

第二章 理論及研究方法

2.1 分配式混合區的幾何形狀及尺寸的設計

分配式混合元件的幾何形狀以插栓型及楔型最被重視^[1~3]，因此本研究將以此兩種形狀作為前述混合性能的探討。茲將本研究對這兩種混合元件所需組成的混合區，其幾何形狀設計上要考量的參數分述如下：

2.1.1 插栓型 (Pin type)

影響插栓型混合元件之混合性能最大之因素為插栓元件之幾何形狀、橫截面安裝數量和插栓元件彼此間之軸向間距，因此本研究將加以探討。

(A) 插栓型元件之幾何形狀及尺寸

插栓型混合元件幾何形狀主要以 Pins (圖 1)、Blockhead (圖 2) 及 Pineapple (圖 3) 最被重視^[1~3]，如前所述另外元件本身的尺寸也會影響混合性能，元件高度太深或於元件本身不符合流體流線均易造成死角，滯留或迴流，因此本研究將對此 3 種不同的插栓元件進行探討。

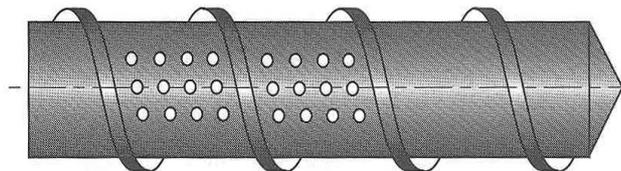


圖 1. Pins mixing section 示意圖

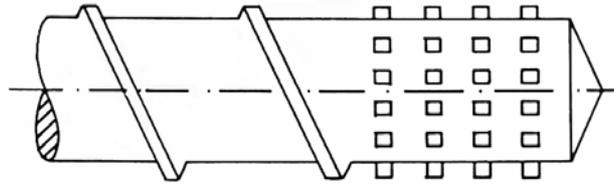


圖 2. Blockhead mixing section 示意圖 [1]

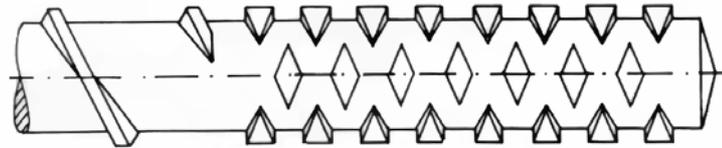


圖 3. Pineapple mixing section 示意圖 [1]

(B) 橫截面安裝數量

增加橫截面安裝數量可提高流體被切割的機會，由於流體流動空間減少，流體會以被擠壓的方式通過插栓間的空隙，然後進入到較寬廣的區域進行拉伸，可有效增加分配混合效率。

因此本研究將改變安裝在橫截面之數量，以三的倍數由三個漸增加至九個，藉由比較不同數量對於流體在溝道內流動之速度變化、界面面積增加率變化以及色彩均勻度變化，求取橫截面安裝數量之最佳化設計。

(C) 軸向間距

軸向間距大小，對於流體是否能造成橫向流動以取得切割及再取向之機會，有極重大之影響。軸向間距太小會造成流體不經過元件產生分流切割，而是直接由元件間隙通過，導致混合效果不佳及劣解現象，因此本研究擬以 $1/4 D$ 、 $1/6 D$ 與 $1/8 D$ 之軸向間距(其中 D 為螺桿口徑)，以做為混合

性能的探討。

2.1.2 楔型 (Wedge-shaped type)

楔型混合元件以Dulmage (圖 4)及Slotted (圖 5)兩種型式最被重視^[1-3]，因此本研究將探討此二種楔型混合元件所組成之混合區，其幾何形狀設計參數對混合性能之探討：

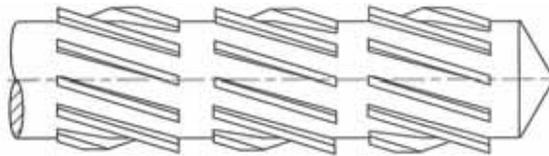


圖 4. Dulmage mixing section 示意圖 [3]

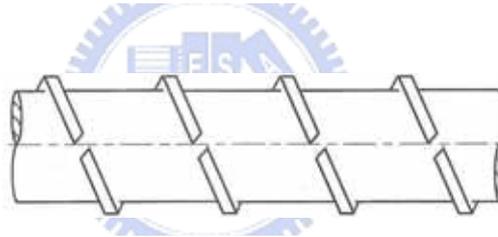


圖 5. Slotted extruder screw 示意圖 [3]

(A) Dulmage type :

Dulmage type 混合元件所組成之混合區，其最重要的幾何設計參數在元件角度、單圈元件數目、元件軸向間距。本研究對不同之設計參數進行其混合性能探討。

(B) Slotted type :

Slotted type 混合元件所組成之混合區，其最重要的幾何設計參數為孔隙形狀、一牙孔隙數目，因此本研究將對這些不同設計參數進行其混合性

能探討。

2.2 以有限元素分析軟體ANSYS®9.0 進行流場分析及混合性能評估

以ANSYS®9.0 有限元素分析軟體分析混合區流場中之速度分佈，並建立流線做為混合性能評估。茲將進行步驟分述如下：

2.2.1 以ANSYS®9.0 進行速度分析及流場分析

- ① 利用繪圖軟體繪出 2.1 所設計之形狀及尺寸
- ② 使用網格產生器，先針對邊點作定義，再延伸至內部節點建立網格，將網格產生器建立之資料，轉入ANSYS®9.0 內建之求解器(Solver)，以進行速度場之模擬，並同時建立質點流線路徑之分析。
- ③ 在混合區之入口截面，以平均分佈方式配置 50 個質點，接著對此 50 個質點進行流線分析（質點路徑追蹤）。

由②及③之結果進行混合區之混合性能評估：

2.2.2 以總體平均界面面積增加率為第一種混合指標之混合分析模式建

立^[29,30,31]

依據 2.2.1 第③部分所繪出之 50 個流體質點流線（如圖 6 所示），對每一個流體質點從第一個入口截面（如圖 7 所示），沿著流線路徑從入口截面積分到最後混合區出口截面以計算出一個流體元素界面的面積增加率，最

後再以此 50 個流體元素界面面積增加率做平均，可得總體平均界面面積增加率，並以此作為混合元件之混合度指標的定量依據。

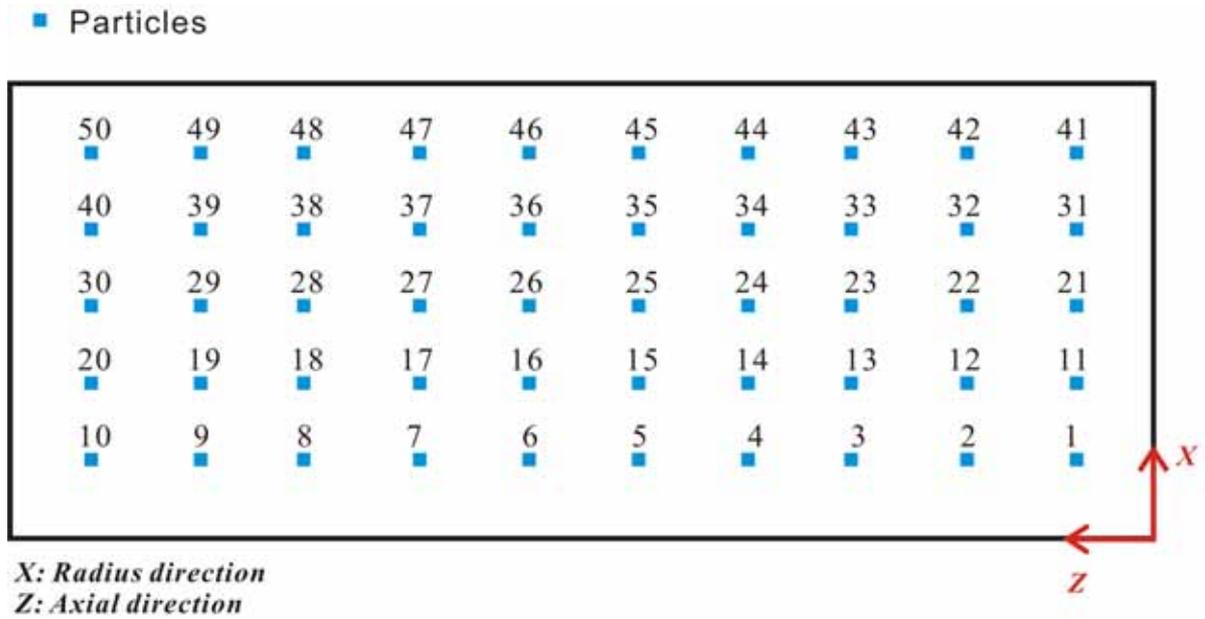


圖 6. 入口截面平均配置 50 個質點其位置分佈圖

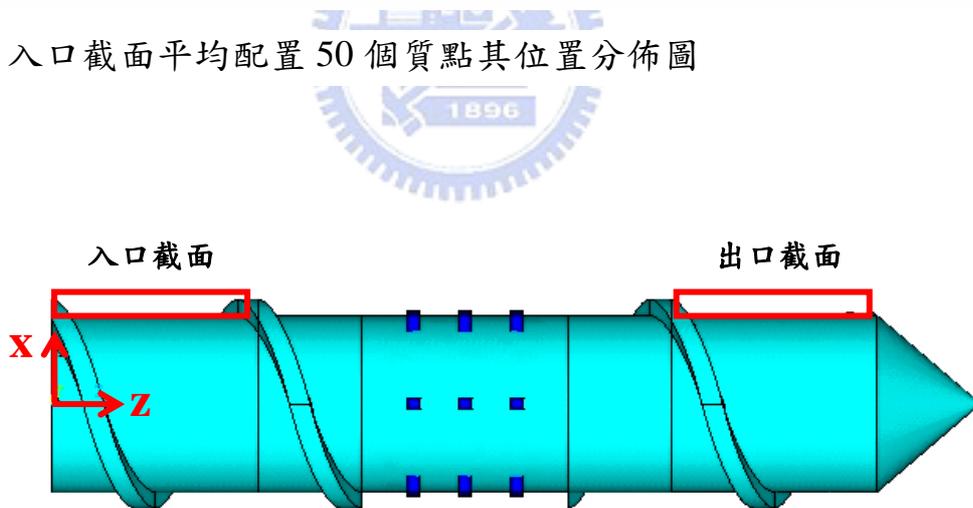


圖 7. 螺桿混合區流道示意圖

至於在計算流體元素界面面積沿流線路徑改變到最後出口截面時，其界面面積的增加率則需要計算流體在流線中的路徑及在路徑中各點的形變

率 $\left(\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2}(\dot{\gamma}:\dot{\gamma})} \right)$ ，而這些均是由 ANSYS®9.0 軟體去計算。

茲將上述總體平均混合度計算過程分述如下：

對於一個三維流動系統，其流體界面(interfacial area element)是以亂的方位(randomly oriented fluid)分佈，對於此種形式的流動系統，其流體元素在流動過程所產生之界面面積增加率，可以下式表示 [2,30,31]：

$$\frac{dA_i}{A_{i,0}dt} = \frac{1}{2} \dot{\gamma} = \frac{1}{2} [(\nabla V) + (\nabla V)^T] \quad (1)$$

其中 $A_{i,0}$ 為第 i 個流體質點的起始面積

$\dot{\gamma}$ 為變形率張量

$$\dot{\gamma} = \begin{bmatrix} 2 \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} & 2 \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} & 2 \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2)$$

沿著流線路徑計算其流體元素界面面積增加可由下式表示：

$$\frac{\Delta A_i}{A_{i,0}} = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \dot{\gamma} dt \quad (3)$$

其中 $t = 0$ 為流體質點在入口截面之起始時間

t_f 為流體質點到出口截面之時間

總體平均界面面積增加率 (\bar{M}) 可用下式算出：

$$\bar{M} = \sum_{i=1}^{50} f_i \left(\frac{\Delta A_i}{A_{i,0}} \right) \quad (4)$$

其中 f_i 為在出口處第 i 個質點所到之處的流量分佈，其為：

$$f_i = \frac{V_{li}}{\sum_{i=1}^{50} V_{li}} \quad (5)$$

其中 V_{li} 為質點 i 在出口處沿螺桿軸向之速度

則 \bar{M} 可以作為第一種混合度指標定量之依據。

2.2.3 以色彩均勻度為第二種混合指標之混合分析模式建立^[25,26,27]

此由熱力學及統計學之觀點定義出關於判斷混合程度的指標，主要是用亂度來表示混合程度，計算質點在區域中的分佈之或然率，進一步去推算其色彩均勻度指標來判定其混合程度^[27]。

將混合區入口截面以平均分配方式配置 25 個藍色質點及 25 個紅色質點（如圖 8 所示），然後對此 50 個質點進行流線質點路徑追蹤。同時在混合區內平均分配 4 個橫切面，如圖 9 所示。再將每個橫切面平均分配 8 個區域，如圖 10 所示。

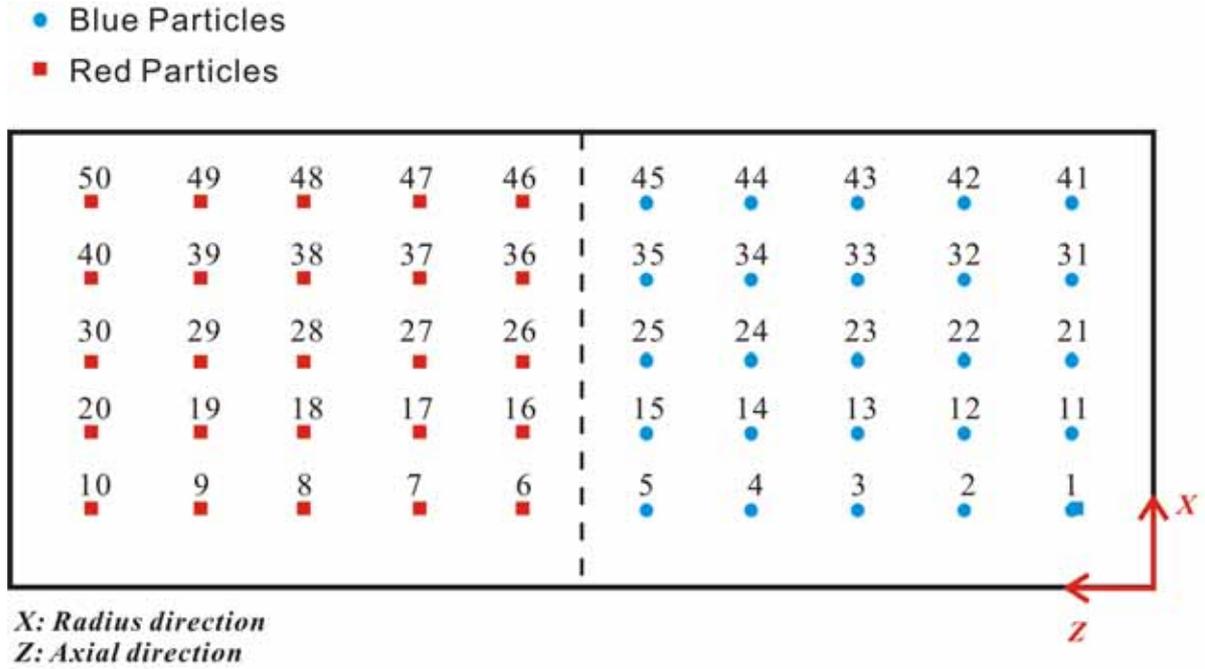
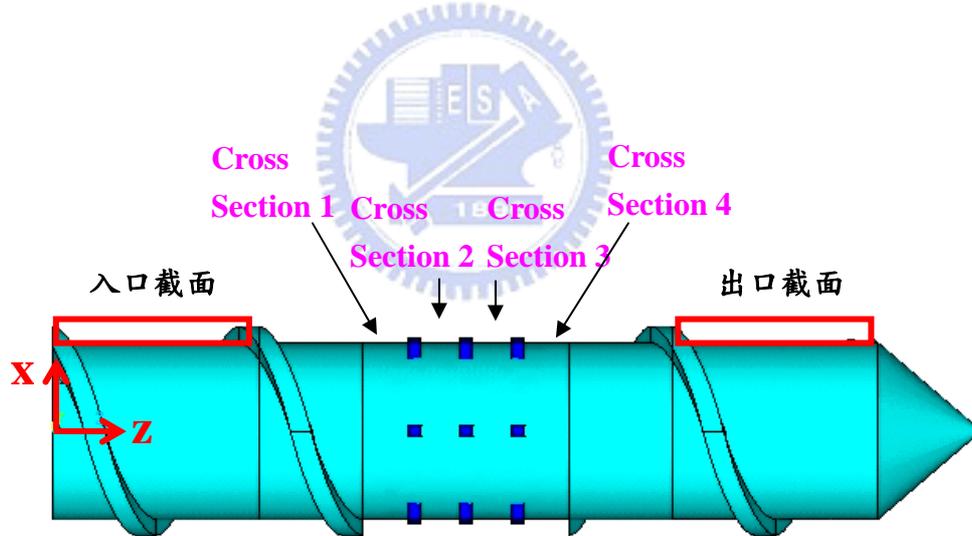


圖 8. 入口截面平均配置 25 個藍色質點及 25 個紅色質點其位置分佈圖



其中 Cross Section 1 座標 $Z=Z1$ 、Cross Section 2 座標 $Z=Z2$ 、
Cross Section 3 座標 $Z=Z3$ 、Cross Section 4 座標 $Z=Z4$
 $Z4-Z3 = Z3-Z2 = Z2-Z1 =$ 混合元件軸向間距

圖 9. 混合區內平均分配四個橫切面之示意圖

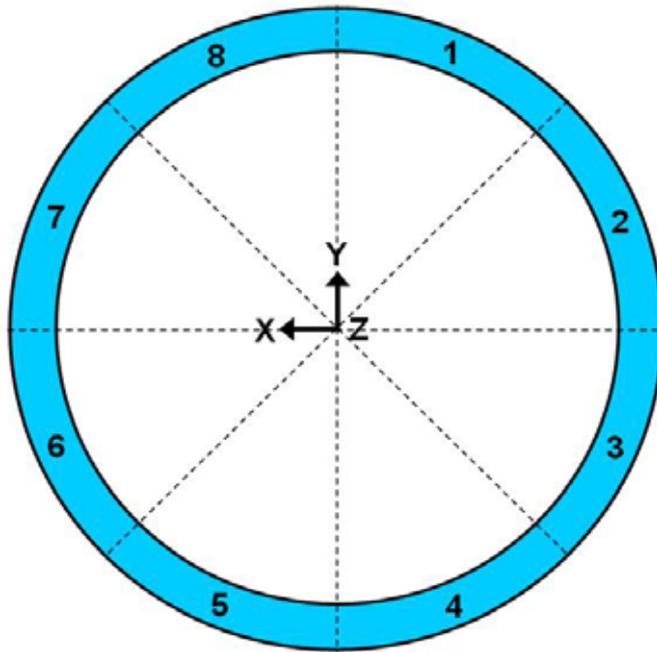


圖 10. 橫切面平均分配 8 個區域之示意圖

最後，針對每個橫切面，計算質點在某區域出現之或然率以及在該區域下之質點顏色或然率，即可得到四組（即四個不同橫切面）色彩均勻度，並以此色彩均勻度變化作為混合元件之第二種混合度指標的定量依據。

茲將上述色彩均勻度計算過程分述如下：

為了分析不同顏色質點的混合品質，由統計熱力學的觀點定義了

Shannon entropy，可以下式表示：

$$S = -\sum_{j=1}^M p_j \ln p_j \quad (6)$$

其中 M 為區域配置之總數

P_j 為空間中質點分佈之或然率

上式只考慮該區域中質點出現的或然率，若要同時考慮區域和顏色出現的或然率，可以下式表示：

$$S = -\sum_{c=1}^C \sum_{j=1}^M p_{c,j} \ln p_{c,j} \quad (7)$$

其中 C 為有質點之顏色總數

$P_{c,j}$ 為某個區域下該顏色質點分佈之或然率，其為：

$$p_{c,j} = p_{c/j} P_j \quad (8)$$

其中 P_j 為質點在某個區域出現之或然率

$p_{c/j}$ 為該區域下顏色質點出現之或然率

將式(8)代入式(7)，可得到下式：

$$S = -\sum_{c=1}^C \sum_{j=1}^M [(p_{c/j} P_j) \ln p_{c/j} P_j] \quad (9)$$

式(9)可再經由數學運算，得到下式：

$$S = -\sum_{j=1}^M p_j \sum_{c=1}^C [p_{c/j} \ln p_{c/j}] - \sum_{c=1}^C p_{c/j} \sum_{j=1}^M [p_j \ln p_j] \quad (10)$$

其中 $\sum_{c=1}^C p_{c/j} = 1$ ，故式(10)可改寫如下：

$$S = \sum_{j=1}^M [p_j S_j(\text{colors})] + S(\text{locations}) \quad (11)$$

$$\text{其中 } S_j(\text{colors}) = -\sum_{c=1}^C [\ln p_{c/j} p_{c/j}], \quad (12)$$

代表某個區域 j 下質點顏色混合之 entropy

$$S(\text{locations}) = -\sum_{j=1}^M [p_j \ln p_j], \quad (13)$$

此處之 S (亂度) 與所有質點粒子在區域中之分配有關，而與顏色無關。

故式(11)可更清楚的以下式表示：

$$S = S_{\text{locations}}(\text{colors}) + S(\text{locations}) \quad (14)$$

最後色彩均勻度可用下式算出：

$$\text{Index of color homogeneity} = \frac{S_{\text{locations}}(\text{colors})}{\ln C} \quad (15)$$

則色彩均勻度可以作為第二種混合度指標定量之依據。

2.2.4 混合區中滯留及迴流現象之分析

由 2.2.1 中②之結果可分析出混合區的流場速度分佈及流體質點路徑(流線)，以判斷流場中是否有滯留與迴流等現象產生。在流場速度分析中，若發現某一區段速度很小，則此處即可能為滯留區域。在流場方向分析中，以向量形式之分析可以很明顯觀察出是否產生迴流，在最佳化設計考量上皆要盡量去避免，因為此現象會造成劣解，影響產品品質。

2.2.5 混合元件最佳化之選取

從 2.2.2 到 2.2.4 的分析就可決定出 2.1 所設計的混合元件中幾何型式在相同押出量之下，具有最佳的混合性能，以作為混合元件最佳化設計。最

佳化混合性能的混合區其將具有好的混合度，沒有死角、滯留區、迴流等現象。

