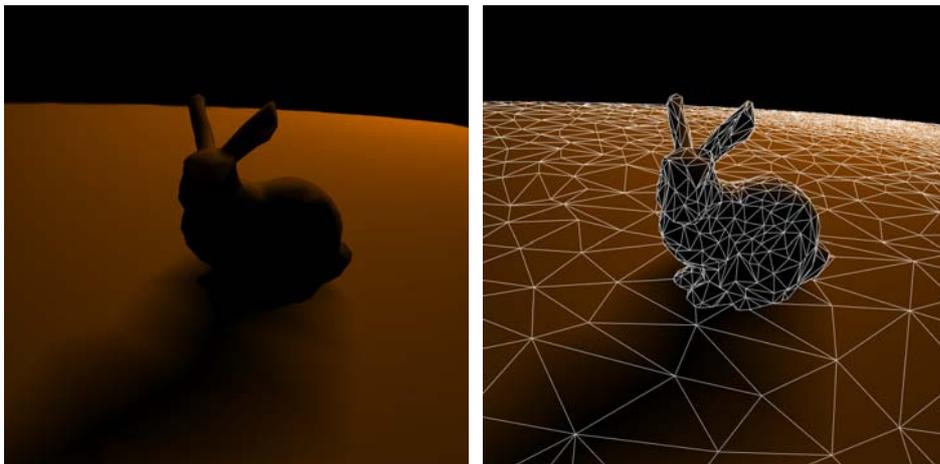


圖 27 bunny 模型 多邊形數量 3,787

另外我們展現在不同的光源樣本間隔的情況下，對於光效影響的差異。由圖 28 可以得知，當樣本的間距小的時候，雖然產生的資料量增加，不過透過內插得到的光源係數，讓地面呈現完整而黯淡的影子。由圖 29 以及圖 30 可以得知，當樣本間距大的時候，雖然可以節省樣本的數量，但代價就是產生形狀破碎且亮度不均勻的陰影。



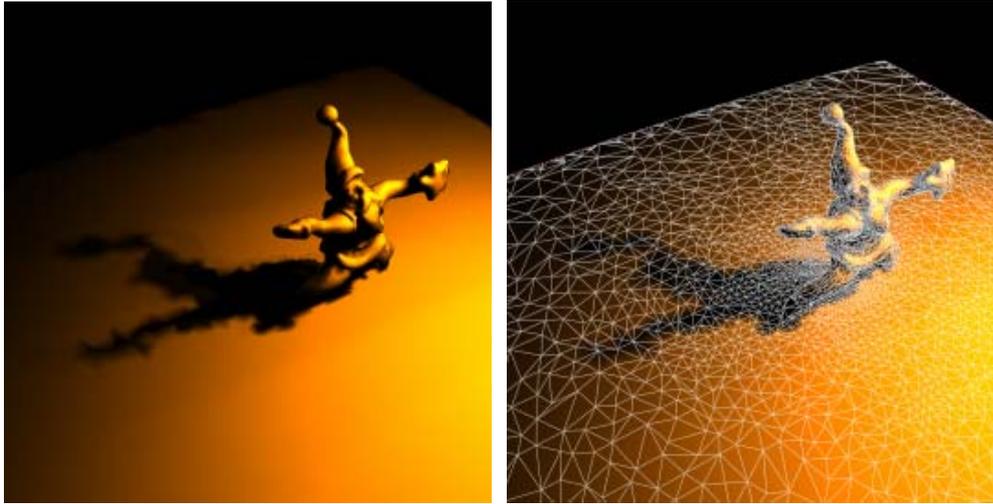


圖 28 santa 模型 樣本間距 3

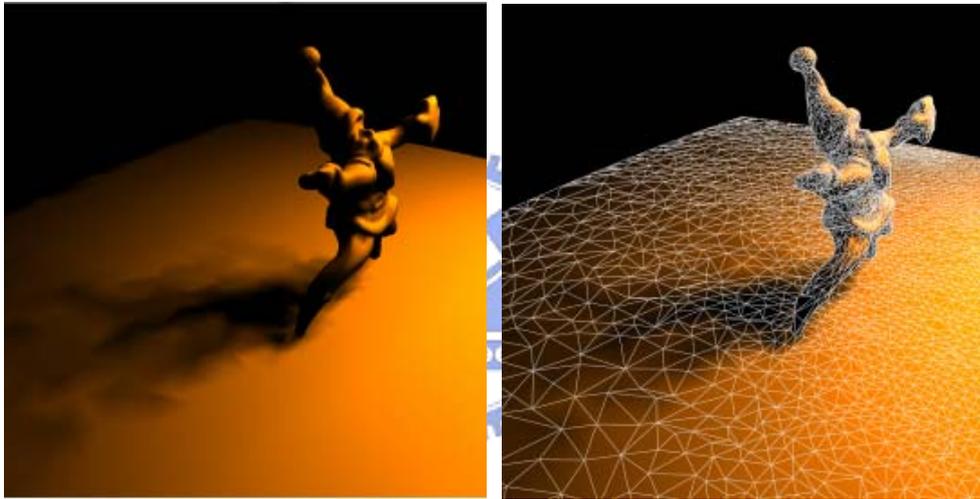


圖 29 santa 模型 樣本間距 5

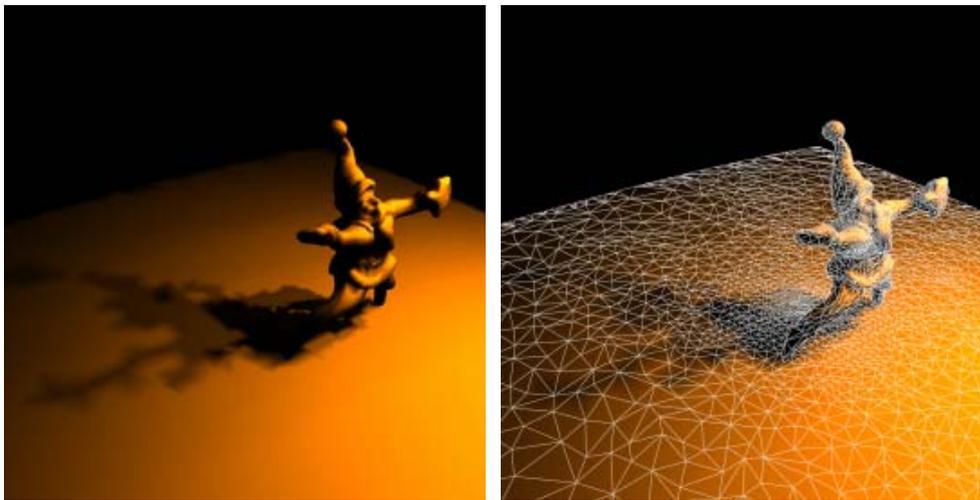


圖 30 santa 模型樣本間距 10

最後我們展現同時在場景放置多個點光源的執行效果。同樣使用 bunny 模型，我們在 bunny 四周放置三個點光源，並且將視點相依還原基準門檻值設定為 0.85，幾何誤差比重為 0.15，顯示結果如下：

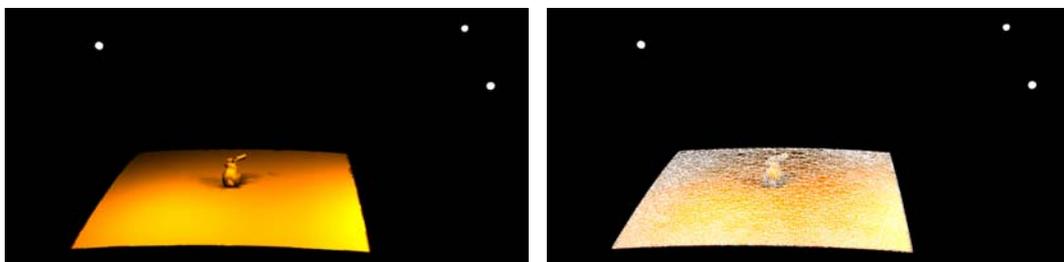


圖 31 多點光源位置示意圖

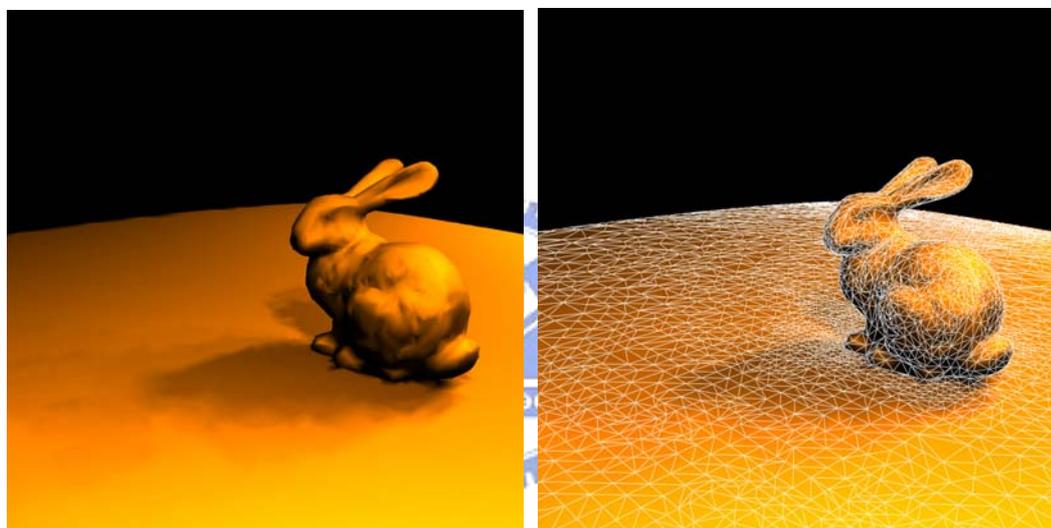


圖 32 bunny 模型 多邊形數量 11,994

由圖 32 可得知，由於場景中有多個光源存在，地板上會出現多個柔和影子，由於柔和影子與周圍地板的光效值差異較小，因此地板的精細度較為平均，靠近 bunny 本身的地板則會稍微精細。遠方的地板由於在光源下方附近，因此亮度值稍微高一點，多邊形也較為集中。

# 第五章

## 結論與未來方向

### 5.1 結論

本論文提出一個基於多層次精細度的預先計算區域輻射轉換，運用頂點階層作為模型的表示資料結構，在前置計算中散佈光源樣本，並根據光源位置決定一條保留光影效果的裁切線，在這些裁切線頂點上推算顯像方程式並轉換成球諧係數，達成節省資料量的目的。在系統執行階段運用光源樣本推算燈光的細數，並根據視點位置，同時考量幾何誤差以及光效誤差，決定頂點階層的裁切線。被保留的頂點以球諧係數還原顯像方程式，進行顯像工作。



### 5.2 未來方向

針對本論文所提出的基於多層次精細度的預先計算區域輻射轉換方法，未來有幾個可能的發展方向：

1. 在建立階層式網格模型的過程中，我們使用二次方誤差評量決定邊線摺疊的順序。由於這個方法是基於幾何上的考量來決定順序，未來可以將光效結果納入考量之中。

2. 我們的光源相依還原基準是以物體表面的幾何特性決定兩頂點的光效差異程度，由於我們使用球諧係數來進行顯像，或許可以基於球諧係數的考量改善光源相依還原基準。

3. 由於預先計算區域輻射轉換是以頂點作為計算基礎，為了表現圓滑的陰影輪廓，地表必須畫分成極細小的多邊形。未來或許可以不光只在頂點上進行計算，甚至在多邊形內部也能進行預先計算區域輻射轉換。

4. 未來可以發展出根據場景特性自動調整幾何誤差比重的方法，適應場景的變化，以方便推廣於更多的應用之中。



## 參考文獻

- [COM98] Jonathan Cohen, Marc Olano, and Dinesh Manocha. “Appearance-Preserving Simplification”. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH 1998*, pp. 115-122. 1998.
- [CT82] Robert L. Cook, and Kenneth E. Torrance. “A Reflectance Model for Computer Graphics”. In *ACM Transactions on Graphics*, vol. 1, pp. 7-24. 1982.
- [DBB03] Philip Dutré, Philippe Bekaert, and Kavita Bala. Advanced Global Illumination. AK Peters Ltd., 2003.
- [Edmonds60] AR Edmonds. Angular Momentum in Quantum Mechanics. Princeton University, Princeton. 1960.
- [EV99] Jihad El-Sana, and Amitabh Varshney. “Generalized View-Dependent Simplification”. In *Computer Graphics Forum*, vol.18(3), pp. 83-94. 1999.
- [GH97] Michael Garland, and Paul S. Heckbert. “Surface Simplification Using Quadric Error Metrics”. In *Proceedings of SIGGRAPH 1997*, pp. 209-216. 1997.
- [GTG+84] Cindy M. Goral, Kenneth E. Torrance, Donald P. Greenberg, and Bennett Battaile. “Modeling the Interaction of Light Between Diffuse Surfaces”. In *Proceeding of ACM SIGGRAPH 1984*, pp. 213-222. 1984.
- [Hoppe96] Hugues Hoppe. “Progressive Meshes”. In *Proceeding of ACM SIGGRAPH 1996*, pp. 99-108. 1996.
- [Hoppe97] Hugues Hoppe. “View-Dependent Refinement of Progressive Meshes”. In *Proceeding of ACM SIGGRAPH 1997*, pp. 189-198. 1997.
- [Hoppe98] Hugues Hoppe. “Smooth View-Dependent Level-of-Detail control and its Application to Terrain Rendering”. In *Proceedings of IEEE Visualization 1998*, pp. 35-42. 1998.
- [Kajiya86] James T. Kajiya. “The Rendering Equation”. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH 1986*, vol. 20(4), pp. 143-150. 1986.

- [KAJ05] Anders Wang Kristensen, Tomas Akenine-Möller, and Henrik Wann Jensen. “Precomputed Local Radiance Transfer for Real-Time Lighting Design”. In *Proceeding of ACM SIGGRAPH 2005*, pp. 1208-1215. 2005.
- [KH03] Youngihn Kho, and Michael Garland. “User-Guided Simplification”. In *Proceedings of the 2003 Symposium on Interactive 3D Graphics*, pp. 123-126. 2003.
- [KSS02] Jan Kautz, Peter-Pike Sloan, and John Snyder. “Fast, Arbitrary BRDF Shading for Low-Frequency Lighting Using Spherical Harmonics”. In *13<sup>th</sup> Eurographics Workshop on Rendering*. 2002.
- [LE97] David Luebke, and Carl Erikson. “View-Dependent Simplification of Arbitrary Polygonal Environments”. In *Proceedings of the 24<sup>th</sup> Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pp. 199-208. 1997
- [LKR+96] Peter Lindstrom, David Koller, William Ribarsky, Larry F. Hodges, Nick Faust, and Gregory A. Turner. “Real-Time, Continuous Level of Detail Rendering of Height Fields”. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH 1996*, pp. 109-118. 1996
- [LT00] Peter Lindstrom, and Greg Turk. “Image-Driven Simplification”. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH 2000*, vol. 19(3), pp. 204-241. 2000
- [MLBD02] Mark Meyer, Haeyoung Lee, Alan Barr, and Marhieu Desbrun. “Generalized Barycentric Coordinates on Irregular Polygons”. In *Journal of Graphics Tools*, vol. 7(1), pp. 13-22, 2002.
- [Phong75] Bui Tuong Phong. “Illumination for Computer Generated Pictures”. In *Communications of the ACM*, vol. 18(6), pp. 311-317. 1975.
- [Silverman86] Bernard. W. Silverman. Density Estimation for Statistics and Data Analysis. Chapman and Hall. 1986
- [SKS02] Peter-Pike Sloan, Jan Kautz, and John Snyder. “Precomputed Radiance Transfer for Real-Time Rendering in Dynamic, Low-Frequency Lighting Environments”. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH 2002*, pp. 527-536. 2002.
- [SHH+03] Peter-Pike Sloan, Jesse Hall, John Hart, and John Snyder. “Clustered Principal Components for Precomputed Radiance Transfer”. In *Proceedings of ACM*

- SIGGRAPH 2003*, vol. 22(3), pp. 382-391., 2003
- [SLS+03] Peter-Pike Sloan, Xinguo Liu, Heung-Yeung Shum, and John Snyder. “Bi-Scale Radiance Transfer”. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH 2003*, pp. 370-375. 2003.
- [Ward92] Gregory J. Ward. “Measuring and Modeling Anisotropic Reflection”. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH 1992*, vol. 26, pp. 265-272. 1992, vol. 22(3), pp. 370-375. 2003.
- [XV96] Julie C. Xia, and Amitabh Varshney. “Dynamic View-Dependent Simplification for Polygonal Models”. In *Proceedings of IEEE Visualization 1996*, pp. 327-334. 1996.
- [XEV97] Julie C. Xia, Jihad El-Sana, and Amitabh Varsheny. “Adaptive Real-Time Level-of-detail-based Rendering for Polygonal Models”. In *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 3(2), pp. 171-183. 1997.

