

一、緒論

美國數學教師協會NCTM (1989, 1991, 2000) 提出數學就是溝通，老師主要的任務應該要引導學生溝通、討論以提升學生數學溝通的能力等概念。而在國內九年一貫課程目標 (教育部, 2002) 的說明中亦提到「數學學習活動應讓所有學生都能積極參與討論，激盪各種想法，激發創造力，明確表達想法，強化合理判斷的思維與理性溝通的能力，期在社會互動的過程中建立數學知識。」葉明達、柳賢 (1999) 認為合作解題時，兩個或三個解題路徑可能會被提出，經由溝通、意見交換，會將個人的解題資源合併成為小組的解題資源。Noddings 發現學生在合作解題中，擔任彼此的監控者，以類似個人解題者自我覺察的方式來討論想法和計劃 (引自葉明達、柳賢, 1999)，而研究者認為學生相互之間的質疑、辯證，更可以即時澄清並調整學生的數學思維。洪錦永 (1997) 認為在www上架構教學環境，作為資訊的傳遞系統，主要的目的是寄望資訊網路教學能夠成為新的教學環境，以彌補傳統教學的缺點，讓學習不在受到時空的限制，激發學生主動學習、主動思考、合作學習的能力，並且可以適合不同環境的學生的需求，實現「因材施教」、「終身學習」的理想。劉珍修 (2006) 認為網路合作解題歷程的互動比過去的網路學習方式來得更積極、活潑。學生有充分時間提出不同解法及延伸發展問題的能力表現，這是過去的網路學習方式所未曾有的。由於即時互動，使得學生針對問題有了充分的討論，過程中啟發了學生思考問題的機會，各種解題路徑或新思維被挖掘。

研究者認為隨著資訊化社會的來臨，學生的學習早已經不侷限於校園中，資訊科技成為一種普遍的輔助工具，而新的教學科技就能創找出新的教學方法，讓教師在教材的呈現與學生如何運用數位化科技作學習的管道下，進而產生不同的學習平台。而九年一貫課程綱要將「運用科技與資訊」、「團隊合作」、「表達、溝通、分享」與「解決問題」皆訂在十項國民基本能力之中。所以本研究將運用現有科技，建立起網路互動式環境，並結合合作學習理論，提供學生有表達、溝通與分享的機會與環境，希望能培養合作及表達溝通的能力，並學習解決數學問題的方法，讓學生有掌控本身學習的舞台，可以做盡情的發揮。拜科技之賜，Web Office網路會議室的環境提供了可動態手寫、雙向即時、語音影像的互動式討論環境，可多人同時學習的網路平台。在Web Office的討論版下所進行的小組合作學習及解題宛如親臨實境。在這種互動式網路平台上小組進行合作學習及解題，學生宛如置身於面對面的討論環境 (引自劉珍修)。是故本研究將以學生於Web Office網路合作解題時的錄影對話、文字與書寫內容，轉譯成有秩序的圖文當作原案，再以此依據做原案分析出學生解題歷程與其後設認知行為。

1.1 研究動機與目的

「學校是落實課程最重要的單位，而教師是決定課程改革成敗的最關鍵人物」(Dalton, 1988)，唯有教師能對自己和教室實施研究，親自「看到」並「體驗」革新的過程，去重新學習和再社會化，改變自己的課程觀、教學觀和知識觀，才能達成改革的理想(歐用生, 1999)。研究者透過行動研究的流程「計畫→行動→觀察→反省→修正」來嘗試建立並調整出屬於自己的教學模式與學生的學習模式。

隨著研究者的行動研究循環，研究動機與目的是一直再做調整，目前共有四次主要的循環階段。最初是為解決學生課後補課而開始的行動研究，增加以教室即時錄製教學影音檔案並建置教學錄影網站，而後為提升教學品質，以單元重點概念讓學生上台練習並即時小考，讓學生能對重要概念多做琢磨，再調整讓學生有表達、溝通與分享數學的機會，而建立網路互動式合作學習討論環境，最後觀察學生的解題歷程，發現了探索與驗證階段上的困難，並嘗試調整教師教學與學生在解題上的行為，此長達一年之行動研究歷程，讓研究者從注重外在的教學影音方式，衍生到調整學生內在的解題困難，在過程中師生都有很大的改變。

在傳統的教學方式中，一般老師較慣用講述的方式，然後考試、訂正、複習的節奏，而今改變教學模式，以電腦來增加遠距教學的機會。在一般課堂上，使用平板電腦搭配 PowerCam 錄製軟體，來錄製課堂即時影音，並建置教學網站，再搭配 Web Officec 網路會議室的即時互動式網路學習環境，讓小組學生在家進行數學合作解題，增加學生能主動學習的機會，能把學習的主權交還給學生。從研究者的外在教學模式，改變到了解到學生是如何做學習，慢慢發現學生的解題困難，並開始有了調整解題策略的新教材教法與執行，希望增加學生解題時探索階段的方法與信念，所以研究者嘗試改變教學方式，希望能夠影響學生，也希望藉由學生彼此間的互動，使得更多的學生能夠把此探索的模式內化成為自己的能力。

研究者的教學架構是以教師課堂教學，並即時錄製教學檔案，搭配課後網路互動式合作學習討論，來延長學生主動學習與思考的時間，希望能藉此彌補課堂授課的不足，及增加學生互動討論分享的機會，同時也藉此了解學生解題歷程及後設認知情形。而研究最後主要為觀察此網路學習環境下，學生對於探索模式在排列組合單元的解題歷程來做探討。

1.2 待探討問題

根據一整年的行動研究歷程，以下分成三點來作探討，希望能分享並當成未來再修正的依據，待探討問題如下：

- 1.此行動研究中，兩個網路學習環境的建立及其應用為何
- 2.如何提升學生數學溝通與問題解決之能力
- 3.此行動研究中，學生的學習態度與教師的專業成長及省思

1.3 名詞解釋

(1) 行動研究

行動研究是教師、校長或教學有關人士就學校所關注之教學及課程進行研究，以獲得洞察力、發展反省性實務、改進學生學習以及影響教學情境為目標。顧名思義包含了行動與研究，是一個持續不斷探討教學和反省教學問題的螺旋過程，包括計畫(plan)、行動(act)、觀察(observe)及反省(reflect)主要四個步驟，形成「計畫—行動—觀察—反省—計畫」的動態循環歷程。而本研究就是針對研究者所實際面對的教學實務做不斷的反省、監控與改進的歷程。

(2) 非同步遠距教學之「教學即時錄影網站」

研究者在教室教學使用 PowerCam 軟體錄影，在教室教學與學生互動，是即時的，但多以教師為主體教學，按照教學進度製作教學影音檔案，並放置教學網站供學生復習使用，是透過網站教材播放與學生產生互動關係，其功能與虛擬教室類似，可以讓無法親自到場學習者或者是想學更多的學生，可以透過網路無時間限制的學習，只是非同步教學雖有互動，但都非即時。

(3) 同步遠距教學之「線上互動式合作學習網站」

網路互動式合作學習，使用 WebOfficec 網路會議室的即時互動式網路學習環境，讓小組學生進行的數學合作解題，此環境讓學生能於自家中放鬆無拘束的與相同會議室之同儕做互動式討論，能以對話、文字討論區及書寫的方式做討論，是以學生為主體的相互學習，是即時的，而學生在下載 JoinNet 錄影檔案後，也可以繼續做複習，也可以是非即時的，能突破空間限制作學習。

(4) 探索模式

從 Shoenfeld (1985) 的解題原案巨觀分析架構中可知，探索：是在一個寬闊的解題空間漫遊，尋求相關資訊，能夠被合併成分析-計畫-執行的序列；在此階段中，解題者可能發現許多的捷思策略--檢驗相關的問題，使用類推法等等。而本研究的探索模式，則是研究者引入 Polya 的建議及提示句來設計並執行後，於線上討論環境當中，來觀察學生是否能主動調整為其解題歷程之探索階段。

(5) 數學模型

數學模型就是為了某種目的，根據對研究對象所觀察到的現象及其實踐經驗，用字母、數學及其它數學符號建立起來的等式或不等式以及圖表、圖象、框圖等歸結成的一套反映對象某些主要數量關係的數學公式、邏輯準則和具體演算法，用來描述客觀事物的特徵，其內在聯繫和運動規律(維基百科)。在本研究中代表研究者於排列組合單元中，使用探索模式所找尋出一般化之數學解題模型。

1.4 研究範圍與限制

研究對象為台北市某私立高職二年級學生，學生家庭社經背景大多較低，為經過學校挑選之英文班，對於文科較擅長，整班只有兩位學生有補習數學，而對數理之科目較不擅長，所以在不同學校性質班級之學生，可能會有不同之研究情形產生。

二、文獻探討

研究者透過行動研究來調整教學上所遇到的困難，而隨著行動研究幾次循環的反省與調整，研究者參閱以下文獻以作為支持理論。本章共分為行動研究、資訊融入教學、合作學習及後設認知來進行探討。

2.1 行動研究

2.1.1 行動研究的理論基礎

行動與研究事實上是同時進行的一種自然方式。在許多情況下，某些人（管理者、教師、家長）決定什麼應該做，某些人（員工、學生、孩子）被期望去執行，而決定者與執行者是不同的人，這可能導致某部分的執行者缺乏某種熱情。相反地行動研究是要消除決定者與實行者之間存在的落差，使得影響決定者與實踐者得以連接起來，一起共同來決定什麼是該做的事（Dick，2002），所以行動研究是參與和民主的過程，教師、家長以及學生都有做決定的權威。

行動研究有起點並沒有終點，需要定期地、系統性以及批判性地反省。從簡易模式解釋，只有行動以及批判反省兩項步驟，在批判反省時，先檢視之前發生什麼，再決定下一步計畫什麼，所以行動是跟隨批判反省而來，檢視做了什麼、尚未做什麼、已經學到了什麼、下次要做點什麼不同的。而反省也是跟隨行動而來，獲致瞭解、下結論、發展計畫--在行動中逐一來驗證。（Dick，2002）。



圖 1 A simple action research spiral

Dick, Bob (2002) Action research : Action and research //www.scu.edu.au/schools/gcm/ar/arp/aandr.html

既然行動研究是一個循環的過程，在研究之初可能不太精確，但是不精確的問題及方法最初可能得到不精確的答案，然而不精確的答案正有助於重新界定研究問題和方法，行動研究提供了足夠的彈性，允許不精確的開始朝向適當的結果。隨著對情況的瞭解，越有機會從經驗中學習，使得每一個循環變得越來越精確。（Dick，2002）（引自，徐明珠，2004）

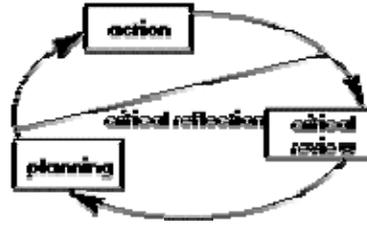


圖 2 An alternative way of thinking about the action research spiral

Dick, Bob (2002) Action research: Action and research //www.scu.edu.au/schools/gcm/ar/arp/aandr.html

徐明珠 (2004) 認為行動研究由研究產生行動、行動產生研究，既解決別人也解決自己的問題，並能重視內在深層與反省，與社會產生良好連結，以促成教師專業實踐，展現改造社會的行動力，期使行動研究名實相符。

陳伯璋 (2000) 認為：「所謂行動研究法是指情境的參與者（如教師）基於實際問題解決的需要，與專家、學者或組織中的成員共同合作，將問題發展成研究主題，進行有系統的研究，以講求實際問題解決的一種研究方法。」

所以，我們可以將「行動研究」定義為：「由實際操作者在工作情境中，發現在操作過程中遭遇到困難，以此提出困難的改良方式以進行研究，找出適當的解決行動方法，並依此方法進行實際操作，進而觀察該方法進行時所得到的成果，檢討所得到的行動結果並進行反省、批判、回饋和修正，藉此不斷的提出新的構想來解決實際的問題。」

而有關行動研究的起源，許多的學者都指向是1930年代的Kurt Lewin所率先提出的 (Calhoun, 1993; Feldman, 1994)。他在當時鼓勵社會工作者運用此種研究方式，來促成社會的進一步改變。然而，行動研究在教育界的發展卻是到1950年代晚期才見蓬勃。至於近年來由於教育改革的浪潮，以及教師體認到在教學內容、教學環境和教材教法有需要加以改變的情況下，行動研究已廣泛為教師所應用並結合在教學上 (陳伯璋, 2000)。

蔡永已 (1997) 則認為行動研究主要的貢獻是在於實際問題的解決。因此，這個行動研究是否具有價值，要視它能將實際情況改進多少而定。事實上，行動研究的過程，不僅是研究的進行，同時也是問題解決的開展。換句話說，行動研究是一個循環不已、永無止境的過程 (陳伯璋, 2000)。所以研究者每當瞭解越多的學習理論及策略後，發現自己雖然站在別人的肩膀上看待研究這條路，但也越發覺自己的渺小，因為研究的道路是永無止境的。

因此，行動研究雖重視實務問題，但是卻不只注意實務問題的解決而已，其不但重視行動能力的培養，同時更重視批判反省思考能力的提昇，以增進實務工作者實踐智慧的能力，更企圖建立實務的理論與理論的實踐，努力縮短實務與理論間的差距，減少行動與研究之間的差異（蔡清田，2000）。

行動研究就是透過「行動」與「研究」的合而為一，縮短「理論」與「實務」之間的差距，由實務工作者在實際的工作情境當中，根據自己實務活動上所遭遇到的實際問題進行研究，研擬解決問題的途徑策略方法，並透過實際行動付諸實施執行，進而加以評鑑反省回饋修正，以解決實際問題。因此，行動研究顧名思義就是將「行動」和「研究」結合起來（黃政傑，2005）

所以，行動研究本身就是一門「行動科學」（action science），其最根本的假設是：知識是「在行動中」、「為行動」而獲得的（甄曉蘭，2003，頁174）。

2.1.2 行動研究的實施步驟

陳英娥及林福來(2004)引用Atweh（2000）的行動研究架構指出：在行動環(如圖2-1-3)當中，呈現了行動研究中計畫、行動、觀察和反思的基本循環架構；在四個重要環節之下呈現的是參與者彼此之間的互動及互動的內涵。

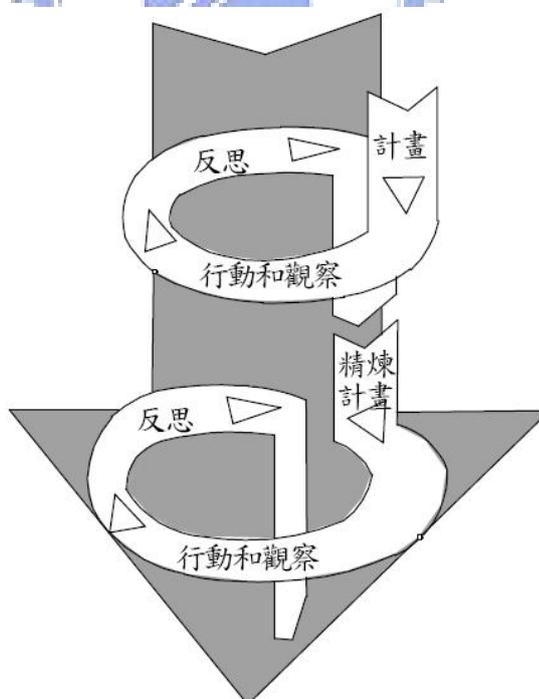


圖 3 行動研究的架構

張世平(1991)認為在進行行動研究時，大致有下述八個實施步驟：

(1) 發現問題：

實際工作中所遭遇的問題正好做為行動研究的問題，行動研究即由問題的發現開始。

(2) 界定並分析問題：

對所發現的問題加以確認、評價、並有系統的予以描述。

(3) 草擬計畫：

由相關的「當事人」，如教師、研究者、顧問等，進行初步的討論與磋商。

(4) 閱覽文獻：

草擬計畫後，須對相關的研究文獻作一檢閱，以便從這些研究的目標、過程，以及所遭遇的問題中，獲得有利於研究進展的啟發。

(5) 修正問題：

經過文獻檢閱，對問題有更深的認識後，必須再回過頭對「界定並分析問題」階段中初步陳述的問題，與以修正或重新定義。

(6) 修正計畫：

當問題修正得更明確後，必須再對之前所草擬的計畫重新檢視，配合從文獻中獲得的啟發，對原計畫未盡完善之處加以修正。

(7) 實施計畫：

利用預定的方法，如直接觀察、問卷、調查、測驗等有系統的蒐集所需的資料。並在蒐集資料的同時，對工作進行監控，也須將所蒐集到的資料加以歸類分析，更要根據現況改進的情形，繼續蒐集資料，考驗假設，直到有效的消除困難和解決問題為止。

(8) 提出結論報告：

在行動研究的最後，必須對所蒐集到的資料作一解釋，並將從中獲得的結論撰寫報告，以及對整個計畫作全面性的評鑑。

2.1.3 行動研究的主要特徵及特點

行動研究具有下列幾項特徵：（葉重新，2003）

(1) 在實際工作場域中進行：

當行動研究者要探討工作上所遇到的問題時，研究的場所為自然的情境，如學校、教室、或戶外等。

(2) 以解決工作上的問題為目的：

行動研究係針對教育情境中所發生的問題，採取行動來探究，研究結果旨在解決工作上的疑難問題。

(3) 以訪談和觀察來蒐集資料：

行動研究者常利用訪談、觀察，來蒐集受試者的反應資料，同時分析有關文件記錄資料。

(4) 以合作方式進行研究：

教育行政人員在學校共同面對問題，一起研究教育上的問題，經由彼此互動、討論、可以收到集思廣益的效果，並且可以和校外的學者專家合作，所以研究人員可從研究過程中，得到學習與成長。

(5) 可以增進參與行動研究者學術研究能力：

行動研究者由所蒐集到的資料，經由歸納、分析、批判與辯證，可以增進對問題分析與學術研究的能力。

蔡清田（2000）認為，行動研究關注研究結果的立即性與及時性，強調行動及研究的結合與不斷循環的檢證，透過研究者與研究伙伴的直接接觸，以幫助研究者釐清情境，因此，行動研究比其他研究更具有社會過程、參與投入合作的、解放的、批判的與反省的特徵。

蔡清田（2000）所提出行動研究的十項特點：

(1) 行動研究以實務問題為主要導向：

行動研究最大的特性，就是針對實際工作情境中所發生的問題，以可能解決問題的方法作為變數，並從研究過程中來驗證這些問題的效度。行動研究與其他研究類型的不同之處，在於行動研究企圖透過實際行動改進實務，並達成與實務工作一致的專業工作價值信念。

(2) 重視實務工作者的參與：

行動研究主要的研究者就是實務工作者本身，因此，行動研究是以實務工作者為研究主體，所進行的一種研究類型，行動研究不僅重視實務工作者的研究參與，更重視這個研究是在實務工作者所進行的實務工作情境中完成。

(3) 從事行動研究的人員就是應用研究結果的人員：

一般研究，研究人員只從事研究，並不直接應用研究結果，而實務工作人員只負責實際工作執行，因此研究與應用往往脫節。在行動研究當中，實務工作者必須扮演研究者的角色，而且由於應用研究結果的人，就是實際的工作者，正好彌補了理論與實務脫節的缺失。

(4) 行動研究的情境就是實務工作情境：

行動研究就是針對「實務標的（一個班級或一群或一位特定對象）」所發生實務問題從事研究，直接謀求改善。

(5) 行動研究的過程重視協同合作：

行動研究就是由情境內的研究者與情境外的研究者採取一致的行動，分析、研究問題本質，再者擬定系統性的行動計畫方案，最後順利解決問題，讓工作情境更理想、更適合人性的發展。

(6) 強調問題解決的立即性：

行動研究具有高度的實用取向，所重視的是「及時應用」、「實用可行」的結果，行動研究對實務工作者而言，焦點在於強調問題解決的立即性與及時運用。

(7) 行動研究的問題或對象具有情境的特定性：

行動研究的問題或對象具有情境的特定性，亦即行動研究具有特定的研究問題，行動研究並不是要從事大量的研究，它的研究樣本是具有特定限制且不具代表性，例如一個班級、一個學校，著眼於特定問題。甚至，行動研究的重點往往是實務工作者自己的行動，不是他人的行動，所以並不強調它的類推性，它是針對某項特定的問題去提出解決的方法，並不要求普遍適用於一般的情況。

(8) 行動研究是屬於發展性的反省彈性計畫：

行動研究有很大的反省彈性空間和適應性，以確保行動研究的繼續發展，因此，行動研究並不一定有特定的方法或固定的技巧，行動研究在設計及實施計畫時，要保持彈性，隨時依情況做調整。此外，行動研究具有探究

反思的精神，不斷的進行規劃、行動、觀察、反省與再規劃等歷程，反省檢討不僅促成行動研究者的新觀點，也將在行動中不斷促進實務工作者的深度反省與理解。

(9) 行動研究所獲得的結論只適用於特定實務工作情境的解放，其目的不在於作理論上的一般推論：

行動研究所關切的是實際情境中的特定問題，同時其研究的樣本也有特定的對象，行動研究的特點，是在於其研究的結果只能適用於該特定情境。因此，行動研究的重點並不在於抽象理論的發展，更不在於普遍應用與大量推廣。事實上，行動研究是為了解決實際工作情境所發生的問題，因而所獲得的結論只能應用於該實務工作情境的改進參考。

(10) 行動研究可以促進實務工作者的專業成長：

行動研究能夠提昇實務的品質，又能當作實務工作者的一個在職訓練，協助實務工作者發展其專業知識技能。行動研究旨在幫助實務工作者扮演研究者的角色，不僅協助實務工作者獲得處理實務方面的智慧，更可透過研究過程培養其從多方面角度了解實際問題情境的應變能力，因此，行動研究足以促進實務工作者的專業成長。

2.1.4 行動研究對教師專業的重要性

郭重吉、江武雄和張文華（1997）則引用Berlin & White（1992）的論點，指出行動研究的優點包括：

- (1) 教師可以善加運用不同觀點和專家所帶來的好處。
- (2) 研究結果可供教師在教學實務的參考。
- (3) 經由教師的直接參與研究，可以打破傳統上教師對研究者的敵意。
- (4) 可以提供教師學習與成長的機會。
- (5) 能由身歷其境的人自行解決所面臨的問題。

由於「行動研究」的目的，主要在於解決眼前具體問題的方法；而不是在於建立一套有系統的理论，遂為教育工作者所重視，透過此種方法的運用，可以幫助學校提昇行政效率、強化教師進修效果、增強班級經營效能、增進學生輔導管理成效、協助課程修訂、激勵教材教法革新等方面，對於整體教育效能的提昇，是有其實質的功能。而在今日，「教師即研究者」（teacher as researcher）已成為師範教育上的一種重要運動（歐用生，1994）。

2.2 資訊融入教學

2.2.1 資訊融入教學的意義

在九年一貫課程中，強調學生應培養的十大基本能力中：如「運用科技與資訊」、「主動探索與研究」、「獨立思考與解決問題」等皆說明運用資訊融入教學是學校教育未來的新潮流（教育部，2003）。教師想要吸引學生學習興趣，引起學生的學習動機，獲得更好的教學成效，就必須跟隨時代的潮流與吸納資訊科技的優點（溫家榮，1998）。

因此，在教學場域裡，教師必須運用資訊科技融入課程教學之中，學生用相關的資訊設備來學習，培養學生與教師透過科技的輔助來接受新知與教學將是基本的資訊素養。現代教育最主要的目標是教學者透過資訊科技營造學習情境推動資訊教育，讓學生將科技與學習相結合，養成善用科技的能力（王全世，2000a；李文益，2003；邱瓊慧，2002）。

2.2.2 資訊融入教學的功能與階段

陳淑貞（2004）指出資訊融入教學通常有以下幾項功能：

(1) 資訊素養的培養：

藉由資訊融入教學的實施可以培養學生的資訊素養。

(2) 多元化地呈現教材：

資訊科技可以讓抽象的教學內容更具體化，幫助學生達成有意義的學習。

(3) 提供豐富的學習資源：

豐富的教學資源可以滿足學生不同的需求，教師的角色不是唯一權威的知識來源，而是幫助學生學習的夥伴。

(4) 模擬情境的學習：

運用科技軟體模擬真實情境，可以讓學生獲得更真實的學習經驗。

資訊科技融入教學並非一觸可及，教師必須選定適合資訊科技融入教學的教材內容，在教學前事先計畫與設計，清楚知道科技運用在教學情境當中所扮演的角色，但這對於科技運用不熟悉的教師來說，絕對是一項大挑戰，而資訊科技融入教學是具有階段性的，Budin(1999)將資訊科技融入教學分成五個階段：

(1) 導入階段：

因教師尚未習慣使用資訊科技來教學，所以會產生不安感，擔心上課秩序難以掌握，甚至排斥資訊科技而沿用傳統教學方式。

(2) 採用階段：

教師開始使用資訊科技來支援傳統教學，但仍保有教師為教學活動中心的觀念。

(3) 調適階段：

教師開始發現適當地應用科技可加速課程涵蓋範圍，學生也有時間進行高層次思考。

(4) 合適階段：

教師對使用資訊科技教學的便利與優點充分瞭解，會運用電腦傳輸與合作的特性發展新的教學法，進行合作式的學習與分享，學生也較能投入學習活動。

(5) 發明階段：

教師能運用資訊科技發展出新的教學環境，因此能達到此階段的教師較少。

2.2.3 資訊融入教學與數學學習

根據教育部在民國八十七年實施的『資訊科技融入數學科實地教學實驗計畫』研究結果顯示，數學是所有學科當中最被討厭的科目，而且年級越高越討厭學數學。但是電腦學科相較於數學，就受歡迎許多，大部分學生都表示喜歡學習電腦，並認為利用資訊科技來學習數學，會覺得比以前快樂，也更有信心學好數學（莊一凡、陳光勳，2004）

周麗萍（2001），為了提高學生學習動機與興趣，就利用生動活潑的FLASH動畫當輔助工具，來輔助數學學習，學生學習動機及學習成效良好。古智勇（2003）則利用動畫網頁輔助學生學習幾何概念，對學生都有不錯的成效，尤其低成就者更是有顯著的幫助。而在林文昌（2004）的研究中指出在數學領域中的幾何學習，尤其需要資訊科技的輔助，適當融入學生操作活動，增加師生互動，來增進學習效果，讓學習數學變得更有效率。

2.3 合作學習

2.3.1 合作學習的意涵

合作學習是創造一個合作的環境，讓同一小組的學生為完成共同目標，而相互合作、分享資源、互相依賴，修正彼此的觀點與做法，每位組員對學習任務的完成必須負起責任，透過合作行為，不但能夠共同完成特定的學習活動、分享學習成果，而且也有助於學習者學習人際互動技巧（王永昌、張永宗，2002）。

2.3.2 合作學習與數學學習

身為一位數學教師，要時常反思應該安排怎樣的學習情境，應該設計怎樣的教學活動及教學策略，才能讓學生引發學生學習動機、產生有意義的學習以及建構正確的數學概念（陳彥廷、姚如芬，2004）。在九年一貫新課程改革中，除了重視學生解題及思考能力之外，更加重視學生批判、溝通及團隊合作等基本能力的培養（教育部，2003）。

林達森（2002）主張透過小組合作學習，學生的學習可以化被動為主動，讓學生學習更有效率並且能增進學生高層次的思考技能。在Abrami（1995）研究中，也發現合作學習會增加學生的成就動機、促進高層次的思考能力以及提升學習成效。

林怡如、何信助與廖年森（2004）認為，教師應鼓勵學生多提問，並提醒學生傾聽其他同學的技巧，適時提供書籍、學習網站，並利用小組成員合作學習的模式，讓學生能從中體現積極主動、互助合作的精神。

2.3.3 網路的合作學習

在許多後設研究的分析當中發現，合作學習的方式較個人使用科技的學習環境能學到更多且對學習更有助益，然而小組學習的學習效果受限於教學法及教學內容而不穩定，若想有正向效果，學生必須擁有合作的技能，不僅只於人際及社交技巧，更重要的還是小組的經營管理、溝通協調、推論及質疑調查的能力，據研究指出，以專題研討、角色扮演、辯論及螺旋式討論等教學方式則有利於在網路空間合作學習的成員之社交互動技巧的培養，利用小組腦力激盪的方式則有助於學生建構知識，且研究結果發現，就探討習得知識而言，個人或CAI 的輔助學習能使學生獲得較多知識；反之，若具探索性學習，則由小組合作學習的方式為佳(Lou & MacGregor,2004)。

本研究網路互動式合作學習是採用交互教學法

交互教學法係由 Palincsar & Brown（1984）所提出。此法乃根據 Vygotsky 的「專家鷹架」(expert scaffolding) 理論而設計。依 Vygotsky 的觀點，認知功能剛開始都是源於社會的層次，後來才漸漸發展至個人內化的層次。「兒童在獨自下所能達成的表現」(個人內化的層次) 與「兒童在專家(指父母、教師、或精於某項認知活動的同儕等) 協助下所能達成的表現」(社會的層次)，二者間的差距、即他所

稱的「近側發展區域」(zone of proximal development) 的概念。所指的「專家鷹架」乃指學生在學習歷程中，先扮演觀察者的角色，藉由專家的示範而經到某種認知的活動，接著，在專家的引導及矯正錯誤下學習，及逐漸縮小近側發展區域，最後能獨自完成認知活動。故良好學習應是由外塑的學習發展為內發的學習。

2.4後設認知

2.4.1後設認知理論

根據後設認知的提出者Flavell對後設認知所下的定義為：「後設認知意指個人對本身的認知過程、認知產物或其他有關種種，如訊息或資料相關特性的學習知識。後設認知也是指對這些過程的主動監視，以及此過程就其認知現象而言的結果關係和脈絡，通常都是為著一些具體的目的而作（張淑娟，1997）」

它之所以被稱為後設認知，因為它主要的意義即為認知的認知(cognition about cognition)。也就是當面對某種訊息或資料予以處理時，在認知上超過「知其然」的程度，進而達到「知其所以然」的程度時，即可稱為後設認知。因此，後設認知是指個人的「對認知之認知」(cognition about cognition)。換言之，後設認知是指個人對自己的認知歷程能夠掌握、控制、支配、監督、評鑑，或指個人駕馭既有知識的一種高一層認知（張春興，1991）。

張景媛(1994)指出後設認知是人類在從事思考活動時的最高層系統，尤其是學生在從事數學解題時所使用的各種認知策略都是由後設認知所決定的。譬如學生碰到一道數學文字題時，他先判斷此題是屬何種性質的問題，然後由後設認知決定用何種認知策略來解題。數學解題歷程即認知的歷程，此項解題歷程會受到後設認知的影響。

研究者認為後設認知是一種獲取知識的能力，能組織訊息解決問題，而怎麼組織怎麼解決，就要有操控自我的能力，如果不能解決，要再重新思考組合，這很複雜，但事實上每個人都有這種能力，可能只是沒有把隱藏的知識整理出來，將這些知識組織起來，要怎麼組織，可能有很多種排列組合方式，成為可以解決問題的一種路徑，這需要一種策略，不外乎問題的分析，嘗試錯誤，歸納，把問題簡化縮小問題等等，所以後設認知就是要突破自己的問題，解決自己的問題，把問題形成並嘗試解決。

2.4.2 解題歷程

很多學生不會解題和害怕解題，這是認知過程所發生的遷移上的困難，這是和分析與推理的問題有關。解題要了解問題所牽涉的統整概念與概念間的關係，同時要認識解決問題的步驟和過程，並經過在(生活)情境中的反覆練習才能改善解題能力。而可用的技巧較注重系統性，例如利用波力亞(Polya)的問題解決四步驟，即了解問題，想出計劃，執行計劃，和回顧等(王國華，1995)。

問題解決能力受到近代心理學研究者的重視，因為它在數學教育領域中日形重要。早期對【怎樣解題】的研究，偏重在解題策略的教學，以及各種教學對解題能力的影響；後來數學教育家及心理學家的研究發現，解題是高層次的認知歷程，涉及到解題者對自己思考歷程的認知、能否描述自己的想法、能否運用數學知識以解決問題、對解題方向的監控、及對數學所抱持的態度和信念等。而數學教育家和教育心理學家，更希望透過學生的解題歷程，以了解學生是如何建構知識(引自高石城，1997)。

數學解題需用到數學概念、原則和方法，且必須運用個人先前舊有經驗來處理未能解決的問題。心理學家 Skemp (1971) 曾指出數學解題的學習與教學都涉及心理學的問題，應先掌握學習者是如何解題的，以及解題所包含的認知歷程或成分到底如何(引自邱上真、B30 世宜、王惠川、吳建志，1995)。本研究先以網路互動式合作學習之學生解題歷程，分析出學生在解題面臨失敗的情況之解題歷程，嘗試設計符合排列組合單元之探索解題模式，希望能提升學生面臨解題困難時，能調整並監控出正確的解題路徑。

Polya 的解題歷程模式：

波蘭數學家 Polya (1945) 在「怎樣解題 (How to solve it)」一書中，將解題歷程分為四個步驟，此步驟也成為以後學者發展解題的重要參考範本，這四個步驟並包含了許多有助解題活動的自我提示問句。

第一、你要了解問題	了解問題 未知數是什麼？已知數是什麼？條件是什麼？ 解答能夠滿足這些條件嗎？已知的條件是否足夠決定未知數？太少？太多？或是彼此有矛盾？畫個圖。採用合適的記號或符號。你能把條件的各個部分分開並且寫下來嗎？
第二、找出已知數和未知數之間	擬定計畫 你是否看過這個題目？或是看過相同、但以不同方式表達的題目？

<p>的關係。如果這個關係不是很明確，你可以試試考慮類似的問題。最後，你應該能想出解題的計畫。</p>	<p>你是否知道什麼相關的題目？你是否知道什麼定理可以派得上用場？仔細看未知數！並試著想想有什麼類似的問題，有相似或相同的未知數。這裡有個你以前解過的問題，你能運用它嗎？你能運用它的結果？或是方法？是否需要引入什麼輔助元素，才能讓這個解決過的問題派上用場？你能否把問題重新敘述一遍？或是用不同的話再說一次？回到定義看看。如果不能解決眼前的問題，試著先從一些相關問題著手。考慮一些相關但比較容易解決的問題？例如，比較一般化的問題？比較特殊的問題？相似或類比的問題？你能否只解決問題裡的某個部分？只考慮條件的某個部分，而先忽略其他部分；再看看離真正的未知數有多遠，還可以做什麼改變？你能從已知數中找到什麼線索？未知數或已知數可以怎麼改變（必要時，同時改變二者），來讓它們彼此更接近一些？你是否已經使用了所有的已知數？你是否已經用了所有的條件？你是否已考慮了與問題相關的所有必要觀念？</p>
<p>第三、執行你的計畫</p>	<p>執行計畫 把你的解題計畫付諸實現，仔細地檢查每一個步驟。你能否清楚地確定每一個步驟都是正確的？你能否證明每個步驟都是正確的？</p>
<p>第四、檢查你得到的解答</p>	<p>驗算與回顧 你可以驗算所得的答案嗎？能不能檢驗你的論證過程？你能否用不同的方法得出相同的答案？你能否一眼就看出答案來？你能否把這個結果或方法，應用到別的問題上？</p>

表 1 Polya 怎樣解題提示表

Schoenfeld 的解題歷程模式：

Schoenfeld (1985) 認為影響解題成敗的因素有四項：(1)資源—個人所擁有與解題相關的數學知識；(2)捷思—即一般的解題技能與策略；(3)控制—如何選擇和執行策略，如何分配資源，如何決定計劃、監控、評估等；(4)信念系統—個人的數學世界觀。從 Schoenfeld 的研究中發現四大因素中以控制對解題成敗的影響最大。Schoenfeld 認為過去以微觀的方式來分析解題行為，把解題行為分割過於瑣碎，再以統計的方式檢驗各類行為的出現次數。這樣的分析方法容易忽略解題時對「選擇解題策略」所做的控制行為。另外，如果只對解題過程中明顯的行為加以編碼，這樣的分析將忽略許多重要的資訊，因為最重要的決策行為常常是內隱的。因此，Schoenfeld 特別以巨觀的方式分析解題歷程，從控制的角度來檢視解題行為，將解題歷程區分為七個階段：(1)讀題(reading)；(2)分析(analysis)；(3)探索(exploration)；(4)計劃(planning)；(5)執行(implementation)；(6)驗證(verification)；(7)過渡(transition)，同時列舉出不同階段解題分析中所應該注意的相關問題。而本

研究中發現，學生解題失敗情形大多發生於探索及驗證階段。

1. 讀題：包括初始的讀題，攝取問題狀況、讀題之後的沉默及重讀題目等，相關問題有：
 - R 1：是否注意到問題的所有條件？它們被明顯的注意到嗎？或只是模糊的注意到呢？
 - R 2：是否正確地注意到目標狀態？
 - R 3：是否評測其目前知識狀態中有關解此題的知識？
2. 分析：在讀完題目之後若無明顯進展，下一個階段就是分析，分析是企圖徹底瞭解問題，選擇適當觀點，並考慮何種原則或行動較合適及簡化問題。相關問題有：
 - A 1：採取何種觀點？此種選擇是明確的或預設的呢？
 - A 2：根據問題條件採取行動嗎？
 - A 3：根據問題的目標採取行動嗎？
 - A 4：問題之條件與目標是否有關聯？
 - A 5：在此階段是否前後一貫？整體而言(A 1-A 4)，解題者所採取的行動是否合理？
3. 探索：**分析與探索的差別**在於分析較有結構性與問題之條件及目的緊密連結而探索則較於結構性，其行為可能離題目原意較遠，如果解題者發現新的資訊，他可能回到分析階段。在探索階段解題者可能呈現多樣的捷思策略，如檢驗相關問題或分類等。相關問題有：
 - E 1：本階段是條件引起的？或目標引起的？
 - E 2：所採取的行動有方向或焦點嗎？此行動有目的性嗎？
 - E 3：對解題過程有監控行為嗎？該監視行為的有無對解答有何影響？
 - E 4：在此階段是否前後一貫？整體而言(E 1-E 3)，解題者所採取的行動是否合理？
4. 新資訊與局部評測：新資訊點是指先前未注意到的訊息，被重新確認，也包括潛在有價值的捷思策略(新的過程、新的方法)。局部評測試以微觀的角度對目前的狀態加以評測。其相關的問題為：
 - N1. 解題者是否對其目前的知識狀態加以評測？(這個行動是否合適？)
 - N2. 解題者是否對新資訊的相關性或可用性加以評測？(是否合適？)
 - N3. 這些評測的有無對解題結果的影響為何？
5. 計劃—執行：此階段關心的問題為是否有良好的結構？計劃的執行是否有次序，解題過程有無監控行為？

解題者是否從局部或整體的層次對解題過程做評測？

 - PI 1：是否有計畫的證據？解題者是否從局部或整體的層次對解題過程做評測？
 - PI 2：此計畫與問題的解有關係嗎？是否適當？是否有良好的結構性？
 - PI 3：解題者對計畫的合適性、相關性，及結構的品質是否加以評測？
 - PI 4：執行是否依計畫有結構的進行？
 - PI 5：是否從局部或整體的層次對執行加以評測(特別是當錯誤發生時)？
 - PI 6：評測的有無對解題的結果有何影響？
6. 驗證：其相關問題為：
 - V 1：解題是否回顧整個解答？
 - V 2：是否以任何方式檢驗答案？如果有，如何進行？
 - V 3：有任何對解答的評測嗎？無論是評測解題的過程或對結果的信心？
7. 過渡：指各階段之間的連結，其相關問題有：

T 1：對於目前的解答狀況是否加以評測？若放棄一種解題途徑，是否企圖利用其中有用的部分？
 T 2：對於先前放棄的解題路徑，是否從局部或整體的效應加以評測？
 T 3：對於採取的新方向是否評測其對解答造成的短期或長期效果？或是直接跳到新的方向？
 T 4：對於所採取的新方向之評測的有無，對於解題的局部或整體的效應為何？此行動是否合適或有必要嗎？

表 2 Schoenfeld 之解題原案巨觀分析架構表

Mayer 的解題歷程模式

Mayer (1985) 從認知心理學的觀點將解題歷程分為問題轉譯、問題整合、解題計劃及監控、解題執行四個步驟。又於1992 年將解題歷程分為問題表徵和問題解決兩個階段，每個階段包含兩個步驟，茲分述如下：

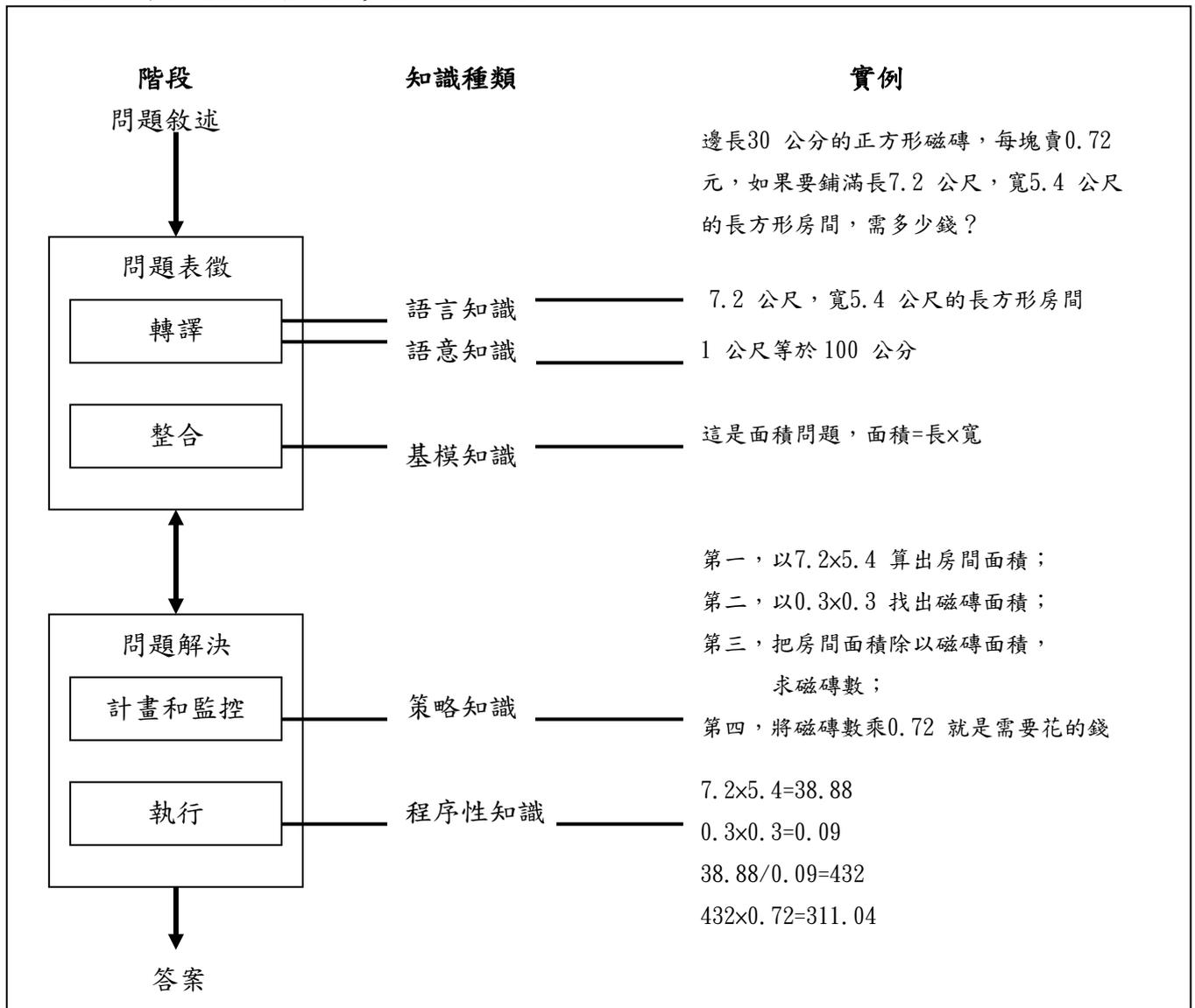


表 3 Mayer 的解題歷程模式

1.問題表徵 (problem representation) 階段：

即將文字或圖案轉換成心理表徵，包括兩個步驟：

(1)問題轉譯 (problem translation)：

將問題的陳述句轉變為內在心理表徵，此步驟需語言和語意的知識。語言知識 (linguisticknowledge) 用以了解題目中的文字，語意知識 (semanticknowledge) 則了解題目中的含義。

(2)問題整合 (problem integration)：

將問題的訊息組合成連貫的表徵，此步驟需運用到數學基模的知識。

2.問題解決階段：

即將問題從心理表徵進行到最後答案的過程，包括兩個步驟：

(1)解題計劃及監控 (solution planning & monitoring)：

此步驟需運用到策略知識以擬定解題計畫，並選用適當的解題策略。

(2)解題執行 (solution execution)：

此步驟需運用到程序性知識，以正確運用算式解題。Mayer (1992) 將上述的五種知識，即語言知識、語意知識、基模知識、策略知識和程序性知識，視為解題歷程中的必備知識，欠缺任一種，均可能無法成功解題。

Mayer (1992) 將上述的五種知識，即語言知識、語意知識、基模知識、策略知識和程序性知識，視為解題歷程中的必備知識，欠缺任一種，均可能無法成功解題。綜合各家學者對數學解題歷程的探討，可知各家學者所提出的解題歷程大抵與 Polya 的解題歷程概念類似，因此本研究在設計探索解題策略的步驟，是參考 Polya 的解題建議及提示句題來做設計，而以 Schoenfeld 的解題步驟來做解題歷程分析。

提出者	階段一	階段二	階段三	階段四	階段五	階段六
Schoenfeld (1985)	讀題	分析	探索	計畫	執行	驗證
Polya (1945)	了解問題		擬定計畫		執行計畫	回顧解答

表 4 Polya 與 Schoenfeld 數學解題歷程對照

雖然 Schoenfeld 對解題歷程的六個階段，都提出了一些相關問題，但由於解題歷程是複雜的思考過程，要從外在的行為觀察加以劃分，是不容易的。因此近年來，研究者常採用放聲思考法 (thinkingaloud)，探討解題者表現的解題行為 (塗金堂，1996)。它的實施程序是，研究者在解題過程中，以錄音或錄影方式，將解題者口述的語言記錄下來，再轉譯成原案 (protocol)，最後根據原案，進行分析解題行為。而研究者認為在 Web Office 的網路互動式學習環境下，能讓學生放鬆的完整表達其真實解題歷程，是最適合研究解題歷程之紀錄平台。

三、研究方法

理論因研究而產生，研究由行動而落實。研究者在初任教職第一年，即開始藉由行動研究，來解決本身在教學時所面臨的問題，並試圖去設計調整出屬於自己的教學模式，以提高教師教學上及學生學習上的成效。

行動研究是一個持續不斷探討教學和反省教學問題的螺旋過程，研究者本身根據行動研究「計畫→行動→觀察→反省→計畫」的動態循環歷程，而不斷地循環改進教學方法與嘗試教材設計。本研究為採用質性的研究方法，來進行實質上的資料蒐集和分析。

質性研究的基礎就是特定(specific)、詳實(detailed)和描述性(descriptive)的觀察，所以質性研究能提供深入而詳細的觀察資料。經由這些觀察與長期地投入現場，使研究者能瞭解被觀察對象的思想、信念與價值觀，以及影響其活動的一切內外因素；同時亦能增進所有參與者對其自身的瞭解，使其從研究中獲得更多的成長(姚如芬，1998)。

本章依序如下所示：1.研究對象；2.研究工具；3.研究的循環架構與流程；4.資料蒐集；5.資料分析；6.研究的信效度。

3.1 研究對象

以研究者所任教的綜高科二年級做為研究的對象，此班是學校經過挑選的英文班，學生英文程度良好。而本校是位於台北市的一所私立高職，共有八個職業類科及一個綜合高中部，全校共50個班級，學校創校已達九十年，而校風算是比較保守的學校。

研究的班級學生共有44人，其中男生28人，女生16人，由於是私立學校，所以大多學生的數學基礎及學習動機與公立學校相比，是有一段差距，而學校規定一週有兩天晚自習至八點半，且本班週六常需到校加強英文訓練，研究者與學生相處融洽，上課秩序還算良好。

3.2 研究工具

本研究所使用的研究工具包括：

(1) 教室即時錄製教學影音檔案

研究者課堂教學時，所錄製之影音檔案，包含教師講解、學生上台練習、師生課堂對話等等影音紀錄過程。

(2) 教學即時錄影網站

教學網站上師生之紀錄，包含教師建置教學教材、上載試題、學生留言、學生學習紀錄等等。

(3) 網路互動式合作學習錄影檔案所製成之原案

各小組學生於網路互動式合作學習討論後，系統所自動錄製之影音動態檔案，研究者將學生使用麥克風發表、文字討論區發表及書寫發表討論之歷程，依照時間順序所製成之原案。

(4) 學生問卷

建置教學錄影網站已超過一年，且線上互動式的合作學習，也實施超過半年的時間，此問卷希望了解學生對於研究者的教學方式，及線上互動式討論之學習方式，對於學生在學習數學的興趣及態度上，是否有所改變而設計，並希望了解學生對於排列組合單元，所使用探索解題策略的感想。問卷發放為 97 年 06 月 24 日，全班 44 位學生，1 人請假，共回收 43 份問卷，其中男生 30 份及女生 13 份問卷。

(5) 學生訪談

以探索模式解題失敗之低、高成就學生做訪談，作此失敗案例之解題歷程回憶與訪談心得，希望了解個別學生對於此探索模式使用之心得與感想。

(6) 研究者教師日誌

紀錄長期行動研究中，研究者所遭遇到的困難與反省，也記錄師生的對話及線上 MSN、學生簡訊、學生於網站討論區發表等等特殊表現。

圖：3.3-1：行動研究的循環架構1~16，為研究者參考陳英娥及林福來(2004)引用Atweh（2000）的行動研究架構，所自行設計之行動環，分為四個主要環節，每個環節呈現了行動研究中，計畫、行動、觀察和反思的基本循環架構，能清楚的呈現出彼此之間的互動及互動的內涵。

以下將行動研究的循環架構 1~16，增加部份流程做更詳細的描述

(1) 行動研究的第一循環：「教室即時錄製教學影音檔案，並建置教學網站」
實施期間為 96 年 04 月至 97 年 06 月。

1. 計畫：教室即時錄影。

最原始動機為幫助常請公假之學生補課使用。

2. 行動：平板電腦搭配 PowerCam 軟體，錄製教學即時檔案。

利用平板電腦搭配 PowerCam 錄影軟體，來做上課中的即時同步錄製，並上傳 XML 教學網站，給學生在家自學或複習補救使用。可參閱 4.1.1 環境一、非同步遠距學習之教學即時錄影網站，有更詳盡的說明。

3. 觀察：學生能自動上教學網站補課。而藉著色彩、動畫、遊戲、影音能吸引學生目光，但 GSP 動畫不是教學常態。

4. 反思：教學品質可在提升。

教授檢視研究者使用平板電腦搭配 PowerCam 軟體之錄製教學模式，認為教學品質有改善的空間。由於研究者是累積教學資源建置於網站中，對於在教室中的教學品質沒有太大改變，需改變學生在學習的方式，學生在學習上，由於使用平板電腦搭配 GSP，活潑有新鮮感讓學生願意學，但長期使用的話就不新鮮了，而動態教材（GSP、Flash）可以作為品質的部份提升，但不是常態的東西（不是每單元每題都適用），動態的東西學生很興奮，是短期的效果，是興奮劑，是即時的，但持續性不強。而品質是透過學生來反應，學生的改變反應研究者的教學，要結構改變不是指教材上的改變，是指學生在學習的結構上改變，不需要興奮劑，平常就可以做，沒 GSP 時也可以這樣做。

(2) 行動研究的第二循環：「單元重要概念，學生上台練習並即時小考」

實施期間為 96 年 10 月至 97 年 6 月，而資料分析僅以 96 年 10 月至 96 年 11 月為依據。（參閱附錄一）

5. 計畫：從教室中個別學生的學習來提升。

從上學期第一次段考成績，可能反應過去有動畫的學習成效，現在改以教一個重要並符合單元重點的題目，找一位中等能力學生，請學生上台做類似題並試者講解。在教學程序上的改變，學生親自做過以後才知道有沒有學習到，學生馬上驗證，不是隨時做驗證，是最重要的觀念做驗證，也可以此學生來反應其他同學的情況，及對這班的評估。穿過短期記憶的效果，最後第二節課結束前五到十分鐘或下次的課堂中，類似的題目每人發一個題目，馬上考試檢驗出來，是不是這個遷移效果被保留住，最後再於下次段考，看出這個保留是不是還存在，並是否提升學生解題之成效。

6. 行動：重要概念，請中等學生上台及台下即時測試。

實施過程如下：

- ①教學中找中等能力之學生上台做類似之練習題，並請學生嘗試著講解作答
- ③當天下課前或下次之課堂中做類似題之即時小考
- ④針對上台之學生講解檔案作分析
- ⑤針對學生即時小考作分析

7. 觀察：改變教學結構，讓學生多參與學習之重點，是否能加強其學習成效？

- ①解題成效有提升

驗證出這方法有效，教學方法改變（學生說老師最近都玩這招），學生多參與進而帶動全班的改變，六成能答對即時小考，效果算很不錯，且在兩次期考間成績也有所提升。

- ②發現學生不善於解說

學生沒有信心及習慣講解數學，而表達、分享與溝通為很重要的能力，應該增加學生在此方面的能力。

8. 反思：希望學生能多表達、溝通與分享學習。

希望能帶入以「學生為主體」的學習方式，思考著如何才是以學生為主體的學習，想把學習的主權還給學生，讓老師不以灌輸知識為手段，而能善用各種學習方法，來開啟學生的智慧，讓學生有自主性、有空間性，以學生本體為出發點、考量點來做學習。

(3) 行動研究的第三循環：「網路互動式合作學習討論」

實施期間為 96 年 10 月至 97 年 06 月。

9. 計畫：網路互動式合作學習討論

利用 Web Officec 網路會議室的即時互動式網路學習環境，讓小組學生在家進行數學合作解題，增加學生能主動學習及溝通討論的機會與環境。

10. 行動：分組假日線上討論週小考試題。

週小考後，不是馬上訂正教學，而是讓學生能夠有充足的時間，多做思考及有發表與溝通協調的機會，來引入同步的遠距教學。

網路小組合作學習流程：

- ①當週之週小考內容進行測驗，提供簡單答案（固定於星期五）。
- ②教師週小考後上傳試題至網站，試題為A4頁面大小且一題一頁，為提供學生使用JoinNet虛擬印表機列印上載至JoinNet討論版頁面，可減少學生線上書寫題目之時間。
- ③由週小考測驗結果，學生自行找出自己的錯誤題型或其他數學問題。
- ④學生分組，於各組的討論時間（於星期六、日）進入Web Office進行互動式討論。
- ⑤各組學生討論後，尚未能成功解題之較難試題，教師於課堂上講解訂正並錄製上傳網站（於星期一）

11. 觀察：能表達、溝通與分享。討論後大多能解題成功，而解題失敗歷程多為探索階段沒有方向及缺乏驗證階段。可參閱 4.1.2 環境二、同步遠距學習之線上互動式合作學習網站，有更詳盡的說明。

12. 反思：如何找尋解題探索方向。

(4) 行動研究的第四循環：「設計探索模式教材教法並執行與分析」

實施期間為 96 年 04 月至 97 年 05 月。

13. 計畫：設計探索解題模式

14. 行動：教學探索模式及台上、台下學生練習，並觀察線上互動式合作學習討論是否能自行運用此策略

15. 觀察：學生遇到解題困難，能自動使用探索模式解題成功，並分享給同儕，但也有在探索中失敗的情形

16. 反思：此探索模式尚未成熟，可再修正

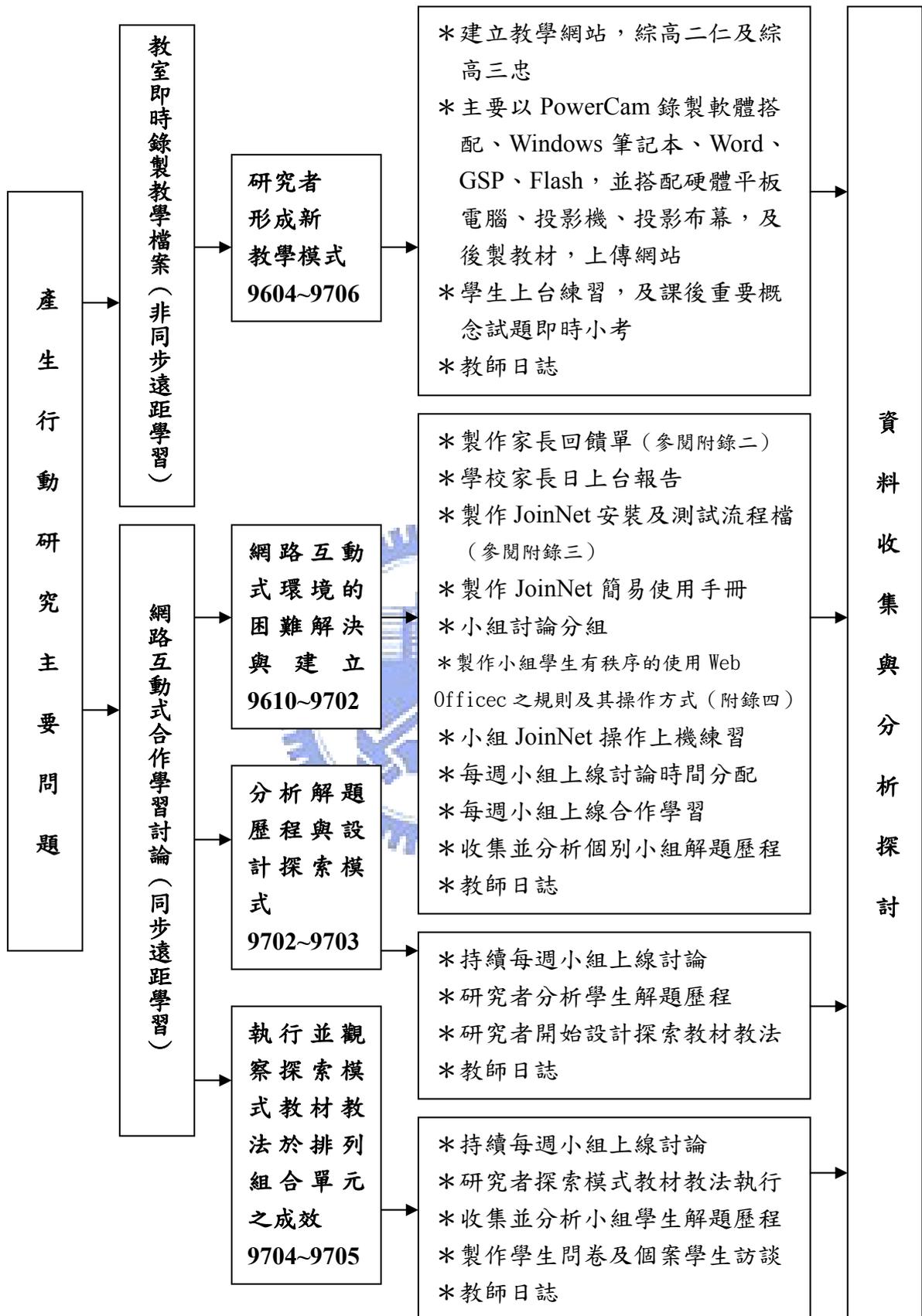


圖 5 研究流程

3.4 資料蒐集

本研究相關資料的蒐集來源，主要包括：（1）教室即時錄製教學影音檔案；（2）教學即時錄影網站；（3）網路互動式合作學習錄影檔案，所製成的原案；（4）學生問卷；（5）學生訪談內容；（6）研究者教師日誌內容。而教室即時錄製教學影音檔案資料，從96年4月截取至97年6月為止，共超過一年的時間；網路互動式合作學習討論錄影檔案資料，從96年10月截取至97年6月為止，共超過半年的時間。而所蒐集得來的資料則予以編碼，做有系統的分類和整理。因此，研究者期望藉由上述的資料蒐集來源和方式，可以將本研究做真實的呈現，以提高本研究的可信度。

3.5 資料分析

本研究資料分析主要為小組線上討論產生之檔案，所整理成為原案分析，及教學網站內容兩主要部份，並搭配學生問卷與心得等為輔，以求資料之信度。而原案的分析為研究者將小組討論後，於JoinNet所自行產生有小組數學解題歷程的影音及手寫動態過程檔案，轉成文字稿及其所對應之數學解題手寫過程圖片，對照以形成原案。

質性研究的資料分析是一種選擇、歸納、比較、綜合以及解釋的系統過程，其中涉及了許多不同形式的理論（王文科，1999）。本研究主要是使用「原案分析」，對所蒐集的原案轉錄成資料進行分析。其主要目的是希望藉由設計並執行的探索模式教學後，以原案的資料蒐集來進行對照分析，以瞭解學生是否能在排列組合單元，能有控制探索階段的進行，並從中歸類分析資料，來修正探索教學模式。另外，本研究也採取問卷及訪談等資料進行分析和抽煉，並做進一步的歸納。至於本研究在資料分析的期間，也同時採用王文科（1986）所提到Denzin（1978）的「三角校正法」（triangulation）。亦即研究者除了將不同來源及類別的資料加以整理並進行分析、比對和歸納外，還經由指導教授進行討論，以期藉由他人的批判來修正研究者的主觀想法。

3.6 研究的信效度

Elloitt(1991)提出行動研究的目的不在於測試假設或理論是否有效，而是幫助研究者更明智地行動。在行動研究的階段中，由於本研究是採用「計劃→行動→觀察→反省→計畫」這五個步驟不斷的循環，因此在資料分析時為了提高效率，本研究參考Elloitt(1991)、Feldman(1994)、McNiff(1988)三位學者對提高行動研究效度的建議，並說明本研究效化資料與提高信賴度的做法。

1.自我效化方面 (Self validation) :

所謂自我效化就是行動研究者，對整個行動研究自我負責的意思，因此行動研究者必須誠實地，將整個行動研究的過程詳細地描述出來，特別是自我反省的部分(Elloitt,1991；Feldman,1994)。

「可信度」(credibility)是指真實的收集多方相關資料，以克服錯誤或失真資訊所帶來的影響，這也有助於研究者參與及對研究情境背景的瞭解。因此本研究過程中收集多方資料，包括教師課堂教學錄影檔案、小組線上討論錄影檔案、問卷、訪談、教師日誌等等，並利用持續性的觀察，來幫助研究者發現新問題，並有嘗試調整的機會。

本研究在課內教室中，教師教學錄影檔案長達一年時間，而課外學生於自家之線上合作學習討論錄製，也經過半年時間，在研究者長期的參與及觀察下，研究者將整個行動研究歷程做確實的紀錄，以期真實完整的描繪出整個行動研究的面貌。並以教師日誌記錄各種不同的新資訊，讓研究者有反省及做調整的依據。此外，研究者認為有必要進一步了解全班學生的感受及其建議時，則設計問卷來調查全班學生的看法，並能多方面收集資料分析。

2.同儕效化 (Peer validation) :

行動研究者將自我的想法公開，並請共同合作的同儕與外來指導者(external consultants) 作為「批判朋友」(criticalfriend)，透過討論、批判來進一步澄清行動研究者的主觀看見，因此同儕與外來指導者的回饋作用是不可或缺的。

關於可認定度(conformability)乃在於減少研究發現的偏差，在研究中尋求立足於不同觀點的人們之看法，進行三角校正資料的工作，以提高研究的中立性。也就是指研究的所有資料、解釋及發現均源於研究的情境，有依據及出處可循，並非研究者自己的想像或偏見。

在本研究的資料收集與分析過程中，研究者最重要的「批判朋友」就是指導教授，在整個行動研究的歷程中，有兩次重大教學信念的轉變，都是與指導教授同時檢視行動研究結果，在晤談及反省批判中，研究者才慢慢的有勇氣去嘗試做改變，例如增加線上互動式合作學習與設計探索教材教法等，都是對研究者的一大改變，而指導教授適時的鼓勵及意見，也更快幫助研究者澄清觀念和想法。

3.學習者效化 (Learner validation) :

行動研究者必須紀錄學生的反應，並且收集多方的資料，以支持行動研究者的想法(Feldman,1994; McNiff,1988)。因此使用不同資料來源的三角校正，以及持續地收集資料，來提高研究的「可信度」(credibility)。

在本研究中研究者會盡量地收集學生的反應，包括學生問卷、訪談、學習講義、小組線上討論錄影檔案等資料，透過多方資料進行三角校正的工作，而最完整的資料就是使用錄影檔案所製成之原案分析。

有關「可轉移度」(transferability)的意義，則在於研究者必須廣泛詳盡的描述研究的假設、時間、地點、前提等情境，使得讀者或其他研究者能將研究的結果應用在自己的教學或研究情境中。因此在本研究中，會詳細描述研究者在行動研究中，各循環的動機、目的與執行，並於研究環境中所使用之軟硬體、教學環境、教學信念、研究學校、班級學生等資料。

在「可靠度」(dependability)方面，其主要意旨為要詳盡的紀錄研究的方法學及過程，使其他研究者能查核整個研究過程，而決定該研究能否重複。在本研究中，教師的教學與小組的討論皆有錄影檔案，能真實的呈現並做保存，以供稽核與查驗。

四、研究結果

本章依據研究過程資料之分析，分下列三方面說明：

- 1.兩個網路學習環境的建立及其應用
- 2.如何設計探索模式與執行，並觀察學生運用此探索模式之解題歷程
- 3.學生的學習態度與教師之專業成長及反思

4.1 網路學習環境的建立

希望增加學生課外主動學習的空間，並延長學生思考數學試題之時間，及有表達、溝通與分享學習的機會，都與網路學習的環境有關，而此環境如何建立及其應用，與所可能遭遇到的問題，都是應該要探討的，並把此行動研究與未來想建立此學習環境的教師們作一個經驗分享。本小節分為 1.環境一、非同步遠距學習之教學即時錄影網站；2.環境二、同步遠距學習之線上互動式合作學習網站；3.兩個網路環境可達成的十一道菜色；

4.1.1 環境一、非同步遠距學習之教學即時錄影網站

研究者在初任教師第一年，藉由教師即研究者的角色，為解決校慶時期多數學生請公假，所缺課之補救教學。是以 PowerCam 錄製軟體搭配硬體平板電腦及投影機，於教室上課中同步錄製即時教材，並上傳班級教學網站，供學生自學使用。網站資料從 96 年 4 月截取至 97 年 6 月為止，超過一年的研究期間。共分為以下五點作探討：1.軟體設備；2.硬體設備；3.所遇到的問題與解決方式；4.教學網站介紹；5.教學內容呈現模式；

1.軟體設備

(1) 使用軟體

- ①PowerPoint；② Word；③Windows 筆記本；④網頁教材；
- ⑤GSP；⑥Flash；⑦PowerCam；

(2) 軟體取得

- ①PowerPoint、Word、Windows 筆記本為購買平板電腦已內建文書軟體；
- ②GSP 為網路下載之試用版本；
- ③Flash 為教科書出版社，所附的教學光碟內容；
- ④PowerCam 原為網路下載之試用版本，後來經由 PowerCam 程式開發的台灣數位學習科技公司，蘇總經理提供序號。

(3) 主要軟體 PowerCam 介紹及特色

【軟體介紹】

PowerCam (簡報暨螢幕錄影軟體) 透過領先全球的介面與多媒體技術,可以在完全不需要改變 PowerPoint 的簡報習慣下,將講解的過程錄影成高品質的數位教材(包括演講者影像、聲音、講解畫面、滑鼠游標等),並可以在單一動作下,完成網站上的資料建檔(包括講解內容、描述資料等),成功地將知識數位化、建檔的門檻降至最低,讓很多的應用變為實際可行。

【軟體特色】

- ①簡單的操作方式,不需要改變 PowerPoint 簡報的習慣,即可進行錄製。
- ②整合螢幕錄影的功能,可以迅速製作出電腦所操作的教材。
- ③PowerPoint 簡報,能自動偵測 PowerPoint 換頁,並自動建立索引。
- ④單一按鍵即可將資料建進資料庫,從簡報錄影到分享一氣呵成,降低知識管理導入的門檻與成本。
- ⑤整合各種素材(video,flash,word,...),讓 PowerCam5 從單純的工具蛻變為教材整合平台。
- ⑥提供段落播放順序控制功能,可滿足學習者的需求。
- ⑦透過 IE 瀏覽器就可以在網路或光碟片上閱讀教材。

(引自 PowerCam 網站:http://demo.xms.com.tw/xms/index.php?view=content_show&id=2130)

2. 硬體設備

(1) 使用硬體

- ①平板電腦；②單槍投影機；③投影布幕；④可背式麥克風；

(2) 硬體取得

- ①研究者自購平板電腦；
- ②單槍投影機為研究學校(綜高科)辦公室,共分配四台給十二個班級使用,研究者每次都能夠借到,也顯示學校使用單槍上課的教師有限；
- ③投影布幕為教室內建；
- ④研究者自購背式麥克風；

(3) 教室中硬體擺設位置

每班有資訊股長幫忙架設硬體,每次上課約需花費二至三分鐘架設及開機完成,而投影布幕之色差及解析度,在電腦輸出至布幕後會比較差一點,但與學生討論過後,大都能接受。而教室硬體之擺放現場位置圖如下:

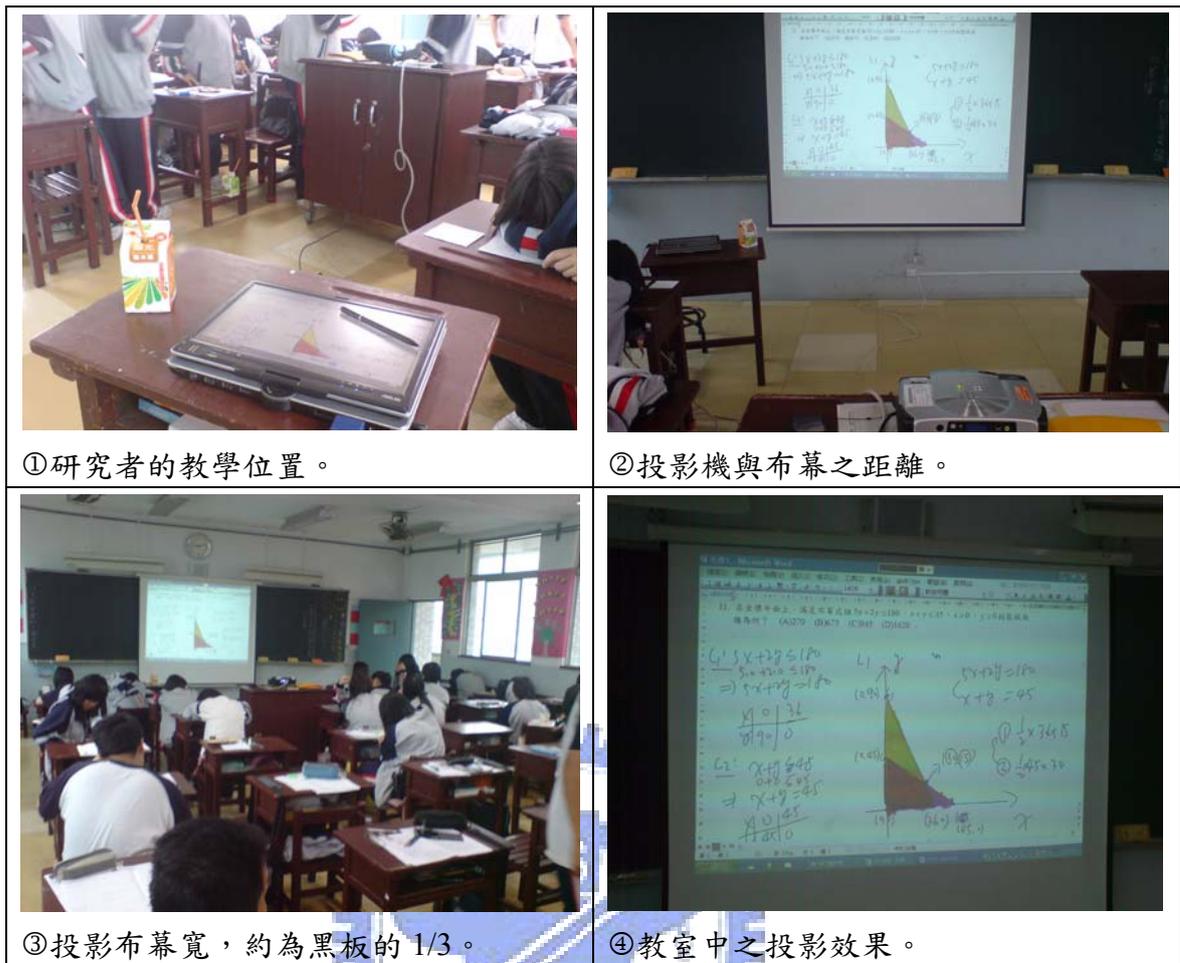


圖 6 教室中，平板電腦與投影機之擺放位置

①研究者的教學位置：

研究者是坐著教數學，當希望強調教學內容時，會起立至投影布幕前，再做一次重點的講解。

②投影機與布幕之距離：

須取適當距離，才能將投影的大小與布幕大小做適當搭配。

③投影布幕寬，約為黑板的 1/3：

教學時，約一題一投影頁面大小做書寫。

④教室中之投影效果：

課堂上與學生討論過投影畫面是否清晰，學生大多能接受。

3.所遭遇到的問題與解決方式

【問題一】

教學中，研究者擋到學生觀看投影布幕的視線，教師日誌 960409。

【解決方式】

學生說老師的高度擋到她視線了。研究者本來是把電腦放置在講桌上教

學，但講桌高度較高，研究者的身體擋住了部分學生的視線，所以研究者調整為使用學生之桌椅來放置電腦，所以是改坐著與學生面對面的教學，可以很清楚的觀看到學生學習的表情，不像寫黑板那樣，有時會背對著學生教學，這樣也較容易觀察學生在教室學習情形。

【問題二】

平板電腦之手寫筆功能失常，導致教學中斷，教師日誌 960625。

【解決方式】

學生戲稱手寫筆功能失常為筆斷水了，由於不能書寫而中斷教學，需先關閉目前之教學檔案，再重新開啟教學檔案，即可恢復手寫功能。

【問題三】

當單槍投影機發生不可預測之當機時，教師日誌 960725。

【解決方式】

投影機有問題，研究者馬上改以黑板上課。教學不能都依賴電腦，當軟硬體發生問題時，也要能馬上恢復寫黑板的方式教學。

【問題四】

學生在家無法播放教學網站之教材，教師日誌 960502。

【解決方式】

第一次觀看教材需允許安裝主動式內容。研究者在教室中利用網路操作過教學網站，並告知需安裝主動式內容，但部分學生可能還不是很清楚的狀況下，會至網教學站留言，研究者會於網路上提供解決訊息。且很感謝提供軟體的蘇總經理，也會上線留言幫忙解決學生在連線使用上的問題。

The image shows a forum thread on the left and a technical guide on the right. The forum thread, titled 'PowerCam Player 安裝問題', contains three posts. The first post by user 'samian' asks for help with a download error. The second post by 'sam' provides a link to the PowerCam Player installation page. The third post by 'samian' expresses gratitude. The second post by 'jimmy11111' offers help to the original poster. The technical guide on the right, titled 'PowerCam Player 安裝指引', lists three steps: 1. Selecting 'Install' in the download dialog. 2. Accepting the installation of ActiveX controls in the Internet Explorer security warning. 3. A confirmation message 'PowerCam Player 已經成功安裝' (PowerCam Player has been successfully installed).

①學生於網站留言求援。

②教學網站播放安裝指引。

圖 7 教學網站第一次播放所遭遇之問題

備註：教學網站播放安裝指引網址如下

網址：<http://www.powercam.com.tw/download/player/install.html>

4.教學網站介紹

網站功能包含最新公告、課程說明、教學進度、參考資料、最新文件、最新討論、課程成員、學習紀錄等等。

備註：國立清華大學資訊工程系提供電腦硬體架設網站

網址：<http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/> → 高中 → 交通商工(綜高二仁數學)



圖 8 教學網站

(1) 最新公告

公告內容，為研究者告知學生如何連線至 Web Office 會議室，並下載 JoinNet 軟體及做安裝測試，並請學生練習以 JoinNet 虛擬印表機方式，上載列印週小考試題，至 JoinNet 討論版頁面上。



圖 9 最新公告

(2) 課程說明

為研究者最初行動研究的問題產生及解決方式說明。

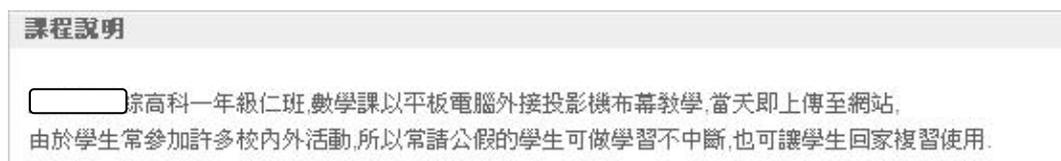


圖 10 課程說明

(3) 最新文件

為研究者每次上載更新網站內容時，均會於首頁右上角產生最新文件，可讓學生遊覽網頁時，能馬上看到最新的內容及資訊。

(4) 最新討論

學生可以發表討論，有主題、人氣、回應、發表人及最後發表時間。



(5) 參考資料

為研究者於週小考過後，上傳週小考試題於網站，給學生下載開啟後，使用列印上載功能，至 JinNet 討論區頁面上做討論使用。能方便學生不用自己輸入討論題目。討論題目研究者是以 A4 格式，將每一小題搭配一頁 A4 大小只含題目之空白頁，以方便學生上載題目後，容易選擇題目及有充份空白頁面，供學生討論書寫使用。

(6) 教學進度

為依照學校進度、日期及課本頁數，所編定之教材內容，從 96 年 4 月 9 日開始建立網站供學生使用，使用至 97 年 6 月 24 日。點選教學進度後，則進入教學內容，教學內容對照講解標題，依課本頁數、例題、隨堂練習、動畫、教師舉例、補充、複習、學生上台練習等等方式作呈現，讓學生容易找尋到所需學習之內容。而教材播放介面可使用快轉、倒轉、暫停、選題、調節音量及全螢幕等功能，方便學生操作及選題。

教學進度	
960409	第一次段考 基礎數學訂正講解 綜高高一數學 第一次段考基礎數學訂正講解
960410	綜高一仁 上課內容 (課本第69頁~第74頁) (備註:960412.練習三十人三十一隻腳.停課一節)
960413	綜高一仁 上課內容 (課本第75頁~第76頁)
960414	(六補課) 綜高一仁 上課內容 (課本第77頁~第79頁)
960416	綜高一仁 上課內容 (週小考單元:2-1銳角三角函數) (週小考訂正.單元:2-1銳角三角函數)
960417	綜高一仁 上課內容 (課本第78頁~第80頁)
960419	綜高一仁 上課內容 (課本第80頁~第81頁) (備註:960420.九十週年校慶停課一天)
960423	綜高一仁 上課內容 (課本第81頁~第85頁)
960424	綜高一仁 上課內容 (課本第87頁~第89頁)
960426	綜高一仁 上課內容 (課本第90頁~第91頁)

圖 13 教學進度

960410 (綜高二仁數學) > 文件 > 960410 綜高一仁 上課內容

作者: 仁杰 (04-13 17:31)

講解標題:

1. 例題1 (課本71頁) (04:56)
2. 隨堂練習1 (課本71頁) (06:16)
3. 銳角三角函數的定義 (課本73頁) (09:14)
4. 銳角三角函數的名詞記法 (補充) (05:04)
5. 教師學例 (03:35)
6. 銳角三角函數的定義補充 (課本73頁) (06:51)
7. 復習 (01:18)
8. 倒數關係 (07:19)
9. 例題2 (課本73頁) (06:55)
10. 隨堂練習2 (課本74頁) 學生上台練習 (02:21)
11. 隨堂練習2 (課本74頁) 教師練習訂正 (01:58)
12. 例題3 (課本74頁) (00:03)

圖 14 講解標題

5. 教學內容呈現模式，以各種教材搭配主要 PowerCam 軟體做說明

(1) PowerCam + PowerPoint

①教材簡介：以 PowerPoint 作為教學檔案。

②冊別單元：第四冊 1-2 橢圓方程式

③舉例網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=780

④講解標題：3. 【填充題三】：某一彗星之軌道為一橢圓，而以太陽為焦點。設此彗星與太陽之最近距離為 100 萬公里，則當此彗星與太陽之連線和橢圓的長軸成 60 度夾角時，彗星與太陽的距離為幾萬公里。 (03:50)

⑤使用心得：動態效果及畫面擺放事先經過設計，較為精緻優美，但相對的製作 PowerPoint 教材較費時間。

第四冊 1-2 橢圓方程式

填充題三

某一彗星之軌道為一橢圓，而以太陽為焦點。設此彗星與太陽之最近距離為100萬公里，最近距離為700萬公里，則當此彗星與太陽之連線和橢圓的長軸成60°夾角時(如右圖)，彗星與太陽的距離為幾萬公里。

解答

$$\because \overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a = 700 + 100 = 800$$

$$\text{且 } \overline{F_1F_2} = 700 - 100 = 600$$

設 $\overline{PF_1} = x$ 則 $\overline{PF_2} = 800 - x$

由餘弦定理可得

$$\overline{PF_2}^2 = \overline{F_1F_2}^2 + \overline{PF_1}^2 - 2 \cdot \overline{F_1F_2} \cdot \overline{PF_1} \cdot \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow (800 - x)^2 = 600^2 + x^2 - 2 \cdot 600 \cdot x \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = 280 \text{ (萬公里)}$$

圖 15 PowerCam + PowerPoint 所製作之教材

(2) PowerCam + Windows 筆記本

- ①教材簡介：以 Windows 筆記本作為教學檔案。
- ②冊別單元：第二冊 2-1 銳角三角函數
- ③舉例網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=746
- ④講解標題：1.3-3-1 倍角、半倍角公式 1 (課本 167 頁) (09:54)
- ⑤使用心得：由於無法在 Windows 筆記本上，做數學符號的編輯輸入，是故製作教材須以插入圖片方式，來事先製作教材內容，但其畫筆、螢光筆、橡皮擦及選項工具(可複製移動)，在教學使用手寫功能時較為便利。

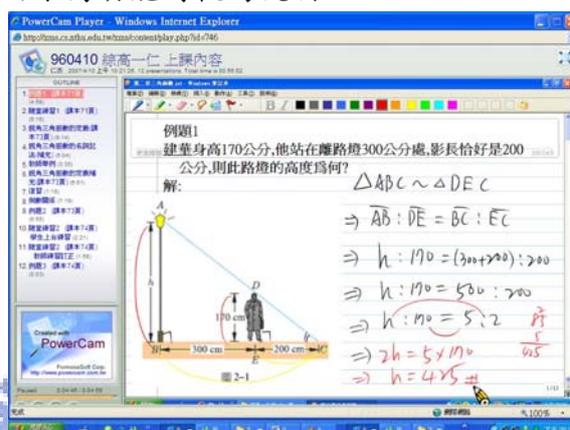


圖 16 PowerCam + Windows 筆記本所製作之教材

(3) PowerCam + Word

- ①教材簡介：以 Word 作為教學檔案。
- ②冊別單元：第三冊 3-2 圓與直線的關係
- ③舉例網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=1136
- ④講解標題：7. 例題 8 (課本第 193 頁) (15:31)
- ⑤使用心得：由於 Word 最容易編輯教材，是故形成研究者最常使用之教學搭配方式，而其筆跡標註功能的色彩選項雖然不多，但足以使用於教學手寫功能。

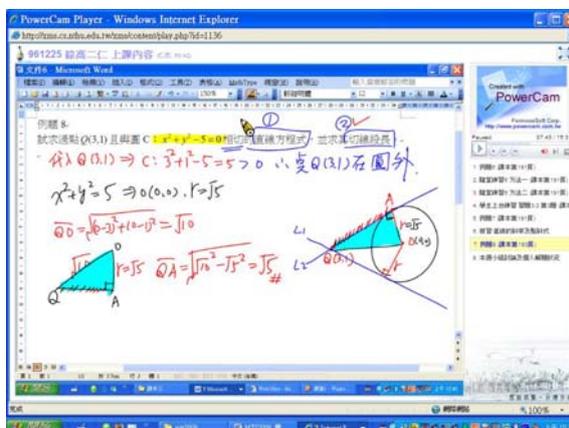


圖 17 PowerCam + Word 所製作之教材

(4) PowerCam + GSP

- ①教材簡介：以 GSP 作為教學檔案。
- ②冊別單元：第二冊 3-1 三角函數的圖形
- ③舉例網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=912
- ④講解標題：8. $y=\sin(bx)$ 圖形 (04:18)
- ⑤使用心得：GSP 教材於網路分享眾多，例如阿壽工訪等，是故多以現成之 GSP 分享資源作教材，而當需要搭配部份特別試題講解時，則需自行花費時間製作 GSP 動畫。

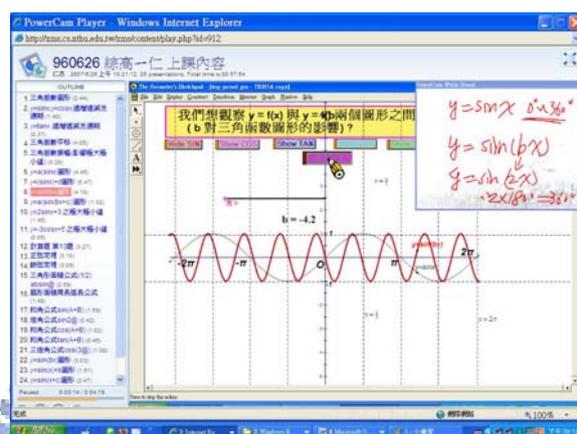


圖 18 PowerCam + GSP 所製作之教材

(5) PowerCam +Flash

- ①教材簡介：以 Flash 作為教學檔案。
- ②冊別單元：第三冊 2-5 空間中直線方程式
- ③舉例網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=1053
- ④講解標題：11. Flash 動畫執行檔：空間中平面的關係 (05:35)
- ⑤使用心得：Flash 教材為教科書出版社隨書所附之光碟內容。動畫效果很吸引學生目光，容易幫助學生觀察空間中圖形間的關係，但 Flash 教材資源不多。



圖 19 PowerCam + Flash 所製作之教材

(6) PowerCam +IE 網頁教材及遊戲

- ①教材簡介：以 IE 網頁教材及遊戲作為教學檔案。
- ②冊別單元：第四冊 2-6 遞迴關係
- ③舉例網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=1362
- ④講解標題：7. 河內塔遊戲 兩位學生上台 及歸納 (29:16)
8. 河內塔遊戲 學生上台 (02:52)
- ⑤使用心得：以網頁的方式呈現，由於網頁的資源豐富，可以尋找合適於學習內容之網頁。而利用遊戲的趣味性，能讓學生於玩遊戲的樂趣當中快樂學習。

備註：河內塔網頁：<http://ccmp.chiuchang.com.tw/toy/hanoi/hanoi.html> (九章出版社)

河內塔遊戲：<http://residence.educities.edu.tw/oddest/math181.htm> (尤怪之家)



圖 20 PowerCam + IE 網頁教材所製作之教材

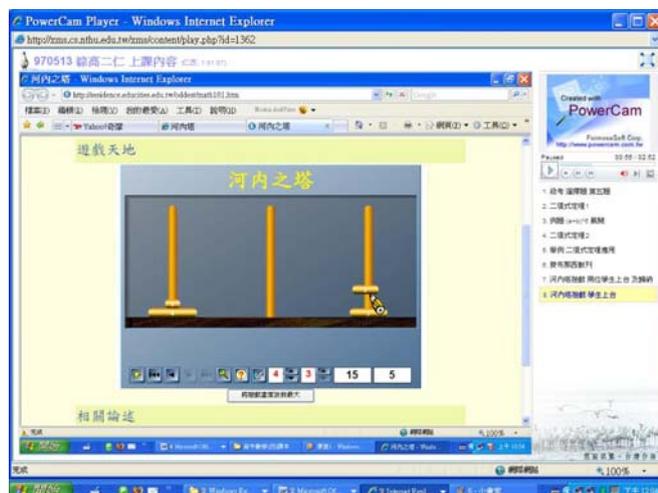


圖 21 PowerCam + IE 網頁遊戲所製作之教材

(7) PowerCam + 學生上台練習

- ①教材簡介：請學生上台做隨堂練習題，能了解並紀錄學生學習情況。
- ②冊別單元：第三冊 2-4 平面方程式
- ③舉例網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=1099
- ④講解標題：12. 隨堂練習 3 學生上台練習 (課本 117 頁) (03:12)
- ⑤使用心得：學生上台講解，能記錄學生學習的情況，可記錄學生迷思概念為何，也可了解學生表達與溝通能力，而針對單元學習重點請中等學生上台練習，也可用來評估班上整體之學習情形。

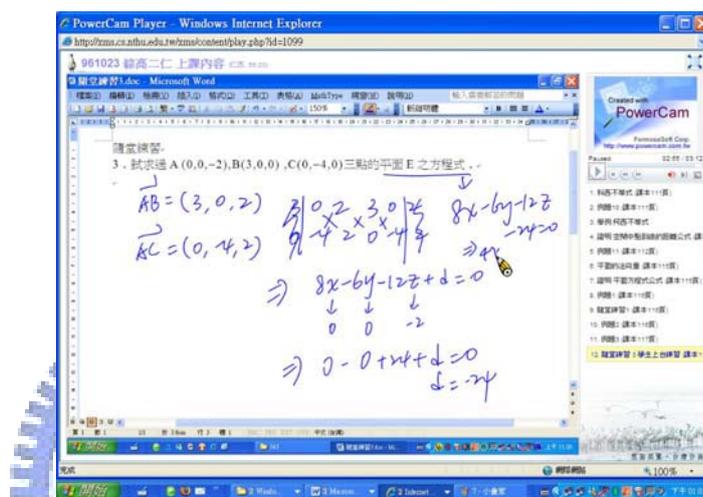


圖 22 學生上台練習

(8) PowerCam 與三種文書處理軟體搭配心得

研究者的行動轉變是從 PowerPoint 改為 Windows 筆記本，再改為 Word 的形式，是為使教學更便利流暢，而研究者現在都是使用 Word 及 Windows 筆記本互相做搭配使用。

文書軟體	事先製作教材時間	動畫效果及畫面質感	色彩豐富	便利性較彈性
PowerPoint	長	高	高	低
	理由：需事先設定動畫流程	理由：動畫設定增加美感		
Word	短	中	中	高
	理由：一般製作教材最常使用	理由：可使用手寫板功能		
Windows 筆記本	中	中	高	高
	理由：由於數學試題，需以圖檔的方式插入	理由：可使用手寫板功能		

表 5 三種文書處理軟體與 PowerCam 搭配應用之實務優缺點

4.1.2 環境二、同步遠距學習之線上互動式合作學習網站

研究者擔任教師第二年時，由指導教授檢視研究者的教學，發現多以教師為主體做學習，指導教授改變研究者對於教學上的信念，為了解學生在數學解題過程之後設認知情形，並希望藉由 Web Office 網路會議室互動功能，增加學生於課後之線上互動式合作討論學習的機會。是以 JoinNet 軟體搭配 Web Office 會議室，讓學生於自家中與其他組員同步上線討論。資料從 96 年 10 月截取至 97 年 5 月為止，約半年的研究期間。共分為以下五點作探討：1.軟體設備；2.硬體設備；3.所遭遇到的問題與解決方式 4.Web Office 網路會議室網站介紹；5.線上互動式合作學習討論案例；

1.軟體設備

(1) 使用軟體為 JoinNet，是由指導教授所提供。

(2) 軟體 JoinNet 介紹

軟體介紹以僅以概述、會議室、進行錄影、允許發言、討論板—白板、文字討論區、增加投影片—試題、控制台做介紹。

概述

一旦 JoinNet 連接到會議伺服器，就可以開始與其它連接到相同會議伺服器的同學談話及討論，透過 JoinNet 會議室視窗使用聲音、影像及文字聊天室。小組成員可以分享討論圖片、投影片、文件、網站、電腦桌面以及遠端操控其他電腦。以下是 JoinNet 軟體的主要畫面。

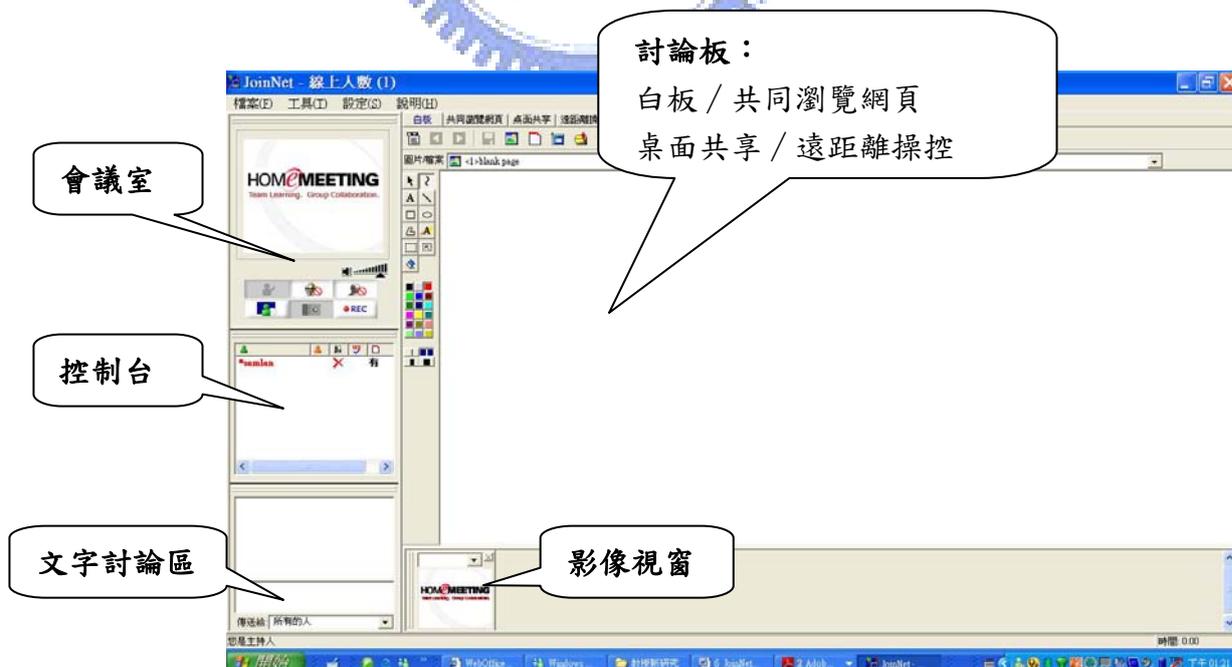


圖 23 JoinNet 軟體的主要畫面

會議室

如何發言，此研究每組約五位學生，每次能同時四位學生一起發言討論，其餘一位需舉手請求發言權。



請求發言。如果想要發言，點選此鈕並且等待主持人的允許。



結束發言。如果想要結束發言，點選此鈕結束語音功能。



你現在可以發言了。在會議室的每個人都能夠聽見你的聲音。你必須注意顯示於主要影像視窗下的麥克風音量統計值。你也可以點選此鈕將麥克風靜音。



麥克風呈現靜音狀態。點選此鈕來開啟麥克風。如果是使用外接喇叭，則其他同學會聽見回音，此時最好將麥克風調至靜音，停止聲音回授。

進行錄影

影像、聲音及討論板上的操作過程，預設是會錄影下來。此功能是在召集人(組長、會議室主人)的控制下。



錄影進行中。如果自己是線上會議的召集人或會議室主人，可以點選此鈕停止錄影聲音及影像，並非資料的操作過程，包含討論板與文字討論區。此強調安全性的重要。而研究學生曾在會議進行中，聊到有關班上男女朋友的情況，當時組長就把錄影給暫停，但由於暫停前有口語說明要暫時停止錄影，所以事後還是被研究者發現。



聲音及影像停止錄影中。如果自己是線上會議的召集人或會議室主人，可以點選此鈕繼續進行錄影。

允許發言



此按鈕僅主持人來使用取代“結束發言鈕”顯示。當該鈕呈現閃爍時，表示有人正等待主持人允許發言。而利用控制台來控制發言權是較好的方式。將會在控制台作敘述。

討論板—白板



你如果可以發言，你就可以畫畫。主持人與有發言權的與會者都能使用繪圖工具在白板上操作或上傳圖片/文件，或上傳檔案到白板。

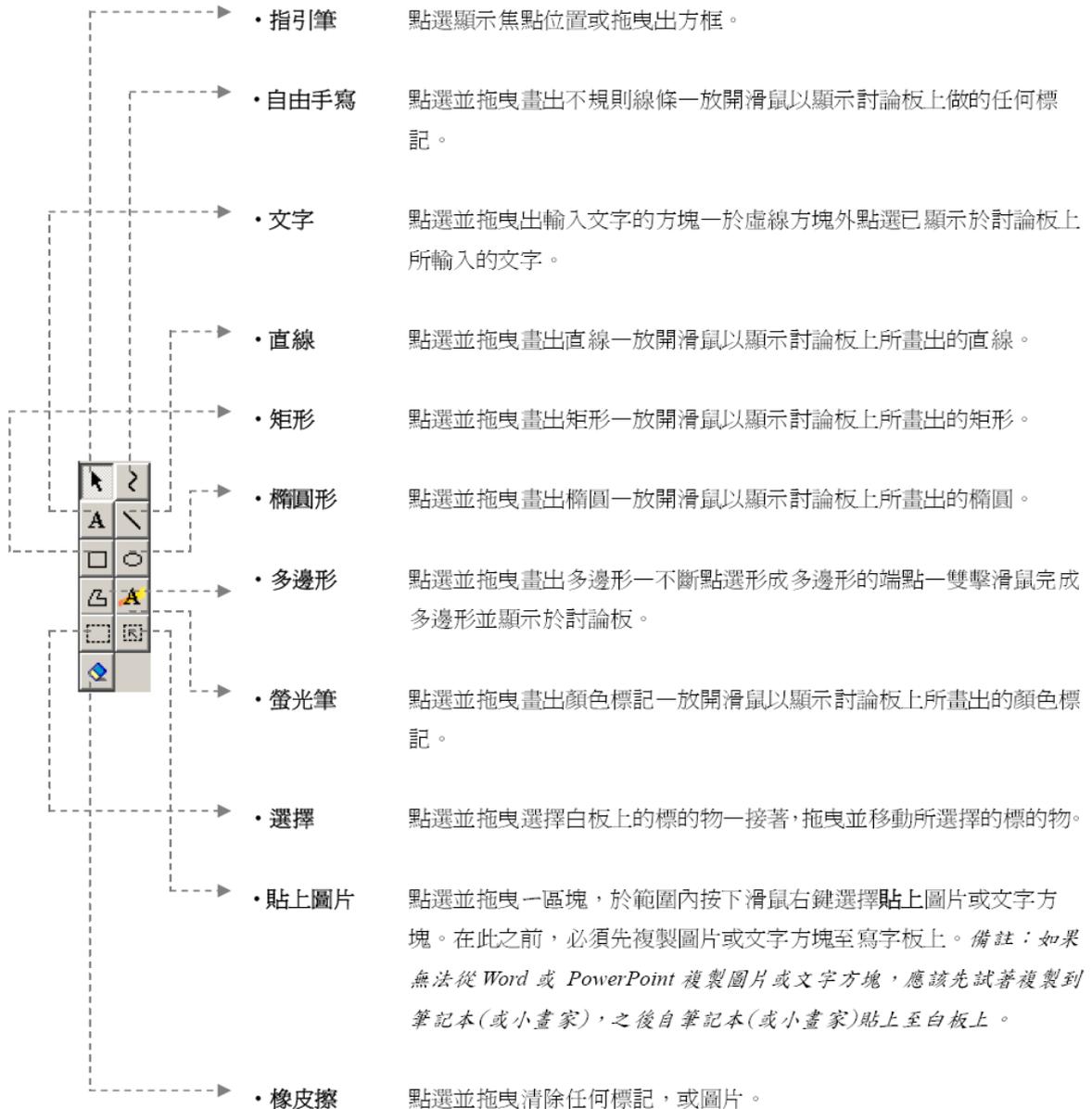


圖 24 討論白板的機能

增加投影片—試題



主持人與有發言權的與會者都能上傳投影片。但僅有主持人能下載投影片至所有與會者的白板，稱為群體閱覽。每個人可以獨立下載投影片到他/她的白板，稱為個人閱覽，且儲存投影片(或檔案)到個人電腦上。主持人的下載，優先於個人下載。以下為學生上載週小考試題方式。



圖 25 JoinNet 虛擬印表機

主持人與有發言權的與會者，都能利用 JoinNet Printer 新增任何可列印形式的投影片至白板上。該虛擬印表機於 JoinNet 軟體安裝時，會同步安裝於個人電腦中，並於 JoinNet 開啟時，自動設定為預設印表機。

首先開啟一份可列印的檔案，例如 Microsoft Word 或 PowerPoint 檔案，選擇列印命令，如同自己列印一般檔案一樣，將可列印上載至白板上，而每一頁會轉換成圖片格式的形式。

備註：請先確定已選擇 JoinNet Printer，並且不要勾選“輸出至檔案”。

在此研究中，學生開啟本週週小考試題 Word 檔，選擇列印，確定已選擇 JoinNet Printer，並取消勾選“輸出至檔案”，確定後 JoinNet 會立即彈出列印檔案至 JoinNet Interactive Board Printer 的視窗，如下視窗，請選擇上載，即可將所有考題一次依分頁形式傳至投影片頁面上。

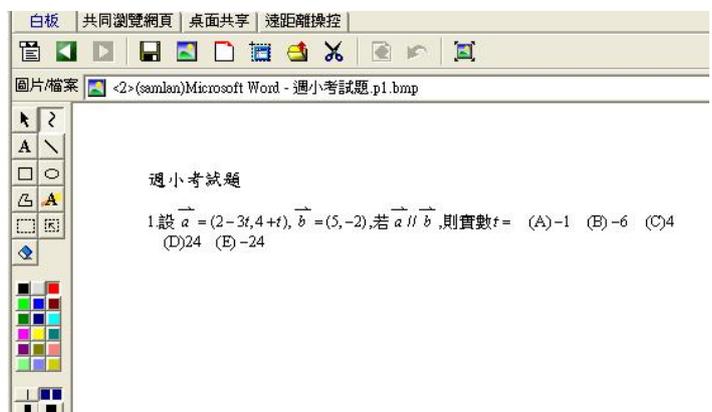
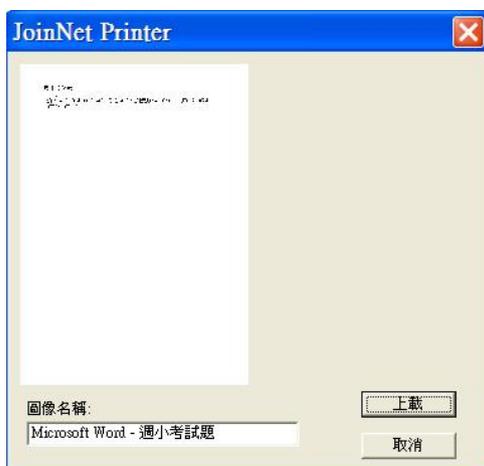


圖 26 JoinNet Interactive Board Printer 的視窗與上載後之試題

控制台



圖 27 控制台

控制台顯示出使用者的狀態。對主持人來說，可以用來控制發言流程，給出主持權，檢查個人下載投影片狀態及進行即時統計活動。透過控制台，在線上會議的每個人都可以看到其他會者的影音狀態。主持人的名字會顯示為紅色。



圖 28 給出主持權

為掌握線上會議流程，主持人可以在與會者名字上點選允許與會者發言，瀏覽視訊，結束或取消與會者發言，或結束所有發言(i.e., 停止所有其他人的語音交談)，給出主持權，或甚至強迫與會者退出會議。僅原會議主持人可收回主持權。

文字討論區



圖 29 文字討論區

會議期間僅有主持人與主持人所允許或指定的與會者可透過語音交談，其他與會者可以透過 JoinNet 的文字討論區溝通，除了將訊息傳遞給所有參與會議的人之外，也可選擇“傳送給”與會者清單中的任一與會者。

2.硬體設備

(1) 使用硬體

①家用電腦；②耳機；③麥克風；

(2) 硬體取得為學生自家提供。

3.所遭遇到的問題與解決方式

【問題一】

學生說家長會認為，學生在家使用電腦是在打電動或上網，而不是在進行討論學習數學。

【解決方式】

由於部分學生在家使用電腦都須經過家長同意，是故研究者製作家長回饋單，與家長溝通要做此線上互動式合作學習，也碰巧隔週為學校家長日，研究者也上台報告此互動式合作學習的好處，請家長安心。

【問題二】

原本借學校電腦教室，給全班學生練習使用 JoinNet 軟體，但學校電腦教室設定不能下載軟體，而影響學生上機練習。

【解決方式】

研究者改使用辦公室六台教師電腦，於下課時間與午休時間，輪流給同一小組學生上機練習使用 JoinNet，並在旁指導如何討論與上載試題方式。而當學生在自家發生軟硬體有問題時，其他組員也會互相幫忙，告知有迴音須關閉音響或音量太小等等情況。

【問題三】

希望增加自動上線討論之小組。

【解決方式】

961027（六）~961028（日）第一次實施線上討論，共三組學生主動上線討論。而 961029（一）研究者於課堂中，播放第一次小組討論的互動情境，以增加其他小組主動上線意願。

連結網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=1041

講解標題：1. 第一次 小組使用 JoinNet 討論 (03:29)

961102（五）研究者於課堂中，再次播放小組討論時，有學生使用 WebCam，可看到在家一邊吃東西、一邊討論的情形等等，播放時全班笑的很開心，覺得很新奇，也能增加其他學生願意主動上線學習之意願。

連結網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=1098

講解標題：9. 舉例:小組在家討論 (06:08)

【問題四】

學生上線討論秩序不佳，有罵粗話及上載漫畫圖片及照片現象。

【解決方式】

第二次線上討論，從三組增加至七組主動上線討論，發現學生討論秩序不佳，研究者於961109（五）課堂中，播放小組討論時，學生講髒話及傳不好的圖片上去，作小組秩序機會教育，及鼓勵學生繼續上線討論。

連結網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=1068

講解標題：3. 小組學生線上討論狀況 (08:16)

【問題五】

研究者於星期四晚上八點，提前上載週小考試題至教學網站，由於網站會自動發送信件給學生更新的內容，學生馬上發現隔天週小考試題在網站上，就找了十位學生自動上線一起討論，由於當天星期五週小考前，有學生列印小考試題來問研究者，研究者才發現有此情況發生。學生共自行討論了157分鐘，且大多試題都是成功解題的，並會找MSN或電話找尋高手上線討論，961109教師日誌。

【解決方式】

很清楚看的出學生的學習動機，應該是希望得到好的分數，但避免影響考試公平性，研究者調整為週小考考試後，再上載試題至網站。

連結網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=1207

講解標題：961108_教師提前一天上傳試題_學生自行討論_共 157 分鐘.jnr (3.8 MB)

【問題六】

部份學生，不會下載討論過後的小組錄影檔案。

【解決方式】

由於部分學生，還不會下載討論過後的JoinNet錄影檔案，所以研究者於課堂中，舉例如何直接下載討論錄影檔案，961225教師日誌。

連結網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=1136

講解標題：8. 本週小組討論及個人解題狀況 (04:48)

【問題七】

學生喜歡使用不同暱稱上線討論，不方便追蹤學生學習情形。

【解決方式】

教師製作學生暱稱對照表給學生填寫，以方便追蹤學生學習情形。

4.Web Office 網路會議室網站介紹

網站使用 Web Officec 網路會議室，來進行學生小組討論。可下載 JoinNet 程式，並選擇參加會議加入小組討論。一旦 JoinNet 連接到會議伺服器，學生可以開始與其它連接到相同會議伺服器的同學討論，透過 JoinNet 會議室視窗使用聲音、影像及文字聊天室。小組成員可以分享討論圖片、投影片、文件、網站、電腦桌面以及遠端操控其他電腦。

網址：<http://140.113.22.123/weboffice/>

備註：國立交通大學應用數學系提供電腦硬體架設網站

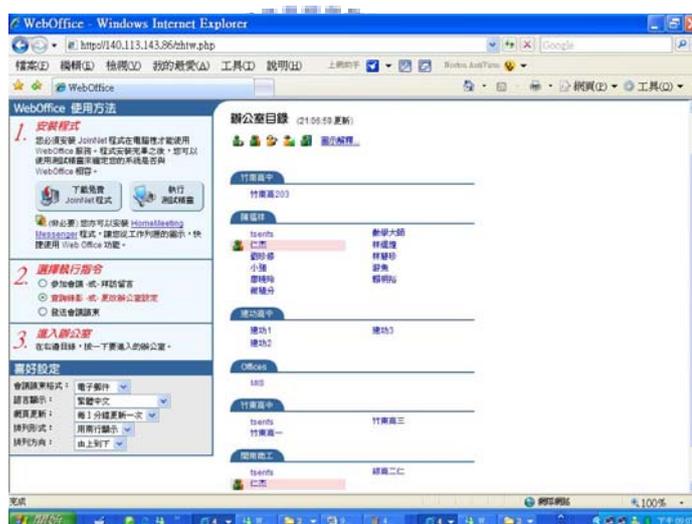


圖 30 學生合作學習線上討論網站

5.線上互動式合作學習討論案例；

由於八個小組中有五個小組是比較主動及穩定持續上線討論的，而小組在討論中，依照使用此環境的熟悉程度及合作學習方式，會有不同的合作學習表現案例產生，以下以同一個小組的成長案例來做描述。

	姓名	暱稱	成就	角色及描述
組長	B26	崔弟	高	組長，會要求組員輪流解題。是解答者也是發問者。常於課堂中舉手問問題，是用功及理解力不錯的學生。
組員	G35	Emma	中	有視訊之組員，但不喜歡被組員看到視訊，所以後來有把視訊關掉。學生個性活潑，會分享自己的想法，也會提出建議或問題。
組員	G46	蕭、annie	中	個性活潑，喜歡發言，並於自己拿手的題目會主動要求當解題者。遇到不會的問題，比組長還有耐心，不會太早放棄，會想辦法找出解答。
組員	G47	小米	中	個性文靜，很少上線討論，在課堂上研究者找此位學生上台練習時，也會找理由推拖不敢上台。
組員	G40	傻~怡君	低	比較文靜的組員，只有其他組員要求他作答時才會發言，但由於是數學成就屬於低等能力者，是故需要其他組員引導才能夠完成解題。

表 6 第三組成員角色及描述

學生是自由分組，而此組成員剛好是一位高成就、三位中成就、一位低成就學生所組成，而小組從一開始沒有耳機麥克風，只能用書寫的狀況來做討論，到後面開始都用說的，幾乎不太用文字討論區來做討論。而組長會要求輪流解題，所以每個組員都有表達的機會，但低成就學生，會以書寫不方便及不會解題為由，還是比較少表達，以聽講解為主，但有時組長會希望此組員也有表達的機會，會嘗試引導此位學生作答。而中等能力學生在相互的教導情況下，也能夠有不同的解法產生，並做兩種解法的評估。甚至有教導高等能力學生的機會。而此組學生會把每題都算過一遍，大多都能解題成功。而學生在此有了協助自己學習的工具 (JoinNet)，在線上互動式合作學習討論中，有機會成為學習活動中的主角，進行表達、溝通與分享知識。

以下案例以 Schoenfeld 從控制的角度來檢視解題行為，將解題歷程區分為六個階段：(1)讀題：【R】；(2)分析：【A】；(3)探索：【E】；(4)計劃：【P】；(5)執行：【I】；(6)驗證：【V】；而案例之解題歷程以 R-A-E-P-I-V 符號做簡化。

【案例一】

在沒有使用麥克風及文字討論區情況下，第一次小組合作學習討論情形。

參與討論學生：B26、G35、G46、G40

日期：96/10/27

討論時間：96分

本題使用時間：9分

討論主題：空間中直線的參數式

<問題>

已知 $\triangle ABC$ 中， $A(6, 3, 5)$ ， $B(4, 5, 6)$ ， $C(4, 1, 3)$ ，

$\angle B$ 之平分線交 \overline{AC} 於 D ，則 D 點座標為？

[【JoinNet 檔案連結：961027 第三組 共 96 分鐘 第 5 題 第 9 分鐘】](#)

(1) 解題歷程：R-A-P-I (解題成功)

(2) 研究者省思

一開始使用線上互動式合作學習討論環境，整個小組學生由於沒有使用麥克風及文字討論區，很難知道學生的思考，只能猜測其解題歷程，是故須於課堂鼓勵學生使用麥克風討論，以增加表達溝通的互動方式。

5. 已知 $\triangle ABC$ 中， $A(6, 3, 5)$ ， $B(4, 5, 6)$ ， $C(4, 1, 3)$ ， $\angle B$ 之平分線交 \overline{AC} 於 D ，則 D 點座標為_____。

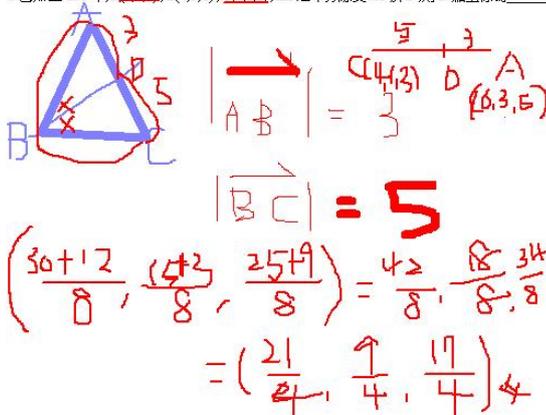

$$\begin{aligned} |AB| &= 3 \\ |BC| &= 5 \\ \left(\frac{30+12}{8}, \frac{12+20}{8}, \frac{25+9}{8} \right) &= \frac{42}{8}, \frac{32}{8}, \frac{34}{8} \\ &= \left(\frac{21}{4}, \frac{9}{4}, \frac{17}{4} \right) \end{aligned}$$

圖 31 只有使用書寫功能來解題

【案例二】

數學高成就組長引導低成就組員解題。

參與討論學生：B26、G46、G40

日期：96/12/22

討論時間：139分

本題使用時間：10分

討論主題：圓與直線的關係

<問題>

試討論圓 $C : (x-2)^2 + (y-1)^2 = 3^2$ ，與下列直線之關係

$$L_1 : 3x - 4y + 18 = 0$$

[【JoinNet 檔案連結：961222 第三組 共 139 分鐘 第 8 題 第 10 分鐘】](#)

(1) 解題歷程：R-P-I-(V) (解題成功)

(2) 研究者省思

學生習慣使用麥克風討論，而組長會要求組員輪流講解，低成就學生選擇最簡單的試題，但還是計算有錯，組長有監控發現錯誤並提醒，在此環境中，能讓低能力學生有表達的機會，顯示此環境及同儕的引導下，學生是有機會當彼此的鷹架，相互提攜學習。

【案例三】

中等成就 (G46) 教導高成就學生 (B26)，並與研究者起初設計的教材解法不同，事後於課堂上鼓勵此中等成就學生，並在課堂做此解法的分享。

參與討論學生：B26、G46

日期：97/03/02

討論時間：60 分

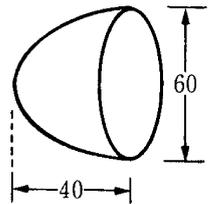
本題使用時間：5 分

討論主題：拋物線方程式的座標化應用問題

<問題>

探照燈反射鏡的縱斷面是拋物線的一部份，燈口直徑 60 公分，燈深 40 公分，

則焦距(焦點和頂點間的距離)為_____公分。(圖形如右)



[【JoinNet 檔案連結：970302 第三組 共 60 分鐘 第 4 題 第 22 分鐘】](#)

(1) 解題歷程：R-A-P-I (解題成功)

(2) 研究者課堂中以學生不同的解法分享給全班。

教學內容：970304 綜高二仁 上課內容(週小考訂正)&(課本第 27 頁)

講解標題：1.週小考試題 第 4 題 方法一二 (06:38)

播放時間：04:00 (開始時間) / 06:38 (總時間)

教學網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=1274

師生對話：

研究者：「第二種是，我本來解答是寫第一種，第二種是上禮拜那誰？」

蕭詩穎說的，她用第二種解法其實比較好解，為什麼比較好解？」

蕭詩穎：「好光榮喔！」

研究者：「好光榮喔！對阿」

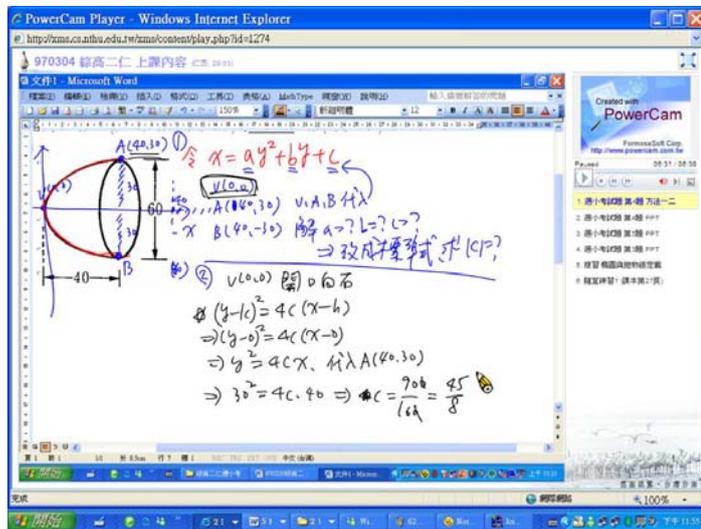


圖 32 課堂中以學生不同的解法分享給全班

(3) 研究者省思

就算是高成就學生也是需要受到幫助的，而另外研究者發現中等成就學生（蕭）是用標準式的解法，與研究者原本想重覆使用實習期間，所製作之 PowerPoint 教材的一般式解法有異，於是研究者於週小考訂正之課堂中，點名鼓勵此位學生有另一種算法，而學生也於課堂中說自己好光榮，更是在課後跟研究者告知，這是第一次有老師這麼說我，顯示學生受到很大的鼓勵，學生喜歡被稱讚，也能帶動學生學習的動機。而延伸至課外合作討論的學習，也是課程的一部分，上課後再討論再上課的循環，有學習循環的效果，研究者看學生的錄影知道學生的學習狀況，再分享給其他學生，對於師生都產生良性的循環。

【案例四】

學生在探索當中，兩次座標化錯誤，在解不出題目之情況下，找網路資源以成功完成解題。

參與討論學生：B26、G46

日期：97/03/02

討論時間：60 分

本題使用時間：33 分

討論主題：拋物線方程式的座標化應用問題

<問題>

在只有皮尺沒有梯子的情況下,想要測出一拋物線形拱門的高度
已知此拋物線以過最高點的鉛垂線為對稱軸 現甲,乙兩人以皮尺

測得拱門底部寬為6公尺,且距底部 $\frac{3}{2}$ 公尺高處其寬為5公尺

利用這些數據可推算出拱門的高度為_____公尺.〈92學測〉

[【JoinNet 檔案連結：960302 第三組 共 60 分鐘\(B26 弟,蕭\) 第 5 題 第 27 分鐘】](#)

(1) 解題歷程：R-A-E-P-I-A-E-A-E-A-P-I (解題成功)

(2) 研究者省思

學生於自家安全放鬆無拘束的環境下做討論，當學生發生解題困難時，常見的方式有翻書、找哥哥姐姐討論、上網看教材、MSN 問其他在線上之同學。一般教室中，此種情況不會出現於解題之歷程當中，讓學生於自家環境，能學習如何找尋資源做溝通整合，來增加解題成功之機會。

【案例五】

有代數與幾何兩種解題方法，能分享並對兩種解法做適用性評估。

參與討論學生：B26、G35、G46、G40

日期：96/12/29

討論時間：133 分

本題使用時間：21 分

討論主題：圓的切線方程式

<問題>

試求過點(3,1),且與圓 $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$, 相切之直線方程式.

[【JoinNet 檔案連結：961229 第三組 共 133 分鐘 第 2 題 第 13 分鐘】](#)

(1) 解題歷程：R-E-A-I-P-I-成功-P-A-I-V (兩種解法解題對照，解題成功)

描述：

B26 及 G46 要求低成就學生 G40 寫看看，引導 G40 方向作答。而另一位 G35 剛寫完功課上線(有視訊)，G35 則分享另一種解法解題，此組學生用兩種解法成功解題，最後小組能評估出第一種解法比較簡單比較快，但第二種解法可以做點不在圓上的其他題型，比較好用(適用範圍比較廣)，也誇說 G35 是高手，此題每位學生都有參予到解題歷程。

$$\begin{aligned} 3^2 + 1^2 - 4 \times 3 - 6 \times 1 + 8 \\ = 9 + 1 - 12 - 6 + 8 \\ = 0 \quad \text{在圓上} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) &= -8 + 4 + 9 \\ (x-2)^2 + (y-3)^2 &= 5 \\ (x-2)(x-2)(y-3)(y-3) &= 5 \\ (3-2)(x-2)(1-3)(y-3) &= 5 \\ 1(x-2)(-2)(y-3) &= 5 \\ x-2-2y+6 &= 5 \\ x-2y-1 &= 0 \# \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_2: m_2 &\Rightarrow \frac{y-y_0}{x-x_0} = \frac{1-3}{3-2} = \frac{-2}{1} = -2 \\ m_1 \times m_2 &= -1 \\ m_1 \times -2 &= -1 \\ m_1 &= \frac{1}{2} \\ L_1: (y-y_0) &= m(x-x_0) \\ \Rightarrow (y-1) &= \frac{1}{2}(x-3) \\ \Rightarrow \frac{1}{2}x - y - \frac{1}{2} &= 0 \\ \Rightarrow x - 2y - 1 &= 0 \quad \# \end{aligned}$$

圖 33 小組學生能分享，並評估兩種不同的解法

(2) 研究者省思

從網路互動式的合作學習當中，組員彼此分享解題歷程，這是一件很棒的經驗建構歷程。此環境讓學生有主動學習的機會，高成就可以帶領低成就學生作答，而小組能夠有代數與幾何兩種解法檢驗，並能做不同解法的評估，讓研究者也很高興學生能適應此環境，並有如此好的合作學習歷程。

小結：

小組可以熟悉網路互動學習環境，從沒有秩序到有秩序的討論，到最後保留了五組會自動固定上線學習，而學生能於此環境討論溝通與分享，讓學生有表達的機會，也打破了學習環境的門檻。

4.1.3 兩個網路環境可達成的十一道菜色

此兩個網路環境，對於師生的成長皆有所幫助，以下舉例出十一道菜色，為研究者認為此行動研究中，所建立的兩個學習環境對於學習的影響。

1.能吸引學生目光，製作出生動的教材（PowerCam）

使用平板電腦搭配各式教學素材，除了可減少教師在黑板上抄題及作圖的時間，以增加課堂上可利用之寶貴時間之外。動畫效果可由教材的錄製解說過程，或使用 PowerPoint 所的動態教材，或增加 GSP 及 Flash 動態教材來吸引學生目光，以製作出生動之教材。

2.能延長學生課外合作學習討論的時間（JoinNet）

學校上課時間有限，每週五節課，需要教學、學生上台、週小考、訂正及複習等等。所以利用課外時間，讓學生先於考試後，回家與其他學生做討論，讓學生有機會與時間多思考，並在同儕的互相提攜之下，建構出自己的數學知識。以合作學習的方式與線上互動式討論學習做結合，把學習的主體交還給學生，讓學生相互學習成長，在討論中自我澄清越辯越明，並能相互砥礪。

3.能創造出一個不限時間、空間的學習環境（PowerCam & JoinNet）

教學錄影網站，可讓學生不限時間次數的自由補課或複習，讓學生有主動學習的環境。互動式合作學習環境，則讓每位學生在自己住家互相討論，能在不侷限空間的環境下做學習。

4.教師能累積教學資源（PowerCam & JoinNet）

教材可小幅修正並重複使用，具有便利性及持續性。例如 GSP 及 Flash 動畫的資訊教材收集，Windows 筆記本及 Word 的講義內容，可修改調整並重複使用。教師上課，可馬上把昨天或早上所教過的例子拿出來做複習，具便利性及可重覆使用。而 JoinNet 學生比較好的例子能做剪輯，於上課可播放並鼓勵學生，能讓其他學生也想要效仿，以增加其學習動機，並能當成教材使用。而不好的例子也可以當成錯誤的典範，讓學生知道哪裡該做注意。

5.能了解教師教了什麼概念，學生學會了多少（JoinNet）

從學生的討論錄製檔案中，可了解教師教了什麼概念是學生已經學會的，也知道什麼概念是多數學生尚不熟悉的。教師可重新反省自己的教學，思考下次在教學到相同概念時，要如何加強教學並做適當補救。

6.能了解個別學生表達的能力（JoinNet）

從學生的討論錄製檔案中，可了解個別學生的迷思概念，常見錯誤，慣用

解法，及了解學生的表達能力，領導能力，反省的能力等等。從討論檔案中，能看出學生的數學表達能力，這是很少研究能了解並做紀錄的。

7.能做問題的留言 (JoinNet)

課堂中教師的時間有限，很難照顧到每位學生個別化的問題需求，學生可以利用影音敘述及書寫數學符號等方式來做問題的留言，可多出幫助學生的機會。

8.能剪輯出學生生動有趣的案例(JoinNet)

可使用剪輯功能，剪輯出學生生動有趣的案例，找出好的解題歷程及容易錯誤的歷程，來做播放教學。也可累積成教材集結成冊，而師生可以從案例中所累積的經驗，從生手變為熟手。

9.能提供其他教師作為教學的參考及了解學生如何學習的依據 (PowerCam&JoinNet)

PowerCam，所錄製的教材及教學方法，除了提供平台給學生學習以外，也提供其他教師作為教學的參考。JoinNet，讓學生於討論中獲得成長之外，所錄製的檔案，可讓教師了解學生是如何做學習的，也讓教師在教學上有機會做反省，並調整出更好的教學方式。

10.數位內容產業 (PowerCam&JoinNet)

兩兆雙星時代，教師可以在「數位內容產業」上來做研發人才。利用資訊多媒體，來編輯生動活潑的教材，並從研發的行動研究中，執行並做修正，把好的部份保留並持續下去，再持續作多元化的調整，而未來可結合產業做前瞻性的創新及發展，教師不再只是學校的教師而已，可以有多元化的發展於數位內容產業上，例如可以依照不同版本的教科書來製作數位教材，幫助全國學生能在網站上無限制時間的做學習。在無遠弗屆的網路空間上，能有虛擬教室的成效，並能搭配 JoinNet 來做遠距的合作學習討論等等。

11.幫助論文的會議與紀錄 (PowerCam&JoinNet)

長時間的研究會議中，不管是現場會議或遠距會議，討論錄影的紀錄能夠幫助研究者做紀錄及回顧，容易找出論文的重點及追蹤論文進度是否完成。

小結：

在資訊化的時代，把最好的資源用最快速有效的方式做結合，並融入教學理念，能夠給學生更多元化的自主學習機會與環境，改變了學生學習的方式，也創造出新的學習風貌。

4.2 如何提升學生後設認知在探索階段之解題行為

Stevens, Slavin, & Farnish (1991) 指出，學習者的認知心理相當複雜，學習者學習認知技巧時，在學習的過程中是扮演一「認知的學徒」(cognitive apprenticeship)。即學生學習認知活動時，先由教師示範、支持，慢慢認知的支持縮減，學生逐漸的擔負更多學習的責任。而在認知學習環境中，學生相互模仿、互相支持及協助。在此環境下，觀察其他人及練習，學習者可縮減社會化學習到獨立學習之間的差異，使其認知功能內化。此外當學生合作地互動，他們以自己的語言對別人解釋、作推敲、或為自己辯解時，可促進他們以新方法去評估、統整、及推敲知識，使學生經歷高層次複雜的認知活動，更助益理解的產生。

而研究中發現，學生解題失敗情形大多發生於探索及驗證階段。而如何設計探索教材，並藉由教師把探索歷程有系統的外顯出來，讓學生有模仿、練習及互相支持協助的機會，並追蹤學生在遇到解題困難時，能否藉由同儕或本身的探索經驗，與小組成員一起分享或推敲，讓學生親自體驗到探索的樂趣與其重要性。進而提升學生後設認知在探索階段之解題行為，就是本章節所要描述的，本節共分為以下三部份來做探討：1.探索模式之教材設計與執行；2.學生探索成功舉例與分析；3.學生探索失敗舉例與分析

4.2.1 探索模式之教材設計與執行

此小節研究者將依探索模式之教材教法設計與執行做說明。

1.探索模式之教材教法設計

(1) 探索模式的動機與目的

研究中發現學生解題失敗，大多停留在探索階段，可能是在嘗試找切入點的路徑失敗、或不當使用舊概念解題等等，以至於找不到解題的路徑，解題停滯而放棄解題，是故研究者希望設計出有系統的探索模式。而在教學進度恰至排列組合單元的情況下，選擇以此單元作為探索教材的實驗，希望此模式不是只適用在此設計之例題，也期望未來學生遇到排列組合解題困難時，會主動拿出來使用，所以目的是希望此探索模式，能給學生帶的走的能力，學習到比原來更高層次的知識。

【舉例】學生花很多時間在探索階段，最後還是解題失敗。

參與討論學生：B26、G46、G40

日期：96/12/22

討論時間：139 分

本題使用時間：84 分

討論主題：圓與直線的關係

<問題>

設圓 C 的方程式為 $x^2 + y^2 = 25$ ，有一弦在直線 $y + 2 = x$ 上，則弦的中點坐標為何？弦長為何？

【JoinNet 檔案連結：961222_第三組_共 139 分鐘_第 4 題_第 55 分鐘】

解題歷程：R-A-E-P-I-E-A-P-I-E（探索失敗）

描述：

探索圓與弦的關係，但計算錯誤。用不當舊公式，B26 有做評估說這樣求不出來，因為多一個未知數。而此題花很多時間在思考，且學生找書沒找到類似的試題。B26：「中點坐標不會算，所以只算了弦長，交給老師算吧」。G46 說：「寫這樣不一定老師上課就給你撥出來看」。B26 想用座標化，G46 想用參數式，一些舊經驗來探索解題。G46 說：「可惡，G39 不在」（想在 MSN 上找數學小老師問，有求知慾）。接著學生把聲音給停止錄製，因為正在說同學交女朋友的事情。G46 發現前面錯在哪裡，並修正解題成功，繼續做另一小題。G39 要求 B26 回想上次段考向量與此題有無關係，要探索舊經驗，G39 不想放棄，而 B26 先放棄作答了，在探索時解題失敗！

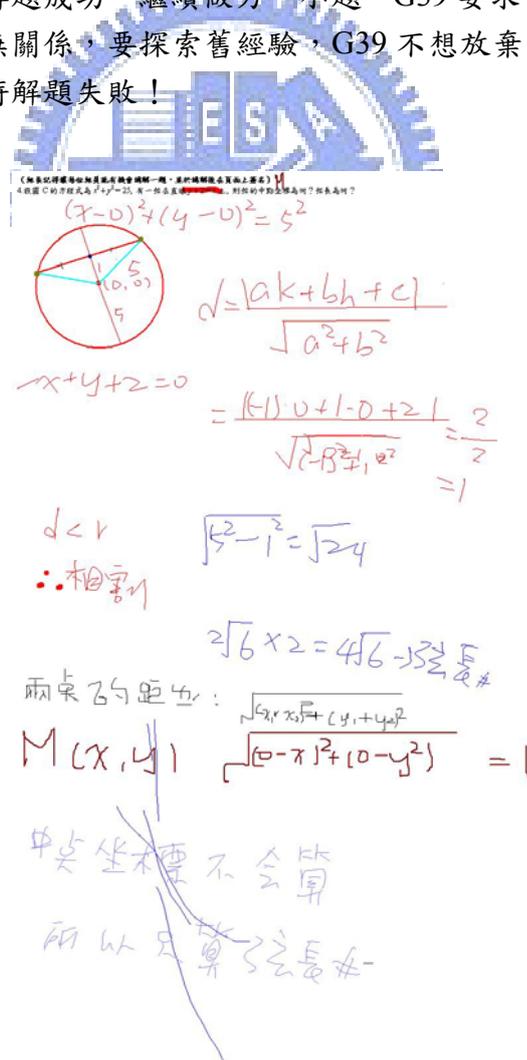


圖 34 學生解題歷程在探索階段停止，而放棄解題

(2) 探索模式的設計原理

從 Shoenfeld (1985) 的解題原案巨觀分析架構中可知，探索(E)：是在一個寬闊的解題空間漫遊，尋求相關資訊，能夠被合併成分析-計畫-執行的序列；在此階段中，解題者可能發現許多的捷思策略--檢驗相關的問題，使用類推法等等。

而 Polya (1945) 認為：「老師若想幫助學生培養解題能力，需要讓學生感受到解題的趣味，並提供充分的機會，讓學生可以模仿與練習。如果老師希望幫助學生，發展我們在提示表裡所列舉的心智活動，那麼老師要儘可能自然地向學生提出這些問題或建議。此外，當老師在課堂上解題時，他應該要試著多展示一點他自己的思考過程，他可以像在個別指導學生時那樣，以自問自答的方式來使用這些提問。透過這樣的引導，學生最後一定可以學會這些題問與建議的使用方法，而且透過這個方式，學生所到的東西，是比特定數學知識更為重要的東西。」

Polya (1945) 並認為：「當老師問學生問題，或是提供（提示表裡的）建議時，老師們心理應該是有兩個目標：第一，幫助學生解決眼前的問題；第二，培養學生的解題能力，以便將來可以自己解決問題。」

劉珍修 (2006) 認為學生對排列組合普遍表現較差，主要原因為基本原理的認識不夠扎實，而排列組合這個單元更著重分析、歸納及思考，基本原理、公式若是沒有融會貫通，極易陷入公式套用的錯誤而不自知。而在排列數及組合數的推導，盡量用簡單的例子、較小的數目，慢慢由學生體會而歸納出一般的規則，過程中不能急躁，務必清楚的呈現出所有的可能方法。教材的編寫就顯得相當重要了，要循序漸進，層層建構，達成學生知識建構的穩定性。

本研究之探索設計，是引入 Polya 的建議及提示句，來設計出五個主要解題步驟。

(3) 探索模式的五個主要步驟

使用單元：排列組合

第一步驟：舉例(了解題意)，選擇適當符號呈現題意。

第二步驟：調整(控制)，縮小試題數據，以容易完整列舉或圖示。

第三步驟：觀察(資訊)，回憶與組織，以連結適當概念。

第四步驟：模型(規律)，以列舉及連結適當概念，來嘗試公式化連接，並做局部驗證，來建立一般化之數學解題模型。

第五步驟：還原(數學歸納法)，有數學信念，能推測並還原出結果。

當學生自行使用時，不一定要從一到五的步驟順序做探索，從下一小節可知是可以循環，或從中反推步驟當驗證階段使用，也可得知探索與驗證的關連性。

研究者認為排列組合題目都是正整數，與數學歸納法有關。排列組合都是正整數，所以有幾個變數在那裡，變數把它變小變大，它的一般原則是不變的原則，像數學歸納法的原則，把它歸納出來，以容易找出答案，所以它的方法在小的時候是對，大的時候也是對，例如 n 對時 $n+1$ 也對，證明出一般方法。因為數量小的容易檢查，可以窮舉法出來，也可以圖示出來驗證，而大的時候容易出錯，答案太大，所以此研究找一般化規則，如 n 對 $n+1$ 也對。

Polya 認為「歸納」是一種從觀察個別事件，而發現一般通則的過程，它不僅可以應用到科學上，也可以應用在數學上。歸納的主要精神，是希望從觀察中，發現其隱藏在其背後的規律性與一致性。其實，在哲學家之間，對歸納的看法，還是存在不少歧異。不過我們應該強調的是，很多的數學結果（定理等），都是先透過歸納發現後，稍後再想辦法證明的。我們往往以嚴謹而有系統的演繹方式來呈現數學，然而，很多創造或發現新數學的過程，卻是透過歸納。

Polya 很清楚自己並不希求 Descartes 和 Leibniz 所渴望的「萬能方法」，用以解決一切的問題。他說：「不幸的是，從來就沒有萬能的、完善的解題方法，沒有能應用於一切情況的精確法則。但是各種各樣的規則還是有的，諸如行為準則、格言、指南等等。這些都還是有用的。如果你確實理解並感興趣於一個你已解決的問題，那麼你就會得到一種寶貴的東西。一個模式或一個模型，以後可以模仿它去解決問題。提出這樣的模式之後，你便真地有所發現（引自洪誌陽，1999）。」是故本研究希望建立一個基本模式，讓學生有所領悟，在此單元建立出自己的探索模式

(5) 探索模式的教材設計舉例

共實施三次主要探索模式教學及練習，並不定時的使用探索模式教學，搭配其他需探索之課堂例題或週考或習題之中，以下以 2-4.1 不重複組合為例，教師於課堂中教導此探索模式後，找中等程度學生上台練習，並發放講義（如附錄五）給學生台下練習。而由課本解答講解內容只有簡短一行可知，課本直接告知學生其解題方式，可能妨礙學生自行思考探索之機會，故教師須有修改或編輯教材教法之能力，以引入適合各單元之學習策略於教學中。

【原本課本教材內容如下】

學習概念：2-4.1 不重複組合（課本第 112 頁例題）

課本例題：10 個相異點，且任意三點不共線，則共能連成幾條不同之直線？

課本解答：任意連接兩個頂點就可形成一條直線，所以有 $C_2^{10}=45$ 條直線。

【省思】

課本只有短短一行解答做解釋。可能學生的學習是比較填鴨式的接受，研究者認為需要讓學生發現解題歷程，是如何思考及可做調整的。

【修改課本教材內容如下】

教學講義設計細步內容

第一，你要了解問題。

老師：「題目要求的是什麼？」..... (Polya 提示句：未知數是什麼?)

學生：「...」

老師：「有哪些已知數？」..... (Polya 提示句：已知數是什麼?)

學生：「...」

老師：「題目有什麼條件？」..... (Polya 提示句：條件是什麼?)

學生：「...」

老師：「三點共線與不共線，與連接成幾條直線有什麼關係？」

(Polya 提示句：條件是什麼?)

學生：「...」

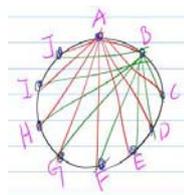
老師：「你可以先畫畫看已知條件的圖形。」

(Polya 建議：畫個圖。採用合適的記號或符號。)

學生：「...」

老師：「那我們來嘗試看看，每兩點連線共可連成幾條直線。」

EX：



老師：「畫出來的直線可以滿足所給的條件嗎？已知的條件是否足夠決定，能夠連成的直線數量？」

(Polya 提示句：解答能夠滿足這些條件嗎？已知的條件是否足夠決定未知數?)

學生：「...」

老師：「這樣一直連成直線畫下去，你會發現什麼？圖形容易畫嗎？」

學生：「...」（發現很難一次完整畫成功，而且越畫越亂，直線都交在一起了）

老師：「這樣一直畫下去，可能不容易完整的畫完所有直線。」

第二，你要**擬定計畫**。如果這個關係不是很明確，你可以試試考慮類似的問題。最後，你應該能想出解題的計畫。（解較易問題，列舉、畫圖與尋找模型之策略）

老師：「如果不能解決目前的問題，那麼先嘗試從一些比較容易解決的類似問題開始。」

（Polya 建議：如果不能解決眼前的問題，試著先從一些相關問題著手。）

老師：「例如：我們可以嘗試先修改已知數，把已知數縮小，以便容易畫出所有直線，再藉由觀察分析，來歸納出可能的解題方法」

（Polya 提示句：考慮一些相關但比較容易解決的問題？未知數或已知數可以怎麼改變（必要時，同時改變二者），來讓它們彼此更接近一些？）

老師：「例如：我們把相異點的數量減少。再來畫圖看看」

EX1：

相異點：2 點。因為只有兩點，所以一定共線。



以排列來看：(A, B) 連線、(B, A) 連線，共有 $P_2^2 = 2$ 條

以組合來看：(A, B) 連成直線、(B, A) 連成直線，意為 $\overline{AB} = \overline{BA}$ ，共有 $C_2^2 = 1$ 條，所以我們可能選擇用組合才是對的。

老師：「這個例子是否使用了所有的已知數？是否滿足所有的條件？」

（Polya 提示句：你是否已經使用了所有的已知數？你是否已經用了所有的條件？）

學生：「...」

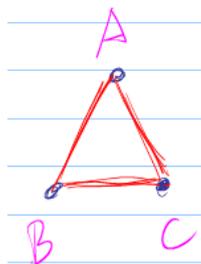
老師：「那總共有幾種？」

學生：「...」

老師：「那我們再來修改一次已知數。再來舉例看看」

EX2 :

相異點：3 點，令為 A、B、C 不共線三點。



以排列來看： (A, B) 、 (A, C) 、 (B, A) 、 (B, C) 、 (C, A) 、 (C, B) 的連線，

共有 $P_2^3 = 6$ 條

以組合來看： (A, B) 連成直線、 (B, A) 連成直線，意為 $\overline{AB} = \overline{BA}$ ，

同理 $\overline{AC} = \overline{CA}$ ，同理 $\overline{BC} = \overline{CB}$ ，則共有 $C_2^3 = 3$ 條

所以我們選擇用組合是對的。因為每兩點連線只能當成是一條直線。

老師：「這個例子是否使用了所有的已知數？是否滿足所有的條件？」

(Polya 提示句：你是否已經使用了所有的已知數？你是否已經用了所有的條件？)

學生：「...」

老師：「那總共有幾種？」

學生：「...」

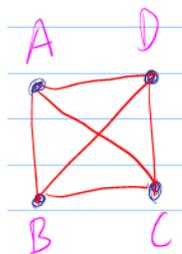
老師：「或許已經有人看出規則性了。」

老師：「但我們再來修改一次已知數。再來舉例看看。」

老師：「要是舉例出越多成功的例子，越能增強我們解題成功的信心。」

EX3 :

相異點：4 點，令為 A、B、C、D 不共線三點。



可猜測出大概是 $\frac{P_2^4}{2!} = C_2^4 = 6$ ，剛好等於圖形所劃出之 6 條直線。

老師：「這個例子是否使用了所有的已知數？是否滿足所有的條件？」

(Polya 提示句：你是否已經使用了所有的已知數？你是否已經用了所有的條件？)

學生：「...」

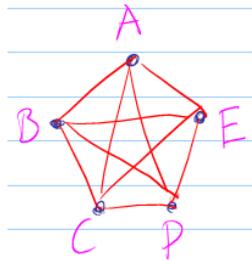
老師：「那總共有幾種？」

學生：「...」

老師：「要有耐心，我們再來修改一次已知數。再來舉例看看。」

EX4：

相異點：5 點，令為 A、B、C、D、E 為不共線三點。



可猜測出大概是 $\frac{P^5}{2!} = C_2^5 = 10$ ，剛好等於圖形所畫出之 10 條直線。

老師：「由這四個例子，可不可以觀察出什麼規律性？」

學生：「...」

EX1：相異點：2 點 $\rightarrow C_2^2 = 1$ 條直線

EX2：相異點：3 點 $\rightarrow C_2^3 = 3$ 條直線

EX3：相異點：4 點 $\rightarrow C_2^4 = 6$ 條直線

EX4：相異點：5 點 $\rightarrow C_2^5 = 10$ 條直線

因為任意連接兩個相異點，就可形成一條直線，且 $\overline{AB} = \overline{BA}$ ，所以使用組合數來做解題。

歸納：n 個相異點，任意三點不共線 \rightarrow 共有 $C_2^n = \frac{n \cdot (n-1)}{2}$ 條直線

第三，執行計畫。把你的解題計畫付諸實現，仔細地檢查每一個步驟。

還原原來之問題，共有 10 個相異點，任意三點不共線。

$$n=10 \text{ 帶入 } C_2^n = \frac{n \cdot (n-1)}{2}, \text{ 得 } C_2^{10} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ 條直線}$$

老師：「雖然排列組合的算式都很簡單，但還是要小心，再仔細地檢查每一個計算，是否都是正確的？」

(Polya 建議：把你的解題計畫付諸實現，仔細地檢查每一個步驟。)

老師：「比較一下， P_2^{10} 與 C_2^{10} 有什麼不同的意義？」

學生：「...」

第四，驗算與回顧。驗證結果的正確性，要能將結果具體表達出來。對於排列組合題目，若能將所有方法表列或圖示出來，就能確認方法的對錯了，當數值很大時，即使沒能全部一一圖示，但頭腦中要有清晰的對應關係；或者也可以嘗試以不同解法來得出相同答案以作為驗證。

老師：「你能否用不同的方法得出相同的答案？」

(Polya 提示句：你能否用不同的方法得出相同的答案?)

學生：「...」

老師：「那我們來回顧一下解這題的過程。我們把舉過的實際例子，寫成表格分析看看。」

相異點數	2	3	4	5	6	...	n-1	n
連成直線數	1	3	6	10	?	?	?	?

老師：「從這個表格中，你發現了什麼？」

學生：「...」(等差數列)

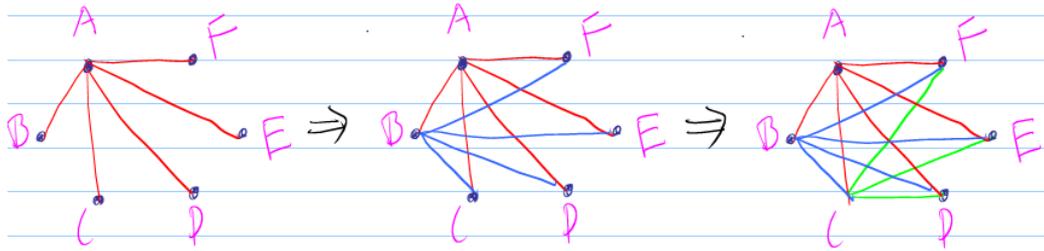
老師：「你可以猜出相異點數為 6 的時候，所連成的直線個數嗎？」

學生：「...」(等差級數)

老師：「點數為 6 時，直線數為 $10+5=15$ ，為什麼是這樣？」

學生：「...」

老師：「我們再來畫線看看！」



老師：「你發現了什麼？」

學生：「...」

老師：「第一個 A 點，能連接出 5 條新直線；第二個 B 點，能連接出 4 條新直線；第三個 C 點，能連接出 3 條新直線；同理，你覺得第四、五、六個點，各可連出幾條新直線？」

學生：「...」

老師：「我們發現每到下一個點，所能連接的新增直線就會少一條，而且一開始第一個點是連接 $n-1$ 個條直線，例如：共 6 個點時，第一個點可以連出 5 條直線。」

舉例：

EX1：相異點：2 點 → 1 條直線

EX2：相異點：3 點 → 2+1 條直線

EX3：相異點：4 點 → 3+2+1 條直線

EX4：相異點：5 點 → 4+3+2+1 條直線

歸納： n 個相異點，任意三點不共線 → 共有

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 3 + 2 + 1 = \frac{((n-1)+1) \cdot (n-1)}{2} = \frac{n(n-1)}{2} = C_2^n \text{ 條直線}$$

老師：「與我們第一個推論的結果是相同的，所以我們可以用不同的方法，來檢查結果的正確性。」

老師：「你可以把這個方法應用到別的問題上嗎？我們來找幾位同學，來說說看有沒有很生活化的類似題目，大家來試試看，來想看看。」

(Polya 提示句：你能否把這個結果或方法，應用到別的問題上?)

學生：「...」

老師：「那我自己來改一個題目。例如：圓上任取 n 個相異點，已知可相連出 55 條

相異直線，則 n 的數量為何？ ($\because C_2^n = 55 \therefore n = 11$)

再例如：交大排球比賽中，若每隊必須對打一次，共計需賽 28 場，則共有幾隊

參加？ ($\because C_2^n = 28 \therefore n = 8$)

(Polya 提示句：你能否把這個結果或方法，應用到別的問題上?)

學生：「...」

老師：「你能否很快的看出答案來？」

(Polya 提示句：你能否一眼就看出答案來?)

老師：「這題讓你學到了什麼？」

學生：「...」

2. 探索模式之教材教法執行

(1) 教師教學探索。教學內容設計如上一節。

按照設計之教材講解，課堂上會增加一些口語化的解釋，能按規劃順利執行，但較花費時間，教師講解加學生上台及台下練習，只學習一題就需要一整節課的時間，上台兩位中等學生能模仿完成探索之解題動作，研究者則在台下幫助其他學生，並觀察台下學生相互練習情形。

教室執行：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=1346

講解標題：1. 例題 7 10 個相異點，任三點不共線，求連成幾條不同直線(課本第 112 頁) (23:56)

(2) 學生上台練習探索

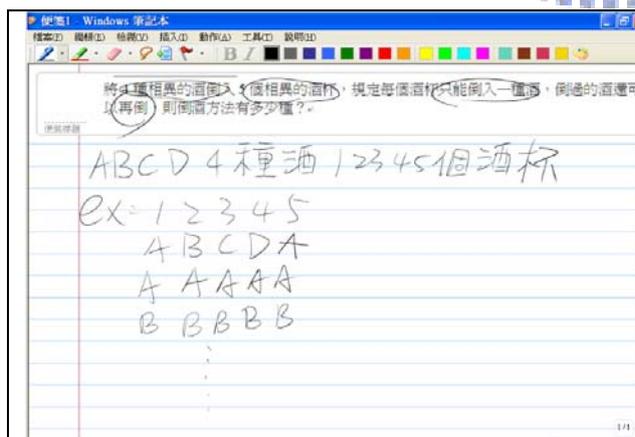
學生上台練習，研究者也可評估學生學習狀況。

I. 一位中等程度學生上台練習探索模式解題。(花費 10 分 23 秒)

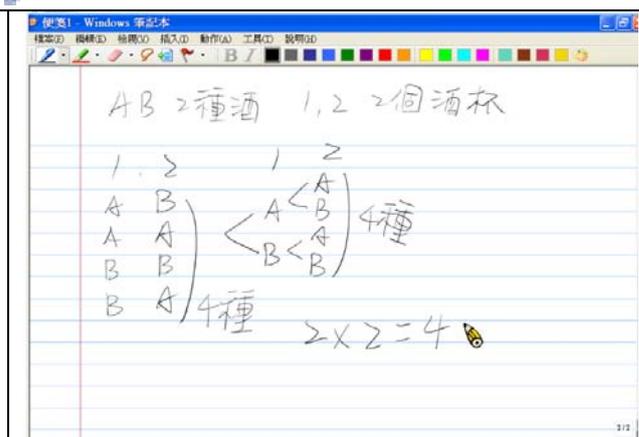
連結網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=1325

講解標題：4. 隨堂練習 7 學生上台練習 (課本第 99 頁) (10:23)

下圖為學生上台練習探索模式解題之歷程



① 學生能舉例了解題意



② 縮小兩個已知數量，列舉並與概念對照

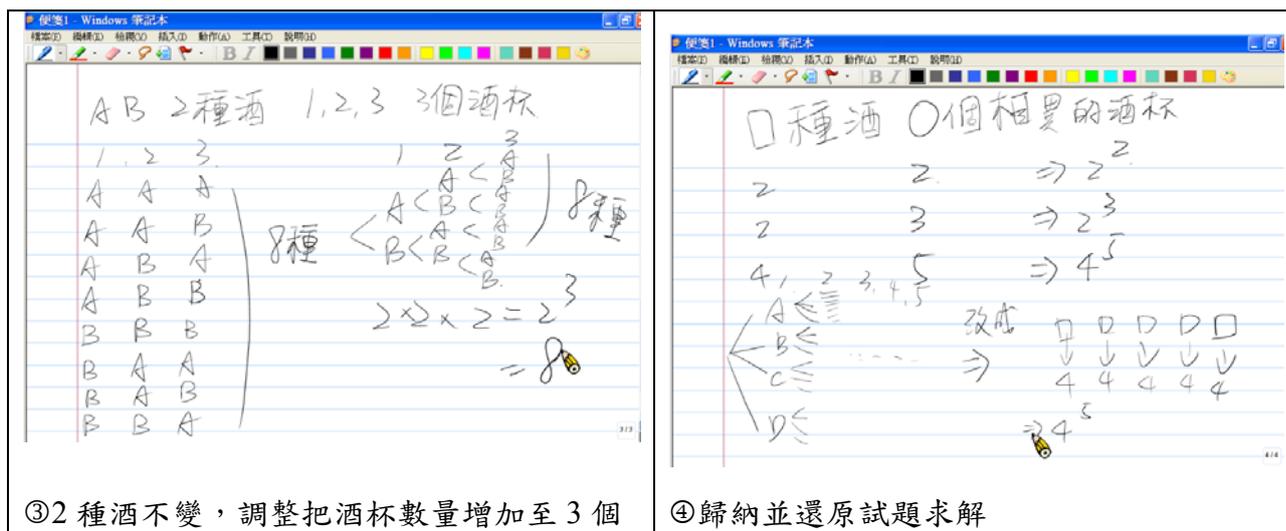


圖 35 學生上台練習探索模式解題

描述：

學生能讀題，找關鍵字及標示出題意重點。教師：「你要不要舉例看看？」，學生能依題意舉例出適當例子。教師：「數量太大，不容易一一列舉，那你覺得怎樣去做會比較好？」，學生：「把它的數字變小一點，找出它的規律性。」，接著學生能用探索的方法完成解題，先以兩次數量縮小，並以窮舉法及樹狀圖，來做探索過程之局部驗證，之後學生能找出其規律性，並做整理。教師：「那你有沒有什麼方法去檢驗它之類的？」，學生以樹狀圖表示，但沒畫完。教師：「樹狀圖不好畫，那是經過五個步驟，可以怎樣去表示它？」，學生改利用乘法原理完成檢驗。

小結：

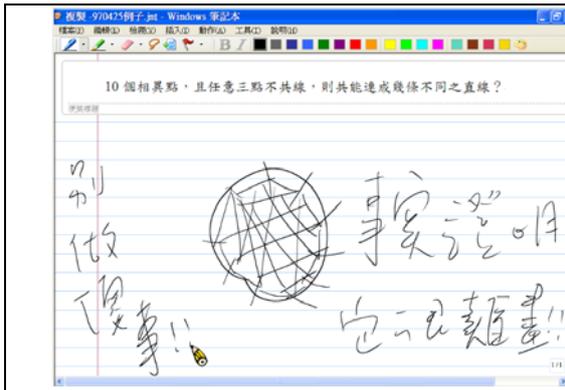
上台學生能在教師引導下，完成探索解題，下次練習調整為，兩位學生上台，一位作答另一位幫忙監控及做提示。而台下學生為兩兩相互作答及其互助監控。

II. 調整為兩位學生互相監控練習探索模式解題。(花費 19 分 50 秒)

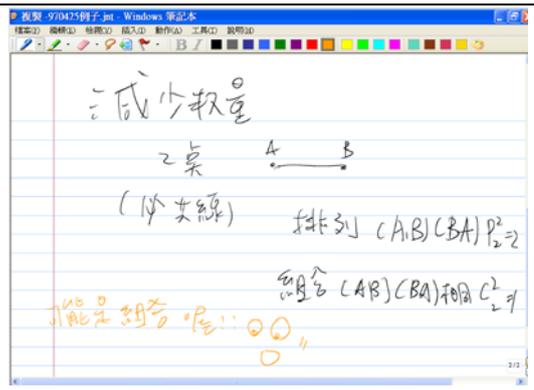
連結網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=1346

講解標題：2. 例題 7 兩位學生上台合作解題(課本第 112 頁)(19:50)

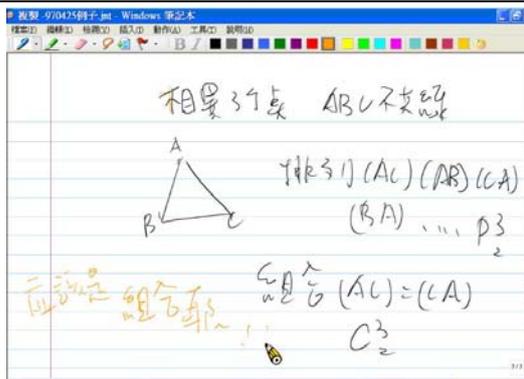
下圖為兩位學生上台，合作練習探索模式解題之歷程



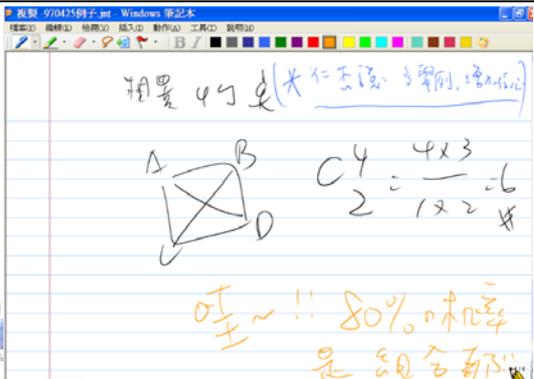
①學生能舉例了解題意



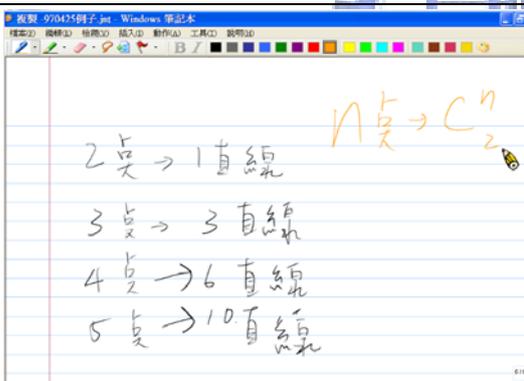
②縮小數量從2點開始，圖示並與概念對照



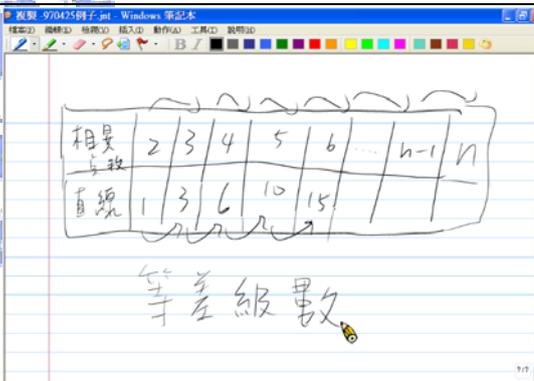
③縮小數量為3點，圖示並與概念對照



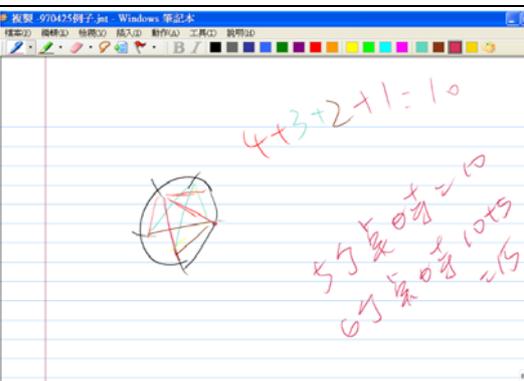
④縮小數量為4點，圖示並與概念對照



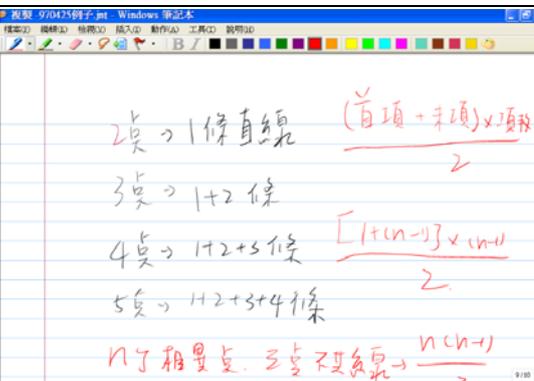
⑤整理並歸納出一般化解題模型為



⑥嘗試以表格來觀察是否有另一解法



⑦再檢查5點時的規律性是否一致



⑧整理並歸納出另一解法解題模型為 C_n^2

圖 36 兩位學生上台合作練習探索模式解題

(3) 學生台下練習探索

Polya (1945) 認為：「解題活動是一項很實際的技能，就像游泳一樣。任何實際的技能，都是靠著模仿與練習學會的。以學游泳為例，通常是先靠模仿別人的手腳動作，然後透過不斷的練習，才有辦法學會。想學會解題，也是一樣。你得先觀察與模仿別人在解題時，都做了些什麼事，然後，你還是得實際動手練習解題，最後才學會解題。」

本校化學老師認為：「此講義很適合本校程度的學生，學生解題常常丟三落四，是需要選擇注意，而解題方法是可以訓練的，這是很好的東西。」

學生兩兩交互教學，輪流由學生扮演探索角色，練習使用探索策略，採兩人一組的方式，由同儕互相協助，評估、監控彼此學習運用探索解題策略的情形。研究者並檢視學生練習學習單之內容，以評估學生學習狀況。

- ① 要求學生多注意問題的所求、已知與限制條件，讓學生於排列組合單元能多注意並了解題意。

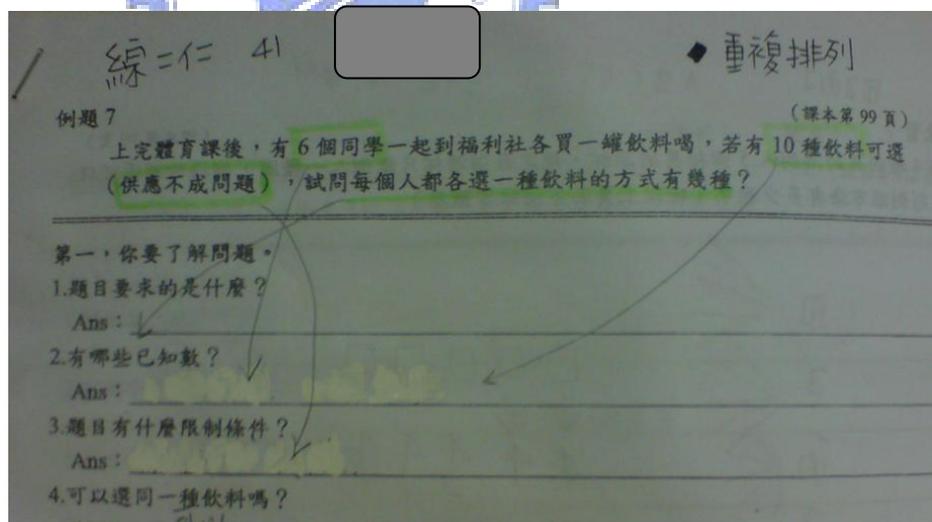


圖 37 學生能多注意問題的條件及題意

②學生對於要求一直做檢查條件，覺得不要再問了，認為太常在做局部的監控了。但研究者認為這是好事，希望學生能當成是種習慣。

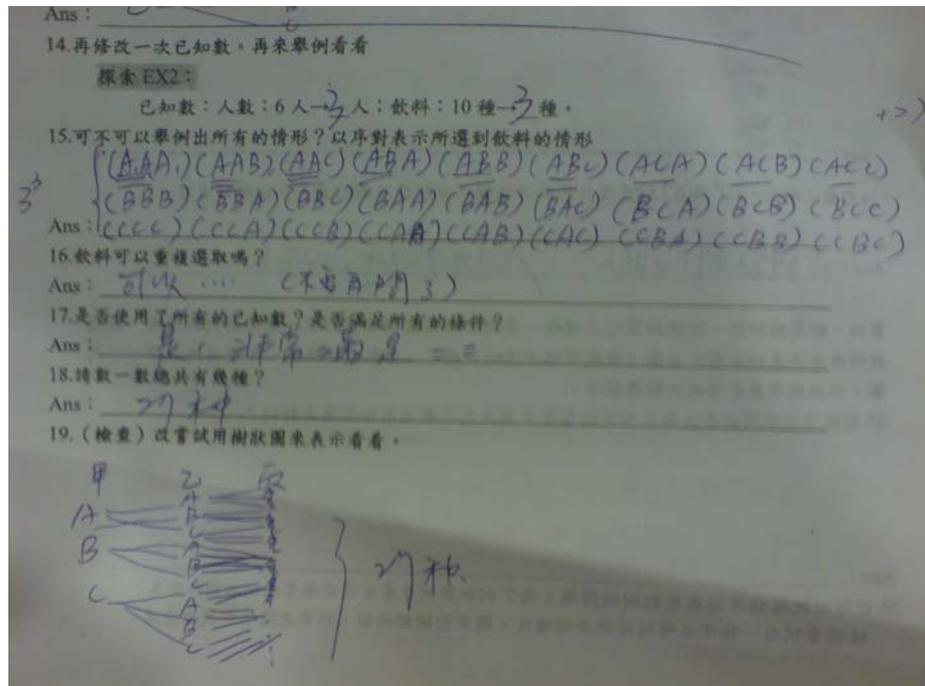


圖 38 16.飲料可以重複選取嗎?ANS:可以...(不要再問了)

③第一次教學後，學生就能寫出基本的探索模式流程。

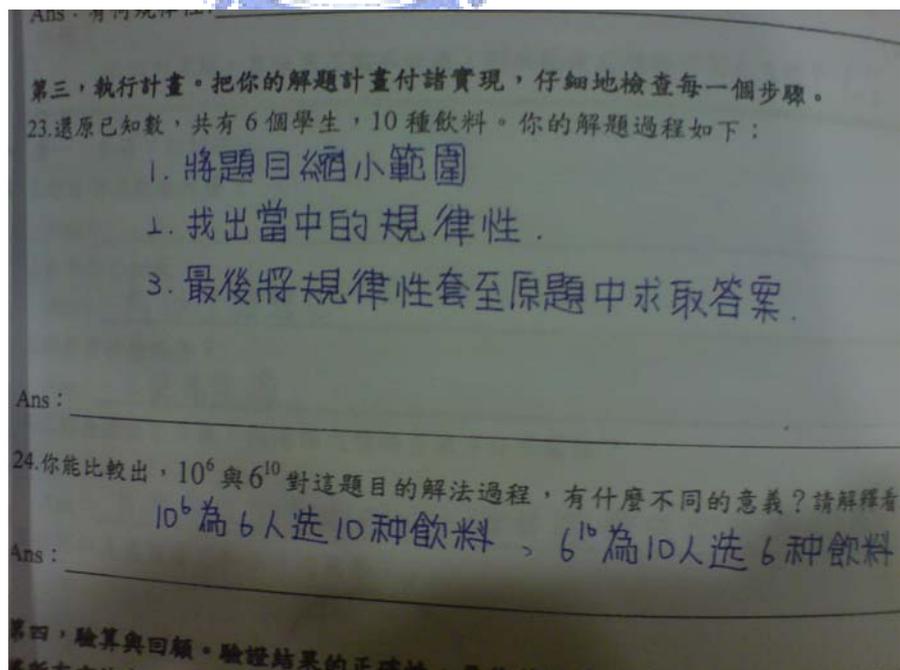


圖 39 學生講議探索心得

4.2.2 學生探索成功舉例與分析

由於 Schoenfeld (1985) 六個階段的解題歷程是從控制因素而來，控制屬於後設認知，小組合作解題時的討論、監控、質疑、辯護亦牽涉到後設認知，所以研究採取 Schoenfeld 的解題歷程階段表來分析解題歷程。本節將藉由學生實際討論的錄影檔案，來舉出兩個案例，並參考 Schoenfeld 數學解題的探索及驗證階段，及研究者所設計之探索模式，來進行整理及分析小組合作解題歷程及其後設認知行為。

案例	題目
一	在圍棋的棋盤上有 19 條橫線及 19 條縱線，任意兩條橫線及任意兩條縱線圍成一個矩形，而這樣的矩形共有多少個？
二	甲乙兩人奕棋對峙，最多比賽七局，在沒有和局的情況下，先勝四局者獲勝，試問比賽情形共有幾種不同狀況？

表 7 案例總表

案例一、描述：

分析比較五組學生，在同一試題之探索解題歷程，為 970425(五)所發放之作業，當週試題只有六題，此為第五題，與第四題是類似題，此佈題是希望學生能藉由第四題的經驗，使得學生有機會探索出第五題的解法。

組別	參與討論學生 (人數)	日期 (星期)	討論 總時間	本題 討論時間	討論方式 (註一)
第二組	B01、B12、B2、B28、B29 (五位)	970427(日)	36 分	8 分	★、●、■
第三組	B26、G40、G35、G46(四位)	970426(六)	92 分	45 分	★、●、■ 註二
第五組	B22、B31、G42、B24、B11 (五位)	970426(六)	22 分	4 分	★、●、■
第六組	B30、B04、B05、B01 (四位)	970427(日)	75 分	17 分	★、●、■
第七組	B17、B11、B28、B31、G42、B1 (六位)	970427(日)	100 分	10 分	★、●、■

表 8 各小組成員與討論時間表

註一：小組使用討論方式圖式如下：【書寫討論 ★】、【麥克風討論 ●】、【文字討論區討論 ■】

【再增加使用人數及使用書寫或麥克風或文字之發表次數比較】

註二：此小組很少使用文字討論區，由於此案例 G35 麥克風壞掉，所以改以文字討論區討論，但此小組成員比較習慣使用麥克風討論，也經常是討論時間最長的小組，並也由於使用麥克風討論容易表達（說），讓研究者每週建置討論內容文字稿最花費時間的小組，但也由於使用麥克風討論互動快速，也讓研究者獲得更多的資訊來做分析。而此題有組長的姐姐及同學 B29 利用 MSN 參予到部分討論內容，也顯示學生會嘗試找各種管道做解題之探索。

從表 4.2.2-2 學生參與的名單也可看出，共有五個小組是有上線討論習慣的，而第五組的 G42 及第六組的 B01 兩位學生，在自己組別討論完之後，還會至第七組一起討論，也顯示出學生的學習動機。而由於本週只有五題外加一題希望學生能嘗試共同擬題的第六題，及在排列組合單元的計算過程都較簡短，比較注重在判別使用何種概念解法的情況下，故本週討論平均時間為 65 分鐘，算是比較短的，有部分組別學生常常一討論就是兩個鐘頭，而也可看出私立高職學生，在假日能主動上線討論之模式已然成形。

<試題>

在圍棋的棋盤上有 19 條橫線及 19 條縱線，任意兩條橫線及任意兩條縱線圍成一個矩形，而這樣的矩形共有多少個？

以第六組及第三組為主要案例，使用原案分析來實際表達學生之解題歷程。其他小組則僅以簡要解題歷程來做描述。

符號說明

- * （書寫）表示學生使用書寫功能討論。→仁杰* x^2+2x+1
- : （說明）表示學生使用麥克風討論。→仁杰：我說 X 平方加二 X 加一
- > （打字）表示學生使用文字討論區討論。→仁杰> x^2+2x+1

解題歷程以 Schoenfeld 從控制的角度來檢視解題行為，將解題歷程區分為六個階段：六個階段以【】符號來做表示：(1)讀題：【R】；(2)分析：【A】；(3)探索：【E】；(4)計劃：【P】；(5)執行：【I】；(6)驗證：【V】；

原案分析

第六組原案分析

(Time 31 : 50) [JoinNet 檔案連結](#)

階段一：執行（直接列計算式）【I】

組長 B30 為高成就學生，一開始就直接進入解題計算階段，導致有組員 B1 認為解題太快，不知解題之想法，（備註：組長後面會依題意，縮小成 2 條橫線及 2 條縱線，簡化來做解釋）。由於星期五早上課堂已發放試題，部分學生已嘗試思考解題，是故線上討論會發生一開始解題，就直接進入計算的階段，而演變成會解題的組員，會搶先直接進入計算做教學，但這可能影響組員間，使用探索來相互討論及監控的機會，而研究者認為直接解題，容易跳躍過探索階段，算是合作學習時，對於小組原本有機會能一起做探索解題上的阻礙，也讓其他組員可能獲得的成長幅度變小。

1. B30 *

$$\begin{array}{r} C19 \\ \times C19 \\ \hline = 171 \end{array}$$

2.B1：什麼？怎麼寫那麼快，根本看不懂在寫什麼？

(Time 32 : 15)

階段二：計畫（改使用探索策略）【P】、【I】

B4 想用 B29 在教室中，使用探索策略解題成功後，教他的解法做分享，而高成就學生 B30 也希望知道有何不同之解法，會追問原因。而 B04，能重新表達一次 B29 在教室的探索解題歷程，表示 B04 在教室中，就贊同這樣探索解題是對的，且能重述給其組員做分享，及讓小組有機會再監控一次此探索模式是否有誤。

3.B4> 要不要看 B29 的

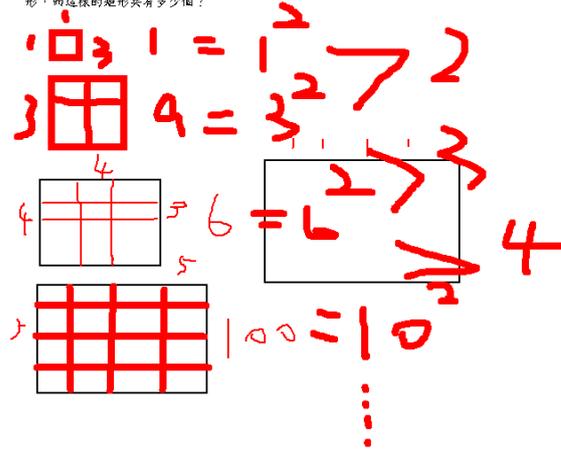
4.B4> 算法

5. B30> ??

6. B30> 去有甚麼算法

7.B4 *

5. 在圖樣的橫線上有 19 條橫線及 19 條縱線，任意兩條橫線及任意兩條縱線圍成一個矩形，而這樣的矩形共有多少個？



8. B30 * (組長書寫 $C_2^4 \cdot C_2^4$ 以檢驗四條縱線乘四條橫線，所成的矩形數為 36)

$$C_2^4 \times C_2^4$$

9.B1：什麼東西阿？我快瞎了

10.B4> 就是

11.B4> 找她們的

12.B4> 規律

13.B4> 我差個麥克風

14.B1：好猛喔



(Time 00 : 37 : 00)

階段三：回顧類似題（重新檢視，驗證）【V】

由於前一題為類似題，組長也是直接就解題，沒有解釋清楚就換到此題，有組員希望先了解類似題，再回頭來看此題進階題，也顯示了組長沒有確定組員都了解第四題的情況下，就換至下一題做講解，而組長能縮小至最小的矩形來做講解，也與探索解題策略的本意相同。且學生會在線上做感情的溝通，開開玩笑或稱讚對方等等，對於聯絡同儕間友情關係也有所影響，並也由此感情的良好關係，學生能相互做約束及自發性的上線做討論，而雖然整組都是男生，但討論的風氣與感情都很良好。

15.B1：靠腰，天阿，ㄟ，可以先跟我講第四題一下，第四題

16. B30> 不要

17.B1：第四題，第四題，拜託一下啦

18. B30> 爽

19. B30> 來爐我阿

20.B1：靠，不講就算了啦，來爐我啊

21. B30>不要這樣啦

22.B30>第4題你不會喔

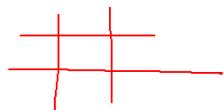
23.B1： $C_2^4 \cdot C_2^3$ ，什麼鬼阿，我不會，教我一下，教一下

24.B30>你講話有回音

25.B30>這題跟第5題一樣阿

26.B1：教一下阿，我也知道一樣阿，因為你們寫的方法都一樣阿，問題是我要知道為什麼啊？

27.B30*（組長以探索縮小的方式，來做講解）



28.B4>怪怪的（麥克風有問題）

29.B4>佈差了（麥克風有問題）

30.B1：請講解，請講解

31.B30>2條橫線2條縱（縱）線可以圍成一ㄍ（矩形）

32.B4>他在講了

33.B30>2條

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} = C_2^2 \times C_2^2 = 1$$

34.B4>你懂嗎？

35.B1：1、2、3，1、2、3、4，喔~喔，我知道了，下一題，YA，下一題，YA

36.B30>哭喔

37.B4>又在寅叫了==

38.B30>自以為可愛

39.B1：YA，第五題，第五題，不是自以為可愛好不好，是本來就很可愛，哈哈

40.B4>白痴

41.B30>關

42.B1：是啦

(Time 00 : 42 : 10)

階段四：完成原試題之解題計畫，並做評估【P】、【I】、【V】

B4 回到原試題繼續講解探索策略的解題過程，讓組員們能學習到兩種解法，並評估此解法。而研究者也是從學生的對話中，知道學生 B29 是很認真的花了一個午休做思考，此學生很有毅力的點算出 100 個矩形，但研究者認為只要點算到前一個 36 個矩形，資訊就足夠做推論了，也顯示學生很有毅力，及希望能多一點資料做分析。而在教室中做探索，並教導其他同學其探索的發現，可讓學生本身能獲得教學上的成就感，而研究者也在此錄影檔案中學習到此解法，並於課堂中再做教學給全班，也是一種教學相長，是雙向的學習循環，並適時給學生鼓勵，希望讓更多學生有動機有耐心去思考去探索。而此組高成就學生，也會追根究底想了解另一解法之規律是如何找出，而組員許柏偉也能給一個好的解釋。

43.B4 * (繼續書寫探索過程)

5. 在圖紙的橫線上有 19 條橫線及 17 條縱線，任意兩條橫線及任意兩條縱線圍成一個矩形，而這樣的矩形共有多少個？

Handwritten exploration showing a sequence of rectangles and their corresponding area calculations. The rectangles are drawn on a grid. Calculations shown include $3 \times 1 = 3$, $3 \times 2 = 6$, $4 \times 2 = 8$, $4 \times 3 = 12$, $5 \times 3 = 15$, $5 \times 4 = 20$, $6 \times 4 = 24$, $6 \times 5 = 30$, $7 \times 5 = 35$, $7 \times 6 = 42$, $8 \times 6 = 48$, $8 \times 7 = 56$, $9 \times 7 = 63$, $9 \times 8 = 72$, $10 \times 8 = 80$, $10 \times 9 = 90$, $11 \times 9 = 99$, $12 \times 9 = 108$, $13 \times 9 = 117$, $14 \times 9 = 126$, $15 \times 9 = 135$, $16 \times 9 = 144$, $17 \times 9 = 153$. The final result 100 is circled in red. The word "規律" (Pattern) is written vertically on the right.

44.B30> 我等一下把喇吧關掉 (可以消除回音)

45.B1 : 靠，白目勒

46.B4> 懂嗎= =

47.B1 : 喔~喔~喔~喔~喔

48.B4> 哭腰喔

49.B1 : 喔，我知道了，對啦，喔，靠，原來這麼簡單喔，媽的勒。

50.B4> 超麻煩的算法

51.B4>B29 的= =

52.B1：他這個算法也不錯，我覺得，應該是土法煉鋼法，也是一種計算的方法。

53.B4>他花了將近一整個午休ㄝ。

54.B4>= =

55.B1：我有看到他一直在那邊算，還蠻白目的。

56.B30>看不出來阿

57.B4>啥

58.B1：我中午有看到他一直在那邊算啦

59.B4>旁邊的數字是指線有幾條

60.B4>然後 36，那些是只(共)有幾種排法

61.B30>36??

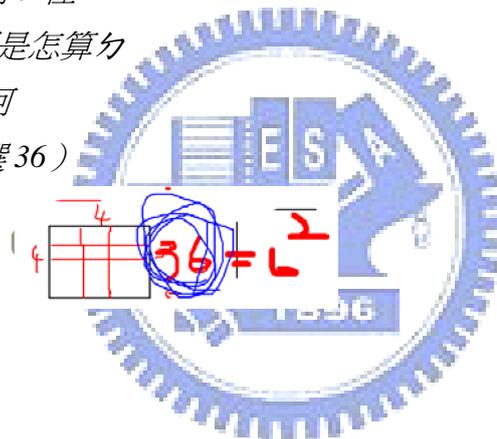
62.B4>當現(線)為兩條時有 1 種排法

63.B4>三條線有 9 種

64.B30>那去那是怎算ㄉ

65.B4>找規律阿

66.B30 * (圈選 36)



67.B4>36 喔

68.B30>恩

69.B4>他用途法煉鋼阿(縮小以方便局部驗算)

70.B4>他找到 5 條線，就找到她們的規律了

71.B30>那去 100 是自己算ㄉ喔

72.B4>恩= =

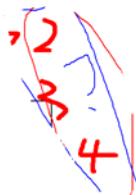
73.B30>一ㄍ一ㄍ算喔

74.B4>恩

75.B1：太猛啦

76.B30>太誇張ㄉ吧

77.B30 * (問 2、3、4 是怎麼來的)



78.B4>沒題目了嗎? (最後一題了, 只剩下擬題)

79.B30 * (問2、3、4 是什麼)



80.B30>是甚麼

81.B4>?

82.B30>??

83.B4> 下一題吧

84.B30>還沒回打(答)我阿

85.B4>啥

86.B30>...

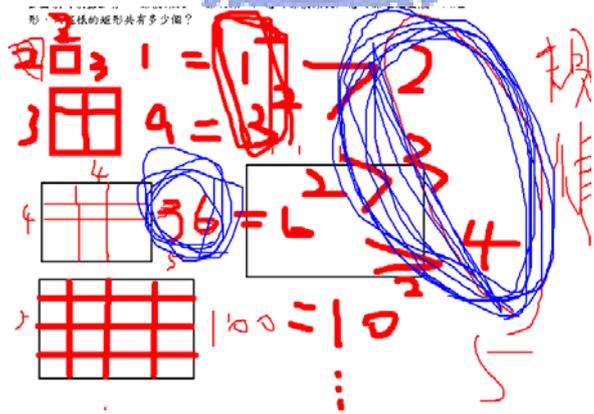
87.B30>2.3.4 是甚麼

88.B4>她們的規律阿

89.B30>我畫那麼久ㄌ (組長劃藍色圈)



90.B30>是甚麼阿



91.B4>1 平方根 (跟) 3 平方不是差2? ($3^2 - 1^2 = 2^2$)

92.B4>6 平方根 (跟) 3 平方不是差3 ($6^2 - 3^2 = 3^2$)

93.B4>10 平方根 (跟) 6 平方不是又4 ($10^2 - 6^2 = 4^2$)

94.B30>喔喔

95.B4>以此類推下

96.B4> 下一個就會差5

97.B4> 靠= =

98.B1 : 看, 真猛

99.B30> 恩恩

案例一第六組原案分析結論：

1. 優點：

- (1) 學生能主動在教室花一整個午休做探索，有耐心及細心的點算矩形數目，並能找出一般化的數學解題模型，顯示學生贊同此探索的模式，而此學生在親身的經驗體會之下，相信對學生的解題策略及數學信心上會有所提升；
- (2) 學生在教室中，能分享探索經驗給其他同學；
- (3) 組員能重述表達出此探索模式的解法，並讓小組有機會一起再做監控；
- (4) 使用此探索模式，有機會創造出不同之解法，也是研究者事先沒想到的解法；
- (5) 此組有兩解法可做驗證，而兩解法都有做局部的檢驗及說明；
- (6) 組長對其他組員的探索解題方式有興趣，並會追根究底；
- (7) 有組員會希望多了解上一類似題及進階題的兩種解法，有學習的意願。
- (8) 能回顧前一題類似題，作檢驗及說明；

在線上互動式合作學習的環境下，讓學生有機會能夠藉由探索的經驗，來做表達、溝通與分享，並藉由探索的解題策略，發現有第二解法可以做驗證，也看出不限空間的遠距學習，讓學生於課外時間，有主動學習的機會與環境，並且學生能相互提攜做彼此的應架，以建構出自己解題的路徑與經驗。

2. 缺點：

- (1) 高能力組長有計畫的直接解題，而跳躍過探索階段，可能會阻礙探索的發展。
- (2) 兩解法完成解題後，組長應該重新整理兩解法的知識結構並做比較。
- (3) 探索模式在教室中先被經驗過了，影響線上合作學習時，一起探索階段的進行，而缺少了一起調整、監控及發現的樂趣。

探索也會發生阻礙，當探索過後，再線上討論，就變成了有計畫的經驗分享，與直接教導類似，雖有解題計畫，但缺乏與同儕一起發現探索的樂趣與體驗。

3. 後設認知行為

一開始高成就組長直接採用適當的策略解題成功，但卻忽略了組員的能力，此時許想分享揚在教室教他的解法，能重新測試許自己了解多少，也讓組員有做監控的機會，而昇瞭解自己不會解題，而要求先回顧類似題作答，組長能組織訊息做解釋，許也完成了第二種解法，也在組長兩次的監控詢問下，讓許能夠有機會更完整的表達出解題的訊息與其思維。

4. 研究者反思

雖然組員直接有計畫的使用探索策略解題，但過程能被組長問清楚，這是很重要的一件事，透過這樣的詢問才能了解彼此的解題方式，而 Polya (1945) 在執行解題計畫後的提示句說到：「能不能檢驗你的論證過程？你能否把這個結果或方法，應用到別的問題上？你能否一眼就看出答案來？」研究者反思解題後應重新回到原點再去整理結論，而這兩種方法，一種是從上面到下面，組長 B30 是像老師般使用有經驗的解法，直接以 $C_2^n \cdot C_2^n$ 來形成矩形數，另外組員 B4 的作法是比較沒有經驗的作法（需要探索），是從底下一步步推導出數學歸納的一般化公式，把這兩件事連結起來，一個是從上面到下面的角度，另一個是從下面到上面的角度作解題，學習時最後應該要總結，應該來回再整理結構說一次，讓學生在重述的時候，能發現這兩種方法都很重要。

這是很好的範例，高成就學生有經驗的學生一下子就看到那個模式像老師一樣，所以他的解法不能夠幫助其他學生，從學生角度，他必須要有耐心、要有探索的能力要能檢驗，必須每一步都要去問，一步步的問清楚，而在高成就學生能多做詢問下才知道問出，為什麼是 36 呢？然後再問一直畫圈的 2、3、4 是代表什麼？他必須一步一步的檢查，換句話說當學生完成解題之後，需要得出一般結論，當能下結論時，他就能變成專家，變成專家以後再回頭看，檢查這個公式 $n=2$ 的時候成立， $n=3$ 的時候成立，對正整數都成立發現果然原則是如此，而學生在這樣重述一遍的時候，才發現其實真正的學習是從底下到上邊一層層建築上去，然後真的有所學時，再從上面的角度往下走一次，再走下來一次，是等於驗算又是等於說確定它是一般化原則，那更大的回顧是學生能不能用這套的方法換成不是長方形不是正方形的形狀，開始有了變化，讓回顧的時候能一層層的擴大思考，這樣的話有機會成為一個專家，從新手變成專家，而這個的過程是不能缺乏的，如果缺乏的話就不容易成為專家，過程需來回多次熟練由上至下、由下至上，然後驗證擴大，再思考這原則是只有針對這些情況嗎？還是一般的可以在放大出去？而這也是身為教師的研究者自己都需要成長改進的方向。

第三組原案分析

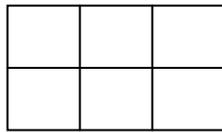
(Time 34 : 10) [JoinNet 檔案連結](#)

階段一：能正確點算矩形總數量，但對題意有疑問【I】、【R】

此題與前一小題類似，而前一小題此小組只會用點算計數的方式解題，有兩位組員都點算出矩形總數共 18 個，但蕭認為 6 個小正方形可能可以作移動後再做點算，由於蕭認為題意可能不清，而書寫交給天才杰，希望研究者於課堂上再做講解，而跳至下一題，也顯示學生雖然有正確答案，但題意可能不清，而不能肯定是解題成功，而學生目前沒有第二種解法或其他方式可以做驗證。

<前一小題題目>

如圖，6 個小正方形，共可決定多少個矩形？



- 1.G46、B26：我不會算
- 2.G46：找不到規則
- 3.B26：我也是
- 4.B26：我是用手畫，你是算幾個？我算 18 個（學生用點算的）
- 5.G46：我一個一個畫阿
- 6.B26 * (在圖上一個一個矩形做計數)



- 7.B26：1，2，3，4，5，6，7，8，9，10，11，12，13，14，15，16，17，18
沒了

- 8.G46 * (認為 6 個小正方形可以作移動)



- 8.G46：我畫的這個你就沒數到，ㄟ等一下，他有說一定要怎麼排嗎？他沒有說吧？
- 9.B26：我不知道阿
- 10.G46：可決定幾個矩形，它可以連在一起的嗎？這題目沒有交代清楚，這樣子也

可

以嗎？還是連在一起的啊？

11.B26：我也不知道勒

12.G46：好吧！那我們這一題就交給藍仁杰阿！

【此時雖有答案，但在題意可能不清楚的情況下，學生不能確定是對的】

13.B26：我寫

14.G46：不可以我寫嗎？

15.G46 *（學生不是很確定題意，所以書寫交給天才杰）

16.G35 *（書寫好像也是 18，G35）

交給
天才杰

【兩位學生認為點算出來是 18 個矩形，但尚未找出規則性】

17.B26：你看吧（與 G35 一樣計數為 18）

18.G46：很棒很棒

19.B26：謝謝喔

(Time 36 : 30)

階段二：探索（使用探索模式解題）【E】

原試題，沒有其他解題的計畫，而調整其解題策略，使用縮小兩次並做計數，但在公式的連結上，G35 猜錯了其一般化公式的數學解題模型。而 B26 會找姐姐作討論。

20.G46：這題我完全沒有頭緒（回到原試題）

21.B26：這題

22.G46：先把這裡當成七條線跟三條線好了，兩條線，各兩條線是不是可以取出一個

正方形或矩形，對不對？然後它就代表說 C3 取 2，直的是 C7 取 2，就可以得到一個矩形，重點是我不知道要用加的還是用乘的，幹麻不理我啊？

（學生已想出各取兩條線與矩形有關，但不知道要用加法原理還是乘法原理）

23.G46 *



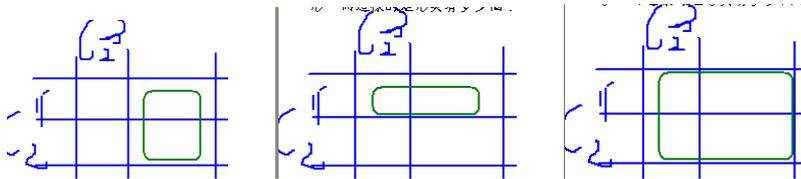
23.B26：沒有阿，聽你講阿

24.G46：可是我也不知道該怎麼算阿

25.B26：我在思考中

Time 40:50

26.G46 * (能縮小，點算三條縱線及三條橫線，所形成的矩形個數)



27.G46：因為取3 又有不同，你看喔，如果取3 的話，變成3 條線，1、2、3、4，
四

個，然後看5、6、7、8、9，取3 的話就變九個，一個取2 (3) 一個取3 的話就變成九個，然後取2 的話就只有一個，如果說兩邊各取2，不管怎樣就是一個矩形，如果其中一邊變成，對不起啦，我也不知道我在說什麼了，1、2、3、1、2，如果兩邊都取3 的話，就會變成九個(計數中)1、2、3、4、5、6、7，\ 哪來九個阿，我剛剛怎麼數的？

28.B26：剛剛在講什麼

29.G46：如果剛開始我們取兩條線的話，是不是各兩條各兩條只有一個而已，對不對？

30.B26：說這裡一個

31.G46：等一下!我把圖重畫，好多線看了真討厭，你看喔!如果剛開始我們取兩條線

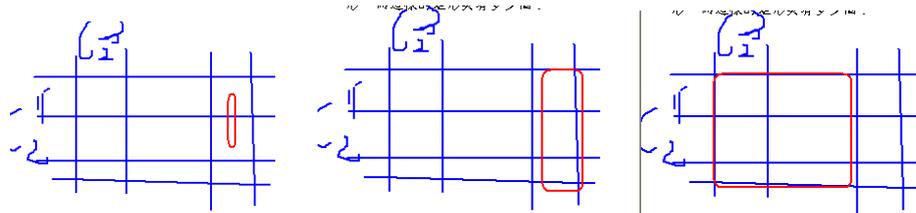
的話，是不是各兩條兩條只有一個而已，對不對？是不是啦，如果這兩條跟那兩條的話，矩形只有一個，可是如果今天用這三條1、2、3、1、2、3，取，會變成1、2、3、4、5、6、7、8、9(計數中)，所以三條變成九個，所以四條勒？

32.B26：四條就畫阿!...

33.G46：你在幹麻？

34.B26：我想要自己畫，阿算了

35.B26 * (能縮小，點算四條縱線及四條橫線，所形成的矩形個數)



36.B26 : 1、2、3、4...計數中...29，還有嗎？30、31、..、36，36（點算正確）

37.G46 : 好多喔！怎麼那麼多？最大的你有算嗎？

38.B26 : 有有有，36，這算過了嗎？這樣子的

39.G46 : 等一下，我亂了啦

40.G46 : 塗顏色用途的

41.B26 : 這樣更亂

42.G46 : 用透明的Y

43.G35 > 發言權

44.B26 : G35 可以說話？

45.G35 > 不能

46.G40 : 他想寫東西吧，因為沒發言權不能寫（組員提醒組長給 G35 發言權）

47.B26 : 喔，對喔！

48.G35 > HI

49.G46、B26 : 忘記了，還是怡君比較厲害，還有那種解讀的功力

50.G46 : 他在幹嘛，讓他算，我自己用筆劃好了，1、2、3...18..（學生在紙上計數中）

Time 47:00

51.G35 *（用乘的，前面 G46 有問，是用加的或乘的？）

用乘的

52.G40 : 用乘的

53.G46 : 哈，為什麼？（繼續計數中）

54.B26 : 等一下喔，我跟我姊討論一下（也是探索的一種方式）

55.G35 *（書寫 $C_2^3 \cdot C_2^3 = 9$ ）【1】

$$C_2^3 + C_2^3 = 3 + 3 = 6$$

56.G46 : 好，我算 26 個勒 為什麼？喔~我懂了

57.G40 : B26 不在

58.G46 : 我知道 G35 意思是這樣子，C3 取 2 等於九，那 C4 取 2，四條線的話勒？

59.G46 : C4 取 2 喔！取幾勒？好緊張

60.G35 * (C4 取 3，G35 猜錯了數學解題模型)

$$\binom{4}{3}$$

61.G46 : 喔，為什麼取三？

62.G46 : 喔！我懂了，你是說三（四）條線可以決定四（三）個矩形對不對？所以是

C4 取 3，隨便三條線，喔耶，B26 太爛了

63.B26 : 他說什麼？

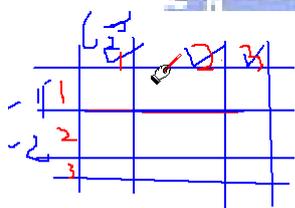
64.G46 : 你錯過了，等一下

65.B26 : 什麼你算完了喔

66.G46 : G35 說的，他說，因為三個的話 C3 取 2，為什麼呢？因為三條線可以決定

兩個矩形你看。

67.G46 * (講解指出規律：三條線中間，可以包含兩個矩形，但是錯誤的規律)



68.B26 : 啊！我知道，阿 2 是怎樣？

69.G46 : 2，阿就兩個矩形阿

階段三：能監控出錯誤的數學解題模型【V】

學生能質疑，並利用縮小及列舉作局部驗算，來監控出剛剛的數學模型是錯的。

70.B26 : 妳這樣算的話，不是可以用這來算第四題（希望回顧類似題）

71.G46 : 恩，可以丫，就六個東西（小正方形）去排ㄟ

72.B26 : 那矩形不是長方形

73.G46 : 可是這是線勒，可是那個是矩形，G35 這樣對嗎？

74.B26 : 他正方形不是還是用線排的

75.G46 : 恩，那你算算看阿，我也不知道這樣對不對，所以 C4 取 3 是多少阿？12，這樣是 12 勒，G35 你確定？這樣 C4 取 3 是 12 還是要減？

76. G35 * (G35 計算錯誤)

$$\begin{array}{l} \binom{4}{3} \times \binom{4}{3} \\ = 12 \times 12 = 144 \end{array}$$

77.G46：乘嗎？乘以兩個，喔喔，所以等於多少？

78.G46：144 喔，你剛剛的 C3 取 2 是不是還要乘 C3 取 2，這樣等於 81 個勒

79.B26：為什麼 C3 取 2 要乘以 C3 取 2？

80.G46：我不知道阿

81.B26：是 G35 寫的嗎？

82.G46：對，因為有兩邊

$$83.G46 : C_2^3 \cdot C_2^3 = 9$$

84.B26：我知道阿，為什麼要乘？

Time:00:52:00

85.G46：因為有四條線圍出三個矩形，這裡也是四條線可以圍出三個矩形
(註明：G46 認為 G35 的 C4 取 3 的由來，而這是錯誤的規律)

86.B26：所以 2 就是三條線可以畫成兩個矩形就對了

87.G46：對，阿，不對阿！所以兩條線是 2 取 1，是 2 乘 2，不對，\，可是你看
喔！

兩條線的時候是什麼？是 C2 取 1 嗎？是這樣嗎？會等於四勒！
(監控，以局部檢驗，發現是錯的數學模型)

88. G35 * (G35 修正自己的計算錯誤)

$$\begin{array}{l} \binom{4}{3} \times \binom{4}{3} \\ = \frac{4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3} \times \frac{4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3} = 16 \end{array}$$

89.G46：是 16，不是 144 喔，算錯了喔

90.G46：可是我們剛剛怎麼算到三十幾阿！我算 26 勒，我們剛剛一個一個數的時候，

是二十幾去阿，C4 取 3 不是 P4 取 3 除以 3！嗎？...(計算中)..是 16 沒錯，
可是我們剛剛(點)算已經超過 16 勒！1、2、3..16，G35 這方法是不對
的，因為隨便數都超過 16，B26 對不對？

(監控，再以點算，檢驗出 G35 的數學模型是錯的)

91.B26：什麼？

92.G46：因為她算 16 個，我們隨使用四條線去算都超過 16 個阿。1、2、3...16、
17..

26..28

93.B26 *

$$\overline{C_2^4 > C_3^4}$$

94.B26 : 那你用那個 $C_2^4 \cdot C_2^4$ 這樣是多少阿?

95.G46 : 可是你要爲什麼, 爲什麼阿? 這樣乘就 36

96.B26 : 這樣不就三十幾個

97.G46 : 可是你怎麼知道這樣是對的? 可以給我理由嗎? C_4 取 2 是什麼東西?

98.B26 : 不是四條線可以畫成兩個矩形?

99.G46 : 恩, 這邊可以畫出三個矩形, 好不好

階段四：讀題【R】

讀題, 學生討論有關正方形及長方形算不算是矩形, 所以語意知識可能導致學生解題上的困難。Mayer (1992) 的解題歷程模式: 語意知識則了解題目中的含義。Mayer (1992) 將五種知識, 即語言知識、語意知識、基模知識、策略知識和程序性知識, 視為解題歷程中的必備知識, 欠缺任一種, 均可能無法成功解題。

100.B26 : 矩形是長方形^

101.G46 : 矩形也可以是正方形吧, 矩形不是只要四個角是直角就可以了嗎?

102.B26 : 可是 G45 有問過老師, 我記得沒聽錯的話, 他好像是問什麼, 正方形是不是矩形? 我不知道有沒有聽到

103.G46 : 正方形可以是矩形, 可是矩形不是正方形阿, 正方形可以是矩形, 可是矩形不等於正方形阿, 阿我在講什麼阿

104.G46 : G35 正方形是矩形嗎?

105.G35 *

$$\frac{4}{10} \text{吧...}$$

106.G46 : 所以阿, 可是這樣怎麼辦阿? 看誰在線上問他一下喔! 太好了只有楊俊凱

跟邱建翔 (想問在 MSN 線上的同學)

107.G40 : 我問他, 不知道他在不在, 他打累點點點 (累...)

108.G35 > 四邊形, 就是舉行 (矩形) 八

階段五：猜測出解題模型, 並回顧類似題作檢驗【E】、【V】

學生能縮小及列舉計數，猜測出真正的數學模型，但尚未知道數學模型的形成理由。而前一類似題，原本只能用計數的方式解題，在此學生能回顧類似題，並以發現的數學模型做驗證。

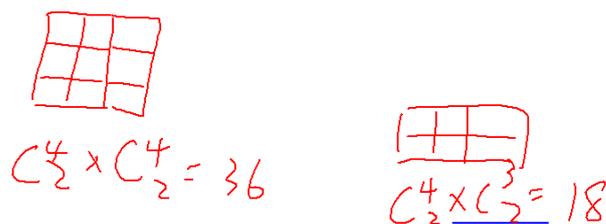
109.B26 * (畫出邊數為三條線的圖形，並寫出 $C_2^3 \cdot C_2^3 = 9$)



110.G46 :G35 現在在幹麻？兩個就不成立阿？ C_2 取 1 嗎？這樣 2 乘 2 就等於 4 ㄟ。
 C_3 取 2，喔 1、2、3 三條線，所以一個是 C_3 取 2 乘以一個是。楊俊凱說老師說正方形也算是矩形(學生 MSN 問同學)，老師說也算是，可是不是長方形才算矩形嗎？老師說正方形長方形都是，那你覺得我該怎麼辦？

111.B26 * (畫出邊數為四條線的圖形，並寫出 $C_2^4 \cdot C_2^4 = 36$)

(畫出邊數為三與四條直線的圖形，此為前一小題的圖形，並寫出 $C_2^4 \cdot C_2^3 = 18$)



112.G46 : 為什麼有 18，1、2、3... (開始線上計數中..算了兩次..，小心做計數)

113.B26 : ㄟ，這個我畫的，不就第四題嗎？(回顧前一小題做驗證)

114.G46 : 為什麼要 C_4 取 2？沒有個所以然嗎？

115.B26 : 應該是四條線，可以排成兩個矩形(學生認為是兩個最大矩形)

116.G46 : 1，2 計數中..

117.B26 : 1、2、3、4 可以排成兩個矩形，然後 1、2、3，ㄟ，好像也可以排兩個矩形，我也不知道怎麼講

118.G40 : 對邊等長就算嗎？

119.G46 : 對邊等長就算什麼？

120.G40 : 對邊等長就算矩形

121.G46 : 我不知道勒，對邊等長是正方形勒

122.B26 : 對邊還是各邊？

123.G46 : 對邊，正方形也是阿，對角線也等長阿，是不是嗎？只要每個角都是直

角

就是啊

124.B26：那你看，這三個都是我畫的，你這樣推就可以算了阿，可是我不知道爲什麼要取2？

(學生能縮小及列舉，並猜測出數學模型，但還不知道數學模型的形成理由)

125.G46：好，好一個爲什麼要取2，讓我們想一下嘛，我們可以確定三和四是線，幾條線對不對？

126.B26：恩

127.G46：你姐在跟你講話對不對？快問你姐爲什麼？你姐有結論了嗎？

128.B26：G35 妳剛剛不是說 $C_2^3 \cdot C_2^3$ 那是怎樣？

129.G46：不行阿，那是湊巧取到的

130.B26：爲什麼不行？

131.G46：因爲C4取3就變144勒，如果說兩條線是C2取1是4，可是兩條線怎麼會有四個矩形？

132.B26：那就是兩個矩形阿，應該是這樣吧？

133.G46：哪樣？

階段六：再回顧一次類似題【V】

再回顧上一題類似題，思考原本只能用點算的方法解題，改以一般化之數學解題模型，來做類似題的檢驗。而數學模型的一般化解題理由，學生還未發現，且G46：「可是你要告訴我爲什麼啊？不然我今天睡不著」，有強烈的求知慾。

134.B26：好，先看上一題好了（希望從上一題類似題，回顧做檢驗）

135.B26：你看，這不是四條線嗎？所以C4取2就兩個矩形吧，可是另外一個三條線我就不知道，應該也是兩個矩形吧

136.G46：哪兩個？

137.B26：我哪知道哪兩個？我在想啊？

138.G46：等一下，他該是最大矩形可以取幾個？不行阿

139.B26：啊，喔，我知道矩形在哪了，這兩個矩形1，2阿

140.G46：最大矩形對不對？然後呢？

141.B26：就是兩個矩形啊

142.G46：可是也要有另外兩條線阿，1、2、3、4，1、2、3另外三條線才能同時成立啊

143.B26：可是你說1、2、3、4，你說最大矩形好了，1、2、3、4不是兩個矩形嗎，1、2、3不也是兩個矩形

144.G46：可是你四條線在這邊，不能用到這兩個吧？ㄟ，是這樣子啦

145.B26：



$$C_2^4 \times C_2^2 = \frac{4 \times 3}{2} \times \frac{2 \times 1}{2}$$

$$= 6 \times 1$$

$$= 6$$

146.B26： $C_2^4 \cdot C_2^3 = 18$ 這樣算出來不是 18 個嗎？

147.G46：對 Y，他如果是三條線，1、2、3，1、2、3，三條線最大矩形 1、2、3

148.B26：那你一個一個算算看阿，還不是 18 個（點算個數與解題模型的解相同）

149.G46：我知道阿，但要給個理由啊？不然到時候藍仁杰，會說為什麼？

150.B26：就是四條線各畫兩個矩形阿，阿不然就這兩個或這兩個矩形

151.G46：等一下，我想一下，那三條線的勒？要怎麼講？1、2、3，1、2、3 要怎麼

講？(紙上計數中)..好像也是勒，可是為什麼要用最大的矩形阿？這位先生

152.B26：等一下，等一下，跟我姊討論，等一下，妳先想一下

153.G46：想不出來阿

154.B26：G35 妳有什麼想法嗎？G35

155.G35 * (這題嗎?)



$$C_2^4 \times C_2^2 = \frac{4 \times 3}{2} \times \frac{2 \times 1}{2}$$

$$= 6 \times 1$$

$$= 6$$

156.G46：就這一題和下一題阿

157.B26：我覺得這兩題是有關聯的

158.G46：或許吧

159.G35 * (就這樣呀)



$$C_2^4 \times C_2^2 = \frac{4 \times 3}{2} \times \frac{2 \times 1}{2}$$

$$= 6 \times 1$$

$$= 6$$

$$= 18$$

160.G46：那就這樣啊

161.B26：下一題也可以這樣用啊

162.G46：可是你要告訴我為什麼啊？不然我今天睡不著

163.B26：好好

Time 01:09:00

階段七：繼續探索模型的理由，並與 MSN 上的同學做驗證【E】、【V】

G46 頓悟出解題的關鍵，並說自己是神，有了解題模型的理由及信心，並在 MSN 上與同學做答案的驗證。

164.B26：如果是 C2 取 2 不就是兩條線，對嗎？就兩條線阿！

165.G46：恩

166.B26：就取一個

167.G46：最大的一個嗎？

168.B26：對阿

169.G46：那你用下面那題，用三個的怎麼算？

170.B26：啊，什麼三個？

171.G46：三條線阿

172.B26：喔，三條線，喔，三條線，你說三條線怎麼畫？

173.G46：三條線，就各三條阿

174.B26 *



175.B26：喔，各三條喔！我剛剛不是畫了嗎？C3 取 2

176.G46：C3 取 2 乘以 C3 取 2 喔

177.B26 *



178.B26：對阿，所以你看喔 1、2、3 兩個矩形，1、2、3 還是兩個矩形，C3 取 2 乘以 C3 取 2 阿，這樣算是不是九個？

(還是認為取 2 是因為有夾了兩個最大矩形)

179.G46：最大兩個，1、2，1、2

180.B26：對阿，妳自己算是不是，這道理是一樣的啊

181.G46：ㄟ，B29 說他會最後一題勒

182.B26：真的喔

183.G46：他說他想了一個下午才算出來的

184.B26：那答案怎樣？

185.G46：我不知道勒？

186.G46：我問他(MSN 求助)，我叫他來好不好

187.G40：是他願不願意來吧

188.G46：好像也是，他說沒空

189.B26 * ($C_2^{19} \cdot C_2^{19}$)

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ 171 \\ \hline 361 \end{array} \quad = \quad \begin{array}{r} C_2^{19} \times C_2^{19} \\ = \frac{19 \times 18}{2} \times \frac{19 \times 18}{2} \\ = 171 \times 171 \end{array}$$

190.G46：先縮小規律阿！

191.B26：是不是 342 個阿？(錯誤：171 平方寫成 $171 \times 2 = 342$)

192.G46：等一下喔

193.B26：你看一下喔，19 條線嘛，最後假如這是 19 條線點點點，最後不是取出來，還是可以兩個矩形阿

194.G46：好像也是，是因為每一條線可以取最大的矩形嗎？

195.G46：不對，我知道為什麼了，唉呦，我們都搞錯了啦

196.B26：什麼東西啦

197.G46：我知道怎麼講了

198.B26：怎麼講阿

199.G46：他說答案是 171 的平方 (備註：用 MSN 找同學驗證)

200.B26：平方？

201.G46：171 的平方

202.B26：

$$\begin{array}{r} 171 \\ \times 171 \\ \hline 171 \\ 1710 \\ 17100 \\ \hline 29241 \end{array} \quad = \quad \begin{array}{r} C_2^{19} \times C_2^{19} \\ = \frac{19 \times 18}{2} \times \frac{19 \times 18}{2} \\ = 171 \times 171 \end{array}$$

203.B26：是嗎？明明就乘以 2，對，是 171 乘以 171，對啦，171 乘以 171 啦，
，G46 詩瑩，是 171 乘以 171 啦，因為是 $C_2^{19} \cdot C_2^{19}$

204.G46：我知道為什麼，怎麼算了，剛都模糊焦點，我一開始想就對了啊 (頓悟了)

205.B26：你說嘛

206.G46：19 條線只要兩條線，就可以取成一個矩形，對不對？

207.B26：所以是兩條線的關係囉

208.G46：所以只要不管幾條，只要兩條就可以取一個矩形，可以取出一個矩形，所

以乘乘乘就好了（G46 找出規則了）

209.B26：我知道，矩形就是

210.G46：兩條就可以取出矩形，各兩條，所以要相乘

211.B26：喔，我知道了，對，我知道了

212.G46：拜託，叫我神，開玩笑的拉，這題真的太~

213.G46：不管幾條線，只要各兩條，就可以取出一個矩形，所以只要相乘就好，對

不對？

214.B26：對

215.G46 *


$$C_{19}^2 \times C_{19}^2 = 171 \times 171 = 171^2$$

216.G46：啦啦啦啦啦，我們有學問一點寫171的平方啦，這樣比較有學問

案例一第三組原案分析結論：

1. 優點：

- (1) 能多次嘗試縮小來做局部檢驗；
- (2) 能質疑組員的數學解題模型，並檢驗出是錯誤的；
- (3) 學生說解不出來會睡不著，有強烈的求知慾；
- (4) 翻書但找不到類題，能問姐姐及 MSN 上的同學，有多元的管道來做探索；
- (5) 能回顧上一題類似題作檢驗；
- (6) 當學生頓悟了解數學解題模型之理由，能增加信心與興趣；

線上討論環境讓學生有別於學校的學習方式，學生能有翻閱書本、找家人討論、找 MSN 線上的同學等等，是開放式的找尋問題解決的方法，學生能溝通討論，做質疑與檢驗。

2. 缺點：

- (1) 研究者認為組員 G35 的麥克風出了問題，而減少 G35 表達溝通的機會。
- (2) 此題花費 45 分鐘做解題，可能時間上只針對一小題作討論，有點不符合效益。

3. 後設認知行為

解題發生困難時，G46 調整成 G35 所建議之探索模式來執行解題，G46 能質疑並監控出 G35 的一般化解題模型 ($C_{n-1}^n \cdot C_{n-1}^n$) 是錯誤的，B26 能組織新訊息並歸納出一般化之數學解題模型 ($C_2^n \cdot C_2^n$)，且 B26 能以此模型來回顧並檢驗類似題，但此時小組尚未瞭解此模型之解題思維，而此歷程中，經過合作學習小組成員彼此的調整，且 G46 動機信念較高，有耐心及勇於嘗試下，最後 G46 能堅持至頓悟出解題之數學思維（縱線、橫線各取兩條，能形成一矩形）而成功解題。此歷程可看出後設認知、動機信念與數學解題策略間是有相關存在。

上一個第六組由於一開始就有兩解法可以直接作計畫執行，所以在調整行為上較少出現，而第三組由於是事先沒計劃改以探索的方式解題，在解題歷程中因此有了較多的調整行為。以案例一的第六組與第三組後設認知行為比較，第三組整體後設認知行為較多。

4. 研究者反思

組員的麥克風出了問題，平常 G35 習慣使用麥克風來做討論，也在之前的討論中有發表過第二解法與小組做分享，而當硬體出現問題時，此位學生參予討論的情況就相對減少了，而讓討論的互動大多落在其他的組員身上，而研究者認為使用麥克風做口語上的直接溝通，會讓線上互動式討論，更容易於組員間的對談中，來即時做質疑與澄清的動作，以幫助討論更快的進行。而吸引學生探索討論的試題，雖然花費的時間較長，但相對在討論的互動也更為頻繁，更能刺激學生隨時調整自己的解題策略。

其他三組解題歷程簡要描述

第五組：

依照前一類題之觀念，用同樣的解法解題，雖然解題看似成功，但有組員有不同的想法，也未能做檢驗。

4. 如圖，6個小正方形，共可決定多少個矩形？



$$C_2^4 \times C_2^3 = 18$$

5. 在圖棋的棋盤上有19條橫線及19條縱線，任意兩條橫線及任意兩條縱線圍成一個矩形，而這樣的矩形共有多少個？

$$C_2^{19} \times C_2^{19} \#$$

$$C_4^{18} = 3060$$

$$29241$$

1. 前一類似題解題內容

2. 原試題解題內容

圖 41 第五組之解題內容

第二組：

有組員直接分享本身在教室中探索的經驗，也就是在教室中已分享給第六組組員的學生，而在此線上討論就轉成了有計畫的教導，而不能與其他組員一起發現探索的樂趣，只能做經驗的分享。

5. 在圖棋的棋盤上有19條橫線及19條縱線，任意兩條橫線及任意兩條縱線圍成一個矩形，而這樣的矩形共有多少個？

$1 \text{ 個} = 1^2$
 $9 \text{ 個} = 3^2$
 $36 \text{ 個} = 6^2$
 171^2 個

圖 42 第二組之解題內容

第七組：

有嘗試探索，但被會解題的組員給打斷，而妨礙探索的進行，且對於解答無驗證階段，並未能確定是正確的。在此研究者認為學生若已知一般化的解題模型，則可嘗試縮小，方便點算來做局部檢驗，以增強其解題信心。

5. 在圖棋的棋盤上有 19 條橫線及 19 條縱線，任意兩條橫線及任意兩條縱線圍成一個矩形，而這樣的矩形共有多少個？

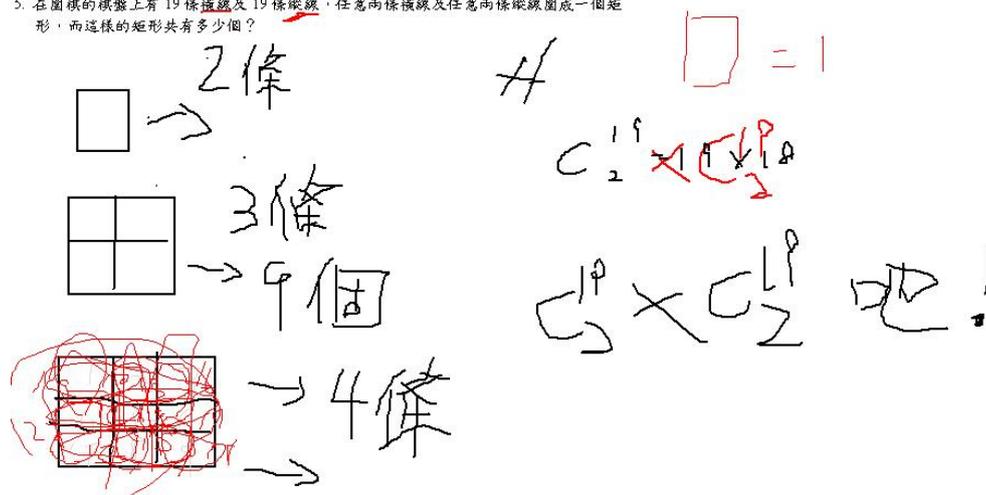


圖 43 第七組之解題內容

下表 9，整理此試題每組學生的討論情境描述及其解題歷程，並特別將探索及驗證階段再做比較，以了解每組學生在合作解題及探索模式的情況。

組別	描述	解題歷程	探索	驗證
第二組	<p>中等能力學生 B29 於 970425(五)午休時，在學校自行探索成功，所以上線討論時，直接教導其所發現之規律。屬於一個人講解給全組聽。B29 在學校整個中午都在探索當中，能找出平方會呈現等差的規律，也能把 5 條橫線及 5 條縱線所形成的矩形數量，有耐心的一個個點算出來，以加強證明他的規則沒錯，而此解法也是身為教師的研究者事先所沒想到的，也從學生這邊的錄影回饋學到了新的解法，並於課堂中分享給全班，及鼓勵使用此探索策略，有耐心、細心的學生。</p>	P-I	<p>無探索階段。教室中已經探索成功，所以上線討論時，直接進入計劃階段做教學。是故線上討論為有計畫的探索經驗分享。</p>	<p>無驗證階段。但由學生探索的發現，並分享此規律及局部驗證的列舉情況可知，學生有信心能解題成功。</p>
第三組	<p>每位組員在討論中，皆有表達其想法，並幫忙做監控，能嘗試縮小，並找尋解題之數學模型，一開始 G35 猜錯數學解題模型，G46 有質疑並監控檢驗出來其錯誤，而組長也試著去詢問其姐姐，接者小</p>	<p>I-R-E-V-R-E-V-E-V (回顧類似題)</p>	<p>有探索階段。能使用探索模式找尋解題模型，能多</p>	<p>有驗證階段。在探索時能做局部驗證，以加強解題</p>

	<p>組嘗試回顧解類試題(之前只能用點算的方式計算出前一題)，能先畫出圖形，並對照其解題模型成立後，再回到原試題，並頓悟發現其數學模型之理由，也使用 msn 與另一組的同學對照答案，當成再次的驗證。</p>		<p>次縮小找尋規律之原則及理由。</p>	<p>信心，且最後於 msn 上與另一組同學對答案，當成再次驗證，並能回顧及檢驗類似題。</p>
第五組	<p>學生認為應該解題成功，但沒有辦法確定是答對的。</p>	P-I	<p>無探索階段。</p>	<p>無驗證階段。</p>
第六組	<p>高等能力學生一開始直接進入解題計劃及計算，而缺少探索的過程，雖然高等能力學生是解題成功，但直接教導的話，其他組員可能沒有較多的收穫，但高等能力學生此解法雖然一開始沒有做驗證，而在組員要求解釋時，能依照縮小的概念作說明，也算是有做局部的檢驗。而其組員能把星期五在教室中，從第二組楊竣凱身上，所學到的探索解題過程，完整表達一次，也顯示此學生贊成楊的探索解法，並能做分享及解釋給其他組員，而高等能力學生也一直詢問此解法的規則，能學到另一解法，並幫忙做監控。其中吳家昇，學習動機強烈，對於兩種解法都有求知慾，並能評估解法。</p>	<p>I-P-I-V-P-I-V (回顧類似題)</p>	<p>無探索階段。教室中學過此題之探索過程，所以線上直接進入計劃階段，做探索策略教學，算是線上討論無探索情形之發生。</p>	<p>有驗證階段。能有兩種不同解法做驗證及評估解法，並能回顧檢驗類似題。</p>
第七組	<p>學生能縮小並做計數，但耐心不夠，在還沒找出規律性時，已有組員猜測出答案，雖然看似解題成功，但也阻礙了其他組員繼續做探索的過程，小組能猜出答案，卻信心度不夠，因為沒有驗算，而此矩形數量太大，不能確定是否正確。研究者認為應該要有良好的解題信心或嘗試縮小來做局部檢驗，才是很好的驗證方式。</p>	E-P-I	<p>有探索階段。能探索並做監控，但其耐心不夠，尚未找出其規律。而由於被有解法的組員中斷，也成了探索的</p>	<p>無驗證階段。無驗證階段，導致學生的解題信心不足。</p>

			阻礙。	
--	--	--	-----	--

表 9 各小組描述及解題歷程

備註一：解題歷程以 Schoenfeld 從控制的角度來檢視解題行為，將解題歷程區分為六個階段：

(1)讀題【R】；(2)分析【A】；(3)探索【E】；(4)計劃【P】；(5)執行【I】；(6)驗證【V】；

備註二：學生在教室中先行探索過，再至線上重述探索策略之解題歷程，研究者歸類於線上合作學習時之解題計畫階段。

案例一解題歷程共同分析

1. 探索階段分析

當學生在教室中，已經自行探索成功，是很好的一次探索經驗的累積，而能把本身的經驗做表達，在教室及線上討論做分享，也獲得了很多成就感。但研究者認為原本可以於線上與小組共同來做探索及監控，能讓小組成員有機會在一起經驗探索之歷程，讓小組各個成員更有所體驗，而不只是單方面的接收訊息。而研究者在不影響學生學習動機的情況下，無法避免學生於教室中自行探索及分享，是故未來可建議部分試題，改於假日學生討論當天，再行上傳網站，讓整組的學生都是第一次去思考此試題，更能激發每位學生之潛能，及有更多的創造能力。

學生能使用研究者設計之探索模式，主動嘗試來找尋解題模型，能多次縮小，來找尋一般化解題模型，並有質疑、監控及修正的能力，而最後解題成功，也增強小組學生的數學信心。

在探索階段，需要耐心、細心，來做局部的檢驗及發現規律，而在探索的過程當中，如有組員有了解題的想法，而直接跳越至計劃及計算階段，則阻礙了小組共同探索的路徑，所以小組探索雖然能有組員的質疑及監控幫助，但也可能受制於其他組員有了解答，而影響此探索模式的進行。

學生在自家的環境裡，當學生遇到解題困難時，會利用各種不同的資源做探索，例如翻書、問家人、線上 MSN 找高手、觀看教學網站等等方式，也是問題解決的方法，而這是一般學生在學校的學習方法中，很少見識過的，也看的出學生在問題解決上，會利用資源做各種方式的探索，能收集資料與溝通，對於學生的學習歷程，也能寫下新的學習路徑。

2. 驗證階段分析

當學生有探索模式的解題歷程時，可能得出不同的解法來做驗證，這是最

好的驗證情況，但不是每組都有此歷程。而當學生直接有解題計畫時，會直接進入計算階段，待完成試題後，有組別學生會問原因，組員能利用縮小來做局部檢驗當解釋，這也算是檢驗的情況，但也有組別學生無法給好的理由，而無驗證過程，使得解題的信心不足，有不確定解題成功的情況產生。所以研究者認為，學生線上合作討論完成解題後，有解題答案了，與如何確定此解答是正確的？研究者認為應該如何確定是正確的比較重要，而要如何更確定，可能就是未來可以再做探討加深改進的主題，而下一個案例，則是對於排列組合單元，在此想法下的一個重要案例，能發現探索模式與驗證的關連性。

3.小結

指導教授改變研究者在教學上的信念，研究者願意觀察學生的解題歷程，及嘗試設計探索模式之教材教法，設計出排列組合單元，使用探索策略解題的原則，於課堂上教學，並請台上及台下學生兩兩做練習及監控，而在作業內容上選擇吸引並適合探索的試題給學生，而有學生能自動於教室，午休時間自行完成探索，並分享教導其他同學，而學生也能於線上互動式討論中，再分享給其他同學此探索解題之方式，並能與高成就組長之解法做一個驗證，而高成就組長也會一直詢問此解法的規則是如何，讓小組能有兩個解法做比較及驗證，也讓小組每位成員都相互有所成長。而另一組別雖無第二解法可做驗證，但能利用探索縮小的方式來做局部驗證，並頓悟到解題模型的理由，以提高其解題信心。而在教師觀看學生的錄製檔案後，除了能發現學生的迷思概念之外，對於有不同解法的解題過程，也能有所獲得，並於課堂上與全班學生做回饋分享，也鼓勵有不同解法的學生，讓學生能更有信心及動機作思考，是一種教師拉拔學生、個別學生拉拔個別學生，學生在分享給整組同儕，而透過學生錄影檔案的觀察回饋，也拉拔了教師，讓教師有機會再拉拔全班學生的循環效果，就是教學可以相長，在這個環境可以達成，讓學習的環境也能單純的從學校延伸到學生自家，讓學習的觸角是無遠弗屆的，而這對一個第二年教學經驗的研究者，是很大的成長及鼓勵，更是對於學生的學習上，不管是環境或內在的解題思維都有所提升。

案例二、描述：

研究者970411(五)第一次教探索策略，而第三組學生於當週線上討論970413(日)就會自行使用此探索策略當作驗證使用，學生能寫出正確答案，但無法確定答案，接著組員G35認為可以嘗試縮小來做討論。而此小組能嘗試兩

次縮小試題，並以列舉的計數量與解題模型所求出的解，來對照做局部的驗證，當兩次局部驗證成功之後，學生解題信心大增，說自己是神！而此題之先備經驗為不盡相異物之排列，研究者星期五早上才教學，而學生星期日在家就會使用此概念了，也讓研究者對於學生課堂上是否真正學會了什麼概念，都能從學生的討論解題歷程中，了解學生當週的學習情形，而也說明此環境，能讓學生放鬆自在的表達出自己最真實的學習歷程。

	姓名	暱稱	成就	角色
組長	B26	B26 弟	高	組長，會要求組員輪流解題。是解答者也是發問者。常於課堂中舉手問問題，是用功及理解力不錯的學生。
組員	G35	emma	中	有視訊之組員，但不喜歡被組員看到視訊，所以後來有把視訊關掉。學生個性活潑，喜歡分享自己的想法，也會提出問題及建議。
組員	G46	蕭,annie	中	個性活潑，喜歡發言，對於自己拿手的題目會主動要求當解題者。遇到不會的問題，會想辦法找出解答，是有耐心的學生。
組員	G47	小米	中	個性文靜，很少上線討論，在課堂上研究者找此位學生上台練習時，也會找理由推拖不敢上台。
組員	G40	傻~怡君	低	比較文靜的組員，只有其他組員要求他作答時才會發言，由於是數學低成就學生，是故需要其他組員引導才能夠完成解題。

表 10 案例二小組成員描述

<試題>

甲乙兩人奕棋對峙，最多比賽七局，在沒有和局的情況下，先勝四局者獲勝，試問比賽情形共有幾種不同狀況？

原案分析

(Time 20 : 15)

階段一：讀題【R】 [JoinNet 檔案連結](#)

讀題後，考慮用何種符號，來引入局數及勝負。

【Polya 建議：畫個圖。採用合適的記號或符號。】

1.G46 *

勝 D
負 X

2.G46：甲乙兩人奕棋對峙，最多比賽七局，在沒有和局的情況下，先勝四局者獲勝，試問比賽情形共有幾種不同狀況？

3.B26：我看還是重寫一下字好了

4.G46：嘻，看的懂好不好，是用滑鼠寫出來的

5.B26：你用刻的吧

6.G46：對阿

7.B26：等我

8.G46：好，你就不要寫的跟我差不多喔

9.B26：哈

10.G46：差不多ㄟ

11.B26：好像有點勒

12.G46：有些時候沒講都忘記你是用手寫板勒，G35 怎麼都沒聲音阿？

13.B26：G35，你真的是 G35 嗎？

14.G46：他說阿不然勒（用 MSN 對話）

15.B26：你有收到？他沒有說話，沒有聲音，G35

16.G46：G35，G35，G35

17.B26：ㄟ，在錄音勒

18.G46：好了沒，我寫了喔，我個人是覺得是這樣

19.B26：怎樣？

20.G46：不是要有七局嗎？

21.B26：恩

22.G46：等一下喔，等我一下，七局，你要不要 Me 一下 G35

23.B26：有，我在 Me 他了(使用 MSN)

24.G46 *

□□□□□□□

25.G46：你可以幫我畫七個格子嗎？哈

- 26.B26：這裡不是有正方形嗎？
- 27.G46：可以每個都不同大小，你自己拉（正方形）
- 28.B26：G35 你的麥克風是不是有問題啊？
- 29.G46：你 Me 他，他有回你嗎？
- 30.B26：有阿
- 31.G46：他說什麼？
- 32.B26：真的喔，好吧！那你不能講話了（用 MSN 對話）
- 33.G46：G35 變啞巴
- 34.B26：她好像怪怪的，電腦怪怪的
- 35.G46：好，沒關係，沒關係，叫他可憐一下，聽我們兩個聊天吧，這種事情不是 G40 在做的嗎？
- 36.B26：你要畫七個格子喔？
- 37.G46：對，七個格子
- 38.B26：多大
- 39.G46：你爽，阿無所謂，啊，不要寫，啊，好好好
- 40.B26 *
-
- 41.G46：你是用筆畫的嗎？用複製就好了，笨蛋，好醜喔
- 42.B26：居然罵我笨蛋，你居然不知死活
- 43.G46：嘻
- 44.B26：有複製嗎？
- 45.G46：好像，嘻，好像
- 46.B26：這用手劃的
- 47.G46：有啦
- 48.B26：哪裡？
- 49.G46：嘻，沒有，沒有複製啦，哈，只有變大變小（功能），沒有複製啦
- 50.B26：白痴
- 51.G46：哈，為什麼沒有複製阿？我還以為是藍仁杰可以複製
（研究者在學校會利用 Windows 筆記本的複製功能教學）
- 52.B26：你這個白痴
- 53.G46：謝謝，啊，算了不要畫不要畫，1234567 寫出來就好了
- 54.B26：什麼 1234567
- 55.G46：寫 1234567，你不要畫了，你智障喔

- 56.B26：什麼東西
 57.G46：算了不用格子，我覺得太麻煩了
 58.B26：嘻
 59.G46：哈，太麻煩了，不要格子啦
 60.B26：好，台啤贏了
 61.G46：好棒喔！干我屁事
 62.B26：你要畫圈喔
 63.G46 *



- 64.G46：這是贏喔！三個對不對，還是要四局
 65.B26：你不如
 66.G46：叉叉叉，你看

(Time 25:15)

階段二：分析【A】

分析，能先舉滿足題意的成功例子，以了解題意。

67.G46 *



- 68.G46：這樣子是不是七局贏四局（會舉例來了解題意）
 69.B26：我知道阿，這老師講過啦
 70.G46：老師講過這一題喔？
 71.B26：不是啦！好像是江中原寫完的吧！他說他解出來，那時候老師在跟我講個人解題，然後他就問老師，老師就講過了。（有學生解出來問研究者，那位學生是以四局五局六局及七局賽程來做分析，研究者有點頭說他這樣是對的，因為分割完整，每種情況累加就對了。）
 72.G46：這樣是不是也是，我是不是很聰明，你看老師沒有講我都會
 73.B26：我也會啊
 74.G46：喔！my god！你會喔？你會嗎？
 75.B26：我沒想到這個
 76.G46：你看，好，這個就是智商高你一截
 77.B26：是是是

78.G46 * (列舉三個滿足題意的成功例子)

79.G46 : 好，點點點點點。這樣都是符合上面的條件嘛。

【Polya 提示句：解答能夠滿足這些條件嗎？】

80.B26 : 那有幾種？

【Polya 提示句：已知的條件是否足夠決定未知數？】

階段三：回憶相關概念【A】

回憶星期五之上課類似內容，以連結舊經驗。

81.G46 : 這個嘛，這個跟求類似，對不對？

【Polya 建議：仔細看未知數！並試著想想有什麼類似的問題，有相似或相同的未知數。】

82.B26 : 什麼求？

83.G46 : 等一下，你看

84.B26 : What are you talking about ?

85.G46 *

86.G46 : 不要講英文啦！這有沒有類似什麼東西，在哪裡看過？

【Polya 提示句：有以前解過的問題，你能運用它嗎？】

(G46 以不盡相異物的排列方式，標示於圖形上做提示)

87.B26 : 有嗎？

88.G46 : 有沒有在哪裡看過阿？沒有嗎？在喚醒你的記憶勒？

【Polya 提示句：你是否看過這個題目？或是看過相同、但以不同方式表達的題目？】

89.G46 *

90.B26 : 7!，好像有勒

- 91.G46：有沒有？
- 92.B26：有
- 93.G46：求那個你還記得嗎？
- 94.B26：喔，那個我聽一點點而已

階段四：計畫與執行【P】、【I】

G46 有連結舊經驗的計畫可執行，但在表達解釋自己的想法時，發生了不確定性，產生了迷思，信心不夠，無法確定是否正確。

95.G46：喔，難怪你不會，反正就是你不管怎麼排嘛。你看就是怎麼說，他有七個位置一定要有四局贏才獲勝，代表其他三局都是輸的嘛，他沒有和局阿，所以一定要贏四局然後輸三局，這樣子， \wedge ，不對 \wedge ，我發現先贏四局者獲勝，那我這一題算錯了？

96.B26：你怎麼算？

97.G46：因為我是，恩，讓我想一下。其實也無所謂耶，我發現。先贏四局者，反正先贏滿四局的人就贏了阿。那這樣是代表說那個總共有7!嘛，7!重複的有4!和3!，好醜喔。因為你看喔，這是第一局第二局第三局第四局。

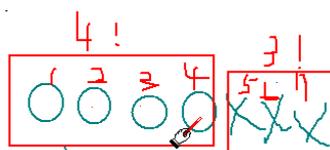
98.G46 *

$$\frac{7!}{4!3!}$$



99.B26：恩

100.G46 *



101.G46：第五六七。它不管是這一局贏還是這一局贏。(用指示講解) 不管哪一個贏只要贏四局就夠了。所以有些組合是，好像也不對喔。我發現。阿~我遇到瓶頸了。本來很有自信的，現在講講又怪怪的。我覺得跟那個求(學生指舊經驗)很像阿，因為反正只要贏四局嘛，不管哪一局，所以它們都可以歸類為四局贏三局輸，所以我就寫成下面那個樣子。
(學生不能確定答案是正確的)

102.G46 *

$$\frac{7!}{4!3!}$$

階段五：完成解題計畫【P】【I】

此階段 G35 是探索的發起人，但尚未開始探索。而組員先繼續原本解題計畫，並初步完成解題，但無法確定答案是否正確。而 G35 今天改使用筆記型電腦，使得麥克風及喇叭出問題，組員有建議解決方法，但還是無效。

103.G35>是要按照老師那個

104.G46：他說要按照那個什麼東西？G35 說是要按照老師那個，哪個？

105.B26：哪個？

106.G35>把數字變小的方法算嗎？

【Polya 提示句：未知數或已知數可以怎麼改變（必要時，同時改變二者），來讓它們彼此更接近一些？】

107.G46：把數字變小的方法算嗎？喔，把數字變小的方法我有試過阿

108.G35>還（是）這樣也可以？

109.G46：對喔，還是我們先用這樣算好了

110.G35>我也聽不到你們的聲音

111.G46：他聽不到我們的聲音勒，啊，怎麼辦？
(G35 今天麥克風跟耳機都有問題)

112.B26：我不知道勒，真的假的，不要搞笑喔

113.G46：他會不會等一下，他會不會沒開聲音吧，把喇叭的地方按靜音就聽不到？

114.B26：我怎麼知道，問一下(用 MSN)

115.G46：好

116.B30>你有開聲音嗎？

117.G46>你開（該）不會沒開音量吧？！

118.G35>有開阿

119.G46：他有開阿

120.B26：奇怪了，聽不到喔？

121.G46：要不要拔掉在開一次

122.B30>聽不到嗎？

123.G46：拔掉再插，對

124.G35>聽不到

125.B26：那你打一下

126.G46：我在打了阿

- 127.G46>那你在把它拔掉在差
- 128.G46：因為之前我聽不到你們的聲音，我就拔掉再插一次就好了
- 129.B26：是喔
- 130.G46：叫他在重登一次嘛
- 131.G35>你們有聽到我身應因嗎？
- 132.G35>聲音？
- 133.G46：你們有聽到我的聲音嗎？
- 134.B26：沒有
- 135.G46>沒
- 136.G35>是喔
- 137.G46：變，啞巴
- 138.B30>嗯嗯
- 139.G46：難怪我剛剛罵他啞巴，他都沒有聽到
- 140.B26：那你叫他重登
- 141.G35>我是用筆記型電腦上的
- 142.G46：他用筆電啦，筆電應該沒差阿？
- 143.G35>我也不知道，要怎麼搞
- 144.G46：就把那個
- 145.B30>那你重登
- 146.B30>登
- 147.G35>一樣ㄟ！
- 148.B26：95 是誰 Y？
- 149.G46：B22（別組的），你給他發言權阿，恩，不用，四個人應該有吧
- 150.B26：沒有
- 151.G46：不是四個人才滿的嗎
- 152.B30>是喔
- 153.G35>之前我爸用，也是一樣沒有聲音
- 154.G46：也一樣沒有，那應該他電腦的關係阿
- 155.G46：B22 可以幫我們解第六題嗎？啊！這時間是他們這一組的嗎？喔，不對他是昨天阿
- 156.B22>澡阿，各位= =
- 157.B26：我有給你發言權阿
- 158.G46：陳長鑫你可以講話

159.G35>不早了吧!

160.B22>我突然忘記怎樣算個人解題

161.G46 : 我突然忘了怎樣算個人解題

162.G46 : 就燈阿，有亮和不亮嘛，一顆亮然後叭叭叭，我也要解哩

163.B26 : 我們先來算這題好了

164.G46 *

$$\frac{11!}{4!3!} = 35 \text{ 甲}$$
$$35 + 35 = 70$$

165.G46 : 好，等一下，我也不知道為什麼，所以我的答案就是這樣子阿。35。
這代表我把這設定為甲贏的結果，一定還會有個乙嘛，對不對？所以我就乘以二，等於35+35

166.吳 : 70

167.G46 : 35+35=70

168.B26 : 我知道我知道要乘二，可是我不知道要怎麼把它個別算出來。
(應是指四、五、六、七局完成的個別情形)

169.G46 : 我覺得是這個樣子啦，他說他不知道怎麼寫個人解題，要怎麼跟他講阿？他聽的到我們的聲音嗎？

170.B26 : 他走了

171.G46 : 是喔，沒發現，喔我知道了，他可能以為這裡是個人解題的，就進來了

172.B26 : 我想的時候也是這樣想，可是我不知道怎麼把它算出來，所以算出甲就乘以二就好了

173.G46 : 對。因為甲贏可能會這樣子，乙也可能會這樣子阿。我是覺得是這樣，恩，因為，不對，我覺得不對，因為老師那個是求~求，如果用四個四和三個三去排列成七個，那這樣子怎麼算出幾種可能阿？

174.B26 : 我叫G35 寫一下，G35 不是會嗎？

175.G46 : 喔，對，叫G35 寫

176.G46>哈

177.G46>a 媽"

178.G46 : G35

179.G46>你會第六嗎？

180.G46>你寫好嗎？

- 181.B26：他會啦（後面證明G35 不會）
- 182.G46：你怎麼知道
- 183.B26：他剛說的啊，你白吃ㄗ（G35 有建議用縮小）
- 184.G46：他說可以用縮小範圍阿，縮小範圍怎麼縮阿，隨便設定嗎？（用MSN）
- 185.B30>你寫一下好嗎？
- 186.G46：如果說..他搞不好去弄電腦，我們自己先弄好了

階段六：以探索模式來做驗證【E】、【V】

在 G35 的建議下，組員能調整解題策略，以兩次縮小並圖示點算數量後，與一般化的解題模型做檢驗對照，發現兩次的局部驗證是正確的，而增強自己的信心，說自己是神。學生認為一般化放大還原試題，則能成功解題，在此評測解題的過程及對結果的信心有增加。

- 187.G46：如果說縮小阿，縮成，他不是說七局贏四局嗎？我們自己把他改縮小啊！我們把它改成四局然後贏幾局？贏幾局啊？

【Polya 提示句：如果不能解決眼前的問題，試著先從一些相關問題著手。考慮一些相關但比較容易解決的問題？】

- 188.B26：喔喔，你不會用三局就好了喔。
- 189.G46：三局，好，你不會寫喔
- 190.B26：就兩勝一敗不就好了
- 191.G46：要不要寫嘛
- 192.B26：好ㄟ
- 193.G46：3 局，贏不准寫注音，只能寫國字（贏筆畫多）
- 194.G35>我不會。（回應剛剛 B26 說 G35 會）
- 195.B26 *

3局贏2局敗1

- 196.G46：三局贏兩局，你好像寫錯字了，沒有，三局贏兩局然後算出可能性阿，我們自己用畫的
- 197.B26：你要往下拉喔。你用擦布拉，擦布就可以往下啦，你這個白痴。（擦子功能，可以用來往下拉出更多頁面空間，好書寫使用）
- 198.G46：謝謝，我這個白痴
- 199.G46：好
- 200.B26：不夠

201.G46：夠了好不好（空白頁面）

202.G46：三局贏兩局，你可以先用畫的嗎？

【Polya 提示句：畫個圖。採用合適的記號或符號。】

203.B26：畫什麼？

204.G46：就把它可能性寫出來阿

205.B26：我畫嗎？

206.G46：你要用贏或輸或圈或叉也可以啊，我看你那麼強應該可以寫贏和輸

207.B26：嘿嘿

208.G46：讓你寫贏贏贏輸輸輸

209.B26 *

0 0 X
0 X 0
X 0 0

210.B26：圈圈叉、圈叉圈、叉圈圈，還有什麼？

211.G46：就這樣啊，阿這樣怎麼算？等一下，你先寫3!減掉2!這樣是答案是多少？

212.B26：3!減掉2!

213.G46：不是啦，我在講什麼，我剛剛不是用 $\frac{3!}{2!}$ 嘛，這個若說可以的話

214.B26：3!除以2!不是3嗎

215.B26 *

$$\frac{3!}{2!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 3$$

216.G46：\，那是不是3，那我剛剛有沒有算錯，哈，那我們把數字放大，搞不好我們算對喔

217.B26：那我們用5局贏3局

218.B26 *

5局 2-3局

219.G46：\，那個字我看不懂

220.B26：哈，贏阿

221.B26 *

O O O X X
 O O X X O
 O O X O X
 O X O O X
 O X A O O
 O X O X O
 X O O O X
 X X O O O
 X O O X O
 X O X O O

222.G46：這個有點難畫喔，你要小心喔！繼續吧，圈圈叉叉圈圈叉叉...
 (小心列舉並做監控)【Polya 建議：仔細地檢查每一個步驟。】

223.B26：等一下，中猴喔

224.G46：抓猴

225.B26：圈叉叉圈叉、圈叉圈叉叉，還有什麼？

226.G46：還有圈叉叉圈叉

227.B26：還有什麼？

228.G46：叉開頭

229.B26：叉開頭是嗎？

230.G46：然後還有圈叉圈叉叉，有了有了，也有了(監控)

231.B26：還有什麼？你以為是第三個喔，跟第三個不一樣

232.G46：叉圈叉圈叉

233.B26：叉叉圈叉圈，還有什麼？叉圈叉圈叉

234.G46：好像白癡喔

235.B26：哈

236.B26：叉圈叉圈叉，有嗎？有一樣的嗎？

237.G46：沒有。不行，這樣一樣了。叉圈，阿不行，這樣一樣了，哈
 (監控)【Polya 建議：仔細地檢查每一個步驟。】

238.B26：你白吃ㄟ

239.G46：哈，叉圈，阿不行，這樣又一樣啊

240.B26：圈怎麼那麼多種，叉那麼少種？奇怪了

241.G46：因為圈有很多個，叉有兩個而已啊

242.B26 *

$$\frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 10$$

243.G46 : 12345678910 , 10 種 , 那 $\frac{5!}{3!2!}$ 這樣是多少 ? 算一下 , $\frac{5!}{3!2!}$ 這樣就是 4 乘 5 除以 2 , 10 ㄟ , 12345678910 (再次計數) , 阿 , B26 我們贏了 , 我們贏了

244.B26 : 不要那麼誇張好不好

245.G46 : 我贏了 , YA! B26 , 叫我神 ! 快點快點

246.B26 : 神 ! 神 !

247.G46 : 謝謝、謝謝、謝謝

248.B26 : 那應該就是這樣 70 種

249.G46 : 所以我們驗證就是這樣 , 回到這題 , 甲和乙都有可能 , 所以乘以二 , 等於 70 , YA , 太棒了

(Time00 : 41 : 30)

1. 探索與驗證階段共同分析

原本解題看似成功的情境下，無探索與驗證之階段。而這也說明了常見學生的解題歷程，當試題可能有計畫可以執行時，會把探索階段給跳躍過，而當計劃實踐於計算並完成解題時，大多的解題歷程就已經停止。

而在此合作學習討論的環境當中，學生必須要表達自己的思維，給其他組員做檢視，在表達當中會發現自己的思維有了新的碰撞，必須有可說服組員的背後數學信念，而此案例學生信心不足，因為沒有驗證，不能確定是否解題成功。

此案例是研究者第一次教學探索模式的週末線上討論，當學生在解題上發生困難時，有組員建議可以使用探索的模式來做解決，當有了發起人，其他組員在同儕的建議下，很快的有了新的路徑可以做嘗試，學生能探索並完成兩次局部驗證，原因是需要驗證是否解題正確，而控制解題行為，採用了探索模式，增加探索階段，並經由探索而成功的經驗了兩次局部檢驗，增加學生的解題信心，而完成驗證階段，可看出此探索模式也能當成驗證使用。

2. 後設認知行為

G46 注意到兩天前所學之短期記憶訊息（不盡相異物排列），要求組員作回憶並能重述課堂上之舊經驗給組員，來引入新的試題解題，當 G46 想表達其解題思維時，需組織新訊息來作解釋，雖能有計畫解題執行成功，但無驗證過程而使其信心不足，在 G35 的建議下調整為探索模式解題，而能控制解題歷程，以執行兩次縮小來組織新訊息與監控，能成功的經歷兩次局部驗證，最後信心大增，而解題成功。研究者認為此成功的驗證經驗，也將其轉為長期記憶，而成為學生知識的一部份。

3. 研究者反思

以同儕的言語來傳遞學習的要領，能更快帶動小組的成長，而探索須要有發起人，來建議使用探索，才会有共同探索的模式產生，建議對未來小組長多做訓練，可事先增加小組長對探索解題步驟之訓練，再讓組長帶領各小組於線上合作學習中親自體驗，並於未來討論，當發生解題困難的時候，組長需先建議小組共同來做探索動作，讓小組能夠有更多的探索歷程。

4. 小結

一開始是很典型的解題歷程，在舉例了解題意之後，第一步會先與舊概念作連結，並嘗試以舊概念引入解題計畫，當學生在解釋自己的計畫時，由於要整理並表達出其思考方式，來說服其他組員時，發現自己也不是很有信心，因為有解題計畫，但沒有驗證的方式來做支持，是故雖然至此，已經看似解題成功，但沒有辦法確定是否答案是正確的，此時小組有了探索的發起人，這就是一個很大的轉變，讓學生有了新的路徑，開始以探索的模式，去做兩次局部的檢驗，而增加對此題解題成功的信心。

學生能自然的走出新的探索路徑，而雖沒有想到第二種可以做分割的解法，但能明確的分析及局部驗證，讓學生擴大他的信心來當成驗證。所以真正的重點是探索的動機被摸索出來，學生能嘗試多做探索，且每次的解題成功也增強了學習動機。而探索的方法有效的話，學生就越願意花時間去做探索，並可看出探索與驗證是有相關聯性的。

4.2.3 學生探索失敗舉例與分析

探索模式牽涉到的成效有正向也有負向，例如有學生在討論中，探索一半就被其他組員阻礙了，或在監控上沒有細心及耐心，或沒有養成質疑的態度等等。而研究者嘗試設計探索模式，以提升學生問題解決的能力，但在控制探索的階段還沒有很穩定。首先學生遭遇到困難時，需要有主動探索的意願或發起人，而在執行探索時，還是可能會有解題失敗的情形發生。故本節以線上討論，在探索模式當中，所發生探索失敗的兩個案例，來原案分析並訪談探索失敗的學生，希望能找出未來該修正的方向。

案例	題目
一	<p>下圖是懸掛於天花板上電風扇之平面圖形型，中間部分是圓形，其餘四個部份是全等的葉片，今用五種顏色分別塗這五個部份（五部份各有不同之顏色），則共有幾種著色方法？</p> 
二	<p>將 4 本相同的書分給 6 人，每人至多一本，則有幾種分法？</p>

表 115 案例總表

案例一、描述：

第二組成員為五位男學生，其中四位有使用麥克風習慣。此案例一開始有六分鐘學生在書寫解答，但聽不到討論聲音，因為組長按到停止錄影，約7分鐘後組長才發現，並開始有了錄製的對話，但一開始解題是錯誤的。當學生回顧此試題時，B29先寫出一種正確的想法，但在做解釋時，還不是很確定是解題成功的，因為沒有信心，也沒有驗證的方法，此時組長想使用探索縮小來做簡化，組長剛開始探索時，B29又寫出了另一種想法，雖然解法不同，但與其第一種想法答案相同，而有了兩種解法，就有信心驗證解題成功，此時組長做探索中，能縮小兩次來觀察，但錯把風扇的葉片命名，導致圖示錯誤，而多計數了，組長無法找出數學模型，且組員沒有一起幫忙做監控，也在組員楊有了自己算出兩解法的情況下，並能做正確解釋，而其他組員及組長也同意是正確的，而結束解題歷程，並中斷組長繼續探索的動機。研究者認為這案例是比較不好的合作學習，雖然組員能分享兩種想法及做表達，但沒有與組長一起做監控，而阻礙了探索的發展。下表為此案例成員之描述。

	姓名	暱稱	成就	角色
組長	B01	昇哥	高	是解答者也是發問者，是用功及理解力不錯的學生，會追根究底的發問，是有耐心的學生，且對成績很重視。
組員	B28	B28	中	能解題與講解，會去質疑組員的解法，與組員互動良好。
組員	B29	29	中	在其他單元表現平平，但在排列組合單元的成就，有突飛猛進的情形，曾成功使用探索模式解題，並能與組員分享，在教室中開始會教導其他同學，但在線上討論時，不喜歡使用麥克風功能。
組員	B12	B12	低	很活潑的學生，認為有答案自己算可能比較快，上線討論較花時間，但還是會與組員上線討論，比較有自己的想法。
組員	B02	02	低	個性較內向的學生，與組員互動較少，大多以聽講比較多。

表 12 第二組成員描述

參與討論學生：B01、B28、B29、B12、B02，共五人

日期：97/04/23

討論時間：63 分

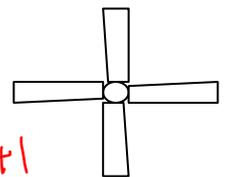
本題使用時間：20 分

討論主題：環狀排列



<問題>

下圖是懸掛於天花板上電風扇之平面圖形型，中間部分是圓形，其餘四個部份是全等的葉片，今用五種顏色分別塗這五個部份（五部份各有不同之顏色），則共有幾種著色方法？



符號說明

- * （書寫）表示學生使用書寫功能討論。→仁杰* x^2+2x+1
- : （說明）表示學生使用麥克風討論。→仁杰：說 X 平方加二 X 加一
- > （打字）表示學生使用文字討論區討論。→仁杰> x^2+2x+1

以下案例以 Schoenfeld 從控制的角度來檢視解題行為，將解題歷程區分為六個階段：(1)讀題：【R】；(2)分析：【A】；(3)探索：【E】；(4)計劃：【P】；(5)執行：【I】；(6)驗證：【V】；而案例之解題歷程以【R】→【A】→【E】→【P】→【I】→【V】符號做簡化。

原案分析

(Time 00 : 00 : 00~00 : 06 : 00) [JoinNet 檔案連結1](#)

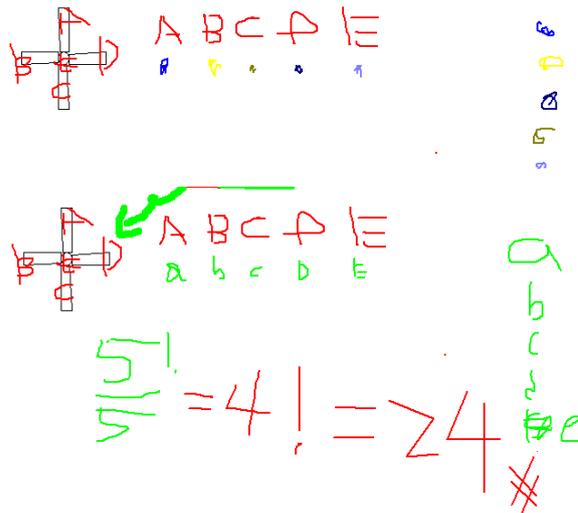
階段一：舉例了解題意後，以舊經驗來計畫並執行。【A】→【P】→【I】

討論開始前 7 分鐘 B01 按到靜音，故只有書寫沒有聲音。此階段能舉例了解題意後，以環狀排列的舊經驗，來帶入解題計畫與執行，但學生還未發現解題失敗。

備註：(Time 00 : 07 : 30)

B01：「我還沒錄影勒，我靠。」才開始有討論的對話錄音。

1.B01 *



(Time 24 : 20)

階段二：回顧並重新思考。【V】 [JoinNet 檔案連結2](#)

此次討論試題較簡單，學生普遍認為只有兩題比較難，在有多餘的時間，且三位學生 B28、組長及楊，都無法確定此題是解題成功的情況下，而開始有了重新思考的機會。此時 B28 與 B12 兩位學生，在討論今天坐捷運發生的趣事。

2.B12 * (第七題最後討論的答案)



3.B12：就是綠色畫的算式，有沒有問題

4.B28：好像怪怪的

5.B12：答案就這個好了，管他的換一題

6.B01：就兩題而已阿，就這兩題（認為有兩題較難，而回顧此小題）

7.B28：答案算出來怪怪的

8.B01：可是我不確定，是不是這樣啊（無法確定解題成功）

- 9.B12：應該是吧，我在網路上找到一個網站跟這題差不多
- 10.B01：要不要給我網址
- 11.B28：ㄟ，好厲害李宗儒(B12)，李宗儒蠻厲害的
- 12.B28：李宗儒我告訴你一件事，你剛在捷運上發生的糗事
- 13.B12：我是不是被那個小孩笑
- 14.B28：你說什麼
- 15.B12：我說後來那個小孩是不是有罵我，還是怎樣
- 16.B28：對阿，他罵你阿
- 17.B12：他怎麼那麼沒水準阿
- 18.B28：哈，五歲小孩
- 19.B12：拜託，我禮讓行人勒，他搞什麼
- 20.B28：根本就沒人，還禮讓，出去又進來，丟不丟臉阿
- 21.B12：ㄟ，龍山寺那麼大站，我怎麼知道沒人出來阿
- 22.B28：你吃屎啦，五歲小孩也發智障
- 23.B12：小孩太沒水準了，才沒幾歲，拜託一下
- 24.B01：在幹麻啦，什麼東西啦
- 25.B28：太好笑了
- 26.B01：你們在哭喔
- 27.B28：真的太智障，連五歲小孩都覺得
- 28.B12：這小孩太沒水準了
- 29.B28：哈
- 30.B02：什麼啊？宗儒
- 31.B12：沒事沒事
- Time 00：26：30
- 32.B29> ㄟㄟ
- 33.B29> 我總覺得這堤（題）怪怪的
- 34.B28：沒救了啦
- 35.B12：拜託，那麼多人怎麼可能龍山寺沒人下車，真的有鬼
- 36.B28：ㄟ，後面只剩下我們幾個而已ㄟ，你不會回頭看一下喔
- 37.B12：我怕別人撞到我，禮讓一下
- 38.B28：出去再進來，你丟不丟臉，人家以為你坐錯站
- 39.B01：我實在是聽不懂你們在討論什麼
- 40.B28：阿，局外人不知道啦

- 41.B12：一講就知道是我啊
- 42.B28：反正主旨就是五歲小孩也覺得他是智障
- 43.B12：管他的，那小孩沒水準，沒什麼家教
- 44.B29> 吵啥啦腦殘
- 45.B12：他媽在旁邊他都敢罵了，將來一定敗類
- 46.B12：這一題怪怪的啊，第四題阿
- 47.B29> 我覺得這題有問題啦
- 48.B01：我的感覺是5!，是 $\frac{5!}{5}$ 勒，感覺好像是5!，又好像是 $\frac{5!}{5}$
- 49.B28：ㄟ，現在以後我罵你智障，你就不能反駁，因為連五歲的小孩都覺得你是

階段三：楊有新計畫並執行。【P】→【I】

B29 有了與原本小組不同的新解法，而 B01 要求解釋，B29 能做正確的表達，但還未說服 B01，B01 會質疑是否可能有顏色會重複塗抹，而 B29 在沒有辦法證明的情況下，產生了第二種解法。

50.B29 *

$$\frac{4!}{4} = 3! = 6$$



51.B01：為什麼是4!

52.B28：誰寫的？ㄟ這題(現在)誰寫的？誰寫的啊？

(只有B29 沒麥克風，所以B29 只能用書寫與文字討論區來做表達)

53.B29 *

$$6 \times 5 = 30 \neq$$

54.B01：什麼東西

55.B29> 我總覺得是這樣= =

56.B01：可以解釋一下嗎？

57.B28：B29 寫的啊

58.B01：什麼東西，什麼東西

59.B12：快點

60.B29> 先算外面4 個部份

61.B12 : 4 個部份

62.B29>環狀排列

63.B29>有幾種排法

64.B29>如果加中間那個不是環狀排列吧= =

65.B28 : ㄟ，到現在國文還沒看，挫屎了

66.B02 : 沒救了

67.B01 *



68.B01 : ㄟ，我覺得他是不是把中間裡面，那個圓圈圈當成圓桌阿？然後三（四）個葉片就把它當成是人嘛，然後去排列，是不是這樣啊？

69.B28 : 那個圓也算一個ㄟ

70.B01 : 不是塗顏色上去而已

71.B29>大概吧

72.B29>只是最後要加中間那個

73.B28 : 天花板上電風扇圓的沒轉啊，所以應該是固定的吧

74.B28 *



75.B01 : 因為它好像會旋轉的關係吧

76.B28 : 圓的不會旋轉，其他會旋轉

77.B28 : B29 請你發言，B29 請你發言

78.B01 : 四個葉片、葉片，可是 B29 你這樣子算出來的話

79.B29> ?

80.B01 : ㄟ， $\frac{4!}{4}$ 是說四個葉片分別塗上四種顏色嗎？

81.B29>就先算他外圍有幾種排法

82.B01 : 然後塗上四種顏色之後，你再去乘以五，這樣不就，會不會有重複的顏色阿，就是重疊啊？（雖然 B29 有解釋，但還未說服 B01，B01 會質疑）

(Time 00 : 35 : 00)

階段四：B01 能調整為探索模式，而 B29 也有了第二種解題塗色的想法。

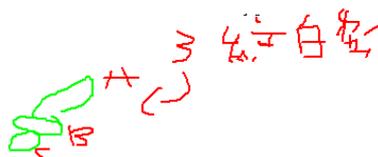
【E】 → 【P】 → 【I】

B01 懷疑 B29 的解法可能有誤，而調整解題策略，開始做探索模式，能先縮小做列舉，但把原本相同的葉片命名後再做點算，而改變了原題意條件為相同之葉片，導致探索失敗的開端。而同時楊有了第二解法的出現，也驗證了原本 B29 的第一個想法是正確的。

83.B01：幹，好煩喔！四個，我來簡化好了，四種顏色

84.B28：B01 很拼喔

85.B01 * (B01 為了方便列舉，而把相同的葉片命名後，就成為不相同的葉片，這也就是探索錯誤的開始，因為圖示列舉錯誤)



86.B01：三種顏色分別是紅白藍

87.B29 > 等

88.B29 > 好像有錯

89.B29 * (B29 有了第二種的塗色想法，雖然計算方法不同，但結果相同，也印證了原本他第一個想法也是正確的)

$$\frac{5!}{4} = 30$$



90.02 > ?

91.B28：吳聲霆(02)發言啦

92.B02 > 我不能發言

93.B01 *



94.B01：這樣好像是全部的可能性吧

95.B01 *

A B C
 ✓ R W B
 ✓ R B W
 ✓ B W R
 ✓ B R W
 ✓ W B R
 ✓ W R B

96.B01：是全部的可能性，1、2、3、4、5、6，6種

97.B28：我把明天要考的單字給你們，順便背一背啦

98.B01：可是要怎麼算出它是六種呢？（想連結舊經驗，以找出數學模型）

99.B01：一個顏色，以這樣簡化看來的話，一個顏色可以塗塗塗塗塗同一個東西，可以三遍，↘，沒有，兩遍

100.B28>diary 日記

(Time 38 : 00)

階段五：楊做第二解法的解釋，能說服組員及組長。【V】

B01 再縮小一次數據做探索中，而當 B29 有了第二解法，組員 B28 認同此解法是正確的，而中斷了 B01 繼續探索的路徑，B28 與 B29 能解釋並說服 B01。

101.B01：兩個葉片是這樣，三個葉片勒？

102.B01 *



 A B C
 R ✓ B Y
 R B W Y
 R Y W B

103.B01：還有別的可能性嗎？三種，所以說多一種顏色會多一種方法，所以說所以它會3種3種3種9種，再來是4種4種4種5種5種5種，12，15

104.B01 *

} } }
 4 4 4 = 12
 5 5 5 = 15

105.B29 *

$$\frac{5!}{4} = 30 \#$$

106.B29> 怎麼覺得答案就這樣= =

107.B28 : 那就這樣啦

108.B01 : 你說 $\frac{5!}{4}$ 嗎?

109.B28 : 對阿

110.B29> 恩

111.B01 : 爲什麼? 除以四, 那你中間那個不用除喔? (質疑)

112.B28 : 那四個是環狀排列阿, 所以除以四 (其他組員先認同 B29 的想法)

113.B29> 中間那個不市(是)環狀排列啊

114.B01 : 可是他說五個部份都要有不同顏色勒

115.B29> 對啊

116.B01 : 所以包括中間那個圈圈應該也有塗顏色吧

117.B29> 你現再算外爲四個對吧

118.B29> 外圍

119.B29> 4 個填滿後

120.B29> 剩下一個不就剛好甜中堅?

121.B01 : 剩下一個就剛好填中間

122.B28 : 他說這句話就對啊

123.B01 : 好像是這樣

Time 00 : 44 : 10



以下表格為此案例之解題歷程與探索、驗證階段之對照表

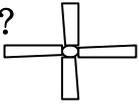
試題	解題歷程		
學生	解題歷程	探索階段	驗證階段
B01	<p>下圖是懸掛於天花板上電風扇之平面圖形型，中間部分是圓形，其餘四個部份是全等的葉片，今用五種顏色分別塗這五個部份（五部份各有不同之顏色），則共有幾種著色方法？</p>  <p>Handwritten work for student B01 shows the diagram with labels A, B, C, D, E for the blades. Calculations include $5! = 4! = 24$ and a flowchart: [A] → [P] → [I] (解題失敗).</p>	無探索階段。	無驗證階段。
B29	<p>Handwritten work for student B29 shows calculations: $\frac{4!}{4} = 3! = 6 > 24$, $6 \times 5 = 30 \#$, and $\frac{5!}{4} = 30 \#$. A flowchart: [V] (回顧) → [P] → [I] → [P] → [I] → [V] (兩解法驗證, 解題成功).</p>	無探索階段。 備註一。	有驗證階段。重新檢視解題步驟，並能有兩不同解法可以對照驗證。
B01	<p>Handwritten work for student B01 shows a tree diagram for coloring blades with colors R, B, W, Y. Calculations include $4 \times 4 = 16$ and $5 - 5 = 15$. A flowchart: [E] (簡化).</p>	有探索階段。能縮小並做列舉，但重複列舉而導致探索失敗。	無驗證階段。

表 13 此案例之解題歷程與探索、驗證階段對照表

備註一：此位學生本身於自家電腦前做探索，於探索成功後，直接在線上討論時，做有計劃與執行的歷程，研究者在線上討論的階段當中，不列入探索階段。

1.探索階段分析

原解題後無探索階段，但由於三位學生皆認為此題，還無法確認是解題成功的情況下，開始了新的探索過程，而 B29 於自家電腦前探索後，再有計畫的執行並分享於線上互動討論中，研究者認為是在線上的環境做研究，而把在線上環境以外的本身思考探索，歸類於線上計畫的階段，是故 B01 在此案例的兩個不同解法，皆歸類於計畫階段。但 B01 由於質疑 B29 的第一解法，可能有重複塗色的情形，而開始調整為探索模式，但 B01 縮小後做列舉時，把葉片給命名了，導致例舉失敗，而阻礙了探索成功的可能，而其他組員未幫忙做監控，也是探索失敗的主因之一，此案例發現了探索失敗原因，列舉失敗及同儕未幫忙做監控，且有了其他成功的解題策略後，也會中斷繼續探索的動機。

2.驗證階段分析

原解題後無驗證階段，但在重新探索後，開始有了回顧與反省的驗證階段，而楊有兩種不同的新解法，可以檢驗原先解題是不正確的，並且兩解法的對照，能讓學生有信心驗證出解題是成功的。

3.後設認知行為

三位學生，能瞭解自己是不清楚此題解題之思維，而開始回顧並重新思考，是好的後設認知行為開始，主要有兩位學生在各自探索解題，而不是共同合作探索解題，B29 能採用適當的策略先完成解題，但在 B01 的第二次監控詢問下，B29 未能作解釋，而有了再各自探索的歷程，B29 能調整以探索模式做解題，但縮小後圖示錯誤，而在無其他組員的監控支持下探索有了停滯，此時 B29 有了第二解法能為自己第一解法來做驗證，並能組織新訊息來解釋而成功解題，並終止了 B01 的探索歷程。

4.研究者反思

當 B01 同意 B29 的解法之後，應把 B29 的解題模型代入探索模式來作縮小，以方便做局部檢驗，而不是有了解答之後就中止探索的階段。此小組合作學習時當遇到困難時，較喜歡個別探索，此案例無法幫助組長做監控，能合作學習但卻缺少他人監控。

5.此案例探索模式失敗主因：

- ①組長能縮小，但列舉計數錯誤，且組員未幫忙做監控。
- ②組員已有兩解法解題成功，而阻礙了繼續探索的動機。

6.小結

如果沒有驗算，你可能是錯的，這個環節因為有了驗算的機會，所以才會發現答案原來是錯的，然後才得出新的答案出來，能有不同的作法，新的嘗試新的探索新的答案。

案例二、描述：

第六組於此案例中，五位組員只有三人上線討論，另增加一位沒有討論習慣小組的低成就學生，及組員 B15 的姐姐也上線討論。在排列組合單元由於計算過程簡單，重點在如何判斷使用正確之概念，來引入解題計畫，而學生在舉例瞭解題意之後，猜了三種舊概念引入解題，但無法確定解題成功而停止解題。最後組員的姐姐有了新想法，而開始了回顧此小題的機會，但其他組員能夠質疑並監控檢驗出此新想法是錯誤的，而低成就學生建議以探索模式解題，但在縮小列舉不夠有秩序，及找不出一般化數學解題模型，而探索解題失敗。

	姓名	暱稱	成就	角色
組長	B30	組長	高	個性較文靜，喜歡找尋舊經驗直接作答，討論時常直接進入解題計畫，或去猜測可能之解法，與其他組員解法不同時，會追根究底希望了解組員的解法，並會做不同解法之分析。
組員	B04	你帥丫？	高	個性積極，喜歡與組員分享想法，但在此案例中，由於麥克風壞掉，而改以文字討論區討論。
組員	B15	B15	中	下課會問問題之學生，但理解較慢。
組員	B34	Tim	中	喜歡背公式使用，而不喜歡花時間理解的學生。
組員	B5	趙偉成	低	活潑又笑口常開的學生，比較喜歡把時間花費在英文科目上，認為出社會英文才是主流。
第八組的組員	B21	B21	低	個性很活潑，常參加校內外英文演講比賽，數學成就表現不是很好，但在排列組合單元的表現有明顯進步，課堂上常發言，但大多沒有經過思考就直接回答，而 B21 的討論小組，是屬於沒有自動上線討論習慣之組別，但此位學生於段考前，會主動至其他組討論。
家人	B15 的姐姐	..		組員的家人

表 14 第六組成員描述

備註一：此案例謝及趙本週末上線，但沒有討論習慣小組的 B21 及組員沈子揚的姐姐有一起上線參予討論。

從本案例討論的成員可知，沒有討論習慣的小組，還是有部分組員會有主動討論的意願，而此少部分學生，應再重新分配到各小組，讓每位想學習的學生都有此機會與環境做學習。而研究者半年的觀察之下，家人也會參予討論，但大多是在自家被學生詢問，而此案例中家人有上線是比較少見的情形。

參與討論學生：組長(凱)_B04(許柏瑋)_B15(沈子揚)_陳 B21(B21)_沈子揚的姐姐，共五人

日期：97/05/05

討論時間：114 分

本題使用時間：15 分

討論主題：不盡相異物的直線排列、不重複組合

<問題>

將 4 本相同的書分給 6 人，每人至多一本，則有幾種分法？

原案分析

(Time 01 : 21 : 20)

階段一：舉例了解題意。【R】→【A】 [JoinNet 檔案連結1](#)

學生對於至少與至多在語意知識上容易混淆，而能藉由即時的澄清與舉例來了解題意。

1.B04 * (題意)

將 4 本相同的書分給 6 人，每人至多一本，則有幾種分法？

2.B04>至多是啥意思

3.B04>至少多依本

4.B15：最多吧

5.B04>至少比依本多？

6.B21：不能拿兩本以上，恩，就是兩個人拿不到

7.B04>至少要一本

8.仁中：至少要一本，然後不能一本

9.B30：至少一本

10.B21：不是，他說至多一本，最多一本

11.B30：喔，最多一本

12.B04>最多 1 本

13.B04>哦

14.B21：最多一本，所以說每一組會有兩個人拿不到阿，我想就是 1，2，有六個人對不對

15.B30：好強好強

16.B04>對阿= =

17.B21 * (例舉了解題意)

1 2 3 4 5 6 (-)
- - - - -

18.B21 : 閉嘴啦, 最多只有一本, 所以不會有兩本, 然後, 這是第一組的答案, 所以會有 5、6 拿不到

19.B21 *

1 2 3 4 5 6
- - - - -

20.B21 : 然後換第二, 現在變成可以 6, 那個那個, 其實這樣畫的完勒

21.B04 > 啥?

22.B21 : 每次有人拿不到, 嗯

23.B04 > 徒法煉鋼喔

24.B04 > @@

25.B15 : 這樣是六種喔

26.B21 : 沒有, 畫出來很多

27.B30 : 是四種喔

28.B21 : 怎麼可能, 看你有沒有耐心畫出來, 你要畫嗎

階段二：以舊概念連結。【E】

B15 在未經實際計劃, 就使用某些公式、定義或程序解題, 這些算式可能是適當或不適當的, 而嘗試連結舊經驗的行為。由於無新的想法, 而停止解題歷程

29.B15 * (亂猜答案)

4! x 6

30.B04 > 答案嗎?

31.B21 : 這不對ㄟ, 你剛說答案多少

32.B30 : 幹麻乘六

33.B21 : 4! x 6 誰寫的? 我覺得這樣答案其實有那個有, 這樣答案多少?

34.B30 : 不能拿兩本

35.B15 * (又亂猜答案)

H 6
#

36.B30 : 不能用H 吧

37.B21 : 這樣不對, 因為我想一下, 課本上有類似這樣的題目阿, 例題九, 在第
114 頁

38.B15 * (學生在亂猜, 但這是正確解沒錯)

C 6
#

39.B04 > 這樣會多依本

40.B04 > 於

41.B21 : 用課本上來寫氣球是比較多的, 而且課本上好像說是一個小朋友至少一個
所以先減一了, 如果相同本數, 這樣子錯誤的啊, 這樣子對不對

42.B15 > 槓...我玩蛋了...

43.B15 > 我登不會 / \

44.B04 > .-

45.B15 : 現在有什麼方法? 我想撞牆呀...

46.B21 : 沒有人在想? 沒有人在想嗎?

47.B15 : 下一題下一題

48.B04 > ...3

49.B04 > = =

50.B21 : 要放棄喔

51.B15 : 再問就好了啊

52.B21 : 好啦

53.B15 : 快一點下一題(第九題)

(Time 01 : 34 : 20)

階段三：回顧原試題。【V】→【E】[JoinNet 檔案連結2](#)

姐姐有答案, 組員能質疑並監控, 以列舉的方式來說明是錯誤的。而 B30 嘗試以舊概念與反面解法來做解題。

54.B15：ㄟ，我知道第八題了

55.B21：換一下第八題

56.B15 *

P6
/

57.B15：我寫我寫 P6 取 1

58.B30：錯

59.B15：爲什麼？我不知道，我姐講的啊，P6 取 1 就等於 6 種喔 (他姐上線爲...)

60.B21：看一下喔

61.B15：就等於六種阿

62.B21：屁啦，不可能是六種，好不好

63.B30：六種，1、2、3、4..(開始用列舉法去檢驗)

64.B15：那是我講的，不好意思

65.B21：1、2、3、4..(開始用列舉法去檢驗)

66.B04>結果真的是六種

67.B04>佈是吧= =

68.B21：不可能六種啦，一數就超過六種了 (能質疑並監控)

69.B21 *



Handwritten red numbers 1 through 6, with various lines and dots drawn around them, possibly representing a list or a diagram.

70.B15：沒有啊，它們都相同啊

71.B21：阿

72.B15：它們都相同

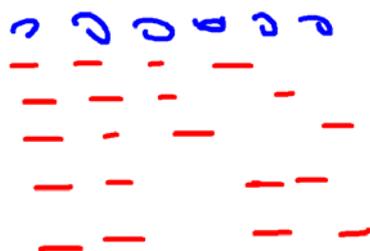
73.B21：對阿，可是分不一樣阿

74.B15：什麼不一樣

75.B21：分人啦，六個不一樣的人勒

76.B15：分分看

77.B21 *



78.B21：可以配 1234，1235，1236 然後 1245，1246 ㄟ，隨便數都超過六種

79.B15：是喔，那你就全部列完阿

80.B04>因該不是 6

81.B30：四的六次方，再用減的啊（概念選擇錯誤且學生想用反面作法）

82.B15：我知道了

83.B21：又知道了

84.B30：四的六次方再減掉多的

85.B15：你說四的六次方

86.B04>多的是啥

87.B21：你有在看視訊嗎，看一下看一下

88.B15：看不到

89.B30：什麼什麼什麼

90.B15：好神好神(好神公仔)

91.B21：你知道喔

92.B30：我猜對了，給點獎勵吧

98.B04>我看依下講義

99.B15：ㄟ，快一點阿

100.B21：這很奇怪，課本上是六本跟四本的

(Time : 01 : 38 : 00)

階段四：探索。【E】

B21 是探索模式的發起人。三位組員能多次縮小做列舉，但 B21 列舉圖示太亂，不夠有秩序，很難看出規律，而 B15 圖示清楚，但未找尋出一般化之數學解題模型。

101.B21：ㄟ，ㄟ，想到一個方法了，要不要聽快點

102.B15：什麼方法，講阿

103.B21：我講阿，閉嘴

104.B30：兇喔

105.B21：哈，一本先分給三個人看看，我們再來整理出那個那個規律性

106.B30：四階

107.B15：公式嗎

108.B30：所以是四階（組長還在猜答案）

109.B21：不對，一本的話，看一下嘛，我們來整理出規律性嘛

110.B15 *（縮小為一本書分給三個人）



111.B21：一本可以這樣對不對

112.B15：三種

113.B15 *（縮小為兩本書分給三個人）



114.B21：一本分給兩個人，A、B好了。這本分給A跟這本分給B是一樣，我們用C對不對，因為他們是同種東西分給A，一定要分給B囉，知不知

115.B21 *（縮小為一本書分給兩個人）



116.B15：阿？

117.B21：因為我們看左邊是書對不對？左邊是書的話，書A分給A等於書B分給A，因為兩本是一樣的書阿，所以用C來取，對不對？我想法有沒有錯誤，沒有錯誤對不對

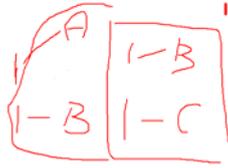
118.B15：目前沒有

119.B21：好，現在看兩本分給三個人的話

120.B15：也是三種阿

121.B21：兩本分給三個人，兩本書，它分給A，它就要分給B，如果分給B的話，它可以分給C

122.B21 *



123.B15：沒有阿，他每個書都相同勒

124.B21：對阿，A、B、C 喔，媽的

125.B30：馬德里（歌名）

126.B21：我在想，剛熊講的對，書都一樣對不對

127.B15：對阿，所以扣掉阿

128.B21 *



129.B21：所以這個跟這個是一樣的東西阿

130.B15：對阿

131.B15：對阿，每個都一樣

132.B21：那就只有三種了啊

133.B15：所以是不是很奇怪阿，然後三個人三本又變一種而已

（題型是書比人少，所以學生取到人與書一樣多，就發現題型解法又改變）

134.B21：對阿對阿

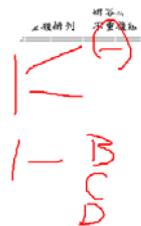
135.B15：所以很奇怪阿

136.B21：假設我們兩本書分給四個人勒

137.B15：兩本書分給四人

138.B21：一個分給A，就只能分給B或C或D，如果分給B的話，就分給A、C、D

139.B21 *（縮小為兩本書分給四個人）



140.B21：如果他分給C的話 只能分給A、B、D，總共有幾種？四種，你看有
沒有錯

141.B15：不是吧，不止吧

142.B21：爲什麼

143.B15：只有四種嗎

144.B21：我們現在不看排列，因爲BCD跟C B D跟D B C都一樣的東西

145.B15：都一樣

146.B21：對阿，都一樣，所以我們只看到這個東西的個體，他分給A 跟分給B
不一樣，如果他分給A的話，剩下只能分給BCD；如果他分給B的
話，剩下只能分給ACD；如果他分給C的話，剩下只能分給ABD

147.B04>把他縮小看看

148.B21：我現在就把它縮小啊，我現在不是在看嗎，把它縮小啊，對對對，快出
來了，先把它擦掉，快出來了，先把它看成是那個兩本，一樣兩本，好
不好，兩本給四個人五個人好了，直接分給六個人好了，三種分給四個
人

149.B04* (縮小爲兩本書分給三個人)



2本分3人

○ ○ ○
— — —



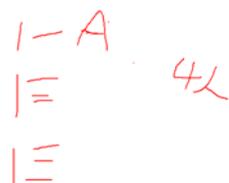
150.B04>3 種喔

151.B21：沒有，現在書變三種了

152.B04>蟲最小算比較好吧

153.B21：如果他分給A的話，只能給B或C或D，分給四個人，如果分給A 這
邊可以分給BCD，對不對，這邊也是BCD

154.B21*



1-A
1= 4人
1=

155.B21：可以分給BCD對不對

156.B15：我知道了，直接六乘以二就好了啊

157.B21：爲什麼？

158.B04>妳每次都知= =

159.B15：嗯，不是，六乘以四就好了啊

160.B04> 你知道很多次了..

161.B04> 我也知道

162.B21 : 爲什麼? 你解釋看看

163.B15 : 因爲我是把它縮小啊

164.B21 : 你說說看

165.B04 * (縮小爲三本書分給四個人)



166.B15 : 我就是有兩個人嘛, 兩本書, 只有一種, 誰在畫阿

167.B21 : 先不要(畫)好不好 大陸人(你帥嗎)在畫啦

168.B15 : 三個人兩本書的話, 就有三種, 四個人兩本書的話

169.B15 *



170.B21 : 幾種?

171.B15 : 六種, 我算出來是六種

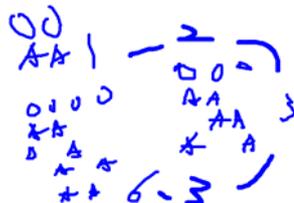
172.B15 *



173.B21 : 然後

174.B15 : 就這樣一直乘上去 Y

175.B15 *



176.B21 : 等一下四個人對不對

177.B15 : 人數增加就變多啊

178.B21 : 嗯, 你現在設到了四個人, 可是你有沒有注意到, 現在還有四本書(原

題意)，變成三本書你還沒有設設看

179.B15：四本書四本書

180.B21：如果變成三本書勒

181.B15：三本書喔，是個困難

182.B21：對不對 是個問題

183.B21：人的問題不是問題啦，現在主要是在於那個書

184.B15：機車

185.B21：怎樣，這題老師從來沒有講過，這一題是延伸吳家昇想出來的

(學生搞錯了)

186.B15：吳家昇想出來的(題目)喔

187.B21：那時候有個題目在考卷裡面阿，他是不同的書分給幾個人，後來吳家昇改良過了之後

188.B15：這怎麼算

階段五：探索時間長，而開始閒聊。

第 101 句至 188 句的討論對話，可發現學生都處於探索之歷程，且當時已經討論約兩小時，而開始閒聊起來，B21 用視訊拍小時候照片，而 B04 則於文字討論區敘述鬼故事。

189.B21：看一下我的視訊

190.B15：看不到阿

191.B30：這什麼，你喔

192.B21：是阿

193.B30：屁啦，不像

194.B15：為什麼我看不到阿

195.B30：你功力不夠

197.B15：我看到了，這是什麼

198.B21：以前的我啊

199.B15：屁啦

200.B30：你整型喔

201.B21：我有照片，屁啦，靠，等一下，小時候的我

202.B15：只看到頭哩，很模糊

203.B21：我調一下

- 204.B15：看到了，好小喔
- 205.B21：這張六年級畢業拍的
- 206.B15：這是你喔，你以前那麼瘦喔
- 207.B21：跟你講我以前很瘦
- 208.B30：他弟比他更瘦
- 209.B15：什麼原因阿
- 210.B21：沒有運動阿，我以前田徑隊的，沒運動就胖起來
- 211.B04>你解(B15 的姐姐下線了)離了
- 212.B30：太誇張了吧
- 213.B04>阿要 12 點了
- 214.B04>好可怕喔
- 215.B04>怎麼辦
- 216.B04>我還沒
- 217.B04>洗澡
- 218.B30>我也是
- 219.B04>我怕水龍頭流出來的不是水是血
- 220.B30>白癡
- 221.B04>洗頭洗到一半發現前面有人在幫你喜
- 222.B30>想太多
- 223.B04>進去後就初步來的浴室



階段六：重述題意。【R】

解題發生困難，學生重新理解題意，而組長還是認為原先猜測的解是對的，最後小組沒有共識而放棄作答。

- 224.B15：這一題真的很難勒
- 225.B21：對阿，這一題就想不出來啊
- 226.B15：阿，不對啦
- 227.B21：怎樣啦
- 228.B15：每人可以兩本
- 229.B21：屁啦
- 230.B15：他說每人至多一本勒
- 231.B21：至多一本
- 232.B30：有迴音啦

233.B21：把音響關掉阿，戴耳機啦

234.B15：他說每人至多一本，就是自己一本還可以再拿一本

235.B21：至多一本，就是最多一本不能拿兩本，可以不拿，但不能拿兩本

236.B15：至多一本，意思應該是說可以拿兩本吧

237.B21：不行啦，每人最多就一本而已阿

238.B15：是嗎？

239.B30：不要吵架

240.B30 *（組長還在猜答案）



241.B21：他最多一本就是解釋是說，最多這麼一本，可以不拿，我現在我給你一佰，你最多只能拿兩佰，那你還可以拿多少？

242.B15：一佰

243.B21：那可不可以超過兩佰

244.B15：可以啊

245.B21：你最多只能拿兩佰，所以我給你一佰之後，你可以拿一佰零壹元嗎？

246.B15：好像不行

247.B21：對阿

248.B30> \

249.B30>我要去洗澡ㄉ

250.B15：好，散會

251.B21：幹麻這樣結束了喔，誰在聽歌阿

252.B15：差不多了(今天討論快兩個小時了)



以下表格為此案例之解題歷程與探索、驗證階段之對照表

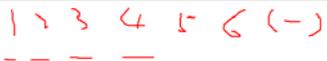
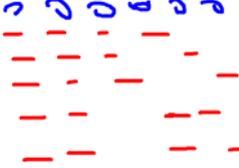
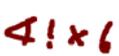
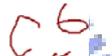
試題	將 4 本相同的書分給 6 人，每人至多一本，則有幾種分法？			探索階段	驗證階段
學生	解題歷程				
B21	 1. 舉例了解題意	 2. 舉例了解題意	有探索階段。但列舉圖示太亂，不夠有秩序，很難看的出規律。	有驗證階段。能質疑並監控，做局部檢驗，證明 B15 的 P_1^6 想法是錯誤的。	
	 3. 列舉檢查 B15 的 P_1^6	 4. 再次列舉檢查 B15 的 P_1^6			
	 5. 一本書分給 AB 兩人	 6. 兩本書分給 ABCD 四人			
B15	 7. 猜答案	 8. 猜答案	 9. 猜答案	有探索階段。使用不適當的舊概念來猜測解答。能以探索模式縮小列舉。	無驗證階段。
	 10. 姐姐的答案	 11. 一本書分三人	 12. 兩本書分三人		
	 13. 兩本書分兩人	 14. 兩本書分三人	 15. 兩本書分四人		
你帥嗎？	 16. 兩本書分三人	 17. 三本書分四人	有探索階段。能以探索模式縮小列舉。	無驗證階段。	
凱	 18. 猜答案			有探索階段。使用不適當的舊概念來猜測解答。	無驗證階段。

表 15 此案例之解題歷程與探索、驗證階段對照表

解題歷程：【R】→【A】→【E】→【V】→【E】→【R】→解題失敗

1. 探索階段分析

B15 與組長在未經實際計劃，就使用某些公式、定義或程序解題，這些算式可能是適當或不適當的探索階段。學生喜歡先以舊經驗來做連結，而做猜測解題的行為，但如無明確之思維或解題之數學信念，則無法確定解題成功。

而回顧解題後，B21 是探索模式的發起人。三位組員能多次縮小做列舉，但 B21 列舉圖示太亂，不夠有秩序，很難看出規律，而 B15 圖示清楚，但未找尋出一般化之數學解題模型。學生能調整以探索模式解題，但列舉圖示沒有秩序或找尋不出一般化解題模型，是探索路徑失敗的原因。

2. 驗證階段分析

能回顧原試題，此時姐姐有了答案，但組員能質疑並監控，以列舉的方式來說明是錯誤的。

3. 後設認知行為

四位組員能共同討論並澄清出題意至多與至少的差別，但中等成就學生 B15 以選擇三種舊經驗做猜測解題，在無解題思維作後盾的情況下，放棄作答，B15 要求改算下一題，此時解題是失敗的，而也在 B15 的姐姐有了新想法才有回顧此試題的機會，低成就學生 B21 能監控出此想法是錯誤的，並調整為探索模式解題，此時高成就學生以選擇兩種舊經驗做猜測解題，但也無其解題思維，B21 與 B15 兩人以探索模式來組織新訊息及相互監控，但在組織新訊息及監控的能力較差，也不能做調整的情況下解題失敗。

4. 研究者反省

此試題題意能修改成不相同書、能把人修改成相同的書櫃、能把條件至多修改成至少而產生多種變化，這時候學生容易混亂，需要多做分析與探索，也檢驗出研究者可能在教學上需要再多改進，須在最後把各類相似題讓學生能有更大的思維去做判斷的機會，但更重要的是當學生沒有動機信念願意多做嘗試探索時該如何去修正，可能需要更多時間更多體驗需在教學上再多琢磨，而此位高成就學生不容易調整使用探索模式，且學生看不到數學真正的價值，不知數學訓練就是要改變調整他自己，數學價值不是在乎能不能快速解題成功，應該先了解為什麼科學需要數學作探究的基本，要把物理化學都對應換成數學來研究，等成功了再轉回去看物理化學，能保證數學成立再回去檢視，這樣的話做學問的基礎方法才是最可靠的。

5.此案例探索模式失敗主因：

- ①能縮小簡化圖示，但圖示列舉沒有秩序，不容易觀察出規律。
- ②能縮小完整圖示，但找不到一般化之數學解題模型。

6.小結

高成就組長 B30 沒有動機信念與其他組員一起做探索。在 4.2.2 成功的案例中 (970427)，B30 (高成就學生) 以專家角度解題成功並做解釋後，B30 能夠追根究底的詢問出組員另一解法，來瞭解其組員運用探索模式解題成功之關鍵，但在此失敗案例當中 (970505)，B30 再以專家角度進行解題，但其解題失敗，並在其低、中成就組員 B21 與 B15 在探索當中，沒有幫助其做監控與調整，沒有幫助組織新資訊與找尋一般化公式，而使得小組解題失敗。高成就學生從上面的解題角度走不下來，中低成就學生從下面的角度走不上去，沒有共同合作相互調整。

下一小節為事後研究者訪談此組學生，高成就 B30 認為能直接解題是最好的情況，但如未能如此，則會選擇以猜 (連結) 使用何種概念來解排列組合試題，但成功機率認為只有 30%，在研究者繼續詢問下，研究者發現仁凱是能獨立使用探索模式來做解題，但仁凱認為探索模式解題約只有 80% 會成功，因為可能列舉錯誤或找不出一般化之解題模型，且計算多並花費時間，可瞭解此高成就仁凱雖然懂得如何運用探索模式解題，但較喜歡快速直接的解題，想嘗試以專家的角度解題，但卻無動機信念去運用此探索解題策略。

在合作解題行為，探索發起人是低成就學生，而共有三位組員參予探索模式嘗試解題，但高成就組長無參予探索，還是以猜概念的形式做解題的動作。以下研究者將以探索發起人之低成就學生 B21，與沒參與探索之高成就組長，作此案例之解題歷程回憶與訪談心得，希望了解個別學生對於此探索模式使用之心得。

6.訪談低成就之探索發起人 B21 與高成就之組長 B30

人物描述：

(低成就) B21 個性很活潑，常參加校內外英文演講比賽，數學能力表現不是很好，但在排列組合單元的表現有明顯進步，B21 課堂上常發言，但大多沒有經過思考就直接回答，而 B21 的討論小組，是屬於沒有自動上線討論習慣之組別，但此位學生於段考前會至其他組討論，並於此案例討論解題發生困難時，建議大家使用探索縮小的方式解題，但由於此案例沒有找出規律(解題模型)，所以最後解題失敗。

(高成就) B30 個性較文靜，是第六組組長，數學成就不錯，喜歡找尋舊經驗直接作答，比較不喜歡花太多時間作答，討論時常直接進入解題計畫，或去猜測可能之解法，與其他組員解法不同時，會追根究底希望了解組員的解法，並會做不同解法之分析。

(1) 回顧解題失敗之錄影檔案：

① B21 回顧解題失敗之錄影檔案

(Time 0300)

T：這什麼想法？

B21：那是那時候縮小在列的，後來發現變四個人五個人六個人的時候會不一樣，會變型，然後找不出來(規律)

(Time 0400)

B21：那時候他先設人變，書不變，後來發現兩個都變就不一樣了，規則性就不一樣，後來就想不出來

(Time 20：27)

T：其實上次你們有在做的時候沒有錯，這邊一個、這邊三個、這邊六個，畫都沒有錯，但有沒有去找這一個、三個跟六個，是用什麼來計算的？

B21：那時候我們不知道(規律)

(Time 22：30)

T：你可以去猜一個式子，都滿足這三個？

B21：恩， C_2^2, C_2^3, C_2^4

T：那我問你為什麼要 C_2^4 ？

B21：因為有四個人阿，四個人取兩個人得到這個東西，所以是 C_2^4

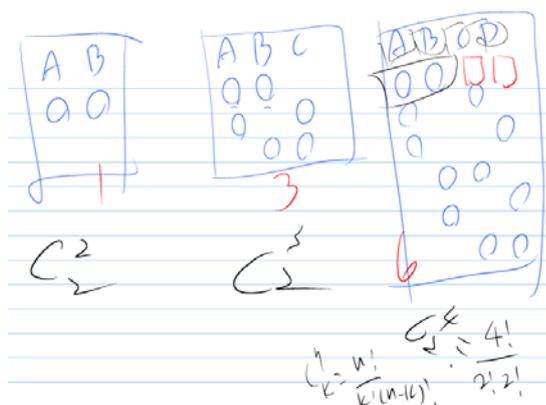


圖 44 B21 能找出數學模型

T：所以你們那時候差了什麼東西？

B21：我們沒有把那空箱子畫出來，所以我們就不知道到底是，恩

T：重點還是要去猜一個那個什麼東西？

B21：不盡相異物

【小結】

B21 認為當時找不出數學模型，但現在能找出其一般化之數學解題模型。

◎B30 回顧解題失敗之錄影檔案

(Time 04:45)

T：這題怎麼算？

B30：用 H 嗎？（學生直接猜舊概念）

T：不知道

T：你能很明顯的看出來是什麼解法嗎？

B30：看不出來

T：看不出來怎麼辦？（能調整為探索）

B30：縮小

T：假設你要縮小，要怎麼縮小？

B30：恩~兩本書三個人

T：假設你要縮小兩本書三個人，那下一步應該怎麼樣？

T：問一下為什麼要先縮小？好處在哪裡？

B30：可以找它那個阿

T：哪個？

B30：它規律阿

T：那你怎麼找？

B30：從小然後慢慢增大

T：小一點是不是比較容易怎樣？這麼多是不是不好畫，小一點是不是比較好畫

B30：比較容易

T：那你畫畫看

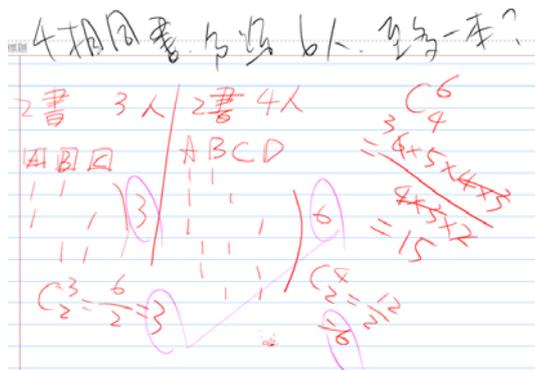


圖 45 B30 能使用探索過程解題

【小結】

高成就 B30 還是喜歡快速解決問題，但也能應用探索模式並解題成功。

(2) 學生使用探索解題的流程：

① 研究者與 B21 對話

(TIME 26:00)

T：你覺得做排列組合的題目，題目看完之後，最重要的是什麼？

B21：先套個小式子進去（與仁凱很像，想直接嘗試作答）

T：套個小式子？什麼是套小式子？看到題目第一件事情

B21：先把那個條件寫出來啦

T：條件？

B21：先畫圖比較明瞭，比較知道要幹麻，如果圖太大的話勒，縮小圖

T：如果圖太大，就是列舉太大

B21：就要把它這個例子縮小看看

T：縮小，縮小之後你還要幹麻？

B21：縮小，要縮小個兩、三個，不要只縮小一個

T：縮小個幾次是不是？

B21：對，縮小個幾次，之後去看出從中的那個那個規則性

T：規則，那你在縮小的時候是比較容易怎麼樣？

B21：看的比較容易懂，對阿，而且會比較容易簡單做

T：比較簡單做，什麼叫簡單做？

B21：就是說，在畫圖會比較容易阿

T：容易什麼？

B21：容易畫圖（容易完整列舉）

T：規則的時候要怎樣去找規則？你剛剛說縮小幾次去試，那怎麼找規則？

假設你去弄出來，要怎樣找他規則？

B21：嗯，我會把我知道的式子帶進去（猜解題模型）

T：知道的式子，比如說像？

B21：就 C(組合)阿、P(排列)阿，帶進去看看，如果 C 帶進去跟我畫出來的答案，我會做兩個算式，第一個先列舉，列舉完後再代算式進去，如果這個算式不符何我的列舉的話，就代表不是用這一個（做局部檢驗）

T：所以算式要符合你的列舉？

B21：對

T：所以這個東西在代算式的時候，有沒有比較猜的感覺？

B21：有

T：有嘛，因為你剛剛說不符合就不要，那假設都成立你也找出來算式，最後要？

B21：就把這個算式的公式代到我們題目進去

T：最後公式，代入原先試題

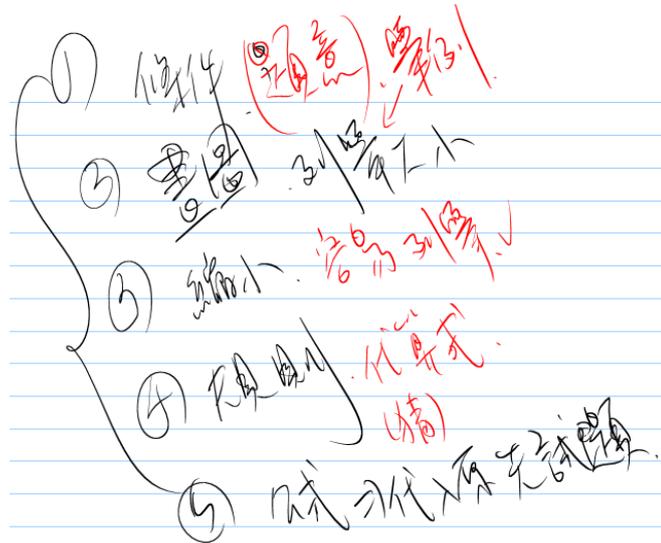


圖 46 B21 認為探索解題的流程

②研究者與 B30 對話

(Time 18:40)

T：看到題目第一件事情會怎樣？看到考卷之後第一件事情會怎樣？排列組合的時候

B30：了解題意

T：了解題意，接著勒？

T：假設這題你會，一開始看到題目你是不是可以很快的判別，了解題意之後，你會不會很快的判別這一題你會或不會？有沒有可能？

B30：不一定

T：假設你現在題目是看過的，了解題意之後有兩種，一個是有看過，一個是沒有看過，有看過你會怎樣想？這題目你已經看過類試題你會怎麼想？大概會想怎麼做？

B30：跟以前一樣

T：跟以前一樣，作法是不是可以用以前的模式套來使用，不管是用 P 用 C 用 H 或什麼，你已經猜出它，就像我們的概念圖一樣，要用哪個概念套進去就很快了

T：那沒看過的怎麼辦？依題意了解之後怎麼辦？你覺得呢？

B30：(沉思中)~

T：因為有看過的很簡單嘛，跟以前一樣，沒看過的是不是要想很多方法？那最好要是書可以翻開來，找到類似的最好，但考試不能這樣，所以你怎麼辦？沒看過的怎麼辦？沒看過是不是這一題不會解，有可能解不出來，也有可能解的出來，比較沒那麼確定嘛，所以沒看過的在

排列組合，你覺得要怎樣做比較好？

B30：試試看每一個公式（喜歡直接作答）

T：試試看每一個公式，那譬如說公式有 P_k^n 、 C_k^n 、 H_k^n 、還有一些不盡

相異物的排列、 n^k 等，但是填充題的話，怎麼去試？還是你知道哪個是答案？你每一個都試的話，怎麼找出它的答案？你怎麼知道哪一個是對的？你覺得勒？

B30：要看題目啊（希望從題意直接判斷解法）

T：看題目是要用哪一個？

B30：對阿

T：那萬一你一開始就挑錯了（公式），是不是答案就錯了，對不對？就直接挑了，因為有看過與以前一樣，沒看過你會去猜是排列、組合、重複組合還是重複排列，不盡相異物排列，有一堆很多種，所以要對題目的題意很清楚的話，去找到以前的東西的話，應該是屬於看過(題目)的地方，要看過就找跟以前一樣，所以感覺跟以前一樣就可以直接去做，但是沒看過的話，你試試看每一個公式，怎麼去試？你有辦法確定嗎？

B30：不確定

T：因為你有看過就很確定是哪一個，那不確定的時候怎麼辦？怎樣才可以去確定？

B30：驗算

T：驗算，那怎麼驗算？萬一他題目的數據太大你怎麼驗算？比如說有 1000 種好了，你真的把 1000 種列出來驗算嗎？不太可能喔，所以你用什麼想法去驗算比較好？還是你有什麼其他的想法可以試著去解這一題？因為試試看每一個公式，有可能會試錯，假設你沒有驗算出來真正答案的話，沒有辦法整個列舉出來，那我們剛剛上一題求四本相同的書分給六個人每人最多一本，那時候你們組員是在做這動作，你覺得是在幹麻？

B30：縮小

T：縮小，那那時候你們猜的到是哪一個（公式）嗎？

B30：不知道

T：猜不到，而且我好像發現有人在猜答案，有人猜 $4!$ ，有人在猜 C_4^6 ，

還有人用 H_4^6 啊，所以那時候就有人在猜了，是 B15 嗎？因為你們有時候在寫，沒有說話會不知道是誰寫的，像這樣猜你也沒辦法去驗證出來嗎？除非你明確知道這一題，我算過有信心對不

對，所以看過就與以前一樣，可以直接做，不用去試試看，可以直接找出來是哪一個(概念)，那假設沒看過的話，你剛剛說要試試看每一個，但你說要驗證，但是我們沒有辦法驗證出來嘛，可能沒辦法驗證出來，可能會猜錯，所以就下一步應該怎麼做，你覺得？就像你們剛剛組員有在做一樣

B30：縮小

T：下一步試著去縮小，為什麼要縮小？

B30：比較容易列舉

T：比較容易列舉，那你看比較容易列舉的話是不是，你剛剛說試試看每一個公式（直接做），是不是不容易驗證，容易列舉的話是不是容易去檢查，容易列舉就容易驗證，就容易檢查對不對，那下一個想法勒？可能縮小一次就好還是多試一下，縮小之後應該要下一步怎麼想？

B30：知道它的規律

T：那怎樣才可以知道它的規律？

B30：觀察

T：那觀察的話，你會不會去猜是上面的哪一個式子（概念）？

B30：會

T：所以你有沒有可能知道規律之後，你剛剛想先試試看每一個公式，但這樣不一定會對嘛，那你知道規律之後，是不是會把你列舉出來的答案，再去跟這些公式去做一個什麼東西？列舉就當成檢查，那這(選公式)做一個什麼？

B30：驗證

T：驗證，所以從它的規律去找答案(公式)來驗證，就像剛剛的上一頁好了，是不是有列舉出來，有公式跟答案是不是一樣，(算出來)都是三都是六，做了一個驗證，那驗證之後下一步我們應該怎麼做？你(局部)驗證之後，就找到一個就像一個公式一樣，一個模式一個公式或一個解法，這個解法是縮小，然後列舉作檢查知道規律，然後驗證，有了公式，最後還原試題，還是用這個公式去算

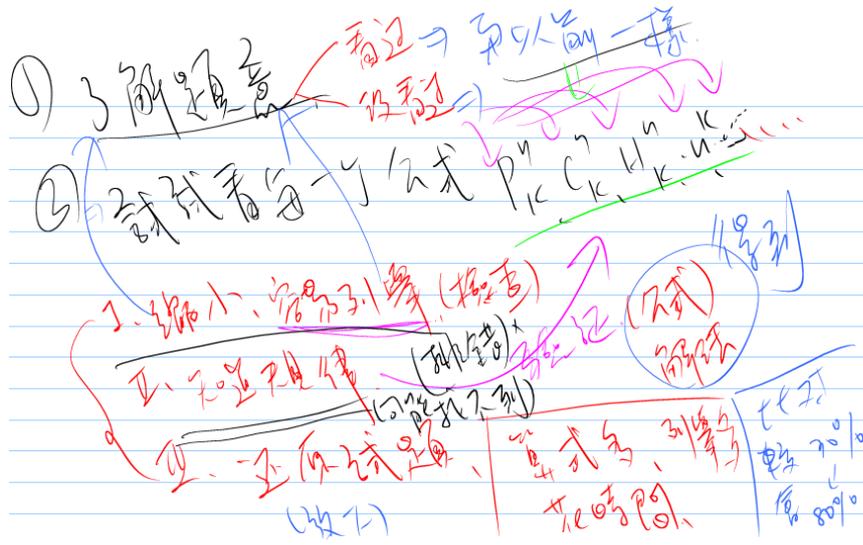


圖 47 B30 認為探索解題的流程

(3) 學生對探索解題的使用心得：

③B21 的心得：

T：那這個東西你覺得好不好用？

B21：好好用，超好用

T：超好用？哪裡好？要講

B21：我覺得這個單元尤其這個排列組合這個單元，適合用這樣子的方式

T：那假設有些題目你有做過的話，一看到就知道題目的算法跟答案你還會用這個嗎？

B21：不會丫，當然不會

T：那你什麼時候會用？

B21：會沒有看過的題目

T：沒有看過的題目？

B21：沒有看過的試題

T：那為什麼沒看過的試題要用這個？

B21：因為我不知道到底用哪個算式阿？所以說都不肯定

T：都不肯定？

B21：對阿，你如果每一個算式公式都帶進去看的話，我怎麼知道哪一個是正確的？

T：喔對，不管你是用 P 算 C 算，不知道到底用哪一個

B21：看不出來，因為通常那個這種題目可能是單選題，我覺得單選題裡面會有，就是會給你不同公式出來的答案，(學生知道通常設計題目時，會將容易錯誤的公式所得之答案，放在選項當中)，所以說不管怎麼樣算出來，你也不能用猜說，ㄟ，比如我用 P 算好了，ㄟ裡面有這個答案，剛好就是這個，不能這樣，所以說用在沒有看過的題目裡面

T：那你這次段考有用到嗎？
B21：有阿，有幾題有用到
T：有幾題有用到？
B21：對
T：那你有印象的東西？
B21：好像沒有
T：因為段考兩三個禮拜有了
B21：有拉那個，那個公因數那題
T：公因數那題？
B21：對阿，公因數要取最大最小那題，很特別那題，沒看過那題，我有用到，差點對啦
T：差點對？你是怎麼想的？10800？
B21：對阿，我把它公因數先弄出來，求 30
T：求 30 的因數還是不是的？
B21：不是的
B21：它的正因數中不是那個，我有把它縮小試試看，可是這種縮小也不能太小，不然沒有多少個正因數

◎B30 的心得：

I. 使用探索失敗的可能原因

(Time03:39)

T：這種方法有沒有可能找不到答案？

B30：有可能

T：有可能找不到？那你覺得怎樣有可能找不到答案？就是有去縮小，有去列舉了，縮小跟簡單的列舉，這個地方會不會出錯？

B30：有可能出錯

T：假設出錯的話可能錯在哪裡？

B30：排錯（列舉錯誤）

T：你說排錯，那排錯的地方就是沒檢查清楚嘛，你可能本來列舉可以列舉 12 種，但是你列舉 8 種就結束了，你沒有把它列舉完，所以排錯就完蛋了，排錯的話還可以找到規律嗎？所以會排錯的話，就是在做的時候要小心，要小心去對照，縮小列舉的時候要小心去檢查，看有沒有少列出來的（可能多計數或少計數），假設我們沒有排錯，那下一步找規律，那有沒有可能找不出來？

B30：有阿

T：為什麼找不出來？

B30：需要很多個算式

T：需要很多個算式，也有可能阿對不對，因為題目可能沒有那麼單調，

可能（公式）前面要乘以 n 或一個階乘或除以一個數有重複到，或是要分割分成三種情況，所以找規律有可能找不到，因為萬一試不出來是哪一個，通常最好的方法應該是在列舉的時候，比較清楚的知道它有沒有順序，可不可以重複，排列跟組合哪一個比較有關係，去找出來，所以還是有可能找不到，最後就沒辦法還原到下一步，所以還是有可能做不出來，但是這也是一種路徑，有機會可以解題，但至少你可以找得到的話，是不是從 30% 跳到 80%，解題的信心跟得分的機率也比較高，這不錯啊，還是有可能找不到，像上次列舉到後面，還是有找不到規則，找不到 1、3、6 是怎麼來的

II. 使用探索解題的好處

(Time31:40)

T：你覺得這方法好用嗎在排列組合的地方？

B30：不錯丫

(Time35)

T：算式多列舉又多，假如有時間不是就可以做，所以算式多列舉多花時間是它比較不好的地方嘛，那有沒有好的地方？

B30：比較會對

T：比較會對，應該是從剛剛你說 30% 變成多少？（信心）

B30：80%

III. 使用探索解題的壞處

(Time31:50)

T：那你覺得它可能好在哪裡？還是有不好的地方？比如說很麻煩還是怎樣？

B30：算式比較多

T：算式比較多，算式多，因為列舉就變多了，然後勒？還有沒有什麼想法？

B30：花時間

T：花時間，因為算式多列舉多花時間

IV. 使用探索解題的信心

T：你覺得假設你不會的時候，沒看過，看過就跟以前一樣，沒看過的話，你剛剛的第一個想法是試試看每一個公式

B30：恩

T：公式還不只這幾個要去試試看，而你剛剛說要驗證，但這不好驗證，所以你只能猜一個寫一個答案而已，（學生遇到不會作答的解決問題

方式)，那你覺得這樣子對的機率高不高？

B30：不高

(Time35：30)

T：以信心來看的話，這樣（探索）有幾十百分比？

B30：80%

T：那（直接）試試看每一個公式，有多少百分比會對？

B30：30%

小結：

低成就學生認為此探索模式很不錯，當遇到沒有看過的試題及在段考中也會使用到，此模式容易列舉做檢驗。而高成就學生認為能直接猜測出正確概念，來作答是最好的情況，但假如沒有辦法確定解題計畫的話，直接猜答案只有 30%有信心成功，而以探索模式解題的話，會提升至 80%有信心成功，但認為探索較花費時間與計算，且有可能列舉錯誤或找不出一般化之解題模型情形發生，是故不是一定會探索成功。



4.3 研究中師生的成長

研究過程衝擊到研究者最初的教學信念，觸動的改變，使得研究者本身對教學理念的認知衝突，研究者開始反省，做調整及修正，並執行及觀察於反覆的行動循環中，在此歷程師生都有了新的收穫。而本節將分為學生的學習態度與教師的專業成長做分析。

4.3.1 學生的學習態度

此研究不強制學生個人上線自學及小組線上合作討論，而線上討論不是每個小組都有主動上線，原本研究者想以記分方式要求學生上線討論，但對於沒有電腦網路可上線的學生會有不公，及想真實呈現學生之學習狀況，故還是以自主學習為出發點作觀察。

本小節分為以下兩個層面，來分析學生之學習態度：1.學生問卷；2.兩個教學網站之學習紀錄；

1.學生問卷

建置教學錄影網站已超過一年，且線上互動式的合作學習也實施超過半年的時間，此問卷希望了解學生對於研究者的教學方式，及其線上討論之學習方式，對於學生在學習數學的興趣及態度上，是否有所改變而設計，並希望了解學生對於排列組合單元，所使用探索解題策略的感想。問卷發放為 97 年 06 月 24 日，全班 44 位學生，1 人請假，共回收 43 份問卷，其中男生 30 份及女生 13 份問卷。

以下符號表示為：B01→男生 01 號；G42→女生 42 號

問題一、你有沒有補習數學？

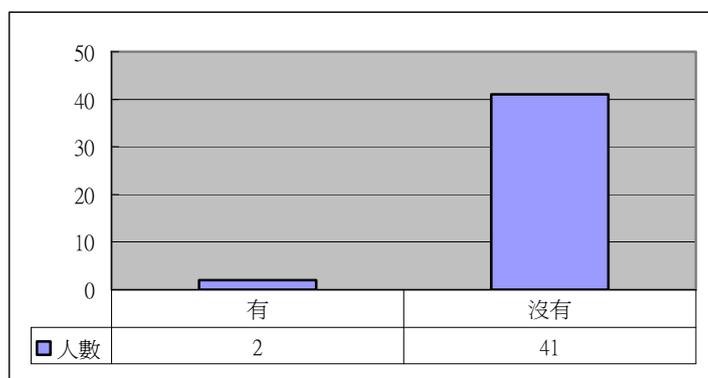


圖 48 你有沒有補習數學？

(1) 勾選原因：

選項：有補習（2 人次）

B23>因為可以幫助我學習更清楚。

G39>因為感覺上高中就是要補習，而且會有比較多的題目練習。

選項：沒有補習（41 人次）

B04>私立學校學費高，若在補習會對爸媽的負擔更大，所以沒有去補習。

B28>時間不夠，家裡無法負擔補習的費用。

G42>補習班太貴也太可怕了。

B17>平時上課再加上補習會太累人。

B24>讀“開南”~沒空間時間。

G37>學業課業繁重，假日也沒有時間補習，沒有一天可以好好的休息。

G41>大部分的時間都在學校，沒辦法補習。

B13>認為自己只要拿住課本的底分就好了。

G45>時間不足，而且我覺得把學校的東西讀透就很夠了！

G35>外面的補習班教的程度對我來說太深，無法吸收負荷。

B46>沒錢，也不知道要補哪，程度也不同，會怕怕。

B25>反正也聽不懂，何必到補習班浪費錢，然後給老師當，而且浪費時間。

G47>曾經有，但成效並不好，後來沒再繼續補習。

(2) 資料分析：

由於私立學校學費高，且大多數家庭社經背景較低，無法負擔額外之補習費用，及學校每週有兩天晚自習的安排，且假日此研究班級需到校加強學習英文的情況下，學生沒有補習費及時間體力，所以只有兩位學生有課外補習數學。而部分學生認為只要能夠學好校內的教材就足夠，且校外的補習班可能教的難易度較不適合本身的程度，認為成效可能不佳，而不會有想額外補習的意願。

研究者發現本校各班學生大多都有此狀況，所以知道學生的學習完全是在校內與老師及同儕相互學習的情況下成長，而如何增加學生額外學習的機會及意願，就只能靠課外時間利用遠距教學，來增加學生的學習環境及機會。

問題二、你有沒有至教學網站看教學錄影檔案？

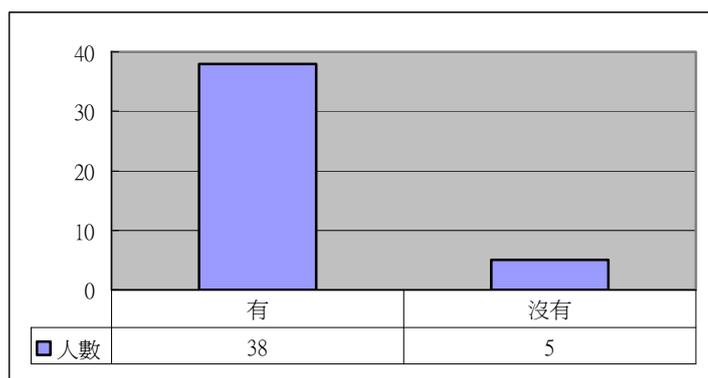


圖 49 你有沒有至教學網站看教學錄影檔案？

(1) 勾選原因：

選項：有上線看教學影音教材 (38 人次)

- B01>不會的地方要複習。
- B03>有時沒上到課時會去看。
- B04>上課沒聽清楚或做複習。
- B11>遇到課本不會的題目會去看。
- B13>有時間時偶而會去看，或遇到類似不會的題目。
- B14>段考前。
- B25>段考前看一看，說不定還能撈分數。
- B15>上課有些不是太懂的地方。
- B16>如果有不懂的問題都會去看。
- B19>加減看，希望補強 Math。
- B21>上課分心會沒看到一些重點。
- B22>彌補當天沒看清楚的地方。
- B24>沒有上到課（例如：請假、做報告）的時候就會回家看，但平常比較沒去注意，因為費時。
- B30>因為上課 有些地方沒聽到或沒聽懂，就會再去聽一次。
- G35>有時課堂上沒上到或不專心時，還可上去看上課教學內容，複習一下。
- G39>有時候上課看不太懂，回家可以看，考前也可以複習。
- G40>可以複習又免付費。
- G41>在學校不太懂時，會利用假日時間上網看。
- G42>在上線討論時遇到窘境我就會去看。
- G43>有不會的可以藉此學習，且可以在任何時間上去學習。
- G45>∵ 大家都不懂，∴ 會去看，把它弄懂！（高成就學生）
- G46>請假沒上到課，或是真的不會做時。

G47>只看了幾次，每次看一看就會想吃東西。

選項：沒有上線看教學影音教材（5 人次）

B08>用電腦的時間有限。

B23>沒時間看，有補家教。

B31>覺得有點麻煩，家裡網路分享器分成四台會 Lag。

G36>Lazy，功課都寫不完了，我想睡。

G44>我家不能上網看。

(2) 資料分析：

研究者教學網站的建立，一開始是為了幫助九十週年校慶期間，在長達一個月的各項活動中，常有學生請公假未能做學習的情況下，所產生的一個解決方式，而至今此教學方式及網站也超過一年的建置。而教學網站能幫助請公假及病假的學生，或是上課沒聽清楚，或是想複習的學生，尤其是在段考前的複習，因為網站會記錄學生的學習狀況，研究者也發現到段考前觀看教材的學生，學習時間有變多的趨勢。而 $38/43=88\%$ 的學生會上線自學，學生能主動做學習，也增加了很多自主學習的意願與時間，這也創造了一個課外的學習環境。

問題三、在教室中使用平板電腦搭配投影機教學，也使用動畫(例如：拋物線的動畫、遞迴關係的河內塔遊戲等等)，此類教學方法你喜不喜歡?

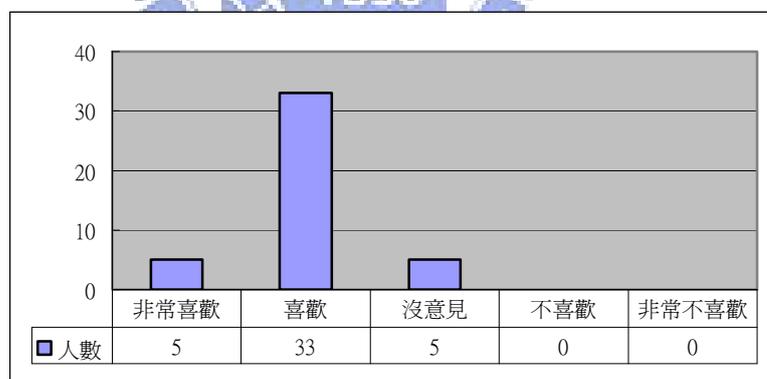


圖 50 在教室中使用平板電腦搭配投影機教學，也使用動畫(例如：拋物線的動畫、遞迴關係的河內塔遊戲等等)，此類教學方法你喜不喜歡?

(1) 勾選原因：

選項：非常喜歡（5 人次）

B34>更增進師生互動，而且我國中補習班也是用電子白板上課的。

- G43>不是死板板的教學，可以增進印象。
G46>太生動了，畢竟你是數學老師，又不是美術老師，會讓上課更有樂趣。

選項：喜歡 (33 人次)

- B01>配合一些動畫遊戲讓數學更加有趣。
B03>較淺顯易懂。
B04>因為有時上課若沒聽清楚的地方，且不敢去問老師的。
可以藉由那個網站再上一次課。
B05>有模擬的東西或實物會增加學習意願，不單只是看著投影片！且幫助熟記方法。
G08>喜歡，比較生動，也比較有新鮮感。
B10>很不錯，比較了解上的是什麼，也比較有互動。
B11>很有趣，而且看到相關類型的題目，有比較會解題。
B12>可以藉著影片更清楚了解到一些定理，比文字敘述更有印象。
B13>因能夠運用動畫來增加自己的印象。
B15>更容易在腦中形成正確的架構，讓你較容易了解。
B19>能夠把死板的 Math 套用在實用的地方。
B21>沒灰塵，很立體，很 3D。(學生坐最前面第一個位置)
B25>還 ok，因為寫在黑板上的字密密麻麻的，不知道在算哪一題，投影機+電腦則是一題一面，很清楚。
B28>因為數學有些圖形用動畫的方式來表現，會更有印象。
B30>使上課更加活潑生動。
G35>較可以理解抽象類的圖示，邊上課邊玩遊戲，也不會太無聊想睡覺。
G37>很特別，跟傳統教學不一樣，沒上到的部份也可以再去看。
G41>在上課方面顯得活潑生動。
G42>可以透過其他的方式讓我們了解數學的定義。

選項：沒意見 (5 人次)

- B17>看投影容易分心。
G36>都有好有壞，用電腦會覺得回家看就好，所以通常就不會太認真上課了，而回家也通常都沒能去看電腦了！用黑板或許沒有儲存，但會因為會不見，而趕快把握抄下來，所以對我來說目前是這樣吧！而且我不喜歡電腦，對電腦也有排斥感。
G38>因為至少不會時，可上線討論。有時有動畫，可讓我更

容易學習。

選項：不喜歡（0 人次）

選項：非常不喜歡（0 人次）

(2) 是否有哪裡需要改進?或建議?

改進：

- B01>畫面不太清楚，應該是投影機太爛。
- B04>時常不能上去網站，且投影機有時很模糊。
- B27>否，已經發揮到極致，不需再改進。
- B29>有些字體太小。
- B31>用電腦上課較容易分心，且有些角度某些人看不到。
- B32>電腦不要常當機就好。(手寫筆當掉)
- G36>字太小，字太醜。
- G38>有時後投影機會不太清楚，沒辦法清楚看到文字。
- G39>太陽大時會看不清楚，字有點小。
- G46>有時會被擋到，又拉的太快來不及抄。

建議：

- B03>能有更多的活動。
- B05>希望常有這種方式，不然看投影片很少親自動手做，很想睡覺。
- G07>有時太安逸了！沒有動力去認真上課。
- B13>如果資金夠的話，能夠用平板電腦近距離的教學，並不適合用投影機，因有時候後面的人會看不到。
(學生希望用電子書包)
- B14>偶而可以用黑板。
- B25>有！投影機只能借鯨，不要借跛腳的那群“動物”。
(此位為班上之資訊小組長，平常幫忙裝投影機，而投影機共四台，命名為鯨、獅、熊、虎，有投影機亮度不夠或是腳架壞掉)
- B28>希望以後還有圖形的題目，老師能再用動畫來教。
- G37>有時後可以用黑板上課，因為做第一排的同學會擋到，位置要喬來喬去的。
- G42>可以讓後排的同學往前坐，讓你好控制秩序也可以集中同學的注意力。
- G45>希望學校換新的投影機，或是加裝窗簾。

(3) 資料分析：

有 $38/43=88\%$ 的學生，都喜歡此種教學方式。學生認為模擬的動畫較為生動有趣，比起單用文字敘述的定義，更能加深印象，而遊戲也讓學習更有互動，不是死板板的教學，更能增加其學習意願，且在學習上喜歡有新鮮感。

而坐在講桌前的學生由於常會吸到粉筆灰，則認為沒有粉筆灰是好的事情，研究者也認為不需抄寫試題至黑板，也省下許多抄題所該花費的時間。而在硬體上面，由於手寫功能可能會有不能手寫的情況，而導致教學中斷，需重開一個新頁面來做教學即可解決，而學生都說這是手寫筆斷水，但能解決。而教室中由於搭配投影機做教學，學生認為部分投影機的投影效果亮度不夠，希望學校能更換新投影機或加裝窗簾，且學生坐的位置角度，可能會被部分同學擋住視線，需要移動座位會比較麻煩。而教學網站是清華大學的資訊資訊工程系所提供電腦硬體架設網站，故當網站發生問題時，研究者只能寄信給網管，等待網站的連線恢復。而部分學生已經習慣觀看教材，故也曾有研究者忘記上載當天之學習教材，而經由學生 MSN 告知，或手機簡訊告知，或留言至網站上的情形發生，都是希望研究者能趕快上載教材，好讓學生做學習，而這也顯示了學生主動學習的意願。

學生建議未來還有幾何單元的學習時，能夠繼續搭配動畫來做教學，也希望多點遊戲或活動，而此種學習對學生較有新鮮感，是一種刺激，但需要看單元及教學內容來做安排，不是每個單元每種題型都能有所融入在教學上，而此種教學刺激比較注重在外在的教學品質上，也經由指導教授的檢視及建議下，改變研究者並增加了以下的線上互動式的合作學習，是屬於內在的學習歷程，能把學習的主體交還給學生。

問題四、你假日有沒有上線合作學習討論數學？

(勾選沒有者，第 5~8 題免作答)

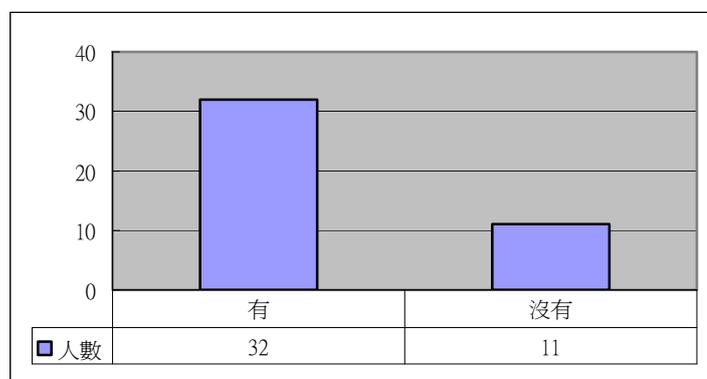


圖 51 你假日有沒有上線合作學習討論數學？

(1) 勾選原因：

選項：有上線討論 (32 人次)

- B01>互相交流不同解題方法。
- B03>與同學討論不會的題目。
- B04>為了精進數學，跟同學聊天
- B05>有時忘了，有時比較忙，但還是會有。
- B12>藉著跟別人討論，可更了解自己哪地方不熟。
- B19>找同儕問較明瞭。
- B22>可以增進感情。
- B23>可以互相問答。
- B24>平常會去看，但最困難的是全員到齊。
- B27>可和同學互相問數學題目。
- B28>自己一個人在算，有時候會卡住想不通。
- B29>討論自己不拿手的題目。
- G35>有些會做的題目，再由自己親自講解，會記憶較深刻。
- G37>可以請教同學不會的題目。
- G38>和同學討論不會的題目。
- G39>考試題目不會的話，跟同學一起討論。
- G42>這樣我不會的地方，可以在線上問同學。
- G43>與朋友一起討論，比較有學習意願。
- G45>感覺很好，可以複習到數學。
- G46>很好玩啊！有聲音又有畫面，讚！

選項：沒有上線討論 (11 人次)

- B16>好像同組組員都沒上過線。
- B25>因為都在玩+沒有組。
- B32>假日不能用電腦。
- G41>就沒有時間。
- G44>網路有問題。
- G47>數學沒有吸引力。

(2) 資料分析：

有 $32/43=74\%$ 的學生，有上線合作學習。學生認為藉由討論及親自講解，能更了解自己學到了什麼，缺乏了什麼，再獲得了什麼，就是認知上解構與再建構的過程，而能不斷地豐富與加深學習的心得，以進行有意義之學習。而學生也認為與朋友一起討論，會比較有學習意願，且可以增進同儕間的感情。

而研究者認為在校內由於課堂時間有限的情況下，討論及合作學習的時間更是有限，而如能在此建立一個環境，讓學生能穩定的在同一個時間，不同的空間下，做同步的遠距學習，這幫助了學生建立學習的環境，也藉由同儕的相互教導提攜，更能提升學生的學習意願。

問題五、你對假日線上合作學習所花費的時間投資，認為值不值得？

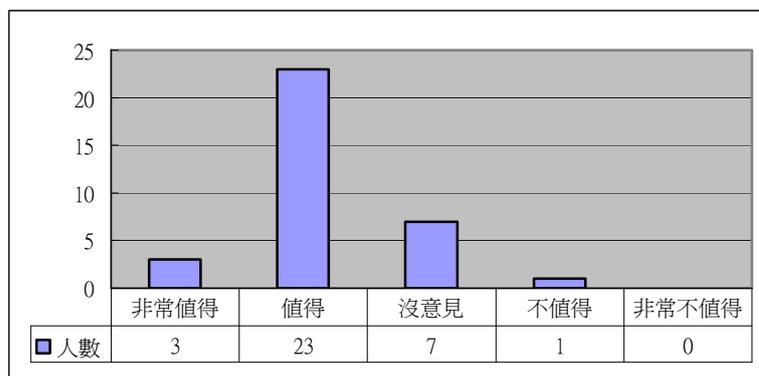


圖 52 你對假日線上合作學習所花費的時間投資，認為值不值得？
(11 位沒有上線討論的學生，有 2 位有勾選值得，其餘 9 位學生未作答)

(1) 勾選原因：

選項：非常值得 (3 人次)

B11>比自己一個人解題的速度還要快。

G46>都會著了魔似的算數學，有時答案對，但算式錯，就會在討論中被發現。

選項：值得 (23 人次)

B02>比起自己煩惱，不如聽他人意見。

B04>可以學更多的方法。

B05>還算值得，方便許多。

B10>能多熟悉題型吧！

B15>討論時間也不會花太多時間，也借助同學讓自己更快了解。

B17>確實有增加數學的能力，假如夠認真的話。

B19>因懂人可以複習，不懂人可以找懂人請教，互相切磋學習。

B22>可以互相討論，你會而我不會的題目。

B23>值得啊！還可以聊天！多方便。

B24>可以增加整個對數學的興致，很值得。

- B26>可多練習。
- B27>可把不懂的問題，在假日時一次解決。
- B28>能和同學討論不會的題目，了解更多想法解答。
- B29>可以多聽他人的想法，知道更多種解題方法，還可以趁空檔聊個天。
- B30>讓我把玩遊戲的時間，轉移到討論數學的時間。
- G35>如果假日那段時間沒有上線討論，也是在看電視，把時間固定好，知道這是團體的活動，比較能約束自己，不去做其他事。
- G38>把不懂的題目弄懂。
- G39>說不定別人有另一種算法會更容易。
- G40>反正假日也不知道要幹麻，利用時間去討論，累積下來一定有進步。
- G41>能和同學們互相討論。
- G42>假日寫完作業也沒事做，與其做「TV 兒童」，討論數學可能還比較好，因為電視還有重播。
- G43>現在比較沒有時間，會思考上線的必要性。
- G44>雖然我家網路不能上線討論，但是這個方法感覺起來就很有用，而且班上有很多人都因此喜歡討論數學。(此位學生因為自家網路關係從未上線討論過，但卻認為值得，且研究者也看出在教室中學生討論也變的熱絡起來)
- G45>因為有時會懶得做數學題目，不會的就會跳過，假日上線可以再複習一次，把不會的認真去搞懂。

選項：沒意見 (7 人次)

- B01>也算是有約束到自己要規劃時間學習。
- B03>有時很難確定組員是否專注。
- B12>有時就要花一、二個小時，感覺若有答案自己算，應會比討論更快。
- B13>有時後長時間在電腦前，或許對有些爸媽不了解在做什麼，都認為在玩電腦。
- B14>可以上網學習，應該算值得吧。
- B21>感覺沒差。
- B34>假日還是有人會有事要忙，所以沒討論到。

選項：不值得 (1 人次)

- G37>組員都不上線討論，總是那幾個人，而大家的時間又沒有辦法配合。

選項：非常不值得（0 人次）

(2) 是否有哪裡需要改進?或建議?

改進：

B01>有時不能上網站。

B27>覺得用滑鼠解題時不太好操控。

G35>不是每個人家都有錢買手寫板，就只能用滑鼠，以至於花很多時間浪費在用滑鼠寫字上，不過我認為在家裡用電腦討論是很方便的教學方式，可邊吃東西邊上數學，可不受約束。

建議：

B02>有備算式解答，討論完馬上對答案。

B03>增加組員向心力。

B04>一間討論室只能容納五人太少，有些組若沒討論，但少部份團員想討論，就無法於其他組共同討論。

B12>能夠在每題算完後公佈答案。

B15>希望房間人數可以增加一些。

B17>每一次的練習題應搭配解答，否則算錯也不知道方法沒有用對。

B19>希望取消麥克風及白板使用人數限制，有時網站會失連。

B21>工具多一點。

B22>有些人不想討論沒上線就拉倒啊！不用理他們。

B24>希望可以“個人選時段”，因為小組總有 1、2 個剛好沒辦法配合組員們的時間，例如：1~5 點有空的人就自由進入。

B28>討論的時候發言人能再多一點。

B34>組數減少，一組人數增加，討論時間可增加。

G39>房間不夠，可以開放更多人進入使用。

G40>有時組員之間無法配合，或是那天有事情，而導致討論暫停。

G42>很多人都喜歡在線上當「啞巴」。(不用麥克風)

G43>原本設定的上線時間無法趕上，時間或小組數量可能得在做調整。

G45>可以和老師一起討論。

G46>有時真的遇到瓶頸，都沒有人可以求救。(悶) 要不然組員們都以為討論出結果，但並非如此。希望有提示或詳解提供參考。

(3) 資料分析：

44 份資料中，11 位沒有上線討論的學生，有 2 位有勾選值得，其餘 9 位學生未作答，所以有 $26/34=76\%$ 的學生，都認為假日線上合作學習，所花費的時間投資是值得的。而此位沒有上線卻認為值得投資時間的學生 G44：「雖然我家網路不能上線討論，但是這個方法感覺起來就很有用，而且班上有很多人都因此喜歡討論數學。」此位學生因為網路有問題從未上線討論過，但卻認為上線討論是值得的，且研究者在教室中也看得出學生討論也變的熱絡起來，顯示在線上互動式的合作學習也影響到學生在學校中的討論方式。

學生認為討論時會的人教不會的，可以互相切磋學習，比起自己煩惱，不如聽他人意見。而 G35：「如果假日那段時間沒有上線討論，也是在看電視，把時間固定好，知道這是團體的活動，比較能約束自己，不去做其他事。」學生能把看電視或玩遊戲的時間，轉移成為討論數學的時間，並經由小組合作學習的團體活動，在同儕的約束力下，更能督促自己做學習，也讓學生漸漸養成討論的習慣。

在硬體上，學生認為使用滑鼠解題時不太好操控，以至於花很多時間浪費在用滑鼠寫字上。而一間討論室只能容納五人太少，有些組若沒討論，但少部份團員若想討論，就無法於其他組共同討論，希望取消麥克風及白板使用人數限制，及有時網站會失連等請況需要作改進。

而 G46 建議：「有時真的遇到瓶頸，都沒有人可以求救。(悶) 要不然組員們都以為討論出結果，但並非如此。希望有提示或詳解提供參考。」由於是小組學生在討論，有時可能遇到全部學生都討論不出來的情況，學生希望有提示或能於討論後，馬上有詳解可供參考，但研究者希望更拉長學生思考的時間，所以未來還是在課堂中，才做難題的教導及公佈答案。

問題六、你喜不喜歡在線上互動式的合作學習討論？

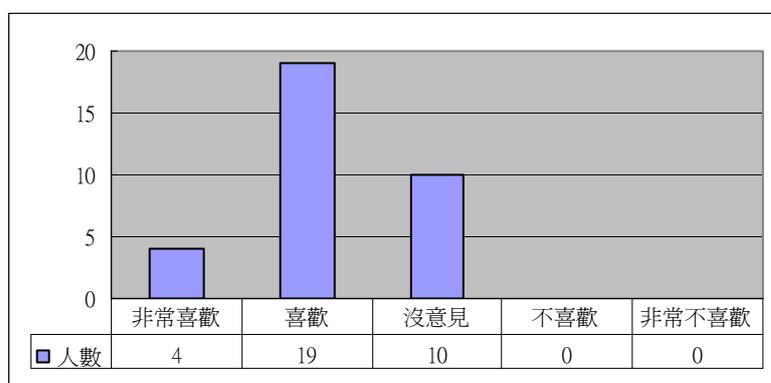


圖 53 你喜不喜歡在線上互動式的合作學習討論？

(11 位沒有上線討論的學生，有 1 位有勾選沒意見，其餘 10 位學生未作答)

(1) 勾選原因：

選項：非常喜歡 (4 人次)

- B11>討論時不懂的地方可以直接問同學。
- B30>可以藉由討論知道更多種的算法。
- G40>更加增進與同學功課上的互動。
- G43>可以互相討論，有問題也比較敢問。

選項：喜歡 (19 人次)

- B05>不單只是可以增加同學們的互動，更可以瞭解不同的解題方式。
- B10>很好玩，比較不無聊。
- B12>大致上能增進一些能力。
- B14>在線上遇到不會可以直接提出來。
- B15>還不錯，比較容易了解。
- B17>除了討論數學還可以閒話家常。
- B22>可以聽到同學的貼心講解。
- B24>在假日也可以和同學做數學能力的交流，很不錯。
- B27>彼此的互動能有效學習數學。
- B28>以前的數學老師沒有設計這個活動，合作學習可以指正或知道同學的想法和解題的方式。
- B29>比較有互動，更可加深印象。
- G35>可一邊做自己的事，一邊討論數學，還不錯，還可以吃東西，聽音樂。
- G39>可從中學習更多。
- G42>可以問問題，也可以了解其他人的作法。
- G45>大家可以討論，而且印象比較深刻。
- G46>有時後會很懶，有時會覺得會了就不想討論~哈。

選項：沒意見 (10 人次)

- B01>數學變得很有趣好玩。
- B03>有時跟他人討論會影響思緒。
- B04>有時會受不了遊戲的誘惑，並藉討論的理由偷玩遊戲。
- B13>有時後可能因為公式或算式，所要寫的時間花費較多。
- G37>在家用電腦就可以討論數學很方便。

選項：不喜歡 (0 人次)

選項：非常不喜歡（0 人次）

(2) 資料分析：

有 $23/33=70\%$ 的學生，喜歡線上互動式的合作學習討論，而 $10/33=30\%$ 的學生，沒有意見。學生 B28：「以前的數學老師沒有設計這個活動，合作學習可以指正或知道同學的想法和解題的方式。」G43：「可以互相討論，有問題也比較敢問。」學生認為合作學習可以糾正自己及了解別人的想法，幫助自己深入思考學習內容，啟發新的意見與看法，並幫助自己學習與他人溝通合作的能力。

而沒意見的學生，則認為有時會受不了遊戲的誘惑，並藉討論的理由偷玩遊戲，及因為算式在討論版上所要寫的時間花費較多。

問題七、與高一或國中時期比較，線上互動式的合作學習討論，這樣的方法有讓你對學習數學的興趣增加嗎？

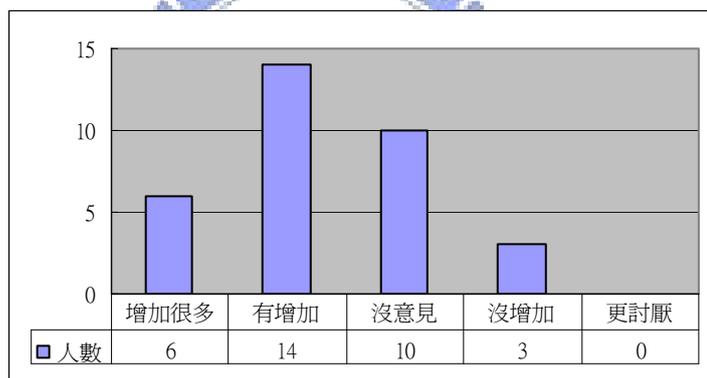


圖 54 與高一或國中時期比較，線上互動式的合作學習討論，這樣的方法有讓你對學習數學的興趣增加嗎？

(1) 勾選原因：

選項：增加很多（6 人次）

B24>差很多！因為國中老師對於數學的互動很低迷。

B34>更對數學下功夫，也更會問不會的，所以增加很多興趣了！

G46>我曾經因數學考了 60 分站在桌上大叫，call 我爸就為了說我考 60 分，但現在我還能教人呢！而且常解一題解到忘我，因為很好玩耶~

選項：有增加（14 人次）

B01>國中數學只侷限在課堂和自學、補習，現在多增加遠距討論。

B04>藉由電腦讓我更有興趣上數學。

B10>不然國中都死死的。

B11>跟同學在線上討論感覺比較有趣。

B14>有，回家多複習，自然而然會增加。

B27>能發現很多都是觀念，只要學會，解題也比較輕鬆。

B28>國中數學沒有像現在對數學的興趣高，而且以前數學只教一次，現在合作討論就不像以前，能復習兩、三次。

B30>讓我有更多的方法學習，增加求知慾。

G39>對數學比較感興趣了，因為不會的可以叫同學教，不用等老師。

G42>我國中時上數學都在混，但我現在只要可以靠自己算出一題，就很有成就感。

G43>因不太常上線，所以感覺還好，但跟朋友討論確實較有趣。

G45>在討論中看到自己所解的過程，而增加對算數學的自信心。

選項：沒意見（10 人次）

B03>本身就對數學有興趣。

B12>有興趣的還是有興趣，沒興趣的還是沒興趣，多多少少吧。

B15>本身對數學就有較大的興趣。

B22>還好啦！再怎麼說，數學還是數學嘛！

B23>都是一樣要考試要學習。

G35>本人對於數學一直感到沒興趣，不予置評。

G38>還是一樣，沒有特別有興趣。

選項：沒增加（3 人次）

B17>不曾對數學感興趣過。

B29>不管哪一科，最終的目的也只是為了考試，所以無論是什麼學習方式，對我來說都是差不多的。

G37>對數字的理解度不好，也學得很慢，從國中時數學程度本身就不好了。

選項：更討厭（0 人次）

(2) 資料分析：

有 $20/33=61\%$ 的學生，對學習數學的興趣有增加。學生認為現在與數學的互動變多了，比較會去問問題，甚至可以教別的同学，也讓自己更有成就及自信心，而線上討論很有趣，並可以當成是複習，也多了一種學習的方法。

問題八、當你在線上講解給其他組員聽時，你認為自己有獲得學習上的成長嗎？

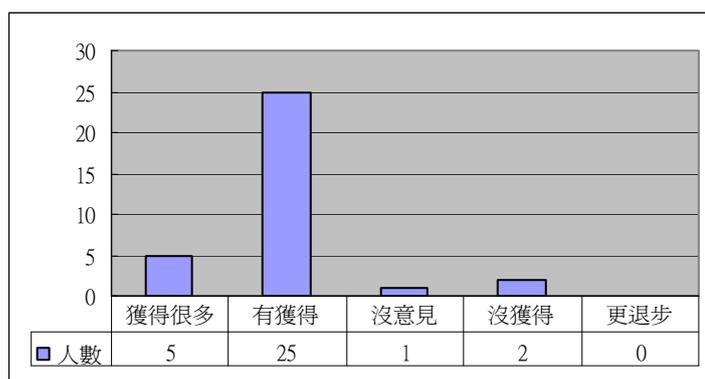


圖 55 當你在線上講解給其他組員聽時，你認為自己有獲得學習上的成長嗎？

(1) 勾選原因：

選項：獲得很多（5 人次）

- B11>自己不懂得可以問別人，自己懂得可以教別人。
- B24>表面上感覺會的題目，經過講解後，會發現很多不懂的小環節。
- B30>可以讓自己的印象更深刻。
- G45>在解題的每一個步驟上更清楚的了解。
- G46>互相討論，比較不會提早放棄，如果找到答案超有成就感。

選項：有獲得（25 人次）

- B01>有，因為一題有兩、三種解法。
- B02>教人者更能整理好問題。
- B04>能聽到許多不同的作法及想法。
- B05>也許自己原本不會，又不好意思問，但聽別人說完自己也會了。
- B10>可能學到更容易的作法。
- B12>更能清楚了解自己是否已學會。
- B13>因為同學們互相討論出的想法或許比較不會那麼複雜。

B14>當你知道怎麼講解，你就已經知道那題怎麼做了，也就是完全理解問題。

B15>錯了會被組員們罵和訂正，好了解自己錯在哪裡。

B17>講解等於再練習一次。

B19>因為年紀相當，可用自己吸收完後的言語講解。

B22>有時吱吱唔唔講不出來，所以自己要再想出一套說法。

B26>可以再複習一次。

B27>在講解的過程中或許有些錯誤，其他組員可糾正使自己成長。

B28>同學會說出不瞭解或算錯的地方。

B34>自己的想法常跟組員有出入。

G35>寫一遍，講一遍，可讓自己深刻留下印象。

G37>增加對題目的熟悉度，也可聽聽看別人的想法。

G38>這樣可以讓自己再瞭解一次題目。

G39>可以了解自己到底瞭不瞭解題目，互相學習。

G40>因為觀念有弄清楚，才能講解，所以是有成長的。

G42>當我寫錯時，組員會提醒我，然後幫我 cover。

G43>之前上去通常不是我在解。

選項：沒意見 (1 人次)

B03>有多複習。

選項：沒獲得 (2 人次)

B21>別人會我也會，別人不會我也不會。

G41>我比較少上網和大家討論數學。

選項：更退步 (0 人次)

(2) 資料分析：

有 $30/33=91\%$ 的學生，認為講解給組員聽是有收穫的。而此環境讓學生有表達的機會，能與其他組員做分享及溝通。學生認為經過講解之後，可能會發現還有不懂的地方，可以經由其他組員溝通及做協調監控，而講解也等於是再做一次複習，更能知道是不是真正了解，也增加了對試題的熟悉度。研究者認為學生在教室中，很少有勇氣及機會發言，而在自家的網路環境下，學生是輕鬆的狀態下在做學習，可以喝飲料或邊吃飯邊做學習，讓學生有此環境及機會，可以說數學，而不是只有寫數學。

問題九、你認為在解排列組合單元時，探索（縮小找規律）的方法有效嗎？

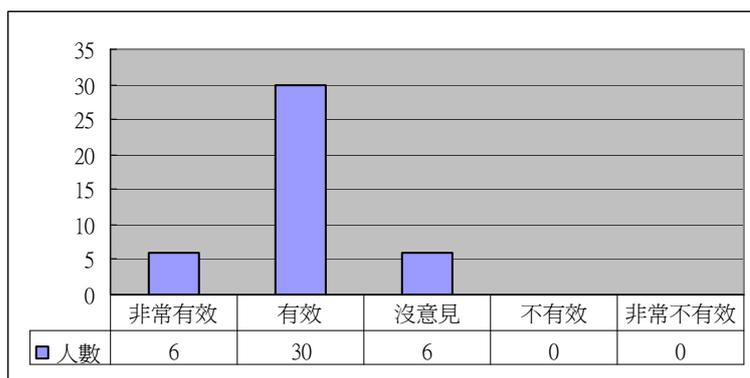


圖 56 你認為在解排列組合單元時，探索（縮小找規律）的方法有效嗎？
（1 人次未勾選，資料數為 42 人次）

(1) 勾選原因：

選項：非常有效（6 人次）

- B17>除非平時練習夠多，否則數據大的題目會算到吐血。
- B21>以小見大，更了解。
- B30>題目數字太大很難找出它的算法。
- G40>先把關鍵找出來，再去解題，錯誤率也不會這麼高。
- G42>可以先從小範圍找到一些定律，在從大範圍下手。
- G43>加上朋友的講解，排列組合學的還不錯。

選項：有效（30 人次）

- B01>這方法幫助我解了很多困難的題目。
- B02>用不同方法去尋找答案。
- B04>可為自己做的式子做證明。
- B05>太大列舉不出來。
- B07>比較好算，但太麻煩。
- B10>由小找出關係在帶入題目。
- B11>解題速度有比較快。
- B12>比較清楚。
- B13>就可以慢慢推導出來，有規律性的性質。
- B14>縮小找規律當然有效，但版面太亂。
- B15>更快的找到正解。
- B16>可以更容易的解題。
- B22>找到最初的規律，就比較好搞定了。
- B23>恩，這樣就比較好算多了！
- B24>對於題目的判斷力有增加，但較缺乏解題的速度。

- B26>解題變快許多。
- B27>不必從大的地方探索，縮小較易解題。
- B28>把比較大的範圍縮小，再去算，我覺得會比較容易。
- B29>因為解題時，只要知道原理，就可推敲出答案。
- B34>增加作題容易性及速度。
- G35>有些題目的數字太大，無法估算，但可運用縮小來找規律。
- G36>比較好找，但我不喜歡要列舉很多東西的單元，覺得很麻煩。
- G37>先縮小範圍瞭解他的規律，等到找到之後再計算就會比較快了。
- G38>因為先把數字縮小，較好找規律。
- G39>先把範圍縮小比較容易去發現規律，再從中取的一些技巧，對解題也比較快速。
- G45>可以由縮小的方式找到規律性，便於計算，也便於驗算。
- G46>我常忘了這方法，有人提醒才會做，有時做了也找不到結論。

選項：沒意見（6 人次）

B03>大部份都用其他方法。

B25>因為還是不懂(淚)。

選項：不有效（0 人次）

選項：非常不有效（0 人次）

（2）資料分析：

有 $36/42=86\%$ 的學生，認為在解排列組合單元時，探索（縮小找規律）的方法是有效的。學生認為可以以小見大，慢慢推導出來，便於計算，也便於驗算，幫助解了很多困難的題目，但相對的可能比較麻煩且花時間。但整體上來看，高達 86% 的學生認為這是一個解排列組合單元有效的解題策略。

以下兩題一起分析：

- 問題十、你以前做數學的時候，遇到不會的問題的時候怎麼辦？
（與高一做比較或與國中時期比較）
- 問題十一、你現在做數學的時候，遇到不會的問題的時候怎麼辦？

問題先後分析方式如下

- { 問題十的答案。
- { 問題十一的答案。

(1) 開放式答案：

- { B01>問老師、自學。
- { B01>看錄影，約人上線討論。
- { B05>問老師、翻書。
- { B05>跟同學討論、上網討論。
- { G08>問同學。
- { G08>問同學、老師、翻課本。
- { B14>國中幾乎不會問。
- { B14>上網問同學。
- { B16>不理會或很少接觸，所以幾乎都不懂。
- { B16>上網看錄影檔案、問老師、同學。
- { B19>裝死，如比較 easy 會問。
- { B19>比較會問 good at Math 的人，但是遇到不會照樣裝死。
- { B21>就放棄。
- { B21>想破頭都要搞出來。
- { B27>有時會問同學，而有時就放在一邊。
- { B27>與同學討論，把它問到會。
- { B28>會問同學，但是不會問老師，有些題目太難也會放著不管。
- { B28>一樣問同學，現在會找老師了，也會上網看老師的錄影和小組討論。
- { B32>問同學，不會就算了。
- { B32>同上，不過我問的次數變多了。

- { G41>以前因為害怕造成別人的困擾，所以不敢問。
- { G41>會主動詢問同學，雖然當下是了解，可是總覺得上課很認真聽是懂，不過看見題目卻不知如何去運用，這對我有點困擾，因為我比別人慢懂，而我又希望能使數學變好。
- { G42>問同學。
- { G42>上網先看檔案，或翻課本找類似的題目，不會再問同學或老師。
- { G43>以前都會自己研究，真的不會就算了。
- { G43>問朋友，或者一起討論，大多都有收穫。

- {G44>放棄。
- {G44>會想找出答案，問同學之類的。
- {G45>問同學、看解答、問老師、擺著不管。
- {G45>再看一次重新思考，真的不會再問老師，問到有結果。
- {G46>放著給它爛，爛到長蛆，被蛆吃光，眼不見為淨。
- {G46>纏著老師不放，和數學考卷下戰帖，問就是了！

(2) 資料分析：

學生以前做數學遇到不會的問題，比較常見的解決問題的方式為自學、問同學或放棄。現在遇到不會的問題，會比較敢問問題，會與同學討論，會問老師，上網看錄影檔，對學習的意願有提升，也有比較多元的方式解決問題。

問卷結論

由於在校時間長及補習費的關係，只有兩位學生有課外補習。而如何增加學生額外學習的機會及意願，就只能靠課外時間，利用電腦遠距教學，來增加學生的學習環境及機會。

教學網站能幫助請公假及病假的學生，或是上課沒聽清楚，或是想複習的學生。有 $38/43=88\%$ 的學生，會上線自學，這也創造了一個課外的學習環境，讓學生能主動做學習，也增加了很多學習的機會與時間。

研究者使用平板電腦搭配動畫的教學方式，有 $38/43=88\%$ 的學生，都喜歡。學生認為模擬的動畫較為生動有趣，比起單用文字敘述的定義更能加深印象，而遊戲也讓學習更有互動，不只是死板板的教學，更能增加其學習意願。而此種學習方式對學生有新鮮感，是一種多元刺激，但需要看單元及教學內容來做安排，不是每個單元每種題型都能有所融入在教學上，而此種教學刺激，比較注重在外在的教學品質上，也經由指導教授的檢視及建議下，改變研究者的信念，並增加了線上互動式的合作學習，是屬於內在的學習歷程，是以學生為主體的學習，把學習的主權還給學生，讓老師不以灌輸知識為手段，而能善用各種學習方法，來開啟學生的智慧，讓學生有自主性、有空間性，以學生本體為出發點、考量點、設想點來做學習。

有 $32/43=74\%$ 的學生，上線合作學習。學生認為藉由討論及親自講解，更能了解自己學到了什麼，缺乏了什麼，再獲得了什麼，也就是認知上解構與再建構的過程，而能不斷地豐富與加深學習的心得，以進行有意義之學習。而學生也認

為與朋友一起討論，會比較有學習意願，且可以增進同儕間的感情。而研究者認為在校內由於課堂時間有限的情況下，討論及合作學習的時間更是有限，而如能在此建立一個環境，讓學生能穩定的在同一個時間，不同的空間下，做同步的遠距學習，這建立了學生能主動學習的環境，也藉由同儕的相互學習及約束，更能提升學生的學習意願。

有 $26/34=76\%$ 的學生，都認為假日線上合作學習，所花費的時間投資是值得的。學生認為班上有很多人都因此開始喜歡討論數學，也顯示線上互動式的合作學習，也影響到學生在學校中的討論習慣。而學生能把看電視或玩遊戲的時間，轉移成為討論數學的時間，並經由小組合作學習的團體活動，在同儕的約束力下，更能督促自己做學習，也讓學生漸漸養成討論的習慣。

有 $23/33=70\%$ 的學生，喜歡線上互動式的合作學習討論。學生認為合作學習可以糾正自己及了解別人的想法，幫助自己深入思考學習內容，啟發新的意見與看法，並幫助自己學習與他人溝通合作的能力。

有 $20/33=61\%$ 的學生，因為線上互動式的合作學習討論，而對學習數學的興趣有增加。學生認為現在與數學的互動變多了，比較會去問問題，甚至可以教別的同儕，也讓自己更有成就及自信心，而線上討論很有趣，並可以當成是複習，也多了一種學習的方法。

有 $30/33=91\%$ 的學生，認為在線上講解給組員聽是有收穫的。而此環境讓學生有表達的機會，能與其他組員做分享及溝通。學生認為經過講解之後，可能會發現還有不懂的地方，可以經由其他組員溝通及做協調監控，而講解也等於是再做一次複習，更能知道是不是真正了解，也增加了對試題的熟悉度。

有 $36/42=86\%$ 的學生，認為在解排列組合單元時，探索（縮小找規律）的方法是有效的。學生認為可以以小見大，慢慢推導出來，便於計算，也便於驗算，幫助解了很多困難的題目，但相對的可能比較麻煩且花時間。

網路討論學習環境，可以幫助學生增加表達意見的勇氣，及了解別人的不同意見或看法，而有勇氣表達自己的意見是成功溝通的開始，能澄清自己的思考，對自己的思考作有系統地整理，同時，可以了解其他同儕的看法，以增加學習的深度與廣度。因此結合小組合作學習及同步的網路互動式討論學習，研究者認為是非常有效的學習方式。

2. 兩個教學網站之學習紀錄：

【案例一】學生不放棄可以上線討論的機會。

970106 (日)，第七組學生在教學網站上，沒有看到本週的週小考試題，所以無法上傳週小考試題，來實施線上互動式合作學習討論。結果有組員在家使用立可白把考券塗滿後，再掃描至電腦，並上傳到 JoinNet 做小組討論。而研究者事後發現有上傳週小考試題，在網站的最新文件上，但當天研究者忘記習慣性加連結至網站的參考資料上，所以這組學生沒發現。但也看的出來學生對於討論是有興趣及習慣性，在克難的情況下，還是沒有放棄討論學習的動機。

文字討論區

☆ "地主" ★>有嗎?

☆ "地主" ★>新題目 = ="

B30>梅耶 = =

B30>只到12/29

☆ "地主" ★>喔喔

B30>客難耶 = =

B30>我還自己少秒 (掃描)

6. 通過 $A(0,0,0)$, $B(1,1,0)$, $C(0,1,1)$, $D(1,1,1)$ 四點的球面方程式。(10分)

$$x^2 + y^2 + z^2 + dx + ey + fz + g = 0$$
$$\begin{cases} 0^2 + 0^2 + 0^2 + d + e + f + g = 0 \\ 1^2 + 1^2 + 0^2 + d + e + g = 0 \\ 0^2 + 1^2 + 1^2 + e + f + g = 0 \\ 1^2 + 1^2 + 1^2 + d + e + f + g = 0 \end{cases}$$

7. 設 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z + k = 0$ 為一球面的方程式，試求 k 之範圍及球心坐標。

圖 57 掃描後上傳至討論頁面，但空白處太少不方便討論使用

【案例二】971124 (六)，當天討論網站伺服器出現問題，學生會至教學網站留言，也看的出學生對當週不能討論感到可惜。



圖 58 學生留言討論網站不能連線

【案例三】961111（日），學生能自行討論其他非週小考試題。

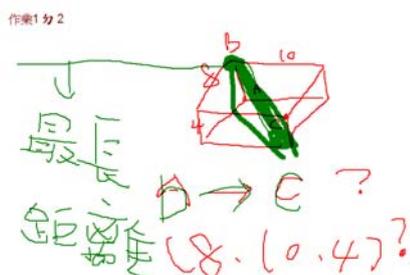


圖 59 學生自行討論其他試題

【案例四】教學即時錄影網站不能連線，學生無法自修。

970620（三）端午節放假時，學生至教學網站，發表教學網站錄影內容連不進去，由於教學網站是清華大學資訊工程系所提供電腦硬體架設網站，是故當清大伺服器有問題時，會有此情況產生，而可看出部分學生對於上網自學的習慣已經慢慢養成了。



圖 60 教學錄影內容不能開啟

【案例五】學生病假於網站補救自學，並發現課堂之錯誤。

學生病假，能於假日主動要求教師盡快上傳錄影教材，並於自學當中發現課堂中的錯誤。



圖 61 師生網站上發表討論之對話留言

【案例六】學生 MSN 上要求研究者把當天錄影教材上傳至網站。
曾有學生使用 MSN 及手機簡訊，要求研究者把當天教材上載網站，才可以做補救學習。

師生 MSN 對話

相信對方，打開心房，會讓自己變得更悲慘 說 (下午 08:29):

老師 = = +

J-Free 說 (下午 08:29):



相信對方，打開心房，會讓自己變得更悲慘 說 (下午 08:30):

今天的數學你還沒放唷?

相信對方，打開心房，會讓自己變得更悲慘 說 (下午 08:30):

幹麻笑的那麼燦爛押 = = ?

J-Free 說 (下午 08:30):

等等放喔

相信對方，打開心房，會讓自己變得更悲慘 說 (下午 08:30):



相信對方，打開心房，會讓自己變得更悲慘 說 (下午 08:30):

耶.

相信對方，打開心房，會讓自己變得更悲慘 說 (下午 08:30):

這張臉

相信對方，打開心房，會讓自己變得更悲慘 說 (下午 08:30):

真的很像你 = =

J-Free 說 (下午 08:31):

會嗎

相信對方，打開心房，會讓自己變得更悲慘 說 (下午 08:31):

會

相信對方，打開心房，會讓自己變得更悲慘 說 (下午 08:33):

我等你擺上去 我先去補聽前面的好了✓、

J-Free 說 (下午 08:33):

恩

J-Free 說 (下午 08:34):

OK



【案例七】週小考意外洩題，學生自行找同學上線討論，動機應為隔天希望週小考成績能提高。

研究者於週小考前一天星期四晚上八點上傳試題至教學網站，後來發現星期四晚上有八位學生自行使用Web Office，於線上共討論157分鐘，來研究此份星期五的小考考卷，而學生為了隔天的小考產生學習動機，但研究者認為以後考卷還是要考後在上載，以維持公平性。

連結網址：http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/index.php?view=content_show&id=1207

講解標題：961108_教師提前一天上傳試題_學生自行討論_共 157 分鐘.jnr (3.8 MB)

文字討論區

samlan>來討論壓~!!

Kai-Nan-HeRO>交一下吧

samlan>教會數學的人上線八..

楊咩->噢. 熊沒來唷= =

samlan>高手有沒有上限??

楊咩->我發現我發言權好像沒惹~"~

samlan>好多人...

昇<<>這是明天要考勿題目歐

楊咩~>恩

"Black" >大家要幾點睡阿@@?

samlan> 算完在歲~!

samlan>^^"

楊咩~>哦~ 了解<b

Kai-Nan-HeRO>當然是要先把數學搞懂在會

Kai-Nan-HeRO>↑ 這句話一定要給數學老師看到

The image shows a handwritten mathematical solution for finding the angle between two vectors in 3D space. At the top, there is a small diagram of a right-angled triangle with vertices labeled A, B, and P, and a normal vector \vec{n} pointing upwards. The vectors are given as $\vec{AB} = (-4, 2, 0)$ and $\vec{AP} = (-4, 2, 0)$. The normal vector is calculated as $\vec{n} = (2, -1, -2)$. The dot product is $\vec{n} \cdot \vec{AB} = -4 \times 2 + 2 \times (-1) + (-2) \times 0 = -10$. The magnitudes are $|\vec{n}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$ and $|\vec{AB}| = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$. The cosine of the angle is $\cos \theta = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{AB}|}{|\vec{n}| |\vec{AB}|} = \frac{10}{3 \times 2\sqrt{5}} = \frac{10}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$. The final answer is boxed and labeled "答案是".

2(-2, 1, 0)
 $\vec{AB} = (-4, 2, 0)$
 $\vec{AP} = (-4, 2, 0)$
 $\vec{n} = (2, -1, -2)$
 $\sin \theta = \frac{|-4 \times 2 + 2 \times (-1) + (-2) \times 0|}{\sqrt{4^2 + 2^2} \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{10}{\sqrt{20} \times 3} = \frac{10}{4\sqrt{5} \times 3} = \frac{10}{12\sqrt{5}} = \frac{5}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{6}$
 $\cos \theta = \frac{10}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$
答案是

圖 62 多位學生自行討論之合作解題歷程

4.3.2 教師的專業成長

林進材（1999）指出教學是一複雜的多向回饋過程，大半都是在無法準確預測與控制的情境中進行。教師在教學前、教學中、教學後應該發揮專業的知能，揉合專門知識，以形成專業的教學行為。教師從觀摩、模擬、反省思考中，釐清各種教學的觀念，淬鍊自己的教學理論，隨時加以調整，因應時代的變遷和資訊的快速成長，才能成為一個有效能、有涵養的現代化專業教師。

傳統上，老師知識是不公開的，但是，教育行動研究認為將研究成果發表是非常重要的部分，它所呈現的是實務工作者的實踐與反省成果，此成果包含了有關實務改善的技術與方法、教師所理解的內隱知識、經過重建的教育信念，以及行動研究的過程等。Altrichter, Posch 與 Somekh 認為公開發表可讓教師的知識免於被遺忘，在寫作發表知識的過程中可增加教師教學反省的品質，而研究的發表可凸顯教師的專業地位（夏林清與中華民國基層教師協會，1997）。

而研究者初任教師時，由於對於資訊融入教育有興趣，在教法上比較注重外在的刺激效果，例如影音動畫等等，經由指導教授提醒，告知研究者學生才是學習的主體，如聖經上所載，要帶領研究者進入到水深的地方，是以增加「線上互動式合作學習」的討論方式，來讓學生能夠相互拉拔提攜，一起做成長，慢慢的研究者瞭解到學生是如何做有意義的學習，也從後設認知於解題歷程的內在角度，去切入學習的主軸，而讓師生都在此研究中有所成長。所以教授很明確的幫助改善研究者的教學策略，從教學的外在到內在，透過學生的課內、外的參與，也能確定研究者的教學是不是有效果。而研究者在進行行動研究的過程中，指導教授的鼓勵、協助，同校教師的鼓勵，以及學生的正向反應，也是影響研究者持續努力的因素。是故以下將以外在與內在的角度，來說明研究者在此行動研究過程中的收穫。

1. 外在

(1) 學習應用最新的軟體，搭配在課內、外教學做使用

- ①研究者能學習應用 PowerCam 錄製軟體，將其搭配各種教學素材錄製，並以 GSP 及 Flash 等動態檔案，來幫助學生觀察幾何圖形的學習，能吸引學生的目光及提升學生的學習意願。
- ②研究者能學習應用 JoinNet 的即時互動式錄製軟體，將其介紹給學生，讓小組學生能夠自行運用其操作介面做遠距討論，也讓學生能學習如何運用科技，來多元化的作學習。

(2) 教學網站功能的建立與應用

- ①教學錄影網站的建置，讓研究者學習到如何於網路上分享教學資源，並藉由學生的學習紀錄，了解個別學生的自學情形。
- ②線上互動式合作學習網站的應用，讓研究者能觀察學生的實際解題歷程，也讓學生有表達、分享與溝通學習的環境。

(3) 比賽得獎

- ①國立教育資料館九十五年度「全國中小學教師自製教學媒體競賽」全國高中職不分科資訊融入教育比賽甲等。比賽得獎也鼓勵研究者，讓研究者更有動力的在未來繼續嘗試以各種科技與教學理論做結合，讓教學能產生新的風貌。

網址：<http://163.23.253.211/95.htm>

(4) 擔任研習講師

- ①校內研習，校內資訊研習講師。
- ②校外研習，「九十七年度全國高中數學教師研討會」講師。研究者將研究所得的歷程與經驗加以散播、發表宣揚，以便讓更多教育同仁分享，並作為後續行動研究的理論基礎。

2. 內在

(1) 把學習的主權交還給學生

研究者教學思維從關心教材的色彩動畫播放，轉移到關心學生的內在想法，並建立互動式討論的環境，讓學生能有自己的舞台，做自己學習的主人。

(2) 開始了解什麼是後設認知，並嘗試觀察學生之解題歷程

研究者在親身體會下，看到了學生的解題歷程，也發現到在此歷程中最重要的關鍵階段，並能嘗試改善學生解題上的困難。

(3) 嘗試設計適合學生的教材與教法

研究者認為最大的挑戰就是設計探索教材，也在每次的行動研究中，感受到教學知能的不足，且文獻閱讀的越多，越發現自的渺小，還有很多可以改進的空間。

(4) 學會多表揚並鼓勵學生

多表揚讚賞並適時鼓勵學生，讓師生感情及學生學習動機更為提升，也讓師生互動更為融洽。

五、結論與建議

在長達一年的行動研究調整下，研究者在實際教學環境中嘗試改善師生的教與學，從教室使用平板電腦搭配動畫來錄製教材，開始注意到課堂上學生的學習品質，並延伸至課外的網路互動式合作學習討論環境，也讓研究者有機會能觀察學生的合作解題歷程，最後，嘗試設計探索模式帶入排列組合單元，並觀察此探索模式對於學生解題歷程之影響，讓研究者能反省後再做調整。在研究方法方面，本研究是採行動研究法，以質性研究為主要依歸，研究資料有教師教學影音檔案、小組合作學習錄影檔案、教師日誌、學生問卷、訪談等等，在經過第四章對各資料之蒐集與整理後，將綜合整個研究的過程、內容以及結果，提出最後的結論，並對未來數學教學及相關研究的工作提出建議。而本研究的實施也可提供未來想建立遠距教學的模式做參考。

5.1 結論

運用科技與學習理論相結合來引入學習，在交大從洪錦永（1997）的遠距教學環境中微積分合作學習研究再經過劉珍修（2006）網路會議室小組合作數學解題之分析研究至今已歷經十一年，目前網路的互動式合作學習，在科技的技術與環境皆成熟下，研究者有計畫的做教學環境的改善與訓練，然後引入解題策略的教導，運用在此網路互動討論中能有良性的學習循環，得到的效果很明確，是一種新的格局，而這套方法確實驗證在 e-Learning 這個環境，是成熟可執行且花費不多的。

(1)「教室即時錄影」與「網路互動式合作學習」兩環境的建立與應用成果如下：

本研究將此兩個網路學習環境之建立與應用的成果，以洪錦永（1997）早在交大應數所發表論文中，所預見之兩項建議來做呼應。

建議一：「教材的編製轉成 *HTML* 的格式，能研擬出快速有效的方法，以結省人力，用來做教學策略的研究。」

呼應一：「以 *PowerCam* 軟體在教室即時錄製教學檔案，能快速有效的製作出生動之影音教材，並能簡易就上載建置網站以累積教學資源，讓學生有自行補救學習的機會與網路環境，也讓研究者能有更多時間進行網路互動式合作學習與設計探索教材教法的研究。」

建議二：「研究系統能自動記錄學生合作學習的過程，歸納學生認知結構的模式，提供教學者修正、回饋教學的參考。」

呼應二：「以 *JoinNet* 軟體在 *Web Office* 互動式討論環境中，能自動錄製學生表達、溝通與分享數學知識之合作解題真實影音檔案，讓研究者有機會親自觀察學生的解題歷程，以便瞭解學生的後設認知行為，可提供研究者做反省的依據，讓研究者能嘗試設計教學，並有機會把學生有創意的解法再次回饋於課堂中，讓學習不只是老師對學生的單向溝通，而是具有雙向回饋的互助溝通成長，教學可以相長，在這個環境可以達成，讓學習的環境也能單純的從學校延伸到學生自家，而這對一個第二年教學經驗的研究者來說，是很大的成長及鼓勵，更是對於學生的學習上，不管是學習環境或內在的解題思維都有所提升。」

兩種網路學習環境介面的操控，讓學生體會到如何運用科技來幫助自己作學習，能不限時間與空間的個別化自主學習或共同合作學習，能延長學生思考的時間，能表達、溝通與分享數學，並重建自己的數學知識，也在網路環境的安全無拘束下快樂的學習，藉由合作同儕的約束力也能提升學習的意願，並能找尋任何可能之其他資源做溝通整合，來嘗試解決問題，而兩個學習環境讓學生有了掌控本身學習的舞台，能讓每位學生都是主角的作自我學習活動。所以研究者認為把學習連結上網路，讓學生能自學或與同儕互動提攜，將使學習產生新的風貌。尤其結合合作學習理論與網路互動式討論機制，讓學生經由課後的參與討論，將迷思概念，完整呈現，並有機會調適整合產生新的認知結構，而研究者也有機會再回饋於課堂學習之中，對於數學課程內容的學習，必然可產生新的激盪與回應。因此結合網路互動式討論環境與小組合作學習，研究者認為是非常有效的學習方式。

(2) 以「學生使用探索模式解題」及「學生課內外與數學溝通模式」，來提升學生問題解決與數學溝通的能力

以學生使用探索模式之解題歷程，來看問題解決能力是否提升？

1. 本研究案例中，當學生解題發生困難時，能自行調整為探索模式解題，而解題成功之相關歷程如下：

- ①能多次嘗試縮小來做局部檢驗。
- ②能質疑組員的數學解題模型，並檢驗出是錯誤的。
- ③當學生頓悟瞭解數學解題模型之思維，能增加其使用探索模式解題之動機信念。
- ④能有兩解法可做驗證，而兩解法都有做局部的檢驗及說明。
- ⑤學生使用此探索模式，有機會創造出研究者事先沒想到之不同解法。

學生能使用研究者設計之探索模式，主動嘗試來找尋一般化之解題模型，能控制執行來多次縮小及做局部檢驗，能成功組織新訊息，並有質疑、監控及調整的能力，而最後解題成功的體驗，也增強學生未來遭遇到新困難時，能再次調整為探索模式以嘗試解決問題，這讓學生在問題解決的道路上有了新的路徑，能為未來找尋邁向成功的道路。

2. 此探索模式執行尚未成熟，還有待修正，目前發現探索失敗原因如下：

- ①能縮小但圖示或列舉沒有秩序，難以組織新資訊作分析歸納。
- ②可能找不出一般化之數學解題模型。
- ③組員未幫忙做執行監控。

在探索階段，需要耐心、細心，來做局部的檢驗及發現規律。研究者探索模式策略教學在執行上需再修正，需讓學生多體驗探索模式所帶來的解題成功之信心，需加強學生動機信念與訊息組織能力，尤其是高成就學生之動機信念，與中低成就學生之控制執行與組織之能力，才可在問題解決上有更好的成效。

研究者所設計之探索模式解排列組合問題，的確能提升部分學生問題解決之能力，但還需多做調整於未來之教學上。

下頁表 16 為本研究中學生於課內外與數學溝通之模式。**【改至第四章尾巴】**

<p>教室上台</p>	<p>流程：重點問題>>中等學生上來練習>>課堂即時小考(全班44人)(參閱附錄一) 成效：能多參與課程重點概念，六成學生能答對即時小考，兩次期考間成績提升。 反思：在教室環境，大多上台學生能書寫但不願講解，缺乏信心及表達的能力。</p>
<p>網路互動式合作學習</p>	<p>流程：週小考或作業>>網路合作學習(約20人持續參予)>>教師課堂訂正解題失敗之試題 成效：此環境讓學生能表達、溝通與分享來解決問題，確實能提升其溝通的能力。 反思：探索模式策略教學需再修正，需讓學生多體驗探索模式所帶來的解題成功之信心，需調適部分學生之動機信念與其控制執行能力。</p> <p>合作學習模式如下： 由於試題學生已經過思考，故分為事先有解題計畫與無解題計畫作分析。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>事先有明確計畫能成功解題 (約佔60%)</p> <ul style="list-style-type: none"> 一人分享 (約55%) <ul style="list-style-type: none"> ①高成就學生主導完成解題(約30%) ②中成就學生主導完成解題(約22%) (中等成就學生能教導高成就學生) 範例：4.1.2 第三組合作學習討論【案例三】 ③組員引導低成就學生完成解題(約3%) 範例：4.1.2 第三組合作學習討論【案例二】 ④兩位組員分享不同解法及做評估(約5%) 範例：4.1.2 第三組合作學習討論【案例五】 兩人分享 (約5%) </div> <div style="width: 45%;"> <p>事先無明確計畫解題 (約佔40%) 約24%成功 約16%失敗</p> <ul style="list-style-type: none"> ⑤各自探索(約14%) 範例：4-2-3 案例一第二組，B01 探索失敗，B29 探索成功。 <ul style="list-style-type: none"> 約8%成功 約6%失敗 ⑥共同合作探索(約15%) 範例：4-2-2 案例一第三組，B26、G35、G46 合作探索成功。 <ul style="list-style-type: none"> 約9%成功 約6%失敗 ⑦一人自行探索與兩人共同合作探索(約8%) 範例：4-2-3 案例二第六組，B30 自行探索失敗，B21 與 B15 共同合作探索失敗。 <ul style="list-style-type: none"> 約5%成功 約3%失敗 ⑧運用其他資源(約3%) 範例：4.1.2 第三組合作學習討論【案例四】，B26、G46 找尋網路教材自學後探索成 <ul style="list-style-type: none"> 約2%成功 約1%失敗 </div> </div>

表 16 學生課內外與數學溝通之分析

(3) 學生的學習態度與教師的專業成長及省思

1. 學生的學習態度

- ① 合作學習有同儕的約束力，的確能增加學生對數學的學習興趣。

學生視合作學習為團體的活動，在同儕的約束力下，能督促學生做學習，也讓學生漸漸養成上線討論的習慣。

- ② 學生能主動使用網路補救與合作討論

班上只有兩位學生有補習，也使得學生使用免費網路學習環境的人次增多，在長期的觀察下，研究者發現學生線上自學或補救情況，尤其在段考前上線複習的人數會增多，而目前合作學習人數較穩定的約有 18 人次，占班上約 40%。

- ③ 對數學的學習興趣增加。

在 33 位曾上線討論的學生當中有 20 位學生，因為參予網路互動式合作學習討論，而對學習數學的興趣增加。學生認為現在與數學的互動變多了，比較會去問問題，甚至可以教別的同儕，也讓自己更有成就及自信心。

- ④ 學生調整為探索模式解決問題之動機信念不夠。

學生使用探索模式解決問題之動機信念不足，尚有部分學生不願調整為其解題策略。

2. 教師的專業成長與省思

- ① 專業成長：科技結合理論，能有效設計出屬於教師與學生的教學新模式。

研究者嘗試以科技與學習理論相結合，來改善實際的學習環境，所得到的成果豐碩，能學習如何運用各式軟硬體融入教學，並瞭解合作學習後設認知等理論，讓研究者在行動與研究中獲得大幅的成長，也讓研究者有得獎與擔任校內外研習講師的機會，能與更多校內外的老師做成長分享。

- ② 省思：教師的教學信念不容易調整。

影響學生學習方式最重要的關鍵人物就是教師，相對的影響研究者教學最大的「批判朋友」就是指導教授。研究者身為初任教師時，教學方法注重外在的動畫效果，認為已有了很富創意的教學方式，教學的目光只看的到教師本身，卻不知學生是如何做學習的。正如聖經上所載，教授要帶領研究者進入到水深的地方捕魚，但研究者的認知卻是根深蒂固，在教授花費了很長的時間下，研究者才慢慢有勇氣去嘗試改變本身的教學信念，

這對研究者而言是很大的認知衝突與調整，才會開始有了線上討論環境，開始瞭解後設認知理論，開始發現新困難，又開始解決新困難的循環，此時師生在教與學都有了不同以往的面貌產生，當研究者看見學生正向的反應與校內教師的肯定下，才建立了信心繼續往前進，所以如果沒有經過這個衝突的調整，不會有現在的研究成果產生，是故未來如何推展此學習方式，最重要的關鍵人物就是教師本身的教學信念該如何做調整。

5.2 建議

以下研究者依據研究所得之發現與結論，提出一些建議，以作為教學或未來相關研究之參考。

- (1) 教師須熟悉網路互動式討論環境的操作，以有計畫的訓練與執行，才能教導學生如何在網路環境進行討論，並建議學生多使用麥克風參與討論。

教師須熟悉如何操作討論介面與技術，然後按部就班的把所有學生可能在操作過程中所發生的困難，例如下載軟體、上載討論試題、使用會議室控制台討論版等功能，需陪學生練習上機與觀察後再做調整訓練。而研究者認為使用麥克風做口語上的直接溝通，會讓線上互動式討論，更有效於第一時間的對談中，能即時做質疑與澄清的調整，以幫助討論更快速的進行。

- (2) 合作學習的教學要能成功，小組長在線上討論的秩序與引導解題進行上需作訓練。

線上討論由於學生處於無拘束的環境下，可能會有秩序不佳之情形，例如上載漫畫等等，此時組長必須控管討論的秩序，而教師也須加強小組長對探索策略解題之訓練，讓小組長能引導小組有更多路徑嘗試解決問題，而小組長在引導學習活動進行的能力須事先訓練。

- (3) 將此研究成功的模式，推展至全國師資培育機構，並逐年編製預算確實執行於中等學校。

從民國八十六年洪錦永（1997）在陳福祥老師的指導下，開始在 www 上架設遠距教學環境，至今交大多年發展出來的網路互動式討論技術已經成熟，已可作為政策的執行推廣，但教師才是推動的關鍵人物，研究者認為應該從師資培育中心先有設立學分作訓練，更可事先調整教師之教學信念，並開始在各中等學校逐年編列預算與目標來確實執行。

參考文獻

中文部份

- 王全世 (2000)。對資訊科技融入各科教學之資訊情境的評估標準。資訊與教育, 77, 36-47。
- 王永昌、張永宗 (2002)。創造雙贏的教學策略：合作學習。生活科技教育, 33, 2-11。
- 王文科 (1995)。教育研究法。台北市, 五南書局。
- 王國華 (1995)。建構與教學：建構與學習。建構與教學, 第一期。
- 國立彰化師範大學科學教育中心。
- 古智勇 (2003)。動畫網頁輔助學習數學幾何成效之研究—以國小六年級角柱和角錐。屏東師範學院數理教育研究所碩士論文。
- 李文益 (2003)。資訊科技融入教學之我見。師說, 174, 10-11。
- 林文昌 (2004)。融合網路多媒體在國小數學領域教學之學習成效與態度影響研究。國立新竹師範學院數理教育研究所碩士論文。
- 林達森 (2002)。合作學習在九年一貫課程的應用。教育研究資訊, 10 (2), 87-103。
- 林怡如、何信助、廖年焱 (2004)。提升數學學習動機的教學策略。師友, 2, 43-47。
- 林進材 (1999)。從教師教學信念與決定談教學實施與效能。中等教育雙月刊第 50 卷第 3 期, 頁 9-21
- 洪錦永 (1997)。遠距教學環境中微積分合作學習研究。交通大學應用數學研究所碩士論文。
- 洪誌陽 (1999)。Polya 啟發法的哲學面向, 數學傳播 23 卷 3 期 9 月
- 邱瓊慧 (2002)。中小學資訊科技融入教學之實踐。資訊與教育, 88, 3-9。
- 邱上真、B30 世宜、王惠川、吳建志, (1995), 77 頁。解題歷程導向教學對國小四年級數學科低成就學生解題表現之成效研究。特殊教育復健學報, 4, 74-108
- 張淑娟 (1997)。高一學生後設認知能力與數學解題能力關係之研究。國立高雄師範大學數學教育研究所碩士論文
- 張春興 (1994)。教育心理學-三化取向的理論與實踐。台北：東華書局。
- 張景媛 (1994)。國中生數學學習歷程統整模式之研究。教育心理學報, 27 期, 141-174。
- 張世平 (1991)。行動研究法。載於黃光雄、簡茂發主編, 教育研究法。台北：師大書苑。
- 莊一凡、陳光勳 (2004)。國小教師實行資訊融入數學科教學現況調查分析之研究。國立台北師範學院學報, 17 (1), 1-24。
- 徐明珠 (2004)。行動研究在教育改革中的問題與價值。國家政策論壇, 季刊, 春季號。
- 周麗萍 (2001)。資訊融入數學領域教學。教師天地, 112, 52-58。
- 高石城 (1999)。數學新課程對學生數學解題能力與數學態度影響之研究。國立台南師範學院初等教育研究所碩士論文。
- 塗金堂 (1996)。數學解題之研究取向。教師之友, 37 (3), 38-44
- 姚如芬 (1998)。從教學研究實作中學習教學-以數學科職前教師為例。

國立彰化師範大學科學教育研究所博士論文。

夏林清與中華民國基層教師協會譯，Altrichter, H., Posch, P. & Somekh, B. 原著 (1997)。

《行動研究方法導論：教師動手做研究》。台北：遠流。

教育部(2002)。國民中小學九年一貫課程暫行綱要。台北。

教育部 (2003)。九年一貫課程概要內涵。台北：教育部。

歐用生 (1994)。提升教師行動研究的能力。研習資訊。第11卷第2期。頁1-6

歐用生 (1999)。行動研究與教育革新。國立台東師範院校1999行動研究國際研討會主題論文集。頁1~17

陳伯璋 (2000)。教育研究方法的新取向。台北市：南宏圖書。

陳英娥、林福來(2004)。行動研究促進初任數學教師的教學成長。

科學教育學刊，第十二卷第一期，83-105。

陳彥廷、姚如芬 (2004)。合作學習模式中學生學習表現之探討。

台東大學教育學報，15 (1)，127-166。

陳淑貞 (2004)。國小教師對於資訊科技融入教學的迷思與省思。師說，180，11-13。

蔡清田 (2000)。教育行動研究。台北：五南。

蔡清田 (2000)。行動研究及其在教育研究上的應用。

載於中正大學教育研究所主編之質的研究法。高雄：麗文。

蔡坤憲 (2006)。怎樣解題 (原作者:G.Polya)。台北市，天下出版社。

蔡永已 (1997)。國二理化科試行合作學習之合作式行動研究。

國立彰化師範大學科學教育研究所碩士論文。

黃政傑 (2005)。課程設計。台北：東華。

葉明達、柳賢 (1999)。數學解題教學的新嘗試-合作解題。科學教育月刊，225，16~25。

劉珍修 (2006)。網路會議室小組合作數學解題之分析研究。

交通大學應用數學研究所碩士論文。

葉重新 (2003)。教育研究法。台北：心理。

溫家榮 (1998)。多媒體電腦輔助學習理論實證研究。高雄師大學報，9，263-287。

甄曉蘭 (2003)。課程行動研究：實例與方法解析。台北：師大書苑。

郭重吉、江武雄和張文華 (1997)。中學數理教師在職進修課程設計之行動研究 (I) — 教師轉變與課程調整。科學教育學刊，第五卷第三期，295-320。

外文部份

- Abrami, P. C. (1995). *Classroom connections: understanding and using cooperative learning*. Toronto: Harcourt Brace.
- Budin, H. (1999). The computer enters the classroom - essay review. *Teachers College Record*, 100(3), 656-669.
- Dalton, T. H. (1988). *The challenge of curriculum innovation*. New York: The Free Press.
- Elliott, J. (1991). *Action research for education change*. Bristol : Open University Press.
- Feldman, A. (1994). Erzberger's DilG35 : Validity in action research and science teacher's need to know. *Science education*, 78(1), 83-101
- Johansen, D. H. (2000). *Computer as mindtools for schools*. NJ: Prentice Hall, Inc.
- Lou, Y., & MacGregor, S. K. (2004). Enhancing project-based learning through online between-group collaboration. *Educational Research and Evaluation*, 10(4-6), 419-440.
- Mayer, R. E. (1985). *Educational psychology: A cognition approach*. NY: Freeman.
- Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*. NY: Freeman.
- McNiff, J. (1988). *Action research: Principles and practice*. London: Routledge
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, Va.: The Council.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, Va.: The Council.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: The Council.
- Palincsar, A. S. & Brown, A. L. (1984). Reciprocal teaching of comprehension-fostering and comprehension-monitoring activities. *Cognition and Instruction*, 1, 117-175
- Schoenfeld. Mathematical problem solving. Orlando , FL : Academic Press, 1985.

附錄一：JoinNet 安裝及執行測試精靈

一、最低軟硬體需求

- CPU：Pentium III 333 MHz 以上
- 記憶體：64 MB RAM 以上
- 硬碟空間：5 MB 以上
- 作業系統：Microsoft Windows 98 SE、ME、2000、XP
- 瀏覽器：Microsoft Internet Explorer 4.0 以上
- 語音元件：Headphone、Microphone、Speaker
- 視訊元件：Web Camera（選擇性）
- 頻寬需求：24 Kbps

第一次使用 Web Office 服務前，請先下載 JoinNet 程式。在第一次下載安裝 JoinNet 後，除了更新版本外，無需再次下載安裝 JoinNet。

於 NCTU 網路學習入口可下載 JoinNet 程式，網址 1：

<http://140.113.143.86/zhtw.php>

網址 2：<http://xms.cs.nthu.edu.tw/xms/> → 高中 → 【開南商工(綜高二仁)】 → 最新公告 → 線上合作學習討論區。



二、JoinNet 安裝步驟如下：

步驟 1：點選 [下載免費 JoinNet 程式](#)

歡迎光臨！ WebOffice 提供即時多人、多點、多媒體的影音會議服務。

NCTU 網路學習

WebOffice 使用方法

1. 安裝程式

您必須安裝 JoinNet 程式在電腦裡才能使用 WebOffice 服務。程式安裝完畢之後，您可以使用測試精靈來確定您的系統是否與 WebOffice 相容。



(非必要) 您亦可以安裝 [HomeMeeting Messenger](#) 程式，讓您從工作列區的圖示，快捷使用 Web Office 功能。

2. 選擇執行指令

- 參加會議 -或- 拜訪留言
- 查詢錄影 -或- 更改辦公室設定
- 發送會議請柬

3. 進入辦公室

在右邊目錄，按一下要進入的辦公室。

辦公室目錄 (21:01:53 更新)



陳福祥

tseufs
仁杰
劉珍修
小強
廖曉玲
微積分

建功高中

建功1

Offices

MIS

步驟 2: 檔案下載-安全性警告，請直接點選執行(R)



步驟 3: Internet Explorer-安全性警告，請直接點選執行(R)



步驟 4: Select Language，請選擇 Chinese(Traditional)，點選 OK



步驟 5: 安裝精靈，歡迎使用 Home Meeting JoinNet，點選**下一步(N)**



步驟 6: 安裝精靈，授權合約，點選**是(Y)**



步驟 7: 安裝精靈，選擇程式資料夾，點選**下一步(N)**



步驟 8: 安裝精靈，安裝完成畫面，點選**完成(F)**



三、執行測試精靈步驟如下：

步驟 1: 點選**執行測試精靈**

WebOffice 使用方法

1. 安裝程式

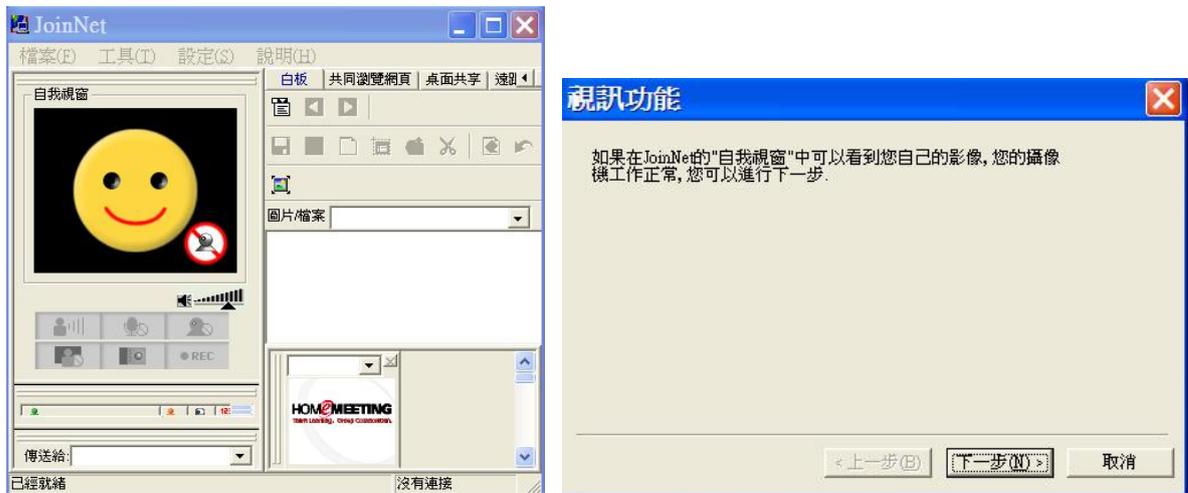
您必須安裝 JoinNet 程式在電腦裡才能使用 WebOffice 服務。程式安裝完畢之後，您可以使用測試精靈來確定您的系統是否與 WebOffice 相容。

 下載免費 JoinNet 程式

 **執行 測試精靈**

 (非必要) 您亦可以安裝 [HomeMeeting Messenger](#) 程式，讓您從工作列區的圖示，快捷使用 Web Office 功能。

步驟 2: 視訊功能，請不要使用 Webcam，以免影響頻寬，點選**下一步(N)**



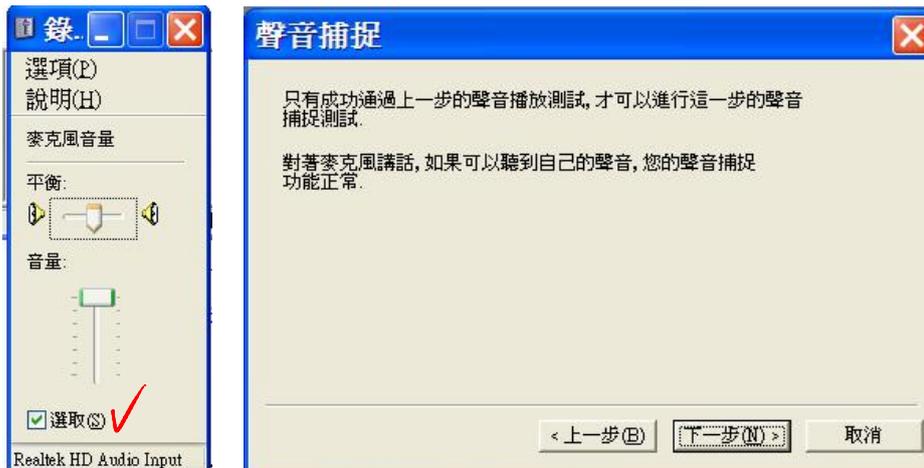
步驟 3: 如果單擊“聲音播放測試”可以聽到鈴聲，點選**下一步(N)**

在音量控制區中，請勾選麥克風平衡靜音，否則您將聽回音（您自己的聲音回傳）



步驟 4: 對著麥克風講話，如果可以聽見自己的聲音，點選**下一步(N)**

在錄音控制區中，請在麥克風平衡勾選「選擇」



步驟 5: 網路連接，單擊下面的按鈕開始網路連接測試，連上網路會出現您的網路可以使用 JoinNet，點選**確定**及**下一步(N)**



步驟 6: 測試精靈，測試精靈完成測試，點選**完成**，並結束 JoinNet

