

第二章 理論及研究方法

2.1 預測含有溶解氣體但不發泡的膠料其剪切黏度 η

過去國外關於模具之商業設計軟體，所採用的流變本質方程式 (constitutive equation) Cross model [31,32] 如下：

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\eta_0}{1 + \left(\frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau}\right)^{1-n}} \quad (1)$$

其中 η 及 η_0 分別為剪切黏度及零剪切黏度 (zero-shear rate viscosity)， $\dot{\gamma}$ 為剪切率， n 、 τ 為流變參數。

在高剪切率 $\dot{\gamma}$ 的時候，式(1)可簡化成下式 (Power Law Model)

$$\eta(\dot{\gamma}) \cong \eta_0^n \left(\frac{\dot{\gamma}}{\tau}\right)^{(n-1)} \quad (2)$$

目前國外模具商業設計軟體對上述之材料流變參數 η_0 、 n 、 τ 只要使用毛細管流變儀即可量測。但是對於含有溶解氣體但不發泡的膠料，其剪切黏度 η 則無法以毛細管流變儀量測，其主因是膠料在毛細管流變儀量測過程會發泡。為了解決此問題，本研究改以理論方式去計算並求取其值。茲將其過程介紹如下：

根據 Doolittle [33] 的理論，含有溶解氣體但不發泡的膠料其自由體積 $f(T, P, w_g)$ 與 η_0 之關係可由下式表示：

$$\eta_o = A \exp\left(\frac{B}{f(T, P, w_g)}\right) \quad (3)$$

其中 w_g 為氣體溶解在膠料中之重量分率，即膠料之氣體溶解度。

將(3)式帶入(2)式

$$\begin{aligned} \ln(\eta) &= (n-1) \ln \dot{\gamma} + \frac{nB}{f(T, P, w_g)} + n \ln A - (n-1) \ln \tau \\ &= C_1 \ln \dot{\gamma} + \frac{C_2}{f(T, P, w_g)} + C_3 \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $C_1 = (n-1)$

$$C_2 = nB$$

$$C_3 = [n \ln A - (n-1) \ln \tau]$$

上式(4)中 n ， τ ， A 及 B 只隨純高分子 (neat polymer) 膠料而變。

至於自由體積分率 $f(T, P, w_g)$ 可根據 Stern 及 Fang [34,35] 等人的理論加以求

得，如下式：

$$f(T, P, w_g) = \frac{V(T, P, w_g) - V^0(w_g)}{V(T, P, w_g)} \quad (5)$$

$$= f_r + \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_{P_r, T_r, w_{gr}} (T - T_r) + \left(\frac{\partial f}{\partial P}\right)_{P_r, T_r, w_{gr}} (P - P_r) + \left(\frac{\partial f}{\partial w_g}\right)_{P_r, T_r, w_{gr}} (w_g - w_{gr})$$

$$= f_r + (1 - f_r) \alpha (T - T_r) + (1 - f_r) \beta (P - P_r) + \phi (w_g - w_{gr}) \quad (6)$$

其中：

$V(T, P, w_g)$ 為溶解氣體但不發泡的膠料 (膠料之氣體溶解度 w_g)

在溫度 T ，壓力 P 之下的比體積

V^0 為氣體分子與高分子所佔據的體積 (specific occupied volume)

f_r 為參考狀態下 (參考溶解氣體重量分率 w_{gr} , 參考溫度 T_r , 參考

壓力 P_r) 的自由體積分率

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{P_r, w_{gr}} \quad \text{為自由體積熱膨脹係數}$$

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_{T_r, w_{gr}} \quad \text{為自由體積等溫壓縮係數}$$

$$\phi = \frac{\partial f}{\partial w_g} \quad \text{為氣體膨脹係數 (gas expansion coefficient)}$$

以大氣壓力、溫度 150°C 及零氣體溶解度之膠料 (純高分子, $w_{gr}=0$)

做為參考狀態, 則式(6)可簡化成下式:

$$f = f_r + \alpha(1 - f_r)(T - T_r) + \beta(1 - f_r)(P - P_r) + \phi w_g \quad (7)$$

上述式(4)至式(7)計算過程中所需之 C_1 、 C_2 、 C_3 、 f_r 、 α 、 β 、 Φ 等參數值,

可根據文獻提出之值 [36-38], 茲列於表 2。

表 2. LDPE 之黏度相關求解參數

Polymer	f_r (-)	α ($1/^\circ\text{C}$)	β ($1/\text{MPa}$)	Φ ($1/\text{wt.}\%$)	C_1 (-)	C_2 (-)	C_3 (-)
LDPE	0.252	9.3×10^{-4}	-7.8×10^{-4}	3.6×10^{-3}	-0.43	1.58	1.66

將 P_r 、 T_r 、表 2 中 f_r 、 α 、 β 、 Φ 等參數值代入式(7)可計算得到 $f(T, P, w_g)$,

再將 $f(T, P, w_g)$ 及表 2 中 C_1 、 C_2 、 C_3 等參數值帶回式(4), 即可計算得到: 含

有溶解氣體但不發泡的膠料, 在某一溫度 T 、壓力 P 及氣體溶解度 w_g 下之剪

切黏度 η 。

2.2 預測含有溶解氣體但不發泡的膠料在某溫度及某氣體溶解度下之發泡 臨界壓力值

含有溶解氣體但不發泡的膠料在某溫度及某氣體溶解度下之發泡臨界
壓力值，可由Sanchez-Lacombe 狀態方程式 [26~27, 36~38] 求得：

$$\tilde{\rho}^2 + \tilde{P} + \tilde{T} \left[\ln(1 - \tilde{\rho}) + \left(1 - \frac{1}{r}\right) \tilde{\rho} \right] = 0 \quad (8)$$

其中 $\tilde{P} = \frac{P}{P^*}$, $\tilde{T} = \frac{T}{T^*}$, $\tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho^*}$, $\gamma = \frac{P^*V^*}{RT^*}$

$\tilde{P}, \tilde{T}, \tilde{\rho}$ 分別為對比壓力、對比溫度、對比密度 (reduced properties)

r 為尺寸參數 (size parameter) ;

R 為氣體常數 ;

P^*, T^*, V^* 及 ρ^* 為特徵參數 (characteristic parameters)。

茲將 P^*, T^*, V^* 及 ρ^* 等特徵參數值之求法另外詳述如下：

對含溶解氣體之高分子溶液，其特徵密度 ρ^* (characteristic density)、特徵莫耳體積 V^* (characteristic molar volume)、特徵壓力 P^* (characteristic pressure)、特徵溫度 T^* (characteristic temperature) 分別可由下列方程式中獲得。在下列方程式中 $V_i^*, P_i^*, T_i^*, \rho_i^*$ 分別為氣體及純高分子各別之特徵莫耳體積、特徵壓力、特徵溫度及特徵密度；而下標 $i=1$ 代表氣體，下標 $i=2$ 代表純高分子。

(A) 特徵密度 ρ^* :

$$\frac{1}{\rho^*} = \frac{m_1}{\rho_1^*} + \frac{m_2}{\rho_2^*} \quad (9)$$

其中 $m_1 + m_2 = 1$

(B) 特徵莫耳體積 V^* :

$$V^* = \phi_1^O V_1^* + \phi_2^O V_2^* \quad (10)$$

其中 $V_i^* = \frac{\bar{M}_{wi}}{\rho_i^*}$

$$\phi_i^O = \frac{\phi_i}{\phi_1 + \left(\frac{V_1^*}{V_2^*}\right)\phi_2} \quad \text{for } i=1 \text{ and } 2$$

$$\phi_i = \frac{\frac{m_i}{\rho_i^*}}{\left(\frac{m_1}{\rho_1^*} + \frac{m_2}{\rho_2^*}\right)} \quad \text{for } i=1 \text{ and } 2$$

$$\phi_1 + \phi_2 = 1$$

(C) 特徵壓力 P^* :

$$P^* = \phi_1 P_1^* + \phi_2 P_2^* - RT \phi_1 \phi_2 \chi_{12} \quad (11)$$

$$\text{其中 } \chi_{12} = \frac{P_1^* + P_2^* - 2(P_1^* P_2^*)^{1/2} (1 - k_{12})}{RT}$$

(D) 特徵溫度 T^* :

$$T^* = \frac{P^* V^*}{R\gamma} \quad (12)$$

其中 $\gamma = x_1 r_1 + x_2 r_2$

$$\gamma_i = \frac{P_i^* V_i^*}{RT_i^*} \quad \text{for } i=1 \text{ and } 2$$

$$x_1 + x_2 = 1$$

(A)~(D)中： k_{12} 為氣體與高分子間之作用參數；

r_1 、 r_2 分別為氣體和高分子之尺寸參數；

x_1 、 x_2 分別為膠料中氣體和高分子之莫耳分率；

m_1 、 m_2 分別為膠料中氣體和高分子之重量分率；

ϕ_1 、 ϕ_2 分別為膠料中氣體和高分子之體積分率；

\bar{M}_{w1} 、 \bar{M}_{w2} 分別為氣體和高分子之平均分子量。

由實驗設計之氣體溶解度 w_g 可計算 x_1 、 x_2 、 m_1 、 m_2 、 ϕ_1 、 ϕ_2 等各種分率值。發泡系統中氣體與高分子間之作用參數 k_{12} 則可由文獻得知，如：
 $k_{12}(\text{CO}_2/\text{LDPE})=0.1311$ [36]。至於氣體發泡劑及高分子的特徵參數、平均分子量可由前述之文獻 [36-38] 得知，茲列於表 3。

表 3. LDPE與CO₂之特徵參數

Characteristic parameter	ρ^* (g/cm ³)	P^* (MPa)	T^* (K)	\bar{M}_w	Pressure range
CO ₂	1.253	369.1	341.2	44	0-20MPa
LDPE	0.9054	420.8	628.2	105,492	0-50MPa

將表 3 中的 ρ_1^* 、 ρ_2^* 、 P_1^* 、 P_2^* 、 T_1^* 、 T_2^* 、 \bar{M}_{w1} 、 \bar{M}_{w2} 等參數值及上述之 k_{12} 值代入式(9)~(12)，即可依序計算得到某氣體溶解度下之膠料其 ρ^* 、 V^* 、 P^* 及 T^* 值。最後再將 ρ^* 、 V^* 、 P^* 及 T^* 值與膠料溫度 T 、膠料密度 ρ 代回式(8)之

Sanchez-Lacombe 狀態方程式中，即可計算得到含有溶解氣體但不發泡的膠料在某溫度及某氣體溶解度下之發泡臨界壓力值。

2.3 以二維控制體積法，建立含有溶解氣體但不發泡的膠料於衣架型模具內之等溫及非等溫流動模式及模擬分析 [40~42]

上述 2.1 及 2.2 節之研究步驟，建立了一系列數學模式，可直接預測含有溶解氣體但不發泡的膠料其剪切黏度 η ，及預測在某一溫度及氣體溶解度下之發泡臨界壓力值。本研究以此為依據，再進一步以二維控制體積法，進行含有溶解氣體但不發泡的膠料於衣架型模具內之等溫及非等溫流動模式及模擬分析。同時配合田口法，建立一套設計分析軟體以便對衣架型模具進行最佳化設計。

2.3.1 系統假設

本研究是以下列的假設條件進行模擬：

- (1) 熔膠為不可壓縮流體(incompressible fluid)。
- (2) 含溶解氣體之熔膠黏度符合前述 Doolittle 之自由體積理論黏度求解式。

分別將兩種物理發泡衣架型模具展開為 X-Y 平面，如圖 4 及圖 5 所示。示意圖中之每區域可再區分成很多流動子單元，至於在每個子單元內的流動，可視為平行板間之流動，如圖 6 所示，其中 X 為模具寬度方向，Y 為長度方向，Z 為深度方向。

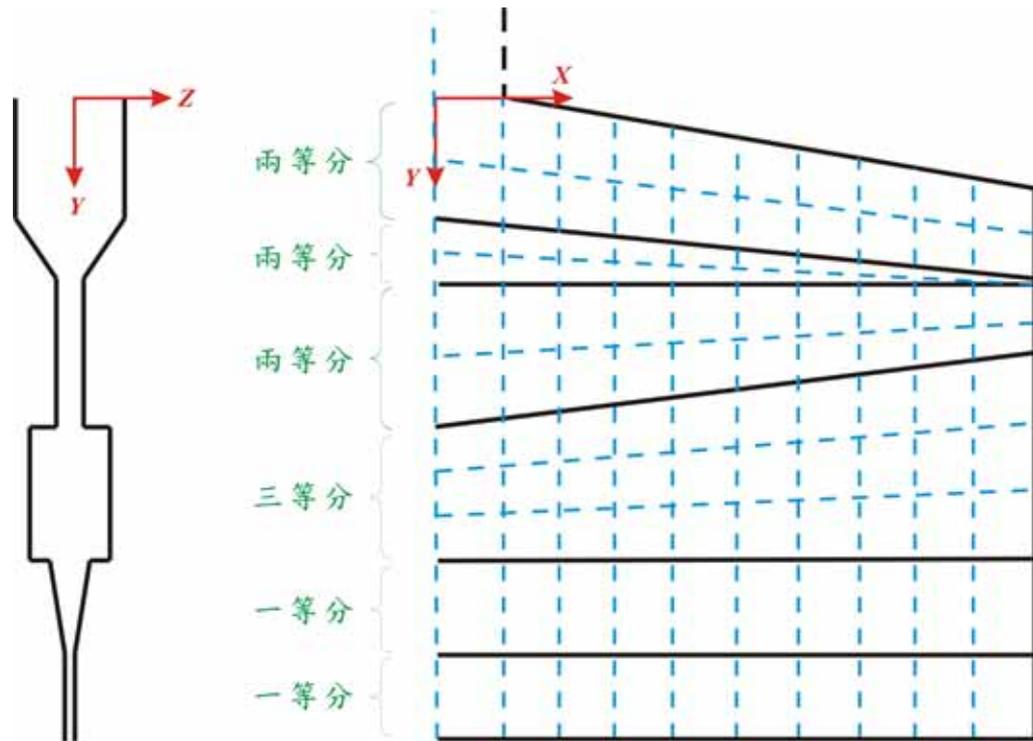


圖 4. 第一種物理發泡衣架型模具其子單元切割示意圖

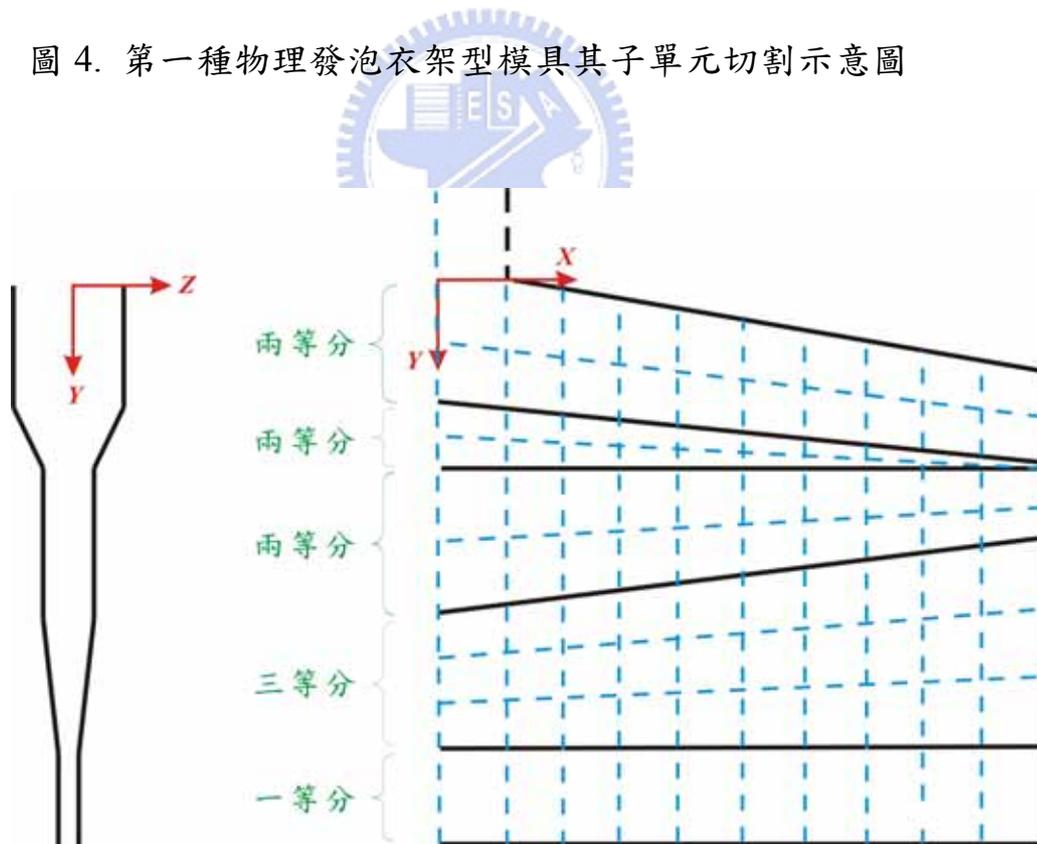


圖 5. 第二種物理發泡衣架型模具其子單元切割示意圖

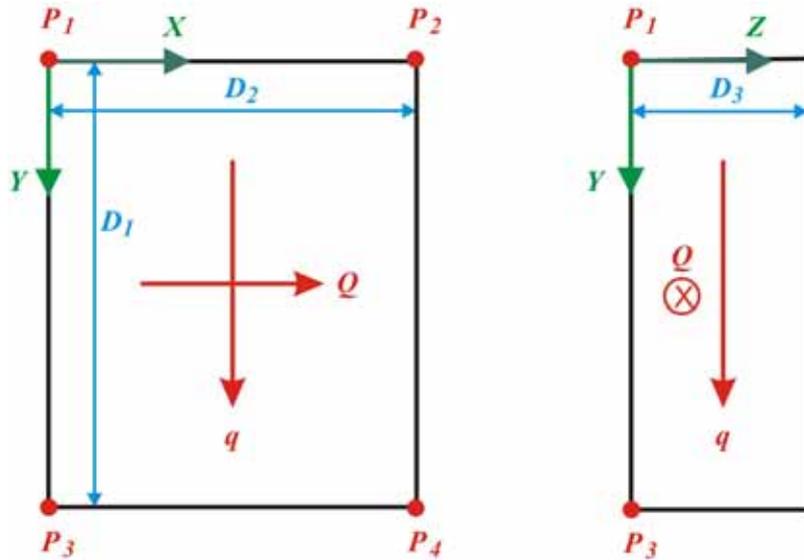


圖 6. 單一子單元分別在 X-Y 平面與 Y-Z 平面之幾何示意圖

2.3.2 理論基礎

考慮兩個相隔 D_3 距離的無限平行板，垂直平板的方向為Z方向，並且為全展開流動(fully developed flow)，則由運動方程式化簡可得：

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (13)$$

$$-\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \quad (14)$$

τ_{zx} 、 τ_{zy} ：剪切應力

P ：壓力

代入邊界條件(boundary conditions)：

$$z=0, \tau_{zx} = 0 \quad (15)$$

$$z=0, \tau_{zy} = 0 \quad (16)$$

積分式(13)、(14)可得到：

$$\tau_{zx} = \frac{\Delta P}{\Delta x} z \quad (17)$$

$$\tau_{zy} = \frac{\Delta P}{\Delta y} z \quad (18)$$

含溶解氣體之熔膠黏度符合前述 Doolittle 之自由體積理論黏度求解式，可再如前述 2.1 節中式(4)：

$$\begin{aligned} \ln(\eta) &= (n-1)\ln \dot{\gamma} + \frac{nB}{f(T, P, w_g)} + n \ln A - (n-1)\ln \tau \\ &= C_1 \ln \dot{\gamma} + \frac{C_2}{f(T, P, w_g)} + C_3 \end{aligned} \quad (19)$$

其中

$$C_1 = (n-1)$$

$$C_2 = nB$$

$$C_3 = [n \ln A - (n-1)\ln \tau]$$

$$\text{其中 } \dot{r} = \sqrt{r_1^{\bullet 2} + r_2^{\bullet 2}} \quad (20)$$

r_1^{\bullet} 為 X 方向的切變率

r_2^{\bullet} 為 Y 方向的切變率

\dot{r} 為總切變率

X 與 Y 方向的壁切變率(wall shear rate) \dot{r}_{1w} 、 \dot{r}_{2w} 與平均速率 \bar{v}_x 、 \bar{v}_y 的關係：

$$\dot{r}_{1w} = \frac{2(2 + \frac{1}{n})}{D_3} \bar{v}_x \quad (21)$$

$$\dot{r}_{2w} = \frac{2(2 + \frac{1}{n})}{D_3} v_y \quad (22)$$

$$r_w = \sqrt{r_{1w}^2 + r_{2w}^2} \quad (23)$$

令流體流經X方向的長度為 D_1 ，體積流率為 Q ；流經Y方向的長度為 D_2 ，體積流率為 q ；Z方向的厚度為 D_3 。

將式(19)、(20)、(21)、(22)、(23)代入式(17)、(18)，可得壓力梯度與流量關係式：

$$\frac{\Delta P}{D_1} = \frac{2\eta}{D_3} \frac{2(2 + \frac{1}{n})}{D_2 D_3^2} Q \quad (24)$$

$$\frac{\Delta P}{D_2} = \frac{2\eta}{D_3} \frac{2(2 + \frac{1}{n})}{D_1 D_3^2} q \quad (25)$$

2.3.3 衣架型模具流動數學模式（等溫情形）

利用平行板的流動原理，將之應用到上述模具流動區域的每個流動單元。其單元的控制方程式如下：

$$\left(\frac{P_1 + P_3}{2}\right) - \left(\frac{P_2 + P_4}{2}\right) - f(Q, q) Q = 0 \quad (26)$$

$$\left(\frac{P_1 + P_2}{2}\right) - \left(\frac{P_3 + P_4}{2}\right) - g(Q, q) q = 0 \quad (27)$$

$$Q + q = Q^* + q^* \quad (28)$$

Q ：此子單元往 X 方向之體積流率

Q^* ：鄰近子單元由 X 方向流入此子單元之體積流率

q ：此子單元往 Y 方向之體積流率

q^* ：鄰近子單元由 Y 方向流入此子單元之體積流率

p_1 ：為此子單元的壓力

p_2, p_3, p_4 ：表示鄰近子單元的壓力

$f(Q, q)$ 和 $g(Q, q)$ ：表示流動阻力

流動阻力 $f(Q, q)$ 和 $g(Q, q)$ 如下：

$$f = \frac{2\eta D_1}{D_3} \frac{2(2 + \frac{1}{n})}{D_2 D_3^2} \quad (29)$$

$$g = \frac{2\eta D_2}{D_3} \frac{2(2 + \frac{1}{n})}{D_1 D_3^2} \quad (30)$$

將式(26)、(27)及(28)寫入每一個單元，可得到一個聯立方程組，由於此聯立方程組非線性，故必須以數值疊代的方法以求出各子單元之 Q 、 q 及 P 。

(a) 猜 Q 、 q 及 P 值。

(b) 以步驟(a)中的猜值求 f 、 g 。

(c) 以步驟(b)求出的 f 、 g 代入原聯立方程組，此時方程組為線性。

(d) 解出新的 Q 、 q 及 P 值。

(e) 比較步驟(a)和步驟(d)的 Q 、 q 及 P 值，若相當接近，則步驟 d 的 Q 、

q 及 P 值即為所求，否則即以步驟 d 的 Q 、 q 及 P 值當作新猜值，

重覆(a)到(e)的步驟。

當 $n=1$ 時，流體即為牛頓流體，則原方程組可簡化為線性，得到的解

可作為步驟(a)的起始猜值。

2.3.4 衣架型模具流動數學模式（非等溫情形）

考慮溫度的影響，則每個子單元的多了一個未知數溫度 T ，而由原來的三個未知數 (Q 、 q 、 P) 變為四個 (Q 、 q 、 P 、 T)，此時每個子單元必須多一個控制方程式，才可求解，此第四個控制方程式必須由能量平衡來獲得。除了子單元間因為對流所產生的能量傳送外，還有消散能以及與外模壁之間的能量傳送。

(A) 消散能：

子單元長方體流道，對於長方體流道，單位體積的消散能為

$$\begin{aligned} \frac{dE_v}{dV} &= -\tau : \nabla v & (31) \\ &= \eta \left| \dot{\gamma} \right|^2 \end{aligned}$$

由式(20)、(21)、(22)可得

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_w \left| \frac{2z}{D_3} \right|^{\frac{1}{n}} \quad (32)$$

將式(32)代入式(31)，積分可得子單元內總消散能為

$$E_v = \left(\frac{n}{2n+1} \right) \eta \left| \dot{\gamma}_w \right|^2 V \quad (33)$$

其中， V 為子單元的體積， η 如 2.1 節中式(4)隨溫度而變：

$$\begin{aligned} \ln(\eta) &= (n-1) \ln \dot{\gamma} + \frac{nB}{f(T, P, w_g)} + n \ln A - (n-1) \ln \tau \\ &= C_1 \ln \dot{\gamma} + \frac{C_2}{f(T, P, w_g)} + C_3 \end{aligned} \quad (34)$$

(B) 外模壁與熔融膠料間之傳送能：

外模壁與熔融膠料間的能量傳送為

$$\frac{E_T}{A} = h(T - T_w) \quad (35)$$

E_T 為傳送能

A 為傳送面積

T_w 為模壁溫度

h 之值可由 N_u (Nusselt number) 求出：

$$N_u = \frac{hD_3}{k} \quad (36)$$

其中 k 為熱傳導係數 (heat conductivity)

D_3 為子單元的深度

N_u 之值可由 G_z (Graetz number) 求得

$$N_u = 1.75 G_z^{1/2} \quad (37)$$

其中 G_z 定義如下：

$$G_z = \frac{\rho C_p \bar{v} D_3^2}{k D_1} \quad (38)$$

ρ 為密度。

C_p 為比熱。

\bar{v} 為每一子單元平均速率，其為 $\sqrt{\bar{V}_x^2 + \bar{V}_y^2}$ 。

$$\bar{V}_x = \frac{Q}{D_2 D_3}, \quad \bar{V}_y = \frac{q}{D_1 D_3}$$

D_1 ， D_2 及 D_3 分別為子單元之長度，寬度及深度

(C) 子單元之能量方程式：

根據能量平衡可知子單元之溫度控制方程式如下：

$$(Q+q)T - q^*T_{q^*} - Q^*T_{Q^*} = \frac{E_v - E_T}{\rho C_p} \quad (39)$$

其中 T_{Q^*} 及 T_{q^*} 為鄰近子單元分別由 X，Y 方向流入此子單元之膠料的平均溫度， T 為此子單元之平均溫度。

(D) 模擬方法：

將式 (26)、(27)、(28)、(39)寫入每一個單元，可得到一聯立方程組，

由於此聯立方程組為非線性，故求解步驟如下：

(a) 猜 T 值。

(b) 以步驟(a)中的 T 求 η 值。

(c) 猜 Q 、 q 及 P 值。

(d) 以步驟(b)、步驟(c)中的值求出 f 、 g 。

(e) 以步驟(d)中求出的 f 、 g 代入式(26)~(28)，解出新的 Q 、 q 、 P 值。

(f) 比較步驟(c)和步驟(e)中的 Q 、 q 值，若相當接近，則進行下一步驟，否則以步驟(e)中求出的 Q 、 q 及 P 值作為新的猜值，重覆(c)到(f)的步驟，直至收斂。

(g) 以步驟(f)中求出的 Q 、 q 值，代入式(39)，解出新的 T 值。

(h) 比較步驟(a)及步驟(g)的 T 值，若相當接近，則步驟(f)和步驟(g)

的 Q 、 q 、 P 、 T 值即為解答，否則以步驟(f)和步驟(g)的 Q 、 q 、 P 、 T 值作為新猜值，重覆(a)到(h)的步驟。

2.4 判斷模具優劣之依據

判斷模具優劣的依據包括：

(A) 模具出口處沿寬度方向之流量均勻度(FUI)要高：

流量均勻度(FUI) [43] 的定義如下：

$$FUI = 1 - \sqrt{\frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} \left(\frac{q_i}{q_{avg}} - 1 \right)^2} \quad (40)$$

其中 q_i 為位於模具出口往Y方向的體積流率。

q_{avg} 為 q_i 的平均值。

N_1 為位於模具出口處子單元的總數。

當 $q_i = q_{avg}$ 時，流量最均勻，此時流量均勻度為 1。

(B) 模具出口處沿寬度方向之平均溫度均勻度(TUI)要高：

$$TUI = 1 - \sqrt{\frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} \left(\frac{T_{b,i}}{T_{b,avg}} - 1 \right)^2} \quad (41)$$

其中 $T_{b,i}$ 為位於模具出口處各子單元的平均溫度

$T_{b,avg}$ 為 $T_{b,i}$ 的平均值

N_1 為模具出口處子單元的總數

TUI 值愈高，表示模具出口處各子單元之平均溫度愈均勻。

(C) 避免預發泡在模具太早發生：

讓膠料在模具內部各點的壓力均大於開始產生發泡的飽和臨界壓力 P_c ，亦即在設計上，盡量使膠料開始要產生過飽和的臨界點位置盡量接近模具出口。

考慮因素(A)~(C)之目的在使膠料在模具出口沿著寬度方向發泡均勻，如此產品不致因為發泡不均導致產品厚度不均勻，而且產品氣泡大小也會均勻，且可避免因出口平均溫度太高，導致發泡太過激烈，產生大氣泡及氣泡合併之現象，導致產品表面產生下陷以及機械性質顯著下降。

2.5 田口法之搜尋策略：找尋模具之最佳化幾何設計參數 [43]

物理發泡衣架型模具其幾何形狀甚多，如果一次改一個參數而固定其它參數的傳統方式，進行設計會相當耗時，而且不見得可以找到最佳幾何形狀，為了有效找出最佳參數組合，在每一回搜尋步驟中引入田口法，以減少數值模擬的次數。

今對研究中所提之第一種物理發泡衣架型模具（如前述圖 2）之搜尋過程加以說明；首先固定住模具入口半徑 R 及模具寬度 W ，再針對模具每個幾何因子（包括分歧管區起始長度 RMI 、分歧管區末端長度 RME 、限流區導角 θ 、限流區深度 $H1$ 、限流區長度 $A1$ 、鬆弛區長度 $A2$ 、鬆弛區深度 $H2$ 、壓縮區長度 $A3$ 、壓縮區起始深度 $H3$ 、分歧管區導角 β 、壓縮區導度 γ 、模唇區長度 $A4$ ）共有 12 個，各自選擇三個起始水準（Level 1、Level 2、Level

3), 再以 L27 直交表來配置, 各因子的水準如表 4 所示。另外, α 導角值則由入口半徑 R 值、模具寬度 W 值及分歧管區導角 β 值而決定其值。

表 4. 第一種模具：三水準之 L27 直交表配置

	RMI (cm)	RME (cm)	θ (°)	H1 (cm)	A1 (cm)	A2 (cm)	H2 (cm)	H3 (cm)	A3 (cm)	β (°)	γ (°)	A4 (cm)	Empty
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	3	3	3
5	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	1	1	1
6	1	2	2	2	3	3	3	1	1	1	2	2	2
7	1	3	3	3	1	1	1	3	3	3	2	2	2
8	1	3	3	3	2	2	2	1	1	1	3	3	3
9	1	3	3	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1
10	2	1	2	3	1	2	3	1	2	3	3	2	3
11	2	1	2	3	2	3	1	2	3	1	1	3	1
12	2	1	2	3	3	1	2	3	1	2	2	1	2
13	2	2	3	1	1	2	3	2	3	1	2	1	2
14	2	2	3	1	2	3	1	3	1	2	3	2	3
15	2	2	3	1	3	1	2	1	2	3	1	3	1
16	2	3	1	2	1	2	3	3	1	2	1	3	1
17	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	2	1	2
18	2	3	1	2	3	1	2	2	3	1	3	2	3
19	3	1	3	2	1	2	2	1	3	2	2	3	2
20	3	1	3	2	2	3	3	2	1	3	3	1	3
21	3	1	3	2	3	1	1	3	2	1	1	2	1
22	3	2	1	3	1	2	2	2	1	3	1	2	1
23	3	2	1	3	2	3	3	3	2	1	2	3	2
24	3	2	1	3	3	1	1	1	3	2	3	1	3
25	3	3	2	1	1	2	2	3	2	1	3	1	3
26	3	3	2	1	2	3	3	1	3	2	1	2	1
27	3	3	2	1	3	1	1	2	1	3	2	3	2

將 12 個變數配置直交表中，此時表中雖多出了一行，但並不會影響到實驗的直交性。針對每一組水準組合(即某種模具形狀)計算其流量均勻度，並且求得每個因子中每個水準的響應值，例如在 L27 直交表中，求出含有因子 RMI 水準 1 的各組流量均勻度（共九組）加以平均，即為因子 RMI 水準 1 的響應值，以此類推。接著由響應值建立響應表。由響應表的分析決定這些因子的最佳水準組合，由於最佳水準的決定是以提高流量均勻為準，若均勻度符合設計要求，則該最佳組合所決定之模具形狀即為所求，而此組合稱為最佳設計點 (Design Point)。否則將本次搜尋的最佳組合當成下次搜尋的中間水準，然後引入一常數 λ 來重新調整水準 1 及水準 3，

$$\text{其中 水準 1} = (\text{水準 2}) - \lambda \times (\text{水準 2}) ;$$

$$\text{水準 3} = (\text{水準 2}) + \lambda \times (\text{水準 2}) ;$$

λ 表示搜尋範圍。

若本次搜尋的流量均勻度小於上一次搜尋的流量均勻度，則表示 λ 太大，必須降低 λ 值以縮小搜尋範圍。當十一個因子的水準重新設定後，重覆 L27 直交表來搜尋，直到流量均勻符合要求。

同樣地，本研究中所提之第二種物理發泡衣架型模具（如前述圖 3），其幾何因子（包括分歧管區起始長度 RMI、分歧管區末端長度 RME、限流區導角 θ 、限流區深度 H1、限流區長度 A1、壓縮區長度 A2、分歧管區導角 β 、壓縮區導角 γ 、模唇區長度 A3）共有 9 個，同樣以 L27 直交表來配

置各個因子的起始三水準，如表 5 所示，而搜尋方式則與上述相同。 α 導角值則隨入口半徑 R 值、模具寬度 W 值、及分歧管區導角 β 值而決定其值。

表 5. 第二種模具：三水準之 L27 直交表配置

	RMI (cm)	RME (cm)	θ (°)	H1 (cm)	A1 (cm)	A2 (cm)	β (°)	γ (°)	A3 (cm)	Empty	Empty	Empty	Empty
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	3	3	3
5	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	1	1	1
6	1	2	2	2	3	3	3	1	1	1	2	2	2
7	1	3	3	3	1	1	1	3	3	3	2	2	2
8	1	3	3	3	2	2	2	1	1	1	3	3	3
9	1	3	3	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1
10	2	1	2	3	1	2	3	1	2	3	3	2	3
11	2	1	2	3	2	3	1	2	3	1	1	3	1
12	2	1	2	3	3	1	2	3	1	2	2	1	2
13	2	2	3	1	1	2	3	2	3	1	2	1	2
14	2	2	3	1	2	3	1	3	1	2	3	2	3
15	2	2	3	1	3	1	2	1	2	3	1	3	1
16	2	3	1	2	1	2	3	3	1	2	1	3	1
17	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	2	1	2
18	2	3	1	2	3	1	2	2	3	1	3	2	3
19	3	1	3	2	1	2	2	1	3	2	2	3	2
20	3	1	3	2	2	3	3	2	1	3	3	1	3
21	3	1	3	2	3	1	1	3	2	1	1	2	1
22	3	2	1	3	1	2	2	2	1	3	1	2	1
23	3	2	1	3	2	3	3	3	2	1	2	3	2
24	3	2	1	3	3	1	1	1	3	2	3	1	3
25	3	3	2	1	1	2	2	3	2	1	3	1	3
26	3	3	2	1	2	3	3	1	3	2	1	2	1
27	3	3	2	1	3	1	1	2	1	3	2	3	2

2.6 對LDPE/CO₂系統之衣架型模具的最佳化設計

目前文獻對LDPE/CO₂ [36-38] 系統有關Sanchez-Lacombe狀態方程式所需之熱力學參數已相當齊全，搭配Power Law model、Doolite equation、自由體積理論及Sanchez-Lacombe狀態方程式等理論，去計算含溶解氣體但不發泡的膠料之剪切黏度 η 及在某溫度及某氣體溶解度下之發泡臨界壓力值之後，即可利用軟體去模擬LDPE/CO₂系統在模具中流動的情形。

由於田口法所搜尋出設計點的目標值（如流動均勻度）為局部最大值，再加上各個因子的起始水準值不同，所獲得的設計點也不盡相同，所以在設計上，設計者必須先訂出每個因子的上限(T)及下限(B)，再依據 B 及 T 訂出 L 及 H 兩部分，每一部分再訂出 LEVEL1，LEVEL2 及 LEVEL3。

其中 L 代表 LOW LEVEL；

其對應之 LEVEL1，LEVEL2，LEVEL3 如下：

$$\text{LEVEL1}=\text{B}, \text{LEVEL3} = (\text{B}+\text{T}) / 2$$

$$\text{LEVEL1} < \text{LEVEL2} < \text{LEVEL3}$$

而 H 代表之 HIGH LEVEL；

其對應之 LEVEL1，LEVEL2 及 LEVEL 如下：

$$\text{LEVEL1}=(\text{B}+\text{T}) / 2, \text{LEVEL3}=\text{T}$$

$$\text{LEVEL1} < \text{LEVEL2} < \text{LEVEL3}$$

再以 L 及 H 二水準的直交表配對，產生如表 6（12 個幾何設計因

子，針對第一種物理發泡衣架型模具) 及表 7 (9 個幾何設計因子，針對第二種物理發泡衣架型模具)。

表 6. 第一種模具：高低起始水準之 L16 直交表配置

	RMI (cm)	RME (cm)	θ (°)	H1 (cm)	A1 (cm)	A2 (cm)	H2 (cm)	H3 (cm)	A3 (cm)	β (°)	γ (°)	A4 (cm)
1	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L
2	L	L	L	L	L	L	L	H	H	H	H	H
3	L	L	L	H	H	H	H	L	L	L	L	H
4	L	L	L	H	H	H	H	H	H	H	H	L
5	L	H	H	L	L	H	H	L	L	H	H	L
6	L	H	H	L	L	H	H	H	H	L	L	H
7	L	H	H	H	H	L	L	L	L	H	H	H
8	L	H	H	H	H	L	L	H	H	L	L	L
9	H	L	H	L	H	L	H	L	H	L	H	L
10	H	L	H	L	H	L	H	H	L	H	L	H
11	H	L	H	H	L	H	L	L	H	L	H	H
12	H	L	H	H	L	H	L	H	L	H	L	L
13	H	H	L	L	H	H	L	L	H	H	L	L
14	H	H	L	L	H	H	L	H	L	L	H	H
15	H	H	L	H	L	L	H	L	H	H	L	H
16	H	H	L	H	L	L	H	H	L	L	H	L

表 7. 第二種模具：高低起始水準之 L12 直交表配置

	RMI (cm)	RME (cm)	θ (°)	H1 (cm)	A1 (cm)	A2 (cm)	β (°)	γ (°)	A3 (cm)	Empty	Empty
1	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L
2	L	L	L	L	L	H	H	H	H	H	H
3	L	L	H	H	H	L	L	L	H	H	H
4	L	H	L	H	H	L	H	H	L	L	H
5	L	H	H	L	H	H	L	H	H	H	L
6	L	H	H	H	L	H	H	L	L	L	L
7	H	L	H	H	L	L	H	H	H	H	L
8	H	L	H	L	H	H	H	L	L	L	H
9	H	L	L	H	H	H	L	H	H	L	L
10	H	H	H	L	H	L	L	H	H	L	H
11	H	H	L	H	L	H	L	L	L	H	H
12	H	H	L	L	L	L	H	L	H	H	L

以表 6 及表 7 中之每一配對其所對應的 LEVEL1，LEVEL2，LEVEL3 作為起始水準各自去跑表 4 之 L27 直交表（第一種物理發泡衣架型模具）及表 5 之 L27 直交表（第二種物理發泡衣架型模具），以便搜尋每一配對所搜尋到的最佳流量均勻度(FUI 值)的設計點。

本研究中，將第一種物理發泡衣架型模具各因子的起始三水準及上下限設定如表 8 及表 9 所示，而第二種物理發泡衣架型模具各因子的起始三水準及上下限則如表 10 及表 11 所示。

表 8. 第一種模具：各因子之高低起始水準設定值

		LEVEL 1	LEVEL 2	LEVEL 3
RMI (cm)	H	10	12	14
	L	6	8	10
RME (cm)	H	3	4	5
	L	1	2	3
θ (°)	H	5	7	9
	L	1	3	5
H1 (cm)	H	0.25	0.30	0.35
	L	0.15	0.20	0.25
A1 (cm)	H	2	2.5	3
	L	1	1.5	2
A2 (cm)	H	3	4	5
	L	1	2	3
H2 (cm)	H	0.6	0.7	0.8
	L	0.4	0.5	0.6
H3 (cm)	H	0.25	0.30	0.35
	L	0.15	0.20	0.25
A3 (cm)	H	2	2.5	3
	L	1	1.5	2
β (°)	H	60	70	80
	L	40	50	60
γ (°)	H	3	4	5
	L	1	2	3
A4 (cm)	H	2	2.5	3
	L	1.	1.5	2

表 9. 第一種模具：各因子之上下限設定值

	Minimum	Maximum
RMI (cm)	6	14
RME (cm)	1	5
θ (°)	1	9
H1 (cm)	0.15	0.35
A1 (cm)	1	3
A2 (cm)	1	5
H2 (cm)	0.4	0.8
H3 (cm)	0.15	0.35
A3 (cm)	1	3
β (°)	40	80
γ (°)	1	5
A4 (cm)	1	3

表 10. 第二種模具：各因子之高低起始水準設定值

		LEVEL 1	LEVEL 2	LEVEL 3
RMI (cm)	H	10	12	14
	L	6	8	10
RME (cm)	H	3	4	5
	L	1	2	3
θ (°)	H	5	7	9
	L	1	3	5
H1 (cm)	H	0.25	0.30	0.35
	L	0.15	0.20	0.25
A1 (cm)	H	2	2.5	3
	L	1	1.5	2
A2 (cm)	H	3	4	5
	L	1	2	3
β (°)	H	60	70	80
	L	40	50	60
γ (°)	H	3	4	5
	L	1	2	3
A3 (cm)	H	2	2.5	3
	L	1.	1.5	2

表 11. 第二種模具：各因子之上下限設定值

	Minimum	Maximum
RMI (cm)	6	14
RME (cm)	1	5
θ (°)	1	9
H1 (cm)	0.15	0.35
A1 (cm)	1	3
A2 (cm)	1	5
β (°)	40	80
γ (°)	1	5
A4 (cm)	1	3

因此對第一種物理發泡衣架型模具共可得 16 個設計點，在這 16 個設計點之下並考量其它影響模具優劣之因素包括：

- (i) 模具出口處之平均溫度均勻度(TUI)。
- (ii) 預發泡在模具內產生位置。

以此找出兼顧好的 FUI 值、好的 TUI 值、及預發泡位置必須愈靠近模具出口，這些條件下均符合的設計點即為第一種物理發泡衣架型模具之最佳設計點。

同樣對第二種物理發泡衣架型模具則可得到 12 個設計點，在這 12 個設計點之下找出同時兼顧好的 FUI 值、好的 TUI 值、及預發泡位置必須愈盡量靠近模具出口，在這些條件均符合的設計點，即為第二種物理發泡衣架型模具之最佳設計點。