

第五章 到場航機軌跡與衝突分析

本章首先分析 B744 AU1A 到場程序之雷達軌跡，因無法分析實際到場航機軌跡，故以 BADA 全能量模式結果求得 AU1A 到場航機之三度空間位置，並應用 Paielli 與 Erzberger 構建之衝突機率模式，分析航機於 FB1 離場程序與 AU1A 到場程序間之可能衝突。

5.1 到場航機軌跡

以 AU1A 到場程序建立到場航機軌跡，AU1A 到場程序如圖 5.1，由東北或東南面來之航機經 ANPU 定位點以航向 270 至 SEDUM 定位點，二次轉向後進入中正機場。

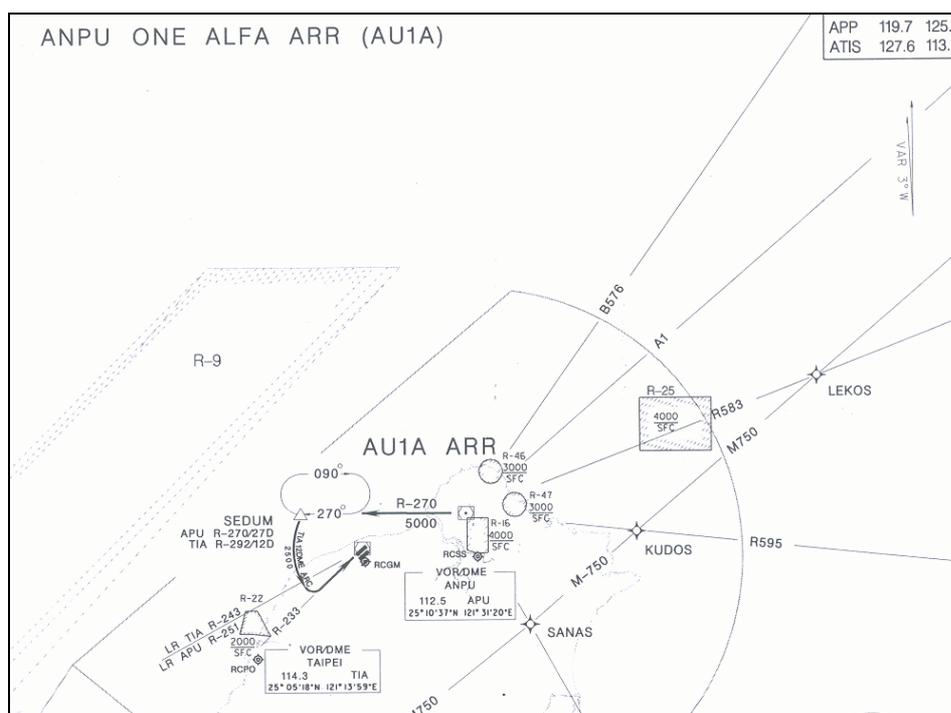


圖 5.1 AU1A 到場程序圖

資料來源：[16]

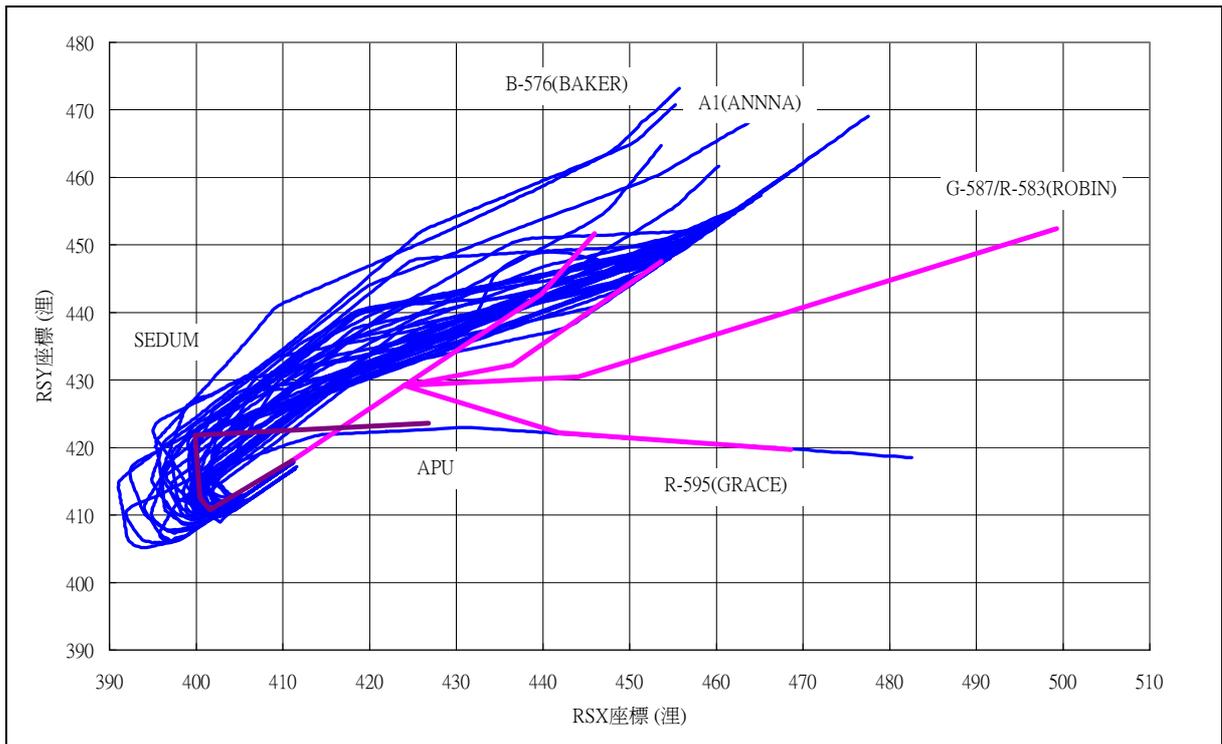


圖 5.2 B744 AU1A 到場程序 RSX/RSY 平面軌跡

圖 5.2 為 B744 AU1A 到場程序 RSX/RSY 平面軌跡，除一架到場航機由 R-595 航路遵照 AU1A 到場程序之規範到場，其餘航機皆經航管介入而偏離所有航路，占據平面大範圍。

由於無法自雷達資料分析 AU1A 到場程序之實際到場航機，故採用航機載重為平均值之 BADA 資料建立到場航機相關變數。依平均航機載重以 BADA 計算 5000 呎至 FL200 BADA 航機之累積距離、累積時間、地速及爬升下降率，如表 5.1。假設到場航機自東北面 A1 航路進入終端管制區邊界 ANNNA 定位點(453.651, 447.512)時航機飛航空層為 200、距離跑道 89.79082 哩。航機繼續以直線飛行至 APU 定位點(426.777, 423.577)，高度 10000 呎至 11000 呎、距離跑道 53.79382 哩。二定位點間航機飛行時間約 315 秒至 330 秒。

表 5.1

5000 呎至 FL200 BADA 計算之累積距離、累積時間、地速及爬升下降率

FLIGHT LEVEL	DIST [n. miles]	TIME [min]	Ground Speed [knots]	ROCD [fpm]
200	89.78082	18.65316	445.4224	-2653.60
190	86.79703	18.24892	440.3413	-2408.64
180	83.68265	17.82156	434.1419	-2384.13
170	80.57803	17.38946	428.0506	-2359.24
160	77.48231	16.95247	422.0660	-2333.99
150	74.39461	16.51045	416.1865	-2308.42
140	71.31411	16.06325	410.4106	-2282.55
130	68.23997	15.61069	404.7366	-2256.42
120	65.17139	15.15264	399.1630	-2230.05
110	62.10758	14.68892	393.6881	-2203.47
100	49.27682	12.43418	289.1783	-1178.96
90	45.04467	11.54983	285.0962	-1154.87
80	40.78514	10.64705	281.0927	-1131.09
70	36.49713	9.725326	277.1662	-1107.62
60	32.17952	8.784126	273.3150	-1084.47
50	24.80258	7.050863	237.4171	-921.15

假設航機於每下降 1000 呎過程中均能維持其航行距離與下降高度之比例關係，估算每 15 秒航機累積距離、高度與平面座標，如表 5.2。其中 ANPU 定位點位於表中二斜線數據所代表之區間內。

表 5.2 BADA 表估算每 15 秒航機累積距離、高度與平面座標

時間(秒)	累積距離(哩)	高度(呎)	RSX	RSY
0	0.000	20000	453.651	447.512
15	1.845	19382	452.273	446.285
30	3.682	18776	450.902	445.063
45	5.504	18191	449.541	443.852
60	7.308	17612	448.194	442.651
75	9.203	17000	446.779	441.391
90	10.877	16459	445.529	440.278
105	12.643	15888	444.210	439.103
120	14.389	15323	442.906	437.942
135	16.125	14760	441.609	436.787
150	17.847	14192	440.323	435.642
165	19.554	13646	439.049	434.507
180	21.541	13000	437.565	433.185
195	22.931	12547	436.527	432.261
210	24.609	12000	435.274	431.144
225	26.347	11462	433.976	429.989
240	27.910	10984	432.809	428.950
255	29.299	10873	431.771	428.025
270	30.722	10762	430.709	427.079
285	32.145	10652	429.647	426.133
300	33.567	10541	428.584	425.187
315	34.990	10430	427.522	424.240
330	36.413	10319	426.460	423.294
345	37.835	10208	425.397	422.348
360	39.258	10097	424.335	421.402
375	40.504	10000	423.404	420.573
390	41.849	9682	422.400	419.679
405	43.045	9400	421.507	418.883
420	44.242	9117	420.613	418.087
435	45.428	8838	419.727	417.298

5.2 離到場航機軌跡應用－衝突分析

本研究以 Paielli 與 Erzberger 所構建之衝突機率模式進行航機飛航於如圖 5.3 所示之 FB1 離場程序與 AU1A 到場程序之衝突分析。其中之 FB1 離場程序與 AU1A 到場程序會產生衝突之部份均落於直線階段，其方程式分別為 $Y = 0.064349X + 401.8757$ 與 $Y = 0.890439X + 43.56346$ ，該二直線之交點 $(433.7448, 429.7867)$ 附近為最可能發生平面衝突之處，亦即當有航機高度違反隔離標準時即可確定為航機衝突。本研究探討二直線交點半徑 5 哩內可能之衝突，即針對表 5.2 中六個灰底之 AU1A 到場航機資料與 FB1 離場程序第二直線階段討論。

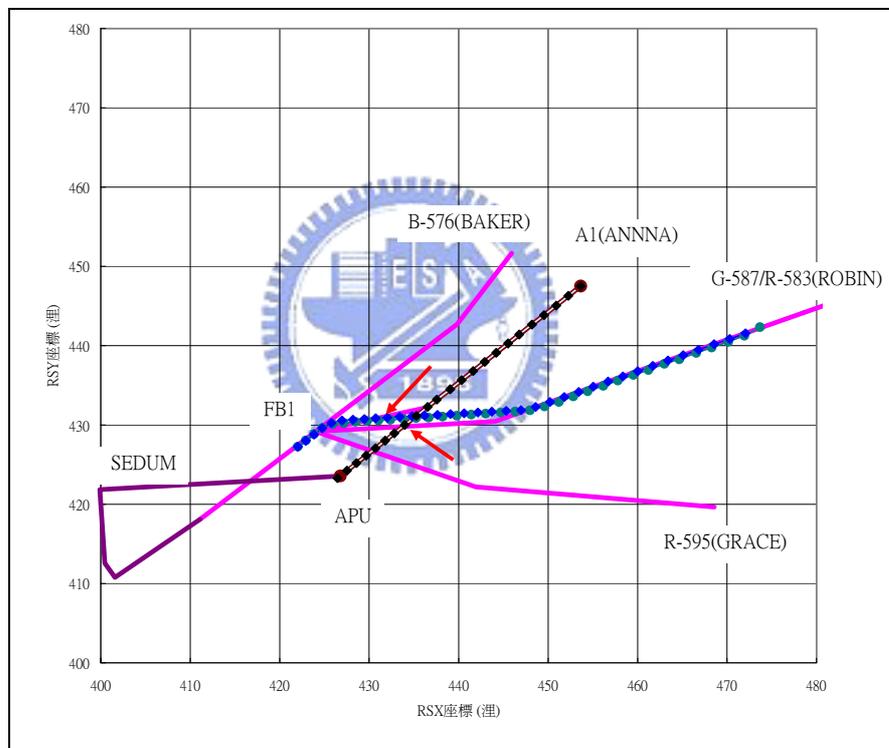


圖 5.3 FB1 離場程序與 AU1A 到場程序平面圖

5.2.1 Paillie 與 Erzberger 衝突機率模式

Paillie 與 Erzberger 衝突機率模式中假設平面與垂直方向之軌跡預測誤差為常態分配，其中與航機航向垂直(Cross-Track)之預測誤差為定值、與航向平行(Along-Track)之預測誤差則隨預測時間增長而增加，且二航機於可能發生衝突期間之速度與軌跡預測誤差為已知定值，不隨時

間改變。二航機之衝突機率值由合併誤差共變異數(Combined Error Covariance)、座標轉換(Coordinate Transformation)與解析解(A analytical Solution)等三步驟求得，模式說明如下。

(1)合併預測誤差共變異數(Combined Error Covariance)

首先合併二架航機軌跡之預測誤差，如式(16)，其中一架航機(Stochastic Aircraft)位置位於此合併誤差中央，且合併預測誤差可視為橢圓柱體；另一航機(Reference Aircraft)無任何軌跡預測誤差且其位置位於衝突區域(Conflict Zone)中央。衝突區域即二航機安全隔離範圍所形成之圓柱體。式(16)中之 Q_{SR} 與二航機航向及彼此間距有關，且若二航機航向接近直角，則 Q_{SR} 對合併預測誤差共變異數之影響很小。

$$C = \text{cov}(\Delta\tilde{p}) = Q_s + Q_R - Q_{SR} \quad (16)$$

- C ：預測誤差共變異數、
- $\Delta\tilde{p}$ ：二航機相對位置預測誤差、
- Q_s ：Stochastic 航機預測誤差共變異數、
- Q_R ：Reference 航機預測誤差共變異數、
- Q_{SR} ：Stochastic 航機與 Reference 航機之預測誤差互相關。

(2)座標轉換(Coordinate Transformation)

由於求得以航機航向作為座標系統下之衝突機率困難，因此透過座標轉換步驟可以解析解簡單地求取衝突機率值。座標轉換依次進行非正交之轉換(Non-Orthogonal Transformation)與正交轉換(Orthogonal Transformation)二個子步驟，正交轉換又可稱為座標系統之旋轉(Rotation of the Coordinate System)。座標轉換步驟必須施行於航機相對位置、相對速度、合併預測誤差橢圓體與衝突區域圓柱體。

非正交之轉換步驟將合併誤差橢圓柱體轉換為單位球體，如式(17)，衝突區域亦由圓柱體轉換為橢圓柱體，三度空間之機率密度

函數亦被拆解為三個方向之獨立機率密度函數乘積。

$$\text{cov}(\Delta\tilde{p}_T) = TCT^T = I \quad (17)$$

$\Delta\tilde{p}_T$ ：座標轉換後之二航機相對位置預測誤差、
 T ：轉換矩陣、
 I ：單位球體之矩陣。

正交轉換步驟首先將經非正交轉換步驟後之相對速度平面座標與非正交之轉換步驟之垂直方向座標(z軸)系統之 x_r 軸平行，如式(18)。下標 r 表示第一次正交轉換後之座標系統。

$$\Delta v_r \equiv R_z \Delta v_T \equiv [v_h \quad 0 \quad v_z]^T \quad (18)$$

Δv_r ：第一次正交轉換後之航機相對速度、
 Δv_T ：非正交轉換步驟後之航機相對速度、
 v_h ：第一次正交轉換後之 x_r 座標、
 v_z ：非正交轉換步驟後之 z 座標(第一次正交轉換後之 z_r 座標)、
 R_z ：第一次正交轉換矩陣。

若其中一航機於爬升或下降階段，需再經過一次座標轉換過程，使航機相對速度方向平行 x_R 軸。

$$\Delta v_R \equiv R \Delta v_T \equiv [v_i \quad 0 \quad 0]^T \quad (19)$$

Δv_R ：第二次正交轉換後之航機相對速度、
 v_i ：第二次正交轉換後之 x_R 座標、
 R ：第二次正交轉換矩陣。

(3) 解析解(A analytical Solution)

衝突區域向航機相對速度二端延伸之範圍即為延伸之衝突區域(Extended Conflict Zone)，延伸衝突區域與合併預測誤差共異變數相

交部份之機率密度函數積分則求得衝突機率值，如式(20)。

$$\begin{aligned}
 P_C &= \int_{z_0}^{z_1} \int_{y_0}^{y_1} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y, z) dx dy dz \\
 &= \int_{y_0}^{y_1} p(y) dy \int_{z_0}^{z_1} p(z) dz \int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx \\
 &= \int_{y_0}^{y_1} p(y) dy \int_{z_0}^{z_1} p(z) dz \quad (20) \\
 &= P(y_0, y_1) P(z_0, z_1) \\
 &= P_{hc} P_{vc}
 \end{aligned}$$

5.2.2 實例分析

本研究離場預測軌跡與 BADA 到場軌跡結果為輸入值，輸入變數包括：RSX/RSY 座標、爬升下降率、平面誤差標準差與高度誤差標準差、航向與地速。爬升下降率由高度差除以時間間隔 15 秒求得；平面誤差標準差分為與航機航向垂直(Cross-track)之誤差標準差、與航機航向平行(Along-track)之誤差標準差二者，前者由表 4.11 可得，後者則為表 4.5 至表 4.10 中之累積距離誤差標準差；高度誤差標準差亦可由表 4.5 至 4.10 中之高度誤差標準差獲得。衝突機率模式中假設航機到場軌跡高度與位置誤差標準差為 B744 機身長 0.04375 哩(74.2 公尺)、寬 0.04 哩(68.5 公尺)、高 64 呎(19.4 公尺)，且離到場航機並不因氣候與航機航向角度影響彼此飛航行為。因模式限制，假設前後及左右隔離標準為 3 哩、高度隔離為 1000 呎。

為了分析離到場航機之衝突，任取一載重較輕離場航機之資料為衝突分析之依據。由於衝突機率模式中航機軌跡預測資料為衝突機率模式之必要輸入，又根據表 4.11 之結果顯示航機抵達高度 5000 呎並繼續飛行 3 分鐘後即會落於本衝突分析之直線段，因此由雷達資料中選取該航機高度大於 5000 呎並繼續飛行 3 分鐘後之第一筆雷達資料，其分別為累積水平距離 11.485 哩、平面座標(430.655, 430.55)、高度 11909 呎以及航機地速 362 節，作為軌跡預測之起始點(參考之預測時點為 180 秒)

進行如表 5.3 後續之軌跡預測。

至於到場航機之衝突探討範圍則由表 5.2 中可知其落於 FL200 後飛行 195 秒至 270 秒之空間範圍，亦即為表 5.2 中航機軌跡反白部份所對應範圍之 6 個時點。另外，衝突模式所須輸入之下降率與地速之數值則分別以臨近二筆 ROCD 及地速欄位平均值表之。

將離到場航機相關之軌跡資料及模式需要之參數輸入 Paielli 與 Erzberger 模式後即可得到如表 5.4 與表 5.5 航機衝突機率結果， P_y 為平面衝突機率、 P_z 為垂直方向衝突機率， $P_{c_1} \sim P_{c_6}$ 為離場航機與到場航機 6 個時點之衝突機率值，為 P_y 與 P_z 乘積。由表 5.4 與 5.5 中離場與到場航機平面衝突機率值介於 0.9811 至 1 之結果顯示，衝突分析範圍內若航機前後及左右隔離設定為 3 哩，則離到場航機平面軌跡極可能會發生衝突。當高度隔離假設為 1000 呎，且進場航機於第一及第二時點時，垂直方向衝突機率值有 1 之情形，表示航機於垂直方向發生衝突。此時由於平面與垂直方向衝突機率相乘為 1，因此航機於此空域範圍內會發生衝突。

同理求得載重較重之 C 離場航機與到場 B 航機 6 個時點時之衝突機率。已知載重較重離場航機 C 高於 5000 呎累積水平距離為 15.588 哩、起始平面座標(422.030, 427.26)、高度 5503 呎與航機地速 280 節。以第 120 秒雷達估算資料預測第二直線階段第 135 至第 270 秒數值如表 5.6，航機平面左右(Cross-track)偏移標準差為 0.254 哩。離到場數值代入 Paielli 與 Erzberger 衝突機率模式得到如表 5.7 與表 5.8 之衝突機率結果。表 5.7 與 5.8 中離場與到場航機平面衝突機率值介於 0.3282 至 1 之結果顯示，衝突分析範圍內若航機前後及左右隔離設定為 3 哩，則離到場航機平面軌跡有機會發生衝突。當高度隔離假設為 1000 呎，且進場航機於第三時點時，垂直方向衝突機率值有 1 之情形，表示航機於垂直方向發生衝突。此時由於平面與垂直方向衝突機率相乘為 1，因此航機於此空域內會發生衝突。預測時點第 165 秒之離場航機與第五、第六時點之到場航機衝突機率分別為 0.2453 與 0.1297，雖然衝突機率值小，但衝突仍可能會發生。

5.2.3 小結

由上述之衝突分析結果可知，航機若以 FB1 離場程序離場則在無適當之隔離狀況下，與 AU1A 到場程序到場之航機，即會有極高衝突發生之可能。此一事實亦可由實際航機軌跡窺之，航管人員為了防止航機之衝突，會儘量錯開離到場航機之飛行路徑，以致造成到場航機大量偏移航路及航管介入之情形。



表 5.3 第 180 秒至第 330 秒載重較輕航機軌跡預測

預測時間 (秒)	RSX (呎)	RSY (呎)	高度 (呎)	下 15 秒 預測高度(呎)	Cross-track 標準差 (呎)	Along-track 標準差 (呎)	預測高度 標準差 (呎)	航向	地速 (節)
180	430.655	430.550	11485	11909	-	-	-	85	362
195	432.189	430.624	11909	12497	0.11691	0.068	112.600	87	375.68
210	433.780	430.701	12497	13145	0.11691	0.071	251.643	88	389.08
225	435.426	430.781	13145	13813	0.11691	0.118	346.806	88	401.51
240	437.120	430.863	13813	14498	0.11691	0.147	410.131	88	412.81
255	438.859	430.947	14498	15198	0.11691	0.210	514.739	88	422.82
270	440.636	431.033	15198	15911	0.11691	0.251	558.976	88	431.39
285	442.446	431.121	15911	16634	0.11691	0.308	602.247	88	438.40
300	444.282	431.210	16634	17364	0.11691	0.347	640.206	88	443.73
315	446.136	431.299	17364	18099	0.11691	0.401	693.215	87	447.29
330	447.878	431.967	18099	18835	0.11691	0.451	738.320	82	449.03

表 5.4 載重較輕離場航機與進場航機衝突機率分析一

預測 時間 (秒)	Py ₁	Pz ₁	Pc ₁ =Py ₁ *Pz ₁	預測 時間 (秒)	Py ₂	Pz ₂	Pc ₂ =Py ₂ *Pz ₂	預測 時間 (秒)	Py ₃	Pz ₃	Pc ₃ =Py ₃ *Pz ₃
195	1	0	0	195	1	1	1	195	1	0	0
210	1	1	1	210	1	0	0	210	1	0	0
225	1	0	0	225	1	0	0	225	1	0	0
240	1	0	0	240	1	0	0	240	1	0	0
255	1	0	0	255	1	0	0	255	1	0	0
270	1	0	0	270	1	0	0	270	1	0	0
285	1	0	0	285	1	0	0	285	1	0	0
300	1	0	0	300	1	0	0	300	1	0	0
315	1	0	0	315	1	0	0	315	1	0	0
330	0.9811	0	0	330	0.9953	0	0	330	0.9992	0	0

表 5.5 載重較輕離場航機與進場航機衝突機率分析二

預測 時間 (秒)	Py ₄	Pz ₄	Pc ₄ =Py ₄ *Pz ₄	預測 時間 (秒)	Py ₅	Pz ₅	Pc ₅ =Py ₅ *Pz ₅	預測 時間 (秒)	Py ₆	Pz ₆	Pc ₆ =Py ₆ *Pz ₆
195	1	0	0	195	1	0	0	195	1	0	0
210	1	0	0	210	1	0	0	210	1	0	0
225	1	0	0	225	1	0	0	225	1	0	0
240	1	0	0	240	1	0	0	240	1	0	0
255	1	0	0	255	1	0	0	255	1	0	0
270	1	0	0	270	1	0	0	270	1	0	0
285	1	0	0	285	1	0	0	285	1	0	0
300	1	0	0	300	1	0	0	300	1	0	0
315	1	0	0	315	1	0	0	315	1	0	0
330	1	0	0	330	1	0	0	330	1	0	0

表 5.6 第 120 秒至第 270 秒載重較重航機軌跡預測

預測時間 (秒)	RSX (哩)	RSY (哩)	高度 (呎)	下 15 秒 預測高度(呎)	Cross-track 標準差 (哩)	Along-track 標準差 (哩)	預測高度 標準差 (呎)	航向	地速 (節)
120	431.050	430.570	9825	10216	-	-	-	86	4
135	432.358	430.653	10216	10525	0.254	0.082	89.415	87	4
150	433.695	430.738	10525	10841	0.254	0.152	131.182	86	4
165	435.062	430.825	10841	11164	0.254	0.220	186.910	86	4
180	436.460	430.914	11164	11494	0.254	0.310	256.962	86	4
195	437.889	431.005	11494	11832	0.254	0.393	340.392	86	4
210	439.351	431.099	11832	12228	0.254	0.493	445.227	86	5
225	440.845	431.194	12228	12683	0.254	0.566	550.538	85	5
240	442.373	431.291	12683	13148	0.254	0.671	634.085	85	5
255	443.935	431.390	13148	13623	0.254	0.754	757.057	85	5
270	445.533	431.492	13623	14109	0.254	0.838	815.500	85	5

表 5.7 載重較重離場航機與進場航機衝突機率分析一

預測時間 (秒)	P_{y1}	P_{z1}	$P_{c1}=P_{y1}*P_{z1}$	預測時間 (秒)	P_{y2}	P_{z2}	$P_{c2}=P_{y2}*P_{z2}$	預測時間 (秒)	P_{y3}	P_{z3}	$P_{c3}=P_{y3}*P_{z3}$
135	1	0	0	135	1	0	0	135	1	0	0
150	1	0	0	150	1	0	0	150	1	0	0
165	1	0	0	165	1	0	0	165	1	0	0
180	1	0	0	180	1	0	0	180	1	0	0
195	1	0	0	195	1	0	0	195	1	1	1
210	1	0	0	210	1	~0	0	210	1	0	0
225	0.9990	0	0	225	0.9998	~0	0	225	1	0	0
240	0.9523	~0	0	240	0.9853	0	0	240	0.9966	0	0
255	0.4062	0	0	255	0.8622	0	0	255	0.9483	0	0
270	0.3282	0	0	270	0.5324	0	0	270	0.7350	0	0

表 5.8 載重較重離場航機與進場航機衝突機率分析二

預測時間 (秒)	Py ₄	Pz ₄	Pc ₄ =Py ₄ *Pz ₄	預測時間 (秒)	Py ₅	Pz ₅	Pc ₅ =Py ₅ *Pz ₅	預測時間 (秒)	Py ₆	Pz ₆	Pc ₆ =Py ₆ *Pz ₆
135	1	0	0	135	1	0	0	135	1	0	0
150	1	0	0	150	1	0	0	150	1	0	0
165	1	~0	0	165	1	0.2453	0.2453	165	1	0.1297	0.1297
180	1	~0	0	180	1	0	0	180	1	0	0
195	1	0	0	195	1	0	0	195	1	0	0
210	1	0	0	210	1	0	0	210	1	0	0
225	0.9990	0	0	225	1	0	0	225	1	0	0
240	0.9995	0	0	240	0.9999	0	0	240	1	0	0
255	0.9888	0	0	255	0.9970	0	0	255	0.9994	0	0
270	0.9088	0	0	270	0.9640	0	0	270	0.9886	0	0