

# 國立交通大學

光電工程研究所

碩士論文

多邊形實心長直光導管的照度分析

Irradiance Formations in Solid Straight Light Pipes with  
Polygonal Shapes



研究生：王夢華

指導教授：陳志隆 教授

中華民國九十五年六月

多邊形實心長直光導管的照度分析  
Irradiance Formations in Solid Straight Light Pipes with  
Polygonal Shapes

研究生：王夢華

Student : Meng-Hua Wang

指導教授：陳志隆

Advisor : Jyh-Long Chern

國立交通大學

光電工程研究所



Submitted to the Institute of Electro-Optical Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Electro-Optical Engineering

June 2006

Hsinchu, Taiwan

中華民國九十五年六月

# 多邊形實心長直光導管的照度分析

學生 王夢華

指導教授 陳志隆

國立交通大學光電工程研究所碩士班

## 摘要

光導管之形狀對光導管於其出口處之光照度分佈會有所不同之結果為一有趣之光學現象並影響光導管於照明運用上之選擇，但文獻並無載明其產生機制或證明。本論文利用反射、折射定律，將光在多邊形光導管內的三維能量傳遞投影到二維平面上，並推導出光在出口處的落點和能量大小的數學式，證明五邊形光導管中心處會有能量集中的現象。並運用數學軟體 MATLAB 計算出數值解與光學覓跡摹擬軟體 TracePro 模擬比對，然後和實驗結果相對照。

# **Irradiance Formations in Solid Straight Light Pipes with Polygonal Shapes**

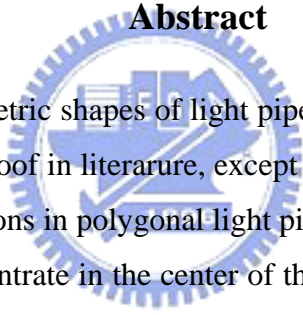
Student : Meng-Hua Wang

Advisors : Dr. Jyh-Long Chern

Institute of Electro-Optical Engineering

National Chiao Tung University

## **Abstract**



It is known that different geometric shapes of light pipes will lead to different distributions of irradiance without analytical proof in literature, except for the case of circular lightpipe. We deduce the irradiance distributions in polygonal light pipes and prove that the irradiance of the pentagon light pipes will concentrate in the center of the exit plane, depending on the number of facets. To verify our analytical derivation, we use MATLAB, the mathematic software, to calculate the result and also employ TracePro, a simulation package of Monte Carlo ray tracing, to verify the features. Finally, a series of experiments with different acrylic light pipes are provided for comparison.

## 誌謝

在交大光電所的這兩年，我學到了許多東西，很感謝實驗室的學長姊，不管在課業上或者是生活上都給予很大的幫助，還有實驗室的同學們和學弟妹們，常常帶給我許多歡樂，我也非常感謝陳志隆老師的指導，讓我學到做研究的方法和態度，並且給我鼓勵讓我有信心可以將遇到的所有問題都解決，真的非常的感謝陳志隆老師。

最後我要感謝我的家人，尤其是爸爸和媽媽，他們非常辛苦的賺錢培養我唸到研究所，爸爸八十歲的高齡還常常為我操心，而媽媽非常辛苦的賺錢讓我沒有經濟上的壓力繼續升學；感謝小豪給了我許多支持和照顧；感謝日隆，當我壓力很大的時候安慰我，也常常幫我照顧我父親，謹將本論文獻給所有我愛的人以及身邊所有我關心的人。



# 目 錄

中文摘要	I
Abstract	II
誌謝	III
目錄	IV
圖表目錄	VI
第一章、 緒論	1-1
1-1 前言	1-1
1-2 多邊形長直光導管的能量分布	1-3
1-3 圓形長直光導管的能量分布	1-5
1-4 本論文之架構	1-6
第二章、 原理與方法	2-1
2-1 概論	2-1
2-2 圓形光導管之一維能量傳遞	2-2
2-3 五邊形光導管能量分布的理論推導	2-4
2-3-1 五邊形光導管之二維能量傳遞	2-4
2-3-2 五邊形光管二維傳遞路徑	2-5
2-3-3 光能量計算	2-10
2-4 正方形光導管之二維傳遞路徑	2-14
2-5 小結	2-20
第三章、 計算模擬與實驗結果	3-1
3-1 五邊形光導管能量分布之 MATLAB 計算方法與結果	3-2
3-2 模擬結果	3-5
3-3 實驗結果	3-10
3-3-1 實驗介紹	3-10

3-3-2 實驗結果分析	3-11
3-4 計算、實驗與模擬結果之比較	3-15
3-5 誤差分析	3-18
第四章、 總結	4-1
參考資料	5-1
附錄 A 三角形光導管能量分布 MATLAB 計算程式碼	5-3
附錄 B 正方形光導管能量分布 MATLAB 計算程式碼	5-9
附錄 C 五邊形光導管能量分布 MATLAB 計算程式碼	5-15
附錄 D 六邊形光導管能量分布 MATLAB 計算程式碼	5-22
附錄 E 圓形光導管能量分布 MATLAB 計算程式碼	5-28
附錄 F 實驗與模擬圖片分析與強度立體圖程式碼	5-30
附錄 G 均勻度分析資料處理程式碼	5-31



# 圖 表 目 錄

表 1-1 光導管相關論文清單	1-2
表 3-1 計算結果	1-2
圖 1-1 三角形光管的能量分布圖	1-3
圖 1-2 正方形光導管的能量分布圖	1-4
圖 1-3 五邊形光導管的能量分布圖	1-4
圖 1-4 六邊形光導管的能量分布圖	1-4
圖 1-5 圓形光導管的能量分布圖	1-4
圖 1-6 多邊形光導管不均勻度分析	1-5
圖 1-7 圓形光管中二維能量傳遞示意	1-6
圖 2-1 (a) 光在圓形光導管中的傳遞路徑	2-2
圖 2-1 (b) M' 平面圖	2-3
圖 2-1 (c) 光線展開圖	2-3
圖 2-2 五邊形光導管三維能量傳遞圖	2-4
圖 2-3 (a) 五邊形光導管二維能量傳遞圖 $0^\circ < \Phi < 36^\circ$ , $L/R=5$	2-4
圖 2-3 (b) 五邊形光導管二維能量傳遞圖 $0^\circ < \Phi < 36^\circ$ , $L/R=5$	2-4
圖 2-3 (c) 五邊形光管立體能量分布圖 $L/R=5$	2-4
圖 2-4 (a) 五邊形光管二維能量傳遞圖 $L/R=10$	2-5
圖 2-4 (b) 五邊形光管立體能量分布圖 $L/R=10$	2-5
圖 2-5 (a) 五邊形光管二維能量傳遞圖 $L/R=20$	2-5
圖 2-5 (b) 五邊形光管立體能量分布圖 $L/R=20$	2-5
圖 2-6 不同 $\theta'$ 對應的 d 向量	2-6
圖 2-7 路徑長 d 與 L 和 $\theta'$ 的關係	2-6
圖 2-8 五邊形光導管光線路徑分類	2-7
圖 2-9 路徑計算示意圖	2-7



圖 2-10 Lambertian 光源強度和 $\theta$ 的關係	2-10
圖 2-11 球座標系統面積計算示意圖	2-11
圖 2-12 立體角示意圖	2-12
圖 2-13 TE 波部分折射部分反射示意圖	2-12
圖 2-14 TM 波部分折射部分反射示意圖	2-13
圖 2-15 正方形光導管二維能量傳遞光線鏡射示意圖	2-14
圖 2-16 正方形光導管三維能量傳遞圖	2-15
圖 2-17 (a) 正方形光導管二維光線路徑分類示意圖	2-15
圖 2-17 (b) 正方形光導管鏡射後的能量強度分布灰階圖	2-15
圖 2-18 正方形光導管光線路徑分類	2-16
圖 2-19 邊界條件示意圖	2-16
圖 2-20 三角形、五邊形和六邊形的展開	2-20
圖 3-1 計算結果	3-2
圖 3-2 五邊形長直光導管的照度分佈計算結果	3-3
圖 3-3 三角形長直光導管的照度分佈計算結果	3-4
圖 3-4 正方形長直光導管的照度分佈計算結果	3-4
圖 3-5 五邊形長直光導管的照度分佈計算結果	3-4
圖 3-6 六邊形長直光導管的照度分佈計算結果	3-5
圖 3-7 圓形長直光導管的照度分佈計算結果	3-5
圖 3-8 (a) 模擬配置圖	3-6
圖 3-8 (b) 模擬光源設定	3-6
圖 3-8 (c) 收光面設定	3-6
圖 3-9 (a) 三角形光導管模擬結果	3-7
圖 3-9 (b) MATLAB 強度分析	3-7
圖 3-9 (c) 三角形光導管模擬結果強度歸一化分析	3-7
圖 3-10 (a) 正方形光導管模擬結果	3-8

圖 3-10 (b) MATLAB 強度分析	3-8
圖 3-10 (c) 正方形光導管模擬結果強度歸一化分析	3-8
圖 3-11 (a) 五邊形光導管模擬結果	3-8
圖 3-11 (b) MATLAB 強度分析	3-8
圖 3-11 (c) 五邊形光導管模擬結果強度歸一化分析	3-9
圖 3-12 (a) 六邊形光導管模擬結果	3-9
圖 3-12 (b) MATLAB 強度分析	3-9
圖 3-12 (c) 六邊形光導管模擬結果強度歸一化分析	3-9
圖 3-13 (a) 圓形光導管模擬結果	3-10
圖 3-13 (b) MATLAB 強度分析	3-10
圖 3-13 (c) 圓形光導管模擬結果強度歸一化分析	3-10
圖 3-14 (a) 光源配置	3-11
圖 3-14 (b) 實驗配置圖	3-11
圖 3-14 (c) 壓克力多邊形光導管	3-11
圖 3-15 (a) 三角形光導管實驗結果	3-12
圖 3-15 (b) MATLAB 強度分析	3-12
圖 3-15 (c) 三角形光導管實驗結果強度歸一化分析	3-12
圖 3-16 (a) 正方形光導管實驗結果	3-12
圖 3-16 (b) MATLAB 強度分析	3-12
圖 3-16 (c) 正方形光導管實驗結果強度歸一化分析	3-13
圖 3-17 (a) 五邊形光導管實驗結果	3-13
圖 3-17 (b) MATLAB 強度分析	3-13
圖 3-17 (c) 五邊形光導管實驗結果強度歸一化分析	3-13
圖 3-18 (a) 六邊形光導管實驗結果	3-14
圖 3-18 (b) MATLAB 強度分析	3-14
圖 3-18 (c) 六邊形光導管實驗結果強度歸一化分析	3-14



圖 3-19 (a) 圓形光導管實驗結果	3-14
圖 3-19 (b) MATLAB 強度分析	3-14
圖 3-19 (c) 圓形光導管實驗結果強度歸一化分析	3-15
圖 3-20 三角形光導管出口面能量分布結果比較	3-16
圖 3-21 正方形光導管出口面能量分布結果比較	3-16
圖 3-22 五邊形光導管出口面能量分布結果比較	3-17
圖 3-23 六邊形光導管出口面能量分布結果比較	3-17
圖 3-24 圓形光導管出口面能量分布結果比較	3-18
圖 3-25 三角形光導管的實驗與模擬誤差	3-19
圖 3-26 正方形光導管的實驗與模擬誤差	3-19
圖 3-27 五邊形光導管的實驗與模擬誤差	3-20
圖 3-28 六邊形光導管的實驗與模擬誤差	3-20



# 第一章 緒論

在這個章節裡將介紹光導管的原理以及應用，和前人所提出有關光導管的論文及相關文章；在 Fischer 和 Tadic-Galeb [1-16]中提及長直光導管的均勻度和幾何形狀有關，在這章也會有有關此論述的 TracePro 模擬分析；另外圓形實心長直光導管出口面的照度分布解析解已經被提出[1-15]，本章有概略性的介紹，詳細的介紹將在第二章原理與方法中提出。

本章目錄：

1-1. 前言

1-2. 多邊形長直光導管的能量分布

1-3. 圓形長直光導管的能量分布

1-4. 本論文之架構



## 1-1 前言

光導管可以用來收集、傳遞光能量、改變光行進方向和使光能量重新分布，上面幾種功能廣泛應用在投影機[1-1]、液晶螢幕的背光系統[1-2]、應用在個人電腦上面例如光學滑鼠[1-3]、電源指示燈[1-4]，另外汽車儀表板[1-5]還有手機按鍵也常常用到光導管當作照明元件。因此光導管在照明和顯示系統中扮演一個非常關鍵的角色，如何設計和製造高效率低損耗的光導管成為非常重要的課題。

光導管由製造的差異可以分成兩種形式：1.使用空心的金屬導管，其原理為金屬的鏡面反射，2.使用實心的傳遞介質例如壓克力或其他塑膠材料，其原理為利用內全反射達到傳遞光的效果。通常空心金屬導管的製造會在導管內面針對傳遞光的波段選擇不同

的鍍膜；而實心的傳遞介質通常用塑膠射出成型來製造，鍍膜的價錢較高，射出成型為較節省人工和成本的方法。但是上述兩種方法各有利弊，金屬的鏡面反射不用考慮內全反射角，設計上可以比較簡單，但是在每一次反射都會有部分的能量損耗，實心介質雖然要設計使光線的入射角大於內全反射角，但在設計良好的狀況下傳遞效率較高製造上方法較為簡單且價格較低。

近十年來有許多光導管設計分析相關的文章被提出，Diemer 等人提出光導管在遠紅外光上的應用[1-7]，Whitehead 等人則計算了菱形光導管的效能和損耗[1-8] [1-9]，Gupta 等人提出了用 principle section 設計光導管幾何形狀的概念[1-10]，Siitonen 等人將 LED 光源耦合進光導管[1-11][1-12]，Derlofske 等人建立了光通量限制模型(flux confinement diagram (FCD) model) 用以探討方形光導管的能量傳遞和角分布[1-13]，Chu and Chern 發表了無損耗的光導管[1-14]，鄭伊凱和陳志隆提出了圓形光導管的解析解[1-15]。表 1-1 列出了近年來光導管相關論文的清單，對其性質作了一些分類。

Year	Authors / Source	Characteristics	Light pipe	Light guide
2006	S. Siitonen et. al., AO[1-11]	Efficiency		Y
2006	Y. Cheng and J. Chern, JOSA A[1-15]	Analysis	Y	
2005	S. Chu and J. Chern, OL[1-14]	Analysis	Y	
2005	X. Yang et. al., OExp[1-17]	Design		Y
2004	J. F. V. Derlofske and T A. Hough, OE[1-6]	Flux Analysis	Y	
2004	S. Siitonen et. al., AO[1-12]	Efficiency		Y
2004	K. Chien and H. D. Shieh, AO[1-18]	Design		Y
2001	A. Gupta et. al., AO[1-10]	Analysis	Y	
1999	D. G. Hawthorn and T. Timusk, AO[1-19]	Transmittance	Y	
1998	L. A. Whitehead et. al., AO[1-8]	Loss Mechanism		Y
1998	L. A. Whitehead et. al., AO[1-9]	Transmittance		Y
1997	S. Diemer et. al., AO[1-7]	Transmittance		Y

表 1-1 光導管相關論文清單

光導管之形狀對光導管於其出口之光照度分布會有不同的結果為一有趣的光學現象，在 Fischer and Tadic 寫的 Optical System Design[1-16]裡面提到正方形、三角形和六邊形在出口面的能量分布具有良好的均勻性，但圓形和五邊形則有較差的均勻性，故幾何形狀對光導管均勻性的影響不容小區，這也影響了光導管於照明應用的設計選擇，但文獻並無載明其產生機制或證明。本論文參考了鄭伊凱和陳志隆提出的圓形光導管的解析解[1-15]這篇論文，這邊論文推導出空心圓形長直光導管出口面能量分布的數學式，清楚地證明出圓形光導管的光能量分布會與圓形光導管的半徑成反比，此數學式解釋了圓形光導管的熱點現象，本論文嘗試提出多邊形光導管能量分布的數學式，並配合實驗和模擬驗證光導管幾何形狀對出口面照度均勻度的影響。

## 1-2 多邊形長直光導管的能量分布

光導管通常是利用幾何形狀的實心塑膠材質，以長直光導管而言，光導管的形狀、長度還有光源的擺放位置對出口面光能量分布的均勻性有很大的影響，當我們固定長度和光源擺放的位置時，可以看到形狀對於光導管出口面能量分布的均勻性影響很大。

圖 1-1~圖 1-5 是固定多邊形壓克力實心光導管長度為 10mm、光管外接圓半徑為 2mm 用 TracePro 模擬光導管出口面能量分布的結果，也就是長寬比為 5 的情況下。其中光源的大小為假設為光管外接圓半徑的 1/100，光源距離光導管入口面 0.1mm，用 100 萬條單一波長的光束線模擬實際光源。圖中顯示立體能量分布和能量分布的剖面圖，可以看到對直的幾何形狀光導管而言，經由正三角形、正方形和正六邊形光導管傳遞後出口處的光能量分布有很好的均勻性，但正五邊形和圓形光導管的均勻性就很差[1-16]。

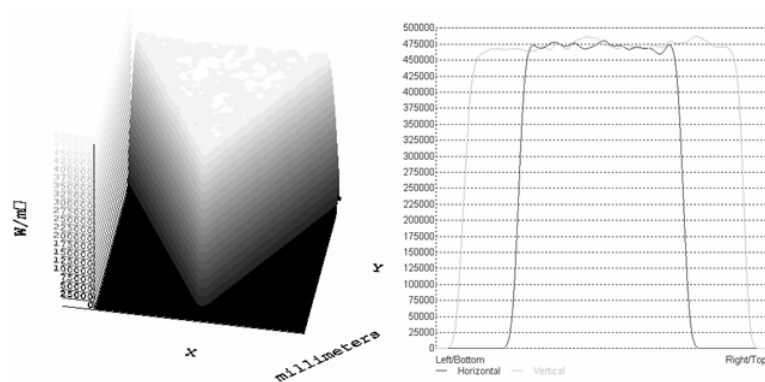


圖 1-1 三角形光導管的能量分布圖

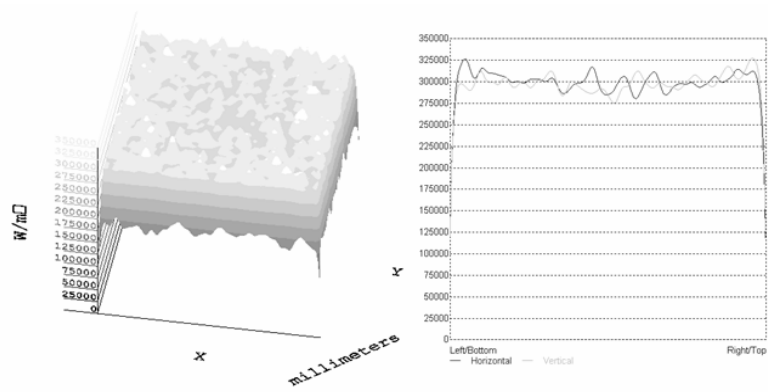


圖 1-2 正方形光導管的能量分布圖

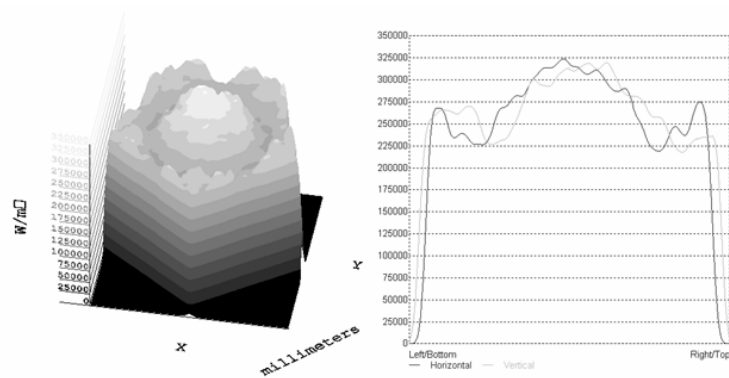


圖 1-3 五邊形光導管的能量分布圖

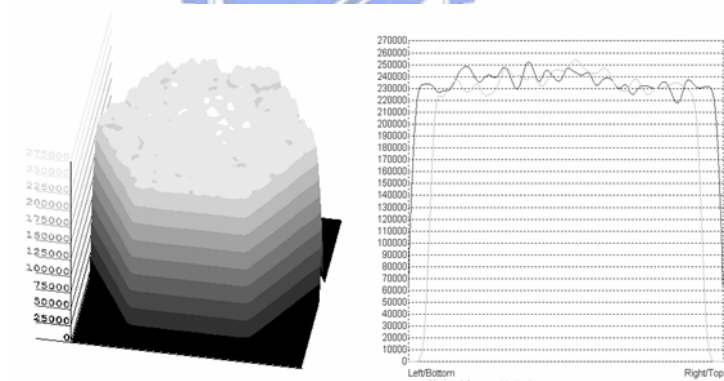


圖 1-4 六邊形光導管的能量分布圖

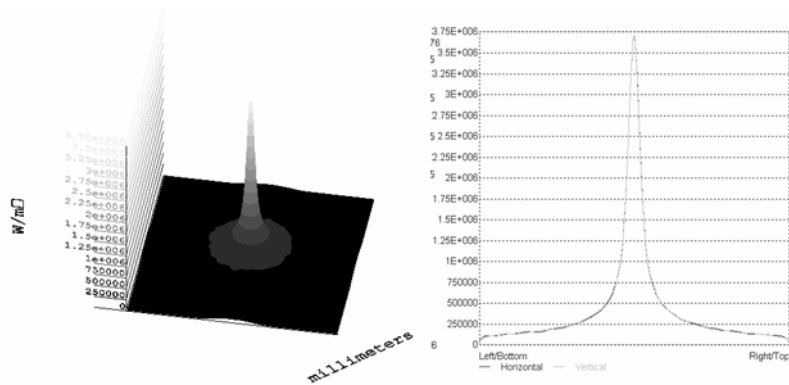


圖 1-5 圓形光導管的能量分布圖

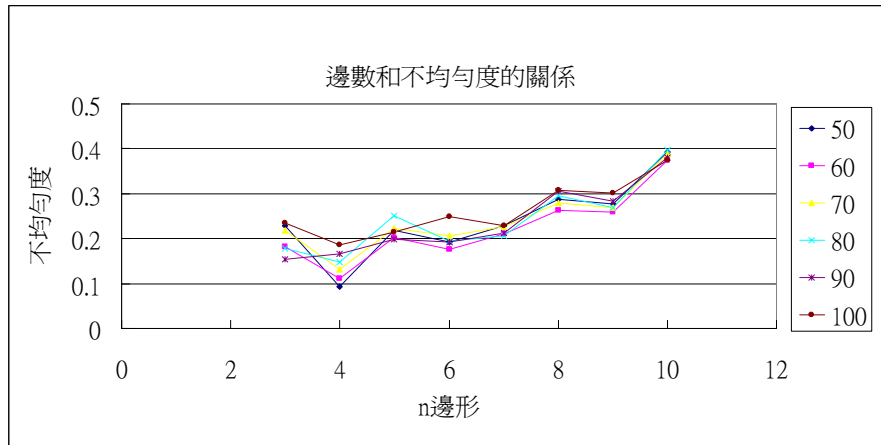


圖 1-6 多邊形光導管不均勻度分析

$$\delta(\text{不均勻度}) = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |E_i - \bar{E}| \right] / \bar{E} \quad (1-2.1)$$

圖 1-6 是將多邊形光導管在固定長度、內接圓半徑和光源位置及大小的情況下，用 TracePro 模擬出口面的能量分布，圖中 50~100 代表的是將同樣大小的光導管出口收光面分成 50X50、60X60、70X70、80X80、90X90、100X100 個取樣點，以求得不同解析度下的多邊形光導管不均勻度分布的趨勢，把各別取樣點的光強度減掉所有取樣點光強度的平均值，全部相加起來後的值除以所有取樣點光強度的平均值和取樣點的個數，就可以求得不均勻度，此計算可由公式(1-2.1)表示[1-15]，圖中顯示大致上邊數越多出口面能量分布越不均勻，而五邊形較六邊形不均勻，這個現象本文希望能以數學式子表示出來。

### 1-3 圓形長直光導管的能量分布

將 Lambertian 光源放在圓形光導管中心，會在出口面圓心處產生熱點(hot spot) [1-16]，關於熱點在中空圓形光管的解析解在鄭伊凱和陳志隆的論文中被提出 [1-15]，此解析解的前提是光源為 Lambertian 點光源。參考圖 1-7，論文中提到由於置於圓心的光源在圓形光導管中傳遞都會在半徑切面上，故只要分析一個切面上的光能量分布，將光路徑投影到出口面上，光能量二維平面分布的問題會簡化為一維，最後推導出圓形光導管的出口能量正比於 1/R，求得熱點存在的解析解。關於圓形光導管解析解的詳細說明將在下



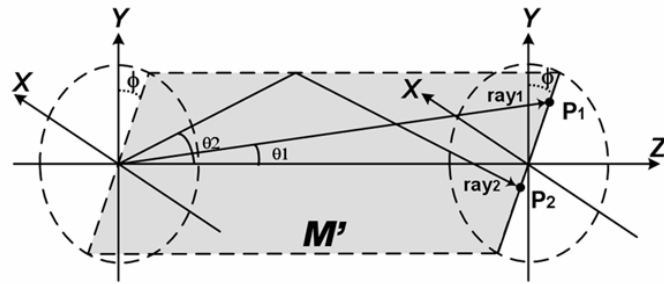


圖 1-7 圓形光管中二維能量傳遞示意[1-15]

#### 1-4 本論文之架構

本論文在第一章先介紹了光導管還有多邊形長直光導管在出口面的能量分析模擬，並且對其均勻度做了簡單的分析，還有圓形光導管的特殊的熱點現象。在第二章裡面詳細介紹了圓形光導管照度分布的解析解求法，仿照圓形光導管的解析解求法在這章裡面嘗試求出三角形、正方形、五邊形和六邊形數學式，其中包含了光線落點的位置和大小，並且在第三章展示計算的結果。最後在第四章的實驗和第五章的總結裡面，將實驗結果、計算結果與模擬結果加以整合比較，並探討計算的準確性以及分析推論誤差的來源。

## 第二章 原理與方法

本章介紹鄭伊凱和陳志隆提出的圓形光導管的解析解[1-15]這篇論文，並將其求解方法運用在五邊形光導管能量分布的數學式推導上，以圓形光導管的推導脈絡沿用到五邊形光導管上，將光能量的路徑和能量的大小依照理論去計算出來。本章提出了兩種方法求解光能量的落點位置，分別以五邊形和正方形為例去推導出數學式，而計算的結果將再第三章展示。

本章目錄：

2-1. 概論

2-2. 圓形光導管之一維能量傳遞

2-3. 五邊形光導管能量分布的理論推導

2-3.1 五邊形光導管之二維能量傳遞

2-3.2 五邊形光管二維傳遞路徑

2-3.3 光能量計算

2-4. 正方形光導管之二維傳遞路徑

2-5. 小結

### 2-1 概論

本論文主要是依照圓形光導管熱點的解析解求法[1-15]，將光在多邊形光導管中的傳遞路徑投影到出口面，不同於圓形光導管，多邊形為二維問題，光傳遞路徑可以用數學式表示之，此數學式可用反射定律求得，而光的能量大小也可以由 Lambertian 光源的特

性，和光源經過兩種不同介質會部份反射部分折射的現象，計算出光導管出口面的能量大小，利用 MATLAB 軟體計算能量量值和其相對應的位置進而求得光能量的分布，最後將我們的計算結果和模擬結果與實驗結果對照，印證五邊形光導管光能量分布較四邊形六邊形和三角形不均勻，五邊形光導管的能量分佈為本論文探討之重點。

## 2-2 圓形光導管之一維能量傳遞

五邊形光導管的能量分布計算，主要是由圓形光導管的解析解法延伸而來 [1-15]，在圓形光導管的例子中，假設光源從圓柱中心入射，見圖 2-1(a)，入射光傳遞會在同一個平面  $M'$  上，此平面和  $y$  軸有個夾角  $\Phi$ ，光線在  $M'$  上和  $z$  軸的夾角設為  $\theta$ ，在固定  $\Phi$  時所有的光線都在  $M'$  平面上傳遞，此平面投影到出口面為一條直線，所以光線的傳遞投影到出口面就變成了一維的問題。

在這裡求光線落點，是將光線展開，也就是每碰到一次反射面就將光線和  $M'$  平面翻轉，光線路徑變為直線進行而不轉折的光線，最後在出口面的落點如圖見圖 2-1(c) 所示，如此可以推導出光線落點數學式(2-2.1)，而光能量可由數學式(2-2.2)來表示，經由(2-2.3)可求得圓形光導管的能量分布數學式(2-2.4)。

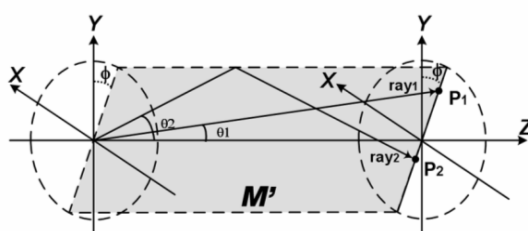


圖 2-1 (a) 光在圓形光導管中的傳遞路徑

$E(R)$ =圓形光導管的能量分布

$R$ =圓形光導管的半徑

$D$ =圓形光導管的直徑

$\Delta D$ =感測器的映像點大小

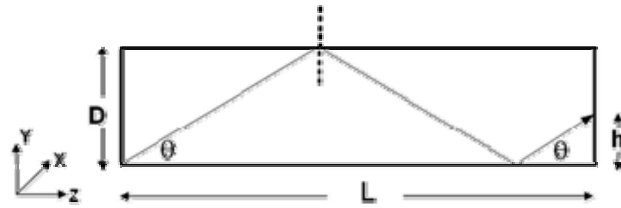


圖 2-1 (b) M' 平面圖

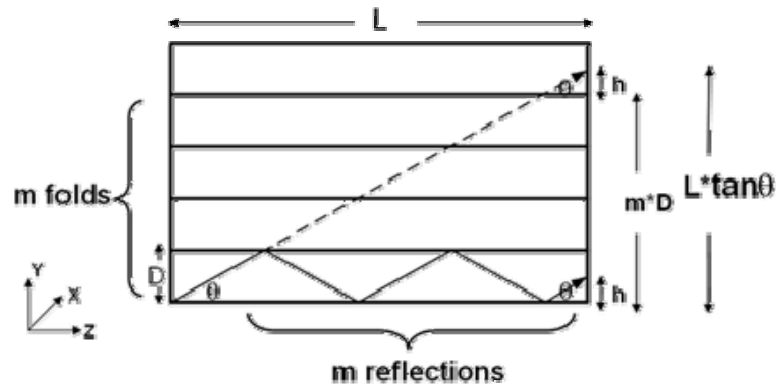


圖 2-1 (c) 光線展開圖

$$h(\theta, d) = k + (-1)^{m'} (L \tan \theta + d - m' D) \quad (2-2.1)$$

$$E(h_0) = \sum_{i=1}^{\infty} \cos \theta_i \quad (2-2.2)$$

$$E(h)_{full-angle} = E(h)_{+\theta} + E(h)_{-\theta} \quad (2-2.3)$$

$$E(R) \approx \left( \frac{F}{D \Delta \phi} \cdot \frac{1}{R} \right) \left[ 1 + \frac{\Delta D}{2R} - \left( \frac{\Delta D}{2R} \right)^2 + \dots \right]. \quad (2-2.4)$$

由 (2-2.4) 這個式子中我們可以看到圓形光導管的能量分布反比於光導管半徑 R，證明了為何光在圓形光導管中傳遞最後會在出口面形成能量集中的熱點。

下一節，將依照參考資料[1-15]中的方法，推導五邊形光導管光能量分布的數學式，證明在五邊形光導管中傳遞的光能量在出口面會呈現中央能量集中的現象。

## 2-3 五邊形光導管能量分布的理論推導

### 2-3-1 五邊形光導管之二維能量傳遞

由圖 2-2 可以看到光線在五邊形光導管內的傳遞， $\Phi$  為入口面上和  $y$  軸的夾角， $\theta'$  則為光線在入射面上與  $z$  軸的夾角，此角度可由斯乃爾定律求出，光管長度為  $L$ ，五邊形外接圓半徑為  $R$ 。圖 2-3 到圖 2-5 是光能量的二維分布，即在導管出口面上看的光路徑的投影，如此可以將三維問題簡化為二維。

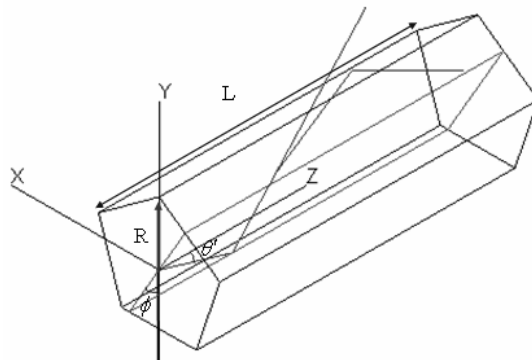


圖 2-2 五邊形光導管三維能量傳遞圖

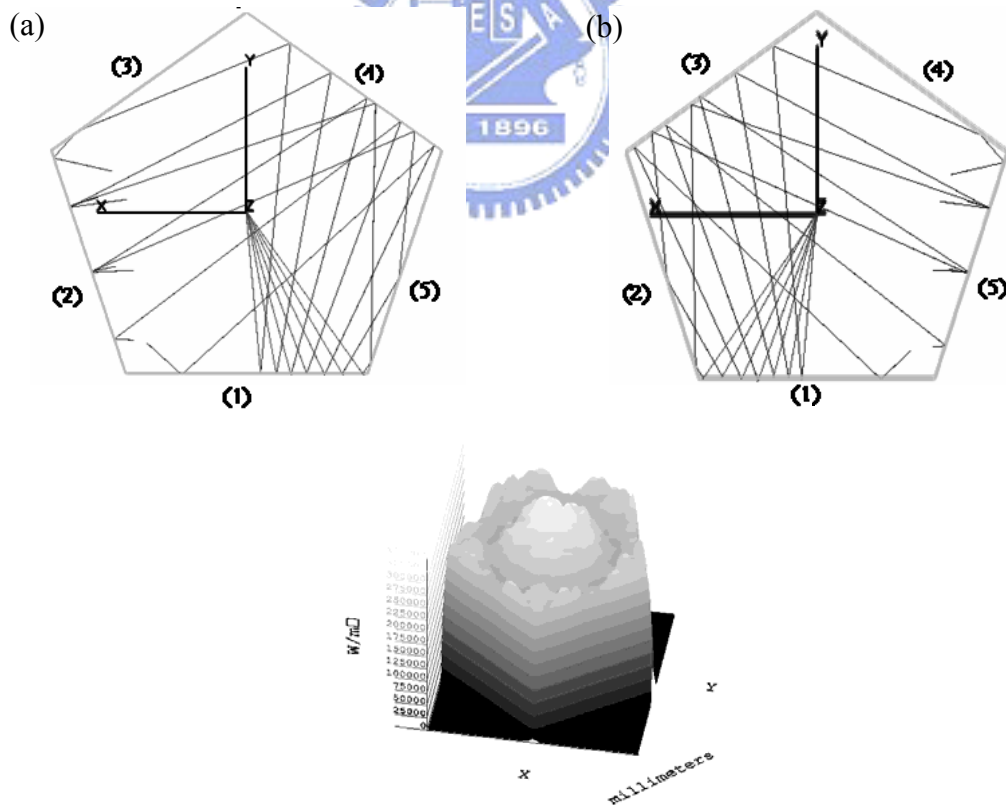


圖 2-3 (a)五邊形光導管二維能量傳遞圖  $0^\circ < \Phi < 36^\circ$ ， $L/R=5$   
(b)五邊形光導管二維能量傳遞圖  $0^\circ < \Phi < 36^\circ$ ， $L/R=5$   
(c)五邊形光管立體能量分布圖  $L/R=5$

由於光在五邊形光管的傳遞有規則性，對每一邊而言看到的全反射面都一樣，故可以只討論光打到一邊的情況，即 $-36^\circ < \Phi < 36^\circ$ ；從圖 2-3(a)和圖 2-3(b)可以看到，對於 $0^\circ < \Phi < 36^\circ$ 和 $-36^\circ < \Phi < 0^\circ$ ，光的路徑和分布對於五邊形光管出口面是相同的，所以只需看 $0^\circ < \Phi < 36^\circ$ 的光如何傳遞到出口處即可，能量傳遞的問題由 $0^\circ < \Phi < 360^\circ$ 簡化為 $0^\circ < \Phi < 36^\circ$ 。

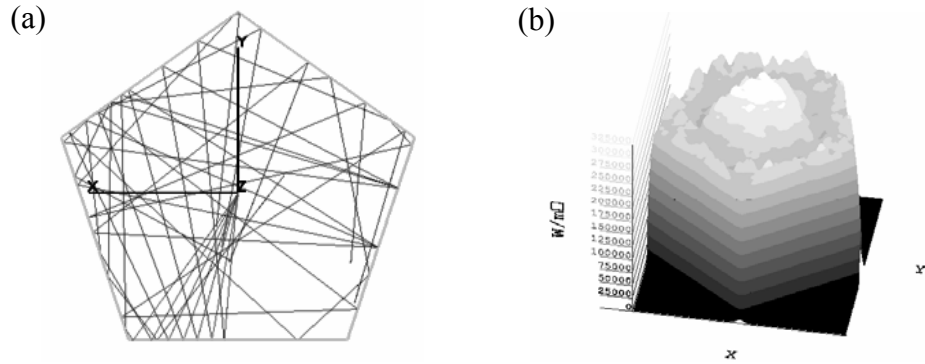


圖 2-4 (a)五邊形光管二維能量傳遞圖 L/R=10  
(b)五邊形光管立體能量分布圖 L/R=10

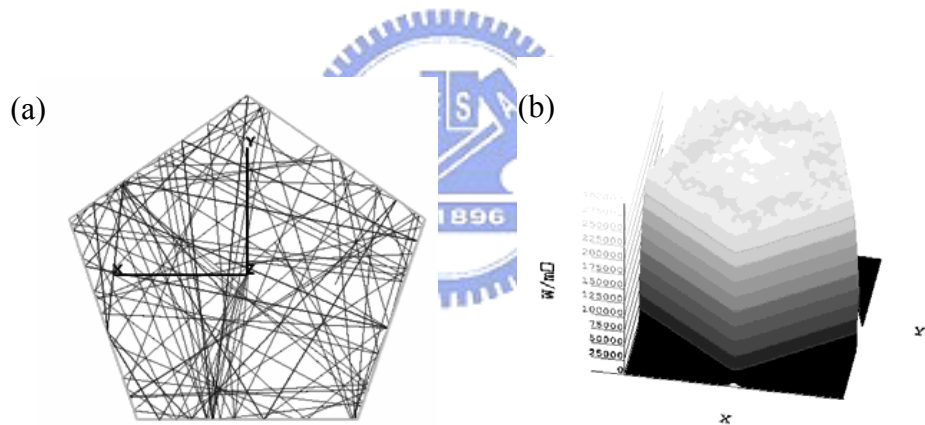


圖 2-5 (a)五邊形光管二維能量傳遞圖 L/R=20  
(b)五邊形光管立體能量分布圖 L/R=20

圖 2-4(a)和圖 2-5(a)是增加光管長度（也就是提高長寬比 L/R）後的二維能量傳遞圖，與圖 2-3 相比長寬比越大光反射次數越多，光在出口面的分布就越紊亂，推論均勻性的表現會是圖 2-5>圖 2-4>圖 2-3，由圖 2-3(c)、圖 2-4(b)和圖 2-5(b)我們看到整個能量分布印證了上述的推論。以上為 TracePro 模擬的結果。

### 2-3-2 五邊形光管二維傳遞路徑

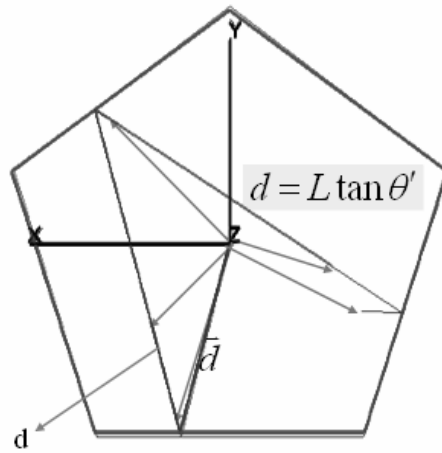


圖 2-6 不同  $\theta'$  對應的  $d$  向量

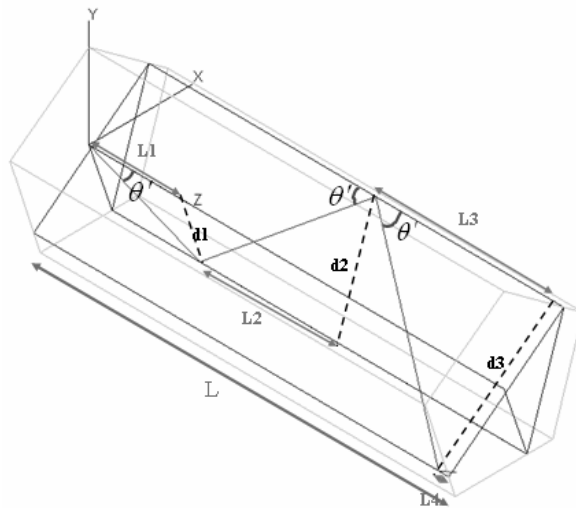


圖 2-7 路徑長  $d$  與  $L$  和  $\theta'$  的關係

當固定  $\Phi$ ，慢慢增加  $\theta'$  時，可以看到光線會因為反射定律沿固定的路徑分布，在圖 2-6 可以看到不同的  $\theta'$  光在出口面的落點，此落點相對於圓心的向量我們稱之為  $d$  向量，而  $d$  是對於不同的  $\theta'$  光路徑再出口面的投影長度，由圖 2-7 可以推導  $d$  的量值，推導如下：

$$\sum_{i=1}^m d_i = \sum_{i=1}^m L_i \tan \theta' \Rightarrow d = L \tan \theta' \quad (2-3.1)$$

其中

$m = \text{內全反射次數} + 1$

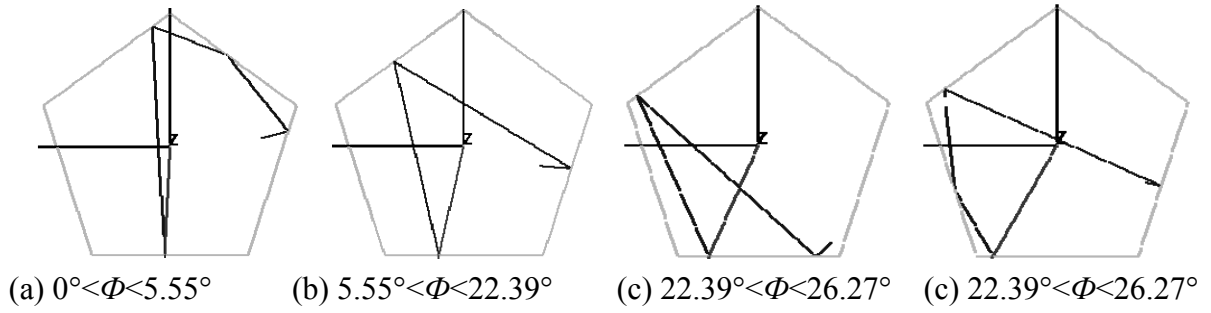


圖 2-8 五邊形光導管光線路徑分類

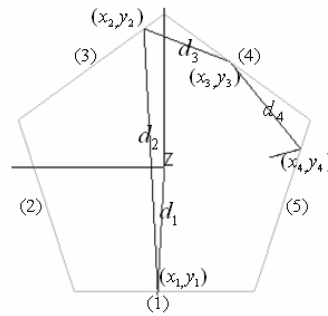


圖 2-9 路徑計算示意圖

由圖 2-8 我們看到固定  $\theta' = \theta'_{\max}$  時，慢慢增加  $\Phi$  可以由光打到五邊形光管五個面的順序將光在五邊形光管內的傳遞非分為四類：

**condition 1:**  $0^\circ < \Phi < 5.55^\circ$ ，面(1) → 面(3) → 面(4) → 面(5)

當  $0 < d \leq d_1$

$$\vec{d} = (d \sin \phi, -d \cos \phi) \quad (2-3.2)$$

當  $d_1 < d \leq d_1 + d_2$

$$\vec{d} = (d \sin \phi, (d - 2d_1) \cos \phi) \quad (2-3.3)$$

當  $d_1 + d_2 < d \leq d_1 + d_2 + d_3$

$$\vec{d} = ((d_1 + d_2) \sin \phi - (d - d_1 - d_2) \cos(18^\circ + \phi), (d_2 - d_1) \cos \phi - (d - d_1 - d_2) \sin(18^\circ + \phi)) \quad (2-3.4)$$

當  $d_1 + d_2 + d_3 < d \leq d_1 + d_2 + d_3 + d_4$



$$\begin{aligned}\bar{d} = & ((d_1 + d_2) \sin \phi - d_3 \cos(18^\circ + \phi) - (d - d_1 - d_2 - d_3) \cos(54^\circ - \phi), \\ & (d_2 - d_1) \cos \phi - d_3 \sin(18^\circ + \phi) - (d - d_1 - d_2 - d_3) \sin(54^\circ - \phi))\end{aligned}\quad (2-3.5)$$

當  $d_1 + d_2 + d_3 + d_4 < d$

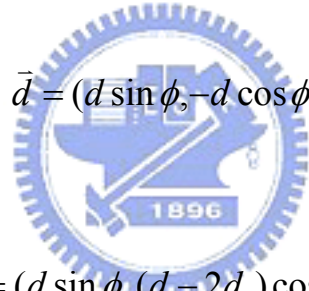
$$\begin{aligned}\bar{d} = & ((d_1 + d_2) \sin \phi - d_3 \cos(18^\circ + \phi) - d_4 \cos(54^\circ - \phi) + (d - d_1 - d_2 - d_3 - d_4) \cos(18^\circ + \phi), \\ & (d_2 - d_1) \cos \phi - d_3 \sin(18^\circ + \phi) - d_4 \sin(54^\circ - \phi) - (d - d_1 - d_2 - d_3 - d_4) \sin(18^\circ + \phi))\end{aligned}\quad (2-3.6)$$

其中  $d_1 = \frac{R \cos 36^\circ}{\cos \phi}$ ,  $d_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ,  $d_3 = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$ ,

$$d_4 = \sqrt{(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2}.$$

**condition 2:**  $5.55^\circ < \Phi < 22.386^\circ$ , 面(1) → 面(3) → 面(5)

當  $0 < d \leq d_1$



$$\bar{d} = (d \sin \phi, -d \cos \phi) \quad (2-3.7)$$

當  $d_1 < d \leq d_1 + d_2$

$$\bar{d} = (d \sin \phi, (d - 2d_1) \cos \phi) \quad (2-3.8)$$

當  $d_1 + d_2 < d \leq d_1 + d_2 + d_3$

$$\begin{aligned}\bar{d} = & ((d_1 + d_2) \sin \phi - (d - d_1 - d_2) \cos(18^\circ + \phi), \\ & (d_2 - d_1) \cos \phi - (d - d_1 - d_2) \sin(18^\circ + \phi))\end{aligned}\quad (2-3.9)$$

當  $d_1 + d_2 + d_3 < d$

$$\begin{aligned}\bar{d} = & ((d_1 + d_2) \sin \phi - d_3 \cos(18^\circ + \phi) + (d - d_1 - d_2 - d_3) \cos(\phi - 18^\circ), \\ & (d_2 - d_1) \cos \phi - d_3 \sin(18^\circ + \phi) + (d - d_1 - d_2 - d_3) \sin(\phi - 18^\circ))\end{aligned}\quad (2-3.10)$$

其中  $d_1 = \frac{R \cos 36^\circ}{\cos \phi}$ ,  $d_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ,  $d_3 = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$

**condition 3:**  $22.386^\circ < \Phi < 26.267^\circ$ , 面(1) → 面(3) → 面(1)

當  $0 < d \leq d_1$

$$\bar{d} = (d \sin \phi, -d \cos \phi) \quad (2-3.11)$$

當  $d_1 < d \leq d_1 + d_2$

$$\bar{d} = (d \sin \phi, (d - 2d_1) \cos \phi) \quad (2-3.12)$$

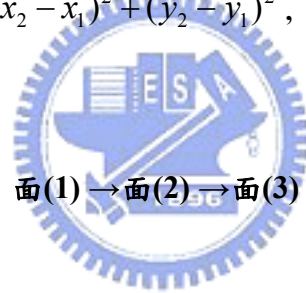
當  $d_1 + d_2 < d \leq d_1 + d_2 + d_3$

$$\begin{aligned} \bar{d} = & ((d_1 + d_2) \sin \phi - (d - d_1 - d_2) \cos(18^\circ + \phi), \\ & (d_2 - d_1) \cos \phi - (d - d_1 - d_2) \sin(18^\circ + \phi)) \end{aligned} \quad (2-3.13)$$

當  $d_1 + d_2 + d_3 < d$

$$\begin{aligned} \bar{d} = & ((d_1 + d_2) \sin \phi - d_3 \cos(18^\circ + \phi) - (d - d_1 - d_2 - d_3) \cos(18^\circ + \phi), \\ & (d_2 - d_1) \cos \phi - d_3 \sin(18^\circ + \phi) + (d - d_1 - d_2 - d_3) \sin(18^\circ + \phi)) \end{aligned} \quad (2-3.14)$$

其中  $d_1 = \frac{R \cos 36^\circ}{\cos \phi}$ ,  $d_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ,  $d_3 = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$ .



**condition 4:**  $26.267^\circ < \phi < 36^\circ$ , 面(1) → 面(2) → 面(3) → 面(5)

當  $0 < d \leq d_1$

$$\bar{d} = (d \sin \phi, -d \cos \phi) \quad (2-3.15)$$

當  $d_1 < d \leq d_1 + d_2$

$$\bar{d} = (d \sin \phi, (d - 2d_1) \cos \phi) \quad (2-3.16)$$

當  $d_1 + d_2 < d \leq d_1 + d_2 + d_3$

$$\begin{aligned} \bar{d} = & ((d_1 + d_2) \sin \phi + (d - d_1 - d_2) \cos(54^\circ + \phi), \\ & (d_2 - d_1) \cos \phi + (d - d_1 - d_2) \sin(54^\circ + \phi)) \end{aligned} \quad (2-3.17)$$

當  $d_1 + d_2 + d_3 < d \leq d_1 + d_2 + d_3 + d_4$

$$\begin{aligned} \bar{d} = & ((d_1 + d_2) \sin \phi + d_3 \cos(54^\circ + \phi) - (d - d_1 - d_2 - d_3) \cos(54^\circ - \phi), \\ & (d_2 - d_1) \cos \phi + d_3 \sin(54^\circ + \phi) - (d - d_1 - d_2 - d_3) \sin(54^\circ - \phi)) \end{aligned} \quad (2-3.18)$$

當  $d_1 + d_2 + d_3 + d_4 < d$

$$\bar{d} = ((d_1 + d_2) \sin \phi + d_3 \cos(54^\circ + \phi) - d_4 \cos(54^\circ - \phi) + (d - d_1 - d_2 - d_3 - d_4) \cos(\phi - 18^\circ), (2-3.19)$$

$$(d_2 - d_1) \cos \phi + d_3 \sin(54^\circ + \phi) - d_4 \sin(54^\circ - \phi) + (d - d_1 - d_2 - d_3 - d_4) \sin(\phi - 18^\circ))$$

其中  $d_1 = \frac{R \cos 36^\circ}{\cos \phi}$ ,  $d_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ,  $d_3 = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$ ,

$$d_4 = \sqrt{(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2}$$

上列的  $x_1 \sim x_4$  和  $y_1 \sim y_4$  是光與五邊形光管各個反射面的交點，參考圖 2-9。

由上面的推導，從公式(2-3.2)~(2-3.19)可以分出對於固定的  $\phi$  改變  $\theta'$  會落在不同的區段( $d_1 \sim d_4$  和  $> d_4$ )， $d$  向量可以由公式(2-3.2)~(2-3.19)求得，如此對應不同  $\phi$  和  $\theta'$  的光能量落點皆可計算出。



### 2-3-3 光能量計算

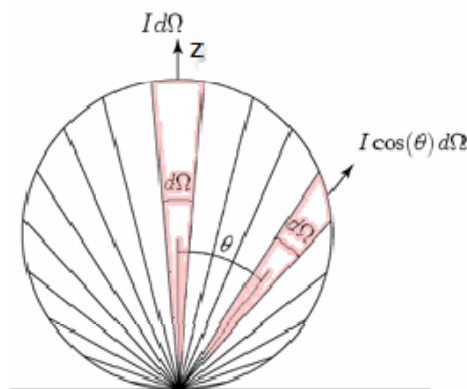


圖 2-10 Lambertian 光源強度和  $\theta$  的關係

假設五邊形光導管的折射率為  $n$ ，由斯乃爾定律可知  $\theta$  與  $\theta'$  的關係為：

$$1 \cdot \sin \theta = n \cdot \sin \theta' \quad (2-3.20)$$

由圖 2-10，我們假設在光入射面上，入射光線與  $z$  軸的夾角為  $\theta$ ，Lambertian 光源的強度和  $\theta$  的關係為：

$$I_i = I \cos \theta \quad (2-3.21)$$

光通量大小為：

$$d\Phi = I_i d\Omega \Rightarrow \Phi = \int I_i d\Omega \quad (2-3.22)$$

上述  $I$  為 Lambertian 光源中心處的光源強度大小，Lambertian 光源的特性是光強度隨著  $\theta$  的變化呈  $\cos \theta$  下降，中心光強度強而兩旁弱。光通量大小為光強度對立體角積分，也就是單位立體角內的光強度加總即為光通量。

圖 2-11 和圖 2-12 顯示單位立體角的計算方法，由圖 2-11 可知：

$$dA = r^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (2-3.23)$$

圖 2-12 顯示立體角大小為：

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi \quad (2-3.24)$$

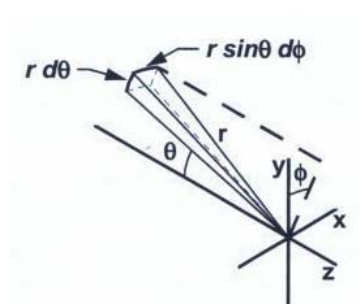


圖 2-11 球座標系統面積計算示意圖

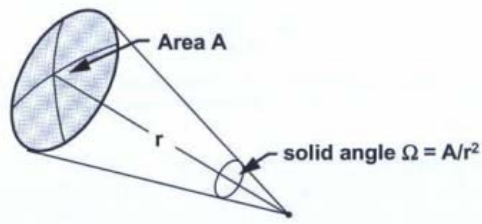


圖 2-12 立體角示意圖

若不考慮光導管和空氣界面的能量損耗，在固定  $\phi$  時每隔  $\Delta\theta$  我們發射一條光束線，此光束線傳遞到光導管出口面我們將之當作一個取樣點，位置如同 2-2-2 所述，由公式 (2-3.21)~(2-3.24) 可推導出取樣點的光能量大小應為：

$$d\Phi = I_i d\Omega = I_i \sin \theta d\theta d\phi = I \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi = I \cos \theta \sin \theta \cdot \Delta\theta \cdot \Delta\phi \quad (2-3.25)$$

若將光導管和空氣介面的能量損耗考慮進去，再入口面和出口面各有一個能量損耗的介面，光導管出口面的能量大小要修正為公式(2-3.25)再乘上兩個穿透係數 (transmittance)，穿透係數的計算在下面將會介紹。

我們知道可見光是電磁波的其中一小段波段，所以光具有電磁波的特性，電磁波可分為電場垂直入射面的 TE 波(垂直極化)和電場平行入射面的 TM 波(平行極化)，對於 TE 波和 TM 波會有不同的穿透係數，圖 2-13 和圖 2-14 顯示 TE 波與 TM 波在兩個介質介面的傳導示意[2-1]。

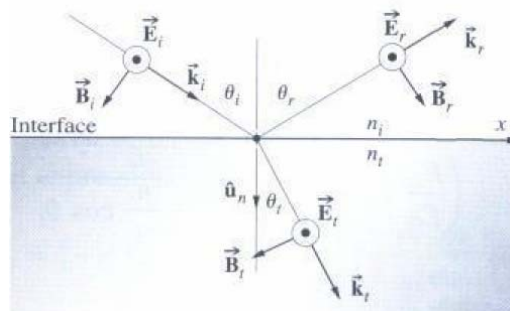


圖 2-13 TE 波部分折射部分反射示意圖

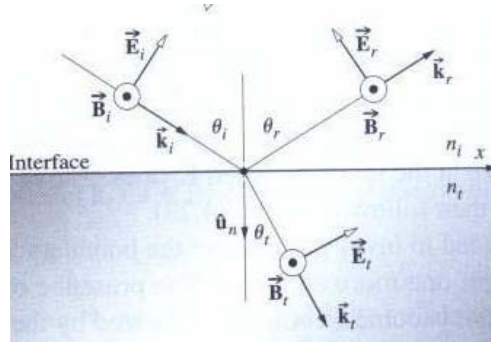


圖 2-14 TM 波部分折射部分反射示意圖

下面為 TE 波和 TM 波穿透係數的推導，其中  $t_{\perp}$  和  $t_{\parallel}$  為介質具有線性、等向性和均勻性的振幅穿透係數(amplitude transmission coefficient)， $T_{\perp}$  和  $T_{\parallel}$  為介質在不會吸收光能量的情況下所推導出的穿透係數，我們將入射光當作由一半 TE 波和一半 TM 波所組成的電磁波，所以入射光的穿透係數可以表示成公式(2-3.30)。

$$t_{\perp} \equiv \left( \frac{E_{ot}}{E_{oi}} \right)_{\perp} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} \quad (2-3.26)$$

$$T_{\perp} \equiv \left( \frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i} \right) t_{\perp}^2 \quad (2-3.27)$$

$$t_{\parallel} \equiv \left( \frac{E_{ot}}{E_{oi}} \right)_{\parallel} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i} \quad (2-3.28)$$

$$T_{\parallel} \equiv \left( \frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i} \right) t_{\parallel}^2 \quad (2-3.29)$$

$$T = \frac{T_{\perp} + T_{\parallel}}{2} \quad (2-3.30)$$

公式(2-3.26)~(2-3.29)中， $n_i$  為光入射的介質折射率， $n_t$  為光折射的介質折射率， $\theta_i$  和  $\theta_t$  分別為入射角和折射角。

由公式(2-3.26)~(2-3.30)我們可以算出在光導管入口面和出口面的穿透係數，我們分別稱之為  $T_{input}$  和  $T_{output}$ ，考慮部分反射部分折射的損耗後公式(2-3.25)應修正為：

$$\Delta\Phi = T_{input} \cdot T_{output} \cdot I \cos \theta \sin \theta \cdot \Delta\theta \cdot \Delta\phi \quad (2-3.31)$$

## 2-4 正方形光導管之二維傳遞路徑

在 2-3-2 節中提出了一種計算光線落點的方法，在本節中以正方形光導管為例子，提出另一種計算光線落點的方法用以簡化算則。

依循 2-3 節的方法，將光線在正方形光管中的傳遞路徑投影到光導管出口面，將光能量三維傳遞簡化為二維。在當光束線在光導管中傳遞時，遇到邊界時光束線會反射，上一節利用光反射定律去計算光路徑，在這節利用將光導管對反射面鏡射，而光束路徑延直線進行不轉折，在圖 2-15 是本方法的示意圖，在正方形 A 中顯示了原本光束線在光導管中進行路徑於光導管出口面投影，當光線碰到光導管邊緣時會反射，將反射線和光導管對反射面鏡射可以看到光束線直線進行，而反射線在正方形 A 中的相對位置可對應直線進行不轉折的光束線在正方形 B 中的位置，值得注意的是座標軸也會跟著鏡射，在圖中的情況是反射一次座標軸會上下顛倒一次。

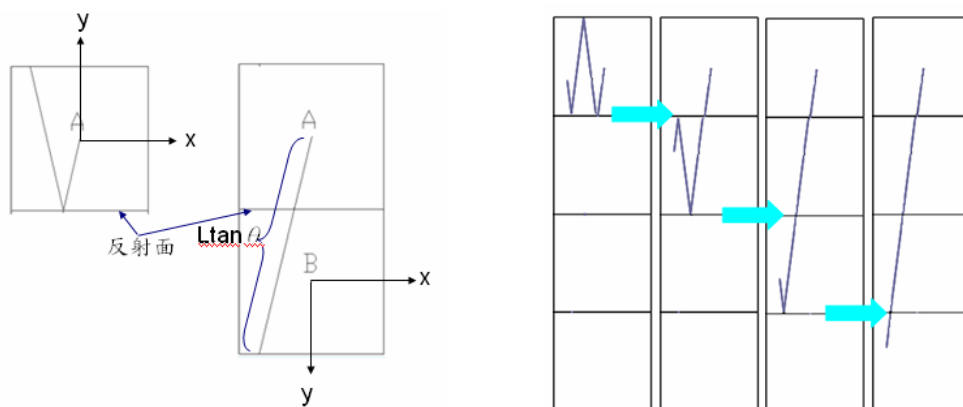


圖 2-15 正方形光導管二維能量傳遞光線鏡射示意圖

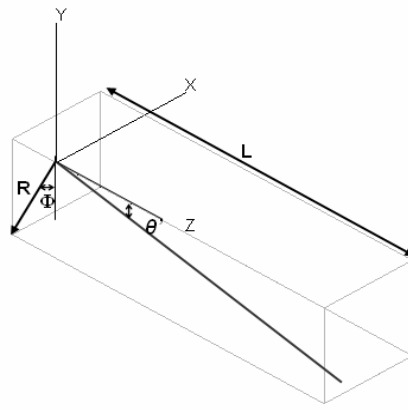
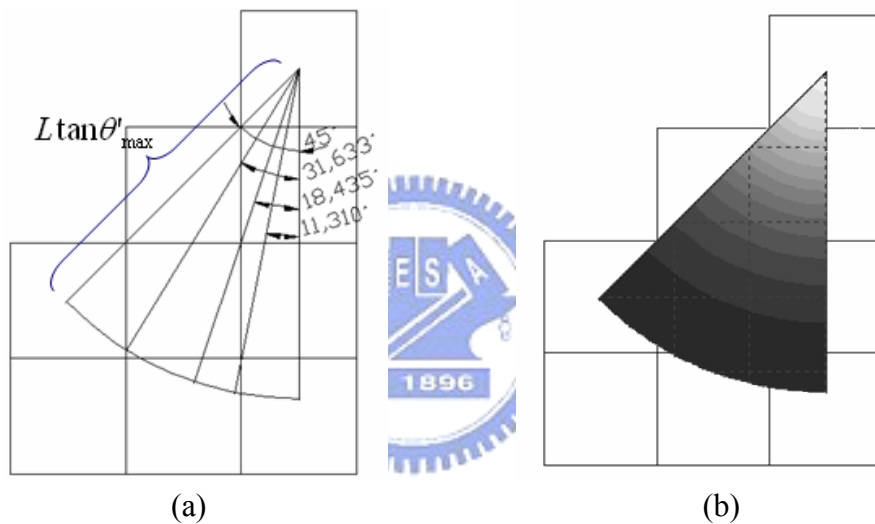


圖 2-16 正方形光導管三維孺量傳遞圖

參考圖 2-16，以下將以  $L/R=5$ （也就是長寬比為 5）的情況做數學推導。



(a)

(b)

圖 2-17 (a) 正方形光導管二維光線路徑分類示意圖

(b) 正方形光導管鏡射後的能量強度分布灰階圖

光線隨著  $\Phi$  的變化所走的路徑規則會跟著改變，在圖 2-17(a)以半徑為  $L \tan \theta'_{\max}$  畫  $45^\circ$  圓弧，以重複鏡射的正方形將圓弧所掃過的面積全部涵蓋，圓弧的涵蓋範圍即為  $0^\circ < \Phi < 45^\circ$  和  $0^\circ < \theta' < \theta'_{\max}$  所有光束線在光導管的分布情況，在固定  $\Phi$  下慢慢增加  $\theta'$  光會分布在不同的正方形內，依照增加  $\theta'$  時光經過不同正方形的順序可以將光線路徑規則分為四類，後面將會詳細說明。而光線的能量大小可以參考 2-3-3 節，圖 2-17(b)顯示了能量光和圓弧半徑的關係。此處因為正方形的對稱性所以只討論推導  $0^\circ < \Phi < 45^\circ$  的光線分布。



隨著  $\Phi$  的增加，光線路徑會依循不同的規則，圖 2-18(a)~圖 2-18(d)將光行進路徑分為四類：

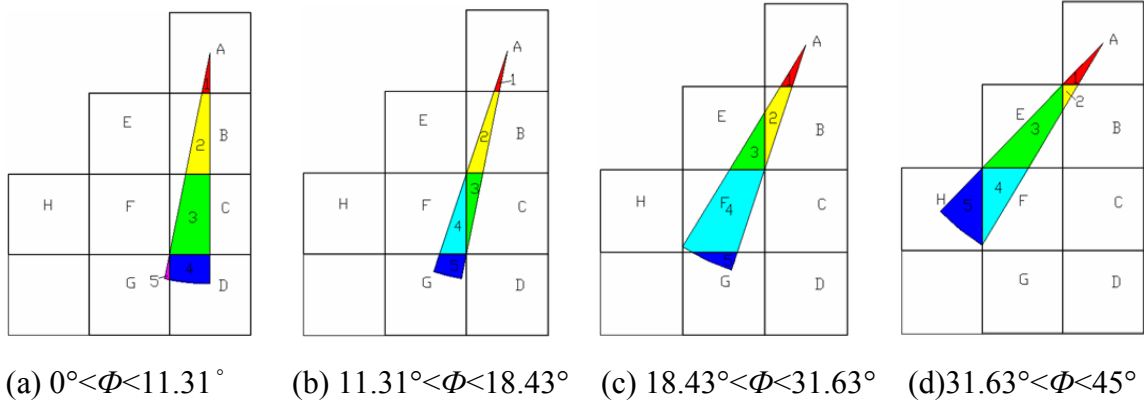


圖 2-18 正方形光導管光線路徑分類

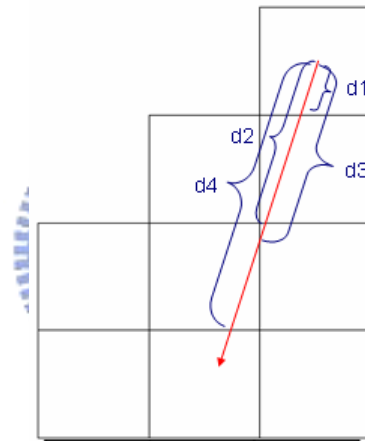


圖 2-19 邊界條件示意圖

以下為依不同路徑規則所推導的光線落點數學式，P 為特定  $\Phi$  和  $\theta'$  的光束線對於正方形 A 中心的向量， $2w$  為正方形邊長，A~H 為各個正方形中心的座標， $d1\sim d4$  為邊界條件如圖 2-19 所示。

$$P = (R\cos 45^\circ - L\tan\theta' \cdot \sin\phi, R\sin 45^\circ - L\tan\theta' \cdot \cos\phi)$$

$$w = R\sin 45^\circ$$

$$A = (R\sin 45^\circ, R\cos 45^\circ)$$

$$B = (R\sin 45^\circ, -R\cos 45^\circ)$$

$$C = (R\sin 45^\circ, -3R\cos 45^\circ)$$

$$D = (R\sin 45^\circ, -5R\cos 45^\circ)$$

$$E = (-R\sin 45^\circ, -R\cos 45^\circ)$$

$$F = (-R\sin 45^\circ, -3R\cos 45^\circ)$$

$$G = (-R\sin 45^\circ, -5R\cos 45^\circ)$$

$$H = (-3R\sin 45^\circ, -3R\cos 45^\circ)$$

**condition 1:**  $0^\circ < \phi < 11.31^\circ$ , 正方形  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow G$

$$\text{當 } 0 < d \leq d_1$$

$$\vec{d} = \vec{PA}$$

$$\text{當 } d_1 < d \leq d_2$$

$$\vec{d} = \vec{PB} \cdot (1, -1)$$

$$\text{當 } d_2 < d \leq d_3$$

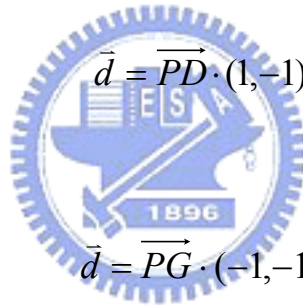
$$\vec{d} = \vec{PC}$$

$$\text{當 } d_3 < d \leq d_4$$

$$\vec{d} = \vec{PD} \cdot (1, -1)$$

$$\text{當 } d_3 < d \leq d_4$$

$$\vec{d} = \vec{PG} \cdot (-1, -1)$$



$$\text{其中 } d_1 = \frac{R \cos 45^\circ}{\cos \phi}, \quad d_2 = 3R \cos 45^\circ \sqrt{(1 + \tan^2 \phi)}, \quad d_3 = 5R \cos 45^\circ \sqrt{(1 + \tan^2 \phi)},$$

$$d_4 = R \cos 45^\circ \sqrt{(1 + \cot^2 \phi)}$$

**condition 2:**  $11.31^\circ < \phi < 18.43^\circ$ , 正方形  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow G$

$$\text{當 } 0 < d \leq d_1$$

$$\vec{d} = \vec{PA}$$

$$\text{當 } d_1 < d \leq d_2$$

$$\vec{d} = \vec{PB} \cdot (1, -1)$$

$$\text{當 } d_2 < d \leq d_3$$

$$\vec{d} = \overrightarrow{PC}$$

當  $d_3 < d \leq d_4$

$$\vec{d} = \overrightarrow{PF} \cdot (-1, 1)$$

當  $d_3 < d \leq d_4$

$$\vec{d} = \overrightarrow{PG} \cdot (-1, -1)$$

其中  $d_1 = \frac{R \cos 45^\circ}{\cos \phi}$

$$d_2 = 3R \cos 45^\circ \sqrt{1 + \tan^2 \phi}$$

$$d_3 = R \cos 45^\circ \sqrt{1 + \cot^2 \phi}$$

$$d_4 = 5R \cos 45^\circ \sqrt{1 + \tan^2 \phi}$$

**condition 3:**  $18.43^\circ < \phi < 31.63^\circ$ , 正方形  $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$

當  $0 < d \leq d_1$



$$\vec{d} = \overrightarrow{PA}$$

當  $d_1 < d \leq d_2$

$$\vec{d} = \overrightarrow{PB}$$

當  $d_2 < d \leq d_3$

$$\vec{d} = \overrightarrow{PE} \cdot (-1, -1)$$

當  $d_3 < d \leq d_4$

$$\vec{d} = \overrightarrow{PF} \cdot (-1, 1)$$

當  $d_3 < d \leq d_4$

$$\vec{d} = \overrightarrow{PG} \cdot (-1, -1)$$

其中  $d_1 = \frac{R \cos 45^\circ}{\cos \phi}$

$$d_2 = R \cos 45^\circ \sqrt{(1 + \cot^2 \phi)}$$

$$d_3 = 3R \cos 45^\circ \sqrt{(1 + \tan^2 \phi)}$$

$$d_4 = 5R \cos 45^\circ \sqrt{(1 + \tan^2 \phi)}$$

**condition 4:**  $31.63^\circ < \phi < 45^\circ$  , 正方形  $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow H$

當  $0 < d \leq d_1$

$$\vec{d} = \vec{PA}$$

當  $d_1 < d \leq d_2$

$$\vec{d} = \vec{PB} \cdot (1, -1)$$

當  $d_2 < d \leq d_3$

$$\vec{d} = \vec{PE} \cdot (-1, -1)$$

當  $d_3 < d \leq d_4$

$$\vec{d} = \vec{PF} \cdot (-1, 1)$$

當  $d_3 < d \leq d_4$

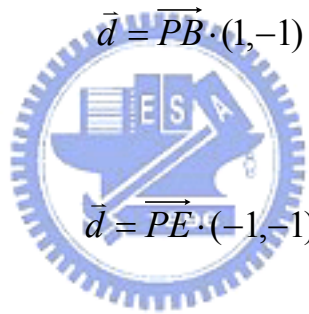
$$\vec{d} = \vec{PH}$$

其中  $d_1 = \frac{R \cos 45^\circ}{\cos \phi}$

$$d_2 = R \cos 45^\circ \sqrt{(1 + \cot^2 \phi)}$$

$$d_3 = 3R \cos 45^\circ \sqrt{(1 + \tan^2 \phi)}$$

$$d_4 = 3R \cos 45^\circ \sqrt{(1 + \cot^2 \phi)}$$



這個方法雖然比較簡化，但是五邊形不適用此法，其原因乃是五邊形無法成功地鏡射而不互相重疊，而三角形和六邊形是可以使用此方法求光導管落點的，如圖 2-20 所示。

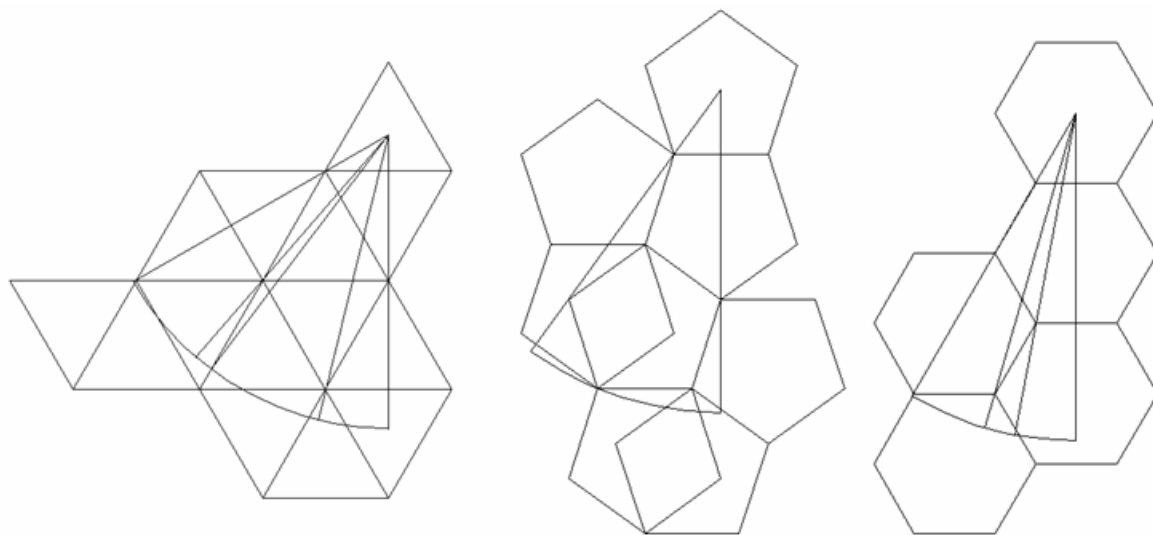


圖 2-20 三角形、五邊形和六邊形的展開



## 2-5 小結

在本章提出推導多邊形光導管在出口面的能量分布，希望可以將多邊形光導管的能量分布以數學式表達之，在前面的推導中將光導管的長寬比設定為 5，而光導管為折射率 1.49 的塑膠材質，分別以五邊形和正方形光導管為例提出了兩個計算方法，目的希望能夠簡化算則，並且證明五邊形光導管能量分布是不均勻的，而正方形是均勻的，在第三章將會列出三角形到六邊形還有圓形長直光導管的能量分布計算結果，這個結果將與模擬和實驗結果相對照。

## 第三章 計算、模擬與實驗結果

本章將第二章的理論推導數學式用數學軟體 MATLAB 來將數學式計算出結果，並將結果用 excel 畫出統計分析圖，並且用 TracePro 做光束模擬，將模擬出的 RGB 影像放進 MATLAB 做影像處理取出模擬圖片中的強度大小，最後實際做出與模擬和計算尺寸還有符合模擬條件的光源做實驗，將實驗所得的影像用數位相機拍下並且用 MATLAB 做影像處理，最後將計算、模擬與實驗結果相比較，並且就一些差異和出乎意料之外的現象做討論。

本章目錄：

3-1. 五邊形光導管能量分布之 MATLAB 計算方法與結果

3-2. 模擬結果

3-3. 實驗結果

3-3-1 實驗介紹

3-3-2 實驗結果分析

3-4. 計算、實驗與模擬結果之比較



### 3-1 五邊形光導管能量分布之 MATLAB 計算方法與結果

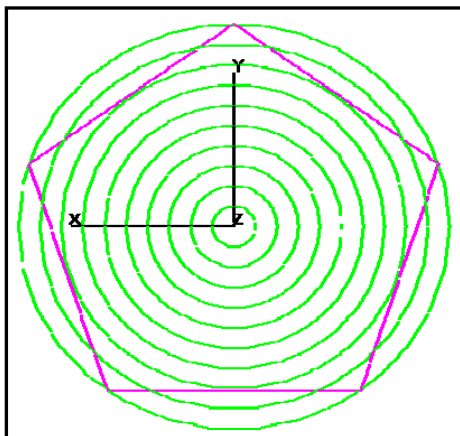


圖 3-1 計算面積

position (mm)	光能量 (W)	irradiance (W/mm <sup>2</sup> )	area (mm <sup>2</sup> )	position (mm)	光能量 (W)	irradiance (W/mm <sup>2</sup> )	area (mm <sup>2</sup> )	position (mm)	光能量 (W)	irradiance (W/mm <sup>2</sup> )	area (mm <sup>2</sup> )
0.25	79.35843	101.0421	0.7854	3.75	211.0909	17.91791	11.781	7.25	426.7585	18.73638	22.777
0.75	101.1201	42.91659	2.3562	4.25	219.6104	16.44775	13.352	7.75	390.1002	16.02252	24.347
1.25	121.6108	30.96786	3.927	4.75	231.2853	15.49858	14.923	8.25	295.5589	15.75558	18.759
1.75	143.26	26.05769	5.4978	5.25	242.1267	14.68057	16.493	8.75	169.0554	16.13432	10.478
2.25	154.7147	21.8876	7.0686	5.75	253.5248	14.03481	18.064	9.25	89.86417	15.81197	5.6833
2.75	168.8534	19.54457	8.6394	6.25	297.3176	15.14222	19.635	9.75	27.85149	15.62496	1.7825
3.25	266.79	26.13026	10.21	6.75	325.3774	15.34365	21.206				

表 3-1 計算結果

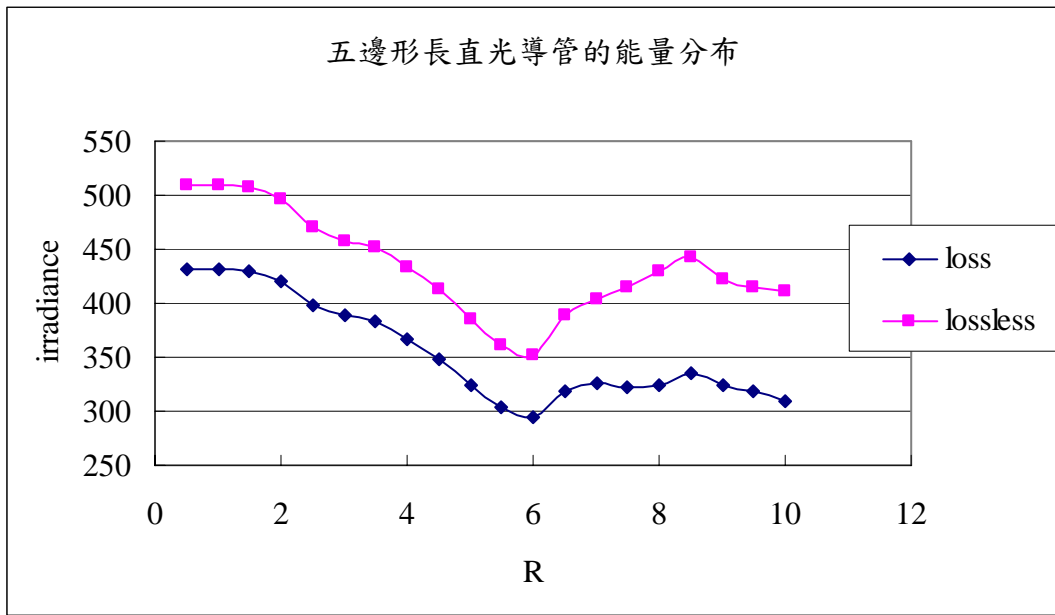


圖 3-2 五邊形長直光導管的照度分佈計算結果

這節以五邊形光導管為例，由第二章推導數學式算出能量大小，將能量轉換為照度，而照度(irradiance)=能量(power)/面積(area)，用數學式計算的能量相加除以面積就可以求得照度。圖 3-1 即計照度所需要用到的面積，此面積即是五邊形和圓環交集的面積，在這裡將五邊形的能量分布當成圓對稱所以以這種方式計算，從表一可以看到五邊形光管照度的計算結果。圖 3-2 為計算出的五邊形光導管照度分布圖，其中分為兩條曲線，一條是有計算入口面和出口面的能量損耗，另一條則沒有，這裡是為了看出能量的損耗對出口面的能量分布有什麼影響，兩者之間分布趨勢差異不大，都可以看出中央能量集中而中段減弱之後又變強。以上的計算是用 MATLAB，每 0.5 度取一點， $\phi$  從 0 度到 36 度而  $\theta$  由 0 度到 39 度，共有約兩萬個取樣點，增加取樣點各數可以增加計算的精確度。

圖 3-3~圖 3-7 是三角形、正方形、五邊形、六邊形和圓形長直光導管的計算結果，假設外接圓半徑皆為 2cm，長度皆為 10cm，也就是固定長寬比為 5 時對各種幾何形狀的光導管作計算，計算方法如同上一章，這裡的分析都是將各個光導管的能量分布當成圓對稱，能量分為 20 個區間，故每個區間的能量為每個區域範圍內個別的平均值。



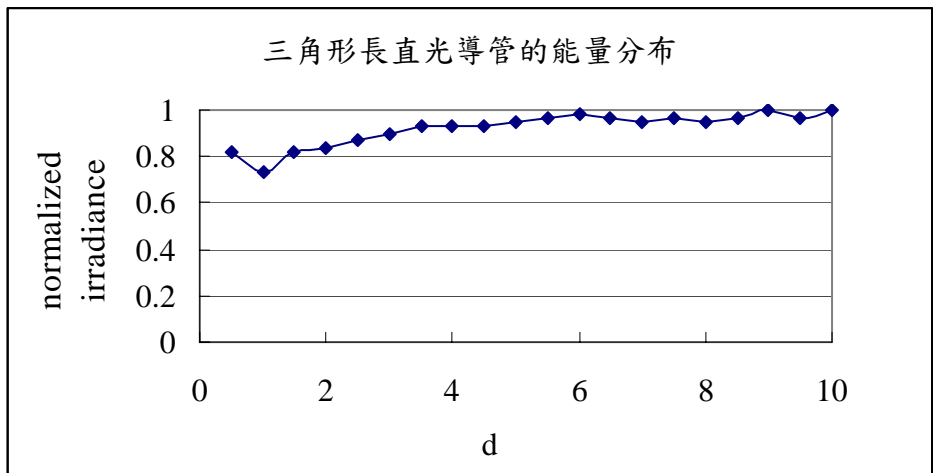


圖 3-3 三角形長直光導管的照度分佈計算結果

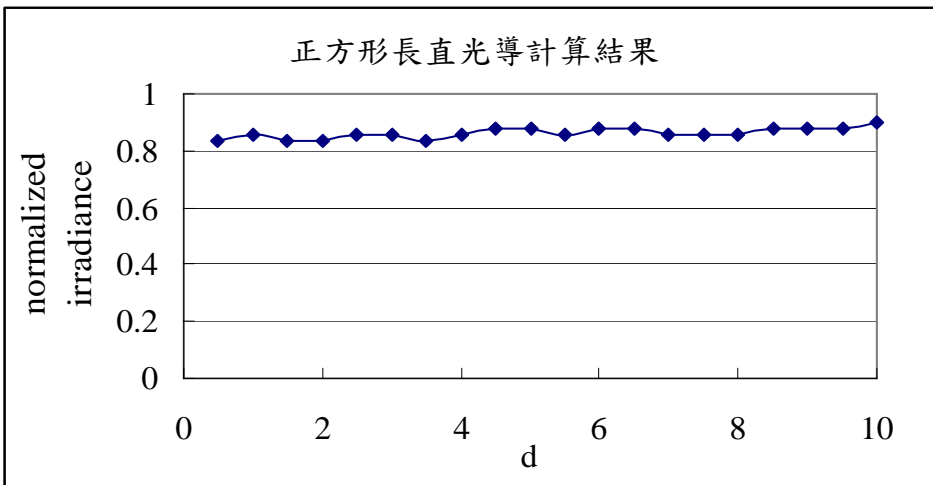


圖 3-4 正方形長直光導管的照度分佈計算結果

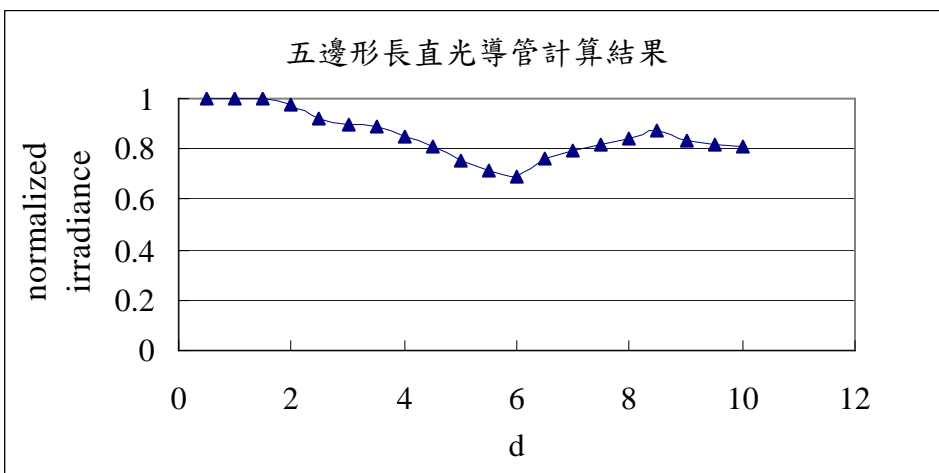


圖 3-5 五邊形長直光導管的照度分佈計算結果

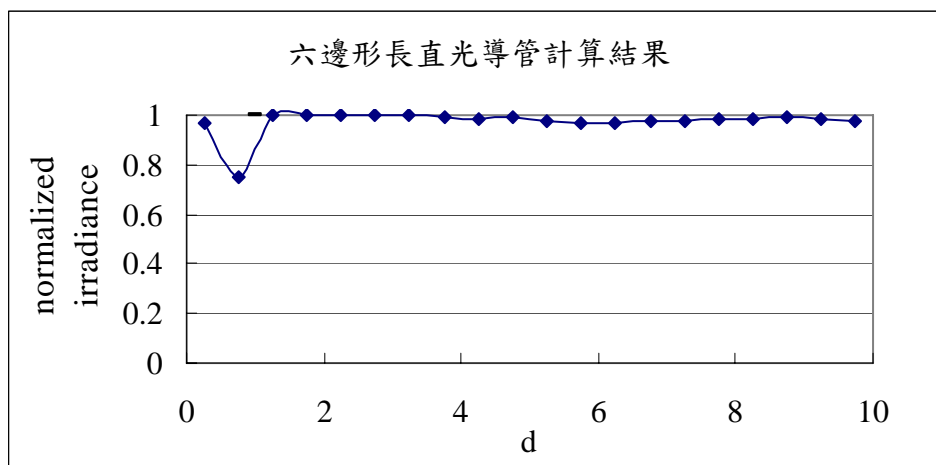


圖 3-6 六邊形長直光導管的照度分佈計算結果

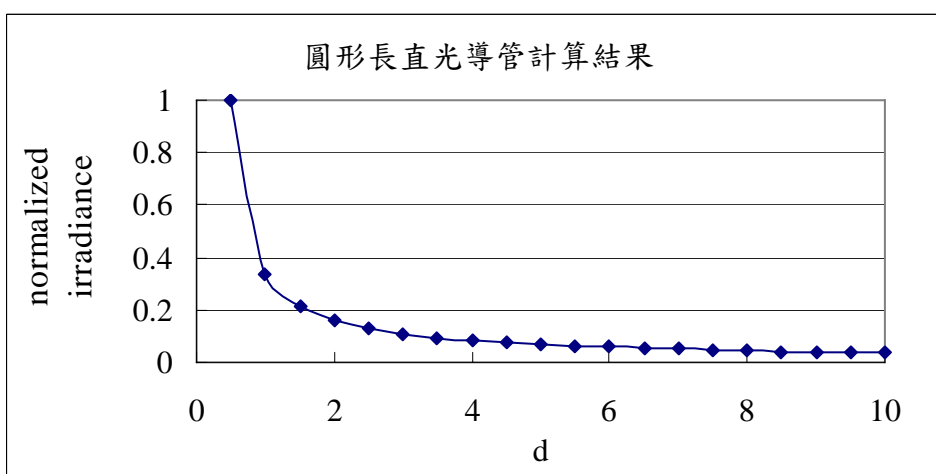


圖 3-7 三角形長直光導管的照度分佈計算結果

由上面的結果可以看到計算出來跟理論上相符，在三角形、正方形和六邊形光導管中設定長寬比為 5 時的能量分布為均勻的，五邊形和圓形光導管則是能量分布不均的情況。

### 3-2 模擬結果

在 TracePro 模擬裡面，設定多邊形光導管的外接圓半徑為 2cm，而長度為 10cm，材質為折射率 1.49 的壓克力，光源的大小為邊長 4mm 的發光面，設定 RGB 三種波長，

光束線為每種波長各 100 萬條；收光面設為 RGB 顯示並將 smoothing 開啟，Map Count 等於 30，收光面的設定將會影響我們所看到的圖。請參考圖 3-8[3-1]。

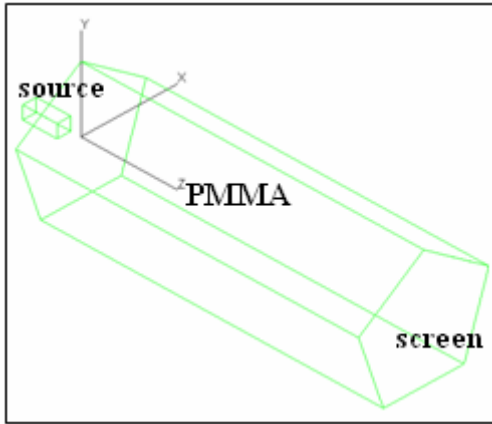


圖 3-8(a)模擬配置圖

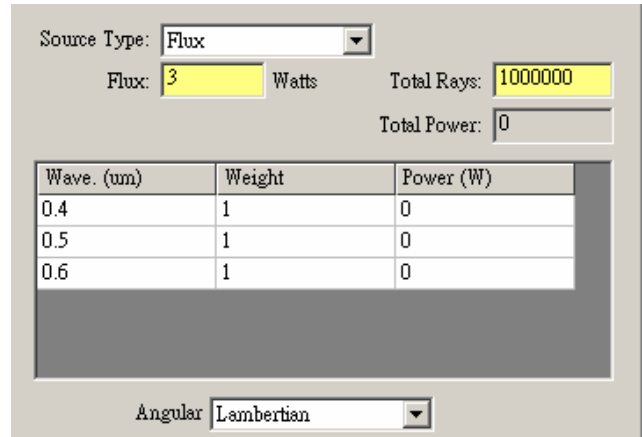


圖 3-8(b) 模擬光源設定

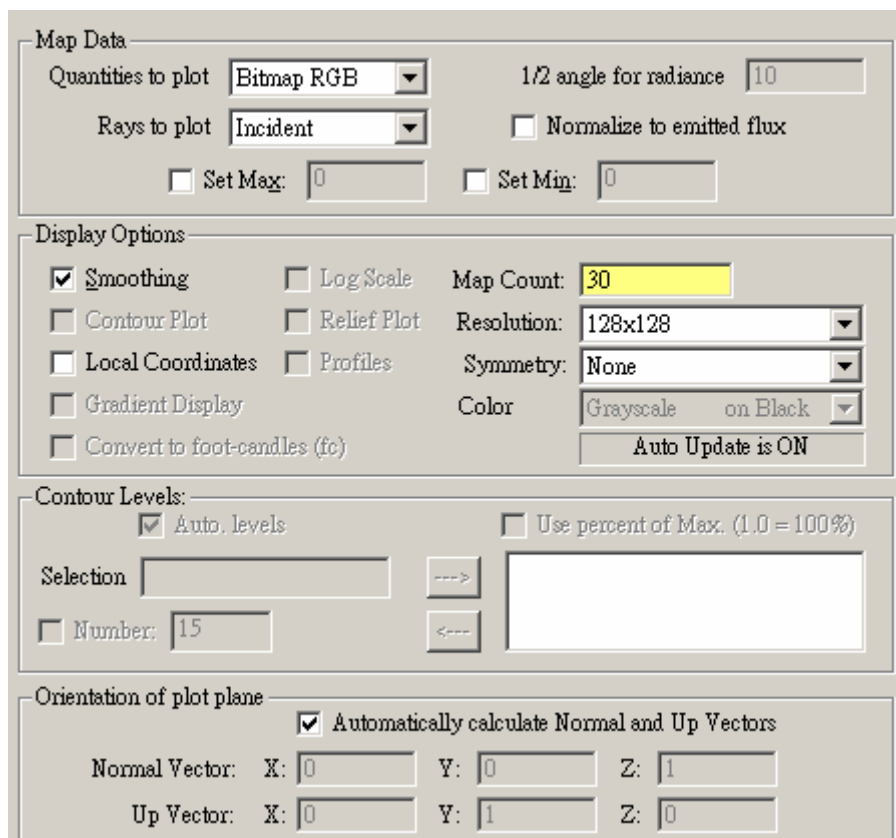


圖 3-8(c) 收光面設定

圖 3-9~圖 3-13 為多邊形光導管出口面能量分布的模擬結果，圖(a)皆為 RGB 顯示的

結果；圖(b)為將圖(a)用 MATLAB 取出光強度大小並畫出光強度分布的立體圖[3-2]，在這裡 MATLAB 將圖(a)分割為 40X40 的矩陣，即為將圖取出 40X40 個取樣點，取樣點內的強度大小為取樣區塊內強度平均的結果；圖(c)為圖(a)中黑色箭號上的強度分布，d 為重外接圓圓心與每個取樣點的間的距離，這樣可以看出強度的曲線趨勢。

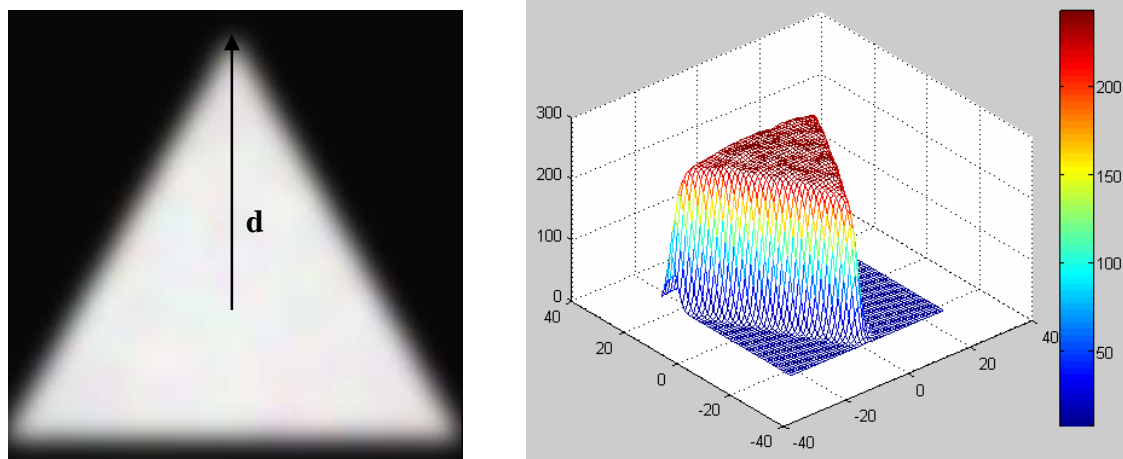


圖 3-9(a) 三角形光導管模擬結果

圖 3-9(b) MATLAB 強度分析

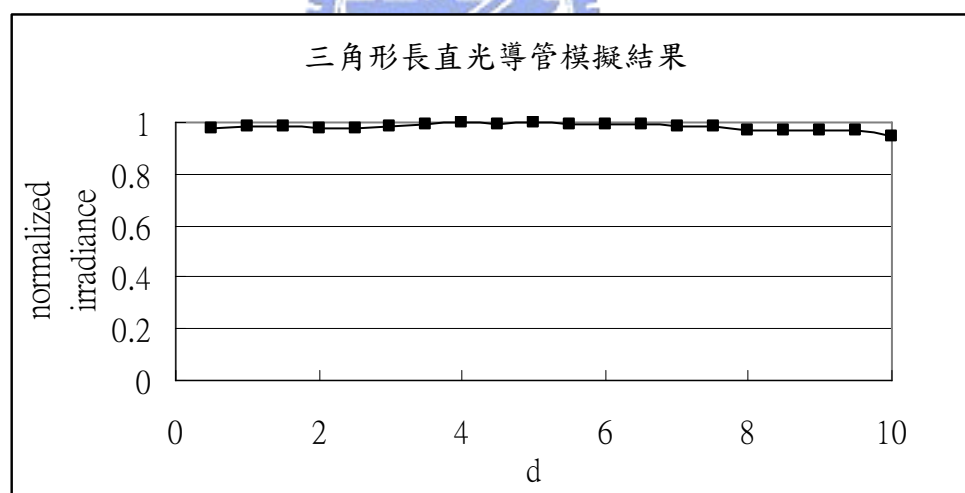


圖 3-9(c) 三角形光導管模擬結果強度歸一化分析

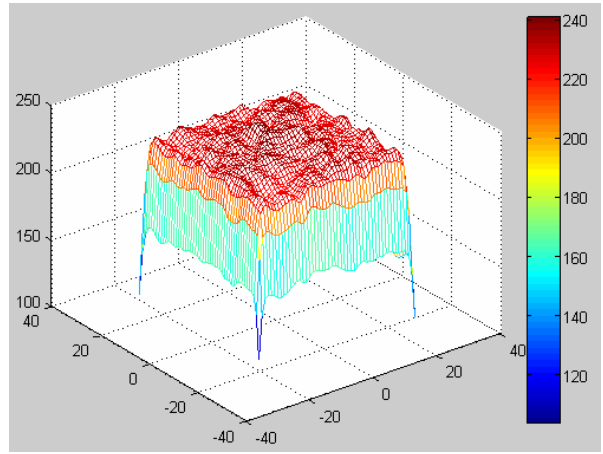
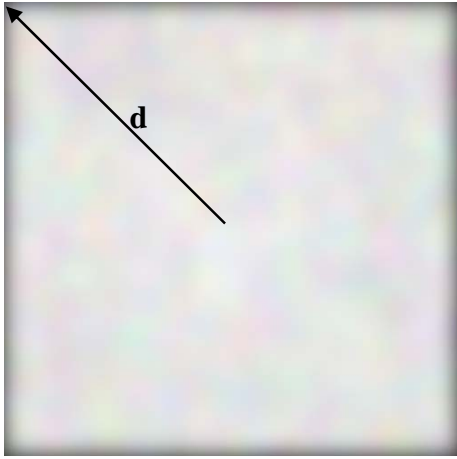


圖 3-10(a) 正方形光導管模擬結果

圖 3-10 (b) MATLAB 強度分析

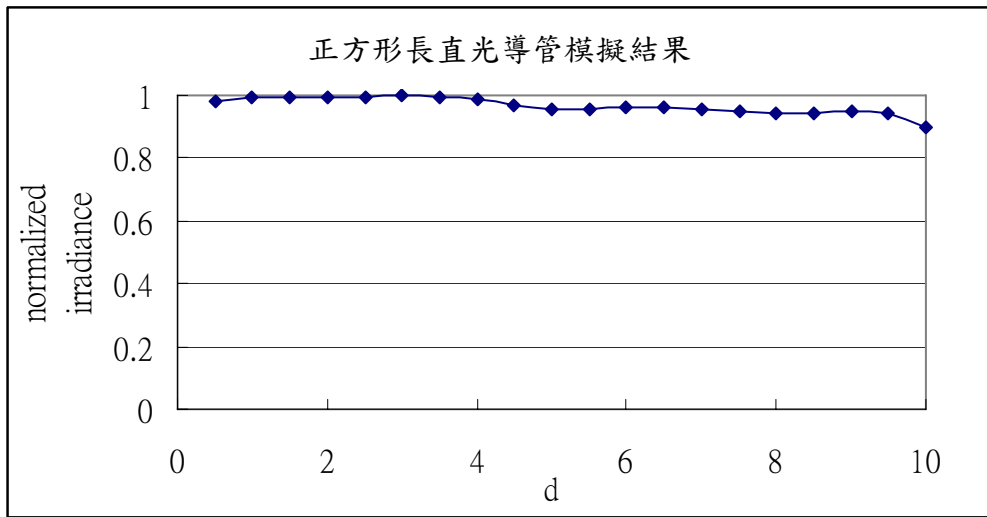


圖 3-10(c) 正方形光導管模擬結果強度歸一化分析

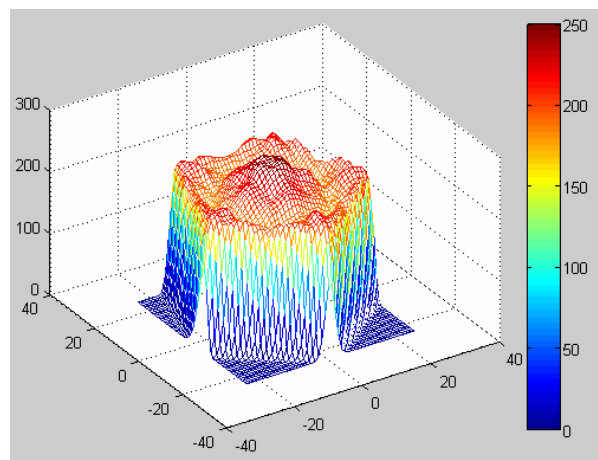
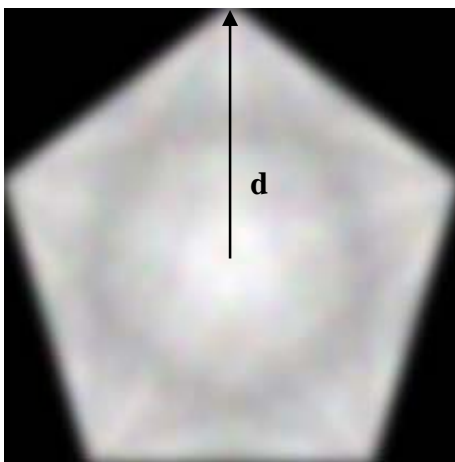


圖 3-11(a) 五邊形光導管模擬結果

圖 3-11(b) MATLAB 強度分析

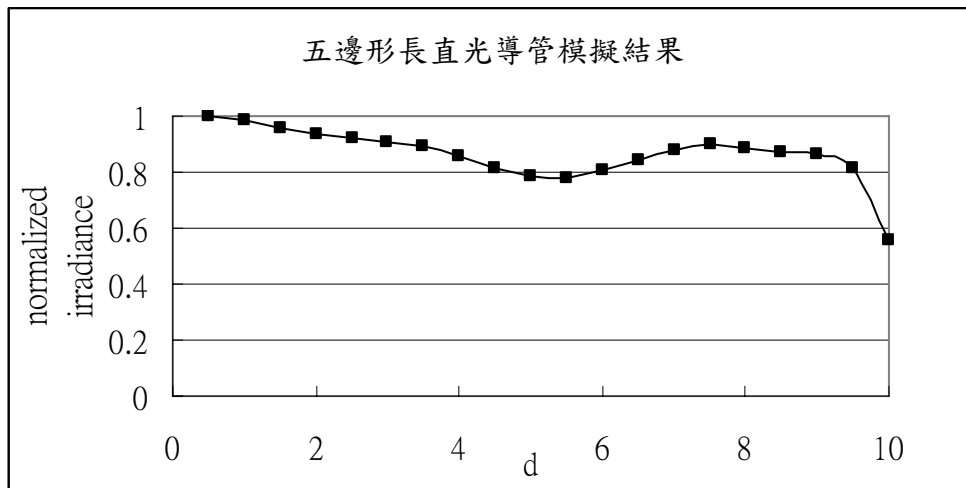


圖 3-11(c) 五邊形光導管模擬結果強度歸一化分析

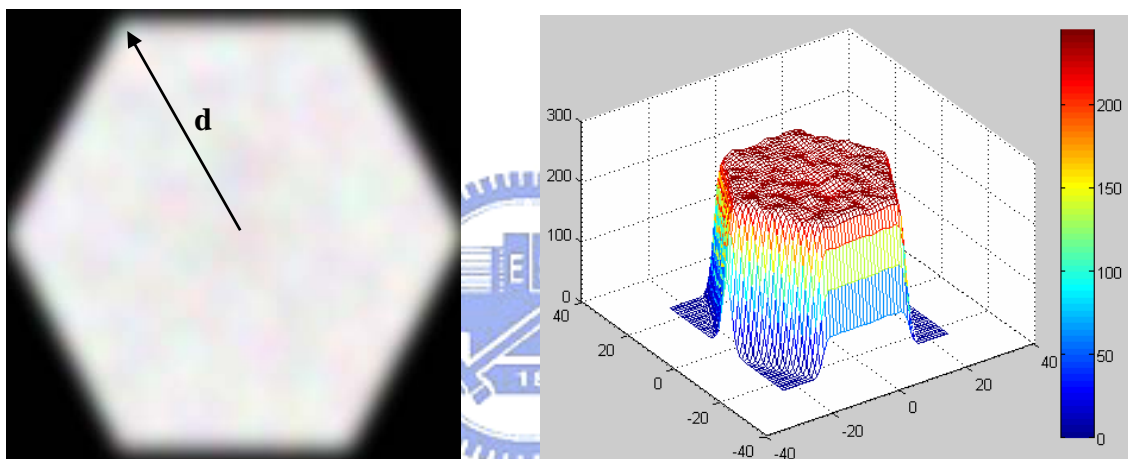


圖 3-12(a) 六邊形光導管模擬結果

圖 3-12(b) MATLAB 強度分析

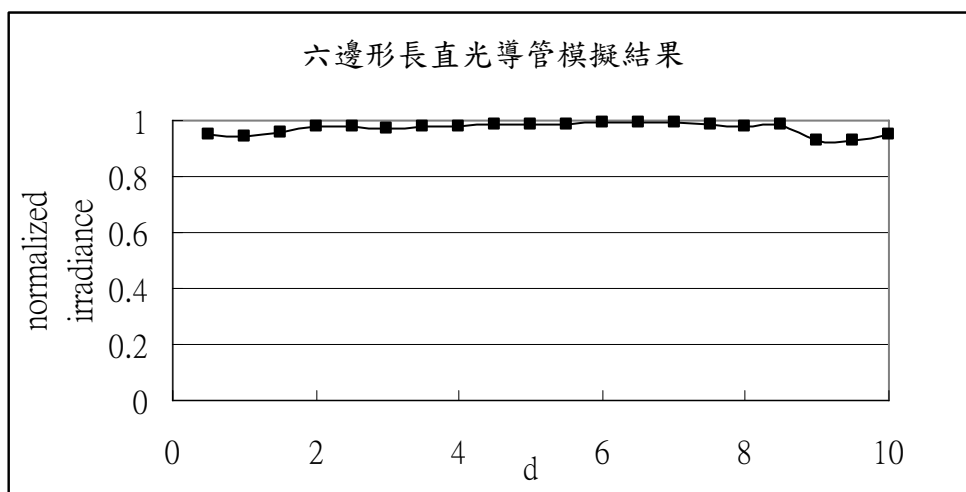


圖 3-12(c) 六邊形光導管模擬結果強度歸一化分析

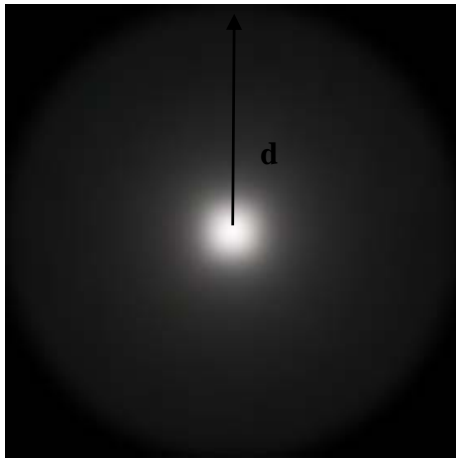


圖 3-13(a) 圓形光導管模擬結果

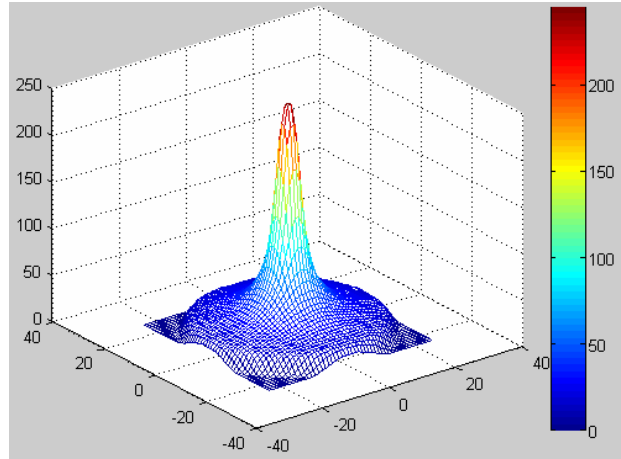


圖 3-13(b) MATLAB 強度分析

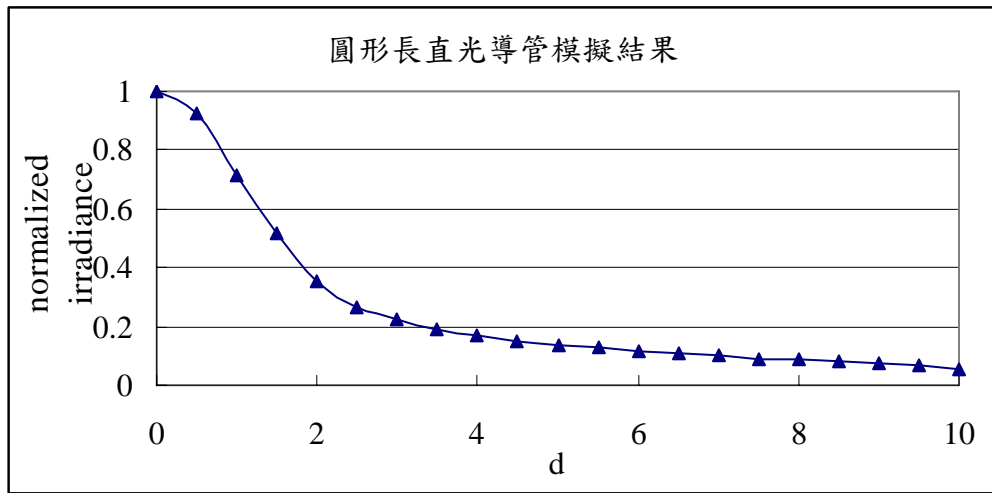


圖 3-13(c) 圓形光導管模擬結果強度歸一化分析

以上的結果如同預期，但值得注意的是五邊形的 RGB 顯示出口面的光形成一個有趣的圖案，我們可以看到五邊形中央有個很亮的小圓，從這個小圓延伸出五個三角形狀的亮帶到五邊形的五個角上，整個形狀看起來像一個五芒星(五個尖角的星形)。圓形也如同預期會有熱點的存在(hot spot)。

### 3-3 實驗結果

#### 3-3-1 實驗介紹

圖 3-14 為實驗的裝置，光源實際的大小大約為 4mmX4mm，顏色為白光，場形為 Lambertian。光導管材質為壓克力(PMMA)，折射率為 1.49，光導管外接圓半徑為 2cm，長為 10 公分，光源光導管的比例約為 1/10。實驗配置如同 TracePro 模擬，參考圖 4-1(b)，將光源貼近並對準光導管入口面的中心，並且在出口面擺放白紙或者是散光片，擺放白紙或散光片的目的是讓光能量可以被打散，如此我們在光導管的出口面才不會看到光源的像，也可以清楚看到光導管出口面的能量分布，最後用相機將出口面能量分布拍下來，將拍下的圖片用 MATLAB 分析圖片上的能量分布。

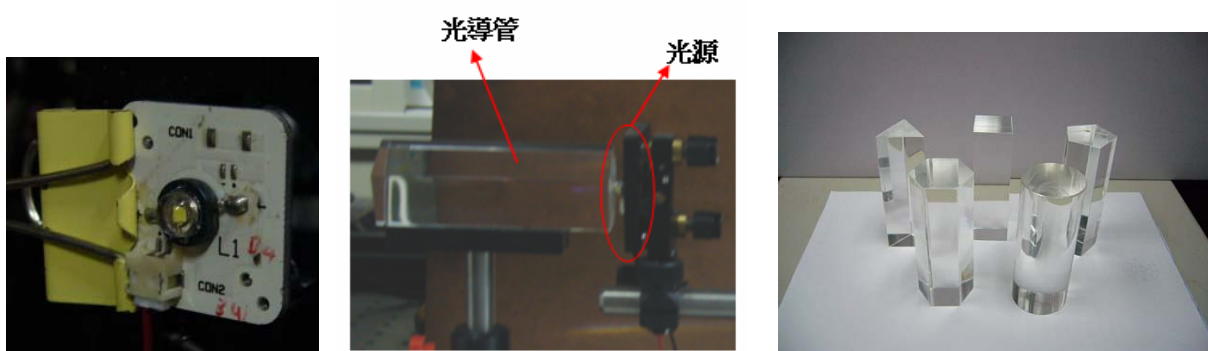


圖 3-14 (a)光源外觀

圖 3-14 (b)實驗配置圖

圖 3-14 (c)壓克力多邊形光導管

在這邊需要特別注意的是，第一章裡介紹的多邊形長直光導管能量分布的模擬，是將光源當做點光源，但在實驗中很難找到點光源，所以後面會把光源放大到跟實際大小一樣，後面的章節將會有實驗分析數據、理論計算結果和模擬分析結果的比較。

### 3-3-2 實驗結果分析

這裡將實驗拍下的照片，用 MATLAB 軟體將圖片分為 64 層灰階，也就是把照片中的能量從 0~64 分級，照片會變成一個矩陣，矩陣的每個元素代表所對應圖片中位置的能量大小，取照片中間的垂直線做能量分析，並且畫出與矩陣中每個元素相對應的立體能量分布圖，請參見圖 3-15~圖 3-19。



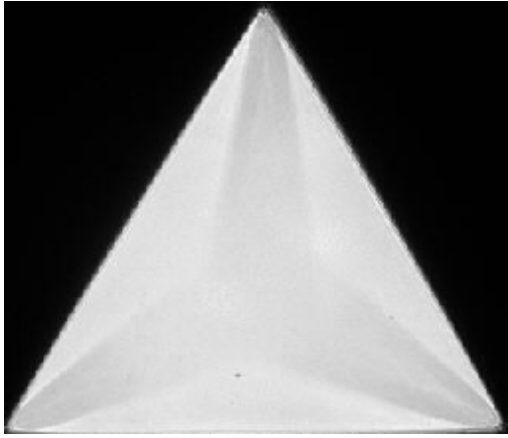


圖 3-15(a) 三角形光導管實驗結果

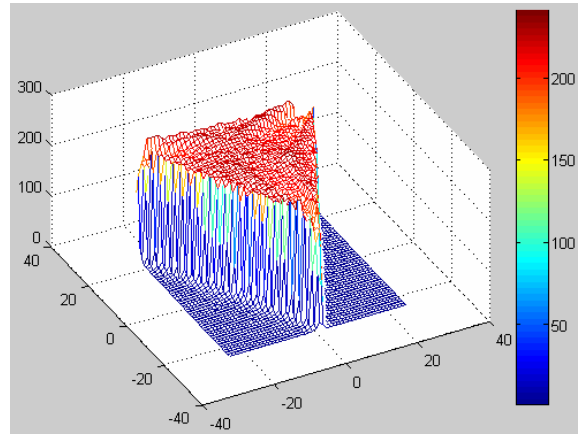


圖 3-15 (b) MATLAB 強度分析

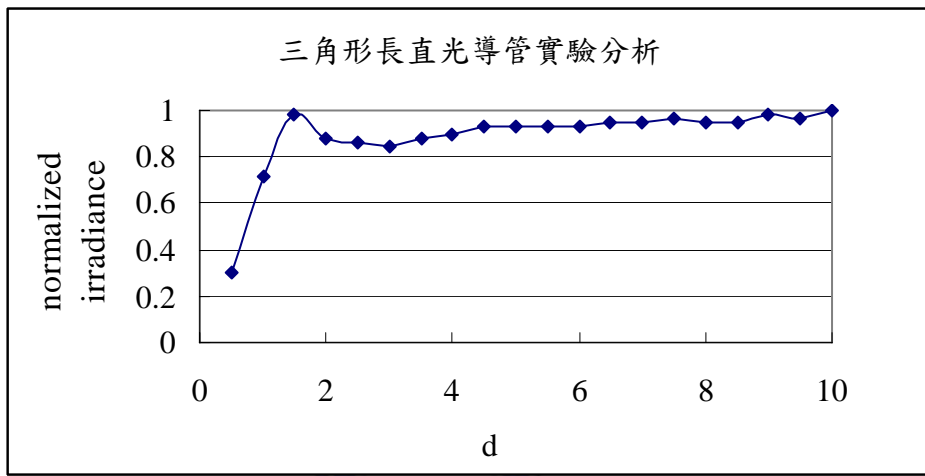


圖 3-15(c) 三角形光導管實驗結果強度歸一化分析

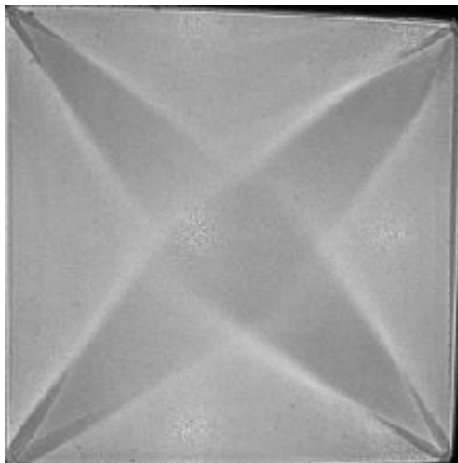


圖 3-16(a) 正方形光導管實驗結果

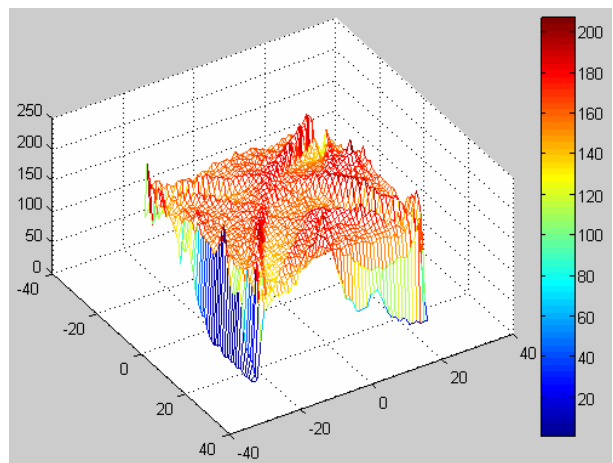


圖 3-16 (b) MATLAB 強度分析

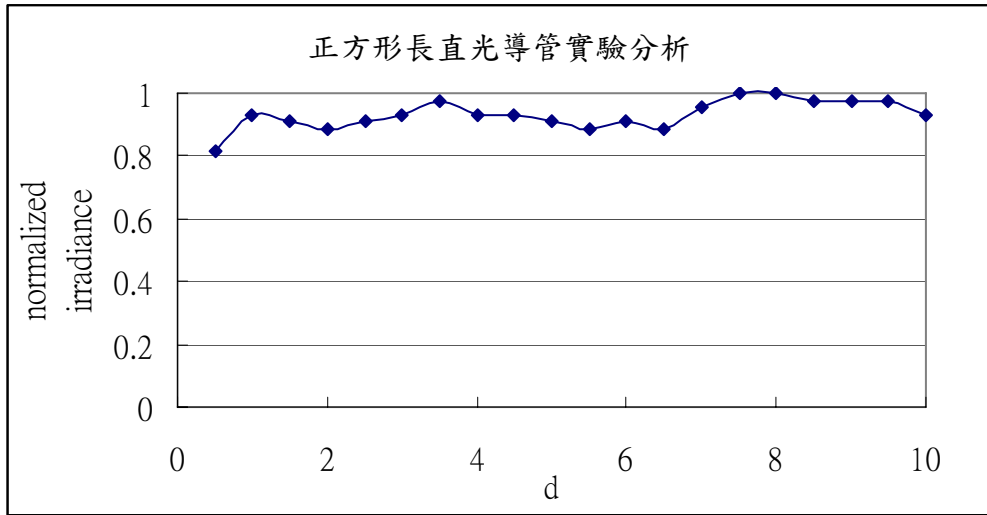


圖 3-16(c) 正方形光導管實驗結果強度歸一化分析

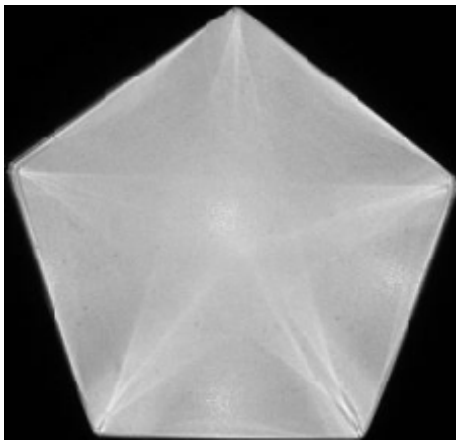


圖 3-17(a) 五邊形光導管實驗結果

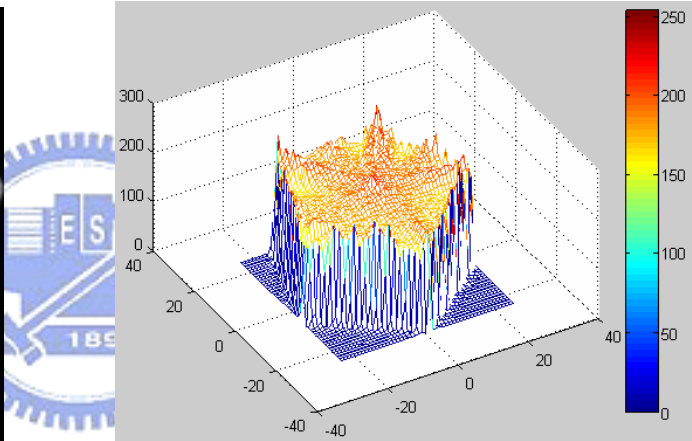


圖 3-17(b) MATLAB 強度分析

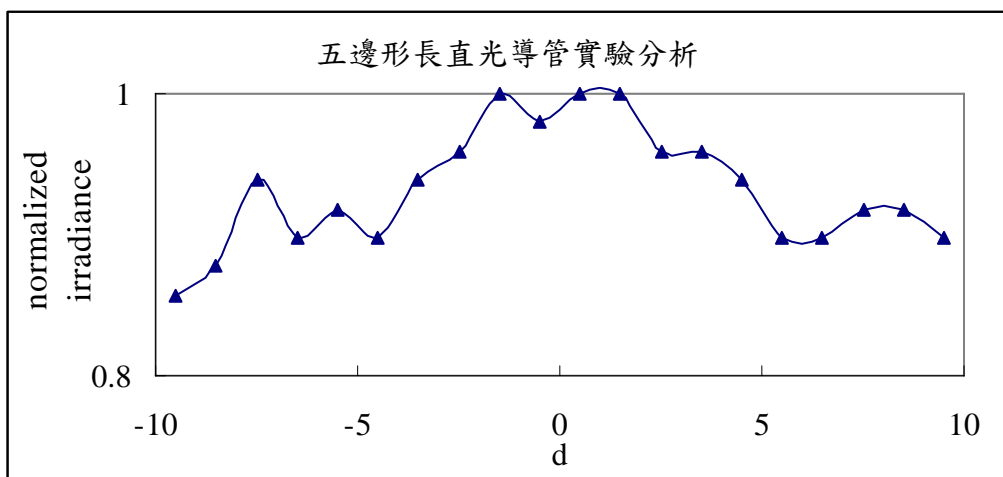


圖 3-17(c) 五邊形光導管實驗結果強度歸一化分析

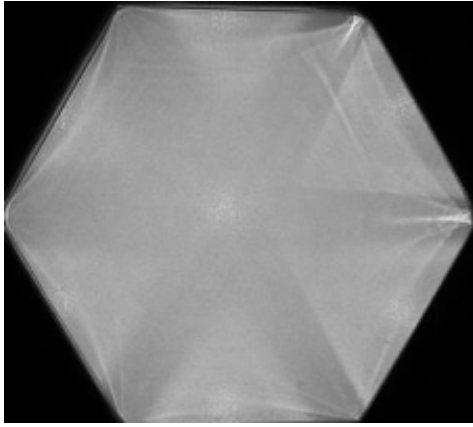


圖 3-18 (a) 六邊形光導管實驗結果

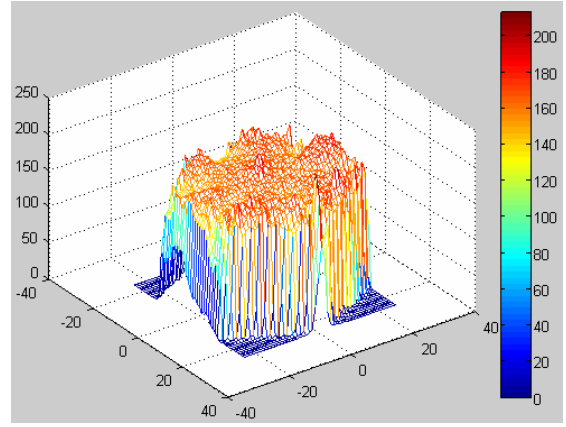


圖 3-18(b) MATLAB 強度分析

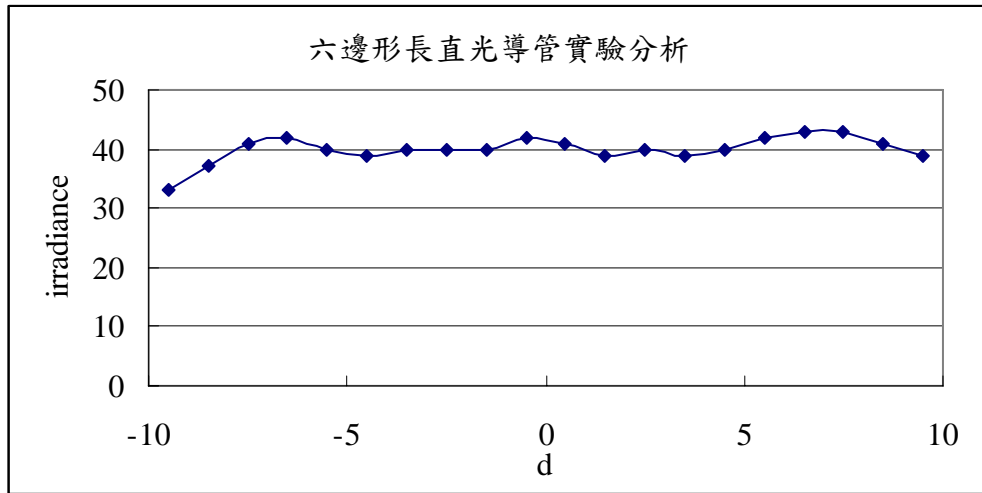


圖 3-18(c) 六邊形光導管實驗結果強度歸一化分析

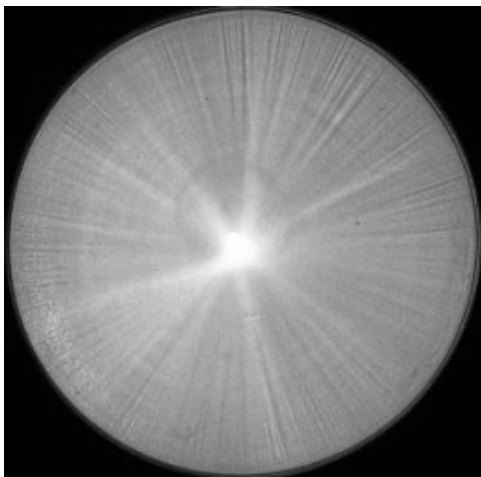


圖 3-19(a) 圓形光導管實驗結果

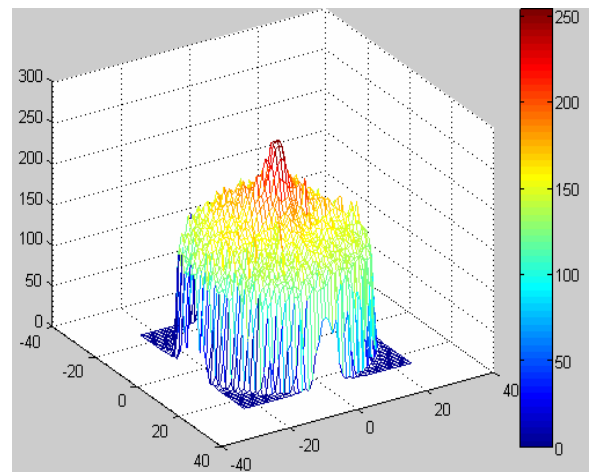


圖 3-19(b) MATLAB 強度分析

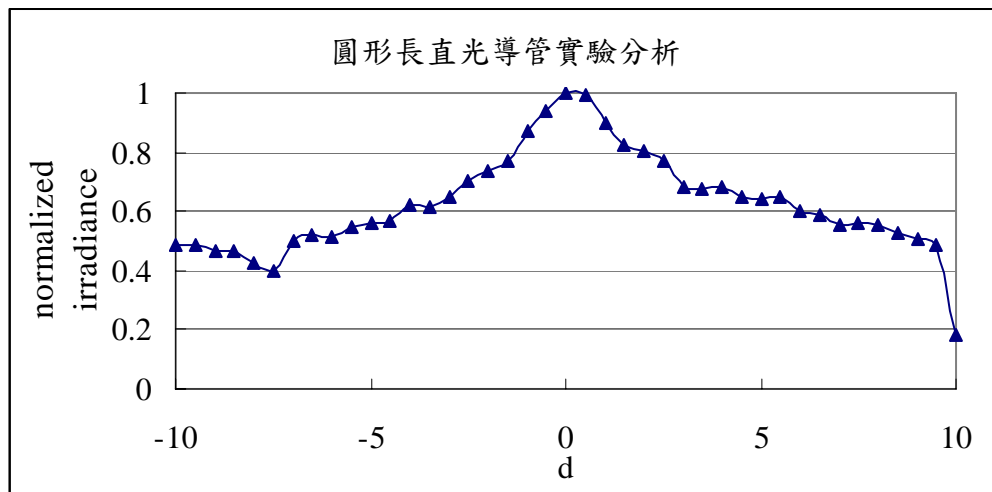


圖 3-19(c) 圓形光導管實驗結果強度歸一化分析

從上面的圖片中我們可以看到五邊形和圓形光導管在模擬中有能量分布不均的情況，並且再五邊形光導管的模擬結果隱約可以看到五芒星，這個跟實驗結果頗為類似，而圓形光導管在模擬中可以看到中央亮點較實驗為大。三角形、正方形和六邊形光導管在 TracePro 模擬中都是均勻的，但在實驗中可以看到三角形有三芒星，正方形有四芒星而六邊形有六芒星，似乎在光導管尖角的地方會出現較暗的能量分布，但五邊形在尖角的地方反而是形成較亮的能量分布，這是個非常有趣的現象，這個現象也許會是五邊形光導管會有中間能量集中原因。

### 3-4 計算、實驗與模擬結果之比較

在這一小節裡，會將模擬結果、理論計算結果與實驗結果相比較，並探討其差異之所在。

圖 3-20~圖 3-24 顯示了三角形、正方形、五邊形、六邊形與圓形長直光導管的能量在模擬計算與實驗裡面的分布，這裡將前面的結果歸納比較，三種結果的曲線分別由 MATLAB 做運算還有影像分析，從外接圓圓心到外接圓的能量剖面分布都是取 20 個取樣點，並把三種能量分布都做了歸一化的處理。

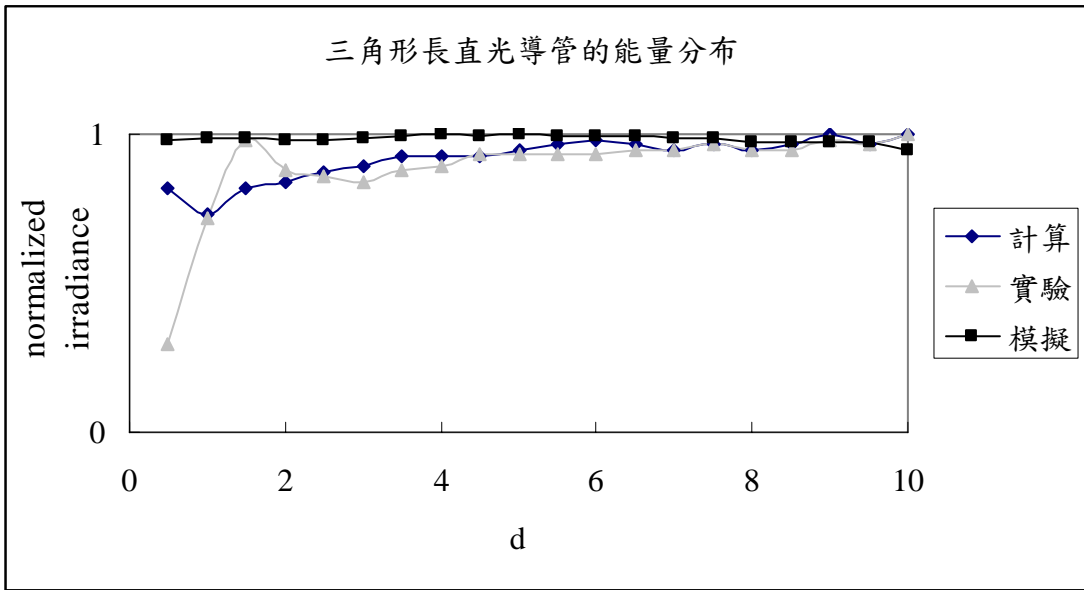


圖 3-20 三角形光導管出口面能量分布結果比較

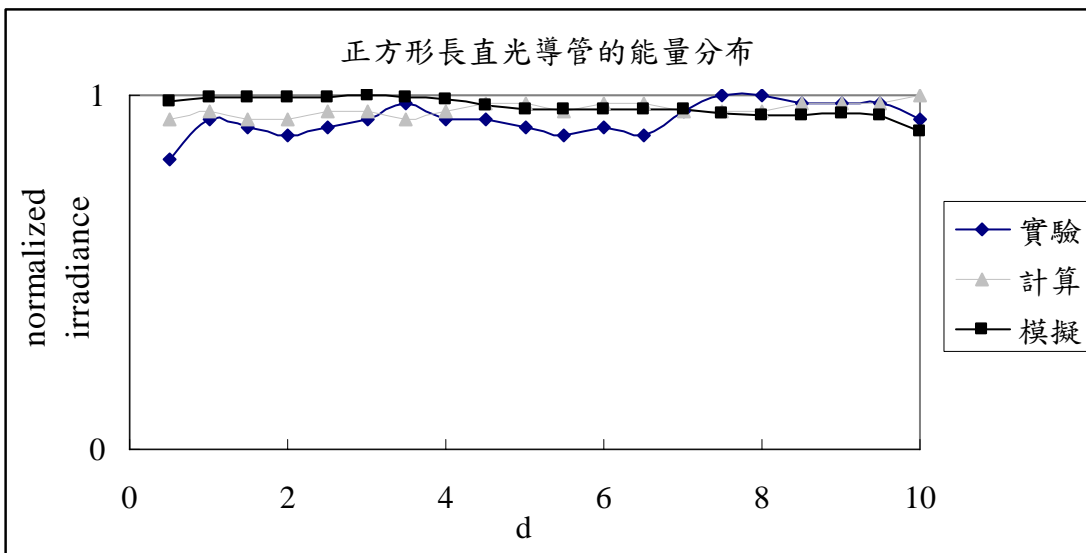


圖 3-21 正方形光導管出口面能量分布結果比較

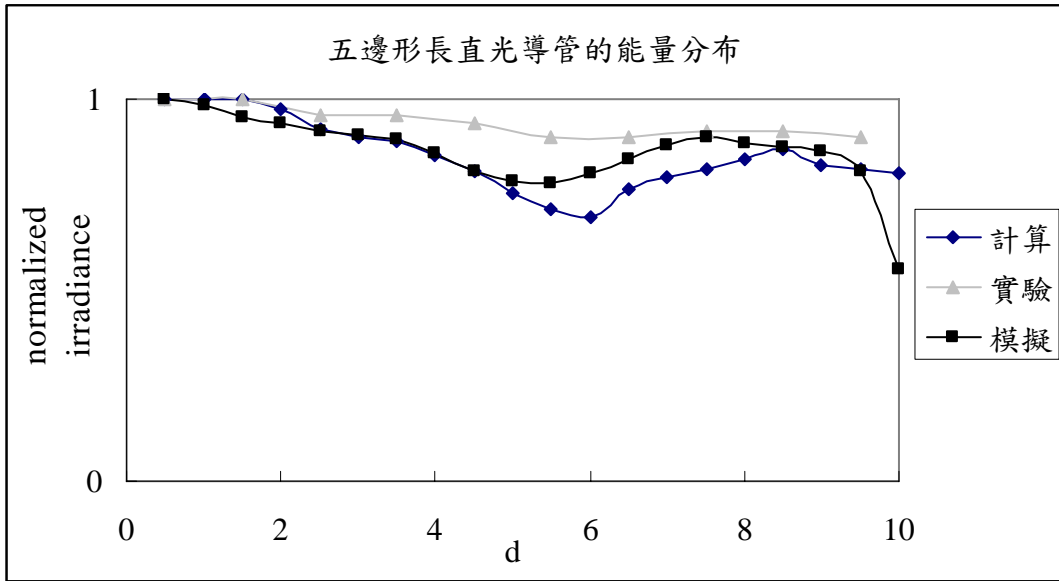


圖 3-22 五邊形光導管出口面能量分布結果比較

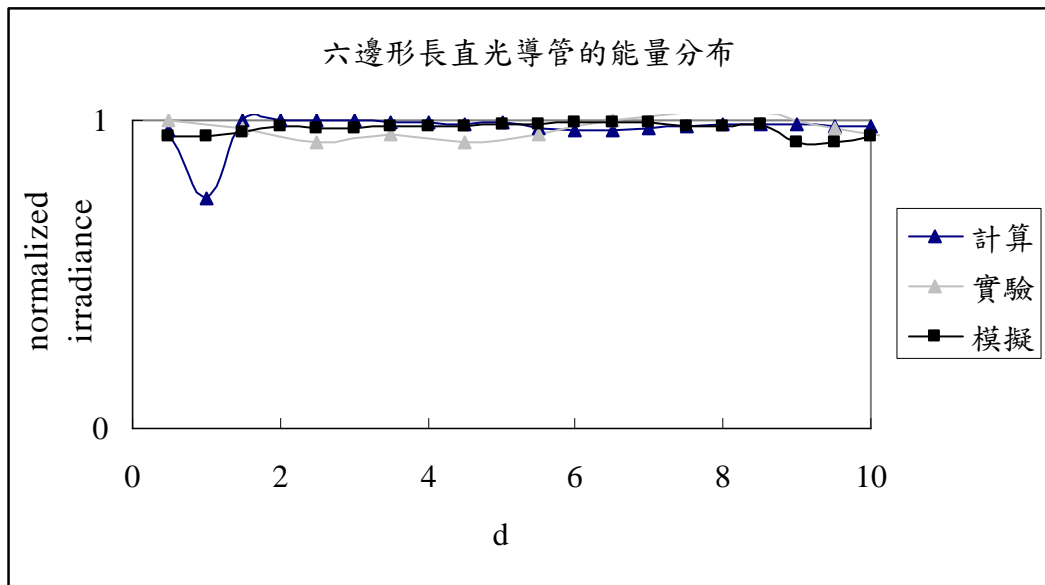


圖 3-23 六邊形光導管出口面能量分布結果比較

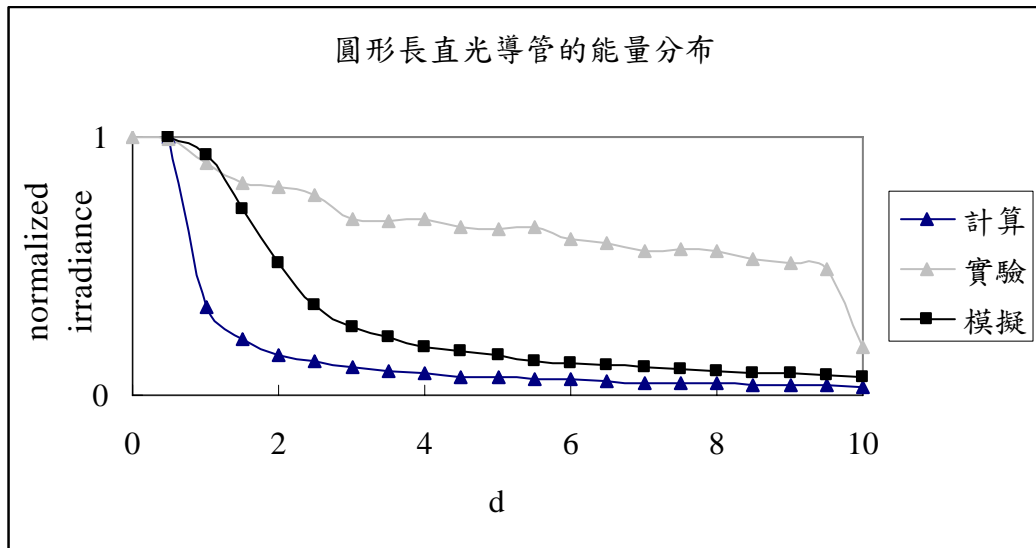


圖 3-24 圓形光導管出口面能量分布結果比較

從上面的結果可以看到三角形、正方形與六邊形光導管的能量分布，在不管在計算、實驗或模擬上能量分布都很均勻，且曲線差異不大。五邊形光導管則在三種結果上差異都頗大，但是都可以看出中央能量較強且在中段能量分布下降之後又回升的趨勢。圓形光導管計算和模擬的差異不大，但是實驗的結果雖然可以看出中央能量集中，但中央和兩旁的能量差異沒有模擬的結果大，模擬和計算的結果兩旁能量驟減甚至趨近於零，而實驗兩旁能量為中央的一半。

### 3-5 誤差分析

從實驗的結果來看，三角形，正方形和六邊形並不均勻，而他們都會從角的地方發出芒形狀的圖案，三角形有三芒星、正方形有四芒星而六邊形有六芒星，芒星的部份能量都較弱，所以我們去觀察光導管的尖角部分發現有圓角的存在，之後用 TracePro 去模擬有圓角的情況，光能量會如何分佈。圖 3-25~圖 3-28 為各個光導管實驗和有圓角情況的模擬結果，發現圓角的確會造成芒星形狀的不均勻現象。

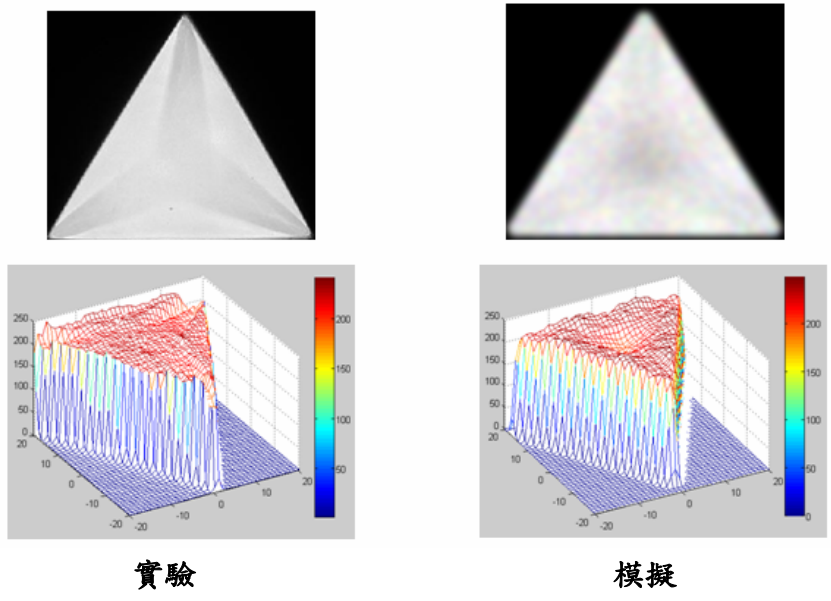


圖 3-25 三角形光導管的實驗與模擬誤差

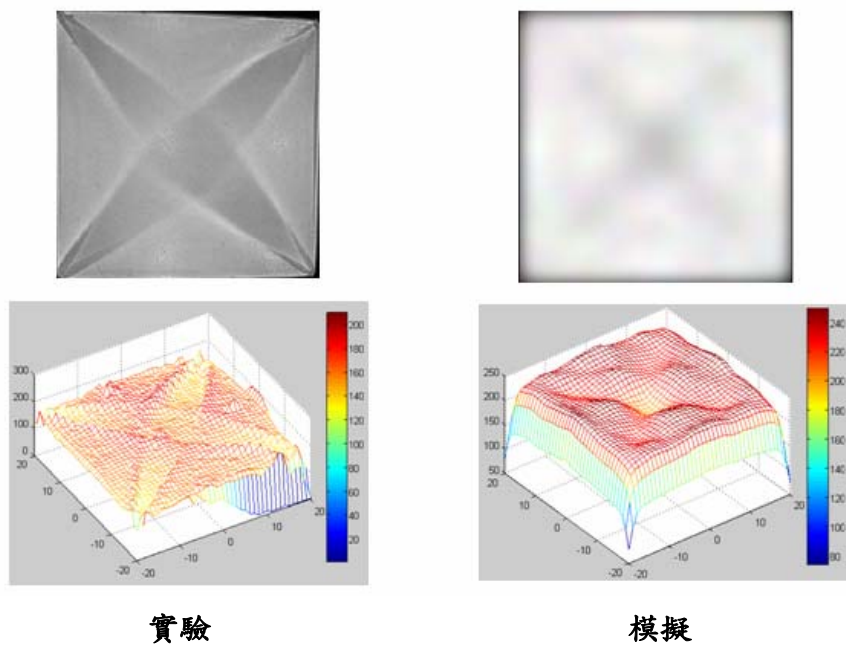


圖 3-26 正方形光導管的實驗與模擬誤差



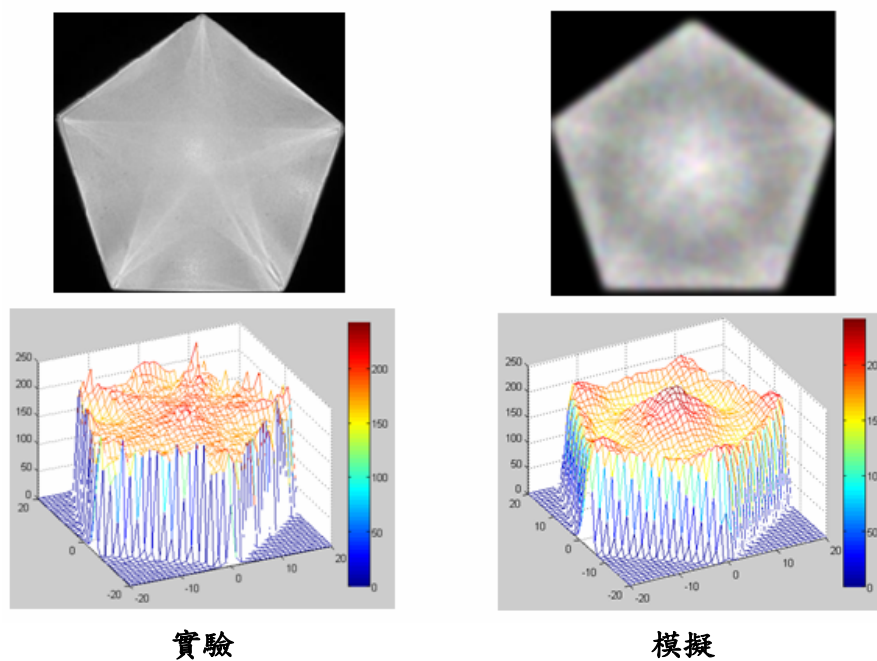


圖 3-27 五邊形光導管的實驗與模擬誤差

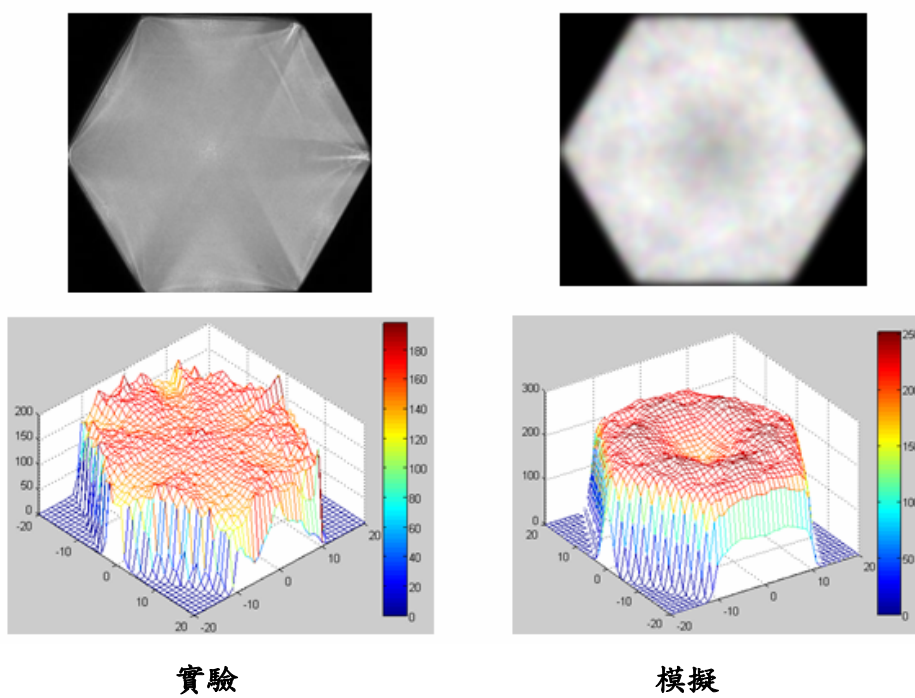


圖 3-28 六邊形光導管的實驗與模擬誤差

## 第四章 總結

在第一章裡面介紹了有關光導管的一些應用還有相關的研究，而光導管的幾何形狀是光導管在各種應用上的設計重點，在第二章中針對了長直光導管的幾何形狀做分析，而任何自然界物理現象理論上皆可以用數學式表示，第二章試著找出幾何形狀和能量分布的數學式，希望能證明出幾何形狀和均勻度的關係。第三章用光學覓跡摹擬軟體 TracePro 模擬比對計算結果的正確性，並且與實驗結果相對照，並且探討模擬計算與實驗的差異來源。

在上一章可以看到計算、實驗與模擬的對照，本論文主要是希望能提出一個數學解用以解釋五邊形和圓形長直光導管出口面中央能量集中的現象，其中有一些簡化例如在計算過程中將能量分布當成圓對稱，並且從光導管中央到外接圓切割成 20 等分，有許多能量在這個過程中被平均掉，所以會讓能量的分布變成較為平緩。在實驗結果的分析裡面將圖片能量大小分成 64 個灰階，會將能量的差異被抵銷，即會使高能量部分較不易顯現而低能量部分會被拉高；另外將實驗照出的相片只分成 20X20 的矩陣也會使能量被平均，以上都是可能造成結果上有所差異的原因。

雖然在五邊形和圓形長直光導管的分析並不是那麼準確，但是不管從計算、實驗或模擬都可以得到一樣的趨勢，也就是圓形光導管中央的熱點和五邊形光導管中央能量集中的現象。

本論文對於多邊形光導管出口面能量分布的數學式推導和計算驗證僅止於長寬比為 5 的時候，當長寬比增加光在多邊形長直光導管內的反射次數會增加，光走的路徑分類也會增加，但仍然可用本論文中的方法來求解，過程則會較為繁瑣。本論文求解光導管的能量分布針對長直光導管，對於螺旋狀的或者有轉折的光導管此法並不適用，這是因為螺旋狀或有轉折的光導管沒有辦法將光能量的路徑直接簡化為二維。

未來本論文的延伸工作，希望能找出一個簡單的通解數學式，用以表示所有不同長寬比的多邊形長直光導管能量分布，並且擴展至求出螺旋狀光導管出口面能量分布的數學式，如此，幾何形狀對於光導管的出口能量的影響將會有學理上的證明，光導管於應用上也會有更多的理論佐證，以利於光導管的設計應用。



## 参考文献

- [1-1] K. K. Li, Illumination engine for a projection display using a tapered light pipe, U.S. Patent #6739726 , May 25, (2004).
- [1-2] N. Takahashi and S. Umemoto, "Liquid crystal display apparatus having light pipe with reflective polarizer," U.S. Patent #6778235, August 17, (2004).
- [1-3] E. Nestler, Light pipe for an optical mouse, U.S. Patent #4716287, December 29, (1987).
- [1-4] S. Staley and S. W. Stout, Eject button for disk drive with light pipe, U.S. Patent #6717769, April 6, (2004).
- [1-5] J. Lee and J. E. Greivenkamp, "Modeling of automotive interior illumination systems," *Opt. Eng.* **43(7)** 1537–1544 (2004).
- [1-6] J. F. V. Derlofske and T. A. Hough, "Analytical model of flux propagation in light-pipe systems," *Opt. Eng.* **43(7)** 1503–1510 (2004).
- [1-7] S. Diemer, J. Meister, R. Jung, S. Klein, M. Haisch, W. Fuss, and P. Hering, "Liquid-core light guides for near-infrared applications ," *Appl. Opt.* **36**, 9075-9082 (1997)
- [1-8] L. A. Whitehead, W. Su, and D. N. Grandmaison, "Evaluation of Diffraction Loss in Prism Light Guides by Finite-Difference Time-Domain Field Modeling ," *Appl. Opt.* **37**, 5836-5842 (1998)
- [1-9] L. A. Whitehead, P. Dosanjh, and P. Kan, "High-Efficiency Prism Light Guides with Confocal Parabolic Cross Sections ," *Appl. Opt.* **37**, 5227-5233 (1998)
- [1-10] A. Gupta, J. Lee, and R. J. Koschel, "Design of efficient lightpipes for illumination by an analytical approach," *Appl. Opt.* **40**, 3640-3648 (2001).
- [1-11] S. Siitonen, P. Laakkonen, P. Vahimaa, M. Kuittinen, and N. Tossavainen, "White LED light coupling into light guides with diffraction gratings," *Appl. Opt.* **45**, 2623-2630 (2006).
- [1-12] S. Siitonen, P. Laakkonen, P. Vahimaa, K. Jefimovs, M. Kuittinen, M. Parikka, K. Mönkkönen, and A. Orpana, "Coupling of Light from an LED into a Thin Light Guide by Diffractive Gratings," *Appl. Opt.* **43**, 5631-5636 (2004)

- [1-13] S. Siitonen, P. Laakkonen, P. Vahimaa, M. Kuittinen, and N. Tossavainen, "White LED light coupling into light guides with diffraction gratings," *Appl. Opt.* **45**, 2623-2630 (2006).
- [1-14] S. -C. Chu and J. -L. Chern, "No-loss bent light pipe with an equiangular spiral," *Opt. Lett.* **30**, 3006-3008 (2005).
- [1-15] Y. -K. Cheng and J. -L. Chern, "Irradiance formations in hollow straight light pipes with square and circular shapes," *J. Opt. Soc. Am. A* **23**, 427-434 (2006).
- [1-16] R. E. Fischer, and B. Tadic-Galeb, "*Optical system design*", McGraw Hill, (2001); P.297
- [1-17] X. Yang, Y. Yan, and G. Jin, "Polarized light-guide plate for liquid crystal display," *Opt. Express* **13**, 8349-8356 (2005).
- [1-18] K. - W. Chien and H. -P. D. Shieh, "Design and Fabrication of an Integrated Polarized Light Guide for Liquid-Crystal-Display Illumination," *Appl. Opt.* **43**, 1830-1834 (2004)
- [1-19] D. G. Hawthorn and T. Timusk, "Transmittance of skew rays through metal light pipes," *Appl. Opt.* **36**, 2787-2794 (1999)
- [2-1] R. Hecht, "*Optics*", Addison Wesley, (2002); P.120
- [3-1] Lambda Research Corporation, "TracePro Software for Opto-Mechanical Modeling—User's Manual", Lambda Research Corporation, (2002).
- [3-2] 洪維恩, "Matlab7 程式設計", 旗標, (2006), P.5-2~P.5-11.

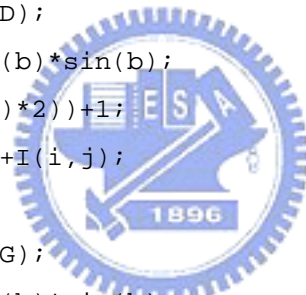
## 附錄 A

```
R=10;
L=50;
n=1.49102;
data=[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0];
w=R*sin(pi/4);
A=[w,w];
B=[w,-w];
C=[w,-3*w];
D=[w,-5*w];
E=[-w,-w];
F=[-w,-3*w];
G=[-w,-5*w];
H=[-3*w,-3*w];
for i=1:113
    a=0.1*i*pi/180;
    d1=R*cos(pi/4)/cos(a);
    d2=3*R*cos(pi/4)*sqrt(1+tan(a)^2);
    d3=5*R*cos(pi/4)*sqrt(1+tan(a)^2);
    d4=R*cos(pi/4)*sqrt(1+cot(a)^2); %%光路徑在xy平面的投影量
    for j=1:899
        b=0.1*j*pi/180; %%b為theta,每0.25度取一個值
        c=asin(sin(b)/n);
        d=L*tan(c); %%光路徑在xy平面的投影量
        P=[R*cos(pi/4)-L*tan(c)*sin(a),R*cos(pi/4)-L*tan(c)*cos(a)];
        te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
        tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
        TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
        T=(TE+TM)/2;
        tel=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
        tml=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tel^2;
        TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tml^2;
        T1=(TE1+TM1)/2;
        if d<d1
```

```

        dd(i,j)=norm(P-A);          %% the scale of d vector
        %% power of the light for each point on the locus
        I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d1<d & d<d2
        dd(i,j)=norm(P-B);
        I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d2<d & d<d3
        dd(i,j)=norm(P-C);
        I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d3<d & d<d4
        dd(i,j)=norm(P-D);
        I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
else    d4<d
        dd(i,j)=norm(P-G);
        I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    end
end
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=114:184
    a=0.1*i*pi/180;
    d1=R*cos(deg2rad(45))/cos(a);
    d2=3*R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+tan(a)^2);
    d3=R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+cot(a)^2);
    d4=5*R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+tan(a)^2);
    for j=1:899
        b=0.1*j*pi/180; %%b為theta,每0.25度取一個值
        c=asin(sin(b)/n);
        d=L*tan(c);      %%光路徑在xy平面的投影量
    end
end

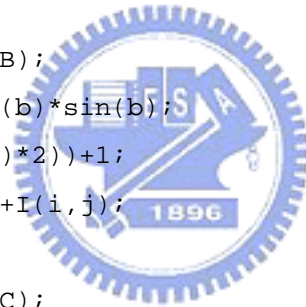
```



```

P=[R*cos(pi/4)-L*tan(c)*sin(a),R*cos(pi/4)-L*tan(c)*cos(a)];
te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
T=(TE+TM)/2;
tel=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
tml=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tel^2;
TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tml^2;
T1=(TE1+TM1)/2;
if d<d1
    dd(i,j)=norm(P-A);    %% the scale of d vector
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d1<d & d<d2
    dd(i,j)=norm(P-B);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d2<d & d<d3
    dd(i,j)=norm(P-C);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d3<d & d<d4
    dd(i,j)=norm(P-F);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
else    d4<d
    dd(i,j)=norm(P-G);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
end
end
end

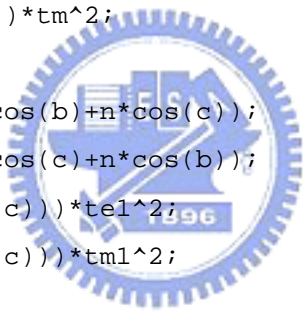
```





%%%

```
for i=185:316
    a=0.1*i*pi/180;
    d1=R*cos(deg2rad(45))/cos(a);
    d2=R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+cot(a)^2);
    d3=3*R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+tan(a)^2);
    d4=5*R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+tan(a)^2);
    for j=1:899
        b=0.1*j*pi/180; %%b爲theta,每0.25度取一個值
        c=asin(sin(b)/n);
        d=L*tan(c); %%光路徑在xy平面的投影量
        P=[R*cos(pi/4)-L*tan(c)*sin(a),R*cos(pi/4)-L*tan(c)*cos(a)];
        te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
        tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
        TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
        T=(TE+TM)/2;
        tel=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
        tml=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tel^2;
        TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tml^2;
        T1=(TE1+TM1)/2;
        if d<d1
            dd(i,j)=norm(P-A); %% the scale of d vector
            I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
            k=floor((dd(i,j)*2))+1;
            data(k)=data(k)+I(i,j);
        elseif d1<d & d<d2
            dd(i,j)=norm(P-B);
            I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
            k=floor((dd(i,j)*2))+1;
            data(k)=data(k)+I(i,j);
        elseif d2<d & d<d3
            dd(i,j)=norm(P-E);
            I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
            k=floor((dd(i,j)*2))+1;
            data(k)=data(k)+I(i,j);
        elseif d3<d & d<d4
```



```

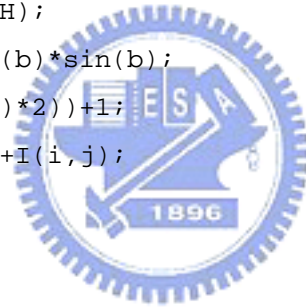
        dd(i,j)=norm(P-F);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    else    d4<d
        dd(i,j)=norm(P-G);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    end
end
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=317:449
    a=0.1*i*pi/180;
    d1=R*cos(deg2rad(45))/cos(a);
    d2=R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+cot(a)^2);
    d3=3*R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+tan(a)^2);
    d4=3*R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+cot(a)^2);
    for j=1:899
        b=0.1*j*pi/180; %%b為theta,每0.25度取一個值
        c=asin(sin(b)/n);
        d=L*tan(c); %%光路徑在xy平面的投影量
        P=[R*cos(pi/4)-L*tan(c)*sin(a),R*cos(pi/4)-L*tan(c)*cos(a)];
        te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
        tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
        TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
        T=(TE+TM)/2;
        tel=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
        tml=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tel^2;
        TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tml^2;
        T1=(TE1+TM1)/2;
        if d<d1
            dd(i,j)=norm(P-A); %% the scale of d vector
            I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
            k=floor((dd(i,j)*2))+1;
            data(k)=data(k)+I(i,j);
        end
    end
end
end
end

```

```

elseif d1<d & d<d2
    dd(i,j)=norm(P-B);
    I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d2<d & d<d3
    dd(i,j)=norm(P-E);
    I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d3<d & d<d4
    dd(i,j)=norm(P-F);
    I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
else    d4<d
    dd(i,j)=norm(P-H);
    I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
end
end
end
end

```



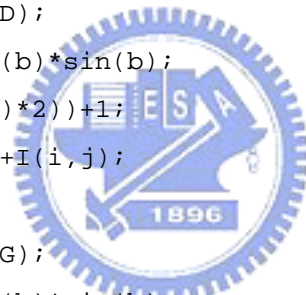
## 附錄 B

```
R=10;
L=50;
n=1.49102;
data=[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0];
w=R*sin(pi/4);
A=[w,w];
B=[w,-w];
C=[w,-3*w];
D=[w,-5*w];
E=[-w,-w];
F=[-w,-3*w];
G=[-w,-5*w];
H=[-3*w,-3*w];
for i=1:113
    a=0.1*i*pi/180;
    d1=R*cos(pi/4)/cos(a);
    d2=3*R*cos(pi/4)*sqrt(1+tan(a)^2);
    d3=5*R*cos(pi/4)*sqrt(1+tan(a)^2);
    d4=R*cos(pi/4)*sqrt(1+cot(a)^2); %%光路徑在xy平面的投影量
    for j=1:899
        b=0.1*j*pi/180; %%b-°theta, "C0.1«x"úα@-Ó-È
        c=asin(sin(b)/n);
        d=L*tan(c); %%光路徑在xy平面的投影量
        P=[R*cos(pi/4)-L*tan(c)*sin(a),R*cos(pi/4)-L*tan(c)*cos(a)];
        te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
        tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
        TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
        T=(TE+TM)/2;
        tel=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
        tm1=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tel^2;
        TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tm1^2;
        T1=(TE1+TM1)/2;
        if d<d1
```

```

        dd(i,j)=norm(P-A);           %% the scale of d vector
        %% power of the light for each point on the locus
        I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d1<d & d<d2
        dd(i,j)=norm(P-B);
        I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d2<d & d<d3
        dd(i,j)=norm(P-C);
        I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d3<d & d<d4
        dd(i,j)=norm(P-D);
        I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
else    d4<d
        dd(i,j)=norm(P-G);
        I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    end
end
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=114:184
    a=0.1*i*pi/180;
    d1=R*cos(deg2rad(45))/cos(a);
    d2=3*R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+tan(a)^2);
    d3=R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+cot(a)^2);
    d4=5*R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+tan(a)^2);
    for j=1:899
        b=0.1*j*pi/180; %%b為theta,每0.25度取一個值
        c=asin(sin(b)/n);
        d=L*tan(c);           %%光路徑在xy平面的投影量
    end
end

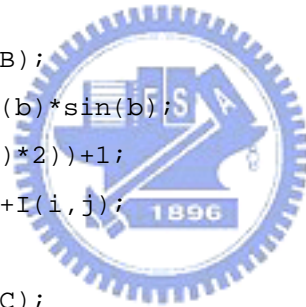
```



```

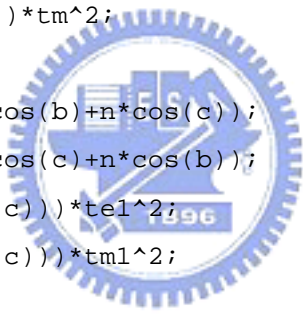
P=[R*cos(pi/4)-L*tan(c)*sin(a),R*cos(pi/4)-L*tan(c)*cos(a)];
te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
T=(TE+TM)/2;
tel=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
tml=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tel^2;
TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tml^2;
T1=(TE1+TM1)/2;
if d<d1
    dd(i,j)=norm(P-A);    %% the scale of d vector
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d1<d & d<d2
    dd(i,j)=norm(P-B);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d2<d & d<d3
    dd(i,j)=norm(P-C);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d3<d & d<d4
    dd(i,j)=norm(P-F);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
else    d4<d
    dd(i,j)=norm(P-G);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
end
end
end

```



%%%

```
for i=185:316
    a=0.1*i*pi/180;
    d1=R*cos(deg2rad(45))/cos(a);
    d2=R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+cot(a)^2);
    d3=3*R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+tan(a)^2);
    d4=5*R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+tan(a)^2);
    for j=1:899
        b=0.1*j*pi/180; %%b爲theta,每0.25度取一個值
        c=asin(sin(b)/n);
        d=L*tan(c); %%光路徑在xy平面的投影量
        P=[R*cos(pi/4)-L*tan(c)*sin(a),R*cos(pi/4)-L*tan(c)*cos(a)];
        te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
        tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
        TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
        T=(TE+TM)/2;
        tel=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
        tml=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tel^2;
        TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tml^2;
        T1=(TE1+TM1)/2;
        if d<d1
            dd(i,j)=norm(P-A); %% the scale of d vector
            I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
            k=floor((dd(i,j)*2))+1;
            data(k)=data(k)+I(i,j);
        elseif d1<d & d<d2
            dd(i,j)=norm(P-B);
            I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
            k=floor((dd(i,j)*2))+1;
            data(k)=data(k)+I(i,j);
        elseif d2<d & d<d3
            dd(i,j)=norm(P-E);
            I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
            k=floor((dd(i,j)*2))+1;
            data(k)=data(k)+I(i,j);
        elseif d3<d & d<d4
```



```

        dd(i,j)=norm(P-F);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    else    d4<d
        dd(i,j)=norm(P-G);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    end
end
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=317:449
    a=0.1*i*pi/180;
    d1=R*cos(deg2rad(45))/cos(a);
    d2=R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+cot(a)^2);
    d3=3*R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+tan(a)^2);
    d4=3*R*cos(deg2rad(45))*sqrt(1+cot(a)^2);
    for j=1:899
        b=0.1*j*pi/180; %%b為theta,每0.25度取一個值
        c=asin(sin(b)/n);
        d=L*tan(c); %%光路徑在xy平面的投影量
        P=[R*cos(pi/4)-L*tan(c)*sin(a),R*cos(pi/4)-L*tan(c)*cos(a)];
        te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
        tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
        TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
        T=(TE+TM)/2;
        tel=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
        tml=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tel^2;
        TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tml^2;
        T1=(TE1+TM1)/2;
        if d<d1
            dd(i,j)=norm(P-A); %% the scale of d vector
            I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
            k=floor((dd(i,j)*2))+1;
            data(k)=data(k)+I(i,j);
        end
    end
end
end
end

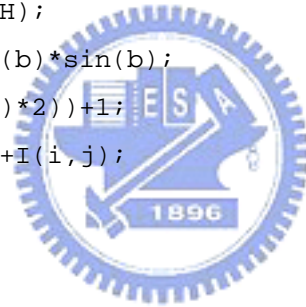
```



```

elseif d1<d & d<d2
    dd(i,j)=norm(P-B);
    I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d2<d & d<d3
    dd(i,j)=norm(P-E);
    I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d3<d & d<d4
    dd(i,j)=norm(P-F);
    I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
else    d4<d
    dd(i,j)=norm(P-H);
    I(i,j)=T*Tl*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
end
end
end
end

```



## 附錄 C

```
R=10;    %%外接圓半徑
L=50;    %%The length of light pipe
n=1.49102; %%index of light pipe
data=[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%condition1
for i=1:55
    a=0.1*i*pi/180;                %%a為phi角,delta phi=0.1degree
    d1=R*cos(0.2*pi)/cos(a);        %%分段光路徑在xy平面的投影量,此為限制條件
    x1=R*cos(0.2*pi)*tan(a);        %%計算光線與五邊形的交點
    y1=-R*cos(0.2*pi);
    x2=R*(1+2*cos(0.2*pi))/(cot(a)+tan(0.2*pi));
    y2=-tan(0.2*pi)*x2+R;
    x3=(y2-tan(0.1*pi+a)*x2-R)/(tan(0.2*pi)-tan(0.1*pi+a));
    y3=tan(0.2*pi)*x3+R;
    x4=(tan(0.3*pi-a)*x3-y3-R*(cos(0.2*pi)+sin(0.2*pi)*tan(0.4*pi)))/(tan(0.4*pi)+tan(0.3*pi-a));
    y4=-tan(0.4*pi)*x4-R*(cos(0.2*pi)+sin(0.2*pi)*tan(0.4*pi));
    d2=sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2);    %%分段光路徑在xy平面的投影量
    d3=sqrt((x3-x2)^2+(y3-y2)^2);
    d4=sqrt((x4-x3)^2+(y4-y3)^2);
    for j=1:899
        b=0.1*j*pi/180; %%b為theta,每0.25度取一個值
        c=asin(sin(b)/n);
        d=L*tan(c);          %%光路徑在xy平面的投影量
        te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
        tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
        TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
        T=(TE+TM)/2;
        tel=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
        tml=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tel^2;
```

```

TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tm1^2;
T1=(TE1+TM1)/2;
if d>d1+d2+d3+d4

dd(i,j)=sqrt(((d1+d2)*sin(a)-d3*cos(0.1*pi+a)-d4*cos(0.3*pi-a)+(d-d1-d2-d3-
d4)*cos(0.1*pi+a))^2+((d2-d1)*cos(a)-d3*sin(0.1*pi+a)-d4*sin(0.3*pi-a)-(d-d
1-d2-d3-d4)*sin(0.1*pi+a))^2);
I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
k=floor((dd(i,j)*2))+1;
data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d1<d & d<=d1+d2
dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+((d-2*d1)*cos(a))^2);
I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
k=floor((dd(i,j)*2))+1;
data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d1+d2+d3<d & d<=d1+d2+d3+d4

dd(i,j)=sqrt(((d1+d2)*sin(a)-d3*cos(0.1*pi+a)-(d-d1-d2-d3)*cos(0.3*pi-a))^2
+((d2-d1)*cos(a)-d3*sin(0.1*pi+a)-(d-d1-d2-d3)*sin(0.3*pi-a))^2);
I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
k=floor((dd(i,j)*2))+1;
data(k)=data(k)+I(i,j);
else d<=d1
dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+(d*cos(a))^2);           %% the scale of d
vector
I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);           %% power of the light for each
point on the locus
k=floor((dd(i,j)*2))+1;
% data(k)=data(k)+I(i,j);
end
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%condition2
for i=56:223
a=0.1*i*pi/180;
d1=R*cos(0.2*pi)/cos(a);
x1=R*cos(0.2*pi)*tan(a);

```

```

y1=-R*cos(0.2*pi);
x2=R*(1+2*cos(0.2*pi))/(cot(a)+tan(0.2*pi));
y2=-tan(0.2*pi)*x2+R;

x3=(tan(0.1*pi+a)*x2-y2-R*(cos(0.2*pi)+sin(0.2*pi)*tan(0.4*pi)))/(tan(0.4*pi)+tan(0.1*pi+a));
y3=-tan(0.4*pi)*x3-R*(cos(0.2*pi)+sin(0.2*pi)*tan(0.4*pi));
d2=sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2);
d3=sqrt((x3-x2)^2+(y3-y2)^2);
for j=1:899
    b=0.1*j*pi/180;
    c=asin(sin(b)/n);
    d=L*tan(c);
    te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
    tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
    TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
    TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
    T=(TE+TM)/2;
    tel=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
    tml=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
    TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tel^2;
    TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tml^2;
    T1=(TE1+TM1)/2;
    if d<=d1
        dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+(d*cos(a))^2);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    elseif d1<d & d<=d1+d2
        dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+((d-2*d1)*cos(a))^2);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    elseif d1+d2<d & d<=d1+d2+d3
        dd(i,j)=sqrt(((d1+d2)*sin(a)-(d-d1-d2)*cos(0.1*pi+a))^2+((d2-d1)*cos(a)-(d-d1-d2)*sin(0.1*pi+a))^2);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;

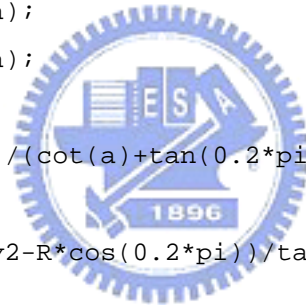
```

```

        data(k)=data(k)+I(i,j);
    else

dd(i,j)=sqrt(((d1+d2)*sin(a)-d3*cos(0.1*pi+a)+(d-d1-d2-d3)*cos(a-0.1*pi))^2
+((d2-d1)*cos(a)-d3*sin(0.1*pi+a)+(d-d1-d2-d3)*sin(a-0.1*pi))^2);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    end
end
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%condition3
for i=224:262
    a=0.1*i*pi/180;
    d1=R*cos(0.2*pi)/cos(a);
    x1=R*cos(0.2*pi)*tan(a);
    y1=-R*cos(0.2*pi);
    x2=R*(1+2*cos(0.2*pi))/(cot(a)+tan(0.2*pi));
    y2=-tan(0.2*pi)*x2+R;
    x3=(tan(0.1*pi+a)*x2-y2-R*cos(0.2*pi))/tan(0.1*pi+a);
    y3=-R*cos(0.2*pi);
    d2=sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2);
    d3=sqrt((x3-x2)^2+(y3-y2)^2);
    for j=1:899
        b=0.1*j*pi/180;
        c=asin(sin(b)/n);
        d=L*tan(c);
        te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
        tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
        TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
        T=(TE+TM)/2;
        tel=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
        tml=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tel^2;
        TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tml^2;
        T1=(TE1+TM1)/2;
    end
end

```



```

    if d<=d1
        dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+(d*cos(a))^2);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    elseif d1<d & d<=d1+d2
        dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+((d-2*d1)*cos(a))^2);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    elseif d1+d2<d & d<=d1+d2+d3
        dd(i,j)=sqrt(((d1+d2)*sin(a)-(d-d1-d2)*cos(0.1*pi+a))^2+((d2-d1)*cos(a)-(d-
d1-d2)*sin(0.1*pi+a))^2);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    else
        dd(i,j)=sqrt(((d1+d2)*sin(a)-d3*cos(0.1*pi+a)-(d-d1-d2-d3)*cos(0.1*pi+a))^2
+((d2-d1)*cos(a)-d3*sin(0.1*pi+a)+(d-d1-d2-d3)*sin(0.1*pi+a))^2);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    end
end
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%condition4
for i=263:359
    a=0.1*i*pi/180;
    d1=R*cos(0.2*pi)/cos(a);
    x1=R*cos(0.2*pi)*tan(a);
    y1=-R*cos(0.2*pi);
    x2=R*(cos(0.2*pi)-sin(0.2*pi)*tan(0.4*pi))/(cot(a)-tan(0.4*pi));
    y2=cot(a)*x2-2*R*cos(0.2*pi);
    x3=(tan(0.3*pi+a)*x2+R-y2)/(tan(0.2*pi)+tan(0.3*pi+a));
    y3=-tan(0.2*pi)*x3+R;

```

```

x4=(tan(0.3*pi-a)*x3-y3-R*(cos(0.2*pi)+sin(0.2*pi)*tan(0.4*pi)))/(tan(0.4*pi
i)+tan(0.3*pi-a));
y4=-tan(0.4*pi)*x4-R*(cos(0.2*pi)+sin(0.2*pi)*tan(0.4*pi));
d2=sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2);
d3=sqrt((x3-x2)^2+(y3-y2)^2);
d4=sqrt((x4-x3)^2+(y4-y3)^2);
for j=1:899
    b=0.1*j*pi/180;
    c=asin(sin(b)/n);
    d=L*tan(c);
    te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
    tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
    TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
    TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
    T=(TE+TM)/2;
    tel=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
    tml=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
    TE1=(cos(b)/(n*cos(c))*tel^2;
    TM1=(cos(b)/(n*cos(c))*tml^2;
    T1=(TE1+TM1)/2;
    if d<=d1
        dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+(d*cos(a))^2);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    elseif d1<d & d<=d1+d2
        dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+((d-2*d1)*cos(a))^2);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    elseif d1+d2<d & d<=d1+d2+d3
        dd(i,j)=sqrt(((d1+d2)*sin(a)+(d-d1-d2)*cos(0.3*pi+a))^2+((d2-d1)*cos(a)+(d-
d1-d2)*sin(0.3*pi+a))^2);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    elseif d1+d2+d3<d & d<=d1+d2+d3+d4

```

```

dd(i,j)=sqrt(((d1+d2)*sin(a)+d3*cos(0.3*pi+a)-(d-d1-d2-d3)*cos(0.3*pi-a))^2
+((d2-d1)*cos(a)+d3*sin(0.3*pi+a)-(d-d1-d2-d3)*sin(0.3*pi-a))^2);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
else
dd(i,j)=sqrt(((d1+d2)*sin(a)+d3*cos(0.3*pi+a)-d4*cos(0.3*pi-a)+(d-d1-d2-d3-
d4)*cos(a-0.1*pi))^2+((d2-d1)*cos(a)+d3*sin(0.3*pi+a)-d4*sin(0.3*pi-a)+(d-d
1-d2-d3-d4)*sin(a-0.1*pi))^2);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
end
end
end

```





## 附錄 D

```
R=10;
L=50;
n=1.49102;
data=[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0];
for i=1:99
    a=0.1*i*pi/180;
    d1=R*cos(pi/6)/cos(a);
    d2=2*R*cos(pi/6)/cos(a);    %%光路徑在xy平面的投影量
    for j=1:899
        b=0.1*j*pi/180; %%b為theta,每0.25度取一個值
        c=asin(sin(b)/n);
        d=L*tan(c);    %%光路徑在xy平面的投影量
        te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
        tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
        TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
        T=(TE+TM)/2;
        tel=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
        tml=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tel^2;
        TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tml^2;
        T1=(TE1+TM1)/2;
        if d<d1
            dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+(d*cos(a))^2);    %% the scale of d
vector
            I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);    %% power of the light for each
point on the locus
            k=floor((dd(i,j)*2))+1;
            data(k)=data(k)+I(i,j);
        elseif d1<d & d<d1+d2
            dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+((d-2*d1)*cos(a))^2);
            I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
            k=floor((dd(i,j)*2))+1;
            data(k)=data(k)+I(i,j);
        else
```

```

        dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+((2*d2-d)*cos(a))^2);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    end
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

for i=100:108
    a=0.1*i*pi/180;
    d1=R*cos(pi/6)/cos(a);
    x2=3*R*cos(pi/6)*tan(a);
    y2=R*cos(pi/6);
    x3=(R*tan(pi/3)-4*R*cos(pi/6))/(tan(pi/3)+cot(a));
    y3=tan(pi/3)-R*tan(pi/3);
    d2=2*R*cos(pi/6)/cos(a);
    d3=sqrt((x3-x2)^2+(y3-y2)^2);
        for j=1:899
            b=0.1*j*pi/180; %%b為theta,每0.25度取一個值
            c=asin(sin(b)/n);
            d=L*tan(c); %%光路徑在xy平面的投影量
            te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
            tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
            TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
            TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
            T=(TE+TM)/2;
            te1=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
            tm1=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
            TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*te1^2;
            TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tm1^2;
            T1=(TE1+TM1)/2;
            if d<d1
                dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+(d*cos(a))^2);
                I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
                k=floor((dd(i,j)*2))+1;
                data(k)=data(k)+I(i,j);
            elseif d1<d & d<d1+d2

```

```

        dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+((d-2*d1)*cos(a))^2);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    elseif d1+d2<d & d<d1+d2+d3
        dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+((2*d2-d)*cos(a))^2);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    else

dd(i,j)=sqrt(((d1+d2+d3)*sin(a)-(d-d1-d2-d3)*sin(pi/3+a))^2+((d2-d1-d3)*cos
(a)-(d-d1-d2-d3)*cos(pi/3+a))^2);
        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);
    end
end
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

for i=109:161
    a=0.1*i*pi/180;
    d1=R*cos(pi/6)/cos(a);
    x1=R*cos(pi/6)*tan(a);
    y1=-R*cos(pi/6);
    x2=R*(tan(pi/3)+2*cos(pi/6))/(cot(a)+tan(pi/3));
    y2=-tan(pi/3)*x2+R*tan(pi/3);
    x3=(R*cos(pi/6)-y2-tan(pi/6-a)*x2)/(-tan(pi/6-a));
    y3=R*cos(pi/6);
    x4=(tan(pi/6-a)*x3-y3+R*tan(pi/3))/(tan(pi/6-a)-tan(pi/3));
    y4=tan(pi/3)*x4+R*tan(pi/3);
    d2=sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2);
    d3=sqrt((x3-x2)^2+(y3-y2)^2);
    d4=sqrt((x4-x3)^2+(y4-y3)^2);
    for j=1:899
        b=0.1*j*pi/180; %%b為theta,每0.25度取一個值
        c=asin(sin(b)/n);

```



```

d=L*tan(c);          %%光路徑在xy平面的投影量
te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
T=(TE+TM)/2;
tel=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
tml=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tel^2;
TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tml^2;
T1=(TE1+TM1)/2;
if d<d1
    dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+(d*cos(a))^2);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d1<d & d<d1+d2
    dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+((d-2*d1)*cos(a))^2);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d1+d2<d & d<d1+d2+d3
    dd(i,j)=sqrt(((d1+d2)*sin(a)-(d-d1-d2)*cos(pi/6-a))^2+((d2-d1)*cos(a)+(d-d1-d2)*sin(pi/6-a))^2);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d1+d2+d3<d & d<d1+d2+d3+d4
    dd(i,j)=sqrt(((d1+d2)*sin(a)-(d-d1-d2)*cos(pi/6-a))^2+((d2-d1)*cos(a)+(d1+d2+2*d3-d)*sin(pi/6-a))^2);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
else
    dd(i,j)=sqrt(((d1+d2)*sin(a)-(d3+d4)*cos(pi/6-a)+(d-d1-d2-d3-d4)*sin(a))^2+((d2-d1)*cos(a)+(d3-d4)*sin(pi/6-a)-(d-d1-d2-d3-d4)*cos(a))^2);

```

```

        I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(i,j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(i,j);

    end

end

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

for i=162:299
    a=0.1*i*pi/180;
    d1=R*cos(pi/6)/cos(a);
    x1=R*cos(pi/6)*tan(a);
    y1=-R*cos(pi/6);
    x2=R*(tan(pi/3)+2*cos(pi/6))/(cot(a)+tan(pi/3));
    y2=-tan(pi/3)*x2+R*tan(pi/3);
    x3=(y2+tan(pi/6-a)*x2-R*tan(pi/3))/(tan(pi/6-a)+tan(pi/3));
    y3=tan(pi/3)*x3+R*tan(pi/3);
    d2=sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2);
    d3=sqrt((x3-x2)^2+(y3-y2)^2);
    for j=1:899
        b=0.1*j*pi/180; %%b為theta,每0.25度取一個值
        c=asin(sin(b)/n);
        d=L*tan(c); %%光路徑在xy平面的投影量
        te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
        tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
        TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
        T=(TE+TM)/2;
        te1=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
        tm1=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
        TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*te1^2;
        TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tm1^2;
        T1=(TE1+TM1)/2;
        if d<d1
            dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+(d*cos(a))^2);
            I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
            k=floor((dd(i,j)*2))+1;
            data(k)=data(k)+I(i,j);
        end
    end
end

```

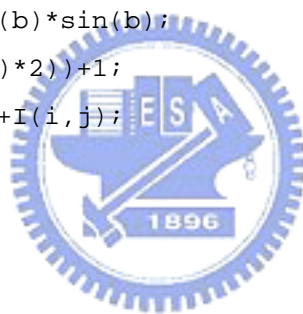
```

elseif d1<d & d<d1+d2
    dd(i,j)=sqrt((d*sin(a))^2+((d-2*d1)*cos(a))^2);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
elseif d1+d2<d & d<d1+d2+d3

dd(i,j)=sqrt(((d1+d2)*sin(a)-(d-d1-d2)*cos(pi/6-a))^2+((d2-d1)*cos(a)+(d-d1
-d2)*sin(pi/6-a))^2);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
else

dd(i,j)=sqrt(((d1+d2)*sin(a)-d3*cos(pi/6-a)+(d-d1-d2-d3)*sin(pi/3-a))^2+((d
2-d1)*cos(a)+d3*sin(pi/6-a)-(d-d1-d2-d3)*sin(pi/3-a))^2);
    I(i,j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
    k=floor((dd(i,j)*2))+1;
    data(k)=data(k)+I(i,j);
end
end
end
end

```



## 附錄 E

```
R=10;    %%外接圓半徑
L=50;    %%The length of light pipe
n=1.49102; %%index of light pipe
data=[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%condition1
for j=1:899
    b=0.1*j*pi/180; %%b為theta,每0.25度取一個值
    c=asin(sin(b)/n);
    d=L*tan(c);      %%光路徑在xy平面的投影量
    te=(2*cos(b))/(cos(b)+n*cos(c));
    tm=(2*cos(b))/(cos(c)+n*cos(b));
    TE=(n*cos(c)/cos(b))*te^2;
    TM=(n*cos(c)/cos(b))*tm^2;
    T=(TE+TM)/2;
    tel=(2*n*cos(c))/(cos(b)+n*cos(c));
    tml=(2*n*cos(c))/(cos(c)+n*cos(b));
    TE1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tel^2;
    TM1=(cos(b)/(n*cos(c)))*tml^2;
    T1=(TE1+TM1)/2;

    if R<d & d<=2*R
        dd(j)=2*R-d;
        I(j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(j);
    elseif 2*R<d & d<=3*R
        dd(j)=d-2*R;
        I(j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
        k=floor((dd(j)*2))+1;
        data(k)=data(k)+I(j);
    elseif 3*R<=d & d<=4*R
        dd(j)=4*R-d;          %% the scale of d vector
        I(j)=T*T1*cos(b)*sin(b);    %% power of the light for each
```

point on the locus

```
k=floor((dd(j)*2))+1;
data(k)=data(k)+I(j);
elseif d>0 & d<=R
dd(j)=d;
I(j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
k=floor((dd(j)*2))+1;
data(k)=data(k)+I(j);
else
dd(j)=d-4*R;
I(j)=T*T1*cos(b)*sin(b);
k=floor((dd(j)*2))+1;
data(k)=data(k)+I(j);
end
end
```





## 附錄 F

```
COLOR = imread('D:\½×á\¹êÅç·Óü\06.bmp'); %讀取圖片檔
RSCOLOR=imresize(COLOR,[41,41]); %調整圖片大小
I = rgb2gray(RSCOLOR); %將彩色圖片轉換為強度圖片
[X,map] = gray2ind(I,64) %劃分為64灰階
imshow(X,map); %畫出灰階圖

[X,Y] = meshgrid(-20:20, -20:20);
mesh(X,Y,I); %畫出立體圖
```



## 附錄 G

```
n=4900;
poly=[];

fid=fopen('D:\Meng-Hua\五邊型光管\長寬比均勻度\30-70.txt','r');
a= fscanf(fid,'%f');
data=[];
for i=1:n
    if a(i,1)~=0
        data=cat(1,data,[a(i,1)]);
    end
end
b=std(data)/mean(data);
poly=cat(1,poly,[b]);
```

