參考文獻

[1] Diggle Peter J.(2002) *Analysis of Longitudinal Data 2nd ed.* Oxdord.

[2] Li Yen-Peng and Chan Wenyaw (2006). *Analysis of Longitudinal Multinomial Outcome Data.Biometrical Journal* 48 319-326.

[3] Chan Wenyaw. *Analyzing Longitudinal Binary Outcome Data as Transformation of Poisson Process.*

[4] Iosifescu (1980) *Finite Markov Processes and Their Applications*. John Wiley & Sons , Inc.

[5] Ross Sheldon M. (2002) *Simulation 3nd ed.* Academic Press.

[6] Peng Nan-Fu. *Transition Probabilities of Nonhomogeneous Markov Chains.*

[7] Burden & Faires (1997) *Numerical Analysis 6 ed.*

附錄、

Newton 法、欲找出 $F(X)=0$ 的解 X 。

假設 p 是 $G(X)=X$ ，對於 $G=(g_1,g_2,\cdots,g_n)^t$ ， $R^n \to R^n$ 。如果存在一數 $\delta>0$ ，且滿足下列性質：

（1）$\partial g_i/\partial x_j$ 在 $N_\delta=\{X \mid \|X-p\|<\delta\}$ 上連續，對於每一個 $i=1,2,\cdots,n$ 和 $j=1,2,\cdots,n$ 都成立。

（2）當 $X\in N_\delta$，$\partial^2 g_i(x)/(\partial x_j \partial x_k)$ 是連續的，且存在 M 使得 $|\partial^2 g_i(x)/(\partial x_j \partial x_k)|\le M$ ，對於每一個 $i=1,2,\cdots,n$ ， $j=1,2,\cdots,n$ ， $k=1,2,\cdots,n$ 都成立。

（3）$\partial g_i(p)/\partial x_k=0$ 對於每一個 $i=1,2,\cdots,n$ 和 $k=1,2,\cdots,n$ 都成立。

則存在一數 $\hat{\delta}\le\delta$ 使得數列 $X^{(k)}=G(X^{(k-1)})$ 二次收斂至 p ，對於任何起始點 $X^{(0)}$ 滿足 $\|X^{(0)}-p\|<\hat{\delta}$ 。再則 $\|X^{(k)}-p\|_\infty \le \frac{n^2 M}{2}\|X^{(k-1)}-p\|_\infty^2$ ，對於每一個 $k\ge 1$ 。

因此， $X^{(k)}=G(X^{(k-1)})=X^{(k-1)}-J(X^{(k-1)})^{-1}F(X^{(k-1)})$

其中， $J(x)=\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(X)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(X)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2(X)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_n} \end{bmatrix}$ 稱為 Jacobian 矩陣。