

# 目錄

目錄.....	I
圖目錄.....	III
表目錄.....	V
第一章 簡介.....	1
1.1 研究背景與動機.....	1
第二章 背景.....	3
2.1 路徑規劃演算法整理.....	3
2.1.1 路線圖法.....	4
2.1.2 細胞切割法.....	4
2.1.3 數學規劃法.....	5
2.1.4 次要目的圖形法.....	5
2.1.5 位能場模型法.....	6
2.1.6 廣義位能場模型.....	7
2.2 多機械手臂共持物體路徑規劃方法整理.....	8
2.2.1 精確的路徑規劃.....	9
2.2.2 隨機方式的路徑規劃.....	9
2.2.3 機構奇異點分析.....	11
2.2.4 廣義位能場模型與其他方法之異同.....	11
第三章 廣義位能場模型及其應用.....	12
3.1 三維空間的廣義位能場.....	12
3.2 推導向量函數.....	13
3.3 廣義位能場的解析式.....	14
3.3.1 牛頓位能場 (當 $m=1$ 時) .....	16
3.3.2 廣義位能場模型 (當 $m>2$ 時) .....	16
3.4 排斥力.....	17
3.5 廣義位能場在路徑規劃問題的應用.....	18
第四章 多手臂共持物體路徑規劃演算法.....	19
4.1 環境設定.....	19
4.2 物體的路徑規劃.....	22
4.3 手臂的路徑規劃.....	26
4.4 共持物體的路徑規劃.....	32
4.5 輔助障礙面.....	34
4.6 碰撞偵測.....	42
第五章 實驗結果及討論.....	46

5.1 移動平衡與轉動平衡.....	46
5.2 範例實測.....	52
5.3 運算複雜度與效能.....	70
5.4 問題與討論.....	72
第六章 結論.....	73



# 圖目錄

圖 2.1	封閉式運動鏈.....	8
圖 2.2	開放式運動鏈一例.....	8
圖 3.1	在三維空間的一個多邊型平面 $S$ .....	12
圖 3.2	三維空間中的一點、線段 $C$ 及包含多邊形 $S$ 的平面 $Q$ .....	13
圖 3.3	牛頓位能場在三維空間中的例子.....	15
圖 4.1	實驗環境一例.....	20
圖 4.2	物體的取樣點.....	21
圖 4.3	三自由度關節例子—球形關節.....	21
圖 4.4	物體路徑規劃（一步）流程圖.....	23
圖 4.5	物體受瓶頸面吸引前進之方向與 $V\_Plane$ 的相對關係.....	24
圖 4.6	階梯的例子.....	25
圖 4.7	對於階梯式場景的問題改進前與改進後的比較.....	26
圖 4.8	手臂路徑規劃流程圖.....	27
圖 4.9	手臂首節至倒數第三節路徑規劃流程圖.....	29
圖 4.10	未對手臂旋轉角度做限制的例子.....	30
圖 4.11	對旋轉角度做限制後的結果.....	30
圖 4.12	末兩節的調整示意圖.....	31
圖 4.13	手臂末兩節路徑規劃流程圖.....	32
圖 4.14	手臂共持物體路徑規劃流程圖.....	34
圖 4.15	用來說明輔助障礙面的例子.....	35
圖 4.16	第一類輔助障礙面.....	36
圖 4.17	以 $Z$ 軸為軸的旋轉.....	37
圖 4.18	以 $X$ 軸為軸的旋轉.....	38
圖 4.19	輔助障礙面在物體依任意方向旋轉任意角度後的改變.....	39
圖 4.20	第二類輔助障礙面.....	40
圖 4.21	以 $Z$ 軸為軸的旋轉.....	40
圖 4.22	以 $Z$ 軸為軸的旋轉加上 $XY$ 方向的平移.....	42
圖 4.23	交點偵測示意圖.....	45
圖 4.24	碰撞偵測流程圖.....	45
圖 5.1	環境中有一個在角落中的小方塊.....	46
圖 5.2	移動平衡調整步驟.....	47
圖 5.3	轉動平衡調整步驟.....	49
圖 5.4	移動調整與轉動調整相互配合調整之示意圖.....	52
圖 5.5	例一，拱門與階梯的例子.....	53

圖 5.6	例一的調整過程.....	54
圖 5.7	例二，彎曲通道的例子.....	56
圖 5.8	例二的調整過程.....	57
圖 5.9	例三，瓶頸通道的例子.....	59
圖 5.10	例三的調整過程.....	60
圖 5.11	例四，三手臂共持物體的例子.....	62
圖 5.12	例四的調整過程（側視圖）.....	64
圖 5.13	例四的調整過程（後視圖）.....	65
圖 5.14	例四的調整過程（只觀察物體）.....	67
圖 5.15	例四的輔助障礙面配置.....	69
圖 5.16	手臂發生折疊的情況與改善的結果.....	69



# 表目錄

表 5.1	例一動作資訊統計.....	70
表 5.2	例二動作資訊統計.....	70
表 5.3	例三動作資訊統計.....	71
表 5.4	例四動作資訊統計.....	71



# 第一章 簡介

## 1.1 研究背景與動機

路徑規劃主要是在處理行動機器人或機械手臂在空間中移動時避免碰撞的問題，本論文所探討的主題是多機械手臂在合作關係（共持物體）之下的路徑規劃，給定機械手臂某一個初始組態，以及我們所期望手臂所到達的最終組態，我們希望在手臂不與環境中障礙物發生碰撞以及不和其他手臂發生碰撞的前提下，找出從初始組態到達最終組態的方法。現今處理相關問題的方法，大致分為在工作空間（workspace）與在組態空間（configuration space，簡稱 C-space）上規劃兩種類型，前者是直接利用空間中各個物體、機械手臂和障礙物的座標資訊來進行規劃，後者則是利用空間以及手臂關節自由度的資訊建立虛擬的組態空間，然後在這空間中搜尋安全的路徑，本論文使用的廣義位能場模型則屬於前者。

我們在本論文所探討的機械手臂是由多節剛體組成，每節剛體之間以關節相連，環境中的障礙物則是靜止分布在空間中，隨著機械手臂節數與各關節自由度的增加或環境障礙物的複雜度的增高，手臂路徑規劃問題也會隨之變得更加困難。當機械手臂自由度大於工作空間的維度時，代表機械手臂的路徑規劃將有無限多種可能的解法，此時路徑規劃的目的除了要找出解之外，還希望所找出的解應該要是較為有效率、節省計算資源的較佳的解，甚至是最佳解（例如最短路徑），這雖然大大增加問題的難度與複雜度，但也提供了在不同狀況下選擇不同解法的空間。

多手臂共持物體可應用於較大或較重物體的搬運工作，對於較重的物體一隻手臂可能無法支撐住物體的重量，較大的物體則是會有力矩過大而會有手臂物體無法舉起物體的狀況發生，因此在這些狀況下我們需要多隻手臂共同合作才能夠完成指定的工作。在本論文所探討的多手臂共持物體的問題中，每一隻手臂都有各自的初始與最終組態，因此我們要為每一隻機械手臂找出各自的安全路徑。比

較常見的作法是使用主僕式架構 (master-slave)，將手臂分為主臂 (master) 與僕臂 (slave) 兩種類型，主臂先規劃，僕臂後規劃，由於手臂是依照排定的順序作規劃，因此主臂 (master) 在規劃時不必考慮到與其他手臂的碰撞問題，而僕臂 (slave) 除了考慮障礙物之外還得避開主臂，以免發生手臂間的碰撞。主僕式架構雖然簡單又實用，但有可能會發生僕臂為了閃避主臂而過度彎曲，使得姿態不自然的情況發生，因此在我們的路徑規劃演算法中，我們採用各隻手臂同時規劃的平行架構，手臂與手臂之間是視而不見，藉由對工作空間的切割，我們可以確保手臂間不會發生碰撞。

本研究的目的是希望提出運算效率高且能夠適應複雜環境的演算法來處理多機械手臂共持物體的問題，不只是規劃手臂的路徑，還能夠規劃被手臂所持有的物體的路徑，藉由各手臂平行處理的架構，使得每隻手臂都能夠在不受其他手臂干擾的情況下規劃出最自然的型態。此外，我們對於路徑規劃的運算也做了適當程度的簡化，在執行效率與規劃結果的正確性之間取得平衡，甚至可以達到即時完成路徑的規劃工作，其實用性有利於日後在實務上的應用，也有助於在其他領域上的發展。接下來的論文中，我們會在第二章對相關領域的研究成果做探討與回顧，在第三章介紹我們用以進行路徑規劃的廣義位能場模型，第四章會詳細說明我們處理多手臂共持物體的路徑規劃的演算法，相關的實驗結果將在第五章呈現與探討，最後第六章則是提出結論及其對於未來的可能發展與展望。



## 第二章 背景

多機械手臂共持物體的路徑規劃是由一般的路徑規劃問題推廣而來，我們將在 2.1 節介紹目前既有的路徑規劃的方法，在 2.2 節介紹對於多機械手臂共持物體的路徑規劃這個問題上相關的研究成果，並與本論文所用的廣義位能場模型作簡單的比較。

### 2.1 路徑規劃演算法整理

路徑規劃所指的是在工作空間 (workspace) 中從起點到終點間尋找一條不會與周圍發生碰撞的安全路徑，除了要求路徑的安全性之外，我們還希望所找出來的能夠是距離最短、計算最有效率的路徑。1970 年代末期，Lozano-Pérez 和 Wesley 在[1]裡提出了一個完全演算法 (complete algorithm)，他們將障礙物所存在的空間，以多邊形或是多面體來表示，形成一個禁止區之網路圖，而機械手臂的路徑規劃問題便轉變為避開這些點，在圖中找尋一條安全的路徑，這個方法被認為是 C-space 的前身。到了 1983 年，Lozano-Pérez 在[2]裡首度引進了機械人組態空間 (configuration space, 簡稱 C-space) 的觀念，影響了後來這領域的研究方向。組態空間是機械手臂在工作空間中可能處於的所有狀態所形成的空間，這個空間的維度由手臂關節數目及各關節的自由度個數決定，因此機械手臂的自由度決定了組態空間的維度。在組態空間中，機械手臂的組態被表示成一個點，一個點即代表一個動作組態。如此，組態空間裡的禁止區域 (forbidden region) 即為機械人會碰撞障礙物的組態的集合，而禁止區以外的自由空間 (free space) 則對應機械人所有安全的動作組態的集合。因此整個避碰問題的核心便轉變成為在組態空間的自由空間裡，找一條連接起點組態和終點組態的路徑。

如今在路徑規劃這個領域，大部分的方法都是將問題轉換到組態空間處理，但仍然有些是直接在工作空間進行。基本上路徑規劃的方法可分為五大類：骨架



法 (skeleton)、細胞切割法 (cell decomposition)、數學規劃法 (mathematical programming)、次要目的圖形法 (subgoal graph) 以及位能場模型法 (potential fields)。底下針對這五大類以及本論文所使用的廣義位能場作個概述。

### 2.1.1 路線圖法

路線圖法 (roadmap) 是把原有的自由空間 (free space) 轉換成為某些線段所組成的網路，也就是路線圖，依據這些路線圖找出所要的路徑。因此我們所要找的路徑就會被侷限在這些網路線段當中，使得原先的路徑規劃問題被巧妙的轉化成圖形的搜尋問題[3]。1996 年 Kavraki 等人在[4]裡提出了 Probabilistic Roadmap (PRM)，很成功的把其應用範圍提高至高自由度的機械手臂，此演算法在 C-space 裡利用亂數，灑下某種數量的點，每一個點即代表機械手臂的某一動作組態，然後再區域性的 (locally) 把一些沒有碰到障礙物的組態點連接起來形成一個圖 (graph)，最後在這圖裡找一條連接起點和終點的路徑，以之做為機械手臂的整個運動過程。雖然這方法可以在數十秒內建好圖，在不到一秒的時間裡找到一條路徑，但是機率的操控的因素太大，沒有辦法保證能夠順利到達目的，求出來的路徑還可能需要再平順化 (smooth)，且此方法只適用於靜態的工作空間，實用性仍有一定的限制。一般而言，路線圖法可分為三個步驟：首先將起始位置移至位於路線圖上的一點做為開始位置，接著再將最終位置移至路線圖上的另一點做為目的地，最後透過我們所建構出來的路線網路，找出數個相連的線段，把這兩個點連接起來即得到起點與終點之間的路徑。較著名的建構路線圖的方法除了前面提到的機率路線圖法 (probabilistic roadmap, PRMs) 之外，尚有視線可見圖形法 (visibility graph)、Voronoi 圖形法 (Voronoi diagram) 和隨機快速搜尋樹法 (RRTs) 等。

### 2.1.2 細胞切割法

Brooks 和 Lozano-Pérez 在 1983 年提出的細胞切割法[5]是把自由空間切割成大小不同的細格 (cell)，將這些切出來的格子依據其相鄰關係組成一條安全的路

徑，格子的大小是決定結果的關鍵。位能場應用始於 1986 年的[6]，Khatib 創新的利用人工位能場對機械人的排斥力而達到避碰的目的，且能做到即時的運算。雖然這些方法都很有效率，但是這兩種方法均被侷限於 C-space 裡討論，而且只適合總自由度二或三的機械手臂，對於總自由度在四或五以上的 redundant manipulator，這些方法顯然都無法有良好的表現，例如細胞切割法（cell decomposition）可能會因為細格切割出來的數量過大，導致在高自由度的機械手臂的路徑規劃中效能不彰。雖然之後有很多經驗法則式的演算法對某些缺點做了改良[7]，但是仍然無法保證其效率，且不夠穩定。

### 2.1.3 數學規劃法

在數學規劃法中，主要是利用組態參數和不等式來達到避開障礙物的要求。在 Hwang 等人的研究[8]中，試著將路徑規劃問題的數學最佳化，亦即找出一條從起點到目的地組態的最短長度曲線。但是這些最佳化問題可能是非線性的，轉而由多個不等式組成，因此常運用數值方法來幫助尋找最佳解。此外，還有一種利用線性代數方法，來做機械手臂動作規劃的方式，由 Cartesian 空間中末端操作點的速度（或加速度），求得機械手臂各關節所需的轉動變量，稱之為反運動學（inverse kinematics）的方法。一般線性代數式的機械手臂動作規劃方法，大多會利用到 Jacobian matrix，現今已實際應用到各式不同的機械手臂。Jacobian matrix 可以很方便的對關節變數空間（joint variable space）和末端操作點移動空間（end-effector space）做兩者之間的線性轉換，快速求得每個關節所需之轉動變量，做即時的動作規劃。不過此法必須用在工作空間為一條無碰撞的末端操作點的移動路徑，始可對手臂的關節求得細部的轉速調整，所以此法屬於動作規劃的控制，而不是路徑規劃的避碰問題。此外任何矩陣都有 singular 的問題，這一直都是動作規劃中有待解決的重點。

### 2.1.4 次要目的圖形法

次要目的圖形法是利用次要目的（subgoal）來幫助找到路徑，而次要目的

即工作空間中重要的中途站，或是組態空間中最重要組態。不過次要目的並不是強迫必須經過的，而是視情況而定。所以次要目的圖形法通常分成兩個階段，分別為全域規劃 (global planner) 和局部規劃 (local planner)。全域規劃目的是要產生一個包含次要目的地的空間，而局部規劃則是用來確認每一個次要目的地的可到達性 (reachability)。與細胞分割法相似的是，任兩個次要目的地之間也可以依實際情形需要，再細分為更多的次要目的地。Henning 等人曾在[9]提出蛇行機器人的運行方式，建立一數學規劃模式，取代傳統的機器人運動軌跡。此法在求解大型問題時，成效相當好。

### 2.1.5 位能場模型法

位能場模型法主要是利用磁場同性相吸、異性相斥的原理，將之應用在路徑的規劃上，藉由目標對機器人產生吸引力以及障礙物對機器人產生排斥力，使得機器人可以在朝著目標前進的同時遠離周圍的障礙物，避免與之發生碰撞。但是使用位能場模型進行路徑規劃卻存在著數個問題，第一是機器人可能會陷在位能區域極小值 (local minima) 之中的問題，第二是機器人在目標吸引力的影響之下可能會穿過或碰撞到障礙物 (obstacle collision) 的問題，第三是機器人因障礙物的排斥力作用而無法到達目標 (unreachable goal) 的問題。local minima 形成的主要原因是因為位能的分布存在四周位能都較高的位能谷，當機器人移至其中便會被困在裡頭而走出不來；機器人會穿過、碰撞到物體或是機器人無法到達目標的原因較多，但主要是因為障礙物與目標兩者對機器人的排斥力及吸引力相互干擾所導致的結果。在 local minima 的問題處理上，Laliberté 和 Gosselin 於 1994 年在[10]中把工作空間作骨架 (skeleton) 抽取形成大致的路徑，再利用離散的位能場計算 (discrete potential field) 來降低遇到 local minima 機率。Barraquand 等人於 1997 年在[11]裡利用力場的負階度 (negated gradient) 決定機械人的移動方向，當機器人落入 local minima 時，便利用隨機亂數來決定運動的方向。近年來則有 Park 和 Lee 在[12]中根據時間與位置的關係設計 local minima 偵測器，若偵

測到機器人已落於 local minima 中，便會製造虛擬的位能丘 (virtual hill)，提高該處的位能以改善 local minima 位能較四周低的情況，讓機器人能夠脫離 local minima。還有 Ding 等人在[13]中則是利用在障礙物的邊緣產生虛擬的位能場，沿著障礙物邊緣來引導機器人走出 local minima 的位置。在機器人會碰撞到障礙物或無法到達目標的問題上，2000 年 Ge 和 Cui 兩人在[14]中透過設置特殊的位能函數，讓目標位置的位能大小永遠為零，並讓機器人在相當靠近障礙物時，位能大小趨近於無限大，使得目標位置的位能不會因為障礙物在附近而提高，導致機器人可能無法到達目標，且因為機器人在相當靠近障礙物時因位能趨近無限大，使得機器人不可能碰撞到障礙物。2002 年 Chuang 等人在[15]中可以讓機械手臂在非常靠近障礙物時，產生趨近於無窮大的排斥力，且透過瓶頸面的設置，將導引的力量與障礙面所產生的排斥力分離，排除其相互干擾的情況。雖然位能場模型法在路徑規劃的應用上常會遇到上述的幾種限制，但是它可以在工作空間中直接且快速地規劃路徑，因此位能場模型法在解決路徑規劃的問題上仍廣泛的被使用。



### 2.1.6 廣義位能場模型

在路徑規劃上，除了最短距離 (minimum distance) 以及最短時間 (minimum time) 路徑之外，最安全 (safest) 路徑也是一項用來評量路徑規劃演算法的標準，1998 年 Chuang 所發表提出的廣義位能場模型[16]，在三維工作空間中，藉由計算廣義位能場中多面體的每個面所產生的排斥力，可以找出障礙物與場景的位能谷底以及位能最小值。簡言之，就是運用排斥力，將運動中的手臂推往力的平衡點，這個平衡點就可視為在當時刻最安全的位置，而由每個時間點所計算出的力平衡點，連結起來的路徑，則可將之視為最安全路徑，由於本篇論文即利用此方法作為依據，進而延伸到多機械手臂的路徑規劃，因此有關廣義位能場模型的推導及論述，將在下一章作詳盡解說。

## 2.2 多機械手臂共持物體路徑規劃方法整理

多機械手臂在共持物體時，我們將物體視為機械手臂的一節，和機械手臂的各節一起做路徑規劃，機械手臂一節一節相連，形成稱為運動鏈(kinematic chain)的機構。在多機械手臂共持物體的情況下，手臂會和物體共同組成封閉的環狀結構，稱為封閉式運動鏈(closed kinematic chain)，如圖 2.1 所示，依照環狀結構複雜度的不同，可以分為單封閉迴路與多封閉迴路兩種型態。和封閉式運動鏈相反的，若是運動鏈並不形成環狀的結構的話，就稱為開放式運動鏈(open kinematic chain)，圖 2.2 為開放式運動鏈的一個例子。封閉式運動鏈的路徑規劃較單純的多手臂路徑規劃複雜得多，其最困難的地方在於如何在整個運動鏈運動時保持封閉的狀態(closure constraint)，這使機械手臂在做路徑規劃時除了考慮手臂與障礙物以及手臂與手臂間的碰撞之外，還得顧及手臂在姿態上的限制，這大大增加了問題的難度與計算的複雜度。

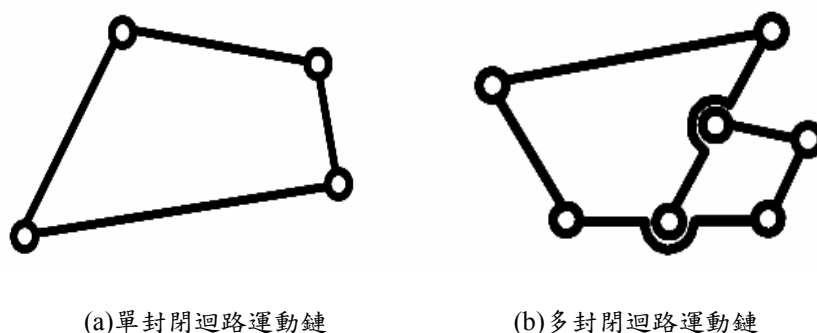


圖 2.1 封閉式運動鏈，圖中圓圈為關節，關節之間的邊代表一節手臂。

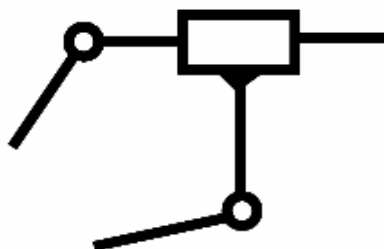


圖 2.2 開放式運動鏈一例。



Trinkle 和 Milgram 在[17]中將封閉式運動鏈的路徑規劃方法分為三類：

- (1) 精確的路徑規劃 (exact motion planning)。
- (2) 隨機方式的路徑規劃 (probabilistic motion planning)。
- (3) 機構奇異點分析 (mechanism singularity analysis)。

這三類是目前最常見到的三種處理封閉式運動鏈路徑規劃的方法，下面將對這三類方法與目前的研究成果分別做介紹。

### 2.2.1 精確的路徑規劃

這是三類中最直接的方法，封閉式運動鏈的路徑規劃需要滿足一些結構上的限制，這些限制同時也提供了尋找安全路徑的搜尋範圍，在這些資訊的導引之下使用數學方法直接求出安全的路徑，1994 年Lenhart和Whitesides提出了 line-tracking的方式[18]，先將給定的起始和目標組態 $q_s$ 和 $q_g$ 轉換成三角形的型態 $q_s'$ 和 $q_g'$ ，轉換成三角形之後，line-tracking就可以在 $O(n)$ 的時間之內將 $q_s'$ 轉換至 $q_g'$ 的組態，這種方法最大的優點在於執行效率很高，但是所得到的路徑卻顯得不夠平滑，會有不連續的情況發生。2002 年Trinkle和Milgram[17]以及Liu和Trinkle[19]先將封閉運動鏈的環狀結構切成兩段，形成兩個開放式的運動鏈(open kinematic chain)，其中一個只包含一端固定在基座的那一節機械手臂，其餘的部份屬另外一個運動鏈，由於短的運動鏈只有一節，所以其自由一端的端點位置在工作空間 (workspace) 中就只侷限在固定的圓型區域中，這同時也代表另一個運動鏈的末端操作點 (end-effector) 的位置也被限制在此區域中，因此就在這可能的區域之中利用代數幾何 (algebraic geometry) 與微分拓撲 (differential topology) 從所有可能的末端操作點位置求出運動鏈剩下其他部位的組態，最後再從這些組態中找出合乎要求的組態作為路徑規劃的結果，不過這個方法並沒有考慮周圍的障礙物，因此不見得實用。

### 2.2.2 隨機方式的路徑規劃

這類方法最主要就是使用改良式 PRM 來做規劃，這也是目前相關文獻最多

的一類方法，PRM 是機械手臂路徑規劃領域中一種相當有效且成功的方法，因此也被拿來運用在封閉式運動鏈的路徑規劃。其基本的想法是在組態空間中找出能夠維持 closure constraint 的空間，找出來之後便在此空間中建立路線圖

(roadmap)，然後再利用 PRM 的方式來做路徑規劃，其最重要的課題就在於如何在組態空間找出滿足 closure constraint 的空間。

LaValle、Yakey 和 Kavraki 在 2001 年使用能量的觀念[20]，和[17]一樣，先把環狀結構打破，形成兩個開放的運動鏈，接下來為其組態定義能量函數，兩個運動鏈的末端操作點之間距離越近則能量越小，若兩個末端操作點重合的話其能量值就達到最小值。這個能量函數會被拿來在組態空間產生隨機的組態點，先在組態空間中隨機產生幾個組態點做為種子 (seed)，接著每個種子組態點在其附近再隨機產生數個組態點，從中尋找能量最小的點，若找出的組態點能量比原有的種子組態點能量為低的話就以新的點取代該種子組態點，如此運作直到能量小到一定程度便可得到數個滿足 closure constraint 的組態，最後以這些組態點建立路線圖，進行規劃。

2002 年 Cortés、Siméon 和 Laumond 提出 Random Loop Generator (RLG) 的演算法[21]。其作法首先是將環狀的運動鏈分解成主動 (active chain) 和被動 (passive chain) 兩部份，其中被動部份是可以不受任何限制任意運動的部份，剩下無法自由運動的就屬於主動部份。規劃的順序是先求出主動與被動部份可到達的區域，兩條運動鏈連接的點必須要在兩個可到達區域的交集之中才能夠滿足 closure constraint，因此先將主動部份移至該區域中，接著被動部份使用反運動學 (inverse kinematic) 求出其組態，把如此所得整個運動鏈的組態再拿來建路線圖，接下來就是和普通 PRM 一樣規劃出路徑。

到了 2004 年 Han 使用圖論的理論從封閉式運動鏈的初始狀態中分析出不會破壞環狀結構的動作，將之稱作 Monte Carlo moves[22]，然後在組態空間中隨機或使用其他方法產生出數個滿足 closure constraint 的組態點，接下來以這些組態點為起點利用 Monte Carlo moves 在附近產生出其他組態點，這些組態點因為是



透過 Monte Carlo moves 而產生的，所以仍舊符合 closure constraint。若將這些組態點做為路線圖中的點，Monte Carlo moves 當作路線圖中的邊，就可得到一個完整的路線圖，最後再用這個路線圖做路徑規劃。這些方法都能夠取得不錯的路徑，但是他們共同的最大問題在於路線圖的建立相當耗時，雖然這些演算法相對於傳統的 PRM 效能已經進步不少，但與其它類型的方法相比仍嫌太慢，這也是為了得到好的規劃結果所付出的代價。

### 2.2.3 機構奇異點分析

這類方法是純粹使用數學的工具來解決路徑規劃的問題，將封閉式運動鏈所需滿足的條件（像是 closure constraint）寫成方程式來表示，然後用線性代數的運算去解這些方程式，但這些方法大多太過於理論，做了太多假設，對於實際的問題不見得合用，因此並不是主流的方法。

### 2.2.4 廣義位能場模型與其他方法之異同

本論文所使用廣義位能場作路徑規劃的方式和上面所提到的方法相比，有幾個不同的地方，第一，廣義位能場是直接在工作空間（workspace）上做路徑規劃，而不使用組態空間，因此廣義位能場不必受限於組態空間的高維度特性，其路徑規劃的方式對於使用者而言也比較直觀且易於理解；第二，我們將封閉式運動鏈的環狀結構打破分為數個部份，即一個物體與各條機械手臂，以物體帶領各條手臂運動的模式運動，每條機械手臂的規劃則是平行且互不影響，我們雖然和前述幾種方法[17][19][20][21]一樣都是將環狀結構拆開再分開處理，但這幾種方法的運作模式是一部份先做規劃，規劃完另一部分再配合的主僕式架構，這與我們的平行處理架構有很大的不同；第三，廣義位能場相對於上述三類的方法用途較廣，實用性較高，也較能適應複雜的環境。在前述的方法之中，大多對於其運作的環境有一定的限制，像是[17][22]就是在環境無障礙物的假設下所做的研究，另外有些方法不見得能夠在三維的空間中運作良好，像是[19][20]便是只能在二維的環境中做路徑規劃，無法適用於三維空間的場景。

### 第三章 廣義位能場模型及其應用

在本章中，我們將介紹在一個三維空間中，用以計算物體排斥力的廣義位能場模型。在參考文獻[23]中，以牛頓位能場（Newtonian potential）模型取代尋找二維空間的距離函數。但由於使用牛頓位能場來計算排斥力時，與物體的邊緣或角落接觸並不會導致無限大的排斥力，使種子點傾向往物體的邊緣或是角落方向走，故牛頓位能場並不能保證解決三維空間中物體的避碰問題，因此我們建議採用廣義位能場模型。

#### 3.1 三維空間的廣義位能場

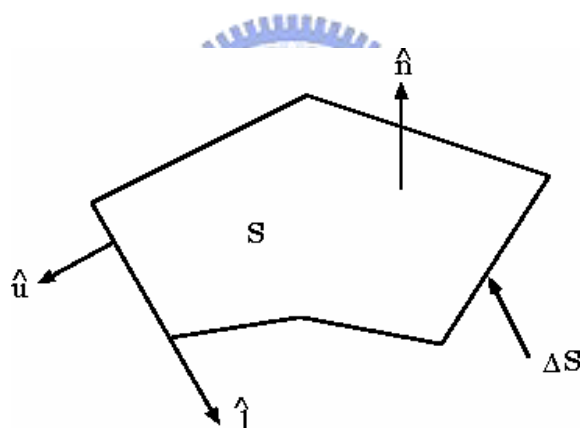


圖 3.1 在三維空間的一個多邊型平面S。

如圖 3.1，考慮在三維空間的一個平面  $S$ ，在點  $\mathbf{r}$  因平面  $S$  所產生的位能可被定義成下式( $m=1$  為牛頓位能場)：

$$\int_S \frac{dS}{R^m}, \quad m \geq 2 \quad (3-1)$$

其中  $R = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|$ ， $\mathbf{r}' \in S$ ，整數  $m$  為位能函數的次方 (order)。週界  $\Delta S$  的方向由表面法向量  $\hat{n}$  利用右手定則來決定，也就是  $\hat{n} = \hat{u} \times \hat{l}$ ，其中  $\hat{u}$  沿著  $\Delta S$  的向外法向



其中  $\mathbf{P}$  是  $S$  中某點相對於  $\mathbf{r}_Q$  的位置向量，而  $\mathbf{r}_Q$  表示  $\mathbf{r}$  在  $Q$  上的投影。

步驟 1 的目的是要求出  $f_m(R)$  使得

$$\frac{1}{R^m} = \nabla_S \cdot (f_m(R)\mathbf{P}) \quad (3-4)$$

在以上的式子中， $\nabla_S(\dots)$  表示相對於面的座標做發散 (divergence) 的動作。式

(3-4) 又可化簡成線性一階常微分方程式：

$$\begin{aligned} \frac{1}{R^m} &= \nabla f_m(R) \cdot \mathbf{P} + f_m(R) \nabla_S \cdot \mathbf{P} \\ &= (\hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{P}) f'_m(R) + 2f_m(R) \\ &= \frac{P^2}{R} f'_m(R) + 2f_m(R) \end{aligned} \quad (3-5)$$

藉由解出上面的微分方程式，我們可以得到下面的式子 (將多出來的常數予以忽略)：

$$f_m(R) = \frac{1}{P^2} \int R^{1-m} dR = \begin{cases} \frac{\log R}{R^2 - d^2}, & m = 2 \\ \frac{-1}{(m-2)R^{m-2}(R^2 - d^2)}, & m \neq 2 \end{cases} \quad (3-6)$$

( $f_1(R)$  相當於在 [24] 中用於牛頓位能積分的向量函數。)

### 3.3 廣義位能場的解析式

根據前面 3.2 小節所導出的  $f_m(R)$ ，對某些  $\mathbf{r}' = \mathbf{r}_Q$ ， $R=d$  時則  $f_m(R)$  會形成有發散的情況。我們令  $S_\varepsilon$  表示  $S$  跟  $Q$  中以  $\mathbf{r}_Q$  為圓心， $\varepsilon$  為半徑的圓相交的部分，那麼由  $S$  於  $\mathbf{r}$  點所產生的位能可計算如下：

$$\int_S \frac{dS}{R^m} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[ \int_{S-S_\varepsilon} \nabla_S \cdot (f_m(R)\mathbf{P}) dS + \int_{S_\varepsilon} \frac{dS}{R^m} \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{\Delta S} f_m(l) \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{u}} dl + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[ - \int_0^\alpha \varepsilon^2 f_m(\sqrt{\varepsilon^2 + d^2}) d\theta + \int_0^\alpha \int_0^\varepsilon \frac{p dp d\theta}{(p^2 + d^2)^{\frac{m}{2}}} \right] \\
&= \sum_i \mathbf{P}_i^0 \cdot \hat{\mathbf{u}}_i \int_{C_i} f_{m,i}(l_i) dl + g_m(\alpha), \tag{3-7}
\end{aligned}$$

其中，

$$f_{m,i}(l_i) = f_m(R = \sqrt{l_i^2 + d^2 + (\mathbf{P}_i^0)^2}), \tag{3-8}$$

$$g_m(\alpha) = \begin{cases} a \log d, & m = 2 \\ \frac{\alpha}{(m-2)d^{m-2}}, & m \neq 2 \end{cases} \tag{3-9}$$

在式(3-8)中， $\mathbf{P}_i^0$  是  $r_Q$  與  $C_i$  之間的距離， $l_i$  則是  $r$  在  $C_i$  上的投影沿著  $\hat{l}_i$  方向的分量， $\alpha$  則是當  $\varepsilon$  趨近於 0 時在  $S$  內部的  $S_\varepsilon$  之圓周角。舉例來說，當  $\alpha = 2\pi$  時， $r_Q$  在  $S$  內部，而  $\alpha = \pi$  時， $r_Q$  在  $S$  的邊上。如果  $r_Q$  在  $S$  中視兩條邊的接點，則  $\alpha$  就等於這兩邊的夾角。(為求簡明，往後註標  $i$  將省略)

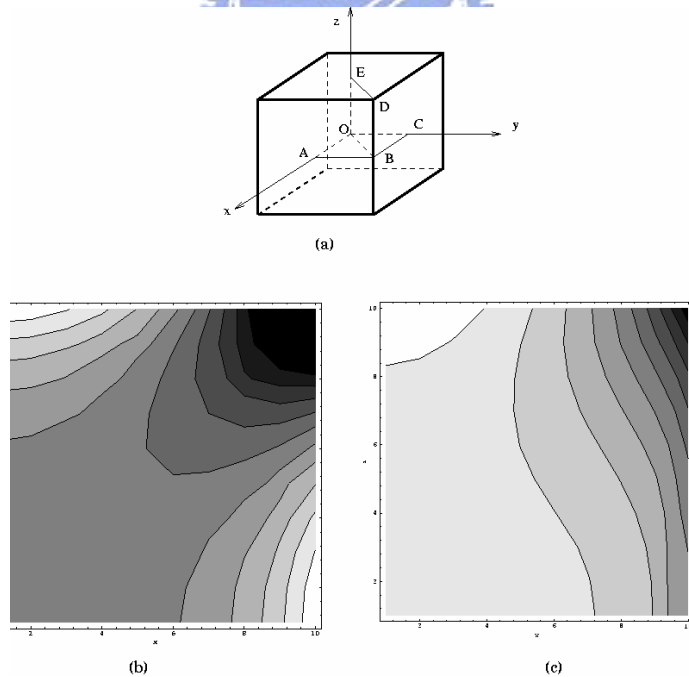


圖 3.3 牛頓位能場在三維空間中的例子。(a)為一個正立方體模型。根據牛頓位能場模型的假設，該正方體的表面均勻帶著正電荷。(b)為當  $z=0$  時，圖示面 OABC 所在處，其位能場分布的等位線圖。(c)為當  $x=y$ ， $w = \frac{\Delta}{\sqrt{(x^2 + y^2)/2}}$  時，圖示面 OBDE 所在處，其位能場分布的等位線圖。

圖中顏色越深的部分，其位能值越小。

### 3.3.1 牛頓位能場 (當 $m=1$ 時)

在[24]裡證明了在牛頓位能場中當  $m=1$  時，得到如下的等式：

$$\int_C f_1(l)dl = \log \frac{R^+ + l^+}{R^- + l^-} + \frac{d}{P^0} \left[ \tan^{-1} \frac{l^+ d}{P^0 R^-} \right] \quad (3-10)$$

然而上式位能場並不適合使用來找尋軸的計算力 (force) 的程序。考慮一個正立方體，根據牛頓位能場模型，我們假設此一正立方體的邊界均勻帶著正電荷 (如圖 3.3(a))，並假設正立方體的頂點座標為  $(\pm 10, \pm 10, \pm 10)$ 。我們可以計算出正立方體內部區域的位能場 (參見[24])。圖 3.3(b) 及圖 3.3(c) 分別代表當  $z=0$  及  $x=y$  時，正立方體內部的等位線圖。(由於對稱的緣故，圖 3.3(b) 只畫出  $x>0$  及  $y>0$  的部分。圖 3.3(c) 則是只畫出  $x>0, y>0$  及  $z>0$  的部分)。我們可以輕易觀察得到，遵循此位能場的力將會往正立方體的某一邊，或是往角落的方向移動。在路徑規劃的領域當中，我們希望物體能在環境中盡量遠離障礙物，此牛頓位能場的特性並不符合要求，因此我們採用以下所提出的廣義位能場模型。

### 3.3.2 廣義位能場模型 (當 $m>2$ 時)

對於  $m=2$  以外的其他偶數， $f_m(l)$  為有理函數，而對於  $m$  為奇數時， $f_m(l)$  則可被有理化。因此除了  $m=2$  外，線積分可由封閉式子來求得。例如，當  $P^0 \neq 0$  時，可得到下面式子：(註標  $i$  省略)

$$\int_C f_3(l)dl = \frac{1}{P^0 d} \left[ \tan^{-1} \frac{l^- d}{P^0 R^-} - \tan^{-1} \frac{l^+ d}{P^0 R^+} \right] \quad (3-11)$$

$$\int_C f_4(l)dl = \frac{1}{2d^2} \left[ \frac{1}{R^0} \left[ \tan^{-1} \frac{l^+}{R^0} - \tan^{-1} \frac{l^-}{R^0} \right] - \frac{1}{P^0} \left[ \tan^{-1} \frac{l^+}{P^0} - \tan^{-1} \frac{l^-}{P^0} \right] \right] \quad (3-12)$$

藉由式子(3-7)，我們計算多面體中的每一平面之位能值，並累加起來，便可得到這個多面體所產生的位能場。例如，當  $m=3$  時，式(3-7)可寫成以下形式：

$$\int_S \frac{dS}{R^3} \triangleq \sum_i [\Phi_{3,i}(x_i = l_i^-, y_i, z) - \Phi_{3,i}(x_i = l_i^+, y_i, z)] + \frac{\alpha}{z} \quad (3-13)$$

在式(3-13)中，對每個  $C_i$  來講，它的  $x_i$ ， $y_i$ ， $z(z = d > 0)$  將分別沿著  $\hat{l}_i$ ， $-\hat{u}_i$  及  $\hat{n}$  計算，該座標系的原點則位在  $r$  對於  $C_i$  的投影上，而上式中的  $\Phi_3(x, y, z)$  則為：

$$\Phi_3(x, y, z) = \frac{1}{z} \tan^{-1} \frac{xz}{y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (3-14)$$

### 3.4 排斥力

面  $S$  對單一點電荷  $(x, y, z)$  產生的排斥力可以利用式(3-13)，求其梯度值，如下面的式子所示：

$$-\sum \nabla_i [\Phi_{3,i}(x_i = l_i^+, y_i, z) - \Phi_{3,i}(x_i = l_i^-, y_i, z)] + \frac{\alpha}{z^2} \hat{i}_z \quad (3-15)$$

其中， $\nabla_i$  是以  $C_i$  所在的座標系統為準。因此，排斥力可以利用下列各式子由解析法求得：

$$\frac{\partial \Phi_3}{\partial x} = \frac{y}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (3-16)$$

$$\frac{\partial \Phi_3}{\partial y} = \frac{-x(x^2 + 2y^2 + z^2)}{(x^2 + y^2)(y^2 + z^2)\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (3-17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_3}{\partial z} = & -\frac{\tan^{-1} \frac{xz}{y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}}{z^2} \\ & + \frac{xy(x^2 + y^2)}{z(x^2 + y^2)(y^2 + z^2)\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \end{aligned} \quad (3-18)$$



### 3.5 廣義位能場在路徑規劃問題的應用

根據廣義位能場模型，一個點因多面物體各個面所產生的排斥力可以藉由物體表面每個平面所蓄的電荷予以加總求得。在路徑規劃的問題當中，我們常常需要利用廣義位能場模型計算手臂與障礙物之間的斥力，若手臂與障礙物均以平面表示，排斥力的計算將需要複雜的四重積分。為了簡化起見，我們的手臂的表面選取適當的取樣點，以這些取樣點代表手臂，障礙物則仍以平面表示，手臂所受的總排斥力便是所有取樣點所受排斥力的加總，而手臂的合力矩則等於各取樣點所受力矩的總和。我們將在第四章介紹的路徑規劃演算法便是以廣義位能場所求出的合力與合力矩做為依據而進行的。



## 第四章 多手臂共持物體路徑規劃演算法

在本章中將要介紹使用廣義位能場模型做多手臂共持物體做路徑規劃所使用的演算法。這裡所介紹的演算法完全是在工作空間中運作，並不需要建構組態空間，不必在其上做複雜的搜尋，所需要的資訊也都完全從工作空間中取得，包括機械手臂、物體與障礙物的空間相對位置關係。首先我們會在 4.1 節介紹實驗環境設定，然後在 4.2、4.3 和 4.4 各節中對我們的演算法做詳細的解析，在 4.5 節我們將說明在本論文所提出的輔助障礙面的概念，最後在 4.6 節講解路徑規劃時碰撞偵測的方法。

### 4.1 環境設定

本論文所討論的主題是在三維空間中多機械手臂共持物體的路徑規劃，如圖 4.1 所示，空間中主要有四個元素，分別是物體 (objects)、障礙物 (obstacles)、手臂 (manipulators)、及瓶頸面 (bottlenecks)。手臂由多節剛體連接而成，首節的前端和物體相接以抓住物體，末節的後端固定在空間的某位置，稱為手臂的基座，手臂的活動範圍因固定的基座而有所限制。瓶頸面是我們在空間中放置的數個平面，目的是用來引導物體和手臂前進的路徑和方向，以圖 4.1 為例，場景中有兩個瓶頸面 bot1 和 bot2，我們可以要求物體和手臂往 bot1 前進或是往 bot2 前進，也可以讓物體和手臂會先往 bot1 前進，等到達 bot1 之後再往 bot2 前進。

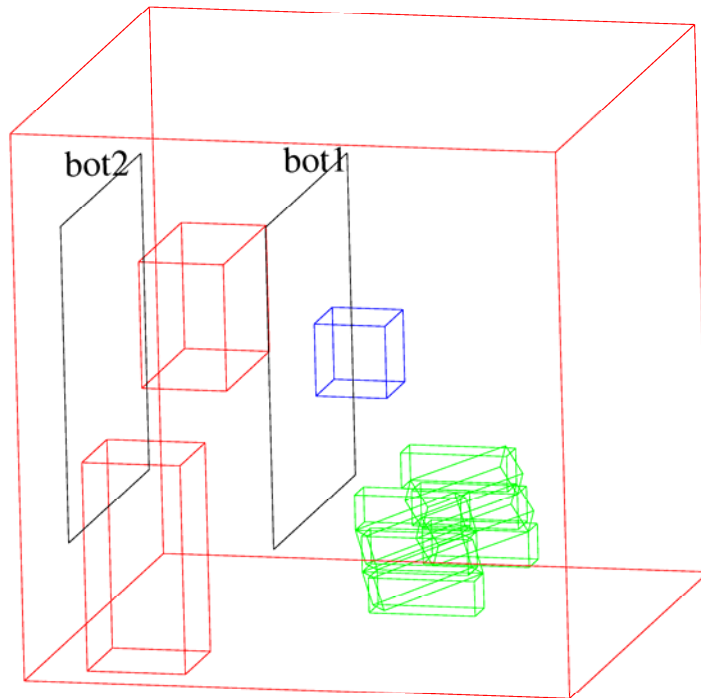


圖 4.1 實驗環境一例，其中包括物體（藍色）、手臂（綠色）、瓶頸面（黑色）以及障礙物（紅色）。本場景為封閉空間，空間內有二長方體障礙物，兩個五節的機械手臂，一個物體以及兩個瓶頸面。

如圖 4.1 所示，機械手臂各節為長方體，各節以其前後截面的中心點作為關節點，節與節之間便以這些關節點相連結。在計算環境中障礙物與物體或障礙物與手臂之間的排斥力時，如果是如第三章廣義位能場中，平面上的電荷是均勻分布的假設的話，計算面與面之間的排斥力將需要做複雜的四重積分，因此我們是在手臂各節的長方體上做取樣所得的取樣點代表各節，障礙物仍以面表示。圖 4.2 繪出了一種可能的取樣方法，其參數（ $m$  表長邊的取樣點數， $n$  表短邊的取樣點數）可以視情況改變。一般而言，愈複雜的環境需要愈多的取樣點以獲得較好的結果，若在單純的環境中，則只需八個頂點上的取樣點就已足夠。透過取樣點，我們可以將環境中障礙物與物體間的排斥力簡化成許多面對點的排斥力的總和，也因此可以利用前一章所述的廣義位能場模型做運算。

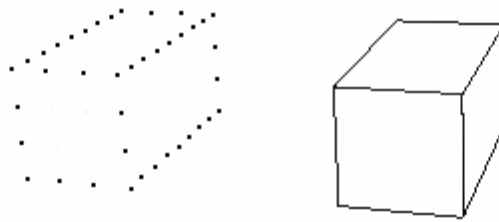


圖 4.2 物體的取樣點 ( $m=7, n=2$ )， $m$ 和 $n$ 可視情況改變。

一般做連結物體或機械手臂的路徑規劃時，常使用的關節有下列幾種：

- (1) 旋轉關節 (Revolute joint) – 1-DOF joint
- (2) 滑動關節 (Sliding joint) – 1-DOF joint
- (3) 圓柱形關節 (Cylindrical joint) – 2-DOF joint
- (4) 螺旋關節 (Helical joint) – 1-DOF joint
- (5) 球形關節 (Spherical joint) – 3-DOF joint
- (6) 平面關節 (Planer joint) – 3-DOF joint

在三度空間中，為了增加連結物體的靈活性與表現位能場在高自由度時的優點，每節手臂之間我們採用具有三個自由度的球形關節來連接，圖 4.3 為一個三自由度球形關節的例子。

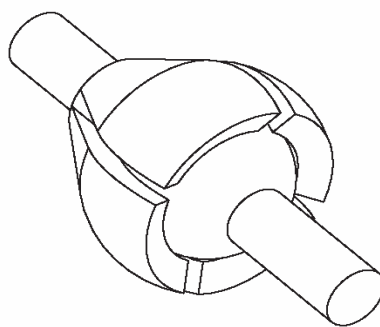


圖 4.3 三自由度關節例子—球形關節。

在我們的實驗環境中，主要的目的是用機械手臂抓著物體將之移至所指定的瓶頸面上去，移動時物體和手臂必須利用位能場避免和場景中的障礙物發生碰撞。我們路徑規劃的步驟首先是讓手臂連接上物體，變成物體共持物體的狀態，然後再讓物體和機械手臂朝著給定的瓶頸面前進，前進的過程中要隨時檢查是否有碰撞發生，若有則將前進步伐減半重新前進直到沒有發生碰撞為止。本論文所使用的演算法包含三個部分，第一部分是物體的路徑規劃，這部分決定了物體的前進路徑，第二部分是手臂的路徑規劃，這部分決定手臂在沿著上述路徑的每個物體位置來連接物體時本身的姿態，第三部份是兩具手臂共持物體的路徑規劃，這部分結合了第一和第二部分，協調物體和手臂之間的動作，以完成我們對機械手臂所賦予的工作。此外，在工作時多隻機械手臂之間的協調也是相當重要，我們使用虛擬障礙面來解決相關的問題。最後，我們使用了簡化但足夠準確的方式來偵測碰撞，希望能夠在計算效率與偵測的精確度取得平衡。



## 4.2 物體的路徑規劃

在本論文的作法中，當機械手臂共持物體往目標前進時，前進的方向主要是由物體所決定與控制。手臂的部份只是在物體前進之後連接上物體並注意避免在連接時和場景障礙物發生碰撞而已，我們的物體往目標前進一步接著調整至位能最低點的路徑規劃流程如圖 4.4 所示。

首先，先找出目標瓶頸面對物體的吸引力 $F_a$ ，吸引力即利用廣義位能場模型算出瓶頸面對物體斥力的反方向，求出吸引力之後便依吸引力 $F_a$ 的方向前進距離 $a$ ，這一步是強制前進，除非是發生碰撞，否則物體是不受位能場限制的，這可以避免因目標瓶頸面太過靠近障礙物而使得物體無法到達目的地（unreachable goal）的情形。在往目標前進一步之後，找出以剛才前進方向（即 $F_a$ 的方向）為法向量的平面（以下稱V\_Plane），接下來物體要在此平面上依周圍障礙物的斥力調整位置。將物體上各取樣點所受斥力的合力投影在V\_Plane上得到力 $F$ ，接下來

就在 $F$ 的方向上作二元搜尋以找出物體在 $F$ 方向上的位能最小處。物體先依 $F$ 的方向平移距離 $d$ ，平移時要偵測是否發生碰撞，若是發生碰撞就將移動距離 $d$ 減半，物體重新依 $F$ 的方向平移距離 $d$ ，因為距離 $d$ 較之前為少，因此發生碰撞的機會將較之前為低，若是仍然發生碰撞就再把 $d$ 減半，如此重複直到沒有碰撞發生順利移動或是 $d$ 的值已經小到一定程度，如圖 4.4 的流程所示，當 $d$ 已小於我們所定的 $d_0$ 值時，我們就判定物體因為碰撞而無法在V\_Plane上移動，這時便會結束物體路徑規劃的工作，回報錯誤訊息。V\_Plane與吸引力方向的相對位置關係見圖 4.5。

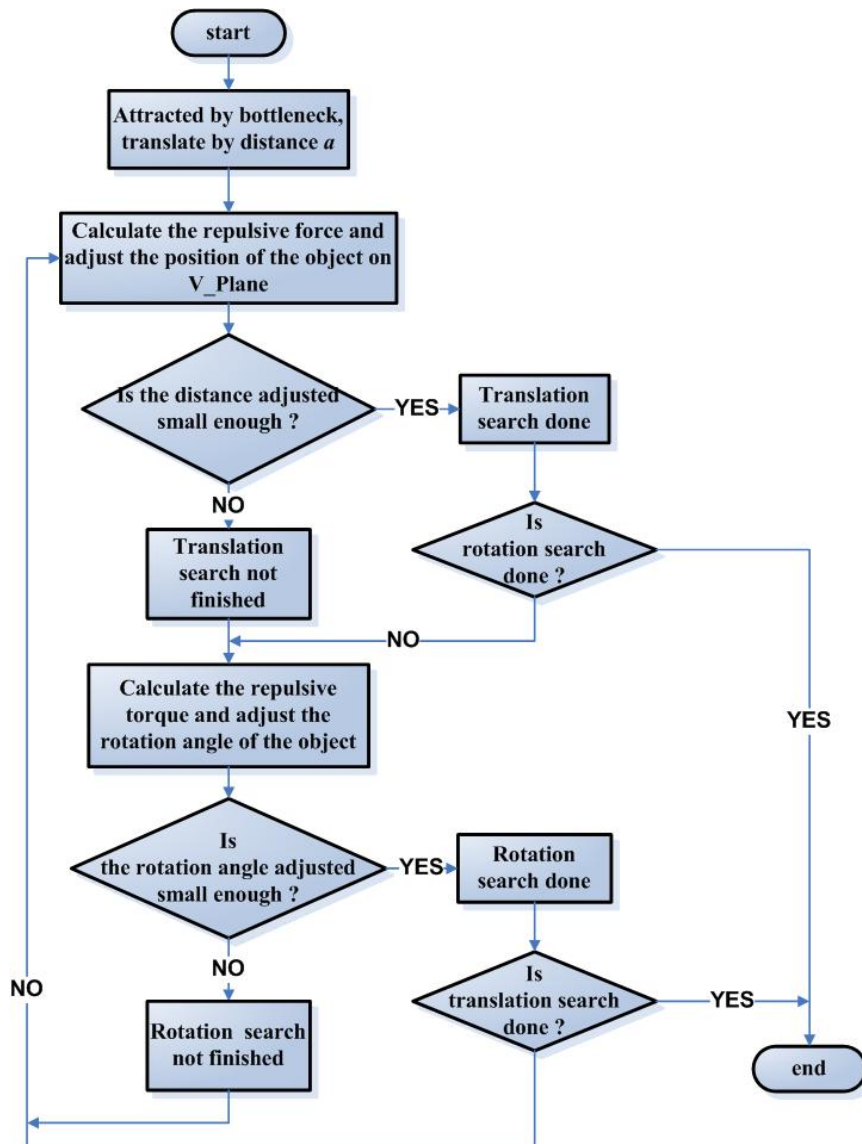


圖 4.4 物體路徑規劃（一步）流程圖， $d$ 、 $\theta$ 為可變參數， $d_0$ 、 $\theta_0$ 為我們所定的臨界值。



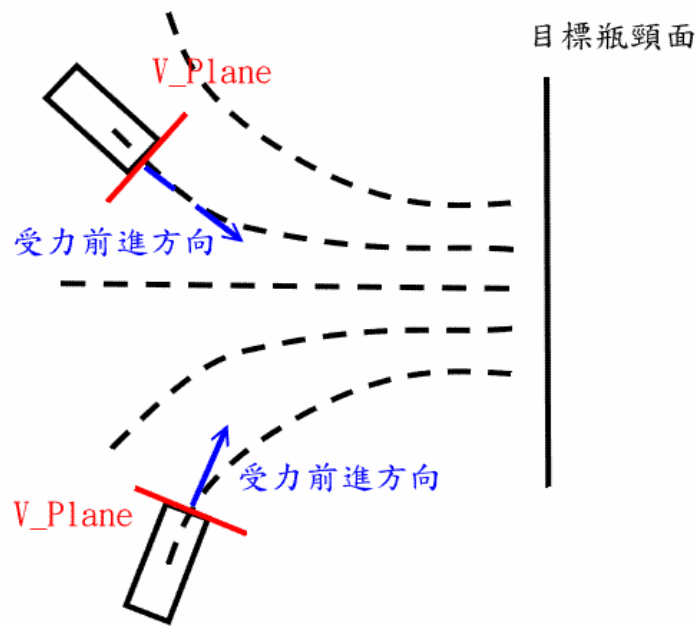


圖 4.5 物體受瓶頸面吸引前進之方向與V\_Plane的相對關係，虛線是物體受瓶頸面吸引而前進的路線軌跡。

在前進距離 $d$ 之後，我們再算一次物體所受的排斥力，將之投影到 $F$ 方向上得 $F'$ ，比較 $F$ 和 $F'$ 的方向，若同向則繼續朝 $F$ 方向前進距離 $d$ ，然後再求排斥力，將之投影至 $F$ 方向得新的 $F'$ ，再判斷 $F$ 和 $F'$ 方向是否相同，一直重複這些動作直到算出來的 $F'$ 和 $F$ 方向相反。當 $F'$ 和 $F$ 方向相反時，就開始進入二元搜尋，這時我們再次計算物體所受的排斥力，再投影得 $F'$ ，再和 $F$ 比較方向，但不同的是，此時不論比較結果是同向還是反向，我們都把前進距離 $d$ 減半，依 $F'$ 的方向前進 $d$ ，然後再繼續求新的 $F'$ ，再把 $d$ 減半，如此做到 $d$ 值小於 $d_0$ 時，即代表我們的二元搜尋已搜尋到足夠的精確度，可以停止在 $F$ 方向的搜尋工作。做到這裡為止算是在V\_Plane上的 $F$ 方向的搜尋，做完之後我們仍要再去計算物體的排斥力，得到新的 $F$ 方向，然後在這新的 $F$ 方向做二元搜尋，直到在做某個 $F$ 方向的搜尋之後，其搜尋前與搜尋後的位置相差無幾時，即代表我們已經找到物體在V\_Plane上的位能最小處。這種搜尋模式不僅用在物體的路徑規劃，後面將介紹的手臂路徑規劃也是使用相同的概念。



然而，前面所使用的搜尋位能最小處的方法在某些特殊的環境中卻會對我們的路徑規劃產生妨礙的作用，使物體無法依照我們的要求到達目標瓶頸面，下面以一個階梯的例子做說明。如圖 4.6 所示，物體目前欲往瓶頸面 bot1 前進，在往上移動距離  $d$  之後，在 V\_Plane 上調整移動平衡，若是一直調整直到到達 V\_Plane 上位能最小處，結果會如圖 4.7(a) 所顯示，物體被推到封閉場景中接近開闊區域中心點的位置。此時如果我們改變作法，只是往  $F$  方向平移一定距離的話，雖然仍然會被推向場景中心的位置，但不會差太遠，對於物體的走向不會有太大的影響，結果見圖 4.7(b)。因此在類似這種較為特殊的狀況下，我們可以採用只走一定距離的方法來做物體的路徑規劃，圖 4.7 是兩種方法結果的比較。

物體在調整完移動之後還要調整轉動，物體調整轉動是以其幾何的中心點為支點，物體依各取樣點所受力矩的合力矩旋轉角度  $\theta$ ，旋轉時和平移一樣也是要做碰撞偵測，若是發生碰撞，處理的方式和平移類似，把轉動量  $\theta$  減半，重新以較小的  $\theta$  值旋轉，對於  $\theta$  值也是有定一個下限  $\theta_0$ ，當  $\theta$  小於  $\theta_0$  時也會結束物體路徑規劃並回傳錯誤訊息。

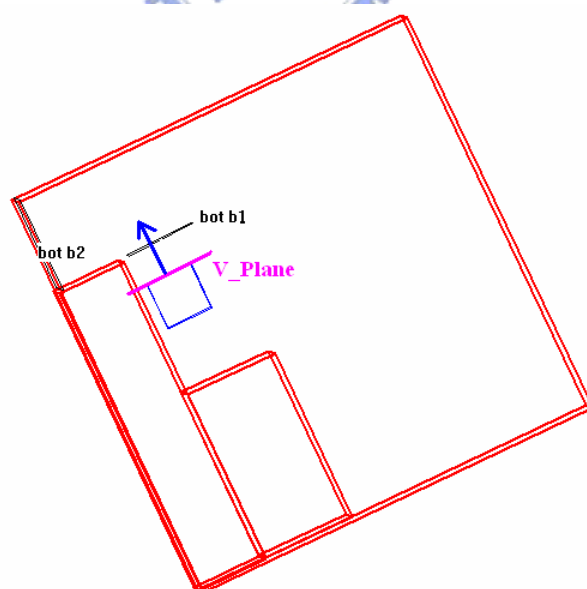
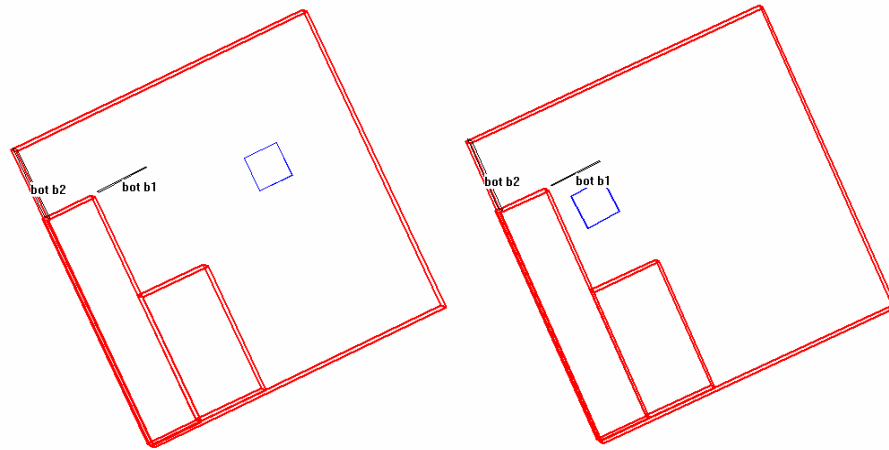


圖 4.6 階梯的例子。



(a) 調整至位能最小處的結果

(b) 順著  $F$  方向只走一步的結果

圖 4.7 對於階梯式場景的問題改進前與改進後的比較。

### 4.3 手臂的路徑規劃

本論文中的機械手臂是由數節剛體連接而成，路徑規劃的順序是從最前端開始，一節一節輪流規劃到最後固定的一節，最後兩節因為受到機械手臂基座固定的限制，因此規劃方式與前面各節不同。為了方便說明，我們將手臂各節編號，以一個  $N$  節的機械手臂為例，最前端的為  $N$  號，最後端固定的一節為 1 號。

由於本論文中機械手臂是拿著物體在運動，所以機械手臂的運動並不像物體那樣朝給定的目的地（瓶頸面）前進，而是跟著前一節前進，至於最前端的首節就把物體當作是前一節，跟著物體前進。各節手臂的動作分為兩個步驟，第一步是與前段連接，以平移的方式將本節的前端移至前節的後端的位置，由於各節必須與前節連上，所以並不需要用位能場做移動位置的調整。第二步是在連接之後調整轉動至位能最小處，調整轉動平衡是以本節的前端作為支點，依照所受周圍障礙面的斥力方向旋轉。

最後兩節的調整是先讓後兩節能夠連接上倒數第三節的後端，然後調整倒數第一和倒數第二節連接處的旋轉平衡，由於最末節的後端與倒數第二節的前端都已經固定，因此剩下可調整的只剩下中間的關節，其可活動範圍呈一圓形，只剩一個自由度，再加上末兩節本身的扭轉，總共只有三個自由度。故只需在此圓上

搜尋位能最小的位置，然後在最末節和倒數第二節對其本身可活動之最後一個自由度（以該節前後端連線為軸）做轉動調整便完成手臂的規劃。手臂路徑規劃的流程如圖 4.8。下面將對手臂的路徑規劃方法做詳細說明，手臂路徑規劃的演算法分兩部份，第一部分是首節與中間各節的調整（流程見圖 4.9），第二部份是末兩節的調整（流程見圖 4.13）。

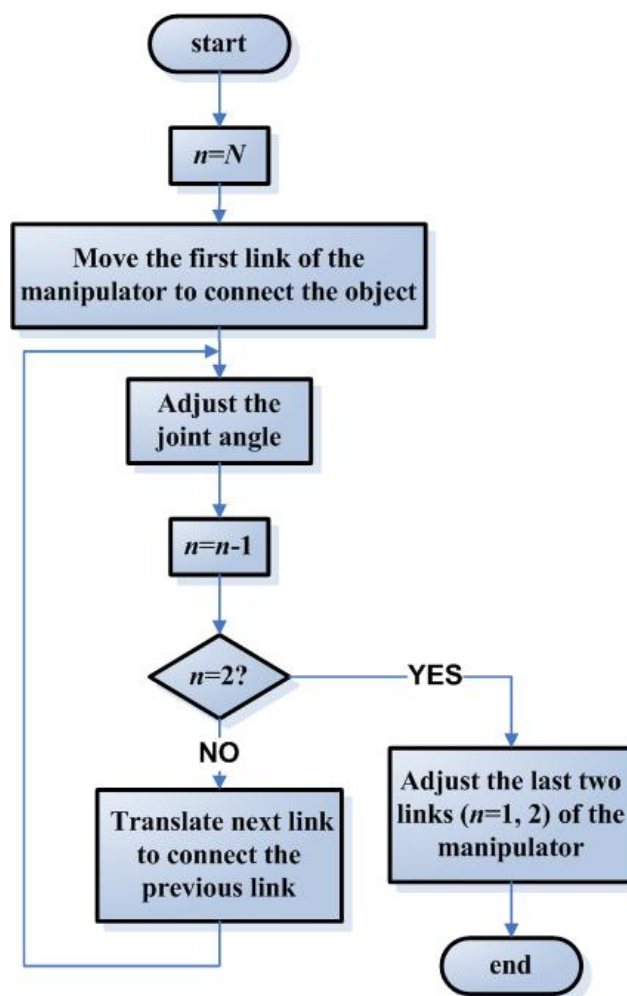


圖 4.8 手臂路徑規劃流程圖， $n$ 代表目前正在處理手臂的序號（自基座算起）。

首節的調整首先是尋找物體上手臂連接的位置，物體上與手臂的連接點是由我們所決定的固定位置，所以不論物體的位置、方向如何，手臂都會接在物體的另一位置上。首節手臂以平移的方式移至與物體的連接點，平移時要偵測是否有碰撞發生，由於首節手臂必須跟上物體，所以若是發生碰撞無法跟上則結束規劃並回報錯誤，中間各節在連接前節時也是一樣，若因碰撞無法連接的話就視為錯

誤發生。在連接上前段之後便調整轉動平衡，轉動的調整和前一節的概念相同，依據周圍障礙物的排斥力所造成之合力矩決定二元搜尋的方向  $T$ ，方向決定後先依合力矩  $T$  的方向旋轉一定的角度  $\theta$ ，轉動之後再計算一次周圍障礙物的合力矩，將該合力矩與二元搜尋的合力矩方向  $T$  做內積，若是內積值大於 0，代表仍然應該往相同的方向旋轉，旋轉角度仍是  $\theta$ ，然後再算合力矩，再做內積，看內積值是否大於 0，若是則再做旋轉，就這樣一直重複做到內積值小於 0 為止。當內積值小於 0 就代表該往反方向旋轉，並開始二元搜尋的動作。將旋轉角度減半為  $\theta/2$ ，往  $T$  的反方向旋轉角度  $\theta/2$ ，轉完之後再算合力矩，再判斷合力矩方向，並再將旋轉角度減半，若沒轉向就依  $T$  的方向旋轉，反之則朝  $T$  的反向旋轉，如此一直做到精確度達到一定程度（如圖 4.9 中的  $max\_turn$  即搜尋次數的上限）為止。上述的二元搜尋都是在同一方向做調整（ $T$  方向），將該節手臂調至該方向的位能最小處。調完一個方向之後，檢查這一方向的調整量是否夠大，如果調整前和調整後幾乎沒有差別就代表該節手臂已經到達位能最小處，調整完畢。反之則代表手臂可能還有需要再調整，便再去計算周圍障礙物合力矩得到新的  $T$  方向，以之為下次調整轉動做二元搜尋的方向，調整完之後再去檢查調整量，一直重複直到沒什麼好調為止。在我們的方法中，每次調整都是先求一次合力矩當作是這次調整的方向，所以每次調整都應該是在當時環境中往位能調整量最大的方向上面做調整。

前面所述轉動平衡也要做碰撞的偵測，若是發生碰撞，和物體的路徑規劃一樣，將轉動角度  $\theta$  減半後重新旋轉，直到手臂該節順利轉動或者是  $\theta$  小於預設的臨界值（即圖 4.9 中的  $\theta_0$ ）。此外，我們對於各節手臂在每一次調整所能調整的角度設有上限，手臂不能在一次的路徑規劃之中旋轉過多角度，這麼做是為了避免機械手臂在某些特別的場景中過度彎曲，使其型態表現不自然，如此手臂的動作也能夠比較平順與連貫，尤其是在手臂運動前後周圍障礙物的分布差異很大的狀況下，就不會有突然跳到與前狀態相差甚遠的組態的不連續情形發生。圖 4.10 是一個典型的例子，在兩個長方體的封閉空間中有一段較窄的通道，物體原本在右

上的空間中，我們想要用機械手臂將物體穿過中間的通道移至左下的空間之中，當物體逐漸穿過通道進入左下的封閉空間時，手臂的首節因為從狹窄通道突然進入較為寬闊的空間，受到周圍斥力的影響，手臂該節會被推向封閉空間的中心，圖 4.10 中手臂首節的後端本應指向右上與後面幾節手臂連接，卻因左下空間障礙面的作用而往左下翹，導致後面的手臂無法連接上首節而使規劃工作失敗，這種情形在從狹窄空間進入開闊空間的環境是相當常見的。圖 4.11 是限制單次旋轉角度大小之後的結果，首節手臂因為旋轉角度的限制而解決了前述的問題，而且手臂前後的動作比較連續，手臂的姿態也比較自然。

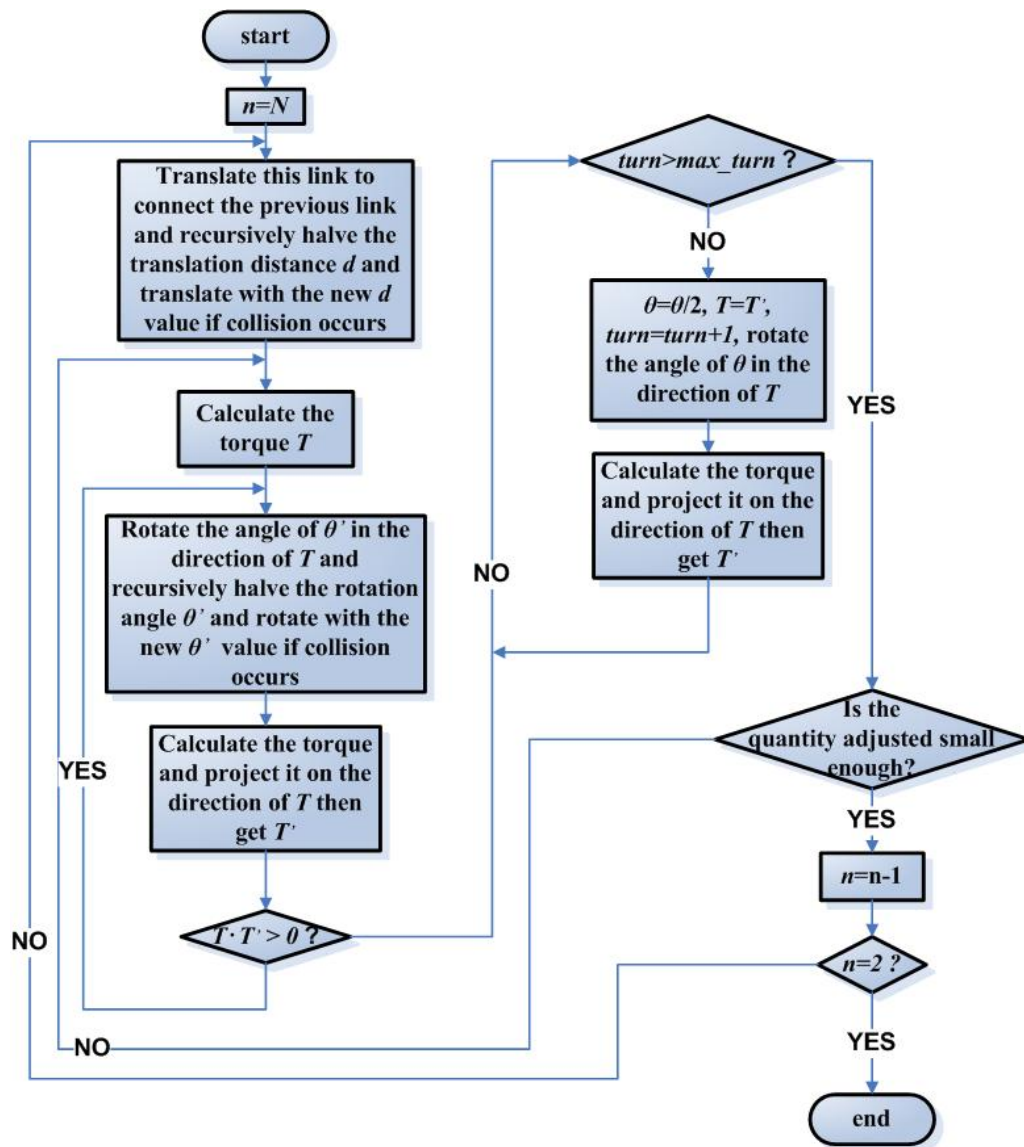


圖 4.9 手臂首節至倒數第三節路徑規劃流程圖， $n$ 代表目前在處理手臂的第幾節， $max\_turn$ 代表搜尋的最大次數，決定了二元搜尋的精確度。

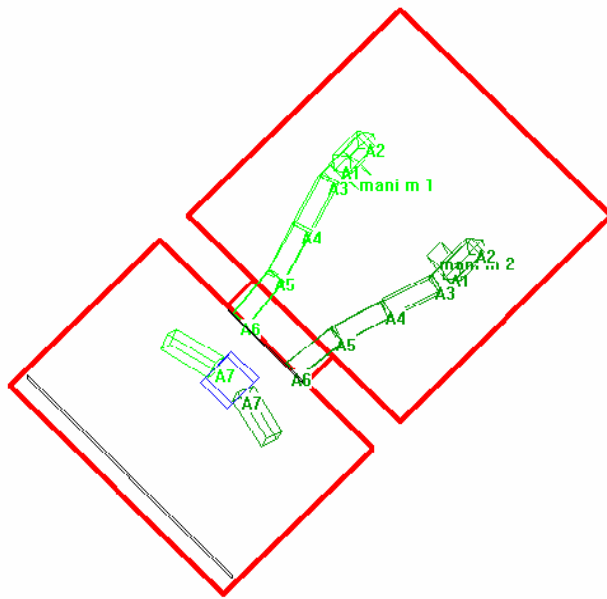


圖 4.10 未對手臂旋轉角度做限制的例子。

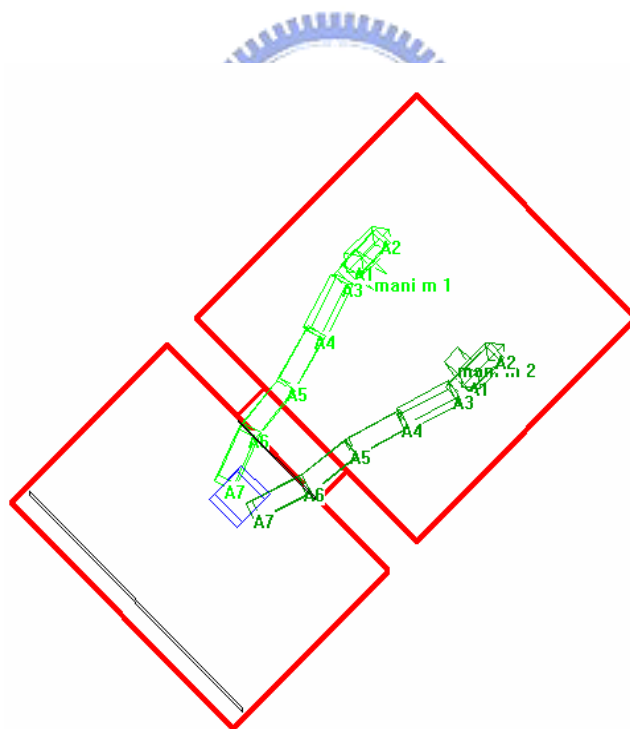


圖 4.11 對旋轉角度做限制後的結果，角度限制為 45 度。

手臂末兩節的調整與前面幾節不同，在首節至倒數第三節連接並調整完之後，末兩節要先連接上倒數第三節的後端，在末節後端指向前端的向量與末節後



端指向倒數第三節後端的向量所形成的平面上找出末兩節手臂的连接點  $B$ ，找到後便將末節的前端以手臂基座為支點旋轉至剛剛找出的连接點  $B$ ，將倒數第二節的後端以前端為支點也旋轉至连接點  $B$ ，連接上之後如圖 4.12 所示，最末節和倒數第二節三個關節點中有兩個（圖 4.12 中的  $A$  和  $C$ ）位置是固定的，剩下中間的關節點（圖 4.12 中的  $B$ ）僅能在圖中的圓  $O$  上面活動。

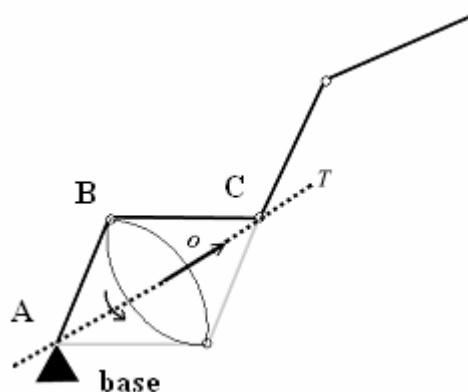


圖 4.12 末兩節的調整示意圖。

為了調整圖 4.12 中  $B$  關節點至位能最小處，我們計算末兩節所受環境障礙物所造成的合力矩向量，然後將之投影到手臂基座（圖 4.12 中  $A$  點）與倒數第三節後端（圖 4.12 中  $C$  點）連線向量上得向量  $T$ ，接著最末節和倒數第二節便依  $T$  旋轉角度  $\theta$ ，旋轉若是發生碰撞就將旋轉角度減半再轉，旋轉完成之後再計算末兩節所受合力矩，再將合力矩投影至  $T$  上得  $T'$ ，若  $T'$  與  $T$  同向則再依  $T'$  旋轉角度  $\theta$  並做碰撞偵測與處理，若是反向則將旋轉角度  $\theta$  減半並依  $T$  的反向旋轉，如此進行二元搜尋使該點到達位能最小處。在調整完中間關節點的轉動平衡之後，最後再調末兩節以其前後端連線為軸的轉動平衡，調好即完成手臂末兩節的路徑規劃。圖 4.13 為末兩節路徑規劃的流程圖。



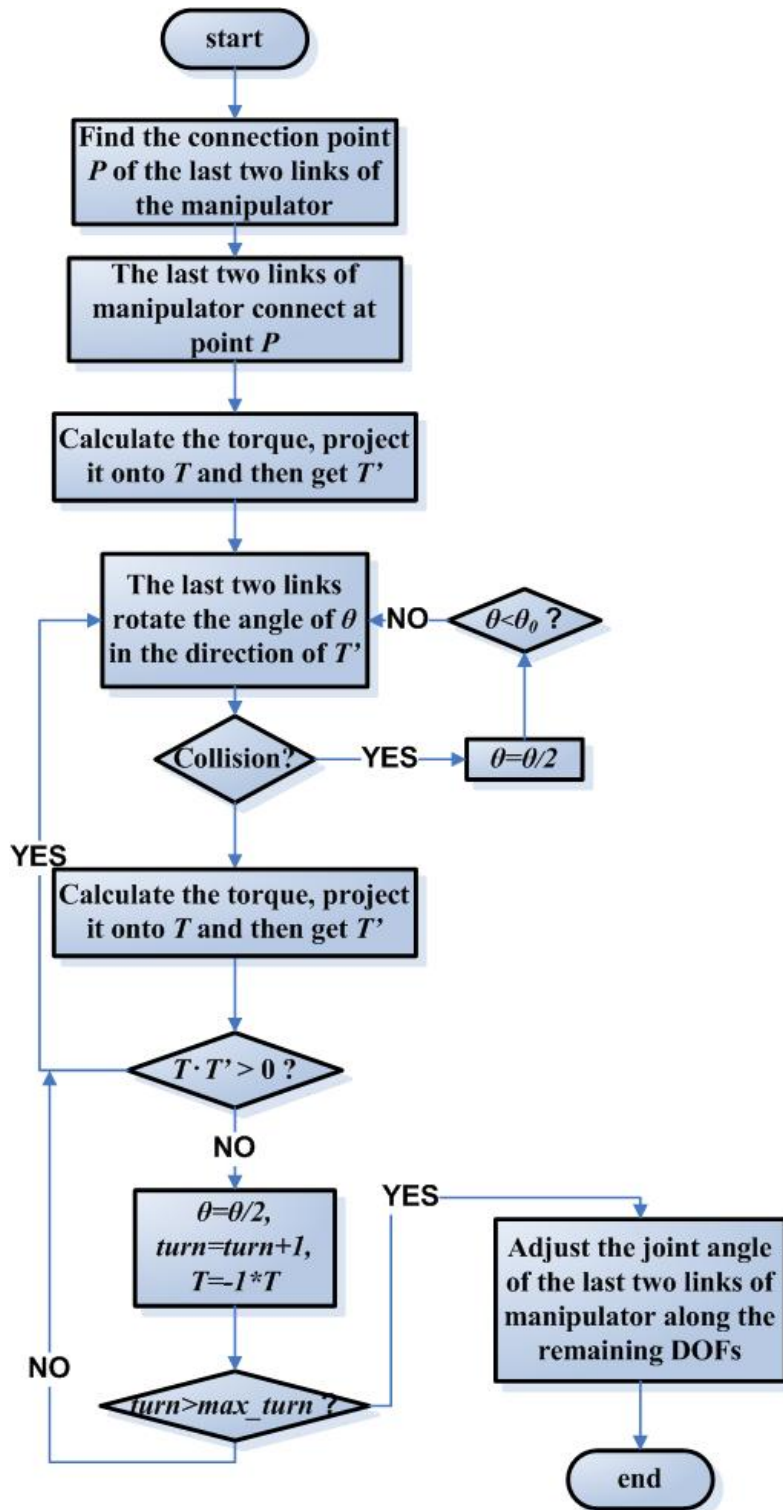


圖 4.13 手臂末兩節路徑規劃流程圖。

#### 4.4 共持物體的路徑規劃

在本節將介紹多隻手臂在共同持有物體時其路徑規劃的演算法，多手臂共持

物體最常運用在搬運物體的工作上，當物體過重或是體積過大使得單手臂之強度無法支撐其所產生的重力與力矩時，勢必需要多隻手臂共同完成搬運任務。手臂之間除了要一起抓住物體不使之掉落之外，還要能夠互相協調與合作，把物體移至指定的位置而不會相互妨礙甚至纏繞在一起。對於物體，除了位置之外，我們還規劃其姿態，使之更能滿足不同的需求。為了達到上述的要求，我們採用先規劃物體再規劃手臂的架構，雖然與一般共持物體由手臂帶物體的概念相反，但這樣反而是最自由、最不受限制的規劃方式。

手臂共持物體的路徑規劃結合了前兩節所述物體和手臂的路徑規劃，物體先依目標瓶頸面吸引力的方向前進一步，前進之後調整移動和轉動平衡完成物體路徑的規劃，接下來每隻手臂便跟上物體並調整各節的轉動平衡以避免碰撞，就這樣以瓶頸面吸物體，物體拉手臂的模式逐漸將物體拿至我們所指定的位置。若是手臂在連接上物體時發生錯誤(例如發生碰撞或是物體距手臂基座太遠使得手臂長度不夠)，手臂會傳出錯誤訊息給物體告知無法跟上，此時物體便將前進距離與轉動角度減半重新朝目標瓶頸面前進，再讓手臂嘗試連上物體。若一直無法連上且已經重試了一定次數的話，就代表無論物體怎麼走手臂都無法跟上，在此情況下代表我們無法找出安全的路徑。在到達目標之後，還要檢查是否有下一個目標瓶頸面，若有就繼續往下一個目標前進，若沒有則工作完成，多手臂共持物體的演算法流程圖見圖 4.14。

在我們這種規劃方式中，手臂與手臂之間的路徑規劃是完全互不影響，在規劃某隻手臂時，我們只考慮環境中的障礙物，避免與之碰撞，對於其他的手臂則是視而不見，不做任何閃避的動作。此外多隻手臂的規劃是同時進行，所有手臂都是依據在同一個時間點所取得的環境資訊來做路徑規劃，並沒有誰先規劃誰後規劃的問題，這對於路徑規劃的問題有簡化的作用，能夠降低問題的複雜度，我們不必同時考慮所有的限制卻可以取得安全的路徑，對於執行效率也有一定的幫助。

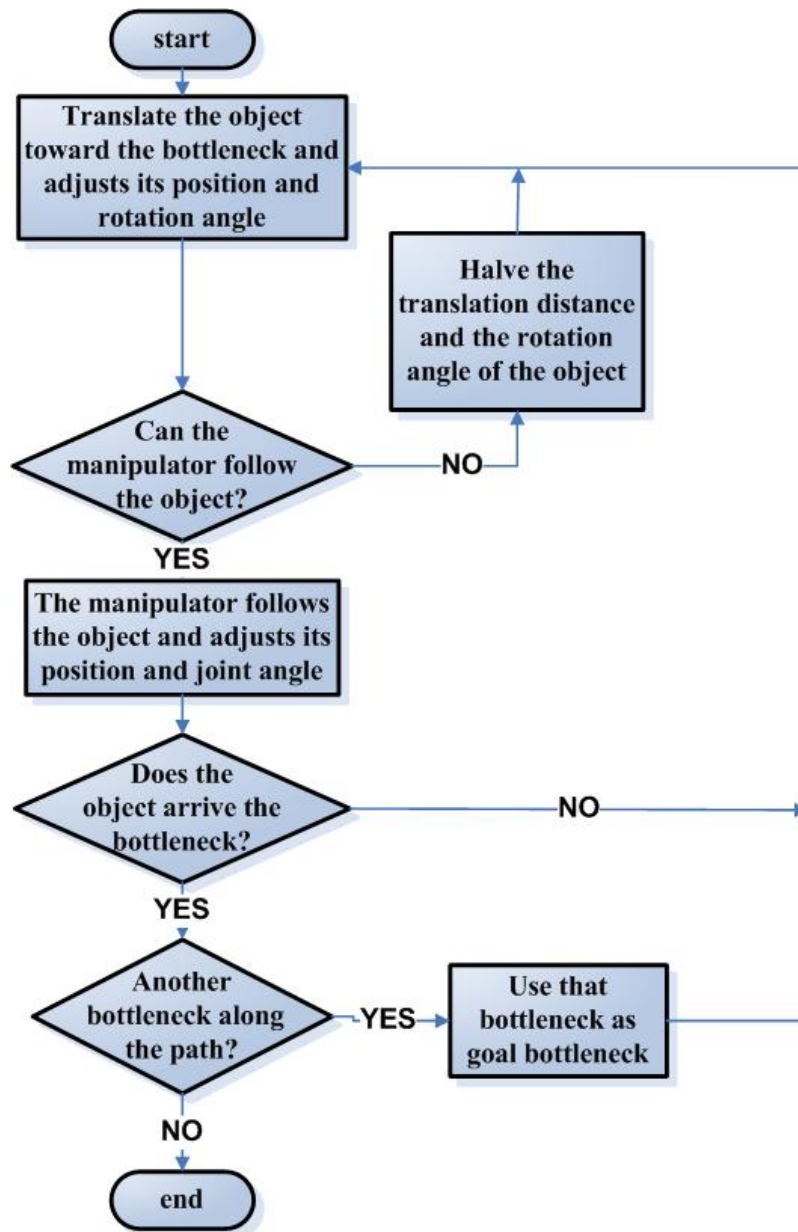


圖 4.14 手臂共持物體路徑規劃流程圖。

然而，上述的作法中，因為我們將多手臂路徑規劃問題簡化為多個單手臂路徑規劃的問題，我們並不能保證手臂之間不會發生碰撞，因此我們將場景中的空間加以切割，讓每隻手臂有自己的活動範圍而不會相互干擾，同時又不會阻礙路徑的規劃。我們將在下一節介紹切割空間的方法—輔助障礙面。

## 4.5 輔助障礙面

在規劃多機械手臂的組態時，手臂與手臂之間的協調相當重要，這包括了規劃的順序與手臂之間的避碰等問題，在本論文中我們使用輔助障礙面來解決這些問題。輔助障礙面是我們在場景中放置的虛擬障礙面，當手臂在做路徑規劃時，計算周圍障礙物合力時也要將輔助障礙面的斥力算進去，因此輔助障礙面對於手臂的姿態有相當大的影響，但相反的，輔助障礙面對於物體並沒有任何作用。輔助障礙面的放置位置是依照物體的方向來決定，對於物體來說，原則上以指向目標瓶頸面的方向為前方，在確定物體的前方之後便依據其前後左右上下各個方向放置障礙面，因此輔助障礙面的位置是相對於物體的位置，隨著物體的移動和轉動而做變動。另外輔助障礙面的個數、形狀並沒有固定，完全依照不同的應用而變化，在這裡我們介紹雙手臂共持物體所使用的輔助障礙面。我們用一個簡單的例子來說明，見圖 4.15。

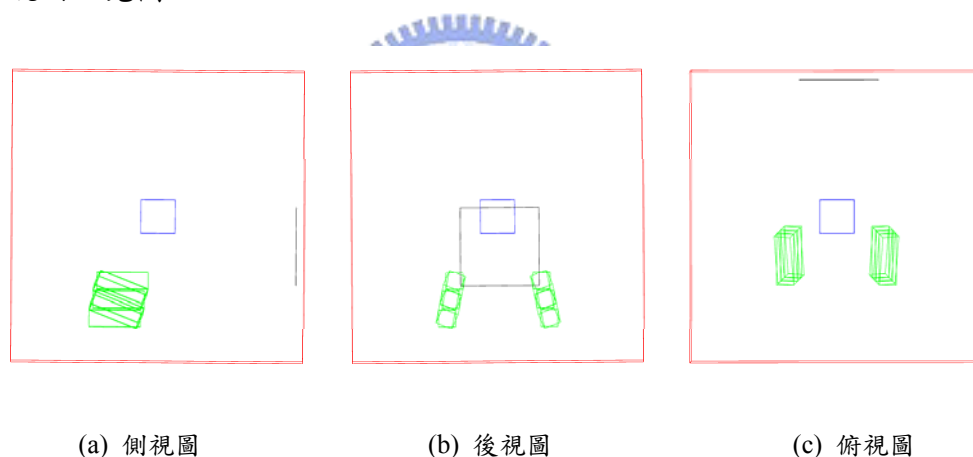
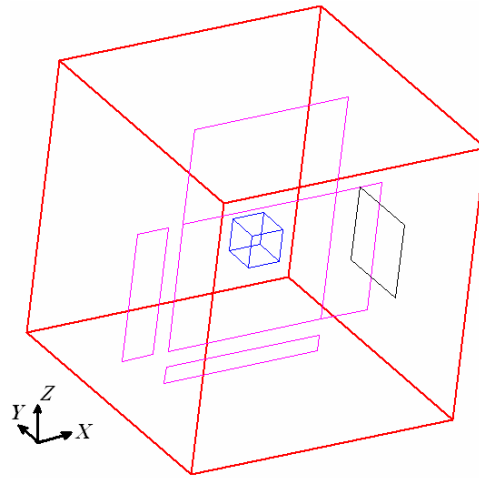


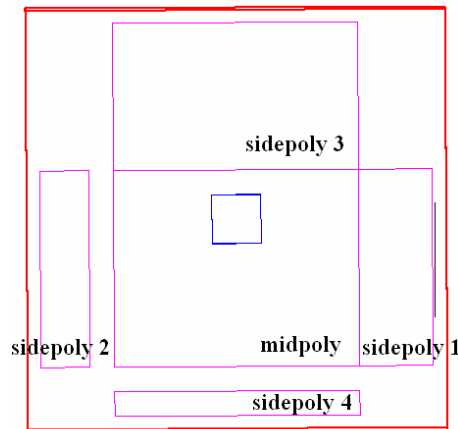
圖 4.15 用來說明輔助障礙面的例子。整個場景周圍由障礙面圍成封閉的空間，物體位在封閉空間中央的位置，兩隻手臂位在物體的後方，瓶頸面則放置在物體的前方。

輔助障礙面分為兩種，第一種是用來切割空間，第二種是用來控制手臂連接物體的姿態，兩種都是跟著物體位置和方向的不同而變動。第一種輔助障礙面包含五個平面，如圖 4.16 所示，除了在物體的中間放置一個平面分隔左右的手臂（midpoly）之外，在其前、後、上與下分別放置一號（sidepoly 1）、二號（sidepoly 2）、三號（sidepoly 3）與四號（sidepoly 4）輔助障礙面，這五個障礙面會隨著物體方向的不同而改變其大小、角度與位置。為了方便說明，我們以物體的前方

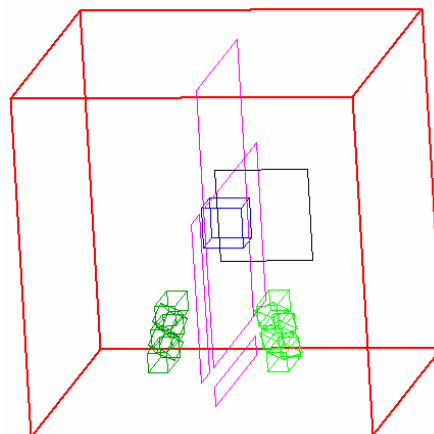
做為  $X$  軸正向，物體左方為  $Y$  軸正向，物體上方為  $Z$  軸正向。



(a) 物體與第一類輔助障礙面方向與位置的關係



(b) 輔助障礙面各部分相對位置（側視圖，從右往左看），圖中以右邊為前方，左邊為後方



(c) 手臂分別在物體的兩邊，以輔助障礙面分隔

圖 4.16 第一類輔助障礙面，藍色部分代表物體，黑色部分代表目標瓶頸面，紫色代表輔助障礙

面，物體的初始位置是在座標(0,0,0)處。

一號 (sidepoly 1) 與二號 (sidepoly 2) 輔助障礙面的功能是在物體左右旋轉 (以  $Z$  軸為旋轉軸) 或是在水平方向 (在  $XY$  平面上) 平移時配合中央輔助障礙面 (midpoly) 將空間分為左右兩部分，如圖 4.17(a) 中所表示，midpoly 的方向與物體一致，但是其前後的長度隨著旋轉角度增加而逐漸變小，當旋轉角度達 90 度時其前後長度到達最小值，就像圖 4.17(c) 所顯示，不過其上下的高度 ( $Z$  方向) 並不受影響。

sidepoly 1 和 sidepoly 2 的方向和 midpoly 不同，始終是固定在  $X$  方向，其位置與前後 ( $X$  方向) 的寬度由 midpoly 所決定，上下 ( $Z$  方向) 的寬度則是固定不變。sidepoly 1 的位置與 midpoly 的前端一致，其  $X$  方向寬度則是等於從 midpoly 前端至場景最前端之間的距離。sidepoly 2 的位置則與 midpoly 的後端一致，但是並不能碰到手臂，如圖 4.17(b) 所示，sidepoly 2 不能無限制往左移動，其所能移動的範圍便限制在兩手臂基座位置之間，因此 sidepoly 2 不見得會和 midpoly 相連，而 sidepoly 2 的  $X$  方向寬度等於 midpoly 後端至場景最後端之間的距離減 1，因此 sidepoly 2 和 midpoly 並不會相連。

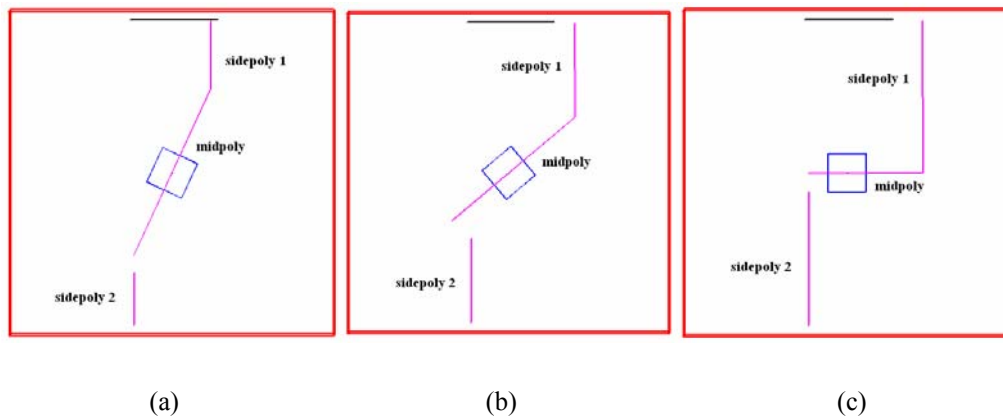


圖 4.17 以  $Z$  軸為軸的旋轉 (俯視圖，從上往下看)，圖中的黑線代表目標瓶頸面，代表物體的前方。輔助障礙面隨著物體旋轉角度的不同而調整其大小和位置。

三號 (sidepoly 3) 與四號 (sidepoly 4) 輔助障礙面的功能是在物體左右旋



轉（以  $X$  軸為旋轉軸）或是在垂直方向（在  $YZ$  平面上）平移時配合中央輔助障礙面（midpoly）將空間分為左右兩部分，如圖 4.18(a)中所表示，midpoly 的方向與物體一致，但是其上下的長度隨著旋轉角度增加而逐漸變小，當旋轉角度達 90 度時其前後長度到達最小值，就像圖 4.18(c)所顯示，不過其上下的高度（ $X$  方向）並不受影響。

sidepoly 3 和 sidepoly 4 的方向和 midpoly 不同，始終是固定在  $Z$  方向，其位置與上下（ $Z$  方向）的寬度由 midpoly 所決定，前後（ $X$  方向）的寬度則是固定不變。sidepoly 3 的位置與 midpoly 的上端一致，其  $Z$  方向寬度則是等於從 midpoly 上端至場景最上端之間的距離。sidepoly 4 的位置則與 midpoly 的下端一致，但是並不能碰到手臂，如圖 4.18(b)所示，sidepoly 4 也不能無限制往左移動，其所能移動的範圍便限制在兩手臂基座位置之間，因此 sidepoly 4 不見得會和 midpoly 相連，而 sidepoly 4 的  $Z$  方向寬度等於 midpoly 下端至場景最下端之間的距離減 1，因此 sidepoly 4 和 sidepoly 2 一樣並不會和 midpoly 相連。

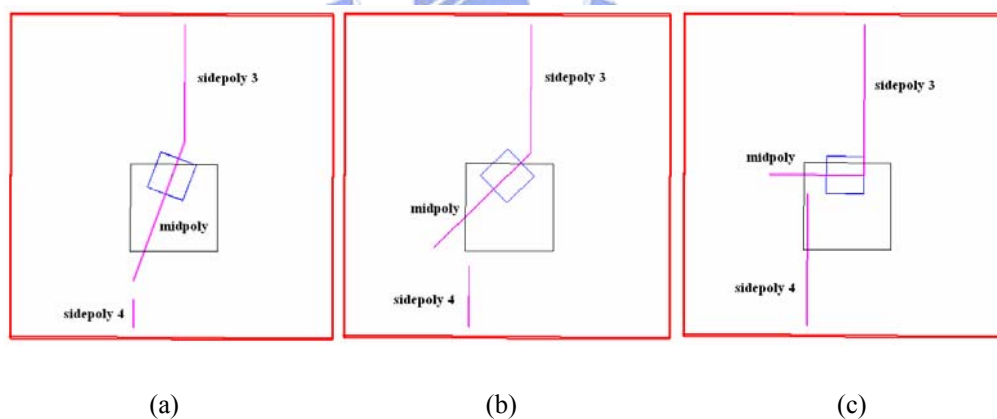


圖 4.18 以  $X$  軸為軸的旋轉（後視圖，從後往前看），圖中的黑線代表目標瓶頸面，代表物體的前方。輔助障礙面隨著物體旋轉角度的不同而調整其大小和位置。

當物體以  $Z$  軸為軸做旋轉時，我們使用 sidepoly 1 和 sidepoly 2 來幫助分割空間；當物體以  $X$  軸為軸做旋轉時，我們使用 sidepoly 3 和 sidepoly 4 來幫助分割空間。但當物體以  $Y$  軸為軸做旋轉時，由於不會影響左右分割的空間，因此我們並不為這方向的旋轉加輔助障礙面，而其他的障礙面也不會因這個方向的轉動

而有所改變。圖 4.19 是物體以任意方向為軸做任意角度旋轉後輔助障礙面的分布情況，輔助障礙面依照物體旋轉角度的變化而改變其方向與形狀，以期對工作空間做合理的切割。

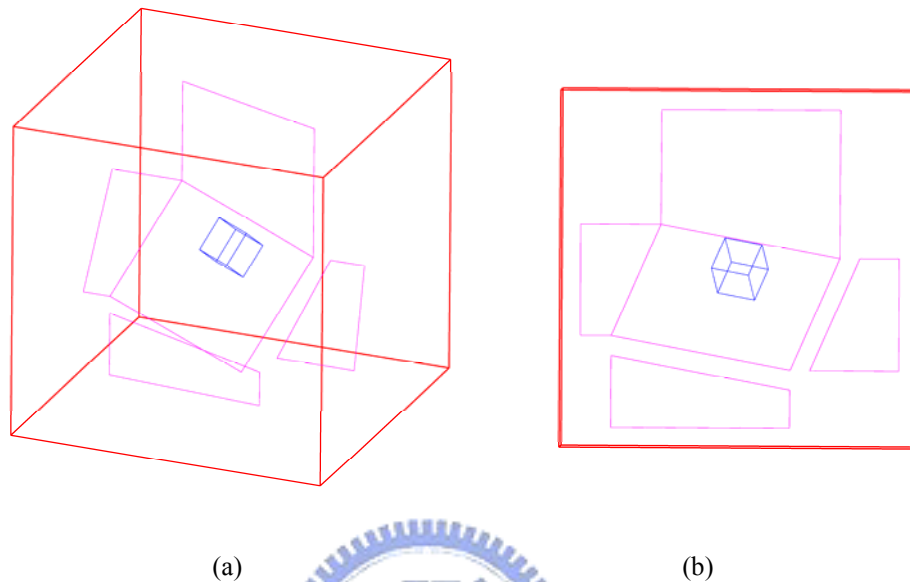
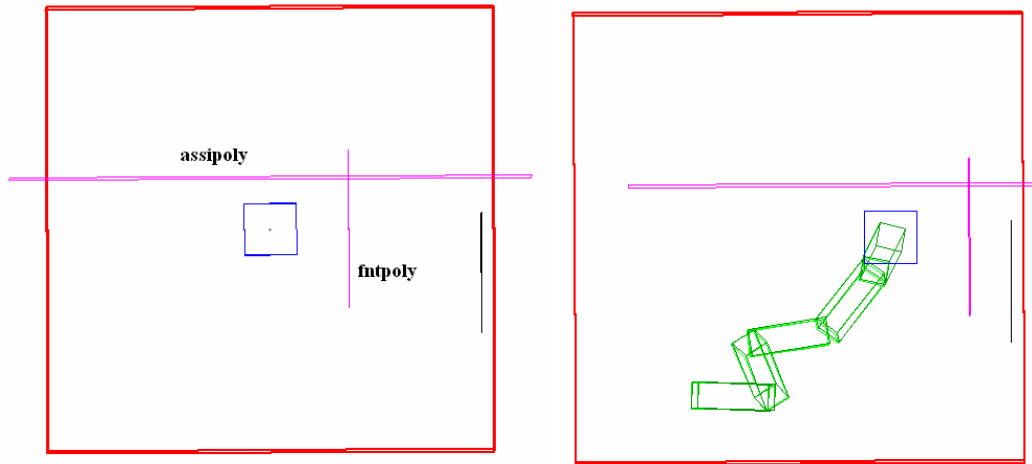


圖 4.19 輔助障礙面在物體依任意方向旋轉任意角度後的改變。

第二種輔助障礙面其數目不定，依不同應用而有所改變，使用這種輔助障礙面的目的是用以控制首節手臂和物體相連時的轉角，不會因為轉角太大而使得後面的手臂無法接上。我們目前使用了兩個平面，一個是位於物體的上方 (astpoly)，另一個是位於物體的前方 (frntpoly)，其位置關係見圖 4.20。使用這兩個輔助障礙面，就可以避免機械手臂首節往前或往上翹，增加手臂後面各節連接的困難。astpoly 和 frntpoly 的位置隨著物體移動而跟著平移，不論物體本身是往哪個方向旋轉，astpoly 永遠都在物體的上方，而 frntpoly 則在物體的前方，三者的相對位置關係不變。





(a) 物體與第二類輔助障礙面方向與位置的關係 (b) 手臂受輔助障礙面影響下的連接狀況

圖 4.20 第二類輔助障礙面（側視圖，從右往左看），藍色部分代表物體，黑色部分代表目標瓶頸面，所以圖中以右邊為前方，左邊為後方，物體的初始位置是在座標(0,0,0)處。

下面將說明輔助障礙面的效果，圖 4.21(a)-(h)是物體以  $Z$  軸為軸做旋轉時手臂與物體連接的結果，輔助障礙面將場景中的空間分個為左右兩部份，隨著物體轉角度的逐漸增加，左右兩空間的形狀也跟著改變，但當旋轉角度太大時，空間切割的效果會失效，如圖 4.21(h)已經到了空間切割的臨界點，到了圖 4.21(i)的情況，圖中的手臂就因為 sidepoly 1 和 sidepoly 2 太過靠近而失去效用，使得兩手臂發生碰撞，因此輔助障礙面的使用有角度的限制，當角度太大時就不適用。以  $X$  軸為軸旋轉的結果和以  $Z$  軸為軸類似，故不贅述。

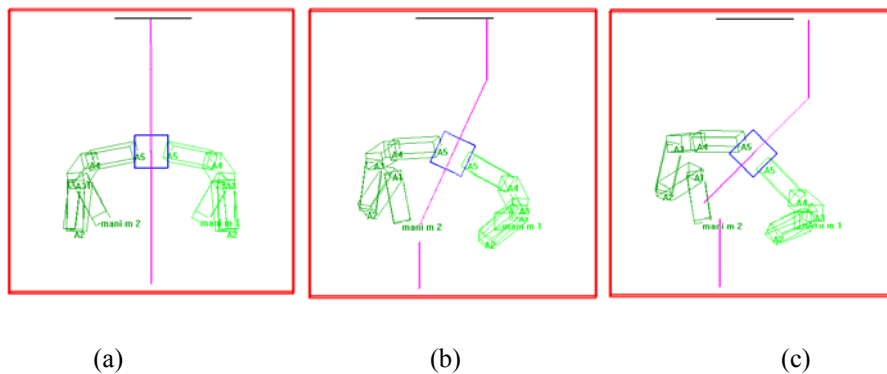


圖 4.21 以  $Z$  軸為軸的旋轉（俯視圖）。

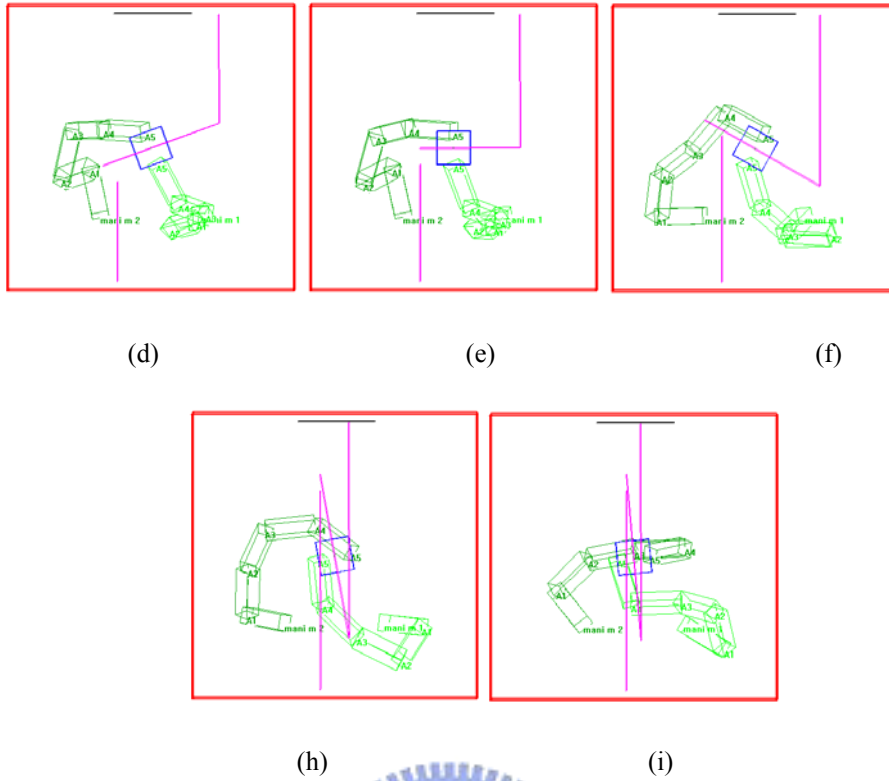


圖 4.21 (續)

接下來要測試旋轉加上平移時輔助障礙面的效果。圖 4.22(a)-(e)是以  $Z$  軸為軸旋轉加上  $XY$  方向的平移的結果，在往前移動時手臂的姿態相當自然，輔助障礙面也切割的不錯，但在後退時因為手臂基座是固定的緣故，手臂無法充分伸展而導致有擠在一起的情況，因為輔助障礙面的放置基本上是為了處理前進的物體，對於輔助障礙面來說並沒有後退的概念，因此當物體是要往圖 4.22 的左下方前進的話，輔助障礙面就應對應新的前方而放置，對於後方，原則是輔助障礙面是不做處理的。

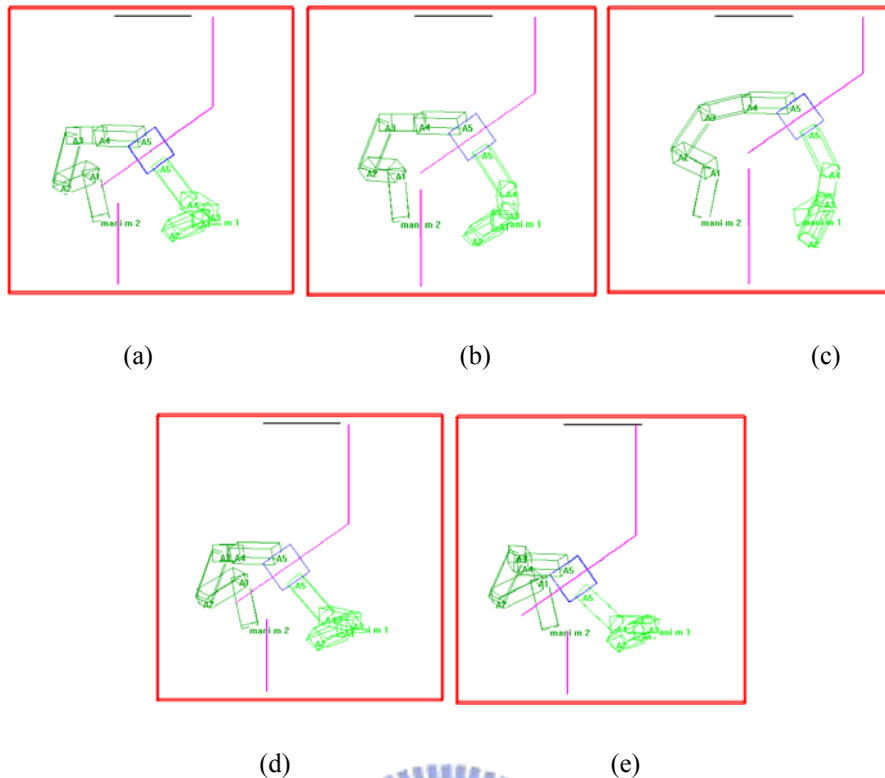


圖 4.22 以 Z 軸為軸的旋轉加上 XY 方向的平移（俯視圖）。

使用輔助障礙面將場景空間分割最直接的功能就是避免手臂之間的碰撞，由於輔助障礙面和一般障礙面一樣會給手臂排斥力，因此空間的分割就相當於手臂可活動範圍的區劃，只要手臂不去超越界線，碰撞是不會發生的。輔助障礙面的另一個用途在於我們可以同時為所有的手臂做路徑規劃，由於手臂被我們分割在不同的分割空間之中，因此對於每隻手臂在做路徑規劃時都可以忽略其他手臂的影響，使我們的路徑規劃可以以平行的架構進行。

## 4.6 碰撞偵測

在三維空間中，理想的碰撞偵測應該是透過檢查兩物體體積的交集來做判斷，但在位能場模型中，障礙物和手臂都是用多個平面包圍的體積來表示，而為求高效率的方式做碰撞偵測，可以考慮將之簡化成檢查兩物體的平面之間檢查是否有相交。但這麼作仍顯麻煩，故在手臂的部份再做簡化，亦即不拿其上的平面

來做檢查，而只取其頂點，因為頂點是手臂最突出的部位。以本論文所使用的例子而言，長方體的手臂就只有八個頂點需要做檢查，障礙物部分仍維持以平面來檢查，所以最後即是以手臂各節上的頂點和障礙物的表面做碰撞檢查，看看手臂在運動時是否有穿過障礙物上的面。另外檢查碰撞時應該是沿著連續的運動軌跡檢查，為了簡化計算，我們改由運動的起點與終點連線來代替運動的軌跡，希望能夠盡量使用最少的時間得到夠好的檢查結果。

實際碰撞的偵測可分為兩個部份，一是如前述由物體運動前後位置連線來判斷的動態部份，另一部份則是由運動後物體本身的稜、邊線來判斷的靜態部份，不論是動態還是靜態部分都是基於檢查一個平面和一條線段之間是否有交點的步驟，稱為交點偵測。碰撞偵測的動態部分即是把運動（不論是移動還是轉動）物體的每個頂點拿來做檢查，每個頂點在移動前的位置為起點，在移動後的位置為終點。以機械手臂（長方體）為例，長方體總共有八個頂點，因此就會有八條起點終點連線，把所有的連線和場景中所有的障礙面一一拿去做交點偵測，即可得知物體在運動時是否有和障礙物相撞。但這麼做有個缺點，即只有當頂點穿過障礙面時才偵測得到，若是兩頂點之間的線段部份穿過障礙就無法偵測出來。碰撞偵測的靜態部分即是為了彌補動態部分的不足之處，把物體在運動後本身的所有稜、邊拿去和所有障礙物平面作交點偵測，以期對碰撞偵測的正確性做補強。

交點偵測是拿一個面（平面  $A$ ）和兩個點（起點  $S$ 、終點  $E$ ）來判斷兩點連線是否有穿過該平面的步驟，這是碰撞偵測最基本也是最重要的部分，快速判斷的步驟如下，如圖 4.23 所示：

1. 首先，利用平面  $A$  上的點 ( $P_1 \sim P_5$ ) 產生兩向量如  $\overrightarrow{P_1P_2}$  和  $\overrightarrow{P_1P_5}$ ，做外積以求得平面法向量  $\vec{n}$ 。
2. 找出  $\overrightarrow{P_1S}$  和  $\overrightarrow{P_1E}$  兩個向量，拿這兩個向量分別跟  $\vec{n}$  做內積，若兩個內積值同號則代表  $S$  和  $E$  在平面  $A$  的同一邊， $\overrightarrow{SE}$  不會穿過平面  $A$ ；若兩個內積值異號，則代表  $S$  和  $E$  在平面  $A$  的兩側，需要更進一步做檢查。

3. 把起點 $S$ 和平面上各點 $P_1 \sim P_5$ 連起來成一喇叭狀的結構，喇叭除了底部是原平面 $A$ 的形狀之外，其他的面都是呈三角形，這些三角形所圍成的空間就是會和平面 $A$ 產生交點的線段可能出現的範圍。
4. 把喇叭中每個側面的三角形都拿來產生指向喇叭外的法向量，以 $\Delta SP_1P_5$ 為例，找出的法向量為 $\vec{n}_{15}$ ，由於產生出來的法向量必須是要指向喇叭外，所以需要平面 $A$ 上任意第三個點來保證法向量的指向。由於我們考慮的平面都是凸多邊形，所以向量 $\vec{SP}_2$ 必定是在 $\Delta SP_1P_5$ 的內側，因此只要將 $\vec{SP}_2$ 和 $\vec{n}_{15}$ 做內積，若內積值大於或等於 $0$ ，則代表剛剛求出的法向量 $\vec{n}_{15}$ 指向內，要將之轉向 $180$ 度改為指向外。
5. 拿起點 $S$ 和終點 $E$ 的連線向量 $\vec{SE}$ 和步驟4找到的每個法向量做內積，若有一個內積值大於 $0$ 則代表 $\vec{SE}$ 在某一三角形之外，即 $\vec{SE}$ 在喇叭外，也就是不可能有交點，若每個內積值都小於 $0$ ，則代表 $\vec{SE}$ 在喇叭之內，連線和平面之間有交點產生。



圖 4.24 是我們碰撞偵測的流程圖。偵測的順序是先檢查動態部份的碰撞，我們讓物體先試探性的走一步，然後拿走過之後的位置和走之前的位置連線去做動態碰撞偵測，若是檢查結果有碰撞產生，即以發生碰撞回報並結束偵測工作，反之若是沒有偵測出動態的碰撞，我們還得進一步檢查靜態的碰撞。為了檢查靜態碰撞，我們讓物體實際前進一步，然後拿物體移動後本身上的線段檢查靜態碰撞，所得到的結果即碰撞偵測最終的結果，將結果回報即完成碰撞的偵測工作。

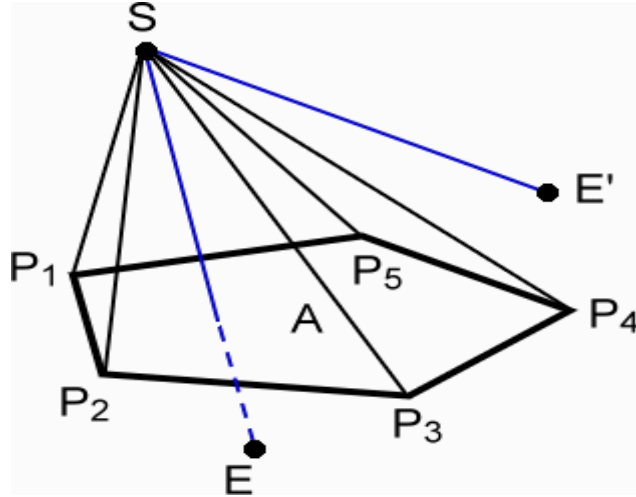


圖 4.23 交點偵測示意圖。

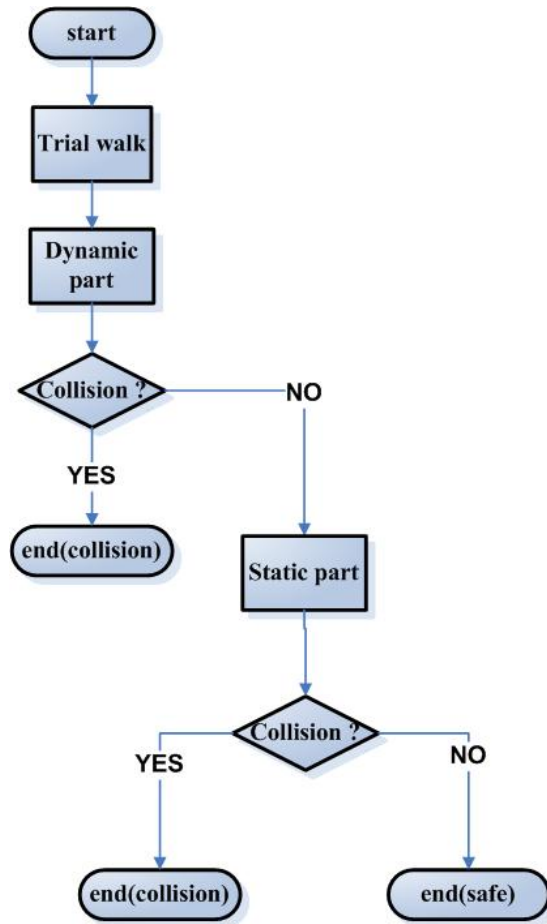


圖 4.24 碰撞偵測流程圖。



## 第五章 實驗結果及討論

本章內容將依照前一章所提及的三度空間多機械手臂共持物體路徑規劃，利用程式模擬、實驗。程式主要是用 Microsoft Visual Studio C++ .NET 2003 開發，測試的電腦環境為 PENTIUM IV 2.8G，512MB RAM，作業系統則是 Windows XP。我們將在 5.1 節針對單手臂路徑規劃的核心，移動平衡以及轉動平衡，來做簡單的例子測試，接著在 5.2 節對幾個實際範例做路徑規劃的測試，在 5.3 節會提到執行的效能，最後在 5.4 節進行問題與討論。

### 5.1 移動平衡與轉動平衡

在這節我們利用簡單的例子，來測試移動平衡與轉動平衡調整的適用性，看兩種調整是否能將物體調整至位能的最低點。如圖 5.1，我們建立一個封閉的正方體當作場景，並利用一個小長方體，來觀察它受廣義位能場影響下，以及配合我們的二分搜尋法所得到的每一步結果。

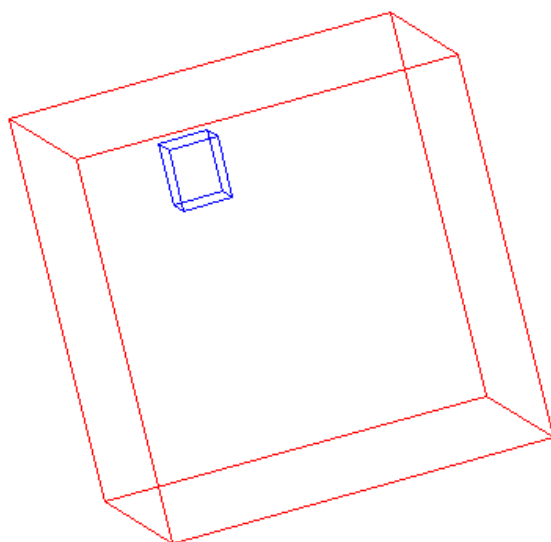


圖 5.1 環境中有一個在角落中的小方塊，將會受力影響而運動。

首先我們先測試移動平衡的調整，我們把一個長方體放在正方體場景的角

落，並在長方體的八個頂點取取樣點，利用這八個點以及場景的六個面，來做排斥力的運算。圖 5.2 是長方體受排斥力影響下進行二分搜尋法的詳細過程，其中紀錄長方體在場景中每一步驟的變化。(a)是長方體未調整前的初始狀態，而(b)是做第一次移動調整的過程，共走了十一步。(c)是第一次移動調整過後的結果，但在第一次調整完後長方體仍未到達位能最低點（場景的中心點），所以仍受到排斥力的影響，因此我們如(d)所示進行下一次調整，此次調整走了六步後又得到一個新的結果(e)，此結果仍需要調整，於是我們又做了如(f)、(h)的調整，共六步。最後結果如(i)，長方體調整到整個場景中心。(j)是(i)的鳥瞰圖，明顯可以看出長方體已經位於整個場景的中心。

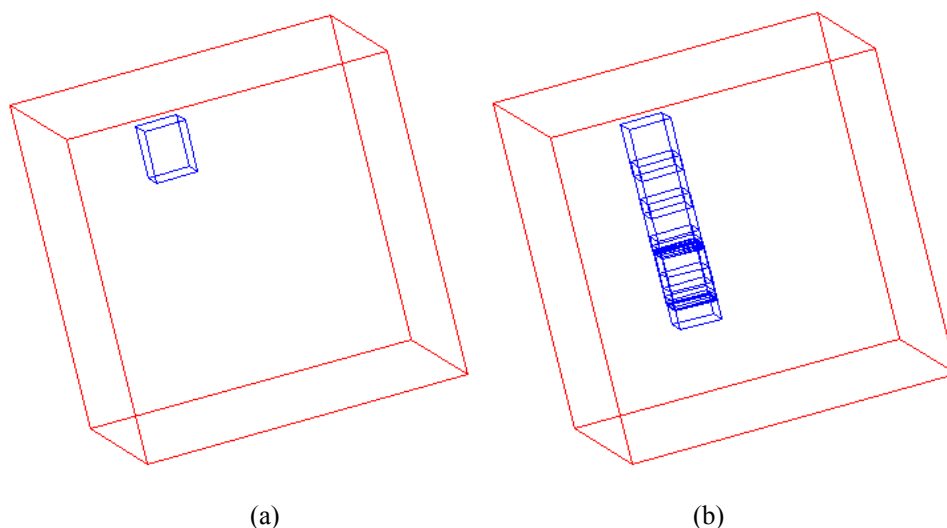


圖 5.2 移動平衡調整步驟：(a)長方體尚未調整前 (b)第一次調整，共十一步 (c)第一次調整的結果 (d)第二次調整，共六步 (e)第二次調整的結果 (f)第三次調整，共六步 (g)第三次調整的結果 (h) 第四次調整，共六步 (i) 第四次調整的結果 (j)最後結果的鳥瞰圖，顯示長方體到達場景的正中央。

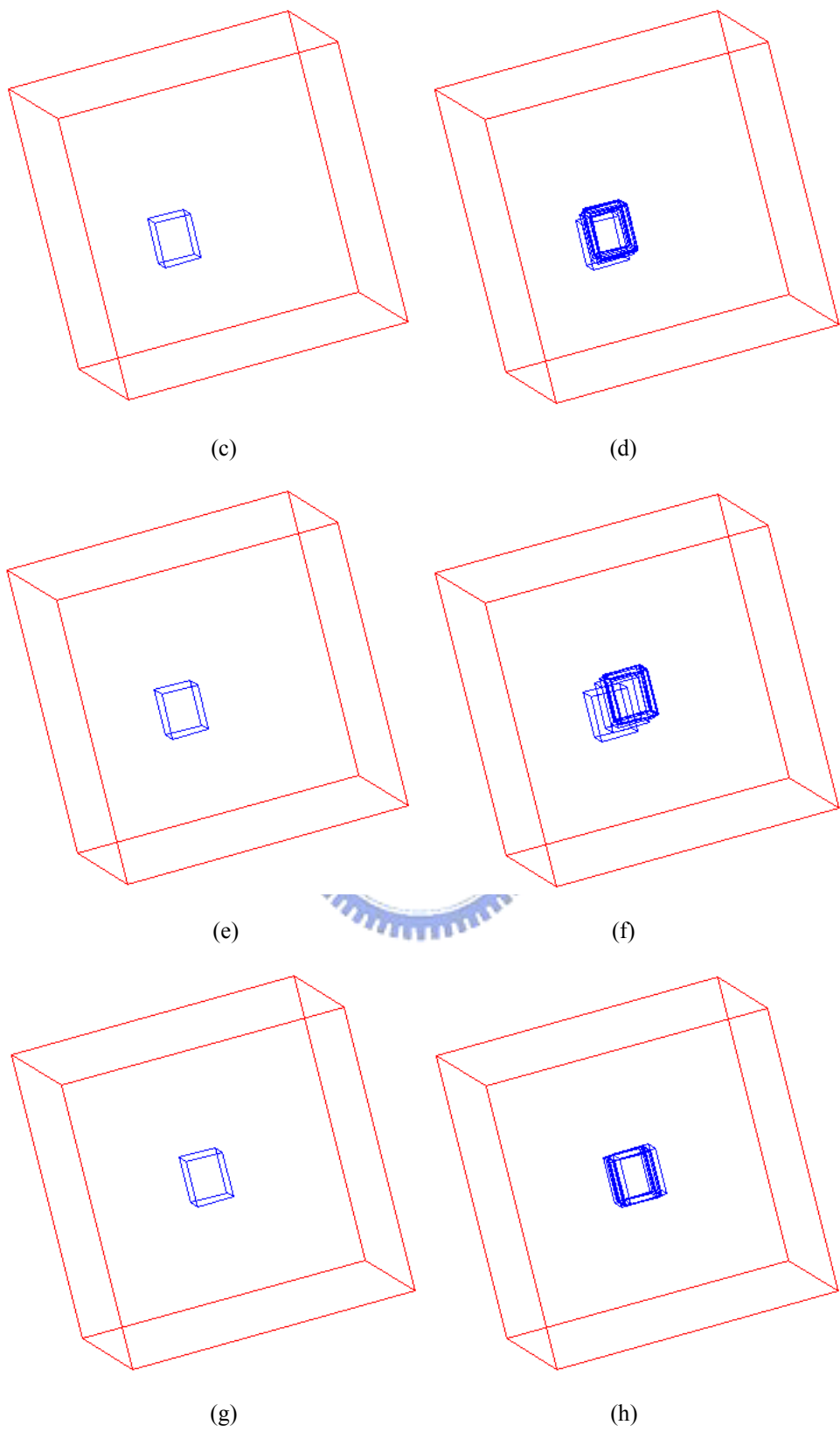


圖 5.2 (續)

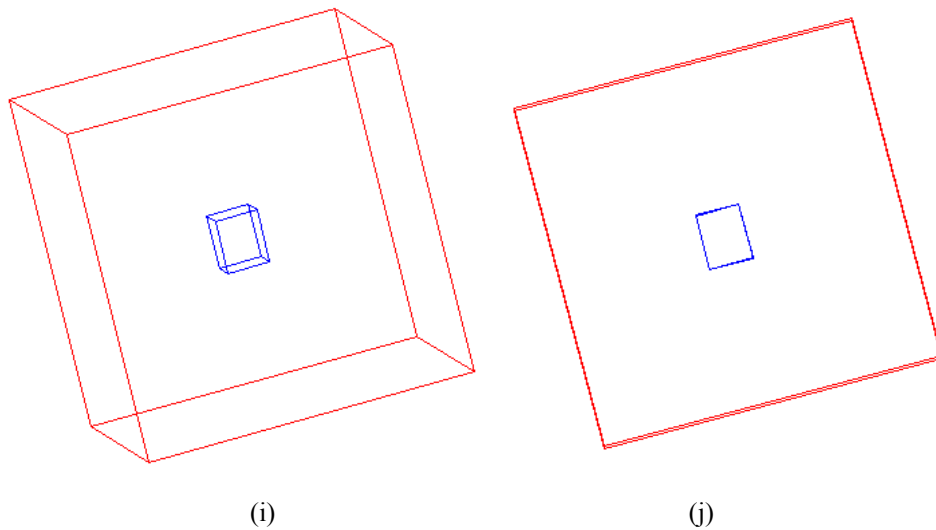


圖 5.2 (續)

接下來是轉動平衡調整的測試，我們將長方體置於正方體場景的正中心，並將長方體分別朝自身的  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  軸正向旋轉 30 度，跟移動調整相同在長方體的八個端點取樣後開始做轉動調整。如圖 5.3，(a) 是尚未調整前的初始狀態，(c)、(e)、(g)、(i)、(k) 依序為四次二分調整之後狀態，每次調整的步數分別為(b)的十一步、(d)的九步、(f)的九步、(h)的八步、(j)的六步。在調整完之後的長方體與場景相互平行，表示已經將長方體調整至位能最低點。

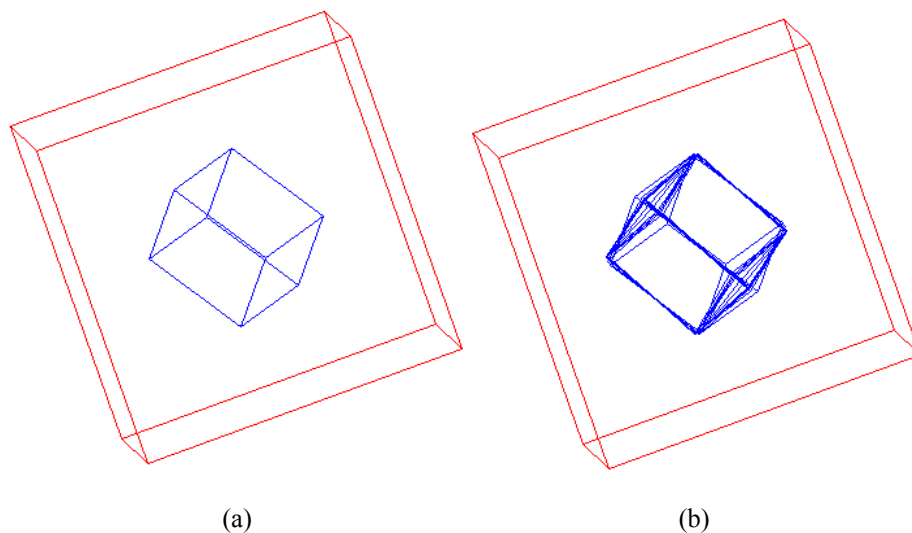
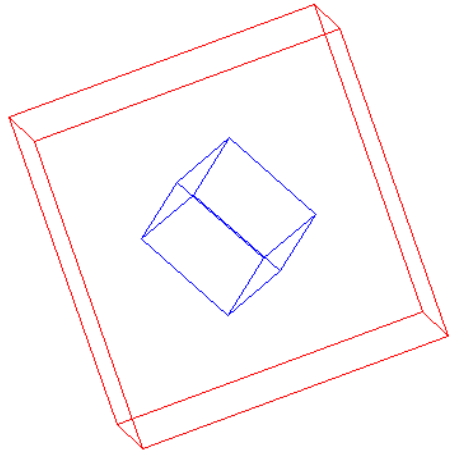
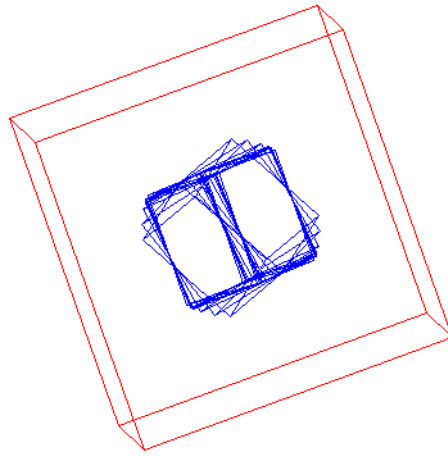


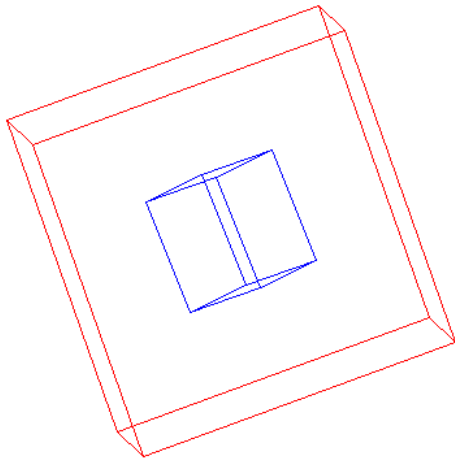
圖 5.3 轉動平衡調整步驟：(a)長方體尚未調整前(b)第一次調整，共十一步 (c)第一次調整的結果 (d)第二次調整，共九步 (e)第二次調整的結果 (f)第三次調整，共九步 (g)第三次調整的結果 (h)第四次調整，共八步 (i)第四次調整的結果 (j)第五次調整，共六步 (k)第五次調整的結果 (l)最後結果的鳥瞰圖，顯示長方體與場景相互平行。



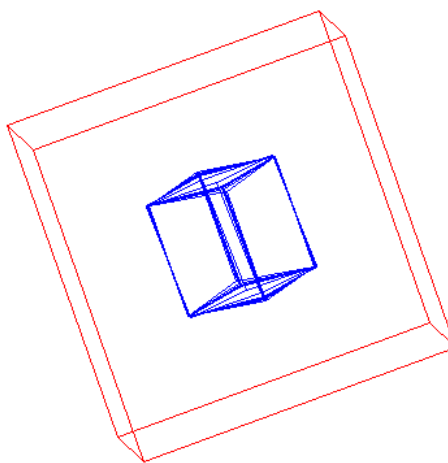
(c)



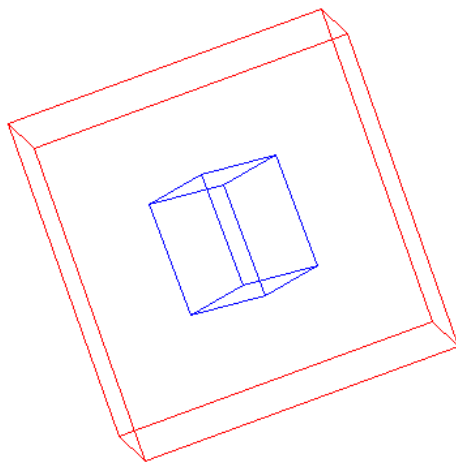
(d)



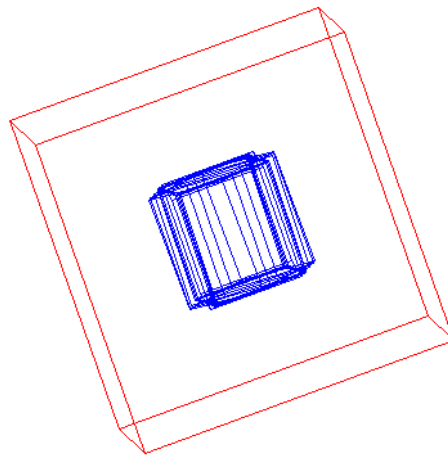
(e)



(f)



(g)



(h)

圖 5.3 (續)

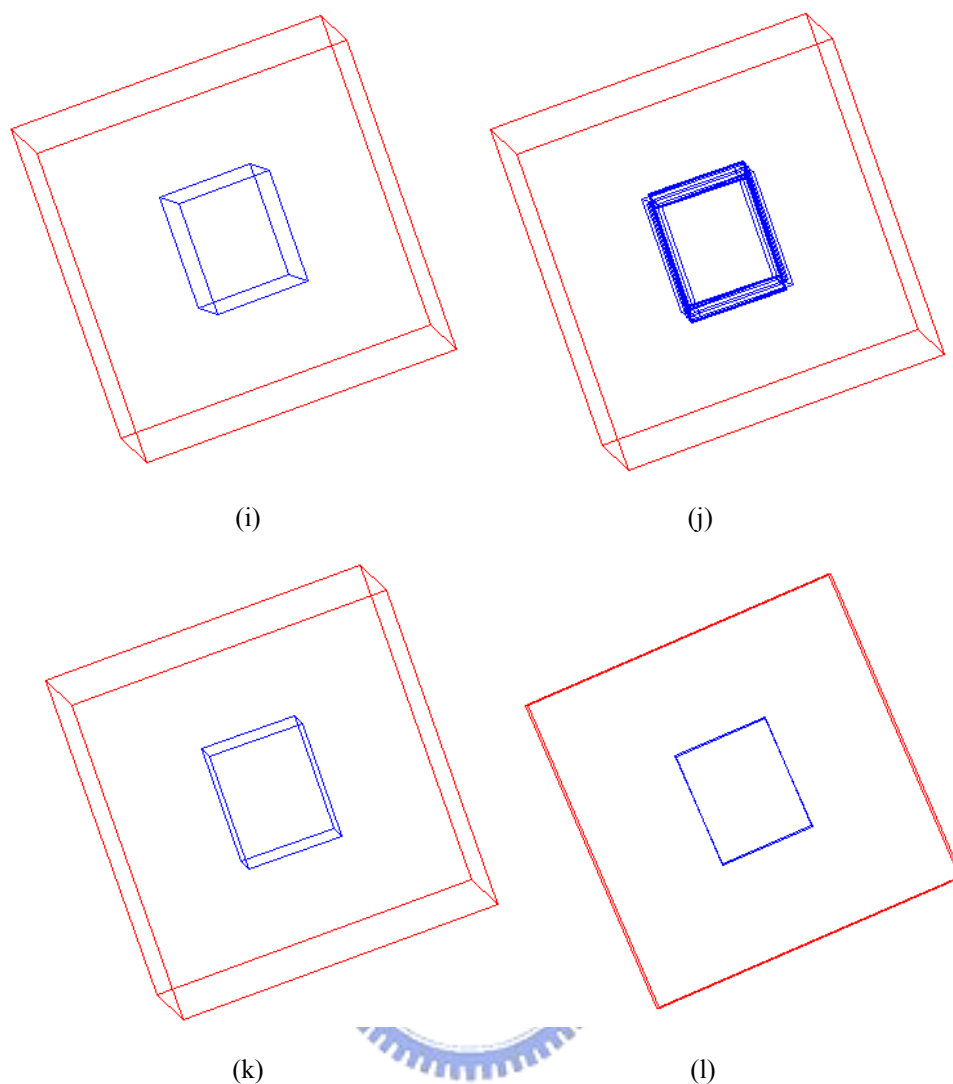


圖 5.3 (續)

這兩個例子顯示出我們利用廣義位能場以及二分搜尋組合而成的移動以及轉動調整，能夠把物體調整至位能低點，達到安全遠離障礙面的效果。假設二分搜尋的初始值前近距離為  $\varepsilon$ ，則在每次調整的該方向上，與實際的位能低點位置誤差會在  $\varepsilon/32$  之內，因為我們做了來回共五次的搜尋。觀察每次調整的步數，不難發現步數大致上呈現遞減的狀態，主要是因為被調整的物體逐漸接近位能低點所導致；而觀察每次移動調整前後，物體的位移量也隨著調整次數的增加，而產生減少的狀況，所以當調整前後物體位移量很小時，就表示與位能低點已相距不遠，只要誤差在可容許範圍之內，便不需要再繼續做調整。因此在本論文中單



手臂的移動與轉動調整在調整前後位移量 $D_t$ 和 $D_r$ 小於某個精確值 $\delta$ 之後，便不再繼續做調整。然而，在移動調整與轉動調整相互配合尋找位能低點時，兩者會產生互相干擾的狀況，所以我們透過重複的交換調整來確保物體能夠確實到達位能低點，並利用位移量來做為判斷調整工作是否結束的依據，一如圖 5.4 所示。

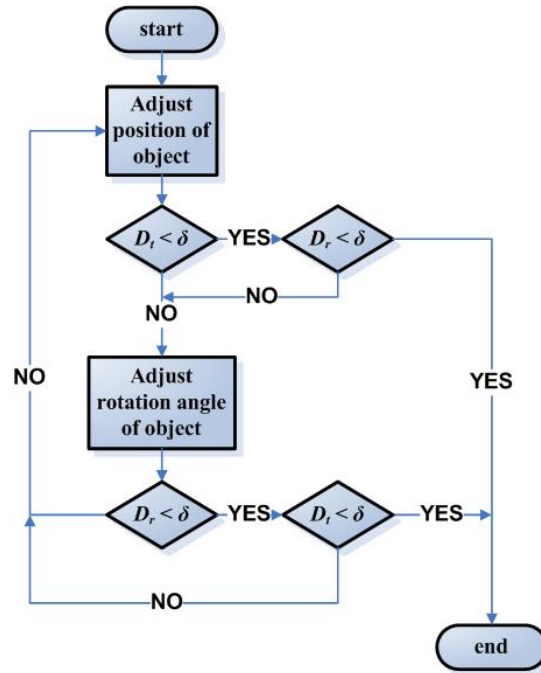
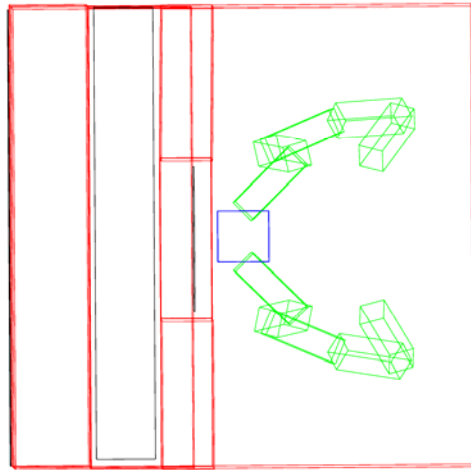


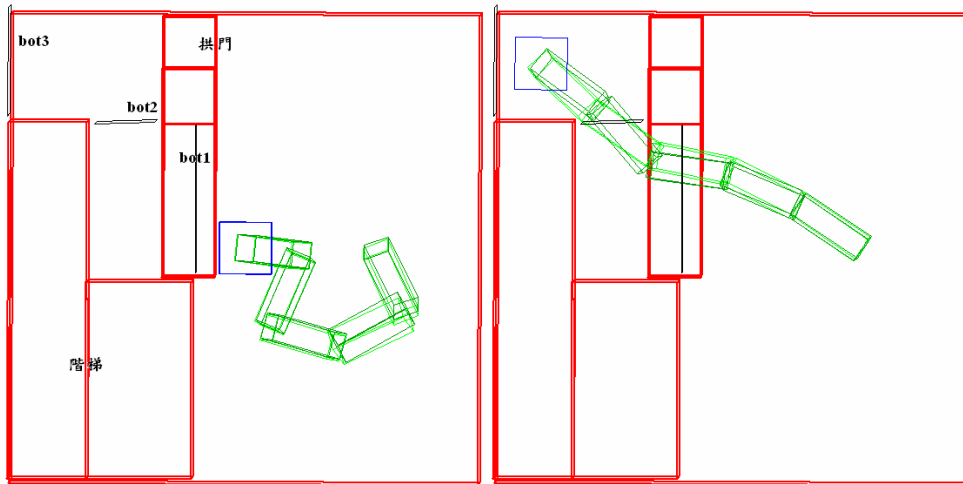
圖 5.4 移動調整與轉動調整相互配合調整之示意圖。

## 5.2 範例實測

例一（拱門與階梯）：本例的場景是一個封閉的正方形空間，空間正中央是物體的初始位置，在物體的前方有一個二階的階梯以及拱門的結構，場景的環境配置如圖 5.5(a)和圖 5.5(b)。在這個場景中使用兩隻五節的機械手臂共持場景中央的物體，我們希望使用兩隻機械手臂將物體穿過拱門爬上階梯到達階梯的上方，在本例中使用三個瓶頸面引導物體，物體先依 bot1 的引導穿過拱門，接下來受 bot2 的吸引爬上階梯，最後由 bot3 拉至最終目標的區域。實驗的最終組態見圖 5.5(c)。



(a) 初始狀態 (俯視圖)



(b) 初始狀態 (側視圖)

(c) 最終狀態 (側視圖)

圖 5.5 例一，拱門與階梯的例子。

圖 5.6 是例一的調整過程，當物體在穿過拱門之時，由於拱門並不算太窄，所以物體可以很順利的穿過去，如圖 5.6(a)-(f)，只花了五步，但接下來 bot2 所在的區域因為空間不大，物體必須調整自己本身的角度才有辦法過得去，因此從圖 5.6(g)到圖 5.6(l)物體的位置並沒有太多的改變，角度則是逐漸轉成符合 bot2 所在瓶頸的方向，等到方向轉對了物體就很順利的通過瓶頸並朝 bot3 方向前進，由於階梯最上一層的空間較為寬闊，因此在最後圖 5.6(m)至圖 5.6(o)的階段沒有太多的干擾，穩定移動到終點。

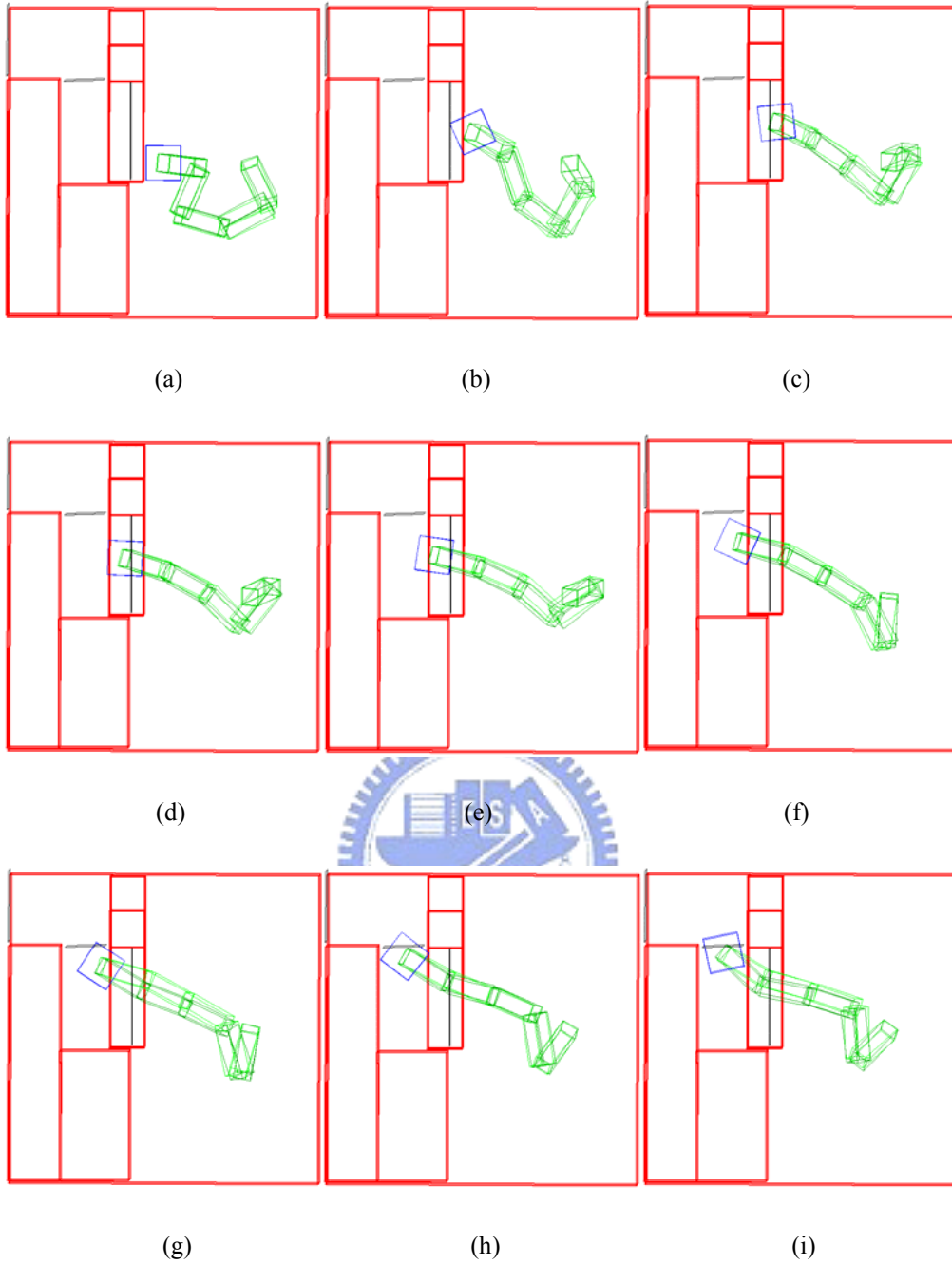


圖 5.6 例一的調整過程。

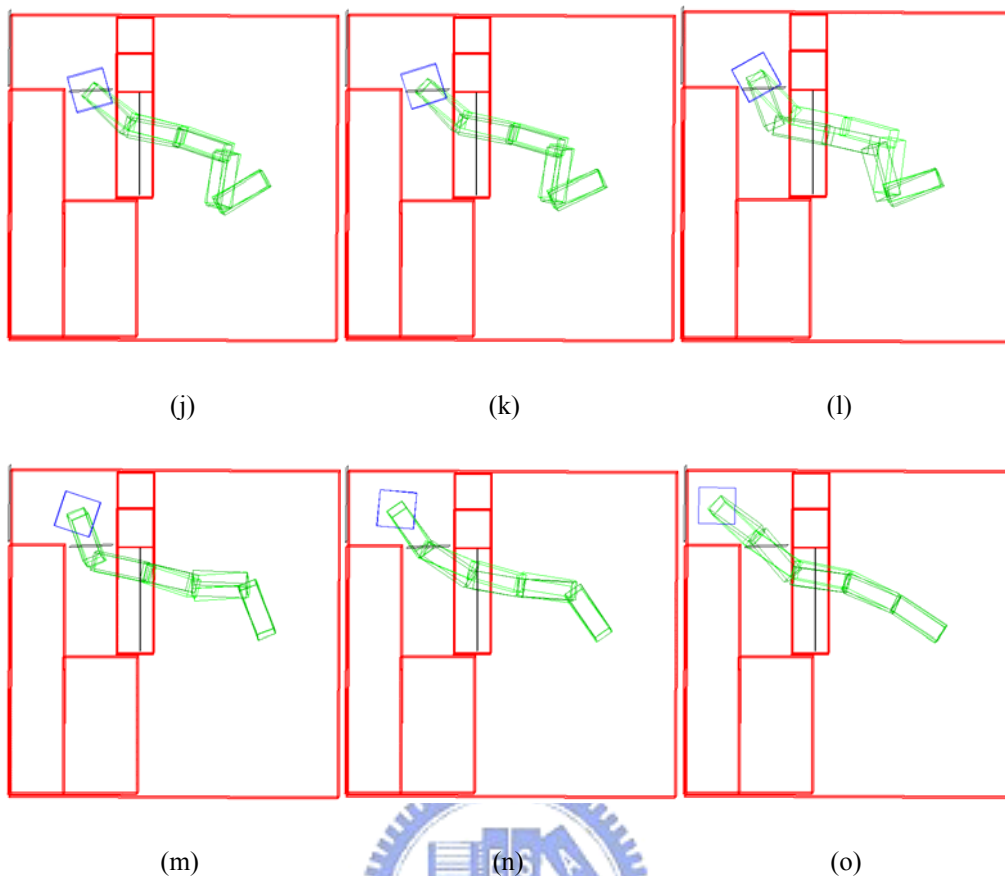
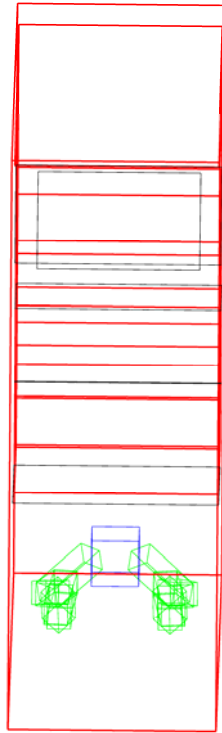
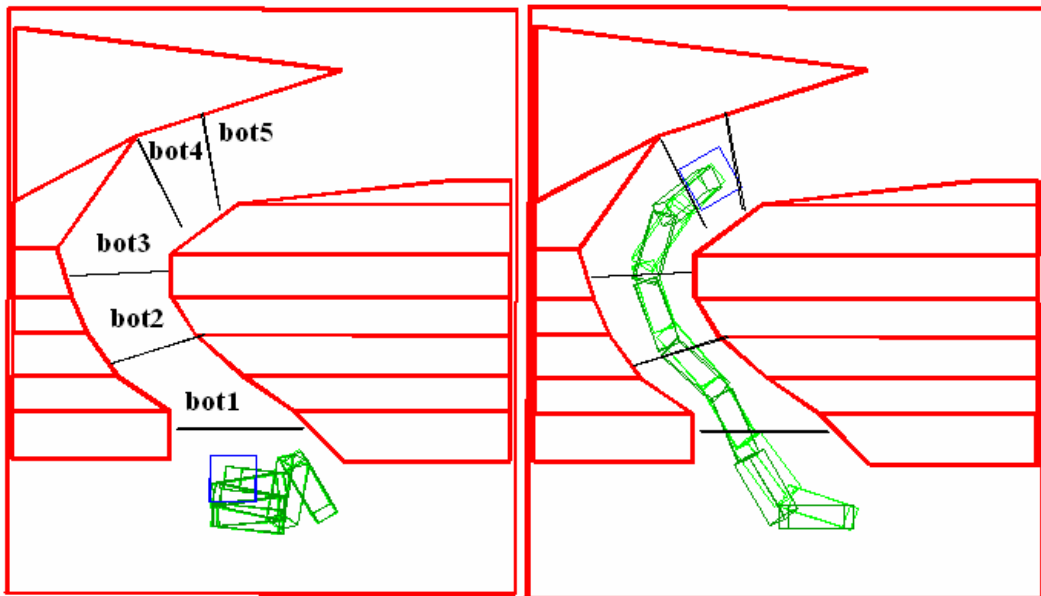


圖 5.6 (續)

例二 (彎曲通道)：本例是一個長方形的封閉空間，這個封閉空間前後與上下寬敞，左右狹窄，物體位在封閉空間的底部，場景中有一個彎曲的通道通往上方，通道寬度較寬，場景的環境配置見圖 5.7(a)和圖 5.7(b)。我們在這個例子中使用兩隻七節的機械手臂用以共持物體，藉由五個瓶頸面的引導將物體穿過彎曲通道到達場景上部，最終的結果如圖 5.7(c)所示。



(a) 初始狀態（後視圖，除去圖 5.7(b)之右半部障礙物所得）



(b) 初始狀態（側視圖）

(c) 最終狀態（側視圖）

圖 5.7 例二，彎曲通道的例子。

圖 5.8 是例二的調整過程，這個例子一開始物體會先把方向調整為通道入口的方向，方向一致後才會開始進入通道之中，物體做旋轉調整時是以物體的中心做為參考點，不管往那個方向旋轉都是以該點為旋轉中心。在通道行進時物體本

身旋轉的方向與通道的邊緣大致相同，當經過通道中間較彎的部分時，會花比較多的步數將物體轉向，如圖 5.8(j)到圖 5.8(o)所示，物體前進的步伐大為縮小，物體的方向從左上方轉為朝右上方，等到物體轉過去之後由於接下來路段較為平直，因此到了圖 5.8(p)至圖 5.8(q)的部分能夠很快速的到達終點平面。

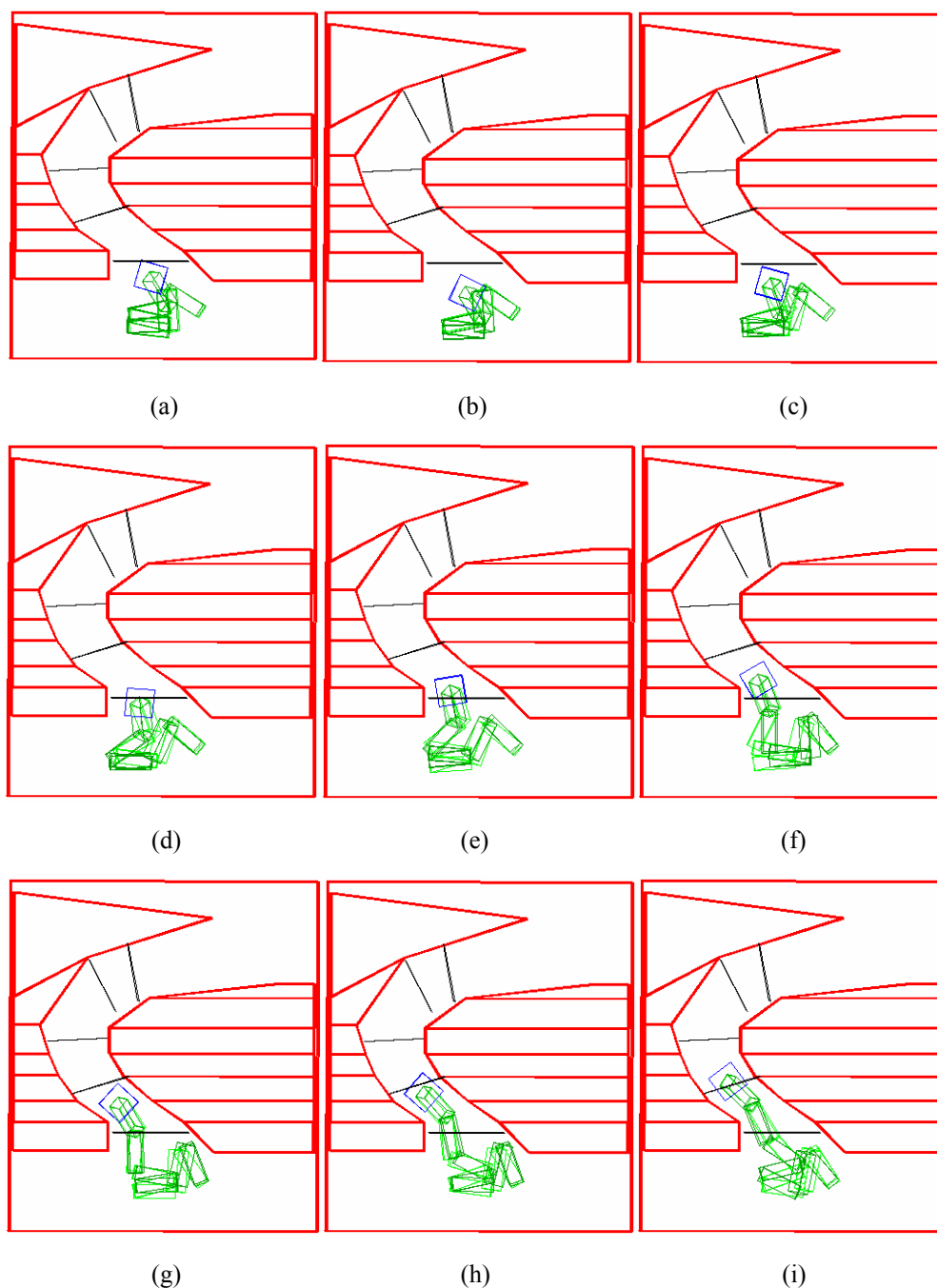


圖 5.8 例二的調整過程。



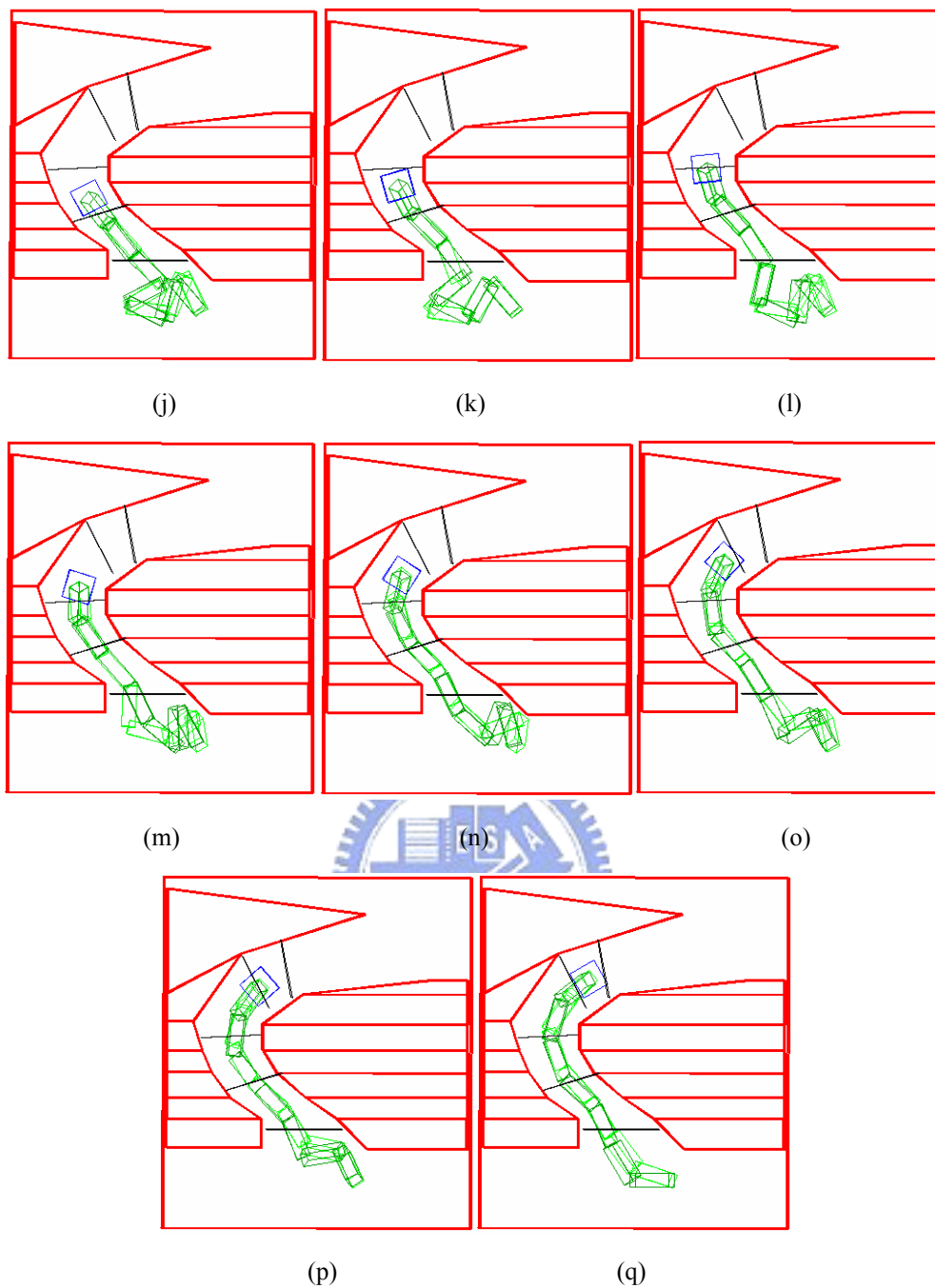
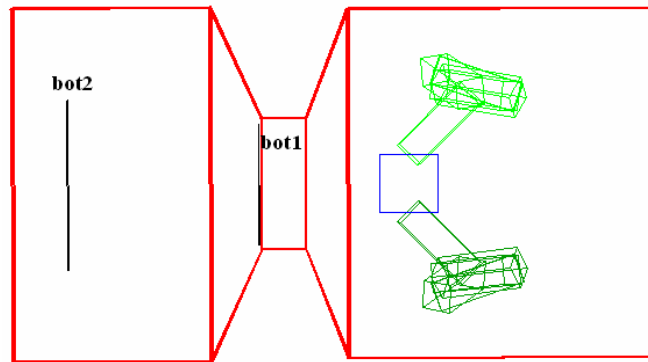
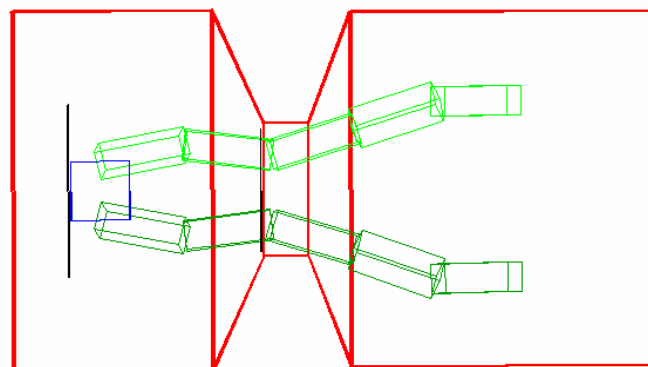


圖 5.8 (續)

例三 (瓶頸)：本例是在兩個封閉空間之間放置一個較為狹窄的通道，物體本來在右邊的空間中，我們希望使用兩隻五節的機械手臂將物體穿過中間的瓶頸移至左邊的空間中，場景配置如圖 5.9(a)。在本場景中我們用了兩個瓶頸面來引導物體，先用 bot1 帶領物體穿過瓶頸，然後在由 bot2 將物體吸引至最終的目的地，最終的狀態如圖 5.9(b)。



(a) 初始狀態 (俯視圖)



(b) 最終狀態 (俯視圖)

圖 5.9 例三，瓶頸通道的例子。

圖 5.10 顯示了例三的調整過程。由於這個場景是完全對稱的，所以左右兩隻機械手臂的姿態也表現出對稱性。兩隻手臂在一開始還沒接近瓶頸時因為周圍環境較為開闊，因此其岔開的角度比較大，等到逐漸要進入瓶頸的時候，物體前進的步伐變小，兩隻手臂也逐漸向中間靠攏，慢慢穿過中央的狹窄通道。從圖 5.10(d) 以後物體和手臂就進入調整前進步伐與旋轉角度的階段，直到最後物體到達目的地我們可以看出物體和手臂為了穿過瓶頸逐步調整本身姿態的過程。

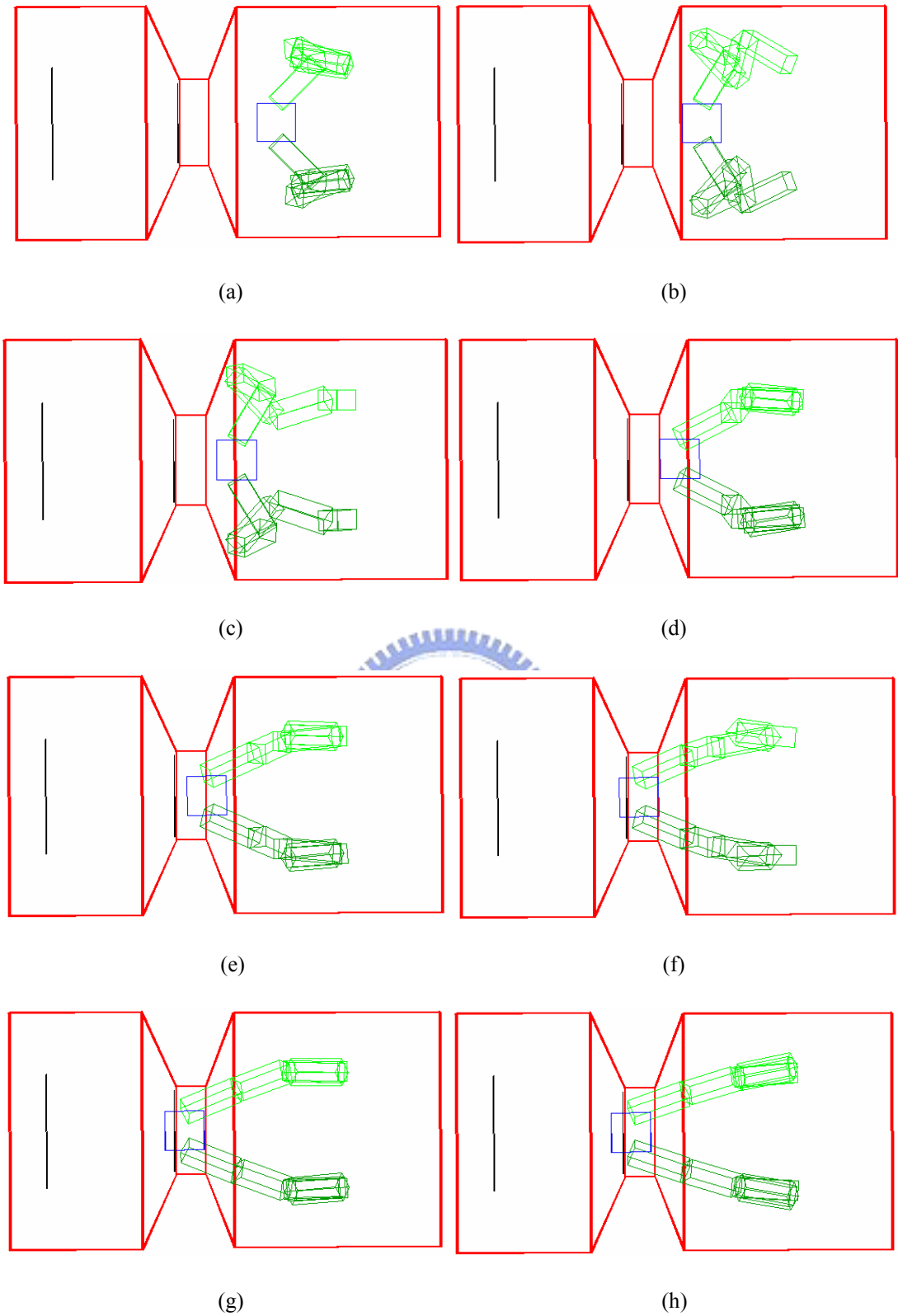
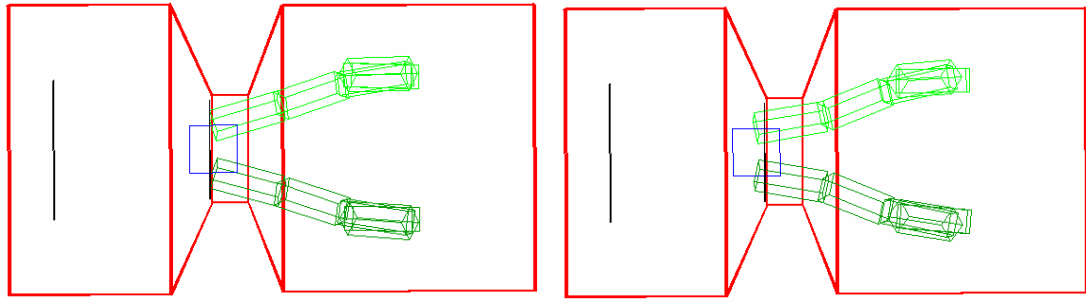
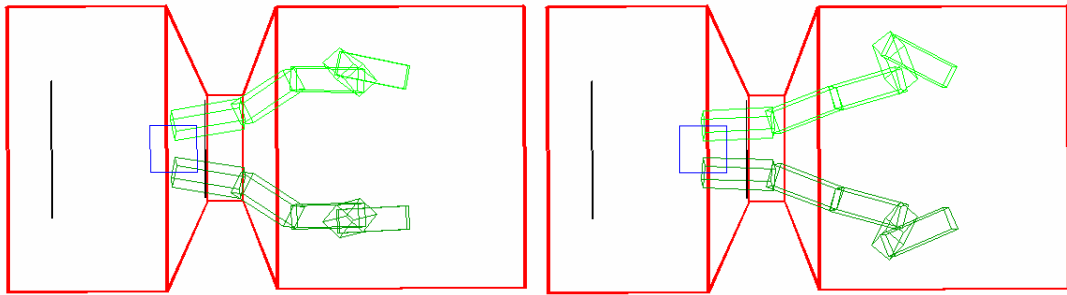


圖 5.10 例三的調整過程。



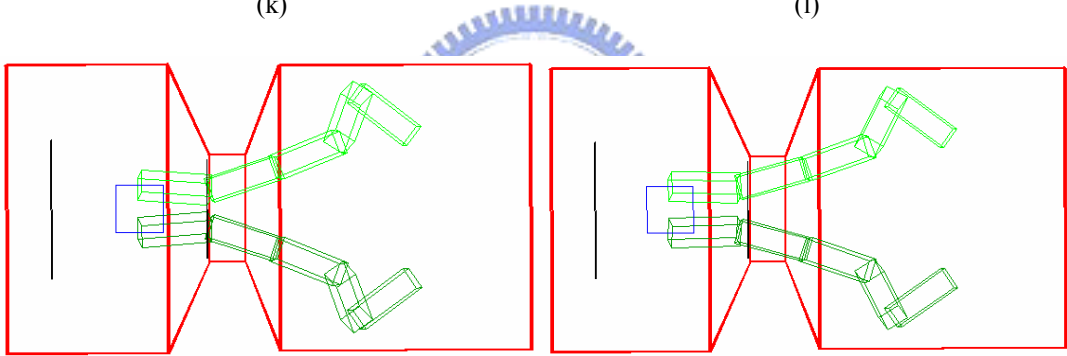
(i)

(j)



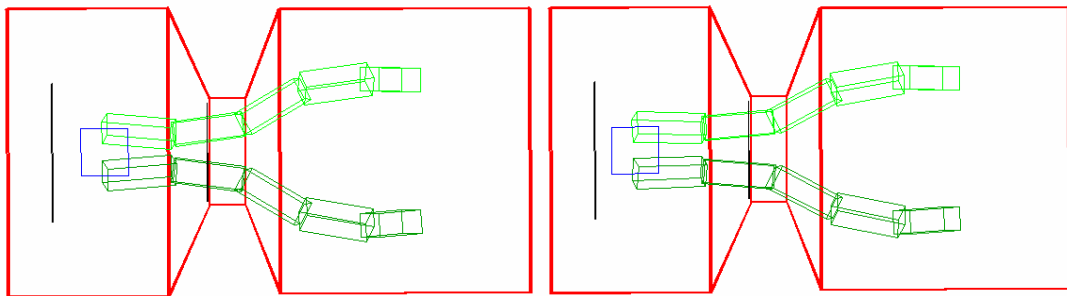
(k)

(l)



(m)

(n)



(o)

(p)

圖 5.10 (續)

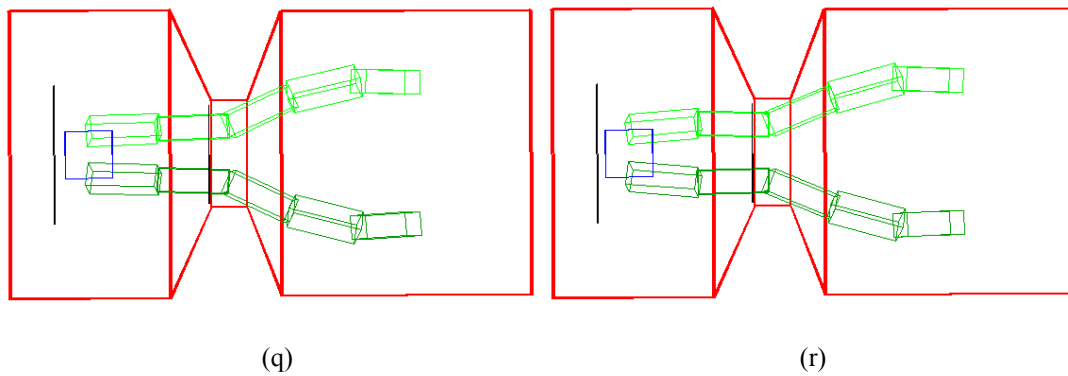


圖 5.10 (續)

例四 (三手臂共持大型物體)：在本例中，我們將問題推廣至三手臂共持物體，在此我們刻意將搬運物體的體積加大，以符合使用更多手臂進行搬運工作的時機。場景呈長方形，物體的初始位置在場景的下方，我們希望使用三隻機械手臂合作將物體移至場景上方的空間，搬運期間我們假設物體必須保持方向之平衡與穩定，所以不允許物體的旋轉。在場景中存在數個障礙物，在搬運時物體與手臂必需避開以免發生碰撞。圖 5.11(a)-(c)是本例的初始狀態，物體與手臂的最終組態則如圖 5.11(d)-(f)所示。

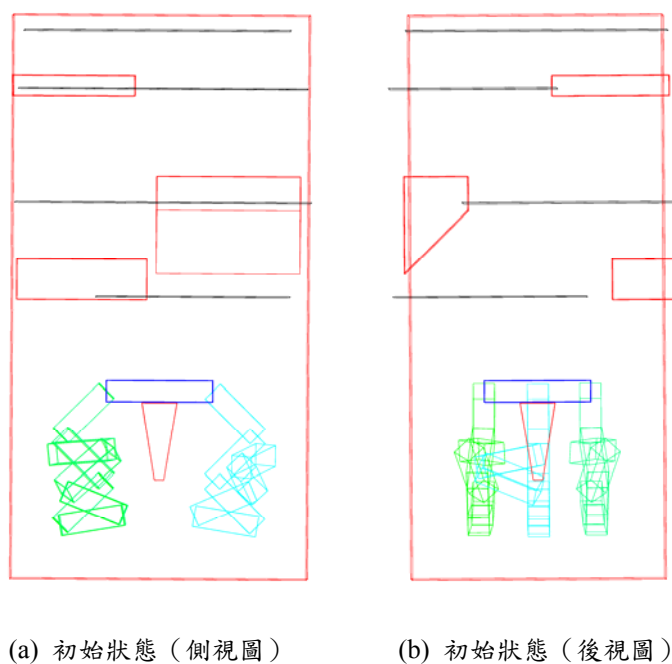
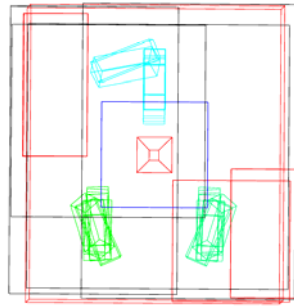
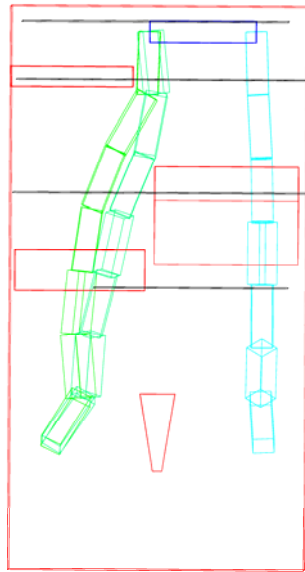


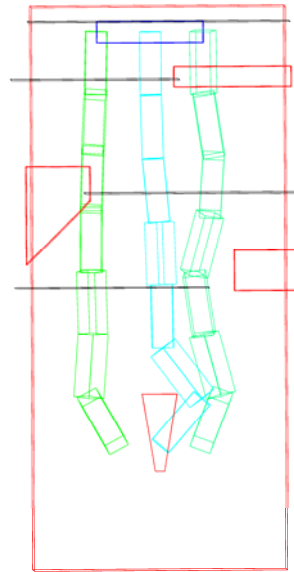
圖 5.11 例四，三手臂共持物體的例子。



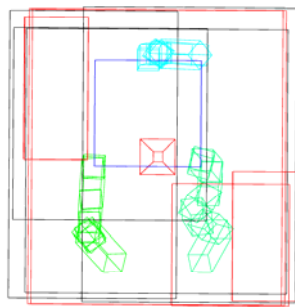
(c) 初始狀態 (俯視圖)



(d) 最終狀態 (側視圖)



(e) 最終狀態 (後視圖)



(f) 最終狀態 (俯視圖)

圖 5.11 (續)

圖 5.12、圖 5.13 和圖 5.14 為例四的調整過程，物體在逐漸往上移動之時，

因障礙物的關係沒辦法直接往上方前進，而是得往左右平移以繞過障礙，在此同時手臂部分也必需對自己本身的姿態做調整，以免發生物體可過但手臂部分卻因碰撞而卡在原地的狀況發生，如圖 5.12(g)到圖 5.12(h)以及圖 5.13(d)到圖 5.13(e)之間便是手臂往場景中央靠攏以穿越障礙物所留下的通道，從實驗結果可以看出不論物體還是手臂都在搬運過程中安全的閃過障礙，沒有發生碰撞。在圖 5.14 中我們只觀察物體的移動軌跡，從中也可以看出物體在上升過程中對障礙物的閃避動作。

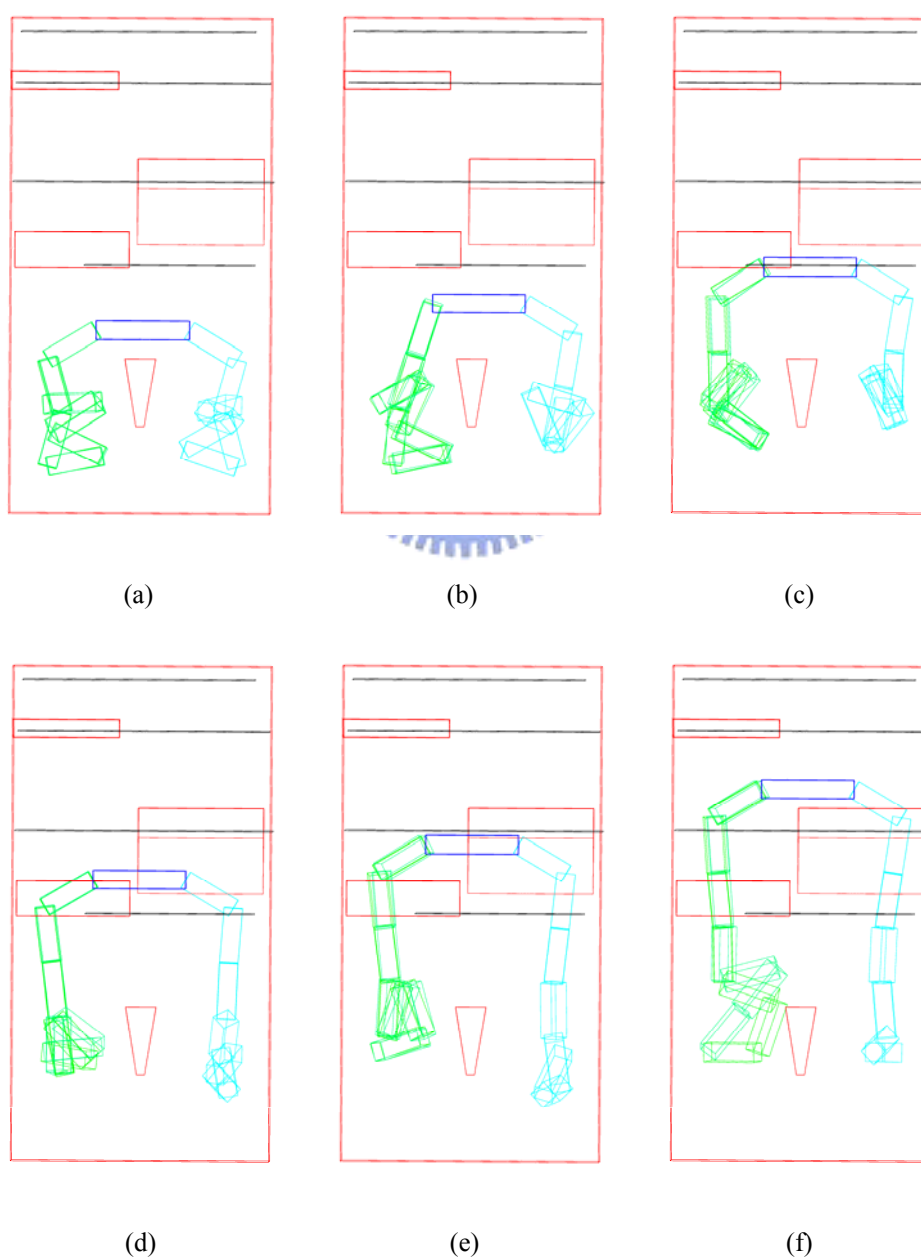
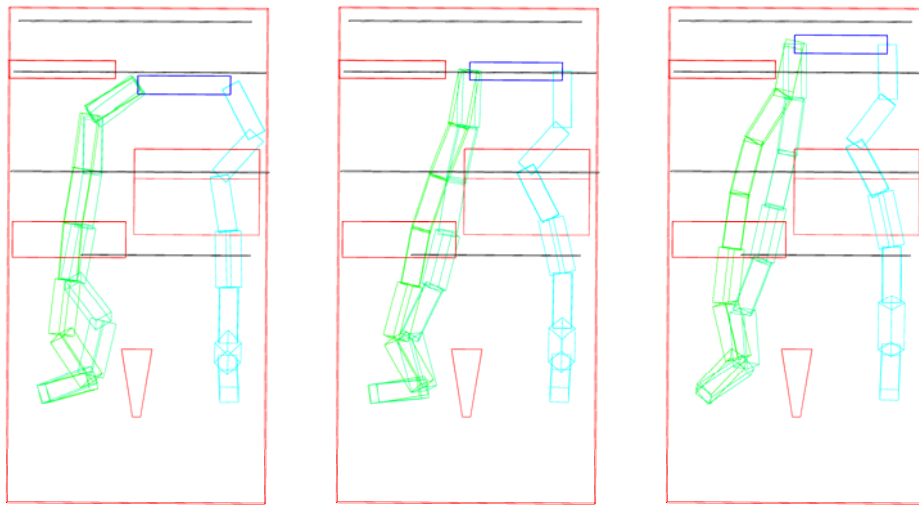


圖 5.12 例四的調整過程（側視圖）。



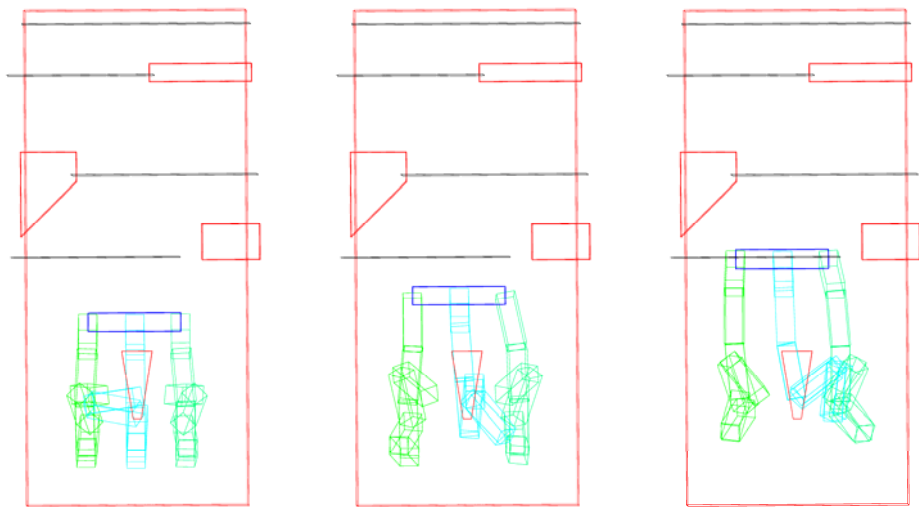


(g)

(h)

(i)

圖 5.12 (續)

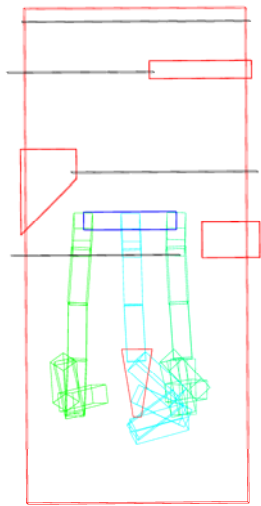


(a)

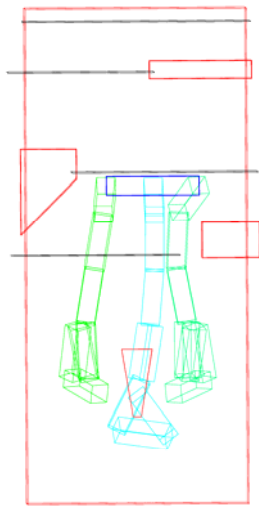
(b)

(c)

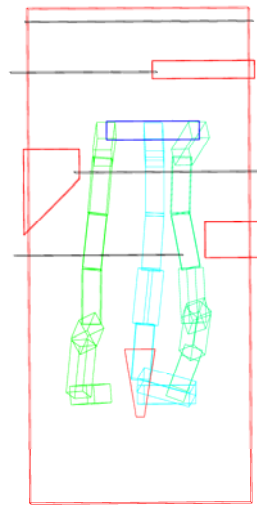
圖 5.13 例四的調整過程 (後視圖)。



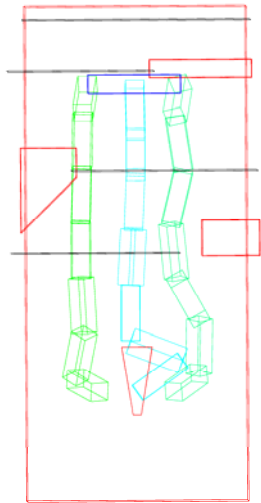
(d)



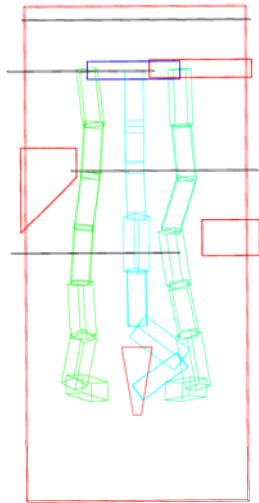
(e)



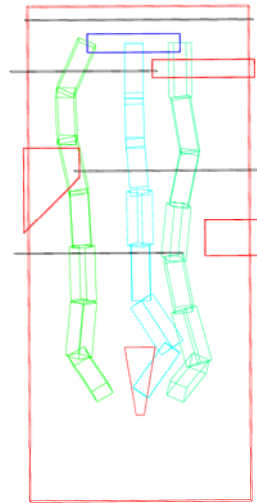
(f)



(g)



(h)



(i)

圖 5.13 (續)

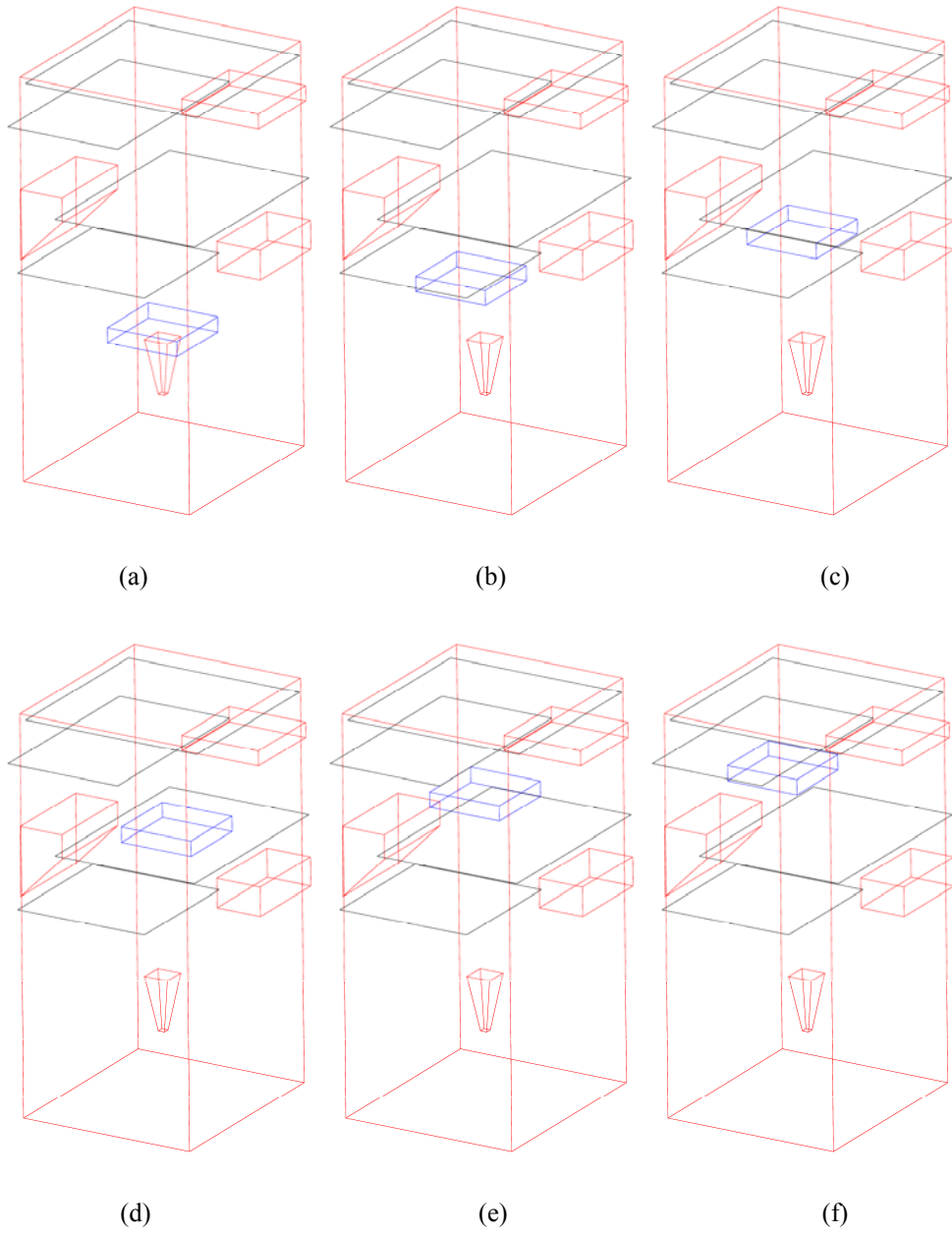


圖 5.14 例四的調整過程 (只觀察物體)。

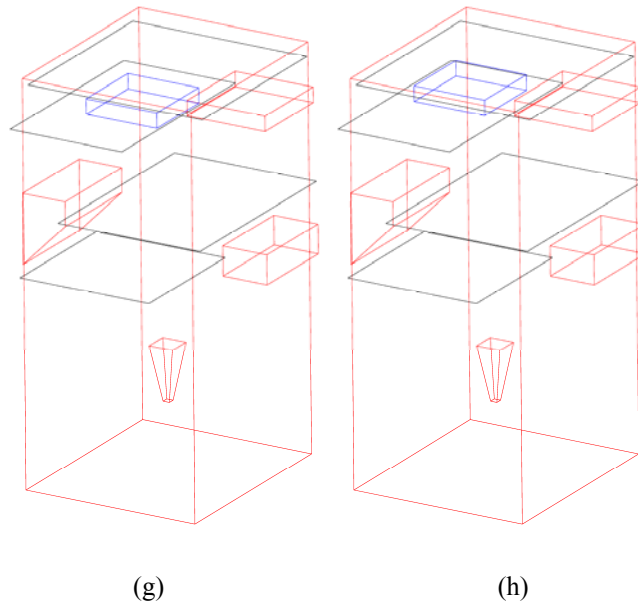


圖 5.14 (續)

本例因為是使用三手臂，所以輔助障礙面的數量與配置跟前面幾個例子不大相同，在切割各手臂工作空間方面，我只使用兩個障礙面，其分割方式如圖 5.15 所顯示。另外在物體的上方再加一個障礙面以控制手臂連接物體時的姿態，因此總共使用了三個輔助障礙面。此場景的環境因為較為開闊，因此機械手臂在搬運的過程中，其姿態會顯得比較不受控制，常會呈現出不太自然或是不合一般我們所期望的形態。在本例中一個常見的問題是手臂在逐漸往上移動時，其本身會發生折疊的情形，導致整隻手臂的長度不足而無法將物體送到場景上方，如圖 5.16(a)中所顯示的，手臂因為折疊的緣故使得原本七節的手臂只剩五節的長度，長度不足根本沒辦法完成我們所設定的任務。

為了解決這個問題，我將物體上方的輔助障礙面所產生之排斥力加大為 10 倍，增加指往場景下方的力量，另外各節手臂再加入指向基座的吸引力，越靠近基座吸引力越大，我們便利用這些額外的力藉以增加手臂往上翹的阻力，避免發生折疊的情形。圖 5.16(b)是改進後手臂的姿態，從中可以很明顯看出手臂完全拉直，充分利用各節的長度，只有這樣才有可能將物體搬到最終的目標瓶頸面。

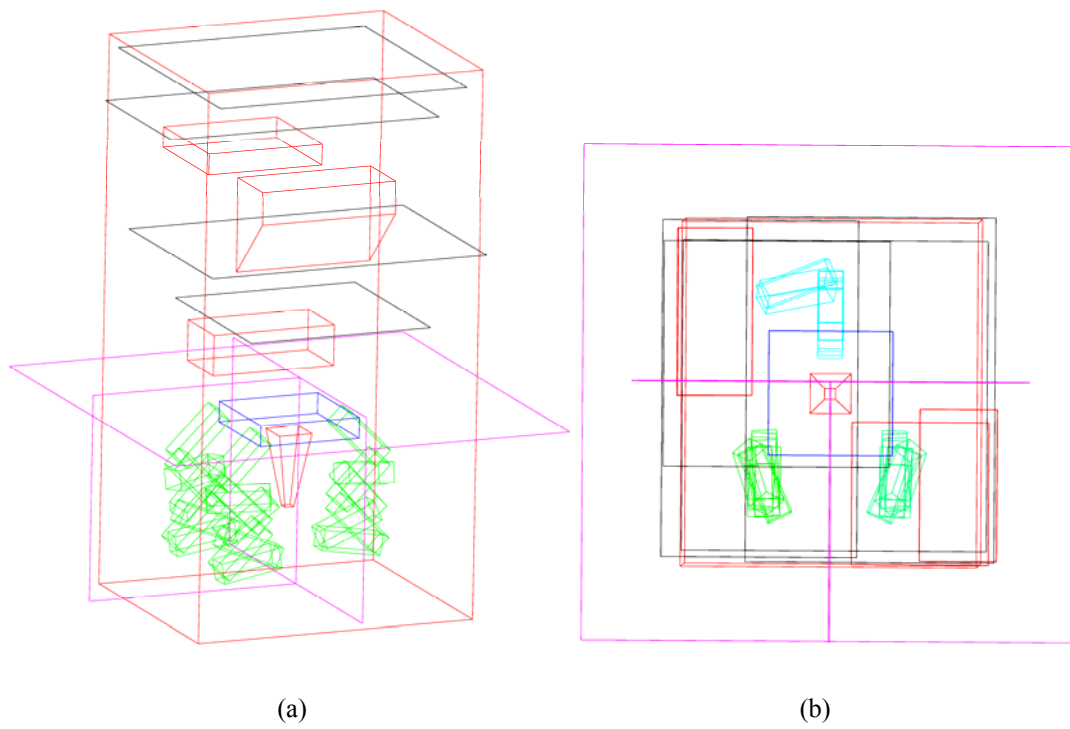


圖 5.15 例四的輔助障礙面配置。

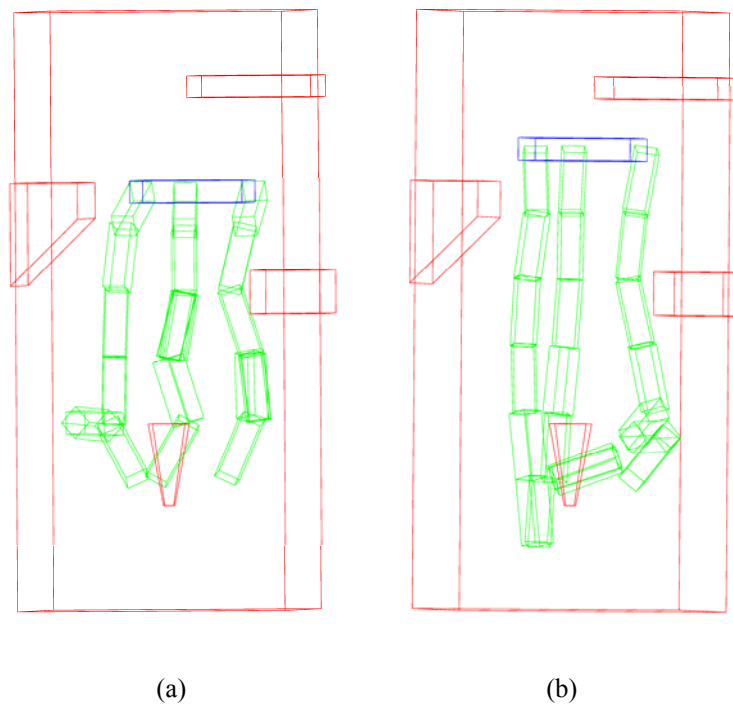


圖 5.16 手臂發生折疊的情況與改善的結果。

### 5.3 運算複雜度與效能

在本節我們記錄了各例中物體與手臂調整移動位置與旋轉角度的次數，以及運算時間，並對其結果作討論。表 5.1 為例一（拱門與階梯）的各項動作統計，這個例子由於有兩個較為狹窄的部分，一是拱門的通道部分（bot1 處），一是拱門與階梯之間的空隙（bot2 處），因此物體和手臂得做較多的嘗試與調整才能夠通過瓶頸面，也因此影響了執行的速率，但整體時間還算合理。

表 5.1 例一動作資訊統計

<b>Computation time</b>
150 sec.
<b>Total number of object translations</b>
620
<b>Total number of object rotations</b>
370
<b>Total number of link rotations</b>
Link [3]: 438
Link [4]: 464
Link [5]: 543
<b>Total number of rotations of final two links</b>
570

表 5.2 是例二（彎曲通道）的動作統計，從整體時間來看，比例一多了近 30 秒，就調整次數而言兩例相差不多，因此兩者之間運算速率的差別主要原因在於場景複雜度與手臂節數的不同。本場景中的障礙物平面個數較例一多出許多，手臂也多出兩節，因此直接影響到所需的時間。

表 5.2 例二動作資訊統計

<b>Computation time</b>
180 sec.
<b>Total number of object translations</b>
639
<b>Total number of object rotations</b>
308
<b>Total number of link rotations</b>
Link [3]: 348
Link [4]: 369
Link [5]: 465
Link [6]: 481
Link [7]: 447
<b>Total number of rotations of final two links</b>
359

表 5.3 是例三（瓶頸）的動作資訊的統計，由於場景是正的，所以物體並不需要調整轉動平衡，物體的動作相對簡單，至於手臂部分由於一開始是處於較為開闊的空間之中，所以末兩節花了較多時間與旋轉次數以調整至位能最低點。整體來說，因為這個場景較前二例簡單許多，所以所需時間也相對少很多。

表 5.3 例三動作資訊統計

<b>Computation time</b>
90 sec.
<b>Total number of object translations</b>
39
<b>Total number of object rotations</b>
0
<b>Total number of link rotations</b>
Link [3]: 56
Link [4]: 81
Link [5]: 157
<b>Total number of rotations of final two links</b>
556

表 5.4 是例四（三手臂共持大型物體）的各項數據統計，雖然場景中有三隻手臂，但因為場景並不像前面的例子那樣狹窄，所以移動與轉動上發生碰撞的機會相對小得多，因此比較沒有重試的情形發生，所花時間也沒有想像得多。不過由於物體和手臂在往目標瓶頸面前進時得對障礙物做閃避的動作，所以多少增加了物體移動與手臂轉動調整的次數。

表 5.4 例四動作資訊統計

<b>Computation time</b>
130 sec.
<b>Total number of object translations</b>
801
<b>Total number of object rotations</b>
0
<b>Total number of link rotations</b>
Link [3]: 922
Link [4]: 935
Link [5]: 879
Link [6]: 1024
Link [7]: 1119
<b>Total number of rotations of final two links</b>
807



## 5.4 問題與討論

對於路徑規劃的問題很多相關的研究是使用主僕式的架構進行，對手臂定下規劃的順序，後規劃的手臂會將先規劃的手臂視為障礙物，以避免手臂間的碰撞。本論文對於機械手臂的路徑規劃則是採用平行處理的架構，無論是在雙手臂或是參手臂的狀況下，每隻手臂都是在同一時間點依據周圍環境的障礙物資訊來調整至位能最低點，因此若是在對稱的環境之下作路徑規劃，手臂所表現出來的型態也會表現出對稱性，這是使用主僕式架構所無法表現出來的。本論文使用輔助障礙面幫助多手臂的路徑規劃，我們希望輔助障礙面能夠盡量合理且動態的切割工作空間，目前輔助障礙面的設定對於會使手臂過於扭轉的場景可能會有不夠精細的狀況發生，在這些較為複雜的環境下，我們可以依狀況增加適量的輔助障礙面，使空間切割更合理，也更有彈性。

在本論文中，我們規劃路徑的方式是在前進的每一步中都取位能最小的位置，將這些局部的最佳值組合而成我們最終規劃的結果，因此在我們的路徑中每一步都是最佳的解，但是將這些局部最佳組合而成的路徑是否就是最安全的路徑，這個問題因為缺乏一個較為統一且客觀的評判標準，所以我們只能保證規劃出的路徑是安全的，但無法說明或是證明我們的結果是最安全的。此外，在進行路徑規劃時所採取的步伐大小也會對結果有一定的影響，步伐大效率高，步伐小路徑較平滑，如何取捨可依照應用的不同而改變，一種可行的規劃方式是先以大步伐評估路徑的可行性，若評估結果為安全便再以小步伐詳細規劃，取得較佳的路徑做為最後的規劃結果。

位能場在狹窄的空間中表現相當良好，但是當場景是較為空曠的環境時，不論是物體還是機械手臂都會因為周圍斥力的不足而不知該往那個方向移動或是轉動，導致其姿態較為怪異不自然。在這種情況下我們就得在場景之外外加一些輔助的機制像是輔助障礙面或是基座吸引力等工具，改變環境中的位能場分布來幫助規劃路徑，這是使用位能場做路徑規劃時必須要注意的。

## 第六章 結論

本論文目的在於對三度空間中多機械手臂共持物體作路徑規劃。我們提出的演算法，利用三度空間的廣義位能場模型，在工作空間中使障礙物對手臂及物體產生排斥力，保證了物體與手臂在依規劃出的路徑前進時不會和障礙物發生碰撞，此外依電腦模擬的結果顯示，我們所規劃出的路徑也能夠近乎平滑與連續。

本論文對碰撞偵測作了改進，將偵測分為動態與靜態兩部分來處理，除了動態部分以物體最突出的頂點之運動前後位置連線來檢查以外，我們還加入以物體運動後本身上的稜線作碰撞檢查的靜態部分，彌補了取樣點不夠所造成正確性不足的情形。另外還加入了輔助障礙面的概念，將工作空間作適度的切割，不但解決手臂之間的碰撞問題，更讓多手臂的路徑規劃能夠以平行架構進行，不必為各個手臂訂定規劃順序。

在論文中我們只是對多機械手臂的應用做軟體的模擬與測試，在機械手臂實際操作上所需考慮到像是加速度、能量消耗、手臂與關節的載重量等等機械方面的問題均沒有列入考慮，因此我們所規劃出來的路徑是否能夠完全實現在硬體上仍不得而知。雖然如此，但我們所規劃的路徑可以做為接下來更進一步規劃的起點，先提供一個不錯的參考路徑，然後再依據實際的應用更進一步做細部的規劃，將路徑逐步修正至實際可行的操作軌跡，我們的路徑規劃成果也因此提供了理論與實際之間的橋樑。