

# 國立交通大學

資訊科學與工程所

## 碩士論文

在有限資源下無尺度網路上的傳播動態



Contagion Dynamics of Scale-Free Networks  
with Resource Limitation

研究生：林芳如

指導教授：孫春在 教授

中華民國 九十五年 六月

在有限資源下無尺度網路上的傳播動態  
Contagion Dynamics of Scale-Free Networks  
with Resource Limitation

研 究 生：鐘健銘                      Student：Chien-Ming Chung

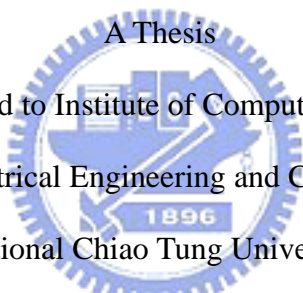
指 導 教 授：孫春在                      Advisor：Chuen-Tasi Sun

國 立 交 通 大 學

資 訊 科 學 與 工 程 所

碩 士 論 文

A Thesis  
Submitted to Institute of Computer Science  
College of Electrical Engineering and Computer Science  
National Chiao Tung University



in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Computer Science

June 2006

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十五年六月

# 在有限資源下無尺度網路上的傳播動態

學生：林芳如

指導教授：孫春在 教授

國立交通大學

資訊科學與工程研究所

## 摘要

自從 2000 年 Satorras 和 Vespignani 發現在具有無尺度效應的網際網路上電腦病毒的感染與散播不存在任何的傳播門檻後，引發了一連串在無尺度網路上流行病的傳播動態的研究，其中許多的研究都聚焦在如何回復傳播門檻。不同於小世界網路或隨機網路，無尺度網路的節點分支度呈現冪次律分佈之拓撲性質使得流行病的傳播動態與結果難以控制，然而，我們從經濟學的觀點出發，發現到對於流行病而言，每一次的傳播都需要消耗個體所擁有的部分資源來達成目的。因此在本研究中，我們依資源的特性加以分類，並針對資源的特性討論。首先我們探討傳播過程中資源所扮演最重要的一項特性，也就是資源的耗竭性。我們發現它回復了流行病在無尺度網路上的傳播門檻值，推翻了過去許多的研究認為流行病在無尺度網路上不存在傳播門檻的論點，在有限的經濟傳播資源的耗竭下，如同小世界網路或隨機網路，我們可以預測或管控流行病在無尺度網路上的傳播動態與結果。其次，在資源的耗竭性前提下，我們更進一步的探究傳播資源擁有的另外兩項特性：不可回復性及資源的敵對性。我們發現它們同樣的可以重現流行病在無尺度網路上的傳播門檻，並因而可根據傳播經濟資源的各種分佈方式及特性，探究如何幫助或制止流行病的

傳播擴散問題。

**關鍵字：**複雜網路、資源、社會模擬、傳播問題、無尺度網路、門檻



# Contagion Dynamics in Scale-Free Networks

with Resource Limitation

Student: Fang-Ju Lin

Advisor: Dr. Chuen-Tsai Sun

Department of Computer Science  
National Chiao Tung University

## ABSTRACT

A great deal of studies related to epidemic dynamics in scale-free networks is touched off since Satorras and Vespignani had found that there is no epidemic threshold in the Internet, which is a social network with scale-free topology, by computer viruses spreading. Many of them focus on how to recover the epidemic threshold. What is different from small world networks or random networks is the degree distribution in scale-free networks. It displays a power law distribution, and is the main character that makes epidemic dynamics unpredictable. However, in the viewpoint of economics, when talking about epidemics, it costs resources of every individual to complete this process. Therefore, in our research, we classify resources by their characters and discuss each of the classifications. We have successfully recovered the epidemic threshold. In the first classification, which is also the most important character that is of resources, Exhaustibility. This result has subverted the concept that there does not exist any epidemic thresholds, and makes epidemics are predictable or controllable as those in small world or random networks. In the first classification, we discuss the other two characters in advance : non-recovery and rivalry, which have also recovered the epidemic threshold in scale-free networks. We also probed into the way to help or stop the spread of epidemics based on resources distributions and characters.

Keywords: Complex network, resources, social simulation, epidemic simulation, scale free networks model, contagion threshold



# 目錄

摘要.....	iii
ABSTRACT.....	v
目錄.....	vii
圖目錄.....	viii
1. 序論.....	1
2. 複雜網路與流行病學.....	6
2.1. 研究背景：複雜網路上的傳播問題.....	6
2.2. 研究背景：無尺度網路上的流行病傳播因應政策.....	13
2.3. 研究目標：傳播過程中的資源限制.....	18
3. 模型架構.....	23
3.1. 無尺度網路的建構方式.....	24
3.2. 複雜網路上的流行病傳播模型.....	26
3.3. 流行病傳播過程中經濟資源的使用.....	28
4. 實驗結果與分析.....	34
4.1. 實驗一：資源的消耗性.....	35
4.2. 實驗二：資源的不可回復性.....	40
4.3. 實驗三：資源的敵對性.....	44
5. 結論.....	48



## 圖目錄

圖 1 複雜網路上「鄰居」表示圖。.....	6
圖 2 流行病傳播動態的發生。.....	8
圖 3 由左而右依序為有序網路、小世界網路以及隨機網路。.....	9
圖 4 三種主要電腦病毒的存活機率.....	10
圖 5 傳染率 $\lambda$ 相對於感染密度 $\rho$ 在無尺度網路(紅色虛線)以及小世界網路(黑色實線)上的感染情形。.....	10
圖 6 無尺度網路上的節點個數對應連結數的對數圖。.....	12
圖 7 以 Barabasi 和 Albert 所建構的無尺度網路模型。.....	12
圖 8 (a)以 SIS 模型做電腦模擬，在固定的感染率 $\lambda$ 下，小世界網路模型上流行病盛行率的降低程度。(b)將免疫的人口密度繪成以時間函數表示，在小世界網路上以 SIS 模型，平均的實施免疫計畫模擬的結果。.....	14
圖 9 以 SIS 模型做電腦模擬，在固定的感染率 $\lambda$ 下，無尺度網路模型上流行病盛行率的降低程度。.....	15
圖 10 流行病傳播門檻 $\lambda c$ 與 $\alpha$ 間的關係。.....	16
圖 11 在不同的 $\alpha$ 值下，單位時間內所實施的治療方法 $c$ 。.....	17
圖 12 三種資源特性間的關係。.....	20
圖 13 無尺度網路上的節點度數對應到節點個數。.....	25
圖 14 無尺度網路上的集散點。.....	25
圖 15 SIS 狀態轉移圖.....	27
圖 16 三種資源特性之實驗流程.....	34
圖 17 考慮資源限制下，資源呈現常數分佈時流行病傳播在無尺度網路上的傳播動態與未考慮資源限制時，流行病傳播在隨機網路和無尺度網路上的動態比較。.....	36
圖 18 考慮資源限制時，流行病傳播在四種資源分佈下，於無尺度網路上的傳播動態比較。.....	37
圖 19 四種資源分佈的在不同量資源消耗下，流行病傳播在無尺度網路上所產生的門檻值和未考慮資源限制時流行病傳播在隨機網路上的門檻值比較。.....	39
圖 20 人數限制下的常數分佈.....	41
圖 21 人數限制下的等比例分佈.....	41
圖 22 人數限制下的常態分佈.....	42
圖 23 人數限制下的冪次律分佈.....	42
圖 24 資源消耗對應人數限制所產生的門檻值.....	43
圖 25 資源效益對流行病傳播造成的動態影響：資源消耗 = 6 / 移除率 = 0.8 .....	45
圖 26 資源效益對流行病傳播造成的動態影響：資源消耗 = 9 / 移除率 = 0.6 .....	46



圖 27 資源消耗延長一倍與傳播門檻間的關係.....47  
圖 28 資源消耗延長兩倍與傳播門檻間的關係.....47



# 1. 序論

複雜網路的拓樸性質使得傳播問題的動態發展有許多研究的價值[1, 18-20, 24]。無論是小世界現象[18-19, 21]，或是節點間呈現冪次律的度分佈[1, 19-21, 24, 28-29]，都讓傳播動態產生許多有趣的現象。自 1997 年 Watts 和 Storgatz[7]發表了同時具有高群聚度與低分隔度的小世界網路建構理論與實證資料後，跟複雜網路相關的議題成為各界學者熱切研究的目標[8, 12, 18-19, 24, 28]。舉凡生態學中的食物鏈網，美國電力網，影響我們生活甚鉅的網際網路，甚至是一天內的長途電話統計[8-9]，都在大自然的動態平衡下，或是人們的日常互動間，以一種看似隨機，實際上卻遵照驚人的特定法則的模式，形成各種形式的複雜網路[7-8, 10-13]。在結構各異的拓樸影響下，不同的複雜網路上的傳播問題也隨之顯現出各種耐人尋味的傳播動態[1, 8-9, 24, 28-29]。

然而，無論是何種型態的複雜網路，如何對應到真實世界的網路的特性，像是低分隔度，高群聚度[7]，甚至是節點間的連結分佈等，往往是傳播過程中的一大關鍵[1, 6, 12-13, 19-21]，同時也解釋了許多自然或是社會現象的發生[8, 12]，甚至幫助相關議題的解決方案或是因應政策的討論[3, 5, 29]。例如 2003 年席捲全球多國的 SARS[14]，新的觀念或是時尚流行[15-17]是如何散播給大多數人的傳播動態，都因為複雜網路的拓樸結構特性而讓我們有了較為完整的瞭解，或是提供了不同的解釋[1, 8-9, 12-14, 16-22, 24]。

其次，近年來，流行病在無尺度網路上的傳播動態是否存在著傳播門檻，一直是學者們所關切的一項議題[2, 6, 13, 19, 21]。所謂傳播門檻，可視為流行病的傳播動態與結果的一項重要的評估指標。在討論流行病時，傳播門檻就像是一道分水嶺，說明有些流行病的感染人口數為何從少數幾個人開始呈現指數倍數激增，這種情況就像是傳播問題的「相變」，一種從無到有，或是在狀態的量與質上極度大量的改變。探討門檻值的存在問題，除了決定流行病的擴展與否外，更可幫助流行病學、公共衛生政策等相關領域進一步了解傳播問題的核心，甚至還

可以推估與預測流行病的傳播動態趨勢與結果。

過去的流行病學研究 [18, 19] 顯示，病毒、觀念或時尚的感染力若要在人群中擴散開來，形成流行病，必須要跨越特定門檻值。若任何流行病的感染力低於此門檻值，將迅速消亡；反之，一但超越門檻值，則會因新感染源的加入而使得感染人口數的上升呈指數倍數增加，進而轉變為爆發性的擴散，形成大流行。然而在 2002 年，西班牙學者 Satorras 及 Vespignani 透過網際網路上蒐集的電腦病毒傳播資料、數理分析與電腦模擬發現，在無尺度網路上傳染病的傳播臨界值並不存在；換言之，即使該種傳染病的感染率很低，還是會形成流行，且持續存在社會中[1]。此研究結論被提出後，開始引起一連串有關無尺度網路的傳播動態及傳播門檻的深入研究和後續討論[2-4, 6, 20, 21]；亦即無論傳播能力強弱，任何的病毒甚或觀念、謠言等會影響他人的傳播都有極高的機會在無尺度網路上傳播、持續存在、甚至擴散至整個網路系統；換句話說，對流行病而言，無尺度網路是一個很好的傳播平台[8, 13, 19]。

我們回顧以往的研究[2-4, 6, 20, 21]發現：無論是何種流行病，在傳播過程中，每一次的感染事件都需要花費有限的資源，且通常這些傳播成本不是免費的，且總花費額度有其上限。就理論而言，在無尺度網路上流行病的傳播門檻確實非常的低，甚至不存在。但是在真實世界中，具有無尺度網絡特性的社會網絡上，如 Internet 的訊息傳播，無數的訊息都希望能夠透過網際網路的力量送給全世界，但是有多少訊息是真正傳送到每個人的眼前呢？關於這個問題的思考，可以先回歸到傳播感染本身。舉例來說，性關係網路呈現的便是無尺度網路的拓撲性質[30]，但是 HIV 的散佈並沒有像 Satorras 及 Vespignani 的研究所述般那麼容易傳播，甚至擴散到整體人口。在性關係網路中，當感染發生的同時，伴隨的是時間的消耗、金錢的花費等；另外，因為性行為而提高性病擴散的同時，個人體力的衰減也是其中的一項傳播成本。在此情況下，我們可以將這些用於傳播過程的資源消耗視為經濟傳播資源的使用，而形成另一種型態的個體區域資訊 [22]。

根據經濟學對資源的定義和分類，經濟傳播資源之所以有別於其它資源，在於它不是免費的、不是可以無總額限制使用的。一個人的時間、精力、甚至是興趣，都有可能造成實際接觸互動的朋友數的限制，更進一步來說，也是實際傳染人數的限制。除了上述經由性關係而散播 HIV 流行病外，許多流行病的傳播過程的傳染者與被傳染者雙方都是需要付出代價的，而代價在這裡指的便是個體資源的消耗。在傳播過程中，資源免費的假設或許適用於電腦網站的连接，但若用在人類的疾病傳染、流行文化，或口語傳播等傳播問題當中，就顯得不切實際。

關於流行病傳播問題，過去許多研究都在 Newman 與 Watts 提出的小世界網絡與隨機網絡之上，以數理分析與電腦模擬方法明確地得到一個特定的傳播門檻值[8, 13, 17-19]，然而若單就無尺度網路的拓樸特性來探討流行病的傳播動態時，卻只能找到一個很低且趨近於零的傳播門檻值，甚至沒有傳播門檻現象。因此，在本研究中，我們欲證明當考慮傳染病傳染過程中所花費的各項有限的經濟資源時，也就是在隱含傳播成本的經濟概念下，屬於個體區域資訊的某種類型的經濟資源（如限制傳染數量的時間、精力和興趣）將讓無尺度網絡上流行病的傳播特性變得和在小世界網絡或隨機網絡上一樣，具有顯著的傳播門檻。此概念模型的提出與後續的電腦模擬結果，對流行病學家、公共衛生政策制定者、或政府決策制定官員而言，可以更進一步協助他們掌握無尺度網絡的流行病情，甚而提供因應的想法或決策。無論是流行性傳染病、流行文化、或是口語謠言，本篇論文中希望以過去流行病研究中未曾考慮過的經濟面向，提供一種新且符合流行病實際傳播情況的理解方式。

在本篇論文中，我們會先在第二章介紹傳播成本與傳播時所使用的經濟資源，並定義傳播成本和經濟資源背後所使用到的名詞，包括傳播成本如何消耗經濟資源，社會經濟資源、個體經濟資源，以及此兩者間的關係等。在第三章，我們將傳播過程中所牽涉到的資源根據他們的經濟特性分成三大類，進而按照流行病傳播時使用的傳播資源所擁有的這三大類特性，依序做出一系列的討論及模擬驗證，用以證明當考慮經濟資源在流行病傳播過程中的使用時，它對於無尺度網

路上流行病傳播的動態會產生有別於以往研究的結果。我們並且將比較各種特性間的差異，以探討其對流行病的傳播動態所產生的影響。關於討論及模擬驗證的結果，將會在第四章有一個詳盡的結果呈現及相關討論。對於資源在流行病傳播過程中使用的未來展望則將會在第五章有所探討。

我們引用經濟學原理以及環境經濟學對財物以及環境資源[24-26]的定義，說明在傳播過程中，經濟資源的消耗性、不可回復性，以及敵對性等三種特性是如何改變傳播動態。首先，我們先討論資源的消耗性，也是本篇論文之概念基礎：傳播的過程是需要成本付出的；換句話說，也就是任何的消費並非免費的，傳播者必須要付出代價才能得到其成效。我們將以無尺度網路的拓樸模擬真實社會中人和人之間的關係，而以網路拓樸上的每個個體所帶有的資源參數模擬真實社會中每個人所擁有的經濟資源，在互動的時候以參數的減少代表資源的消耗。除了消耗本身以外，我們並針對真實社會中資源的分佈特性，作為個體身上的資源參數分配的依據，模擬真實社會中，因資源種類不同而帶來的各種分佈下，所產生的傳播動態是如何異於以往的研究結果。

然而，依據資源的特性，在消耗該項資源的同時，除了因使用上的消耗造成傳播動態的改變外，還會進一步對傳播過程帶來其他的效應。因此，在資源消耗的前提下，本篇論文更進一步的在模擬中加以驗證，在消耗的當時，因資源的不可回復性而造成人數上的限制，是否會更進一步的限制傳播的動態，以及人數限制的多寡是否會對傳播的動態有相當程度的限制。另外，因資源消耗的程度而產生不同的效益，又將會使得考慮資源限制的流行病傳播問題產生何種新的傳播形態？我們也會在模擬中依據資源效益的特性來調整資源參數的消耗以及感染時間的長度，作為驗證的方式。

我們希望可以透過我們的模擬，證明傳播過程中，確實會有資源使用的情形，並且在考慮資源的使用下，證實傳播動態會因此和以往的研究而有所不同。我們相信，此研究中的模擬分析，可供擴大至社會實況，讓現實社會中許多傳播問題得到一個合理的解釋，也使得學界和政策制訂者對無尺度網路上的流行病傳

播問題有更深一層的了解。



## 2. 複雜網路與流行病學

透過複雜網路的拓撲結構研究，許多議題因此有了合理的解答。其中流行傳播動態的問題也在複雜網路研究中佔有相當的比重 [1-5, 8-9, 12-14, 16-22, 24, 28-29]。在過去的研究中，流行病傳播問題往往指的是疾病的感染。然而近幾十年有關流行病傳播問題的研究，除了有形的病毒所帶來的疾病之外，還包括了無形的影響，例如：謠言、觀念、信仰、甚至是行銷[31]等可以複製自身型態進而影響他人，使得他人的行為表現也如同傳播者，皆可視為流行病傳播之範疇[1, 15, 17-19]。有關複雜網路上流行病傳播的動態及目前的研究結果，將分述於以下各小節。

### 2.1. 研究背景：複雜網路上的傳播問題

複雜網路中每個個體會以連結來代表彼此間的關係或互動，在這裡我們稱這些有連結的個體為「鄰居」[12]。鄰居的分佈及多寡可以反映出現實社會中人群集結的狀況。流行病傳播的散佈也因為鄰居的分佈情形而大大影響著傳播的蔓延與否。

#### (a) Small-World Network (SWN)      (b) Scale-Free Network (SFN)



圖 1 複雜網路上「鄰居」表示圖。

以橘色的點為例，其周圍與其有連結的節點都可稱為此點的「鄰居」。

在討論複雜網路上的傳播時，一般以「健康狀態」和「感染狀態」作為傳播時的狀態劃分，並可依感染群的大小研究傳播動態的改變。在過去流行病相關

的研究中，若一個健康的個體有一個以上的鄰居為已受感染的個體時，那麼這個健康個體會受到感染的機率便以  $\nu$  來表示，即為感染率。在同一個時間單位裡，以  $\delta$  表示受感染者因為被治癒而恢復為健康個體的機率，即為康復率。那麼疾病有效擴散率則可定義為  $\lambda = \frac{\nu}{\delta}$ 。在不失一般性的情況下， $\delta$  可以設為 1，因為這只影響流行病傳播的時間尺度的定義，於是疾病有效擴散率便取決於感染率的大小[1]。根據相關研究[1, 19, 27]的數理推導及實際數據模擬，在均勻網路(如：正則網路、ER 隨機網路、WS 小世界網路等)上的 SIS 模型中，流行病傳播會有一平均場臨界值(mean-field critical point, MF critical point)，是根據平均場定理推導而來[27]，用來表示感染率和已感染節點之密度  $\rho(t)$  間的關係，其中  $\rho(t)$  定義為在時間  $t$  已被感染之節點密度。首先，在這些研究中[1, 19, 27]對於均勻網路先給出下列三個假設：

1. 均勻性假設：均勻網路中的平均連結數  $\langle k \rangle$  處有個尖峰，當節點連結度  $k \ll \langle k \rangle$  和  $k \gg \langle k \rangle$  時的節點個數呈指數下降，因此假設網路中每個節點的連結度  $k$  都近似於平均連結度  $\langle k \rangle$ 。

2. 均勻混合假說：感染密度與感染個體的密度  $\rho(t)$  成比例。此假說的一個等價假設是  $\nu$  和  $\delta$  均為常數。

3. 假設病毒的時間尺度遠小於個體的生命週期，且不考慮個體的出生和自然死亡。

在這三項假設下，可以得到感染密度  $\rho(t)$  的平均場方程式如下：

$$\theta_t \rho(t) = -\rho(t) + \lambda \langle k \rangle \rho(t)[1 - \rho(t)] + h. o. \quad (1)$$

此式子用來表示網路拓樸上感染密度的平均場特徵行為。等號右邊第一項代表的是感染節點以單位速率恢復為健康個體的密度。第二項代表的則是單位感染節點所產生新進感染節點的平均密度。此項除了和感染率  $\lambda$  和節點平均連結數  $\langle k \rangle$  成正比外，連結至一健康個體的機率  $1 - \rho(t)$  也會影響新進感染密度的大小。在此主要關注的是關係到狀態變化的開始，也就是  $\rho(t) \ll 1$  的部份，因



此忽略  $\rho(t)$  較高階的修正項。在平衡態  $\theta_t \rho(t) = 0$  時，可導出感染密度與感染率間的結果如下：

$$\text{當 } \lambda < \lambda_c, \rho = 0 \quad (2)$$

$$\text{當 } \lambda \geq \lambda_c, \rho \sim \lambda - \lambda_c \quad (3)$$

$\lambda_c$  指的就是傳播門檻，也就是前述的臨界值，如圖 2 所示。也就是說，當感染率大於傳播門檻，也就是  $\lambda \geq \lambda_c$  時，感染密度會隨著感染率的提升而成長，流行病會擴散並且長存於網路上；當感染率小於傳播門檻，也就是  $\lambda < \lambda_c$  時，流行病便會以指數速度消逝，並不會造成大規模的流行 [1, 19, 32, 33]。

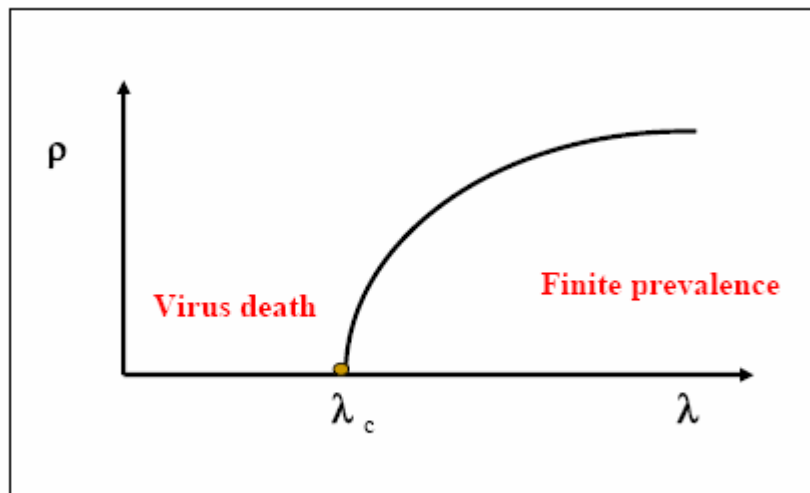


圖 2 流行病傳播動態的發生。

橫軸為感染率，縱軸為感染密度， $\lambda_c$  可視為流行病傳播擴散與否的分界點。從曲線上可以發現，當某一流行病的感染率  $\lambda$  小於  $\lambda_c$  時，感染密度皆停止在 0，沒有造成大規模的擴散；病毒也因此消失殆盡。一旦跨越了此分界點，感染人口數便開始成長，而病毒也得以長存在網路上，造成一次又一次感染的循環。

由此結果可知，當傳播發生在 Watts 和 Strogatz 或是 Watts 和 Newman 所討論的小世界模型上時，流行病的發生，通常並不會轉變成整體人口中的大流行。小世界網路的結構介於有序網路和隨機網路之間，同時擁有有序網路的高群聚度和隨機網路的低分隔度兩種特性。

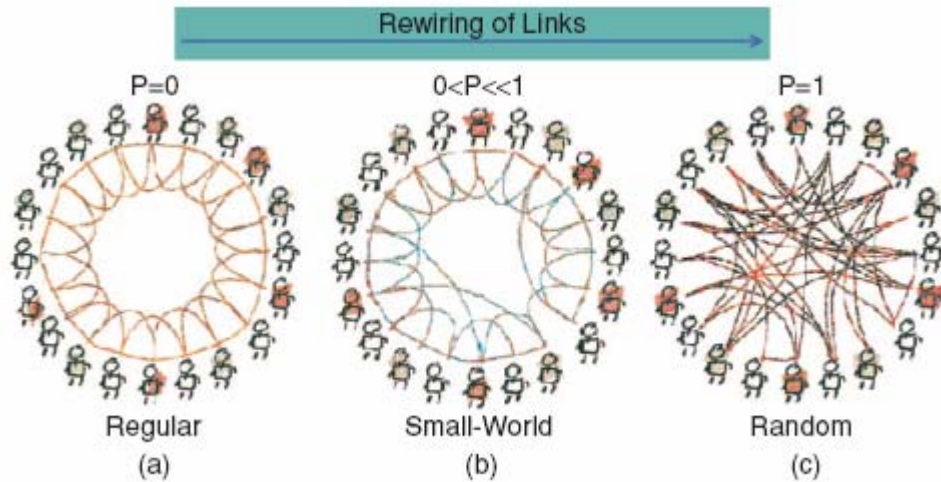


圖 3 由左而右依序為有序網路、小世界網路以及隨機網路。

由於小世界網路的生成是在有序網路中隨機將部分的連結重繞，重繞的連結越多，就越類似於隨機網路的結構，因此小世界網路分別擁有有序網路和隨機網路的拓樸特性：高群聚度和低分隔度。

在小世界網路中，流行病轉變成爆發成長的要件是捷徑[12, 18, 34, 35]。在區域上，流行病的傳播有高度的群聚性，已感染者接觸的對象大多也是其他受感染者，因而避免了疾病散佈給健康個體而使得成長快速的可能性。然而，一旦某個群聚裡有個已感染個體接觸到一條捷徑，像是 SARS 患者從台北搭飛機到高雄，或是罹患禽流感的鳥類從印尼被運送到台灣，那麼才有可能造成流行病的爆發。隨著捷徑的密度不同，流行病擴散的速度及程度也會有所不同。如果捷徑的密度越低，擴散的可能性也就越小。因此，流行病在小世界網路上的爆發，會因為網路拓樸的限制下而得以讓許多的流行病低於流行病的傳播門檻值，也讓擴散情形能夠在爆發前得以發現甚或加以控制。

然而，西班牙學者 Satorras 及 Vespignani 利用電腦病毒在網際網路上的傳播來研究無尺度網路上的流行病學卻發現：在無尺度網路中傳播的病毒，並不像其他的複雜網路一樣產生門檻的行為。根據他們的研究[1]，若病毒感染程度為被感染的電腦數佔總電腦數的比例的平均數，他們從 1996 年 2 月到 2003 年共 50 個月內三類主要的電腦病毒的感染程度結果如下：

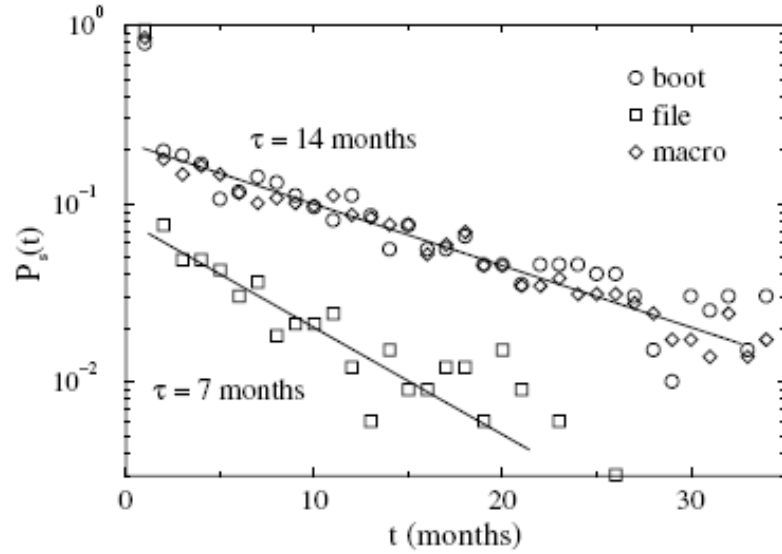


圖 4 三種主要電腦病毒的存活機率

從圖 4 中可以看到，這些電腦病毒在現實世界中是處於極低的感染程度；要達到如此低的感染程度，病毒的有效傳播率必須非常靠近傳播臨界值 $\lambda$ 。另一方面，這幾類的病毒週期相當長，表示他們的傳播率要明顯高於傳播臨界值。就上述的矛盾，至少說明了這幾類的電腦病毒並非在均勻網路中傳播。

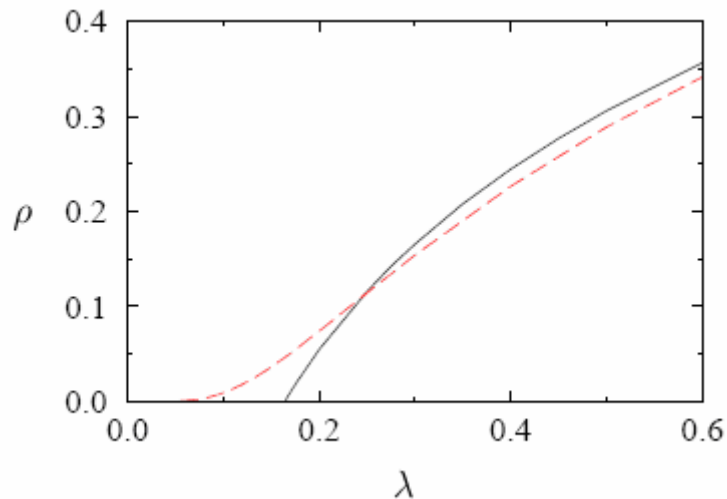


圖 5 傳染率 $\lambda$ 相對於感染密度 $\rho$ 在無尺度網路(紅色虛線)以及小世界網路(黑色實線)上的感染情形。

由圖所示，小世界網路的門檻值介於 0.15-0.2 間，然而無尺度網路的門檻值卻很低。

由於上述推論的矛盾，他們拋開了網路均勻性的假設來討論典型非均勻網路：無尺度網路的傳播臨界值。在此感染密度 $\rho_k(t)$ 的定義則是一個連結度為 $k$ 的節點被感染的機率。感染密度在無尺度網路上以平均場定理表示的結果則如下：

$$\theta_k \rho_k(t) = -\rho_k(t) + \lambda_k [1 - \rho_k(t)] (\rho(t)) \quad (4)$$

同樣的，在此也忽略高階部分，只關注在  $\rho(t) \ll 1$ ，開始產生狀態變化時的感染密度。由於無尺度網路的生成與其他的網路結構有大幅度的差異，在度分配上會出現嚴重震盪的情形。為了將此現象一併考慮進去，在第二項中有關節點的連結則非考慮每個節點皆有相同連結，而是表示成一個擁有  $k$  條連結的節點受感染的機率。所以在式子中等號右邊的第二項，感染密度除了決定於感染率的大小  $\lambda$  及連結至一健康個體的機率  $1 - \rho_k(t)$  外，節點的連結數及任何一條連結連到已感染節點的機率 ( $\rho(t)$ ) 也是決定感染密度變因。同樣的，在平衡態時， $\theta_k \rho_k(t) = 0$ ，

可以得到下列式子：

$$\rho_k = \frac{k\lambda\Theta(\lambda)}{1+k\lambda\Theta(\lambda)} \quad (5)$$

從這個式子，我們便可以很清楚的了解到當節點的連結數越多，感染密度越高。

在考慮度分配及 ( $\lambda$ ) 的計算及推導，最後可以得到感染密度與感染率之間的結果如下：

$$\rho \sim \exp\left(\frac{-1}{m\lambda}\right) \quad (6)$$

( $m$ ：每一個節點的最小連結數)

由此式子我們可以發現，在無尺度網路上就實際情況而言門檻值是不存在的，也就是  $\lambda_c = 0$ 。而此兩位學者利用電腦模擬也同樣證明了數學式子的成立。

細究無尺度網路的拓樸結構，發現當流行病傳播發生在無尺度網路上時，整體的感染率由零開始，隨著新感染者的增加緩慢但持續的成長。因為網路拓樸不同於其他的網路結構，使得流行病在無尺度網路上的傳播動態不同於小世界網路上的傳播情形。無尺度網路的拓樸與小世界網路最大的不同，在於無尺度網路的節點間連結使得度分配呈現冪次率的分佈，如圖 6。

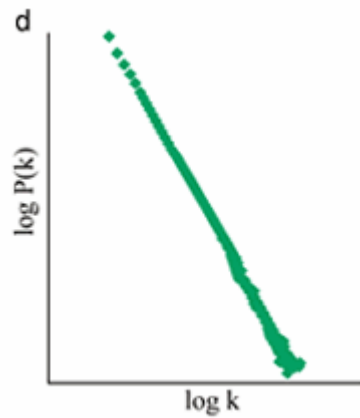


圖 6 無尺度網路上的節點個數對應連結數的對數圖。

在這樣的度分配下，大多數的節點擁有的鄰居數不多，有少部分的節點與大部分的節點有連結，而成為「集散型」節點。這種集散型節點也是主要影響無尺度網路上傳播動態的關鍵。

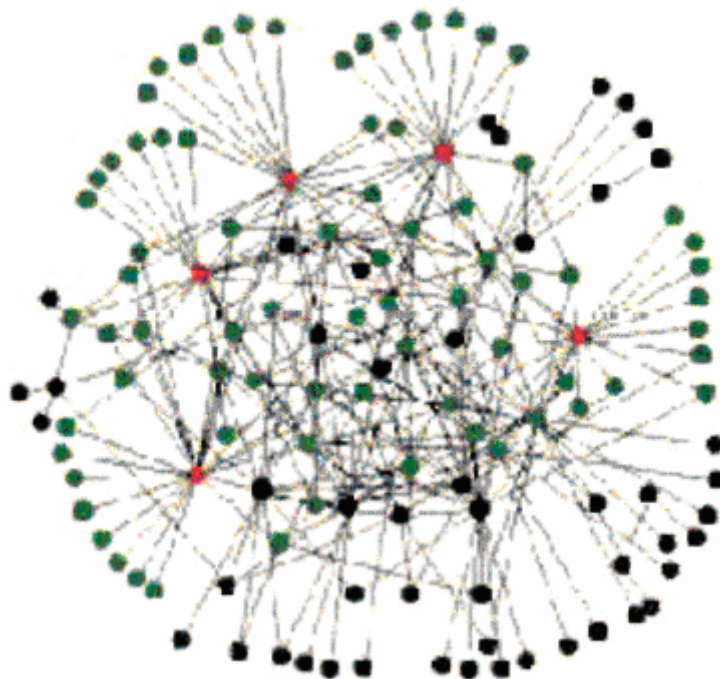


圖 7 以 Barabasi 和 Albert 所建構的無尺度網路模型。

一共有 130 個節點，5 個最大的集散型節點以紅色表示，此 5 點和和網路上其他 60% 的節點連結（以綠色表示）。

在圖 7 中，五個最大的集散型節點就和網路上其他 60% 的節點連結，影響一半以上的網路。隨著網路規模越大，集散點的連結數可能成長至上百，上千甚至是以萬為單位的數量。因為這些集散點的存在，使得流行病在已受感染的集散點

的影響下，非常有擴散到整個網路的機會。除此之外，由於大部分的節點都只有少數的連結，若以社會網路的觀點來說，在正常情況下，都只透過社會網路和少數人互動；然而有少部分的人可以和大量的人互動，因此只要其中有一個人每隔一段時間受到感染，就會持續對網路整體產生某種程度的循環，造成流行病在無尺度網路上可以長時間存在。

## 2.2. 研究背景：無尺度網路上的流行病傳播因應政策

根據無尺度網路的拓撲對於流行病傳播的劇烈影響，學者們開始尋求流行病傳播在無尺度網路上的應對之道[2, 3, 5, 36]。目前稍有成果的研究皆顯示，針對無尺度網路上的集散型節點實施因應政策在經濟上或流行病傳播上都會呈現出相當程度的治療效果。在 2002 年 Satorras 及 Vespignani 針對無尺度網路上已產生免疫節點比例對於流行病毒是否能根除於無尺度網路的研究中，認為無尺度網路上的集散型節點若是對流行病已有免疫效果時，會比在整個網路上隨機挑選節點使其免疫的效果來的好。

在小世界模型中，在某一固定感染率  $\lambda$  下，定義  $g$  為免疫率，也就是網路中已免疫節點的比例。在平均場定理的觀點中，均勻的免疫比例會因為  $(1-g)$ ，也就是感染一個健康且未免疫的節點之機率而有效降低感染率  $\lambda$ 。因此若在式(1)中將  $\lambda$  以  $\lambda(1-g)$  代入，將會得到下列結果：

$$g_c = \frac{\lambda - \lambda_c}{\lambda} \quad (7)$$

$$\text{若 } g > g_c, \rho = 0 \quad (8)$$

$$\text{若 } g \leq g_c, \rho \sim g_c - g \quad (9)$$

$g_c$  定義為臨界免疫率，在  $\lambda > \lambda_c$  時才有效。若要使得流行病毒於社會網路上根除，那麼免疫率也會有個臨界值，在大於此值時才會使得流行病毒消失於社會網路上。而根據電腦模擬的結果，也證實了此臨界值的存在。無論是重點式的免疫或是均勻免疫的結果皆相同，證明了小世界網路上當已對流行病免疫的節點

比例越大，會使得感染密度越小；只要有免疫政策的存在，在免疫人口超過一定的比例時，可使得流行病毒在無尺度網路上完全根除。

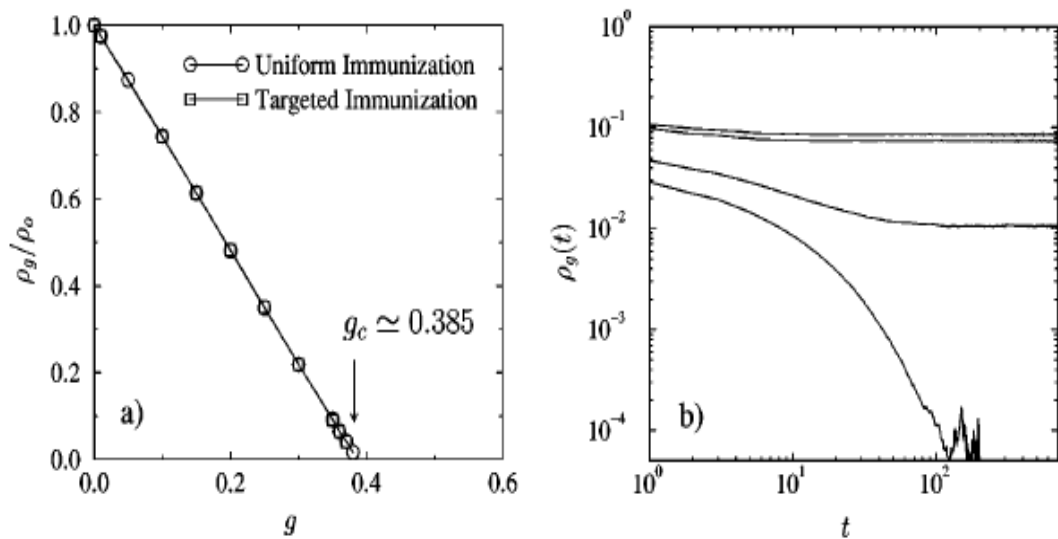


圖 8 (a)以 SIS 模型做電腦模擬，在固定的感染率  $\lambda$  下，小世界網路模型上流行病盛行率的降低程度。(b)將免疫的人口密度繪成以時間函數表示，在小世界網路上以 SIS 模型，平均的實施免疫計畫模擬的結果。

(a)圖表示無論是平均的對所有節點或是計畫性的對較多連結的節點實施免疫計畫，都呈現一樣的結果。 $g_c$  則是根據模擬結果所呈現的線性關係內插所求得。(b)表示的是在此實驗了不同的  $g$  值，由上而下  $g$  值分別為 0.1, 0.14, 0.35, 以及 0.43。當  $g=0.43$ ，超過  $g_c$  時，所有的模擬都中止結束。

然而，同樣將  $\lambda(1-g)$  代入第二式中，同樣得到免疫率在無尺度網路上不產生門檻值的結果：

$$\rho_g \doteq 2 \exp\left[\frac{-1}{m\lambda(1-g)}\right] \quad (10)$$

換句話說，無尺度網路上的流行病毒在無論多高的感染率下也無法完全根除。在這樣的情況下，尋求一個改良的免疫策略來解決流行病毒的存在則是一個變通的方法了。

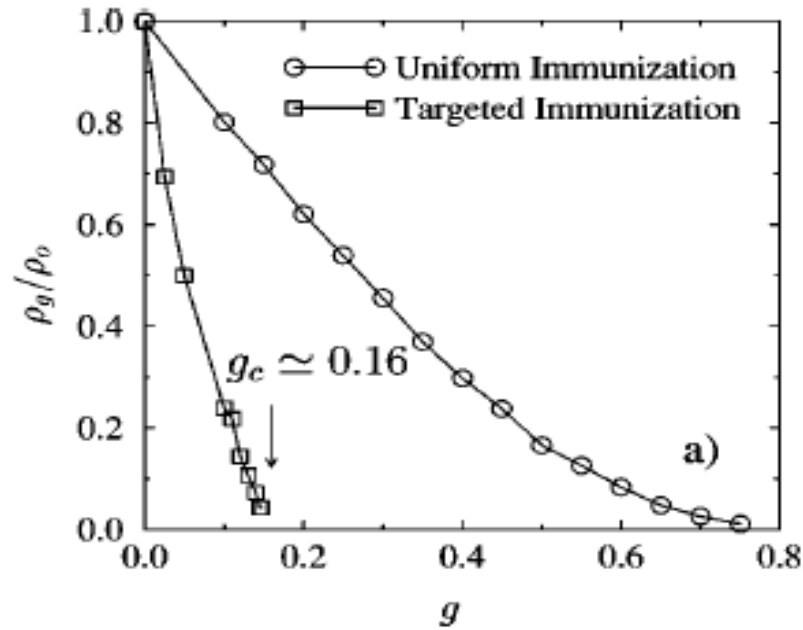


圖 9 以 SIS 模型做電腦模擬，在固定的感染率  $\lambda$  下，無尺度網路模型上流行病盛行率的降低程度。

流行病盛行率的降低以針對集散型節點實施免疫計畫的效果較為顯著， $g_c$  值是利用線性內插的方式求得。

根據無尺度網路上對於網路拓撲的破壞所能承受的能力[36-38]發現，蓄意的攻擊集散型節點，比隨意攻擊使部分節點連結被移除的抵抗力要弱很多。利用此研究結果，若是同樣的針對集散型節點實施免疫策略時，讓集散型節點產生免疫作用，感染密度的比例呈線性下降，效果之快超越均勻的使部分節點成為免疫型節點；免疫門檻值則因此而出現，使得流行病毒在無尺度網路上也能夠如同在小世界網路上達到根除的效果。

同樣在 2002 年，Dezso 及 Barabasi 也提出類似的研究：若在流行病發生時對集散型節點治療，對於流行病毒的根除效果好於隨機治療。



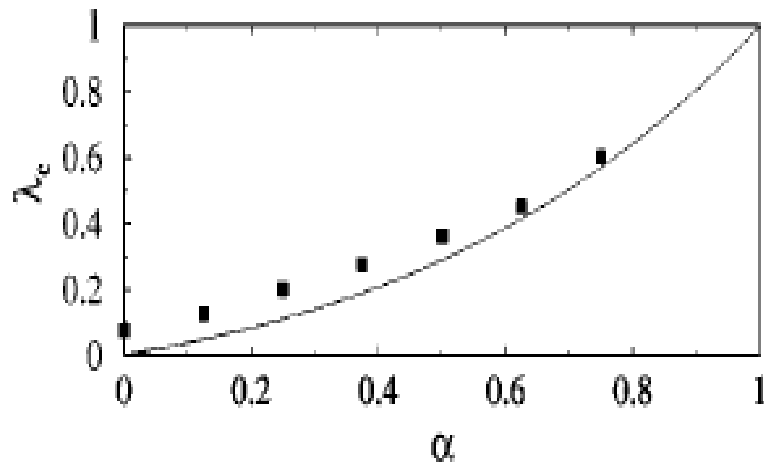


圖 10 流行病傳播門檻  $\lambda_c$  與  $\alpha$  間的關係。

連續線是數據推導的結果，黑色方塊則是電腦模擬的結果。兩者的結果之間的誤差產生於模擬過程中參數如何精確設定的不確定性。

在此研究中較為不同的是，由於集散點的資訊不易尋獲，因此考慮在某段時間內，尋獲節點連結數的多寡並予以治療的程度。尋找到  $k$  連結數的節點並且進行治療的效果定義為  $k^\alpha$ ，定義  $\alpha$  為在流行病擴散時的因應治療政策中找到集散型節點的程度， $\alpha = 0$  則代表隨機治療。由定義的表示式可發現，尋獲的節點其連結數越多，防止流行病傳播擴散的效果越大。 $\delta = \delta_0 k^\alpha$  則代表每個已感染節點受到治療後再度成為可被感染的健康個體的機率，疾病有效擴散率為  $\lambda = \frac{\nu}{\delta_0}$ 。由圖 10 中可以發現，模擬結果顯示此政策的使用可以有效的產生一個有限的門檻值。而  $\alpha$  的值越大，門檻值則越大；也就是說，能夠辨識出集散點的程度越高，會使得傳播門檻值越高；如果可以找出集散點並加以治療，那麼許多的流行病毒不會在無尺度網路上擴散，甚至可以因此根除病毒停留在無尺度網路上的可能性。

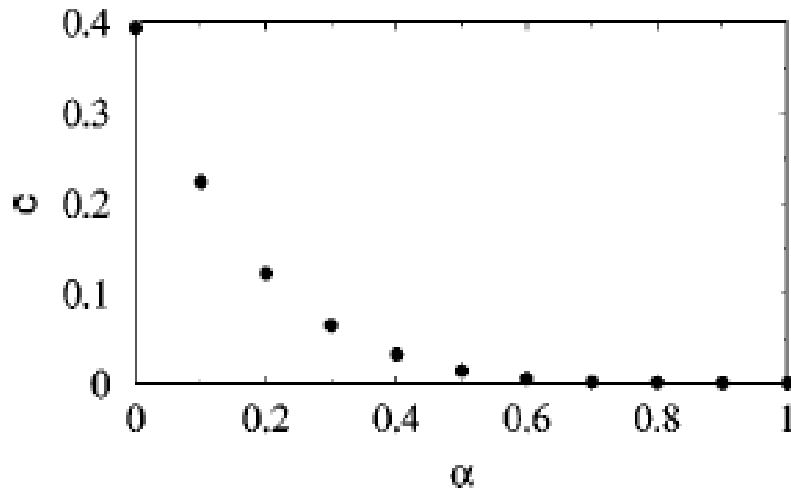


圖 11 在不同的  $\alpha$  值下，單位時間內所實施的治療方法  $c$ 。

$c$  值快速的下降取決於一個政策如何成功的選擇並且治療集散型節點。在固定的感染率下，選中並且治療集散型節點的機率越大，治療方法的需求量則越少。

除了流行病毒的根除外，因為政策的實施所帶來的花費也是另一項重要的考量。若是針對所有的個體作治療的花費勢必是非常的昂貴，因此如何在治療少數個體的前提下，能夠帶來越大的效用則是最令人希望可以達成的目標。在圖 11 所表示出的模擬結果顯示，找到並且治療越多連結的節點，可以快速且有效的減少欲治療的節點數；而政策的花費也會因為治療越多連結的節點而有效的降低。

由於無尺度網路特殊的拓樸性質使得流行病傳播在無尺度網路上有別於以往的動態，因此目前的研究也大多針對流行病擴散的始作俑者：集散型節點作相對應的政策。以上兩篇研究的結論便是模擬針對集散型節點實施因應政策對流行病毒擴散限制甚至根除所帶來的效果。然而誠如 Barabasi 及 Dezsó 在他們的研究中提到並且考慮進去的變因，集散型節點至目前為止仍沒有一個可以有效且快速辨識出來的辦法，所以縱然以集散型節點為首當其衝的治療對象在數理推斷及概念模擬上有相當程度的成果，在現實社會中的實施卻存在著相當的困難度。

## 2.3. 研究目標：傳播過程中的資

### 源限制

單就網路拓撲而言，無尺度網路並不存在一個如同小世界網路的傳播門檻值；感染率再低的流行病都可以長存在無尺度網路中，似乎成為一個良好的傳播平台[2-4, 6, 20, 21]，因此任何的傳播也似乎都可以在此傳播平台延展開來。然而真實世界中，存在著各式各樣的疾病；每天的謠言、八卦，或是新觀念的產生不勝枚舉，卻並非每項傳播都可以在人群中散播。那麼，擴散與否是不是存在一個限制？

當我們討論一項流行病的傳播時，影響傳播動態的發展除了網路拓撲外，我們發現，傳播過程中也有許多的因素會是影響動態的考量。比方說，根據研究顯示，性關係網路呈現的便為無尺度網路的拓撲性質：絕大多數人的性伴侶都是固定且單一，但是在現實社會中仍然存在少數性活躍的人，對應到無尺度網路的拓撲結構正是集散型的節點；這些集散型的節點正好幫助 HIV 的擴散，對於 HIV 的感染而言，是一個很好的發展空間，因此會使得網路中大量的人口感染 HIV。然而回到現實社會中，我們卻發現，HIV 的擴散並沒有真如研究顯示的結果般真正大量的擴散到的整體人口當中。檢視傳播的過程，我們發現：一個 HIV 的感染者若是要進行散佈的動作，是需要花費此感染者的時間、體力，甚至是金錢來完成一次散佈。在這個過程中，我們可以將時間、體力、金錢視為此個體所擁有的「資源」。除此之外，像是新產品的推廣需要個體的某些花費，比如 Hotmail 以及 MSN 的普及是透過人和人間口耳相傳，花費的則是個體的時間；政商名流的抹黑謠言，除了時間的消耗去說服他人相信之外，甚至還有金錢花費的可能性。在經濟學中對於資源的定義與分類，說明資源並非取之不盡用之不竭，而是有一定限量的。個體資源也是，一個人一天最多的時間只有 24 小時，絕大多數的人可以花費的金錢也並非毫無上限，真正可以用來傳播的資源最多也不會超過原本的額度。根據經濟學的觀念延伸，決定將資源用於傳播用途所得到的價值就稱為傳

播成本。而得到的價值在這裡所代表的意思也就是達成傳播目的。反過來說，傳播成本的花費也就是個體所擁有的資源了。在每次的傳播過程當中，每個人都會使用相當程度的傳播成本來完成一次傳播，而這些傳播成本中的花費包含一項以上的個體資源；以性關係網路中的 HIV 傳播為例，一個人要散佈 HIV 需花費相當程度的傳播成本，而在這個傳播成本中則包含一個人用於傳播的時間、金錢，以及體力。因此，傳播過程中成本的使用決定了一項流行病傳播是否會成功的擴散。

以上所提到的資源，其所有權皆為個人所擁有，但是社會上存在著許多的資源是個體透過社會關係所取得，是屬於大眾的資源。這些隸屬於大眾的資源同樣的也會因此影響流行病的傳播，以今年台灣疾病管制局在八月發放的新聞為例 [28]，自 2005 年八月開始推展清潔針具計畫，分別在台北縣市、桃園縣以及台南縣發放清潔針頭，比較前後一年新增感染愛滋病的人口比例，發現針頭發放的涵蓋率越高，越有助於降低愛滋病情的蔓延。因此，根據林南在社會資本 [27] 一書中提到：社會中存在著兩種資源類型，是個人可以加以取得與使用，一為個人資源，另一為社會資源。個人資源指的就是個體所擁有的資源，包含對於材料與象徵物品，例如學位、證書等等的所有權，也是本節中開始討論流行病傳播的起源。社會資源指的則是透過個人的社會連結所取得的資源，而花費社會資源進而達成傳播目的即為社會成本的價值了。因此，本篇研究從個體的傳播成本消耗出發，模擬成本的花費對於流行病傳播動態的影響與改變，相信實驗結果可以擴大提供給社會資源的討論作為一個依據和延伸模擬，例如 HIV 的散佈除了針對發病的個體作相當程度的限制使得病情得以擴散之外，與 HIV 相關的控管單位，像是疾病管制局，或是衛生署等公家機關，或是 HIV 發生率較高的群聚地，例如同志三溫暖等等，這些機構的花費可看成社會資源來討論，相信同樣的可以對流行病在無尺度網路上的傳播動態有合理的解釋，以及因應之道可加以控管。

在傳播過程中，一項成本會同時消耗一項以上的資源，因此利用經濟學原理對於資源或個人財物的定義，本篇研究將傳播過程中的花費聚焦在有限的資源下，所發生的傳播消耗。只要是符合以下定義者，皆適用於本研究之討論對象及

相關結果。

資源有限，當個體選擇將資源作為傳播用途時，此個體即成為傳播者；而傳播者所負擔的費用即為傳播成本。每一次的傳播，成本的花費會包含一項以上的資源。而資源的定義及其型態分述如下：

1. 擁有者為個人
2. 傳播時所使用之財物
3. 使得傳播物可以達到目的，得到實際幫助

所有符合以上定義者即可稱為傳播時所使用之資源。

在傳播過程中，資源的有限使得資源的量會有用完的可能，因此在本論文中所討論的資源都屬於耗竭性的資源。然而根據我們的資源定義，許多的資源是不屬於耗竭性的範疇，像是資訊；因此我們根據資源的特性，在此歸類出三種資源型態，是屬於本研究中主要探討的對象，而三者之間的關係便以下圖來表示：

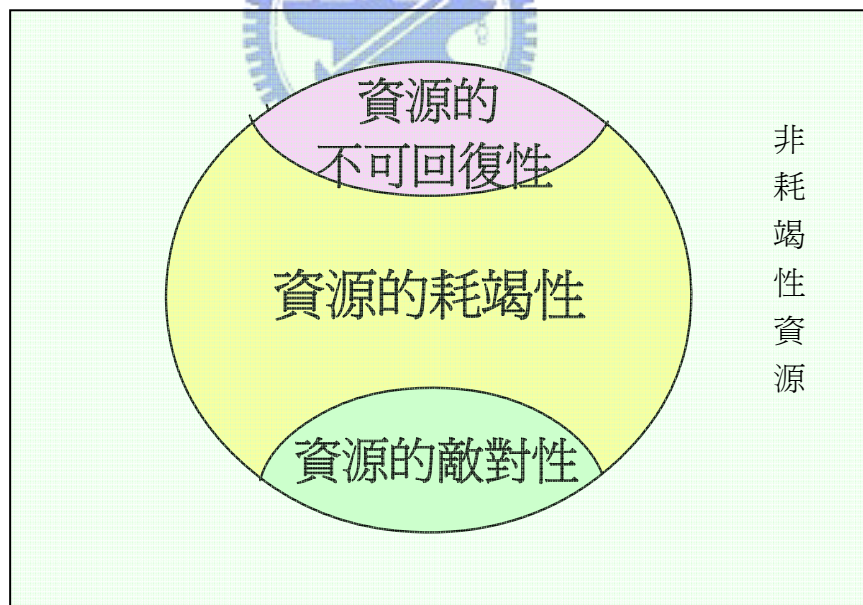


圖 12 三種資源特性間的關係。

**資源的消耗性：使用後會減少一定量者。**

在經濟學中，由於資源的稀少性使得資源的使用有所限制。同樣的，在本篇論文中所討論的資源都是個人所擁有的，而最主要用來作流行病傳播的資源通

常為時間或是金錢。這些資源的個體擁有量並非是無限制的，例如：一個人一天的時間固定，能夠用來自由發揮的時間更是有限，因此當此傳播者每花一點時間做傳播，這段時間被花費掉了，能夠用來自由運用的時間便會減少一些；其他像是性關係網路中 HIV 散佈個人所需花費的體力、謠言散佈時可能會使用到的金錢皆然。因此，在有限資源的情形之下，我們認為因為考慮個體資源的使用與消耗，在無尺度網路上的流行病傳播動態將會有別於以往的研究結果：流行病傳播門檻會因為資源的使用而回復。

在資源會有所消耗的前提下，在此所討論的資源擁有第二項特性：

**資源的不可回復性：當傳播者決定將某項資源花費在部分接收者時，便無法再重複利用此消耗掉的資源做傳播**

在這樣的情況下，由於個體資源量的限制，因此傳播者在傳播時會有傳播人數上的考量。由於資源無法重複使用，根據經濟學家對於人類活動的解釋，「誘因」的力量會促使傳播者在可行範圍內達到傳播的效果；誘因在流行病傳播中指的就是一次成功的傳播。因此傳播者為求達到傳播效果，應該會是謹慎使用每一次傳播時可使用的資源。因此在每次傳播中，傳播者能使用資源來做傳播的對象小至一個人，大到此傳播者的每個朋友都能同時因為此項資源所發揮的力量而接受這項傳播。由此可見，在每次傳播中，可以同時因為此項資源消耗而接受流行病傳播的人數不唯一，主要根據傳播者的人際關係而定。每個已感染個體只傳播給一個人的效果勢必會小於一次傳播給一群人。然而在無尺度網路上，由於大多數的節點擁有的連結數很少，但是有少數的節點會有足以影響整個網路的 50% 以上的連結數。因此在此項資源特性中，我們關注的是：除了因資源的不可回復性所帶來人數上的限制會使得傳播門檻值的回復之外，在考慮此資源特性的同時，也隱藏了對無尺度網路中擁有大量連結的少數節點在傳播上的控制；在只考慮拓撲結構的無尺度網路下所探討的流行病傳播問題是需要針對這些集散型節點作免疫或治療政策，才能使得流行病傳播減緩擴散的程度，然而若是在探討流行病傳播的同時，考慮個體資源的使用，那麼這些政策實施的概念其實也在傳播

的同時隱含在此項資源特性之中了。

除了消耗性及不可回復性之外，使用資源量的多寡也會其他人使用的效益，也就是在資源消耗的前提下，另一項資源的特性：

**資源的敵對性：消費時，效益可以細碎分割，且接收者享用到部份量資源後會減少其他接收者享用此資源的所帶來的效益**

將此概念用在流行病傳播過程中的討論，效益的多寡即代表感染機率的大小。以謠言的散佈為例，假設一項謠言若要成功的散佈需花費一小時方能使得接收者相信一天的時間，則花費一個半小時可能將接收者對此謠言的相信程度提高到一天以上；每次只有 50 分鐘的時間花費在假設的前提下則無法成功散佈此謠言。在上述的例子中可以發現，因為資源的消費使得效益的分割所帶來的影響是有比較性的，因此當資源的使用有數量上的差別時，可以使得感染持續的時間長短會隨著使用量的多寡而不同。當資源的使用量越大時，感染持續的時間越長。關於因資源的使用所帶來的效益會如何回復門檻值也將會有所實驗和討論。

在本篇論文中，將以電腦模擬的方式，探討資源限制帶給傳播的影響。我們相信，流行病在無尺度網路上的傳播，若是在考慮資源的限制下，傳播動態並非如現有研究所示可以使得任何流行病都有擴散的可能，而是會呈現不同於以往的研究結果[1, 19]，存在一個傳播門檻值，提供更進一步的解釋無尺度網路上的傳播動態。

### 3. 模型架構

由於在真實世界中，社會網路的拓撲性質反映出真實世界中的人口透過各種可能所建立的群聚狀態，人和人之間的社會關係影響了流行病傳播的動態發展。因此在本篇研究中，我們將建構一個三層的模型架構，各層分別為社會網路模型、資源限制的區域資訊機制，以及流行病傳播模型來模擬資源的使用如何影響社會網路上的流行病傳播動態。

在本篇研究當中，主要是要證明在考慮資源使用的狀況下，流行病傳播在無尺度網路上仍然是有門檻值的存在，因此將以無尺度網路做為我們主要的實驗平台，用來模擬真實世界中社會網路上的流行病傳播。無尺度網路模型採用 1998 年 Barabasi 和 Albert 所提出的 BA 模型。在 BA 模型上模擬出來的結果，將會和以同樣的實驗環境，而將底層網路架構換成小世界模型所模擬出來的結果相比較，證明在考慮資源的使用下，流行病傳播在無尺度網路和在小世界網路兩者不同的拓撲性質上，同樣存在一傳播門檻值。

區域資訊的概念首度在 2005 年時提出。節點分支度、個體差異性以及傳播係數三者影響著流行病傳播問題的模擬結果。在探討不同的流行病傳播時，會因為傳播途徑的不同而使用各種網路架構來模擬。像是性關係網路上 HIV 的散佈與肺結核或禽流感的傳播途徑相異，無法以相同的人際關係網路模型來加以討論，因此在模擬的時候需要分別使用無尺度網路和小世界網路來當作模擬的實驗平台。而不同的網路架構則會有不同的節點分支度，結構上的差異便使得流行病傳播有本質上的不同。其它像是因為每個人對各種流行病有抵抗力而產生的個體差異性，以及資訊傳播媒介所帶來的傳播影響力，都可將之視為區域資訊，依社會模擬的需要調整使之更貼近真實社會。而在此所討論的資源，其所有權為個人；每個人擁有的資源量不盡相同，同樣使得個體產生差異，而形成另一種區域資訊的概念，提供往後流行病傳播研究一項新的資訊及參考。

關於流行病傳播模型的部份，在本篇研究中是使用 SIS 模型模擬流行病



傳播時狀態轉移的情形。這是一個主要用來表現出疾病是否擴散之指標性模型，判定疾病擴散到人群中的程度。在 SIS 模型上所模擬出來的結果，可作為日後使用 SIR 模型深入探討各項疾病或傳播時的一項重要參考[3, 4, 19]。

有關各層的模型架構將詳述於下列各小節中。

### 3.1. 無尺度網路的建構方式

無尺度網路於 1998 年由 Barabasi 以及 Albert 在觀察網際網路的結構後，及檢視小世界網路模型[7]後證明得到的新發現。在他們的研究中發現，無尺度網路除了有低分隔度，還有高群聚度兩種特性外，還存在著另一項獨特的性質：他們認為，在真實世界的社會網路，其拓撲會隨著時間的進展而成長；若節點 A 的連結數為節點 B 的兩倍，那麼一個新的連結連到節點 A 的機率會是連到節點 B 的兩倍。經過他們的分析和模擬發現，在這種特殊的網路拓撲中，點的連結數及相對應個數呈如圖 13 的冪次律分布：少數的節點擁有大量的連結，而大部分的節點擁有的連結數不多。這種新的連結連到原本就存在於網路中的節點的機率與其原本所擁有的連結數成正比的現象，稱之為「富者越富」(preferential attachment)原理；形成的網路拓撲則如圖 14 所示。近年來，越來越多的社會網路為無尺度網路，例如性關係網路、網際網路、長途電話網路、食物鏈等[8]。

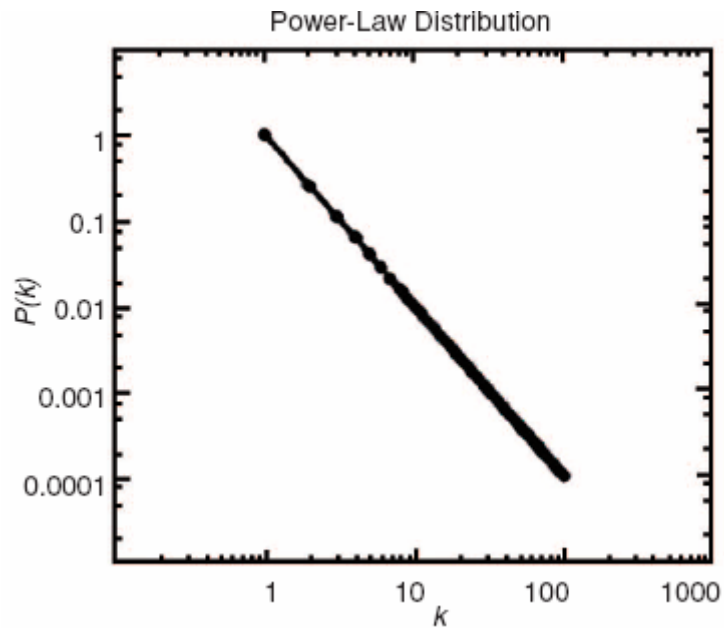


圖 13 無尺度網路上的節點度數對應到節點個數。

$k$  表示節點的連結數， $p(k)$  為隨機選擇到某點擁有  $k$  個連結的機率。在無尺度網路上，大多數的節點連結數都很少，因此隨機選擇到像這樣的節點的機率很高，然而隨著連結數的增加，這樣的節點個數銳減，隨機選擇到這樣的點的機率只剩不到 0.0001 的機率。

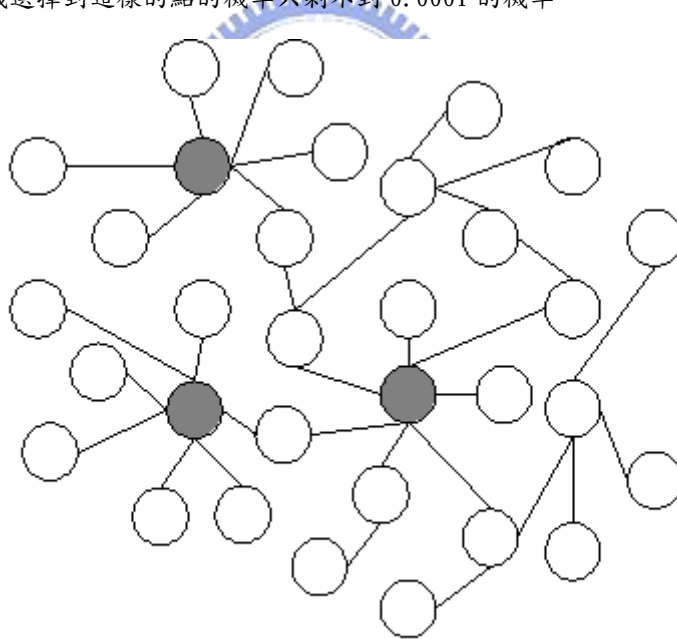


圖 14 無尺度網路上的集散點。

灰色表示集散點，當有新節點加入時，圖中灰色的點被選擇做為連結的機率便比其他白色的點高

在此，我們使用 Barabasi 及 Albert 的無尺度網路模型，或稱為 BA 模型來作為我們模型的底層架構。BA 模型最主要的概念，也是形成無尺度網路的拓樸架構的一個重要關鍵，就是「富者越富」。一個已存在網路中的節點，是否容易被新產生的節點搜尋並連結的程度，是以機率值  $p(k_i)$  決定。當一個節點的連結

越多時， $p(k_i)$ 越大，因此被新節點連結的可能性也隨之增大。在 BA 模型的演算法中，初始狀況是先產生  $m_0$  個孤立點，新加入的節點再依每個點因連結程度而不同的機率值，決定要連到  $m_0$  中的哪些節點。每完成一次連結，每個點的機率值則會依最新的連結狀況更新。然而在初始的情況下，部分未被連結的點可能會因此機率值無法更新而保持在非常小的值，形成永久的孤立；小部分的點則因為太容易被連結到而擁有太多的鄰居，造成網路結構的極端出現。因此在我們的模型中，我們先將初始的  $m_0$  個節點隨機連結，並建立各點的初始機率值，以確保孤立點的情形不嚴重的存在於網路拓撲中，而不至於造成模擬結果的偏差情況產生。

在我們的模型中，我們產生無尺度網路之方法如下：[10]

1. 初始情形：產生一個具有  $m_0$  個節點的隨機網路
2. 網路的成長：在每個時間步驟中，一個帶有  $m$  條邊的新節點  $v$  被加入網路中
3. 富者越富：新節點的每個邊依據機率  $p(k_i)$  連結到已存在網路中之節點

$$p(k_i) = \frac{k_i}{\sum k_i}$$

4. 重複步驟 2~3，直至完成  $t$  個時間步驟 ( $t$ ：新加入的節點個數)

### 3.2. 複雜網路上的流行病傳播模型

流行病傳播問題的基本元素包括：傳播者、接收者、傳播管道。以性關係網路中 HIV 的散佈為例，傳播者指的就是已經感染 HIV 的病患，經由性關係的發生將 HIV 傳染給原本為健康的個體。其中性關係就是 HIV 的傳播管道，健康的個體就是接受者。除此之外，傳教士在信仰傳播中即為傳播者的角色，透過佈道大會的口頭傳教或是書報雜誌等傳播途徑使得他人受到感召而信教。流行病傳播問題的研究，從疾病感染，乃至於信仰、文化散佈、謠言等，都可以囊括在此範疇中並行討論。

最常用來討論流行病傳播的其中一種模型就是 SIS 模型。SIS 模型最早是在

1941 年，Bailey 由數學模型所提出[32]。在 SIS 模型中。S(Susceptible)代表的是易受感染的個體，I(Infected)則是代表已受感染個體。如下圖所示，在每個時間步驟裡，若每個 S 個體有一個以上的鄰居狀態為 I，那麼這個 S 個體因受到感染而轉變為 I 的可能性取決於感染率  $\gamma$ ；在同一個時間步驟中，I 因為被治癒而恢復到 S 的則由康復率  $\delta$  決定。然而在典型的 SIS 模型裡，流行病的門檻只由流行病本身的性質，像是流行病的傳染力、患者死去的速度等來決定，忽略了人口群聚的特性。因此在我們的模型中，我們以能夠反映真實世界中許多社會網路結構的無尺度網路作為模型的底層架構，並利用 SIS 模型模擬網路上感染節點和未感染節點間，互動後的狀態轉移。

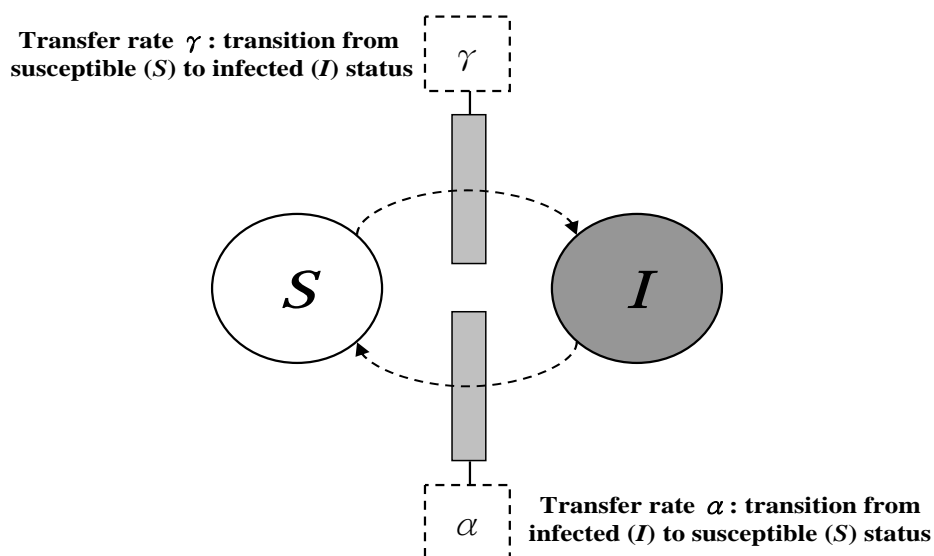


圖 15 SIS 狀態轉移圖

在 SIS 模型中，並沒有考慮個體因為死亡或者是免疫而得以移除的可能性。在 SIS 模型的概念下，已感染節點 I 在康復後仍舊回到可感染狀態 S，因此當再次遇到已感染節點 I 後仍然有可能會再次成為被感染狀態。在這樣的情況下，即使有部份個體因為被感染而死亡，未被感染過的健康個體及被感染過而恢復成健康狀態的個體數仍然大過於死亡個體數，因此由於感染而被移除的人口不致大量到影響整體的傳播動態。不過需要再次重申的是，SIS 模型是一個用來了解流行

病傳播的指標性模型，其模擬結果主要是希望可以透過這種概念模型深入了解資源限制對於流行病傳播的動態影響，並可利用此模擬結果，提供給在考慮他種社會因素下，同時擴展至 SIR 模型的研究作為概念上的延伸及實驗模擬。

### 3.3. 流行病傳播過程中經濟資源的使用

在流行病傳播過程中，考慮傳播成本的使用是會影響流行病傳播的結果。一項傳播成本的花費包含了一種以上的資源，而資源可能會符合一種以上我們所定義的資源特性。我們檢視現有研究中，呈現為無尺度網路拓撲結構的社會網路上，流行病的傳播過程中最主要的資源花費即為時間和金錢。像是最近流行的詐騙電話，在警方的調查和追蹤後發現發話地都來自於中國大陸；而根據研究顯示，一天之內完成撥接動作而形成的長途電話網路即為一個無尺度網路。詐騙行為就像謠言散佈，可以視為一個流行病傳播，在這過程中，每個詐騙組織每天可以打出去的電話量則受到時間和金錢的控制了。另外像是性關係網路上 HIV 的散佈，有些人可能因為生理需求，除了和固定的伴侶(男/女朋友或是夫妻)發生性關係外，可能還會到私娼寮花錢以解決生理需要。每次的傳播過程中，最主要的資源花費除了到私娼寮的錢以外，還有一次性關係所需要的時間；特別的是在性關係發生的過程中，還花費的個人的體力。透過這兩個例子，我們發現時間和金錢在流行病傳播扮演著舉足輕重的角色；而這兩項資源涵蓋了我們所定義出來的資源特性至少一項以上。因此我們將針對此三種資源特性，分別探討各種資源特性是如何使得流行病傳播動態不同於以往的研究結果，並希望可以讓這些模擬方法能夠同樣用在未來新發現的其他經濟資源模擬。

**資源的消耗性：使用後會減少一定量者。**

當個體在做每次的傳播時，都會因為消耗一些自身的資源來完成此次傳播。例如：一個人一天的時間固定，能夠用來自由發揮的時間更是有限，因此當某人每花一點時間做傳播，這段時間被花費掉了，能夠用來自由運用的時間便會減少一些；其他像是性關係網路中 HIV 散佈個人所需花費的體力、謠言散佈時可

能會使用到的金錢皆然。各種資源在真實社會中的分佈方式也有所不同：可用時間的分佈可以為常數分佈或常態分佈：一個人一天同樣都是 24 小時，假設單純討論流行病傳播時，24 小時都花做傳播用使得時間資源的分佈呈常數分佈；或是另一個較為貼近真實世界的情形，假設大多數的人把一天中大部分時間因為在工作或是上學而不做他用的話，這些人剩下的時間平均而言是晚上的 6~8 小時，可能有部分的人因為大量的工作而剩餘的時間非常少，也有另一部分的人可能因為充足的經濟來源，不需要工作而擁有非常多的私人時間，使得在整體社會，時間資源的分配呈現常態分佈；財富的分配根據統計則呈現冪次率法則[Pareto's Law]。因此，綜觀上述各種資源在真實世界中可能的分佈情形，在此將模擬四種資源的分佈方式：常數分佈、等比例分佈、常態分佈，以及冪次律分佈。其中常數分佈的結果作為其他分佈的模擬參考的一項依據，等比例分佈在統計學上則是對於任意分佈採樣提供有效的分析，在本研究中除了可以將此種資源分佈的模擬結果提供給其他三種模擬結果作為比較用外，更可以提供其他未統計過的資源分佈一個參考的依據。



根據此項資源特性，我們的模擬方法如下：

1. 在初始每個個體的狀態(S 或 I)後給定每個個體一個資源參數
2. 依據各種資源分佈的特性將隨機分配給資源參數的值，資源分佈分別為：
  - 2.1 常數分佈
  - 2.2 等比例分佈
  - 2.3 常態分佈
  - 2.4 冪次律分佈
3. 個體每次互動時消耗一個定量值
4. 在下一個時間步驟開始時依據原本的資源分佈重新分配資源參數值

時間和金錢同樣都具有消耗性，一天最多也只有 24 個小時，在這個固定的範圍裡每次消耗一些能剩下來的時間又少了一點；每個人擁有並可用來傳播的

錢應該也會是一個固定量，如果每次傳播就使用部分金錢時，剩下來可使用的錢數也會隨之減少。然而在每個時間步驟結束後，我們將資源的量重新設定，已符合真實世界中的情況，像是時間一天雖然是 24 小時的固定量，但是每一天都同樣為 24 小時；用來傳播的金錢可能因為工作或其他因素而又再賺回一筆錢，因此最後一個步驟的設定是用來反應真實社會，以其更符合現況。

在資源會有所消耗的前提下，資源的第二項特性之實驗設定如下：

**資源的不可回復性：當傳播者決定將某項資源花費在部分接收者時，便無法再重複利用此消耗掉的資源做傳播**

這個特性的觀念是建立在資源的消耗性之上，根據此項資源特性，傳播者在傳播時會進一步的有傳播對象數的限制。根據第二章中對於此項資源特性的定義，流行病傳播過程中時間即有無法回復的性質，那麼在同一段時間中，對一群人的傳播效果勢必會比只對一個人的效果還要來的好。然而在同一段時間中，可能的傳播對象數最少是一個，最多可能可以是所有的鄰居，因此有關這部分的模擬，會在資源消耗的情況下同時限制傳播對象，觀察人數限制對於流行病傳播過程的影響，並且同時模擬在消耗的同時還帶有人數限制的條件時，人數的限制是否會有一個上限值。

此資源特性的模擬方法如下：

1. 在初始每個個體的狀態(S 或 I)後給定每個個體一個資源參數
2. 依據各種資源分佈的特性將隨機分配給資源參數的值
3. 給定一傳播對象數，傳播對象數和鄰居個數的最小值即為互動個數
4. 個體每次互動時消耗一個定量值
5. 個體資源參數為零或是互動對象都為感染狀態則停止傳播
6. 在下一個時間步驟開始時依據原本的資源分佈重新分配資源參數值

在資源消耗的前提下，第三項資源特性之實驗設定如下：

**資源的敵對性：消費時，效益可以細碎分割，且接收者享用到部份量資源**

## 後會減少其他接收者享用此資源的所帶來的效益

根據第二章中對於此項資源特性的定義，此特性的發生在於比較上的不同：詐騙電話的時間花的越長，會使得收話者相信並且上當的可能性增大；在此同樣會在資源有所消耗之下，以資源消耗的結果為基準，比較當資源消耗的效益增加時所帶來流行病傳播的結果。

模擬方法如下：

1. 在初始每個個體的狀態(S 或 I)後給定每個個體一個資源參數
2. 依據各種資源分佈的特性將隨機分配給資源參數的值
3. 個體每次互動時消耗值加倍
4. 感染時間隨消耗量等比例延長
5. 在下一個時間步驟開始時依據原本的資源分佈重新分配資源參數值

我們預期，在透過此三層架構的模型，我們可以模擬出資源的三種特性：資源的消耗性、資源的不可回復性，以及資源的敵對性帶給流行病傳播動態的改變和限制。然而，我們的模型設計主要是用來討論消耗性資源對於流行病傳播的影響。誠如前一章節對於資源的敘述，除了消耗性資源外，還有許多的資源是屬於非消耗性質的。根據前章對於資源的定義，資訊或是人脈也可以看作是一種資源。當把資訊看成一項資源時，在資訊使用時，會因為在取得的過程中接觸到新的觀念，而此項新觀念又形成另一項新的資訊，使得資訊的使用產生了使用越多就可能產生越多的情形。在流行病傳播的過程當中，除了資訊之外，人脈也有可能會是另一種幫助流行病傳播的資源。例如工作機會的出現，在真實社會中常常可能發生在親戚工作的公司裡或是透過朋友的朋友輾轉介紹；八卦謠言的散佈往往也不是從當事人口中得知，而是透過當事人的朋友圈往外擴散。在上述二例的流行病傳播過程中，無論是在工作機會或是八卦謠言取得的過程中，會因為認識到親戚的上司或是八卦發生者的朋友，使得個人的人際關係隨之拓展開來，成為另一種越使用擴充性越大的資源。直觀來看，屬於非消耗性質的資源在流行病傳播過程中同樣的影響著流行病傳播的動態發展；而資源的擁有權同樣在個人身



上，因此我們的模型同樣可以提供給在討論非消耗性質的資源來做模擬。除此之外，透過本篇研究的實驗，我們相信，在流行病傳播過程中，資源的使用是必然存在的；不同型態的資源對於流行病傳播所帶來的影響也隨著其所擁有的特性而有不同。因此，日後討論流行病傳播時，我們的模型可以提供給許多流行病傳播模擬，將資源的使用視為種區域資訊的概念，進一步幫助未來在流行病傳播上的研究與了解。

在本篇研究中，我們的實驗流程如下所示：



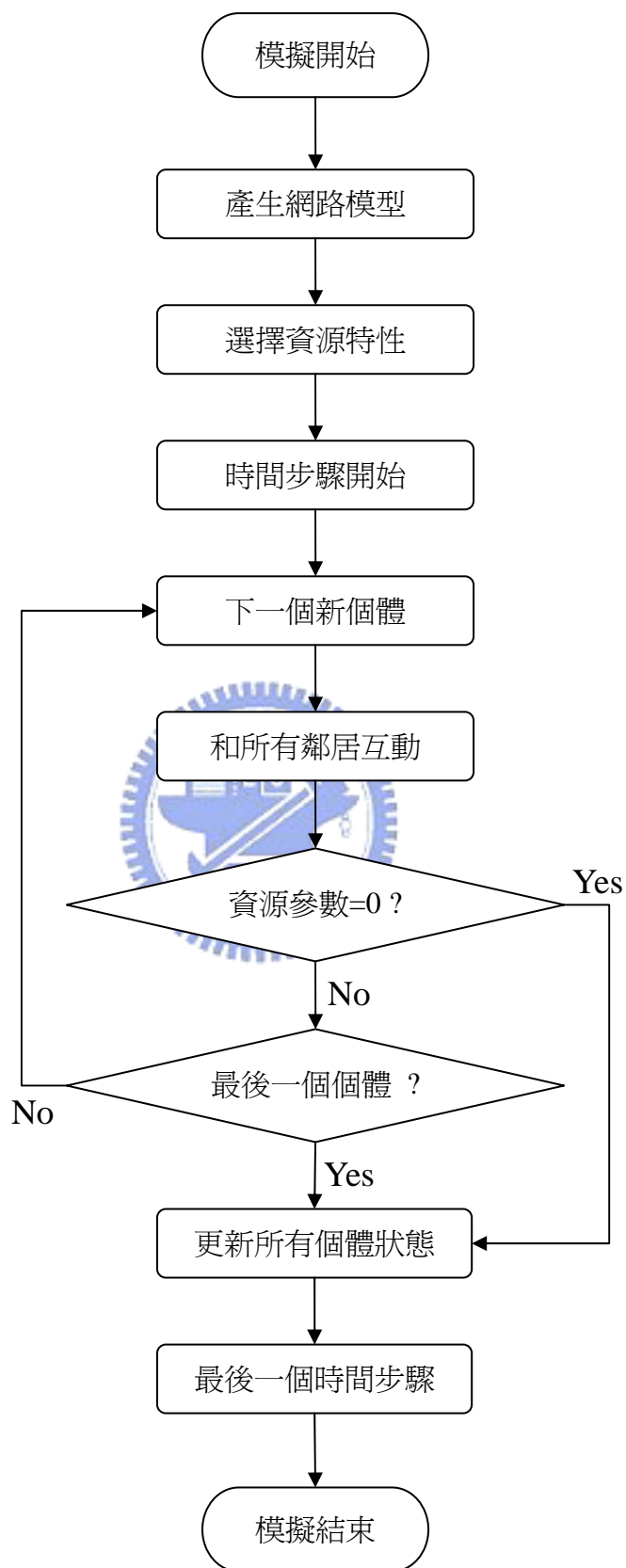


圖 16 三種資源特性之實驗流程

#### 4. 實驗結果與分析

在本篇研究所需的實驗中，複雜網路將會產生在一個 100x100 的二維晶格上；無尺度網路的生成方式則將遵照 BA 模型的演算法產生，來作為我們的實驗平台。初使時一半的節點設為 I 狀態，其餘的節點則設為 S 狀態。每次實驗模擬五回合，每回合重複 100 個時間步驟；每個時間步驟中，每個節點都和他們的鄰居隨機的互動。透過這些模擬，我們實驗出各種資源特性是如何使得流行病傳播在無尺度網路上產生傳播門檻，並比較此三種資源特性所產生出來的傳播門檻的差異。

有關實驗各項參數設定如表所示：

模擬模型	無尺度網路，BA 模型		
感染率	0.01~0.59(每次增加 0.01)		
資源消耗	資源的消耗性	3	
	資源的不可回復性	3	
	資源的敵對性	3、6、9	
移除率	資源的消耗性	1.0	
	資源的不可回復性		
	資源的敵對性	資源消耗:3	1.0
		資源消耗:6	0.8
資源消耗:9		0.6	
二維細胞自動機	寬度	100	
	高度	100	
人口總數	10,000		
初始感染人數	5,000		
資源分佈	請參見附錄一		

圖表 1 各項實驗參數設定

## 4.1. 實驗一：資源的消耗性

此實驗主要目的即是希望在傳播過程中，考慮資源的使用且消耗，會出現第一種門檻性質。在此分別討論四種分佈：常數分佈、等比例分佈、常態分佈，以及冪次律分佈。常數分佈即為個體身上參數皆相同；等比例分佈則是將全體人口分成五等分，每 20% 的個體擁有的參數皆相同，而每一等分間的個體參數呈等比例增加；常態分佈即為整體人口的資源呈鐘形分佈，也是我們直觀認為許多資源在現實社會中的分配，例如每個人擁有的時間；冪次律分佈則是像無尺度網路的度數分配，少部分的人擁有大量的資源，而大多數人的資源相較之下則沒那麼多，例如每個人擁有的金錢。

常數分佈的總量用來作為其他三種分佈的基準，以同樣的總量分配其他三種不同的分佈。資源的消耗分別佔個體資源擁有量的  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ ，並且印證下列三項對於擁有此項資源特性的資源使用對於無尺度網路上流行病傳播的動態影響會產生改變的假設：

1. 無尺度網路上的傳播在考慮資源限制下，門檻值是存在的
2. 各項資源分佈影響門檻值出現的情形
3. 資源的消耗本身也存在一上限值

首先，我們先將考慮資源消耗，總體擁有資源呈常數分佈時流行病在無尺度網路上傳播的結果和不考慮資源消耗時，小世界網路以及隨機網路上的傳播做一個比較，我們發現：考慮資源在傳播過程中的使用及消耗的確可以恢復無尺度網路上的傳播門檻值。

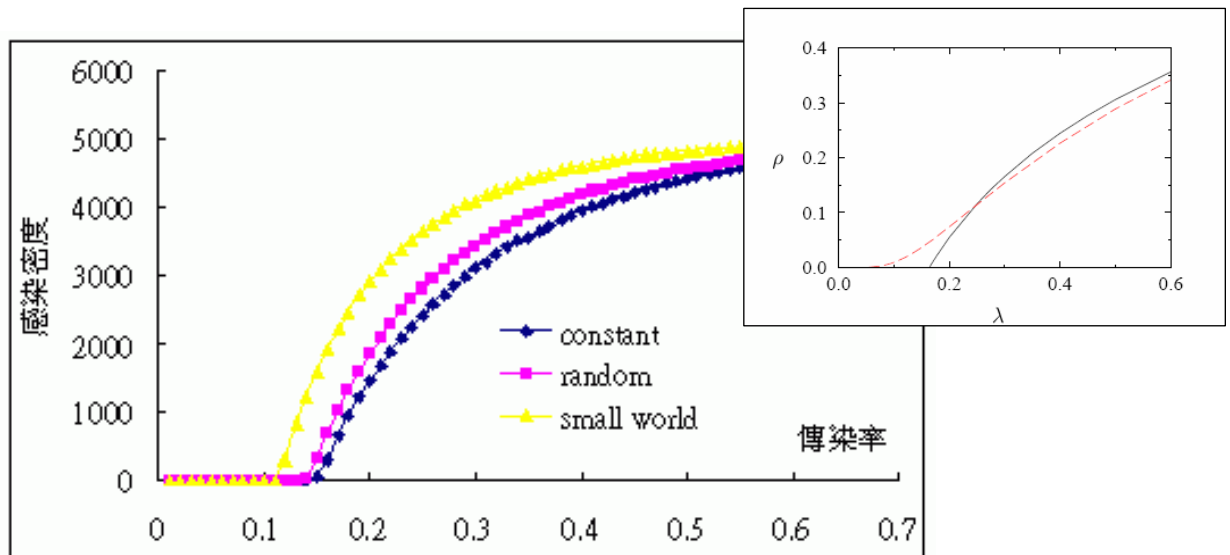


圖 17 考慮資源限制下，資源呈現常數分佈時流行病傳播在無尺度網路上的傳播動態與未考慮資源限制時，流行病傳播在隨機網路和無尺度網路上的動態比較。

圖 17 所呈現的是個體每次互動時，所消耗的資源量佔自身擁有資源量的時的結果。藍色曲線代表的是在考慮資源的使用與消耗下，全體人口的資源分佈為常數下，流行病傳播在無尺度網路上的傳播動態。桃紅色和黃色曲線則分別代表在沒有加入資源限制時，流行病傳播在隨機網路和小世界網路上的傳播動態。由於 Satorras 和 Vespignani 在 2002 年[19]的研究中指出，小世界網路上的流行病傳播是會有門檻值的限制存在，在他們建構小世界網路模型的過程中，即使在繞線的機率是 100%的極端情形下，同樣有門檻值的產生。在經過完全的繞線後，這樣的小世界網路模型幾乎等同於隨機網路的模型。因此在此將資源限制下流行病傳播在無尺度網路上的傳播動態和無資源限制時，流行病傳播動態在小世界網路及可視為小世界網路的極端——隨機網路上的結果一併討論。在資源呈常數分佈時，流行病在無尺度網路上的傳播因為有了一個初步的限制而產生了一個傳播門檻。超過門檻值之後，流行病才開始有擴散的跡象，傳播動態相似於在未考慮資源的使用與消耗時，隨機網路或小世界網路上的流行病傳播。資源的使用是一個既定的事實，但是在過去的研究中往往忽略的這項事實的發生；資源的使用的確帶來傳播動態上的限制，使得無尺度網路上的傳播並非有如過去研究中所認為的危險，而是同樣和其他拓樸結構的複雜網路一般是有辦法預測，甚至加以控制

的。

在證實了資源的限制的確會改變傳播動態的第一項印證後，接著我們再模擬了其他的資源分佈，實驗不同的資源分佈產生的門檻值的情形。除了常數分佈之外，其他三種資源分佈也出現不同的結果：

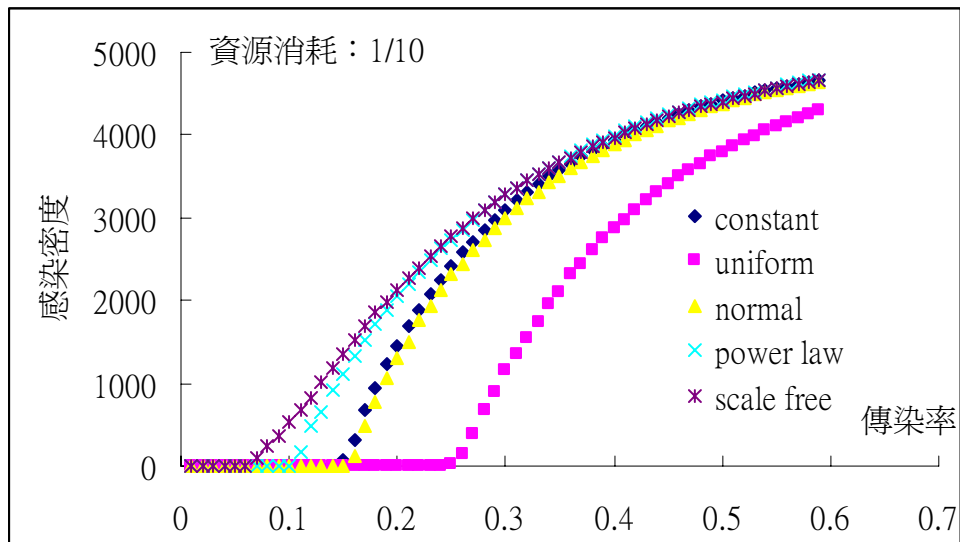


圖 18 考慮資源限制時，流行病傳播在四種資源分佈下，於無尺度網路上的傳播動態比較。

這四種不同的資源分佈在個體傳播時，每次消耗個體所擁有資源總量比例從  $1 \sim \frac{1}{3}$  時的結果較為不顯著，從  $\frac{1}{4} \sim \frac{1}{15}$  的曲線大致如上圖所示。在每次傳播時資源消耗的比例佔個體所擁有資源量的時大約是一個臨界點，超過此比例之後所產生的門檻值之震盪幅度便開始減緩。其中常態分佈的傳播動態曲線震盪於常數分佈和等比例分佈的曲線之間，不會低於常數分佈所產生的傳播門檻。這樣的情形便解釋了像是真實世界中，性關係網路上 HIV 的散佈。在性關係網路上，HIV 散佈需要的某項資源便是時間，每個人在扣除掉工作或唸書等正事而真正可以用來作為傳播的時間，理論上來說應該是呈常態分佈。在這樣的情形下，大多數的人可用來傳播的時間本身就有個限制在，因此 HIV 的散佈並沒有因為有人被感染而逐漸地使得整體人口都感染了 HIV。即使將用來傳播的時間拉長至每個人每天的 24 小時都拿來傳播，同樣也是有個底限存在，因此性關係網路上的 HIV 散佈並沒有直接的因為性關係網路的無尺度拓撲就造成對於全體人口的威脅。

由於等比例分佈在統計學上是提供採樣分析的一個方法，因此資源分佈為

等比例分佈的模擬結果在此除了可以給予一個上限的參考外，也可讓未來若是發現除了常數、常態和冪次律分佈以外的資源分佈一個比較的準則。

當資源的分佈呈現冪次律的規則時，門檻值的出現總是低於其他三者分佈，最有可能的原因是因為在實驗中，受限於資源總量的關係，因此對於冪次律分佈的參數調整使得許多個體的擁有資源量都在平均值附近；在這樣的冪次律分佈下，大多數的個體擁有的資源量不少，再加上少部份的人擁有的資源量相較之下更為可觀，因此造成這樣的實驗結果。如果可以在資源總量固定下，更有系統的調整參數的分佈，那麼參數的大小會更加的極端，使得大多數的人所擁有的資源量低於平均值許多，因此預期中的實驗結果所產生的曲線應該會介於現在的冪次律分佈及常態分佈所產生的動態曲線之間。

在考慮資源使用及消耗後，流行病傳播在無尺度網路上的擴散程度可以把在未考慮資源消耗時流行病傳播在無尺網路上的感染密度看作其上限。在考慮資源的使用下，感染時資源的消耗便成為一項主要的限制，幫助降低流行病傳播在無尺度網路上擴散的可能性，然而即使擴散了，由於資源限制的幫助，使得感染密度的成長不如在未考慮資源限制時的感染密度還要來得大，抑制了擴散的程



度。

而在考慮資源的使用下，比較流行病傳播在無尺度網路上所產生傳播門檻值，發現資源消耗本身也呈現某種形式的規律。

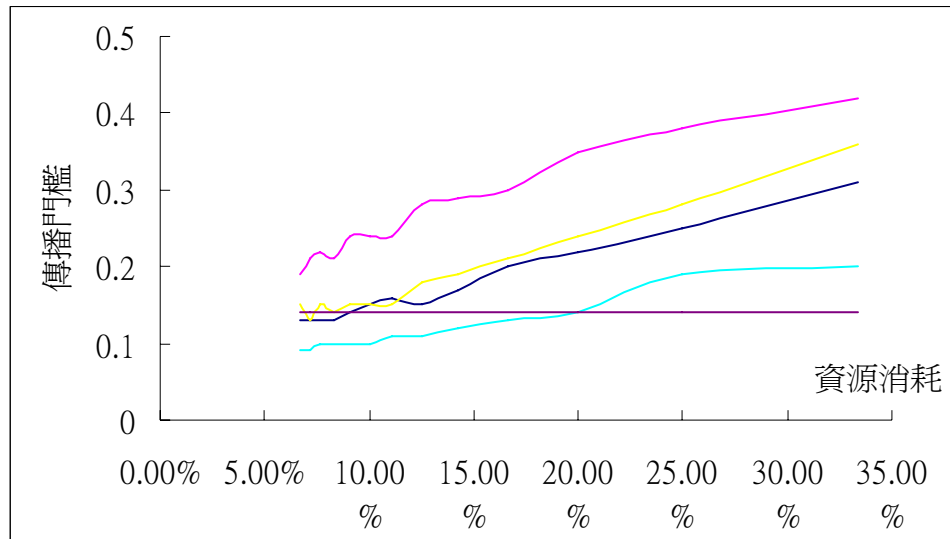


圖 19 四種資源分佈的在不同量資源消耗下，流行病傳播在無尺度網路上所產生的門檻值和未考慮資源限制時流行病傳播在隨機網路上的門檻值比較。

圖中由上而下的五條線依序代表：桃紅色—等比例分佈、黃色—常態分佈、深藍色—常數分佈、淺藍色—冪次律分佈、紫色—未考慮資源限制時流行病傳播在隨機網路上的門檻值。將資源消耗的比例以百分比來表示，傳播門檻值的出現隨著資源消耗的比例增大而有類似線性般的成長。然而當資源消耗占總體量越少，或是可以看成同樣的消耗量下，個體擁有的資源量越大，門檻值的產生則開始出現小幅度震盪的情形。然而相較於未考慮資源限制時隨機網路上的流行病傳播門檻，大約在資源消耗為 10% 開始，且逐次的消耗比例降低時，雖然門檻值的發生持續的降低，但是降低的程度開始緩和，因此可以預測的是：在每次的傳播過程中，個體消耗的資源量越大，門檻值的成長將越劇烈；然而當個體消耗的資源量越小時，門檻值降低的程度會隨著消耗量越少而降低的越和緩，直至資源的消耗對應至個體擁有的總資源量的比例很小，小到可以把個體總資源量看成是無限大時，門檻的曲線才會逼近於 0。當資源的消耗越少，或者是個體擁有資源量越大時，想當然爾會使得傳播的門檻降低，使得傳播較易於擴散，然而在同時，資源限制的條件仍然存在，因此門檻值會以一個緩慢的程度降低，直至資源的消



耗量太小，而可以把個體擁有的資源總量看成是無限大，成為無限的資源時，也就是和不考慮任何資源限制下流行病在無尺度網路上傳播時的狀況一樣——門檻值為零了。

## 4.2. 實驗二：資源的不可回復性

在耗竭性資源中，我們發現資源的使用還有另一個特性，就是資源的不可回復性。因為資源的限制，再加上許多用過的資源無法再使用，例如個人擁有的時間，傳播者為了確保傳播的有效性，勢必會謹慎選擇他認為較容易接受傳播物的個體來做傳播。因為資源的限制和傳播上的選擇，便有了個體數上的限制。

在此實驗建構出來的無尺度網路中，鄰居個數十個以下（包含十個）的節點便佔了約全網路的 90%，而在現實社會中，目前所知構成無尺度網路的社會網路大多的連結數並非大量，例如性關係網路中的性伴侶個數大多平均而言不會超過十個；大多數的人平均而言一天打過的長途電話也很有限，因此在個體限制的部份便以大多數的個體的鄰居數為主，當每個個體的人數限制從最少 1 人，逐次增加人數，從 1、3、5~21 個個體互動時，希望可以得到對此實驗假設的結果：相較於只有資源消耗時的門檻值，是否會更加提升。

在實驗過程中，若是有任何的個體資源耗盡但是還未達到人數上限時，或是資源尚未消耗完全，卻先完成傳播人數的個數時，其傳播都將會停止。資源擁有量若數量不大，那麼傳播過程本身便因為受限於資源的多寡已經有了初步的人數限制的概念，對於本實驗的效果並不顯著。因此本實驗的結果將從資源的消耗占個體資源總量的  $\frac{1}{5}$  開始，討論  $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{6}$  ~  $\frac{1}{15}$  時，人數上的限制會對無尺度網路上的傳播帶來何種面貌的傳播門檻以及傳播動態。

四種分佈在資源消耗的前提下，傳播個體數加了限制後有個共通性：各種分佈在只考慮資源的耗竭性時的傳播曲線似乎也是在考慮人數限制後所產生的傳播動態的上限。也就是說，多加了人數限制對於傳播的擴散規模，相較於只考慮資源消耗的限制時，後者在無尺度網路上的傳播規模會來得更小一些。各種資源

分佈在加了人數限制的考量後，門檻值的改變各異，但是最終擴散到網路中的規模還是因為在這樣的限制下得以控制。人數限制的門檻值雖然震盪幅度不大，但是對於感染密度而言還是有程度上的幫助。各種資源分佈出現的傳播動態及門檻則如圖 20~23 所示：

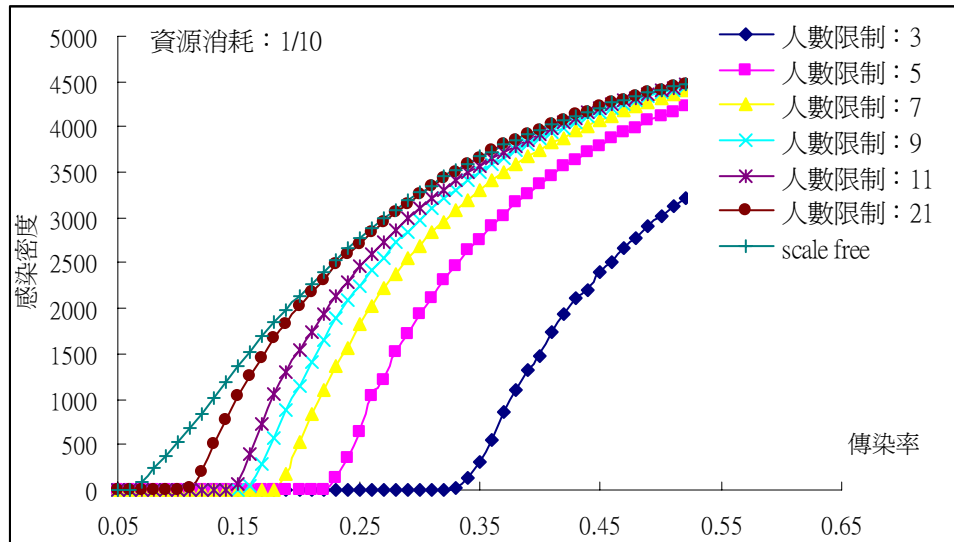


圖 20 人數限制下的常數分佈

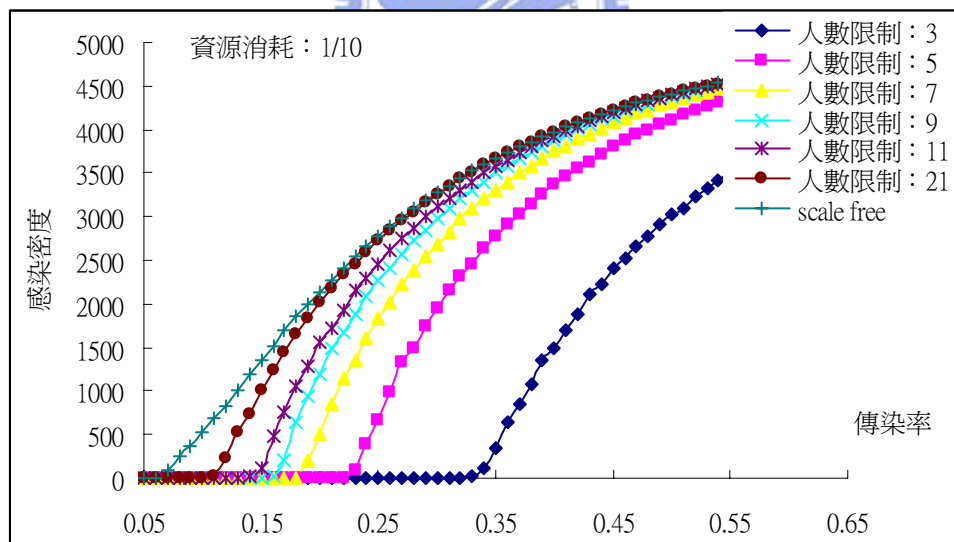


圖 21 人數限制下的等比例分佈

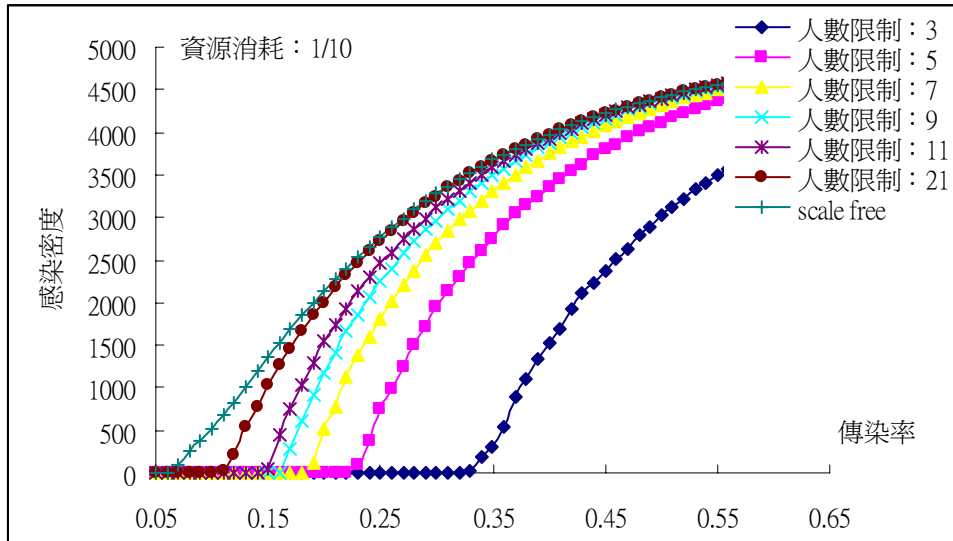


圖 22 人數限制下的常態分佈

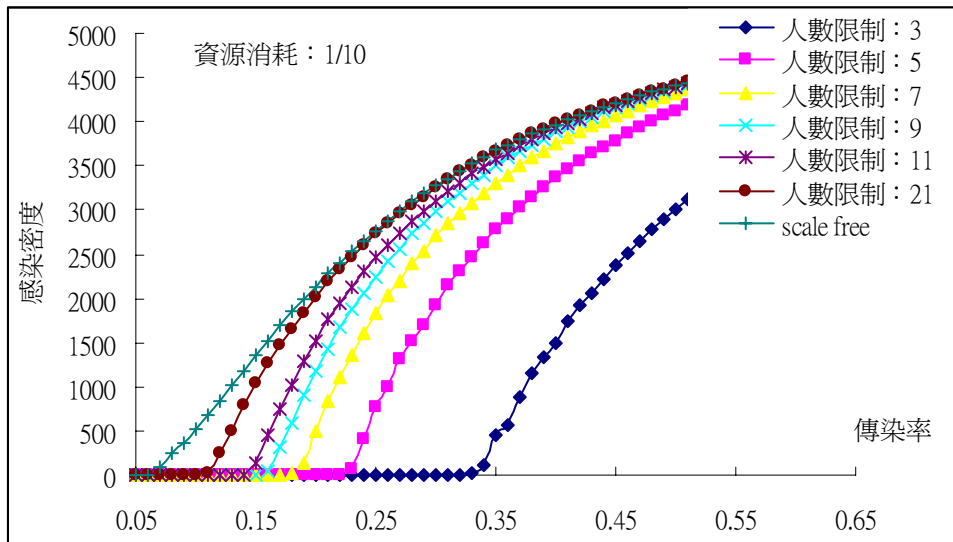


圖 23 人數限制下的冪次律分佈

當人數限制為 1 人時，在我們的模型中並未出現感染擴散的情形，可以看成是感染門檻值非常大，使得感染密度無法抬升，因此在上面四組圖表顯示的結果皆從人數限制為 3 人開始，並且逐次等差增加人數 2 人。從圖中，我們可以很明顯的發現，在人數限制的條件下，各種資源分佈表現出來的流行病門檻與動態的結果近乎相同。當傳播對象數按照一定順序增加時，傳播門檻的成長卻呈現類似負指數般的成長：在人數限制為 3 人~11 人時，傳播門檻值下降的速度很快，但是從人數限制為 11 人開始，傳播門檻值的下降間距非常小，似乎存在副指數般下降的規律現象。由於人數限制從 11 人~21 人之間傳播門檻的下降速度漸趨漸

緩，可以預測的時候：當人數的限制在 21 人以後，傳播門檻值開始出現一個幾乎可以視為常態值的情形，而人數限制在多於 21 人之後，對於傳播門檻值的更動開始沒有太大的影響；換句話說，當傳播對象數為 21 人時，在本模型中可視為是傳播對象數的上限值。仔細探究本模型所建構出來的無尺度網路，節點連結數小於（包含）21 的節點佔整個網路拓樸的 97%，所以當人數限制的條件加進來時，也在流行病傳播之初便設下一個終點，避免了集散點因為擁有大量資源而幫助流行病擴散的可能性。

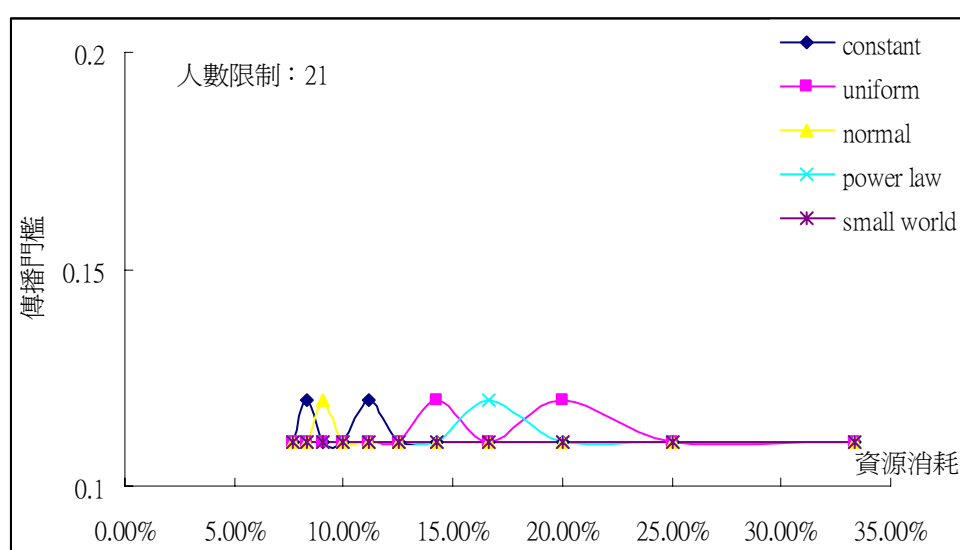


圖 24 資源消耗對應人數限制所產生的門檻值

圖 24 所表示的是資源消耗與傳播門檻間的關係。四種資源分佈在同樣的人數限制個數下，不同資源消耗尺度仍擁有相近的傳播門檻；隨著限制個數的增加，傳播門檻值也隨之降低，直至限制個數為 21 人時降低程度趨緩。基於上述理由，在此便已人數限制為 21 人，資源消耗尺度為 10% 為例，說明資源特性出現人數上的限制時會對無尺度網路上的流行病傳播產生何等影響。除了在四種資源分佈下，人數限制所帶來的傳播門檻有別於單純只考慮資源消耗時的結果外，在此同樣以原本無考慮任何資源限制下，流行病傳播在 WS 小世界網路模型上的傳播門檻作為對照。

從圖 24 我們可以發現，在考慮資源的不可回復這項特性時，資源的消耗並未在人數的限制條件中發揮效用。人數限制這項條件的強制效力優於資源消耗本

身，使得流行病在傳播過程中常常出現資源尚未耗盡，但已完成對限定的傳播對象數進行傳播動作的情況。依據我們對於資源特性的分類，由於資源的不可回復性質才使得在使用有此項特性的資源才會有人數限制的情形。然而，此項資源的特性建立在資源可以消耗的前提下，因此根據我們的實驗結果，資源的消耗與人數的限制之間沒有絕對的關係是矛盾卻有趣的一項結果。在我們的實驗中，當人數限制達到某個值以後，由於個體連結數的關係，當個體連結數小於以及等於此人數限制數的節點總量佔整個網路拓樸 90%以上時，傳播門檻的變動才開始逐漸趨於穩定。在我們的實驗中，人數限制為 21 人時，個體連結數小於以及等於此值的節點總量佔整個網路拓樸的 97%左右，其對傳播過程所產生的限制相當於在不考慮任何資源限制的情形下，流行病傳播在小世界網路上的傳播動態。按照實驗結果的趨勢推測，即便人數限制同樣的等差增加在某個範圍內，門檻值仍然存在，且相近於圖表 8 所呈現的結果。在考慮資源限制且消耗的情況下，並非所有的流行病傳播都會擴散；即使在流行病傳播發生時，沒有針對集散型節點作限制的策略，流行病傳播仍然會因為資源的特性而有先天上的限制而得以在傳播過程中自動的限制流行病傳播的擴散。

### 4.3 實驗三：資源的敵對性

此實驗主要是討論資源的效益問題。當傳播者決定使用多少量的資源來做傳播時，其所剩餘的資源量便減少，這樣一來便使得此傳播者花費在下一個接收者身上的資源量更有限，此接收者所享受到的資源效益也就沒有前一個傳播者來得大。也就是說，在傳播的時候，資源消耗多寡與其所帶來的傳播效益也會影響傳播動態。因此，在此實驗中，我們將會對資源的消耗程度，來討論傳播是否會因此更加有效。

在此實驗中，資源消耗量將會比只探討資源的消耗性時延長為原來的一倍及兩倍；當資源消耗多一倍時，個體狀態從 I 回到 S 時的移除率便會從原本的 1

降為 0.8，讓感染的時間增長，其增長大小為等比例增加 20%。也就是說，若是時間步驟模擬的是一個月的話，那麼資源的消耗加倍，感染的時間也會增長六天；而當資源消耗為兩倍時，移除率便降為 0.6，也就是等比例增長為原本的 40%。一般而言，SIS 模型的移除率大多設為 0.9，因此我們相信這樣的設定可以明顯的比較出資源效益所帶來的影響。

在資源消耗增加一倍，移除率為 0.8，以及資源消耗增加兩倍，移除率為 0.6 時的傳播動態相似，四種資源分佈產生門檻的先後順序皆與只有考慮資源的消耗性時相近。而資源的消耗量越大，也就是資源所產生的效益越大；資源效益所產生的感染密度在相較於不考慮任何條件下，傳播在無尺度網路上的感染密度還要來得小，而且成長不如原本的無尺度網路那麼迅速；也就是說，即便傳播擴散到網路上了，資源的效益仍然幫助了無尺度網路上的傳播不至擴散的有如在不考慮任何條件下時的無尺度網路那麼氾濫。

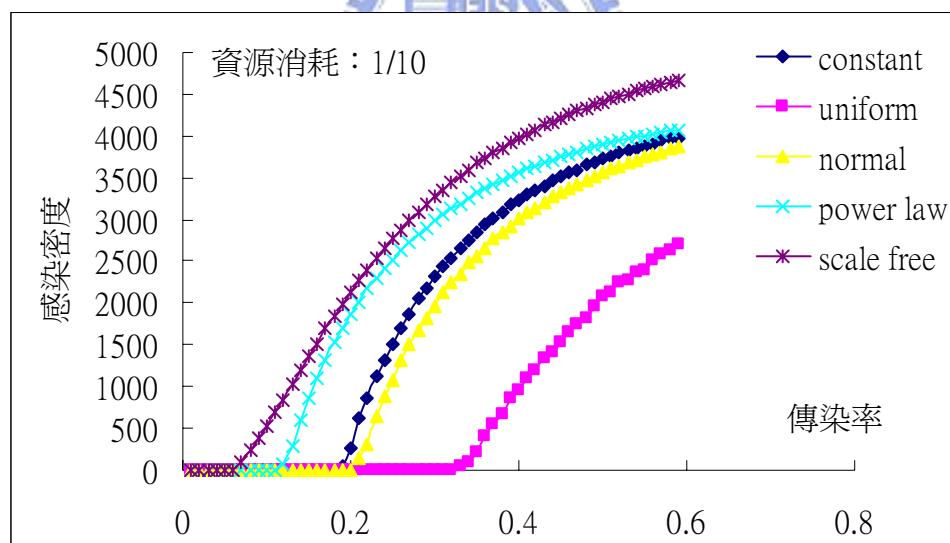


圖 25 資源效益對流行病傳播造成的動態影響：資源消耗 = 6 / 移除率 = 0.8

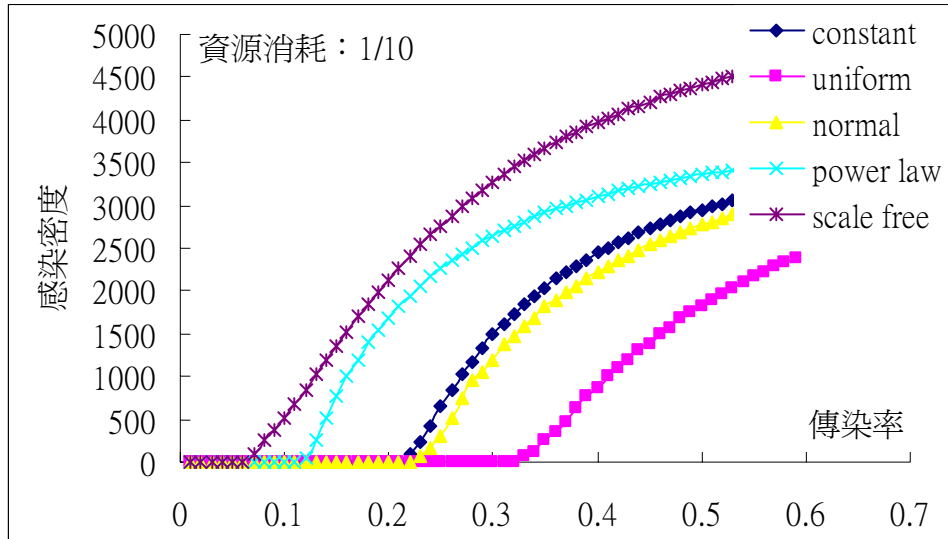


圖 26 資源效益對流行病傳播造成的動態影響：資源消耗 = 9 / 移除率 = 0.6

比較圖 25 和 26，當資源效益越大時，雖然傳播門檻值的產生看起來並無顯著的差異，但是在流行病傳播開始擴散後，擴散的程度會隨著資源消耗增加所帶來的效益增大而降低。資源的敵對性雖然看起來對傳播門檻值的產生和資源的消耗性所產生的傳播門檻值相較之下無太大的差異，但是資源效益的增加卻會在流行病擴散開來時有效幫助擴散程度的降低。在真實社會中，一項謠言的成功散佈或許會耗費相當程度的時間，但是若是傳播者使用越多的時間，謠言成功擴散到人群之中的速度和程度卻會因此而減緩。由此可知，許多的流行病在散佈過程中的確會因為資源的使用，使得擴散的動態得以產生影響，也解釋了無尺度網路上的流行病傳播並非因為有機會長時間的隱藏在網路結構中而有大幅度循環擴散的機會。

由於  $\lambda$  代表的是疾病傳播率，定義為  $\lambda = \frac{\nu}{\delta}$ 。經過計算後，相對於無尺度網路的門檻比例表示如下：

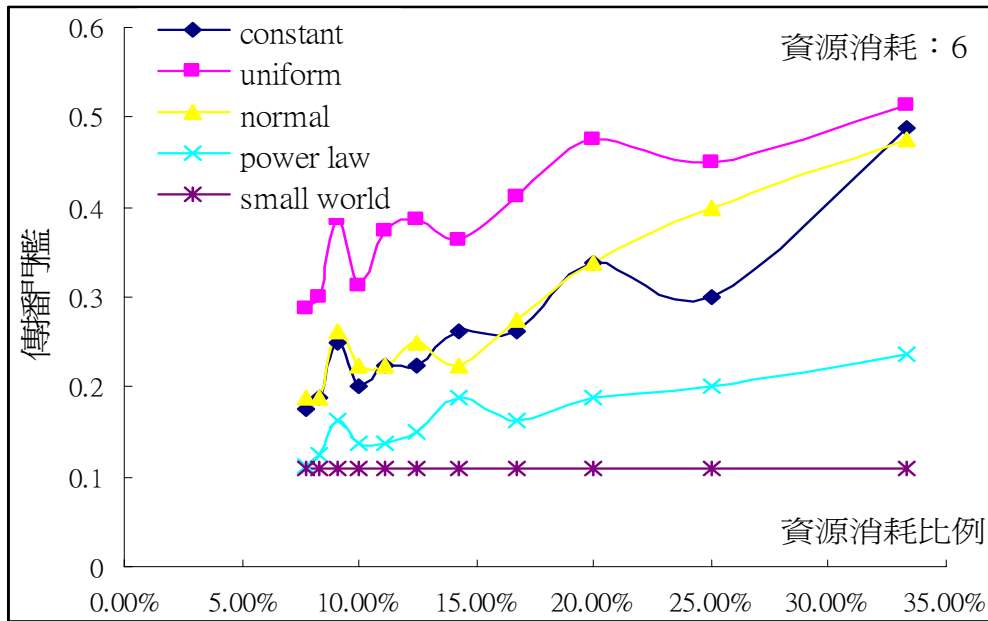


圖 27 資源消耗延長一倍與傳播門檻間的關係

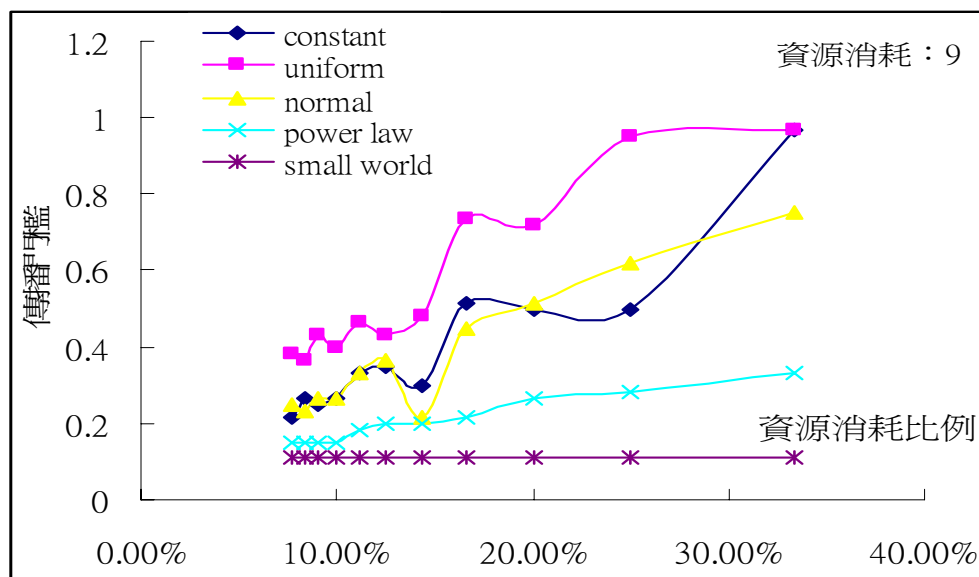


圖 28 資源消耗延長兩倍與傳播門檻間的關係

資源的效益越大，無尺度網路上的傳播門檻越能提升，且都能有效的控制在與流行病傳播在 WS 小世界網路模型上的相同門檻範圍內。雖然消耗資源佔個體總資源量越少時，門檻值越小，中間還有震盪的情形，不過整個曲線大致走向和只有資源消耗時相比是相似的。最大的不同在於考慮了資源效益後，傳播門檻的成長多了將近一倍之多；在無尺度網路上的傳播除了資源的消耗外，若進一步的討論資源的效益，將會幫助門檻值的提高，並且降低感染密度的成長



## 5. 結論

由於拓樸結構使得傳播問題無法在無尺度網路上能夠像小世界網路或是隨機網路上能有預測性或控制性，因此在檢視過去對於傳播問題的研究，審視傳播問題的過程中有一項重要，而且也是常常發生在現實社會中，但截至目前為止卻尚未考量到的一項條件：資源使用和限制。當考慮資源的使用及限制時，許多的傳播問題在無尺度網路上的門檻值得以回復，並相同的可以訂定出相對應的政策加以預防或推廣。例如電子廣告信的大量發送，往往讓許多電腦使用者感到困擾，害怕某些重要信件就此被電子廣告信淹沒甚至佔掉太多的信箱空間導致無法發送；然而真實世界的情況並非如此。許多的免付費信箱的申請雖然不需要任何的代價，但是可以使用的空間並不大。若是需要擴充信箱的容量，則必須支付額外的費用。即便因為這額外的費用使得信箱容量增大得以寄發更多的信件，管理信箱使用的組織所能提供的空間還是會有個上限存在；管理組織提供的空間需要更多的花費，因此又會向有此需要的使用者索取。電子信箱的網路拓樸便是一個無尺度網路，而此種傳播便是在無尺度網路上考慮資源限制時一項很好的例子。截至目前為止，許多研究皆顯示，如果希望可以遏止或是減緩無尺度網路上的傳播，針對集散點擬定相因應於傳播的政策，那麼可以有很大的機會可以減低傳播帶來的殺傷力[3]；然而，無尺度網路上的集散點的尋找存在一定的困難度，若是能夠在傳播的初期便開始針對資源加以防制，應該可以有不錯的效果。除了希望防制的傳播外，某些傳播是需要被推廣的，例如新觀念的推行、新產品的接受等。同樣的，在這些傳播過程中如果有需要花費的情況下，本研究提供了資源特性分類以及各種特性所產生的結果，相信也可以為這些傳播帶來推廣上的便利。

## Reference

1. World [1] R. Pastor-Satorras and A. Vespignani, "Epidemic Spreading in Scale-Free Networks," *Physical Review Letters*, vol. 86, pp. 3200-3203.
- [2] Robert M. May and Alun L. Lloyd, "Infection dynamics on scale-free networks," *Phys. Rev. E*, vol. 64, 066112, 2001.
- [3] Zoltán Dezső and Albert-László Barabási, "Halting viruses in scale-free networks," *Phys. Rev. E*, vol. 65, 055103(R), 2002.
- [4] R. Pastor-Satorras and A. Vespignani, "Epidemic dynamics in finite size scale-free networks," *Phys. Rev. E*, vol. 65, 035108(R), 2002.
- [5] R. Pastor-Satorras and A. Vespignani, "Immunization of complex networks," *Phys. Rev. E*, vol. 65, 036104, 2002.
- [6] Marián Boguñá, R. Pastor-Satorras and A. Vespignani, "Absence of epidemic threshold in scale-free networks with connectivity correlations," *Phys Rev Lett*, 2003, 90, 028701, .
- [7] Duncan J. Watts and Steven H. Strogatz, "Collective dynamics of 'small-world' networks," *Nature*, vol. 393, pp. 440-442, 1998.
- [8] Réka Albert and Albert-László Barabási, "Statistical mechanics of complex networks," *Rev. of Modern Physics*, vol. 74, pp. 47-97, 2002.
- [9] Holger Ebel, Lutz-Ingo Mielsch, and Stefan Bornholdt, "Scale-free topology of e-mail networks," *Phys. Rev. E* 66, 035103R, 2002.
- [10] Réka Albert and Albert-László Barabási, "Emergence of Scaling in Random Networks," *Science*, vol. 286, pp. 509-512, 1999.
- [11] L. A. N. Amaral, A. Scala, M. Barthélemy, and H. E. Stanley, "Classes of small-world networks." *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* 97(2000), 11149-11152. 2000.

- [12] M. E. J. Newman, "The structure and function of complex networks," *SIAM Review*, Vol. 45, No. 2, pp. 167-256, 2003.
- [13] X. F. Wang and G. Chen, "Complex Networks: Small-World, Scale-Free and Beyond," *IEEE Circuits and Systems Magazine*, First Quarter, pp. 6-20, 2003.
- [14] C. Y. Huang, C. T. Sun, J. L. Hsieh, and H. Lin, "Simulating SARS: Small-World Epidemiological Modeling and Public Health Policy Assessments," *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 7(4), <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/7/4/2.html>, 2004.
- [15] H. Peyton Young, "The Diffusion of Innovations in Social Networks," Santa Fe Institute Working Paper 02-04-018, 2002.
- [16] Dunia López-Pintado, "Diffusion in Complex Social Networks," Working paper IVIEWP-AD 2004-33, University of Alicante, 2004.
- [17] Duncan J. Watts, "A simple model of global cascades on random networks," *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 99:5766-5771, 2002.
- [18] Christopher Moore and M. E. J. Newman, "Epidemics and percolation in small-world netw," *Phys. Rev. E*, vol.61, pp. 5678-5682, 2000.
- [19] R. Pastor-Satorras, and A. Vespignani, "Epidemic dynamics and endemic states in complex networks," *Phys. Rev. E* 63, 066117, 2001.
- [20] Y. Moreno and A. Vázquez, "Disease spreading in structured scale-free networks," *Eur. Phys. J. B* 31, 265-271, 2003.
- [21] Yamir Moreno, Romualdo Pastor-Satorras and Alessandro Vespignani, "Epidemic outbreaks in complex heterogeneous networks," *Eur. Phys. J. B*, 26, 521-529.
- [22] Chung-Yuan Huang, Chuen-Tsai Sun and Hsun-Cheng Lin, "Influence of Local Information on Social Simulations in Small-World Network Models," *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* vol. 8, no. 4, 2005, <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/8/4/8.html>

- [23] M. E. J. Newman and D. J. Watts, “Renormalization group analysis of the small-world network model,” *Phys. Lett. A* 263, 1999.
- [24] 于宗先等 編, “經濟學百科全書 7,” 聯經, 1986.
- [25] 霍德名, 熊秉元, 胡春田, 巫和懋等 著, “經濟學概論,” 雙葉書廊, 2000.
- [26] 林南 著, “社會資本,” 宏智文化, 2005. Health Organization.
- [27] J. Marro and R. Dickman, *Nonequilibrium phase transitions in lattice models* (Cambridge University Press, Cambridge, 1999).
- [28] 疾病管制局之針頭發放新聞頁面：  
[http://www.cdc.gov.tw/index\\_news\\_info.asp?data\\_id=1740](http://www.cdc.gov.tw/index_news_info.asp?data_id=1740)



## 附錄 資源參數對照表



資源分布的參數設定如下：

資源分佈 資源比例	常數分佈	等比例常數分佈	常態分佈	冪次律分佈
3	3	1、2、3、4、5		
6	6	2、4、6、8、10		
9	9	3、6、9、12、15		
12	12	4、8、12、16、20		
15	15	5、10、15、20、25	*Std : 5.5 *Avg : 15.5	40x **pow(**i,-0.12)
18	18	6、12、18、24、30	Std : 5.5 Avg : 18.5	48xpow(i,-0.12)
21	21	7、14、21、28、35	Std : 6 Avg : 21.5	55.8xpow(i,-0.12)
24	24	8、16、24、32、40	Std : 6.5 Avg : 24.5	63.8xpow(i,-0.12)
27	27	9、18、27、36、45	Std : 7 Avg : 27.5	71.8xpow(i,-0.12)
30	30	10、20、30、40、50	Std : 7.5 Avg : 30.5	79.8xpow(i,-0.12)
33	33	11、22、33、44、55	Std : 8 Avg : 33.5	87.8xpow(i,-0.12)
36	36	12、24、36、48、60	Std : 8.5 Avg : 36.5	95.8xpow(i,-0.12)
39	39	13、26、39、42、65	Std : 9 Avg : 39.5	103.8x pow(i,-0.12)
42	42	14、28、42、56、70	Std : 9.5 Avg : 42.5	111.8x pow(i,-0.12)
45	45	15、30、45、60、75	Std : 9.5 Avg : 45.5	119.8x pow(i,-0.12)

\* : Std : 平均值 / Avg : 標準差

\*\* : pow(a,b) = ab

\*\*\* : i = 1~10000