國立交通大學

財 務 金 融 研 究 所 碩 士 班

碩士論文

跳躍過程與隨機利率下之信用違約交換訂價模型

Pricing Credit Default Swap with Jump-diffusion Process and

Stochastic Interset Rate

研 究 生: 邱銘輝

指導教授: 王克陸 博士

中華民國九十五年六月

跳躍過程與隨機利率下之信用違約交換訂價模型

Pricing Credit Default Swap with Jump-diffusion Process and Stochastic Interset Rate

研 究 生: 邱銘輝 Student: Ming-Huei Chiou

指導教授: 王克陸博士 Advisor: Dr. Keh-Luh Wang

國立交通大學

財務金融研究所碩士班

碩士論文

A Thesis
Submitted to Graduate Institute of Finance
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master of Science
in
Finance

June 2006

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

跳躍過程與隨機利率下之信用違約交換訂價模型

學生：邱銘輝　　　　　　　　　　　　　　　指導教授: 王克陸 博士

國立交通大學財務金融研究所碩士班

2006 年 6 月

學生： 邱銘輝　　　　　　　　　　　　　　　指導教授：王克陸博士

摘要

本篇論文提出在資產價值滿足跳躍擴散過程且無風險利率為CIR架構下的信用違約交換契約的評價模型。並提出在此一模型假設下如何利用拉普拉斯轉換及逆轉換求得違約機率及信用違約交換價差的近似解。同時，本研究亦比較了跳躍擴散過程及傳統擴散過程對違約機率及信用違約交換價差所造成的影響。

在模型驗證方面，本文使用美國S&P500其中四十三個公司資訊來進行分析，並同時比較了在跳躍擴散過程與傳統擴散過程下信用違約交換契約之訂價誤差。本研究發現當資產滿足跳躍擴散過程時，訂價誤差遠比傳統擴散過程來的小。

關鍵字： 跳躍擴散過程、傳統擴散過程、拉普拉斯轉換、拉普拉斯逆轉換、二階變差、信用違約交換。

Pricing Credit Default Swap with Jump-diffusion Process and Stochastic Interset Rate

Student: Ming-Huei Chiou Advisor: Dr. Keh-Luh Wang

Graduate Institute of Finance
National Chiao Tung University
June 2006

ABSTRACT

This thesis suggests that asset value satisfies jump-diffusion process and that risk-free rate follows CIR process is the CDS assessment model. It also points out the way to obtain the approximate formula to the probability of default and CDS spread from the Laplace transform and the inverse of Laplace transform. Meanwhile, this research compares the effects that the jump-diffusion process and diffusion process have on the probability of default and CDS spread

As for the test of the model, this thesis analyzes the data based on forty-three companies out of American S&P500. It compares the pricing error of CDS under the jump-diffusion and diffusion process. The study shows that as the assets value satisfy the jump-diffusion process, the pricing error is far less than diffusion process.

Keyword: jump-diffusion process, diffusion process, Laplace transform, the inversion of Laplace transform, quadratic variation, credit default swap

誌 謝

二年的研究所生活或許說不上是多采多姿，但還是有著許多讓我感動、開心的人事物。在這二年中很高興認識了每一位同學、學長姐、學弟妹，也很謝謝所上每一位老師這二年來的教導。

本篇論文的完成，真的得好好感謝老師、同學及學長姐的幫忙與鼓勵。感謝王克陸老師在這二年來的教導，老師在這二年中不止帶給了我許多知識，也讓學生我從接觸竹商銀的計畫中了解到許多理論與實務上的差距與困難處。謝謝陳達新、韓傳祥、張焯然三位口試老師抽空審查我的論文，並在口試時給了我許多意見，讓學生發現一些自己所沒注意到的問題。謝謝陳煒朋學長總是不厭其煩地幫我抓資料、整理資料；謝謝戰哥三番二次地幫助我整理資料，給予我許多財務上的建議；謝謝妃君總是在忙碌之餘撥出時間幫我抓資料，並主動關心我的進度，讓人倍感溫馨；謝謝孟男在下班之後能夠繼續留在公司為我抓取 CDS 的資料，在我論文忙的心煩意亂之時，能夠陪我一同舒壓解悶；謝謝波哥、阿國能夠在我搬離宿舍無家可歸之時，給了我一個安身之所，讓我可以繼續完成我的論文；謝謝文淇與佳芸這二年來為我們處理了所上大大小小的事務。

另外，還要謝謝小使總是很熱心地幫我買藥，並且幫我注意每個地方的價錢，讓人覺得妳真是一個熱心助人的好朋友；感謝我的好友 Teresa 即便是在工作忙的焦頭爛額的時候，仍然二話不說地幫我解決英文上的問題。謝謝瑞娟、惠華、儀貞、志揚、小素、慧妤、忠穎、柏鈞、柏豪、家農及怡文在這二年中陪我渡過了許多歡樂的時光，在每次的出遊時總是不會忘了我。謝謝依依常常鼓勵我並為我抱屈。還要謝謝我大學及研究所的學姐婉儀，謝

謝妳當初告訴我許多推甄時該注意的事項，謝謝妳時常為我打氣加油並關心我論文的進度，最重要的是謝謝妳當初陪我去看我雪狼湖音樂劇，讓我渡過了一個永生難忘的浪漫雪狼湖之夜。最後，還要謝謝我的家人，謝謝你們的鼓勵、支持與照顧，讓我可以無後顧之憂地完成學業，之後我會好好報答照顧你們的。

目錄

表目錄

圖目錄

第壹章、緒論

1.1 研究背景

銀行或金融機構在面對借款人的信用風險時，是以加強其徵信、分散授信、限制個別授信額度或聯合貸款等方式做事前的控管。或是在放款後出售或證券化其放款，以移轉借款人的信用風險。而所謂的信用風險即為合約的一方因對方無法履行其契約上所規定之義務所造成損失的可能性。但由於受限於市場的流動性，或銀行仍需和貸款客戶間維持良好的關係，使得其無法或不願出售該放款債權。因此，信用衍生性金融商品便在此種環境下油然而生。藉由信用衍生性商品銀行或金融機構不但可以移除或減輕借款人的信用風險，又可繼續持有標的資產。

信用衍生性商品如信用違約交換、擔保債權憑證以及信用連動債券等有助於經濟對於一些大事件衝擊的抵抗力；這些金融工具使得如美國能源巨人恩龍公司、世界通訊、美國海底電纜公司、英國鐵路基建公司、瑞士航空等國際級企業破產的不良效應可以較為分散，因而對金融市場的衝擊不致於發生巨大的骨牌效應。

自 1992 年紐約開始出現了信用衍生性金融商品這個名詞，但當時，這個市場還不能算是存在。直到 1995 年起市場交易才逐漸活絡，並由倫敦取得市場的領導地位。至此，信用衍生性金融商品隨即快速發展，成為公司債及政府公債避險的主要工具。英國銀行協會(British Bankers Association, 簡稱 BBA)公佈指出，全球信用衍生性金融商流通餘額，從 1997 年的 1, 800 億美元快速增加至 2000 年的 8,930 億美元。2002 年底時，全球成交量已達到 2 兆美元（2000 年時所預估的成交量為 1.5 兆美元）；2004 年底時更達到 5 兆美元左右。根據預測，2006 年

以前，成交量將會增至 8 兆美元（參見圖一）。

表 1，列出 2002 年時，各類型信用衍生性金融商品的市場佔有率

1.2 研究動機

信用衍生性金融商品發展之所以如此迅速，主要原因乃是由於信用風險高漲導致規避及管理風險的需求日益增加。九零年代以前，信用風險並不是那麼地受到人們重視，當時的投資人認為違約事件的發生僅在少數，且大都有跡可尋，更別論是一連串大規模或地域性的集體違約事件。然而，隨著美國能源巨人恩龍公司的崩塌讓全球為之震驚，緊接著泰科(Tyco)、世界通訊(WorldCom)、全錄(Xerox)、默克藥廠(Merck)、必治妥施貴寶(BMY)等大型企業紛傳舞弊案，使得一連串的企業發生破產或是信用危機；而國內信用情形亦是令人擔憂：海山集團、長億集團、廣三集團、大穎集團等，至少有十六家企業曾發生跳票事件，七大行庫於 1998 年十月總逾放金額亦創歷史新高，紅極一時的上市櫃公司如博達、衛道、訊碟、皇統等皆紛紛中箭落馬。至此，使得投資人不得不逐漸開始注意起違約風險的預估與轉移。自 2007 開始，新版巴塞爾協定(Basel II)即將實施，信用風險的課題已成為全球的熱門話題。

信用事件現已由 ISDA 標準化，其定義包括(1)無力付款 (2)破產 (3)違約履行債務 (4) 拒付、延期償付 (5)重整 (6) 信用評等降級 (7)信用價差的改變。在預估違約風險時，存在著一些先天上的困難，其包括了(1)違約事件的缺乏(2)違約事件無法事先預期 (3)難以估計違約損失率。也由於上述的信用風險本身的特性，導致迄今為止，信用衍生性商品的定價較一般的衍生性商品定價存有更多的困難。有鑑於此，故本文便試著找出一種能夠將違約事件、違約損失率模組化進而推算出信用衍生性金融商品的實作方法。

1.3 研究目的

本篇論文的研究目的，旨在提供評價信用交換契約的方法，並將原本只考慮跳躍擴散之隨機過程，加入利率的隨機性跳動項於模型中，希望能提供一個較符合市場的模型來計算信用交換契約的價值，使原本模型的假設條件可以放寬，更具一般性。

1.4 研究方式

信用衍生性金融商品在近幾年來已受到市場廣大的注意，其為一種收益取決於一個或多個商業實體的信用之契約。信用衍生性金融商品是一項用來轉移、規避及管理信用風險的衍生性金融商品。近年來也發展出許多模型來為這些金融商品訂價。在本文中，我們將會以可用於信用衍生性金融商品定價的跳躍擴散模型；這個模型是以 Scherer 於 2005 年所提出的「Efficient Pricing Routines of Credit Default Swaps in a Strucutral Default Model with Jumps」為基礎。該文中，假設跳躍幅度滿足雙邊指數分配，且無風險利率為常數，並以拉普拉斯轉換及其反轉換求出違約機率，進而求算出信用違約交換契約價格。

以下我們先介紹目前信用衍生性商品中成交量最大的商品信用違約交換契約是如何運作的。信用違約交換契約(credit default swap, CDS)是提供對抗特定公司違約風險的保險之契約，特定公司稱為參考實體，這個公司發生違約稱為信用事件，保險的購買者在信用事件發生時，可以用面額出售這家公司所發行的特定債券，這個債券稱為參考債券，債券可出售的總面額則稱為交換契約的名目本金。

信用違約交換契約的購買者會定期支付給出售者直到 CDS 的期末或是直到信用事件發生時。信用事件通常會要求買方支付最後的應計金額，然後這個交換契約就會以實體或現金交割。如果交換契約的條款要求實體交割，交換購買者會交割債券給出售者以得到債券面額；如果要現金交割，計算單位會探詢交易者以

決定信用事件發生後幾天的參考債券之中期市場價格 Z, 則現金交割是名目本金的(100 – Z)%。

信用違約交換可以成功的規避掉信用風險，之後我們將改放寬 Scherer 的模型假設，允許利率為一隨機變數。

第貳章、 文獻探討

違約風險的分析在公司債、交換契約、信用衍生性商品的定價中扮演了一個相當重要的角色。 衡量公司違約風險的模型基本上分成二大類：一為結構式模型（structural form）亦稱為公司價值模型（firm's value models），另一類則為縮減約模型（reduced form）亦稱為違約強度模型（intensity model）。

結構式模型主要是由Merton(1974)所提出。Merton 將 Black及Scholes(1973)所提出的選擇權評價理論應用到信用風險的衡量上，認為企業舉債經營可比擬為股東向債權人買進一個買權，買權的標的資產為公司資產價值，履約價為負債，則當負債到期時，若公司資產的市值低於負債價值，則股東會選擇違約，而公司資產不足以清償負債的機率即為違約機率。但此一模型的缺點為假設了公司違約只發生在到期日當天，明顯地與現實不符。

Black與Cox(1976)放寬了此一假設，在模型中加入了違約的門檻值的設定。一旦公司資產價值下跌至門檻值以下，即發生違約。此一設定大大地改良了Merton模型的缺點 使得違約亦有可能發生在到期日之前。

Longstaff與 Schwartz(1995)推廣了Black與Cox的模型，考慮了短期無風險利率為一滿足Vasicek process之隨機過程。此外，他們將違約回收率設定成一外生變數；藉由設定不同的違約回收率以應用在評價各種不同求償順位之零息債券價格。Longstaff與 Schwartz推導出一評價固定與浮動利率債券價格公式，並在定價與避險公司債間發現了一些有趣的現象。舉例來說，他們發現違約風險與利率間

的相關性對於信用價差俱有顯著的影響效果。

結構化模型的概念為當公司的市場價值掉落至負債的門檻值以下時即發生違約而Merton-Black-Cox-Longstaff-Schwartz的模型中假設公司資產價值遵從一個擴散過程（diffusion process）。此模型最大的好處就是可以直接透過公司資產的價值來衡量有違約風險的公司證券，例如可轉換公司債、可贖回公司債等等；然而，在實際運用時卻也存在著一些困難；首先，公司資產無法直接觀察其價值，因此很難找到一個合適的隨機過程來補捉公司價值的走勢；其次，公司發行的風險性債券，通常具有不同之求償順位，增加了評價的困難；最後，Jones, Mason 與Rosenfeld(1984)發現當公司價值滿足擴散過程下其預估的短期信用價差（credit spread）是遠低於市場上的實際值。而造成此一現象的主要原因是擴散過程為一連續的隨機過程，故在此一隨機過程下，公司資產價值不可能無預期地在一瞬間掉落至違約門檻值下，因此其短期的違約機率為零。既然公司在短期間不可能違約，所以其預期的信用價差自然為零。

Zhou（1997）解決了模型裡，短期的違約機率接近於零的問題，理由是如果公司的資產價值服從連續擴散過程，短期內碰觸到違約界線的機率幾乎是零，所以 Zhou 將不連續的跳躍過程加入原先的模型，對突然發生違約的情況提出合理的說明。因此，一個含有跳躍風險的結構化模型能夠合理地預測出短期公司債的信用價差曲線，如上升型、下降型、水平型及峰狀的曲線。

與結構式模型相反， Duffie 與 Singleton(1994)，Jarrow 、Lando 與 Turnbull(1994)，Jarrow 與 Turnbull(1995)等人則是採用縮減約模型。他們並不直接考慮公司價值與違約事件之間的關聯性。而是視違約事件為一個無預警的卜瓦松事件（Poisson event）。簡而言之，縮減約模型通常能夠配適出較結構式模型更接近現實的信用價差。 Das(2001)將縮減式模型分成三大類。第一類為違約模型（Default models），其假設違約率滿足一隨機過程。價差模型(Spread models)則是將風險拆解成二部份，一部份為信用風險，另一部份則為違約回收率風險。最

後一類為信用評等模型(Credit rating models) 考慮了公司評等改變的變動。

Jarrow 和 Turnbull(1995)首先提出違約強度滿足一卜瓦松過程。假設 $N(t)$ 為 t 時間點時，發生跳動的次數。且在一段很短的時間 Δt 內，發生跳動的次數為零或是一，在這段期間內發生一次跳動的機率約與時間成 λ 倍的比例關係。也就是

$$P\left(N\left(t+\Delta t\right)-N\left(t\right)\right)=\lambda t+o\left(t\right)$$

則可以得出

$$P\left(N\left(t\right)=n\right)=\frac{\left(\lambda t\right)^{n}\exp\left(-\lambda t\right)}{n!}$$

則我們稱 $N(t)$ 為一個強度為 λ 之卜瓦松過程。Jarrow 和 Turnbull 將違約看作是一個卡瓦松過程發生跳動，而以出現第一次跳動之時點視為違約時間點。

Jarrow、Lando 和 Turnbull (1997)推廣了Jarrow與Turnbull的模型，考慮信用價差的期間結構為一馬可夫鏈。假設信評機構能夠給予企業正確的信用評等等級。他們使用了企業直到破產為止前的不同信用評等間的之變動去估計評等轉換機率。讓Q為一K乘K的馬可夫鏈轉移矩陣定義成

$$\mathbf{Q}=\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1K} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2K} \\ \cdots & & & \\ q_{K-1,1} & q_{K-1,2} & \cdots & q_{K-1,K} \\ 0 & 0 & \ldots & 1 \end{bmatrix}.$$

其中 $q_{i,j}\geq 0$ 對於所有 i,j ，$i\neq j$ 。$q_{i,j}$ 表示在下一個時間間隔後，由狀態 i 至狀態 j 的機率。評等最高為 1，最低則為 K-1；狀態 K 代表違約，也就是馬可夫鏈的吸收狀態。在無套利機會的假設下，我們可得出風險中立下的轉移矩陣 $\tilde{Q}$，其第 i 列第 j 行元素為 $\tilde{q}_{ij}\left(t,t+1\right)=\pi_{i}\left(t\right)q_{ij}$。若令 τ 為公司破產時間點，則可推導出

存活機率為

$$\tilde{Q}_t^i\left(\tau > T\right) = \sum_{j \neq K} \tilde{q}_{iK}\left(t,T\right) = 1 - q_{iK}\left(t,T\right)$$

此外，

$$\overline{B}\left(t,T\right) = B\left(t,T\right)\left(\delta + \left(1-\delta\right)\tilde{Q}_t\left(\tau > T\right)\right)$$

為該公司在評等 i 時所發行之零息債券價格，其中 $B\left(t,T\right)$ 無風險零息債券價格，δ 為違約回收率。

Madan與Unal(1998)延續上述之作法，將違約強度假設成隨機，並且利用借貸市場中存款利率的資訊來估計該隨機過程的參數。

Duffie 與Singleton(1999)以Madan與Unal的模型為基石，令 h_t 為在風險中立機率測度下之危險率(hazard rate), L_t 為在時間t資訊下的期望損失。則在一段極小時間間隔t內違約發生的機率為 $h_t \Delta t$。Duffie 與Singleton假設債權人的違約回收率為隨機項，且滿足RMV模型（recovery of market model)。藉由上述條件，他們能夠評價出債券價格滿足

$$\overline{B}\left(T\right) = E_0^{\tilde{P}}\left[\exp\left(-\int_0^T R_u du\right)\right]$$

接著由Lando(1998)發展出一個建購在Cox隨機過程上的方法，用以衡量信用衍生性商品的價值。假設卜瓦松過程的違約強度為一隨機項，且允許危險率和無風險利率具有相關性。

Schönbucher 考慮一般化的情況中，多次違約(multiple default)是可能發生的，它假定違約發生後該公司的資產並不會馬上被清算，而是經過協商重組後仍繼續存活，其價值則為原來價值的某一隨機比例，該比例又稱作回復率（recovery rate)。其它實證相關的文章則尚有 Düllmann et.al.（1999），在這些文章中，都

是將違約強度 λ 設定為 Duffie and Singleton 模型，並對其進行參數估計。

第參章、研究方法

經由上述文獻回顧，我們不禁會想問：「是否我們可以設定一個模型同時具有縮減式與結構式模型的優點？」本章將介紹關於信用違約交換契約評價模型，共分為二部分。第一部分為基本模型假設，第二部份為信用違約交換評價方式。

3.1 基本模型假設

本節延伸 Metron-Black-Cox-Longstaff-Schwartz 的模型，假設公司資產價值滿足一個跳躍擴散過程。下述假設可為本文提供了風險性資產訂價公式的一般架構。Zhou（1997）中假設了資產跳躍幅度滿足對數常態分配；然而在此一模型設定下，卻無法找出風險性資產價格公式下之解析解。Scherer（2005）改良了此一缺點，假設資產跳躍幅度為一雙邊指數分配，利用拉普拉斯轉換（Laplace transform）得出在此模型下違約機率的逼近式，並得出在無風險利率為常數下，違約交換契約定價公式的公式解。

模型假設一 讓 V 表示公司資產總市值。資產價值 V 服從一跳躍擴散過程

$$\frac{dV}{V} = \left(r - \lambda \upsilon\right) dt + \sigma dW_1 + Y dN_t$$

其中 λ 和 σ 為正數。W_1 為標準布朗運動，dN 表示強度為 λ 的卜瓦松過程。跳躍幅度 Y 滿足雙邊指數分配（two-sided exponential density）

$$f\left(y\right) = p\lambda_1 e^{-\lambda_1 y} 1_{\{y>0\}} + \left(1-p\right)\lambda_2 e^{\lambda_2 y} 1_{\{y<0\}}$$

其表示 Y 有 p 的機率向上跳躍，向上跳躍幅度滿足指數分配，其參數為 λ_1。同理，Y 有 $1-p$ 的機率向下跳躍，往下跳躍幅度亦為指數分配，其參數為 λ_2。dW_t, dN_t 和 Y 彼此間相互獨立。υ 表示資產平均跳動幅度，也就是

$$\upsilon = E\left(Y\right) = \frac{p}{\lambda_1} - \frac{1-p}{\lambda_2}$$

此一假設隱含著將資產價值拆解成兩種變化：一種為「常態性」的波動，此變動的原因主要是由於經濟環境逐步的變動所造成公司價值邊際性(Marginal)的變化，如暫時性的價格失衡、經濟展望的改變、利率之變化、或其他新的消息到來而造成。簡單的說，此種因消息面之變化而對每單位時間之價值改變可說是一幾乎確定的邊際變化。此種變化是可用幾何布朗移動模型來解釋，其每單位的變異數是固定的，而且有種連續性的樣本走勢。第二種則為一「非常態性」跳動，是由一突如其來的消息對資產價值造成非邊際性的變化。通常此種消息的到來是一「非連續性」的，此變化可由「跳躍」行為來反應資產價值對消息面所造成之非邊際性改變。

模型假設二 資本資產定價模式（CAPM）成立。CAPM 是適用於均衡情況下證券報酬，而公司資產價值跳動部分是屬於公司特有情形與整體市場無關。

模型假設三 我們假設在一個完美、無摩擦市場上任一時點皆可進行交易，且無套利機會存在。

模型假設四 Modigliani-Miller 定理成立，資產價值與其資本結構無關。

此一假設為 Merton(1974)和 Longstaff 與 Schwartz(1995)中的標準假設。公司資本結構的改變不會影響到公司價值；換言之，公司資本結構可視為由多種不同或有求償權（contingent claims）所組成。模型假設四隱含的想法為資本結構不隨著時間而改變。此一想法可根據模型假設三的條件下得知企業並沒有任何動機去修正其資本結構。

模型假設五 根據 Black 與 Cox(1976)，我們假設對於每一家企業，存有一個違約門檻值 K。當公司市場價值 V 恆大於 K 時，公司可持續正常營業；然而一旦

公司價值 V 小於或等於門檻值 K 時，即發生違約。此時，公司要立即履行其債務，並進行重組（restructuring)。

模型假設五中亦表示一旦違約事件發生，即代表對所有發行之債券同時違約。

模型假設六 我們假設當一家企業違約時，則手中握有該企業之債券持有人，將可立即收回債券面額乘上某一介於零一之間的常數 R。我們稱該常數為違約回復率（recovery rate)。並在本模型中假設其值為一已知常數。

模型假設七 假設無風險短期利率滿足 Cox-Ingersoll-Ross 模型，亦即

$$dr = \kappa\left(\theta - r\right)dt + \sigma_r\sqrt{r}dW_2$$

其中κ、θ及σ為正數。θ代表著利率的長期平均水準；κ表示利率返回其長期平均水準的速度，σ為無風險利率波動性，W_2為標準布朗運動。

模型假設八 假設無風險利率與違約事件獨立。

3.2 信用違約交換契約之評價

本節將著手介紹在跳躍擴散過程下信用違約交換契約之評價方式。當我們針對信用交換契約進行定價時，必須考慮在契約期初的時點，由於預期的現金流入等於預期的現金流出，而且並沒有其他現金流量的發生，所以此時契約本身沒有任何價值，亦即市場價值為零（不考慮交易成本），這個階段所要決定的是該契約之買方於固定時點應支付的費用為多少，也就是契約期初的合理價格為何，即一般所謂的信用交換價差（credit swap spread）或信用交換貼水（credit swap premium）。因此，本研究必須針對保護買方及保護賣方未來的現金流量來考量信用交換價差的計算。

首先，本文先考慮保護買方未來所面臨到的現金流量問題。當發行公司債之企業發生信用違約事件時，交換契約之買方將可從保護賣方那受到本金乘上

$(1-R)$之賠償金額；在此，為了簡化起見，本研究直接假設本金為一元，且此契約終止時以持有的債券現金交割。因此，保護買方對於此交換契約未來的期望價值折現即為

$$E\left[(1-R)e^{-\int_0^{\tau_b} r(s)ds} I_{\{\tau_b \le T\}}\right]$$

另一方面，保護買方在契約開始至結束或是違約事件發生前為止，需定期支付信用交換價差予賣方以換取信用風險的保障。為了簡化起見，假設保護買方在契約有效期間連續付息給予賣方。我們以s表示買方所支付出的貼水，則保護賣方對於此交換契約未來的期望價值折現即為

$$E\left[\int_0^T s e^{-\int_0^t r(s)ds} I_{\{\tau_b > t\}} dt\right]$$

。

在市場不存在套利機會的假設下，買賣雙方對於交換契約的期望價值應是相等的。故我們可得到

$$E\left[(1-R)e^{-\int_0^{\tau_b} r(s)ds} I_{\{\tau_b \le T\}}\right] = E\left[\int_0^T s e^{-\int_0^t r(s)ds} I_{\{\tau_b > t\}} dt\right]$$

由於本研究假設違約回收率 R 為一已知常數且信用交換價差 s 亦為一固定常數，因此我們可得到

$$(1-R)E\left[e^{-\int_0^{\tau_b} r(s)ds} I_{\{\tau_b \le T\}}\right] = sE\left[\int_0^T e^{-\int_0^t r(s)ds} I_{\{\tau_b > t\}} dt\right]$$

經過整理後可得

$$s = \frac{(1-R)E\left[e^{-\int_0^{\tau_b} r(s)ds} I_{\{\tau_b \le T\}}\right]}{E\left[\int_0^T e^{-\int_0^t r(s)ds} I_{\{\tau_b > t\}} dt\right]}$$

上式即為信用交換價差之一般式，接下來我們分別考慮分子與分母的估計方式。

首先，我們可利用貝氏公式將分子$E\left[e^{-\int_0^{\tau_b} r(s)ds} I_{\{\tau_b \le T\}}\right]$整理如下：

$$
\begin{aligned}
&E\left[e^{-\int_0^{\tau_b} r(s)ds} I_{\{\tau_b \le T\}}\right] \\
&= \int_0^T E\left[e^{-\int_0^{t} r(s)ds} \middle| \tau_b \le t\right] dP(\tau_b \le t) \\
&= \int_0^T D(r,t)\, dP(\tau_b \le t)
\end{aligned}
$$

上式中$D(r,t)$代表著折現因子。在估計上式時，我們可利用 Riemann-Stieltjes sum 去逼近$\int_0^T D(r,t)\, dP(\tau_b \le t)$，也就是

$$
\int_0^T D(r,t)\, dP(\tau_b \le t) \approx \frac{T}{n} \sum_{k=1}^{n} D(r,t_k)\left(P(\tau_b \le t_k) - P(\tau_b \le t_{k-1})\right)
$$

違約機率的估計之後將在第肆章違約機率的估計演算法 4.3 中介紹。

分母$E\left[\int_0^T e^{-\int_0^{t} r(s)ds} I_{\{\tau_b > t\}} dt\right]$的部份則可化簡如下：

$$
\begin{aligned}
&E\left[\int_0^T e^{-\int_0^{t} r(s)ds} I_{\{\tau_b > t\}} dt\right] \\
&= \int_0^T E\left[e^{-\int_0^{t} r(s)ds} I_{\{\tau_b > t\}}\right] dt \left(\text{By Fubini's Theorem}\right) \\
&= \int_0^T E\left[e^{-\int_0^{t} r(s)ds} \middle| \tau_b > t\right] P(\tau_b > t) dt \\
&= \int_0^T D(r,t) P(\tau_b > t)\, dt
\end{aligned}
$$

$\int_0^T D(r,t) P(\tau_b > t)\, dt$的數值積分估計式建議可採用 Simpson $\frac{3}{8}$ rule 求得以便擁有較快的收斂速度。綜合前面二式的結果，可以得到跳躍擴散過程下信用違約交換價差

$$s=\frac{(1-R)E\left[e^{-\int_0^{\tau_b}r(s)ds}I_{\{\tau_b\le T\}}\right]}{E\left[\int_0^T e^{-\int_0^t r(s)ds}I_{\{\tau_b>t\}}dt\right]}=\frac{(1-R)\int_0^T D(r,t)\,dP(\tau_b\le t)}{\int_0^T D(r,t)P(\tau_b>t)\,dt}$$

另一方面，我們尚需考慮折現因子$D(r,t)$的問題。此時的$D(r,t)$為一個一般化的折現因子，也就是說此折現因子可以依模型中對於無風險利率的假設而變動。若是假設無風險利率為一常數，則$D(r,t)=\exp(-rt)$。而本文在 3.1 小節基本模型假設七中假設無風險短期利率滿足 CIR 模型；因此，本文的折現因子$D(r,t)$的式子為

$$D(r,t)=A\exp(-Br)$$

其中

$$A=\left[\frac{2\gamma\exp\left(\frac{(\kappa+\lambda_r-\gamma)t}{2}\right)}{2\gamma\exp(-\gamma t)+(\kappa+\lambda_r+\gamma)(1-\exp(-\gamma t))}\right]^{\frac{2\kappa\theta}{\sigma_r^2}}$$

$$B=\frac{2(1-\exp(-\gamma t))}{2\gamma\exp(-\gamma t)+(\kappa+\lambda_r+\gamma)(1-\exp(-\gamma t))}$$

$$\gamma=\sqrt{(\kappa+\lambda_r)^2+2\sigma^2}$$

有了上述定價模型及其求解的工具，我們便可以針對信用交換契約市場進行定價及比對的工作。本文將在 4.2 小節中介紹模型參數估計方式，以便我們能求出市場上 CDS 的價格。

第肆章、 違約機率與參數估計法

4.1 違約機率的近似解

在評價一間企業的信用違約交換契約時，違約機率佔了極大的影響性。本小節將闡述如何求出在跳躍擴散過程下違約機率的近似值，之後將可利用違約機率去評量其信用違約交換契約價值。

由模型假設一資產價值所服從的隨機過程中，我們可得知

$$V_t = V_0 \exp\left(X_t\right)$$

其中 X_t 表示資產的報酬率，並且滿足隨機過程

$$X_t = \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 - \lambda\upsilon\right)t + \sigma W_t + \sum_{i=1}^{N_t} Y_i$$

而 X_t 期望值和變異數分別為

$$E\left[X_t\right] = t\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)$$

及

$$Var\left(X_t\right) = t\left(\sigma^2 + 2\lambda\left(\frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{1-p}{\lambda_2^2}\right)\right)$$

X_t 的動差生成函數（moment generating function）則是

$$G\left(x\right) = x\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 - \lambda\upsilon\right) + \frac{1}{2}x^2\sigma^2 + \lambda\left(\frac{p\lambda_1}{\lambda_1 - x} + \frac{\left(1-p\right)\lambda_2}{\lambda_2 + x} - 1\right)$$

上述 X_t 的定義及性質將能夠幫助我們解決違約機率估計上的問題。

4.1.1 違約機率的拉普拉斯轉換

由於指數分配本身俱有無記憶性(memoryless)的特質,違約機率 $P(\tau \le t)$ 的拉普拉斯轉換可明確地推導出來。讓 $\varphi(\alpha)$ 表示 $P(\tau \le t)$ 的拉氏轉換,則

$$\varphi(\alpha)=\int_0^{\infty} e^{-\alpha t} P(\tau_b \le t) dt=\frac{1}{\alpha}\int_0^{\infty} e^{-\alpha t} dP(\tau_b \le t)=\frac{1}{\alpha} E\left[e^{-\alpha \tau_b}\right]$$

其中 $b=\log\left(\frac{K}{V_0}\right)$,$\tau_b=\inf\{t \ge 0: X_t \le b, b<0\}$ 表示企業發生違約的時間點。然而我們要如何求出 $E\left[e^{-\alpha \tau_b}\right]$ 呢?Kou 和 Wang(2003)找出當 $\alpha>0$ 時,$G(x)-\alpha=0$ 將會有四個解,假設這四個根分別為 $\beta_{1,\alpha}$、$\beta_{2,\alpha}$、$-\beta_{3,\alpha}$ 及 $-\beta_{4,\alpha}$ 並且滿足下列不等式:$0<\beta_{1,\alpha}<\lambda_1<\beta_{2,\alpha}<\infty$ 及 $0<\beta_{3,\alpha}<\lambda_2<\beta_{4,\alpha}<\infty$。Kou 和 Wang 推導出其拉氏轉換。Scherer 修改了他們二人的證明,得出當 $\alpha>0$ 且 $b<0$ 時,

$$E\left[e^{-\alpha \tau_b}\right]=A_2 e^{b\beta_{3,\alpha}}+B_2 e^{b\beta_{4,\alpha}}$$

其中

$$A_2=\frac{\lambda_2-\beta_{3,\alpha}}{\lambda_2}\frac{\beta_{4,\alpha}}{\beta_{4,\alpha}-\beta_{3,\alpha}}$$

$$B_2=\frac{\beta_{4,\alpha}-\lambda_2}{\lambda_2}\frac{\beta_{3,\alpha}}{\beta_{4,\alpha}-\beta_{3,\alpha}}$$

至此,Scherer 提出了違約機率 $P(\tau \le t)$ 的拉普拉斯轉換式。

4.1.2 拉普拉斯逆轉換(The inversion of Laplace transform)

在前一小節中,我們知道了如何去計算一間企業違約機率的拉普拉斯轉換函

數。然而這對於我們要去估計違約機率而言是不夠的，本小節將要探討如何將 $\varphi(\alpha)$ 轉回至違約機率 $P(\tau \le t)$。Gaver-Stehfest 演算法可用來解決絕大多數拉普拉斯逆轉換的問題。接下來，我們先將介紹二個分別由 Gaver(1966)及 Stehfest(1970)所提出的定理，再闡述拉氏逆轉換的演算法。

Gaver 在 1966 年提出了拉普拉斯轉換函數和逆轉換間的關係式，我們在引理 4.1 陳述

引理 4-1(Gaver 1966)

假設 f 為一有界的實值函數，且在 t 點連續，φ 表示 f 的拉氏轉換。並且定義

$$\tilde{f}_n(t) = \frac{\log 2}{t} \frac{(2n)!}{n!(n-1)!} \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} \varphi\left(\frac{(n+k)\log 2}{t}\right)$$

則

$$f(t) = \lim_{n \to \infty} \tilde{f}_n(t)$$

然而，Gaver 所提出的這個關係式要能夠成立，除了上述條件外，尚需要有足夠大的項數 n。這對於實際的應用產生了一定的困難。幸好，Stehfest 在 1970 年提出只要將 $\tilde{f}_n(t)$ 給予適當的權重即能夠快速逼近真正的函數 $f(t)$。

引理 4-2(Stehfest 1970)

沿用 Gaver 所採用的符號，Stehfest 找出一個在每一個 $\tilde{f}_k(t)$ 間給予適當權重的準則，使得 $\tilde{f}_n(t)$ 可以快速逼近 $f(t)$。Stehfest 選取了 $\omega(k,n) = \frac{(-1)^{n-k} k^n}{k!(n-k)!}$ 為

$\tilde{f}_k(t)$權重，則

$$f_n^*(t)=\sum_{k=1}^{n}\omega(k,n)\,\tilde{f}_k(t)$$

此外，

$$f_n^*(t)-f(t)=o\left(n^{-k}\right)$$

Gaver-Stehfest 二人所提供之方法使得違約機率的估計可以從拉氏轉換與反拉氏轉換中求得。Scherer 提出$P(\tau_b\le t)\approx f_n^*(t)=\sum_{k=1}^{n}\omega(k,n)\,\tilde{f}_{k+B}(t)$的近似法，其中$B=2$稱作燃燒數（burning-out noumber）。接下來，我們將以上述所提之方法及定理估計違約機率。其步驟如下：

演算法 4-3（估計違約機率演算法程序）

步驟一：設定所有模型參數，包括n、K、V_0、μ、σ、λ、p、λ_1、λ_2、t及$k=1$，B=2。

步驟二：設定$\alpha=\dfrac{(n+k)\log 2}{t}$，解$G(x)-\alpha=0$的二個負根得出$-\beta_{3,\alpha}$及$-\beta_{4,\alpha}$。

步驟三：利用步驟二所算出之$\beta_{3,\alpha}$及$\beta_{4,\alpha}$計算出拉氏轉換$\varphi(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha}E\left[e^{-\alpha\tau_b}\right]$

步驟四：計算$\tilde{f}_{k+B}(t)$及$\omega(k,n)$

步驟五： 將k值加一，並重覆步驟二至五直到$k=n$為止

步驟六：$P(\tau_b\le t)\approx f_n^*(t)=\sum_{k=1}^{n}\omega(k,n)\,\tilde{f}_{k+B}(t)$

Scherer 發現此一演算法收斂速度相當快，$n=9$的精確度便足以解決我們估計上的困難。然而，此演算法卻有著一個不得不注意到的問題。此近似法對於$G(x)-\alpha=0$所求之根敏感度相當高，換句話說，我們在實際計算違約機率的拉

氏轉換時，若所求出$G(x)-\alpha=0$方程式的解精確度不夠時，會造成估計上極大的誤差。本人在實際運用此演算法時發現，所求出來的解$-\beta_{3,\alpha}$及-$\beta_{4,\alpha}$至少需到小數點下十位的準確度，方能夠估出合理的違約機率值。

一般而言，我們會使用牛頓法來迭代求解$G(x)-\alpha=0$的二個負根，但。首先，由於我們在實際操作時需要用到極高的準確度，因此會造成求解時間過長，甚而影響到之後信用違約交換契約的計算時間。第二個則是牛頓法初始值選取上的問題？要如何選取適當的初始值，以便能順利求出$-\beta_{3,\alpha}$及-$\beta_{4,\alpha}$。值得慶幸的是我們可以把$G(x)-\alpha=0$轉換成一元四次方程式

$$a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0=0$$

其中

$$\begin{aligned}
a_0&=-\alpha\lambda_1\lambda_2\\
a_1&=\lambda_1\lambda_2\left(\mu-\frac{1}{2}\sigma^2-\lambda\upsilon\right)+\lambda p\lambda_1-\lambda(1-p)\lambda_2-(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda+\alpha)\\
a_2&=(\lambda_1-\lambda_2)\left(\mu-\frac{1}{2}\sigma^2-\lambda\upsilon\right)+\frac{1}{2}\sigma^2\lambda_1\lambda_2+\lambda+\alpha\\
a_3&=\frac{\lambda_1-\lambda_2+1}{2}\sigma^2-\mu+\lambda\upsilon\\
a_4&=-\frac{1}{2}\sigma^2
\end{aligned}$$

配合上數學家 Ferrari 所提出之一元四次方程式公式解便可快速且精確地求出方程式$G(x)-\alpha=0$的二根$-\beta_{3,\alpha}$及-$\beta_{4,\alpha}$。

4.2 模型參數估計方式

本小節的目的主要是提供一種跳躍擴散過程下參數估計的方法。一旦我們能

夠順利估計出模型參數，便能夠制定出合理的信用違約交換價差。正確的參數的估計式將會大大地影響到我們所估計出來的契約價格。

首先我們先來想想一般的擴散過程是如何估計參數的。舉例來說，我們考慮股價行為滿足擴散過程

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

則由此我們知道股價報酬率必定滿足

$$d\ln\left(S_t\right) = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dW_t$$

因此，我們可以很合理地估計出股價的波動性σ為股價報酬率之標準差經由年化而得，而漂移項則是股價報酬率之平均值加上$\frac{1}{2}\sigma^2$。

然而，一般來說跳躍擴散過程參數估計並不像傳統擴散過程那麼容易。主要原因是因為此隨機過程在標準布朗運動之外又多了複合式卜瓦松過程（compound poisson process）這一隨機項，使得參數估計變得困難重重。舉例來說，考慮股價行為滿足跳躍擴散過程

$$\frac{dS}{S} = \left(\mu - \lambda\upsilon\right)dt + \sigma dW_t + YdN_t$$

且跳躍幅度Y亦服從雙邊指數分配。則股價報酬率滿足

$$d\ln\left(S_t\right) = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2 - \lambda\upsilon\right)dt + \sigma dW_t + YdN_t$$

則我們可以發現此時股價報酬率之平均數仍為$\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)$，但是變異數卻變成了$t\left(\sigma^2 + 2\lambda\left(\frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{1-p}{\lambda_2^2}\right)\right)$。我們發現求解跳躍擴散過程的參數因難點在於只有二個方程式，但卻必須去解六個未知參數。因此，倘若我們可以順利求出跳躍擴散過

程中跳躍隨機項Y及跳躍發生率λ，則其它模型參數的求解便變的簡單了。

Benjamin Yibin Zhang, Hao Zhou 和 Haibin Zhu（2005）提出利用日內股價資訊估計出複合式卜瓦松過程參數。其主要概念為使用高頻的權益報酬檢測出每日是否發生跳躍及其大小，再利用這些資訊去估計出跳躍隨機項之參數。由於在財務市場上跳躍事件的發生是罕見的，且一旦發生其產生之變動也是巨大的。因此，我們提出以下三點假設：第一，一日之內最多只能夠發生一次跳躍事件；第二，跳躍事件所造成之影響將會完全左右當日的股價行為。第三，股價發生跳躍之頻率及跳動比率與資產相同。這三項假設除了滿足目前市場上的現況之外，也是為什麼我們可以在資產價值的隨機過程中加入複合式卜瓦松過程的主要原因。

在過去的文獻中，每日報酬率的絕對值和每日報酬率的平方值，常被視為，日波動度的指標。然而，Andersen and Bollerslev (1998)強調這兩種測度方法皆為每日波動度的偏誤估計值，這些學者指出在合適的抽樣頻率下日內報酬率平方值的總和，較每日報酬率的絕對值和每日報酬率的平方值，更為接近每日波動度的估計值。利用二階變差和無套利過程的理論，ABDL(2001,2003)提出對高抽樣頻率日內報酬率的真實波動度作理論上的修正。

首先，我們先介紹一些符號定義以便之後說明。讓$s_t \equiv \ln\left(S_t\right)$表示股價經由對數函數轉換後的值，其中$S_t$表示 t 日之股價。並定義$r_t$為股價於 t 之日報酬，即$r_t \equiv s_t - s_{t-1}$。 類似於日報酬，定義 t 日之股價日內報酬（intra-day returns）為

$$r_{t,i}^{s} \equiv s_{t,i\cdot\Delta} - s_{t,(i-1)\cdot\Delta}$$

其中$r_{t,i}^{s}$表示 t 日第 i 筆日內報酬，而 Δ 為每日的取樣頻率。[1]

[1]換句話說，即是一天將取 $1/\Delta$ 筆資料。一般而言，通常會使用每五分鐘取一筆資料來當取樣頻率；若是取樣過於頻繁，會受到市場上的雜訊干擾而使得資料失真。(Ait-Sahalia etal., 2005; Bandi and Russelll, 2005）

Barndorff-Nielsen 與 Shephard(2003a,b,2004) 提出二個測度二階變差（quadratic variation）的方法，即

$$RV_t \equiv \sum_{i=1}^{1/\Delta}\left(r_{t,i}^s\right)^2 \rightarrow \int_{t-1}^{t}\sigma_s^2 ds + \sum_{i=1}^{1/\Delta}\left(J_{t,i}^s\right)^2$$

$$BV_t \equiv \frac{\pi}{2}\sum_{i=2}^{1/\Delta}\left|r_{t,i}^s\right|\cdot\left|r_{t,i-1}^s\right| \rightarrow \int_{t-1}^{t}\sigma_s^2 ds$$

其中 $J_{t,i}^s$ 為 t 日第 i 筆資料之跳躍部份。上式中 RV_t 及 BV 將會分別均勻收斂至跳躍擴散過程之總二階變差（total quadratic variation）與連續部份之二階變差（continuous part of quadratic variation）。而 $RV_t - BV_t$ 即表示跳躍部份之二階變差。Benjamin Yibin Zhang, Hao Zhou 和 Haibin Zhu 所採用檢定統計量為

$$RJ_t \equiv \frac{RV_t - BV_t}{RV_t}$$

其表示 t 日的跳躍部份之二階變差與總二階變差之間的比值。若 RJ_t 為 0 表示當日沒有發生跳躍事件，若不為 0 則代表有跳躍的發生。並令

$$z = \frac{RJ_t}{\sqrt{\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 + \pi - 5\right)\cdot\Delta\cdot\max\left(1, \frac{TP_t}{BV_t^2}\right)}}$$

其中

$$TP_t \equiv \frac{1}{4\Delta\left[\Gamma\left(7/6\right)\cdot\Gamma\left(1/2\right)^{-1}\right]^3}\cdot\sum_{i=3}^{1/\Delta}\left|r_{t,i}\right|^{4/3}\cdot\left|r_{t,i-1}\right|^{4/3}\cdot\left|r_{t,i-2}\right|^{4/3}$$

則當 $\Delta\rightarrow 0$ 時，$TP \rightarrow \int_{t-1}^{t}\sigma_s^4 ds$ 且 $z \rightarrow N(0,1)$。

由於 z 這個檢定統計量近似於標準常態分配，之後我們便可將每日的日內股價報酬率拿來計算 z 值；藉由選取適當的信賴水準檢測當日是否發生跳躍事件。

Benjamin Yibin Zhang, Hao Zhou 和 Haibin Zhu 發現信賴水準選取 0.999 將會產生將好的估計結果。Huang 與 Tauchen(2005)建議為了避免相鄰的股價報酬率之間的相關性及其一些市場微結構上的干擾，可將 BV_t 及 TP_t 改成

$$BV_t \equiv \frac{\pi}{2}\sum_{i=2+j}^{1/\Delta}\left|r_{t,i}\right|\cdot\left|r_{t,i-(1+j)}\right|$$

$$TP_t \equiv \frac{1}{4\Delta\left[\Gamma\left(7/6\right)\cdot\Gamma\left(1/2\right)^{-1}\right]^3}\cdot\sum_{i=1+2(1+j)}^{1/\Delta}\left|r_{t,i}\right|^{4/3}\cdot\left|r_{t,i-(1+j)}\right|^{4/3}\cdot\left|r_{t,i-2(1+j)}\right|^{4/3}$$

並選取 $j=1$。

除了需檢測出 t 日是否有發生跳躍事件後，我們仍需要去檢定產生跳躍的大小。Benjamin Yibin Zhang, Hao Zhou 和 Haibin Zhu 在他們的研究中建議採用

$$J_t^s = sign\left(r_t^s\right)\times\sqrt{RV_t - BV_t}\times I_{\left\{z>\Phi_\alpha^{-1}\right\}}$$

來判別跳躍的幅度及跳躍的發生與否；其中的 Φ 為標準常態累積分配函數。J_t^s 可解釋如下：$I_{\left\{z>\Phi_\alpha^{-1}\right\}}$ 用來表示是否發生跳躍，而 $RV_t - BV_t$ 可看作是 t 日之跳躍幅度平方加總所造成的變動，最後乘上當日的股價報酬率，即為當日股價報酬率所發生之跳動值。

估計出市場上的跳躍事件及其大小，我們便可以這些樣本進行複合式卜瓦松過程參數估計。參數估計量可計算如下：

$\hat{\lambda}$=發生跳躍事件天數除上總交易日數。

$\hat{p}$=股價向上跳躍天數除上發生跳躍事件天數。

$\hat{\lambda}_1$=樣本向上跳躍幅度的平均值之倒數。

$\hat{\lambda}_2$=樣本向下跳躍幅度的平均值之倒數。

然而值得我們注意的是跳躍的發生是罕見的,也就是我們在實際上去進行參數估計時,會發現樣本數並不多。此一現象隱含著參數估計的準確性是讓人擔憂的。試想若是我們的樣本只有寥寥可數的幾筆,則許多樣本的統計性質將無法適當地反映出來。因此,本文建議可試著以 Bootstrap、Jackniffe 或是 EM 演算法來進行參數的估計以求得較為準確的估計量。

除了上述模型參數的估計之外,我們尚需估計出利率模型所需之參數值。在這一方面,過去已有許多文獻對於利率模型參數之估計方面已有大量的研究。因此,我們可依所使用到的利率模型不同而去參考各種不同的估計方法,如一般常見的最大概似估計法、動差估計法或是 Kalman filter 等, 本文便不加以贅敘。

第伍章 比較靜態分析與模型驗證

5.1 模型參數比較靜態分析

以下我們將以一些模型中的實際數值來說明比較各種不同參數下，對於違約機率與信用交換契約所產生的影響。

由於一般的擴散過程的比較靜態分析已有許多文獻提過其影響。本文將把重點著墨於模型中跳躍隨機項。首先，本文在變動複合式卜瓦松過程參數時，將會維持整個資產價值之總波動性不變及跳躍振幅之平均值為 0，這是因為我們在描繪同一個企業的違約風險時，整個企業的總風險或是總波動性應是不變的。因此本文會藉由改變σ參數值以對應模型中跳躍隨機項的波動性的變動，其改變的方式為

$$\sigma^2 = \sigma_{total}^2 - 2\lambda\left(\frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{1-p}{\lambda_2^2}\right)$$

並假設上下跳動之平均值相同，意即 $p = 0.5$ 且 $\lambda_1 = \lambda_2$。而這麼做的主要目的是可以讓我們確定信用違約價差的改變確實是由於跳躍隨機項所發生的變動而導致的；而不是由於整個公司的總波動性改變而起的。

誠如之前所提過的，一般擴散隨機過程(diffusion process)由於其路徑為連續的，公司資產價值不可能突然間掉落至門檻值以下，故在該模型架構下，其短期的違約機率近似於 0，因此，短期的信用交換價差亦近似於 0，然而事實上短期的信用交換價差是遠大於零。若是資產價值滿足跳躍擴散過程，則情況將大為不同。在此模型假設下，企業在短期內無預期地倒閉的情形將可被適當地預測出來。

假設 $P_J(T)$ 表示跳躍擴散過程下在 T 時間內違約的機率函數，$P_D(T)$ 表示傳

統擴散過程下的違約機率函數。Harrison(1990)提出了 $P_D(T)$ 為

$$P_D(T)=P(\tau\le T)=\Phi\left(-\frac{\ln\left(V_0/d\right)+\left(r-\sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)+\left(V_0/d\right)^{1-\frac{2r}{\sigma^2}}\Phi\left(-\frac{\ln\left(V_0/d\right)-\left(r-\sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

【圖二】為 $P_J(T)$ 與 $P_D(T)$ 隨著時間變化的曲線圖。我們在此圖中固定了公司總波動性為常數 0.3001。則我們可以發現在短期的時候，$P_D(T)$ 近似於 0，而 $P_J(T)$ 遠大於 0；也就是說考慮了跳躍項的模型在短期時更能充份地反映出真實世界的情形。然而有趣的是，在長期的時候，二者間的關係卻恰恰相反。當 T 很大，$P_J(T)$ 卻要比 $P_D(T)$ 來的小。我們可以這樣想，由於二個模型在此的總波動性是相同的，因此，我們知道跳躍擴散過程的連續部份的隨機項的波動性 σ 會滿足

$$\sigma^2=\sigma_{total}^2-\lambda\cdot\left(\frac{2p}{\lambda_1^2}+\frac{2(1-p)}{\lambda_2^2}\right)<\sigma_{total}^2$$

也就是說跳躍擴散過程的連續部份的隨機項的波動性會小於擴散過程的的波動性。然而我們知道，隨著時間的增加，一家公司未來的營運狀況的不確定因子主要還是受到其總體經濟環境變遷的影響，而不是由突發事件來左右其未來。所以就長期而言跳躍隨機項對於資產價值的影響會愈來愈小，而布朗運動將會逐漸成為公司未來主要的不確定因子。因此，在長期的時候，跳躍擴散過程的波動性將會受限於跳躍事件的稀少性，使得其波動性會低於傳統擴散過程。同時，在過去的研究中顯示，一個企業的波動性愈大其違約機率愈高，我們也可得知為何長期時 $P_D(T)$ 會大於 $P_J(T)$。

除了違約機率的比較之外，我們也可對二個模型下信用違約交換之間做一個

比較。本文利用 Harrison 所提出在擴散過程下的違約機率 $P_D\left(T\right)$ 替代信用交換價差的中違約機率函數可得到該模型下的信用交換價差。【圖三】中描繪出在傳統擴散隨機過程與跳躍擴散過程下信用違約交換契約在不同到期日之貼水。由圖中二條曲線的變幻可以發現，短期時跳躍擴散過程確實較能夠較貼近事實。長期時，由於跳躍擴散隨機過程會得到較擴散過程低的違約機率，因而造成其信用交換價差較擴散過程預測的低。

違約回收率為影響信用交換的重要因素，其為決定當違約事件發生時債券持有人可回收之部份及保護賣方所需負擔的金額。【圖四】中秀出在不同違約回收率下之信用交換價差隨時間變動的情形。我們可以發現當違約回收率 R 愈大時，其信用交換價差會較低回收率的來的低。代表著保護買方在面對違約事件的發生時，可以收回較高的面額，也就是說其面對的信用風險較低，因此其違約交換價差較低回收率的來得低。

接下來我們考慮槓桿比率對信用交換價差的影響。一般而言，槓桿比率愈高代表著公司在財務方面愈容易發生周轉不靈的現象，則公司的違約機率會愈高，則預期信用違約交換價差將會來得愈大，此一現象可從【圖五】反應出來。

【圖六】明顯地反應出跳躍頻率與信用交換價差間的關聯。從圖中我們可以發現在總波動性保持不變下，跳躍頻率 λ 愈大時信用交換價差愈大，此一現象尤其是對於短期或中期的契約時更為明顯。試想二家條件完全相同的公司 AB，其中 A 公司較容易受到突如其來的衝擊影響，但其總波動性與 B 相同。則在短期內投資人心中會易對 A 感受到不安，因此該公司會有著較高的信用交換價差。然而隨著時間的流逝，若 A 公司仍健全地營運會使得投資人對其逐漸恢復信心，使得 A 和 B 之間信用交換價差的差距減小。

在【圖六】中，我們亦假設了跳躍的波動性 $2\lambda\left(\frac{p}{\lambda_1^2}+\frac{1-p}{\lambda_2^2}\right)$ 為一固定的常數。

因此

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_{total}^2 - \sigma^2}}$$

也就是跳躍幅度λ_1和λ_2與跳躍頻率開根號成反比。由於跳躍頻率λ決定著資產不連續性的程度，愈大的跳躍頻率便挾帶著愈小的跳躍幅度，意指跳躍事件發生的愈頻繁但每次的跳躍可能僅只造成小的跳躍幅度；使得整個資產價值變動的路徑看起來愈近似連續；與此相反的，小的跳躍頻率與大的跳躍幅度的組合在每次跳躍事件發生時，總是會產生極大的影響。這時我們可發現一項有趣的事實，大跳躍頻率與小跳躍幅度所組合的信用交換價差在短期時價格會低於小跳躍頻率、大跳躍幅度所組合的，然而在長期時雙方的行為恰恰相反。

5.2 資料選取與模型驗證

本文在實證方面共選用了美國 S&P500 的其中四十三家企業之信用違約交換契約、日內股價資料、每日調整後股價、每日在外流通股數、流動負債、長期負債及無風險利率等。選取的信用違約交換資料是來自於 Bloomberg 資料庫，資料時間為 2003 年 1 月 2 日至 2003 年 12 月 31 日，共計 252 筆交易資料。日內股價資料為自 TAQ（Trade and Quote）下載的每日逐筆交易資料，資料時間為 2002 年 1 月 2 日至 2002 年 12 月 31 日，共計 252 個交易日。每日在外流通股數及每日調整後股價下載自 CRSP，資料時間為 2003 年 1 月 2 日至 2003 年 12 月 31 日，共計 252 個交易日。流動負債與長期負債資料來源為 Compustat 資料庫，資料時間為 2003 年季資料，共計四筆。本研究使用美國聯邦準備理事會公佈之聯邦基金利率為無風險利率，資料時間為 2003 年 1 月 2 日至 2003 年 12 月 31 日，共計 252 筆交易資料。【表二】中列出本文所採用之美國 S&P500 的其中四十三家企業中違約回收率為 0.4 之五年期信用違約交換契約之報價。

本研究實證方法為使用前一日之隱含波動度當作今日波動度之估計值，配合上模型參數$\hat{\lambda}$、$\hat{p}$、$\hat{\lambda}_1$與$\hat{\lambda}_2$四個參數以求算出今日之信用違約交換價格。$\hat{\lambda}$、$\hat{p}$、$\hat{\lambda}_1$與$\hat{\lambda}_2$四個參數的估計原則為使用前一年內每個交易日之內股價資訊估計。而估算隱含波動度之方式為使用前一天市場上 CDS 之報價及前一日之模型參數反解求出隱含波動度σ。

而在其它參數方面，以流動負責加上二分之一長期負債為違約門檻值；資產總值為每日在調整後外流通股數乘上收盤價加上負債。利率參數使用最大概似估計而得。表三跟表四分別列出每日變動之模型參數平均值與標準差。

本文評量定價誤差以均方根誤差百分比（Percent Root of Mean Square Error，簡稱 PRMSE）為準則，即是

$$PRMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{y_k - \hat{y}_k}{y_k}\right)^2}$$

【表五】中列出本模型所計算出四十三家企業信用違約交換價差之均方根誤百分比。。由此可發現，本模型對於市場上的報價估計誤差最大為可口可樂的百分之四的相對誤差，最小則為希爾頓飯店百分之零點一四。另外，本文藉由 Harrison 所提出之違約機率可計算出在傳統擴散過程下信用違約交換價差之均方根誤差百分比，我們將此一誤差列在【表六】中。經由【表五】及【表六】的兩相比照之下，本研究發現當資產價值服從跳躍擴散過程時，其定價誤差將會比傳統擴散過程下要來的小。

圖七至圖八為其中八家企業信用違約交換價差之估計值與真實市場上價格曲線圖。我們發現此定價模型確實能夠適當地反映出市場上的報價。

另外，在圖九、十及十一中，本文中比較了五年內的違約機率與五年期信用交換契約價格的曲線關係圖。在這三個圖中，本文為方便比較將違約機率乘上

1000 倍，即圖中違約機率的單位為十個基點（10 basis points）。在這三個圖中我們可以發現違約機率與信用交換價差關係密不可分。二者的走勢幾乎相同，違約機率約為價差的十倍。我們可解釋這現象如下：契約保護買方在未來只有二種現金流量流入的可能，一個為零，另一個為 1-R。當違約事件發生時，買方可從賣方那收取到 1-R 的賠償；若至契約到期為止，都沒有發生違約，則沒有現金流入。因此，保護買方對未來的報酬為

$$\text{報酬}=\begin{cases} 1\text{-R} & \text{發生違約} \\ 0 & \text{無違約} \end{cases}$$

則買方願意付出的價差 s 應該是對未來的期望報酬，

$$s=E\left[\text{報酬}\right]=\left(1-R\right)P\left(\tau_b \le t\right)$$

從這便可發現違約機率確實是和信用交換價差有著密不可分的關係。

第陸章、 結論與建議

傳統結構式模型中，以擴散過程為主要核心架構。利用公司財務資訊分析其信用風險，然而，此種模型卻無法預測短期內企業倒債及解釋短期信用交換價差。本研究整合了違約風險與利率風險並允許資產價值擁有連續及離散部份的可能情形。

本文提供了在跳躍擴散過程下，對於違約機率及信用違約價差的封閉解。同時整理出模型參數估計的方法，並以此模型去驗證 CDS 市場上的報價。我們以美國 S&P500 其中四十三家企業的五年期信用交換契約去驗證。並從實證結果中我們發現本模型對於市場上的報價有相當好的估計值，其均方根誤差百分比最小的為希爾頓飯店百分之零點一四，最大為可口可樂的百分之四。其它四十一家企業的誤差皆在此範圍內，此一結果遠比在傳統擴散過程下所訂出之信用違約交換的訂價誤差要來的小。

本研究為許多真實市場中無法被傳統擴散過程所解釋的現象提出了說明，如短期內違約機率、信用價差的變幻。信用交換價差是如何受到跳躍隨機項的影響而變動等，使得可預期及不可預期的信用風險共存。另一方面，過去雖有人提出跳躍擴散過程，並假設跳幅度滿足對數常態分配，但在此假設下卻不存在一個違約機率的封閉解，需以模擬方式求出其違約交換契約價值。本研究最大的貢獻仍是提供一個較傳統擴散過程更符合真實市場的模型，並找出信用違約交換及違約機率的封閉解。

建議後續的研究方向可將公司資產價值及資產變異試著以 KMV 模型的方式求出，以更符合實際市場上的市值。也就是說，首先，需考慮在跳躍擴散過程下歐式買權的價格。在以公司資產為標的，負債為執行價，反解求出公司資產價值及資產波動性。另一方面，跳躍隨機項的估計亦可試著以 Bootstrap、Jackniffe

及 EM 演算法來估算。

參考文獻

A¨ıt-Sahalia, Yacine, Per A. Mykland, and Lan Zhang, 2005, How Often to Sample a Continuous-Time Process in the Presence of Market Microstructure Noise," *Review of Financial Studies*, 18, 351-416.

Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold, and P. Labys, 2001, The Distribution of Realized Exchange Rate Volatility, *Journal of the American Statistical Association*, 96, 42-55.

Barndorff-Nielsen, Ole and Neil Shephard, 2003 a , Econometrics of Testing for Jumps in Financial Economics Using Bipower Variation," *Working Paper*, Oxford University.

Barndorff-Nielsen, Ole and Neil Shephard , 2003b, Realised Power Variation and Stochastic Volatility, Bernoulli , 9, 243-165.

Barndorff-Nielsen, Ole and Neil Shephard , 2004, Power and Bipower Variation with Stochastic Volatility and Jumps, *Journal of Financial Econometrics*, 2, 1-48.

Black, F. and J. Cox, 1976, Valuing corporate securities : Some effects of bond indenture provisions, *Journal of Finance*, 31, No. 2, 351-367.

Black, Fischer and Myron Scholes , 1973, The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *The Journal of Political Economy, **81**, 637-654*

Chen, Ren-Raw, and Scott, Louis, 2003, Multi-Factor Cox-Ingersoll-Ross Models of the Term Structure: Estimates and Tests from a Kalman Filter Model, *Journal of Real Estate Finance and Economics,* 27:2, 143-172

Das, Sanjiv Ranjan , 2001, Pricing Credit Derivatives, *Working Paper*, Santa Clara University

Duffie, Darrell and Kenneth J. Singleton , 1999, Modeling Term Structures of

Defaultable Bonds, *The Review of Financial Studies, **12**, 687-720*

Düllmann, K., M. Uhrig and M.Windfuhr, 1999, Risk structure of interest rates : an empirical analysis for Deutschemark-denominated bonds, *European Financial Management*.

Gaver Jr., D. P., 1996, Observing stochastic processes and approximate transform inversion , Operations Res. 14 444-459

Harrison, J.M., 1990, Brownian Motion and Stochastic flow systems, Krieger Publishing Company : Florida.

Jarrow, Robert A. and Stuart M. Turnbull , 1995, Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk, *The Journal of Finance **50**, No. 1 (Summer), 53*-85

Jarrow, Robert A., David Lando and Stuart M. Turnbull , 1997, A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads, *The Review of Financial Studies, **10**, 481-523*

Jones, E.P. Mason, and E. Rosenfeld, 1984, Contingent claims analysis of corporate capital structures: An empirical investigation, *Journal of Finance* 39, 611-627.

Kou, S. and Wang, H., 2003, First passage times of a jump diffusion process, Adv. Appl. Prob. 35, 504-531.

Lando, D., 1998, Cox Processes and Credit-Risky Securities, *Review of Derivatives Research* 2, 99-120

Longstaff, Francis A. and Eduardo S. Schwartz, 1995, A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt, *The Journal of Finance, **50**, 789-819*

Madan, D. and H. Unal,1998, Pricing the Risks of Default, *Review of Derivatives Research* 2, 121-160

Merton, R. C., 1974, On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates, *Journal of Finance*, 2, 449-70

Scherer, Matthias, 2005, Efficient Pricing Routines of Credit Default Swaps in a Structural Default Model with Jumps, *Working Paper*, Department of Financial Mathematics University of Ulm

Stehfest, H., 1970, Algorithm 368. Numerical inversion of Laplace transforms, Comm. ACM 13 pp.479-49(erratum 13, 624)

Zhou, Chunsheng, 1997, A Jump-Diffusion Approach to Modeling Credit Risk and Valuing Defaultable Securities, *Working Paper*, Board of Governors of the Federal Reserve System

Zhang, Benjamin Yibin , Zhou, Hao, and Zhu, Haibin , 2005, Explaining Credit Default Swap Spreads with Equity Volatility and Jump Risks of Individual Firms, BIS *Working Paper*s No 181

Zhou, Chunsheng , 2001, The term structure of credit spreads with jump risk, *Journal of Banking & Finance,* 25 , 2015-2040

【表 一】全球各類信用衍生性商品比例表

Instrument	Share(%)
Credit default swaps	67
Synthetic balance sheet CLOs	12
Tranched portfolio default swaps	9
Credit-linked notes, asset repackaging, asset swaps	7
Credit spread options	2
Managed synthetic CDOs	2
Total return swaps	1
Hybrid credit derivatives	0.2

【表 二】信用違約交換契約實證資料

Cds Company Name	Cds Corp Tkr	Name
Starwood Hotels & Resorts Wo	HOT	USD CDS/HOT SEN 5 YR
Interpublic Group of Cos Inc	IPG	USD CDS/INTRPUBL SEN5 YR
Nordstrom Inc	JWN	USD CDS/JWN SEN 5 YR
Kellogg Co	K	USD CDS/K SEN 5 YR
Kroger Co/The	KR	USD CDS/KR SEN 5 YR
Marriott International Inc	MAR	USD CDS/MAR SEN 5 YR
McDonald's Corp	MCD	USD CDS/MCD SEN 5 YR
Motorola Inc	MOT	USD CDS/MOT SEN 5 YR
Northrop Grumman Corp	NOC	USD CDS/NOC SEN 5 YR
Newell Rubbermaid Inc	NWL	USD CDS/NWL SEN 5 YR
Omnicom Group Inc	OMC	USD CDS/OMNICOM SEN 5 YR
Occidental Petroleum Corp	OXY	USD CDS/OXY SEN 5 YR
Procter & Gamble Co	PG	USD CDS/PG SEN 5 YR
Rohm & Haas Co	ROH	USD CDS/ROH SEN 5 YR
Sherwin-Williams Co/The	SHW	USD CDS/SHW SEN 5 YR
Safeway Inc	SWY	USD CDS/SWY SEN 5 YR
AT&T Inc	T	USD CDS/SBC SEN 5 YR
Target Corp	TGT	USD CDS/TGT SEN 5 YR
Tyson Foods Inc	TSN	USD CDS/TSN SEN 5 YR
Valero Energy Corp	VLO	USD CDS/VLO SEN 5 YR
Wal-Mart Stores Inc	WMT	USD CDS/WMT SEN 5 YR

Country : US
Currency : USD
Cds Debt Type : 1
CDs term : 5 Years
Cds Recovery Rate : 0.4
Cds Restructuring Type :
Modified Restructuring

【表 三】估計參數平均值

【表三】估計參數平均值

Cds Corp Tkr	σ	λ	p	λ1	λ2
AA	0.2893	0.0850	0.3732	93.4759	87.6680
AET	0.4312	0.1235	0.5195	95.0656	86.0835
APA	0.3471	0.0769	0.3738	117.5186	108.9307
APC	0.2432	0.0869	0.3438	95.3264	109.3552
AT	0.2785	0.0831	0.3497	136.9322	113.9955
BHI	0.4132	0.0796	0.5238	70.0287	74.9057
BLS	0.3082	0.0791	0.6316	74.3356	81.5596
CAG	0.2605	0.0997	0.4253	108.1082	85.2451
CCE	0.1230	0.1766	0.4989	102.7257	93.3948
CCL	0.3390	0.2336	0.4669	99.2488	90.7500
CCU	0.3708	0.0660	0.3152	71.9122	65.5083
CPB	0.2769	0.1752	0.4967	104.7867	108.4533
CTL	0.2105	0.1612	0.5715	93.7113	91.5329
CZN	0.1356	0.3192	0.5305	58.2837	59.0448
DOW	0.3067	0.0936	0.4445	97.5795	73.2028
EMN	0.1928	0.1646	0.5592	110.9977	93.5216
GIS	0.2565	0.1066	0.6269	137.7767	142.6454
GPS	0.6394	0.1586	0.5079	80.2258	68.2902
GT	0.1969	0.2070	0.4665	59.1133	52.2891
HAL	0.4906	0.0710	0.3174	66.0353	58.4770
HLT	0.2908	0.2028	0.4357	61.8613	75.0841
HON	0.3617	0.0877	0.5881	64.7543	66.3874
HOT	0.3044	0.1801	0.4338	96.2846	88.9428
IPG	0.3971	0.1296	0.4668	69.2036	54.6450
JWN	0.2773	0.1568	0.4313	80.9422	81.1331
K	0.2722	0.1142	0.5831	124.8338	118.4287
KR	0.2328	0.1424	0.4640	84.7091	72.1759
MAR	0.4362	0.2516	0.4699	96.3474	106.1782
MCD	0.2769	0.0820	0.5239	62.5752	94.6839
MOT	0.3601	0.0739	0.3510	60.6976	45.7108
NOC	0.2898	0.0864	0.4099	102.7618	106.0048
NWL	0.2784	0.1426	0.3236	108.5549	96.1508
OMC	0.4394	0.0635	0.5058	96.2713	105.5689
OXY	0.2941	0.1455	0.6387	113.2199	116.0104
PG	0.4100	0.0496	0.3449	157.0291	135.3756
ROH	0.2716	0.1182	0.4710	112.3492	96.5996
SHW	0.4533	0.1973	0.4276	105.6059	90.3721
SWY	0.2031	0.1263	0.4391	96.8257	92.5615
T	0.1429	0.0948	0.5106	66.6801	82.6025
TGT	0.2855	0.0781	0.3694	80.6776	73.0080
TSN	0.1562	0.3759	0.4905	77.2863	79.0761
VLO	0.1911	0.1410	0.5415	103.7383	98.5787
WMT	0.4397	0.0833	0.4507	112.2371	97.5256

【表 四】估計參數標準差

【表四】**估計參數標準差**

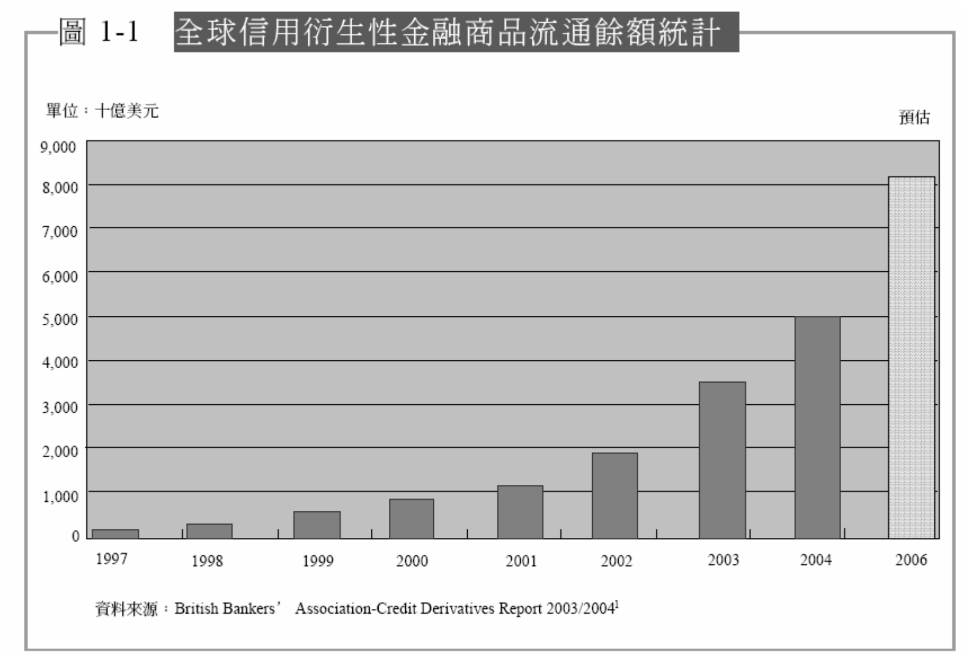
Cds Corp Tkr	σ	λ	p	$\lambda 1$	$\lambda 2$
AA	0.0243	0.0130	0.0538	8.4813	7.7353
AET	0.0114	0.0215	0.0591	7.4667	4.5089
APA	0.0215	0.0151	0.0868	20.1205	8.6730
APC	0.0101	0.0173	0.0335	22.4842	10.6998
AT	0.0202	0.0193	0.0461	22.3063	27.9437
BHI	0.0212	0.0052	0.0607	8.6461	13.0967
BLS	0.0121	0.0134	0.1445	8.3285	7.8488
CAG	0.0132	0.0058	0.0541	11.3045	12.5722
CCE	0.0076	0.0222	0.0464	7.2012	6.4003
CCL	0.0544	0.0188	0.0167	8.7543	9.9285
CCU	0.0200	0.0123	0.0401	33.2877	12.5802
CPB	0.0090	0.0157	0.0403	7.3610	9.6003
CTL	0.0093	0.0316	0.0388	13.1874	19.2689
CZN	0.0102	0.0508	0.0347	13.0442	15.3173
DOW	0.0112	0.0261	0.0757	9.4225	25.9320
EMN	0.0113	0.0300	0.0368	6.0834	8.2149
GIS	0.0100	0.0109	0.0412	29.2799	26.0205
GPS	0.0796	0.0235	0.0492	13.1581	5.0356
GT	0.0322	0.0276	0.0262	5.9937	3.3345
HAL	0.1032	0.0077	0.0688	13.9385	8.1836
HLT	0.0117	0.0351	0.0283	18.9188	15.1215
HON	0.0119	0.0084	0.0875	13.9556	11.9097
HOT	0.0158	0.0163	0.0266	9.6928	9.3514
IPG	0.0327	0.0172	0.0404	7.6986	7.9778
JWN	0.0259	0.0211	0.0793	9.4477	3.4339
K	0.0071	0.0072	0.0389	16.4043	4.8805
KR	0.0106	0.0140	0.0825	8.3196	6.2442
MAR	0.0206	0.0288	0.0200	17.0303	20.5374
MCD	0.0192	0.0233	0.0742	7.9366	8.4289
MOT	0.0283	0.0042	0.0578	6.1498	12.0432
NOC	0.0114	0.0128	0.0758	15.6679	10.6104
NWL	0.0148	0.0255	0.0423	5.8510	3.9475
OMC	0.0213	0.0144	0.0451	19.5654	19.8914
OXY	0.0067	0.0224	0.0342	13.7706	18.6381
PG	0.0087	0.0048	0.1553	46.0053	17.4787
ROH	0.0170	0.0165	0.0429	10.6265	12.2918
SHW	0.0178	0.0556	0.0441	12.0063	17.0775
SWY	0.0122	0.0164	0.0266	7.6048	6.4978
T	0.0105	0.0140	0.0830	7.8182	7.0484
TGT	0.0078	0.0098	0.0458	22.3181	11.7165
TSN	0.0106	0.0448	0.0250	7.9812	2.7288
VLO	0.0137	0.0249	0.1333	13.5294	18.4104
WMT	0.0159	0.0075	0.0338	18.8937	18.6569

【表 五】跳躍擴散模型信用違約交換估計誤差表

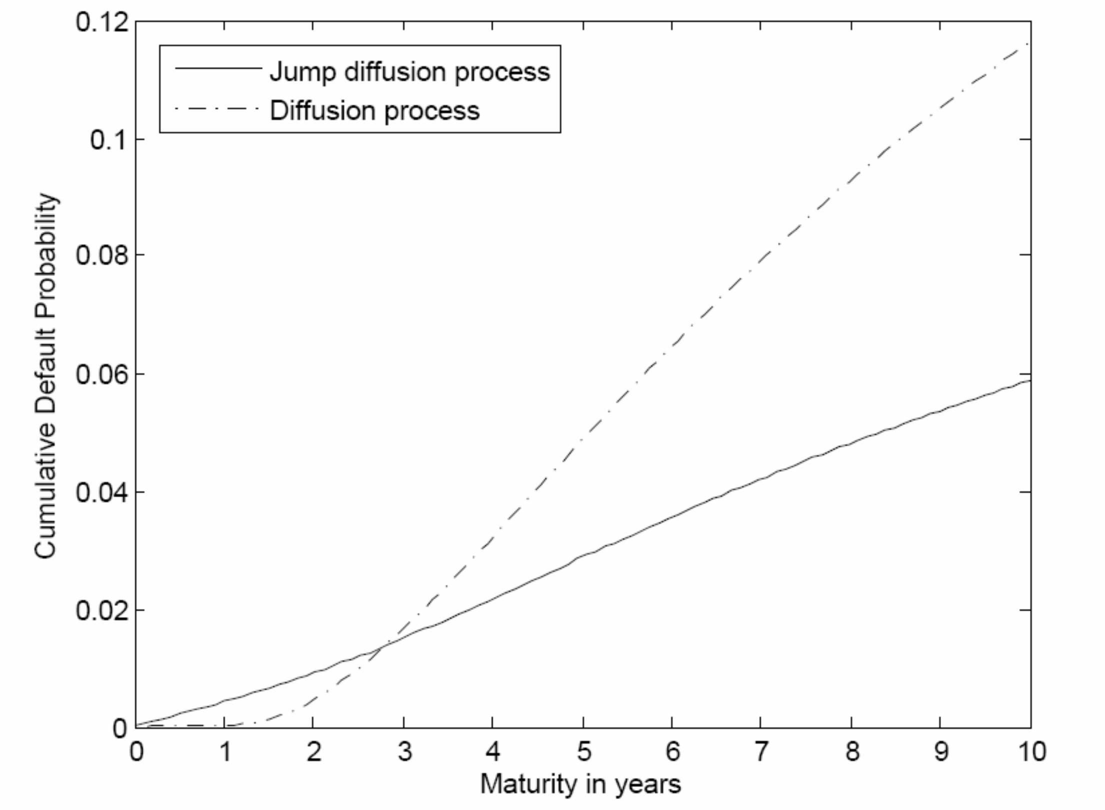
Cds Corp Tkr	PRMSE	Cds Corp Tkr	PRMSE
AA	0.0052	HOT	0.0019
AET	0.0030	IPG	0.0032
APA	0.0065	JWN	0.0039
APC	0.0039	K	0.0040
AT	0.0035	KR	0.0033
BHI	0.0033	MAR	0.0031
BLS	0.0034	MCD	0.0046
CAG	0.0032	MOT	0.0030
CCE	0.0400	NOC	0.0064
CCL	0.0387	NWL	0.0062
CCU	0.0032	OMC	0.0035
CPB	0.0060	OXY	0.0026
CTL	0.0033	PG	0.0055
CZN	0.0095	ROH	0.0049
DOW	0.0022	SHW	0.0064
EMN	0.0049	SWY	0.0039
GIS	0.0051	T	0.0105
GPS	0.0230	TGT	0.0057
GT	0.0079	TSN	0.0073
HAL	0.0079	VLO	0.0034
HLT	0.0014	WMT	0.0059
HON	0.0037		

【表 六】傳統擴散模型信用違約交換定價估計誤差表

Cds Corp Tkr	PRMSE	Cds Corp Tkr	PRMSE
AA	0.0060	HOT	0.0021
AET	0.0035	IPG	0.0035
APA	0.0075	JWN	0.0045
APC	0.0043	K	0.0043
AT	0.0038	KR	0.0036
BHI	0.0039	MAR	0.0036
BLS	0.0040	MCD	0.0051
CAG	0.0036	MOT	0.0035
CCE	0.0405	NOC	0.0067
CCL	0.0471	NWL	0.0069
CCU	0.0037	OMC	0.0038
CPB	0.0063	OXY	0.0028
CTL	0.0036	PG	0.0057
CZN	0.0067	ROH	0.0053
DOW	0.0024	SHW	0.0068
EMN	0.0053	SWY	0.0043
GIS	0.0053	T	0.0113
GPS	0.0229	TGT	0.0064
GT	0.0079	TSN	0.0076
HAL	0.0100	VLO	0.0037
HLT	0.0015	WMT	0.0063
HON	0.0042		



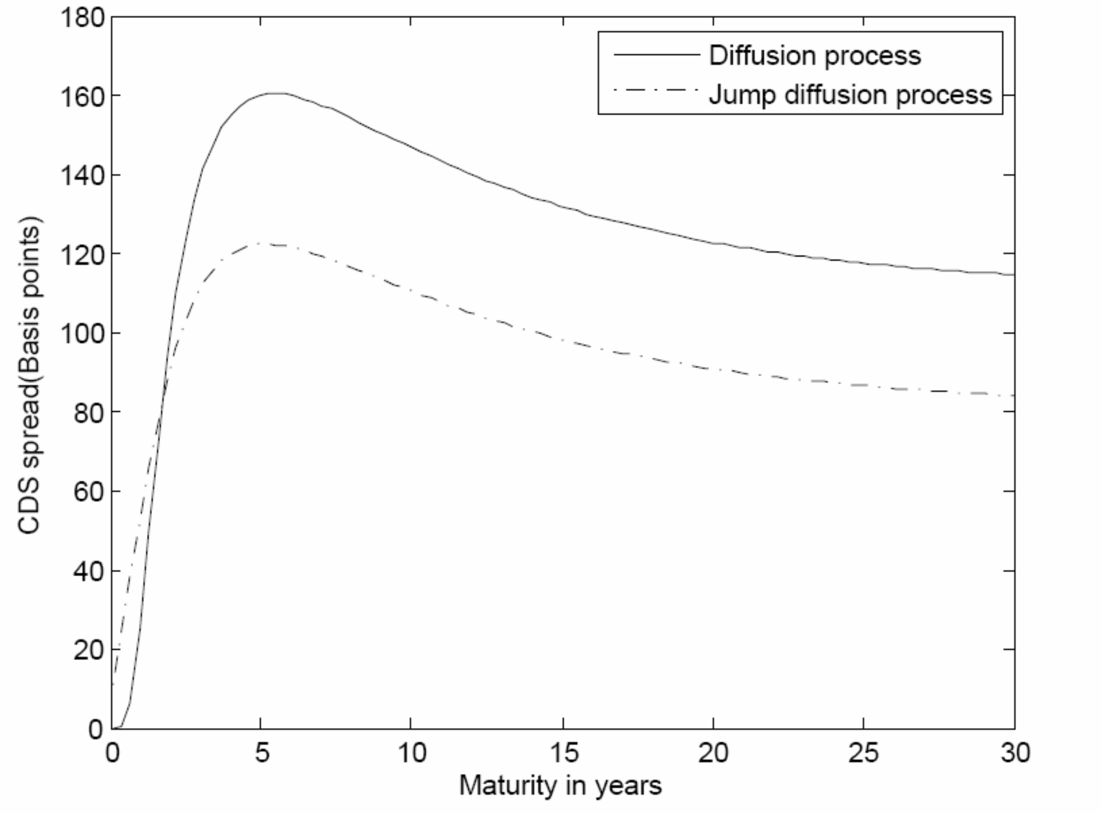
【圖 一】全球信用衍生性金融商品流通餘額統計



【圖 二】：跳躍擴散過程與傳統擴散過程下違約機率之比較。

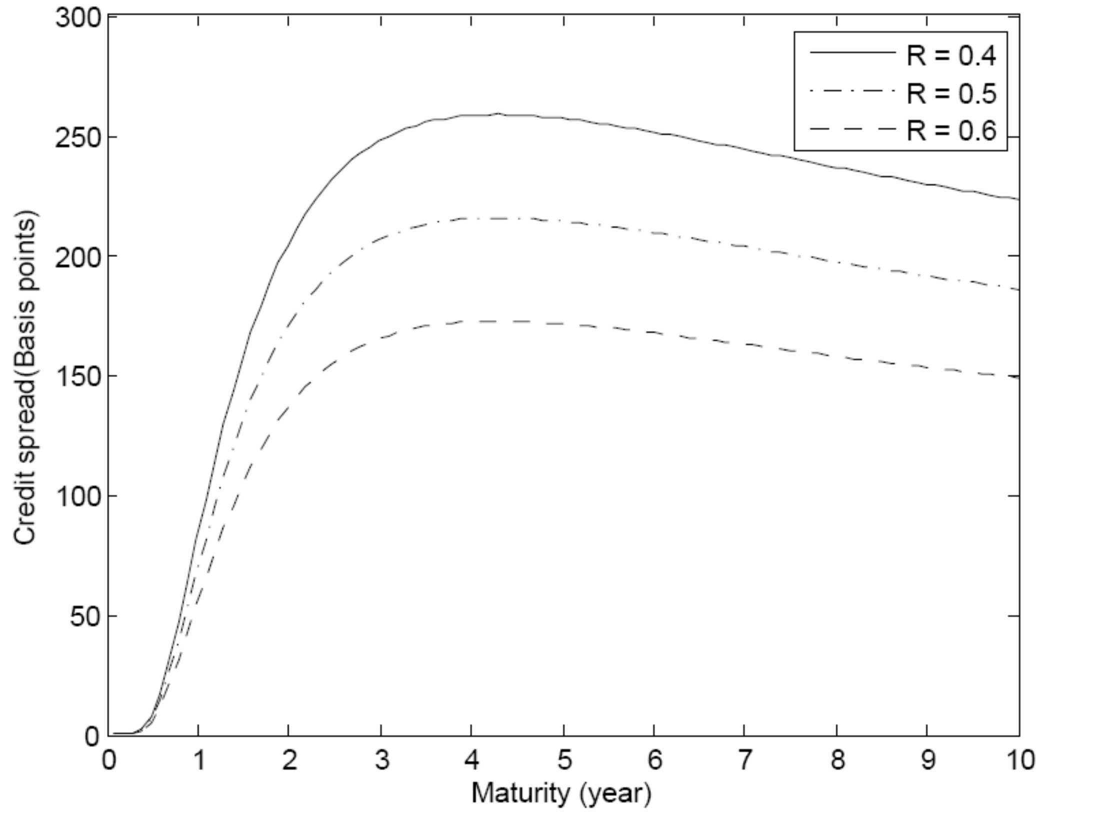
參數值分別為 $p=0.5$，$\lambda=0.05$，$\lambda_1=\lambda_2=\sqrt{8}$，$V_0=100$，d =50 ，r = 0.05，

$\sigma_{total}^2=0.035$ 及 $\sigma^2=\sigma_{total}^2-\lambda\cdot\left(\frac{2p}{\lambda_1^2}+\frac{2(1-p)}{\lambda_2^2}\right)$。



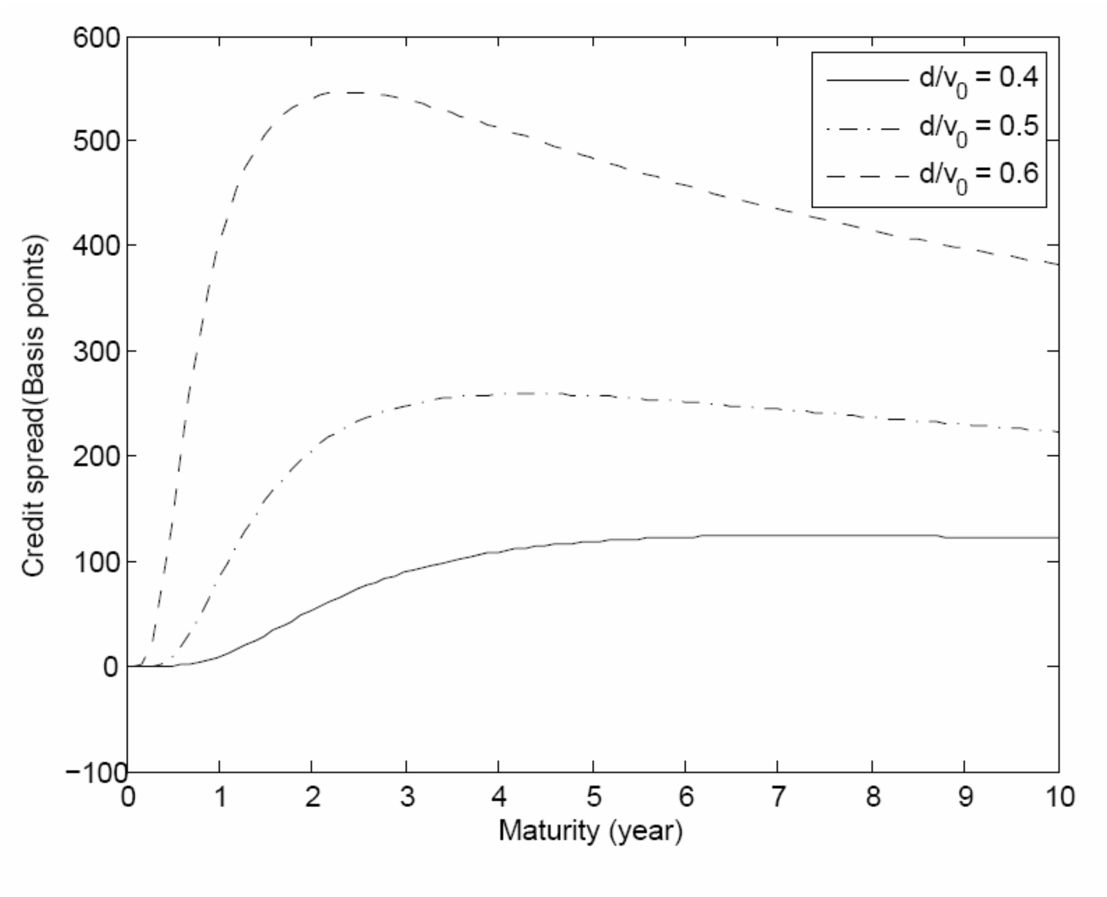
【圖 三】：跳躍擴散過程與傳統擴散過程下信用違約交換價差之比較。
參數值分別為 $R=0.4$，$p=0.5$，$\lambda=2$，$\lambda_1=\lambda_2=30$，$V_0=100$，d =80 ，$r=0.02$，$\kappa=0.14$、$\theta=0.088$，$\sigma_r=0.1$，$\lambda_r=-0.07$，$\sigma_{total}^2=0.083$ 及

$$\sigma^2=\sigma_{total}^2-\lambda\cdot\left(\frac{2p}{\lambda_1^2}+\frac{2(1-p)}{\lambda_2^2}\right)$$ 。

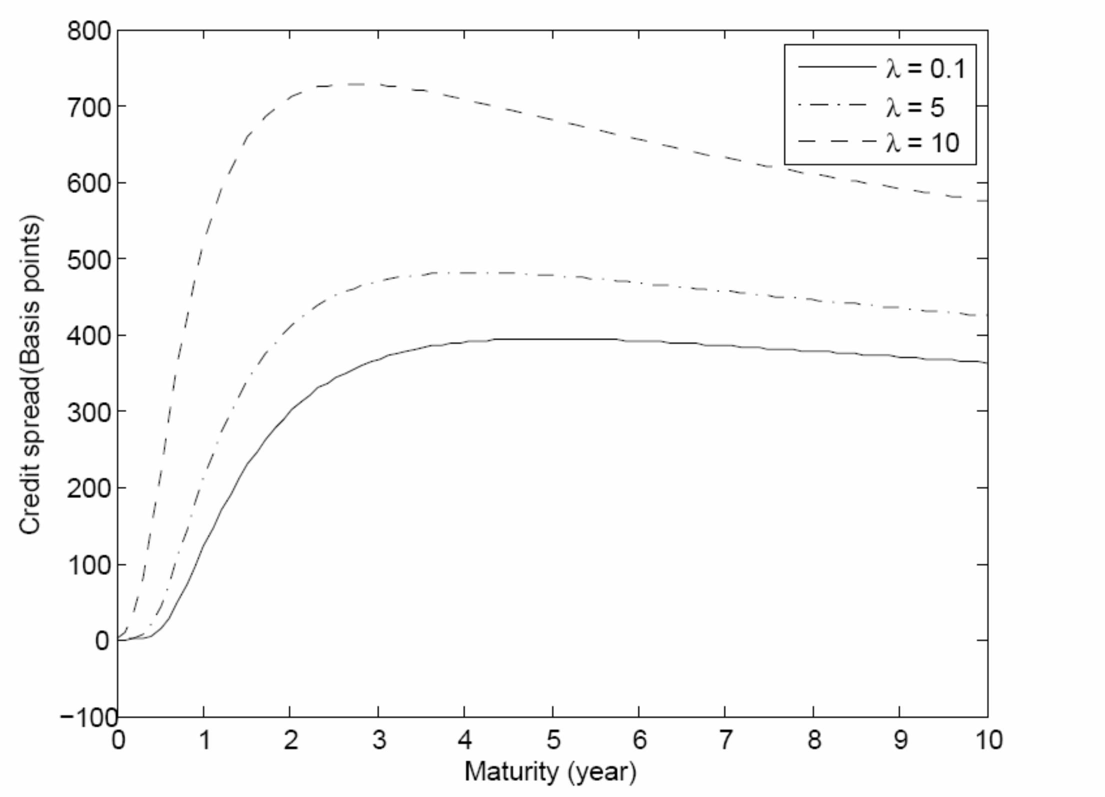


【圖 四】：**信用違約交換價差與違約回收率之比較**。參數值分別為
$p = 0.5$，$\lambda = 0.1$，$\lambda_1 = \lambda_2 = 50$，$V_0 = 100$，d =50 ，r = 0.05，$\kappa = 0.25$、$\theta = 0.06$，

$\sigma_r = 0.02$ ，$\lambda_r = -0.07$ ，$\sigma^2 = 0.09$



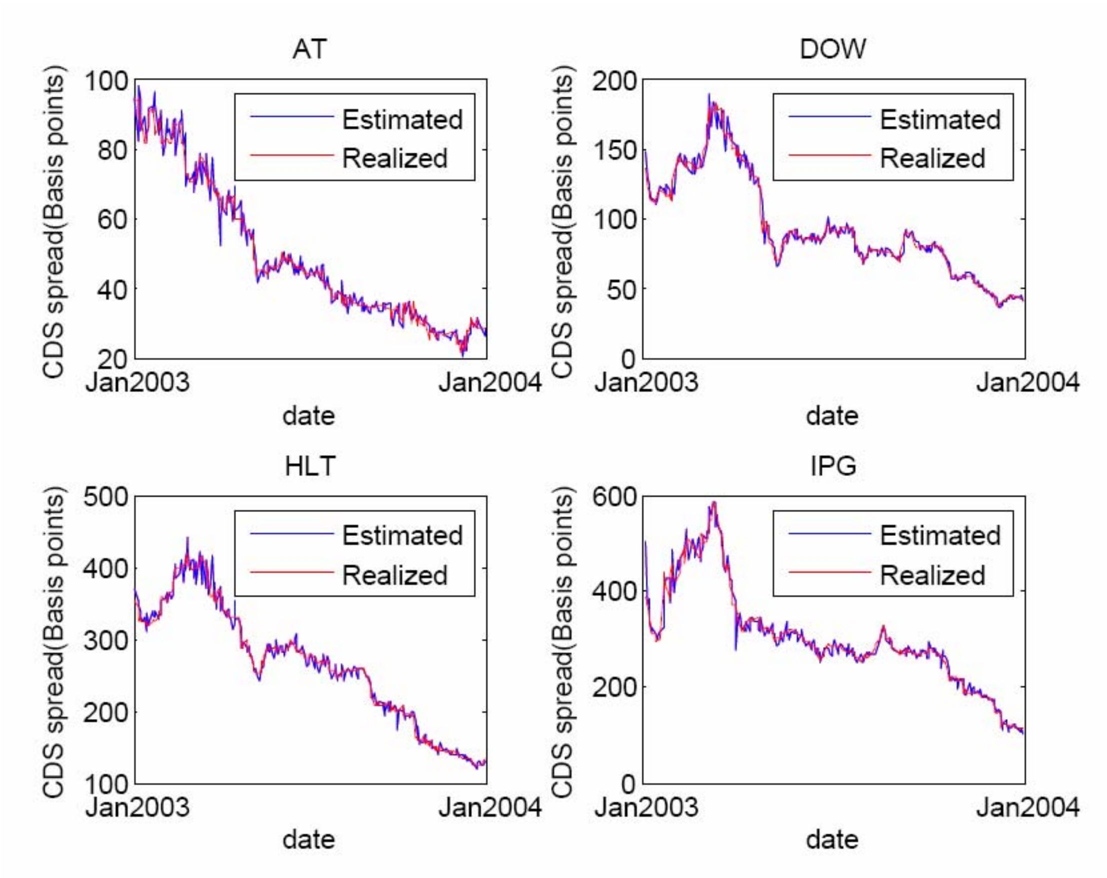
【圖 五】：信用違約交換價差與槓桿比率之比較。參數值分別為 $\mathrm{R}=0.4$，$p=0.5$，$\lambda=0.1$，$\lambda_1=\lambda_2=50$，$\mathrm{r}=0.05$，$\kappa=0.25$、$\theta=0.06$，$\sigma_r=0.02$，$\lambda_r=-0.07$，$\sigma^2=0.09$，



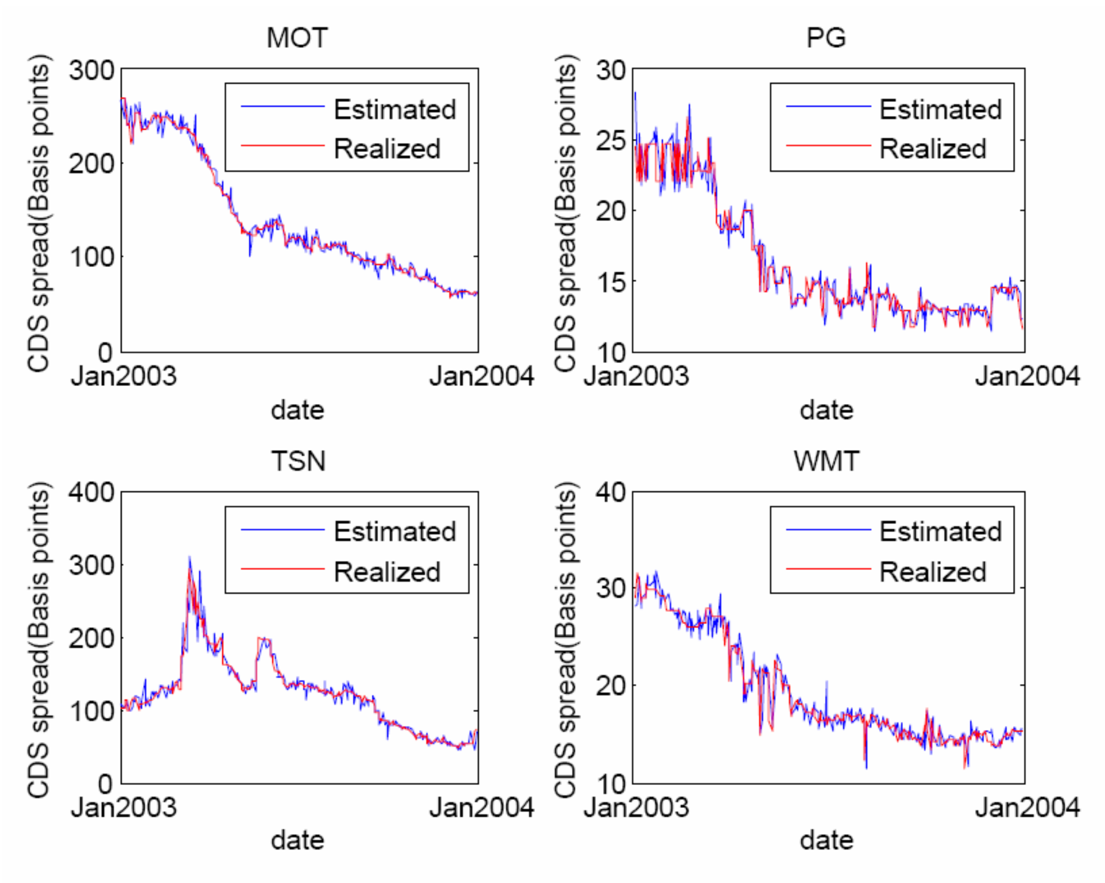
【圖 六】：信用違約交換價差跳躍頻率之比較。參數值分別為

R = 0.4，$p = 0.5$，$V_0 = 100$，d =50 ，r = 0.05，$\kappa = 0.25$、$\theta = 0.06$，$\sigma_r = 0.02$，

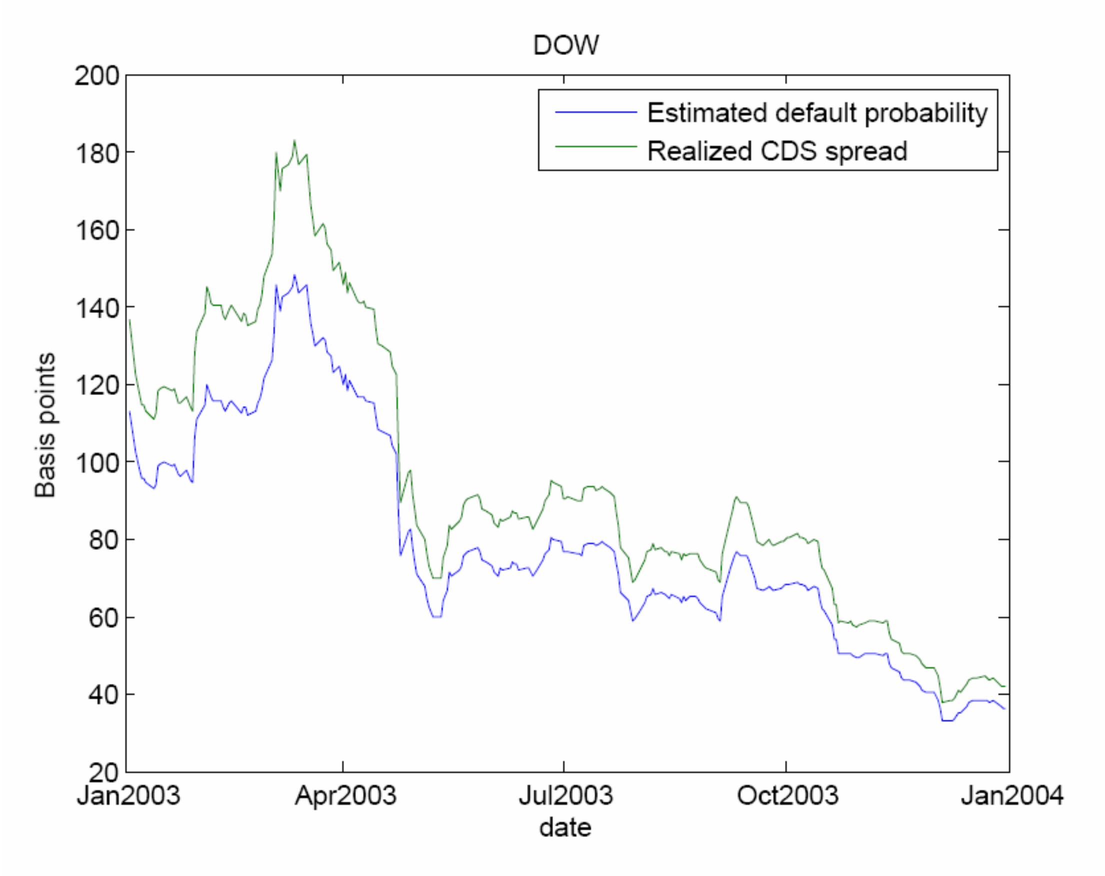
$\lambda_r = -0.07$，$\sigma^2 = 0.09$，$\sigma_{total}^2 = 0.09008$ 及 $\lambda_1 = \lambda_2 = \sqrt{\dfrac{\lambda}{\sigma_{total}^2 - \sigma^2}}$



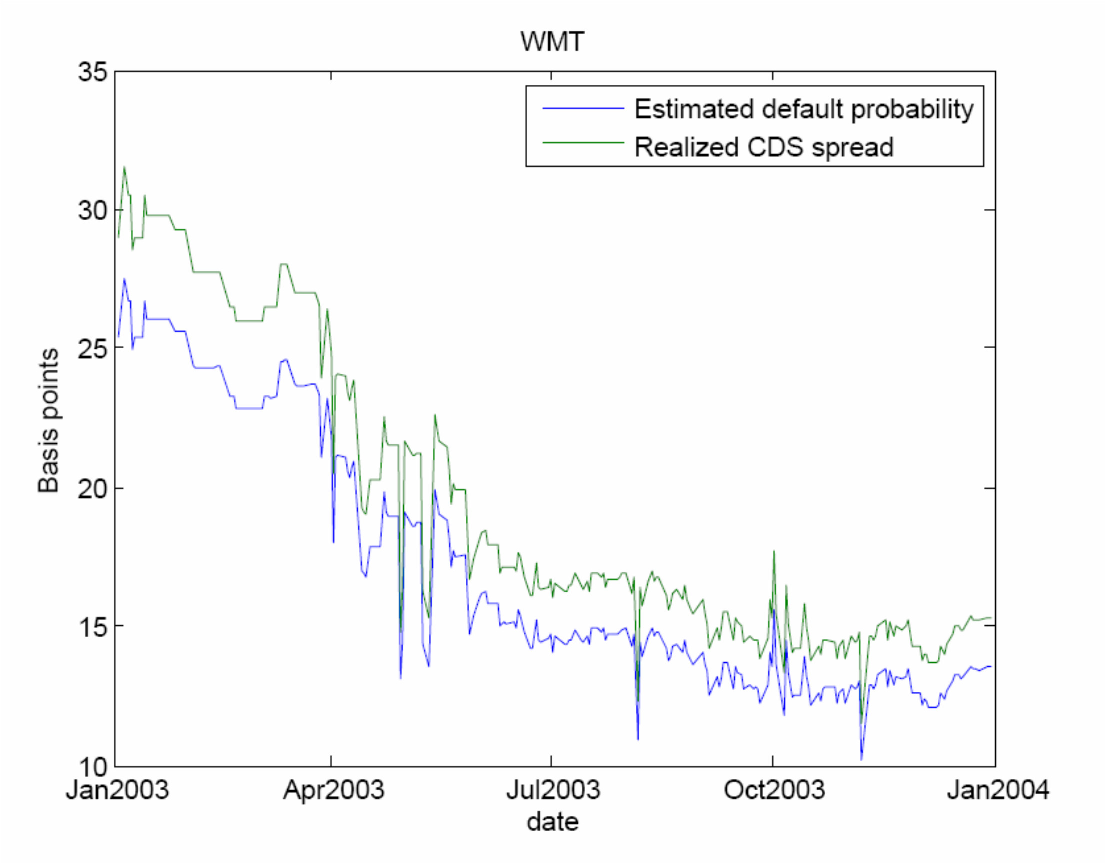
【圖 七】：2003 年信用違約交換價差之估計值與真實市場上價格曲線圖



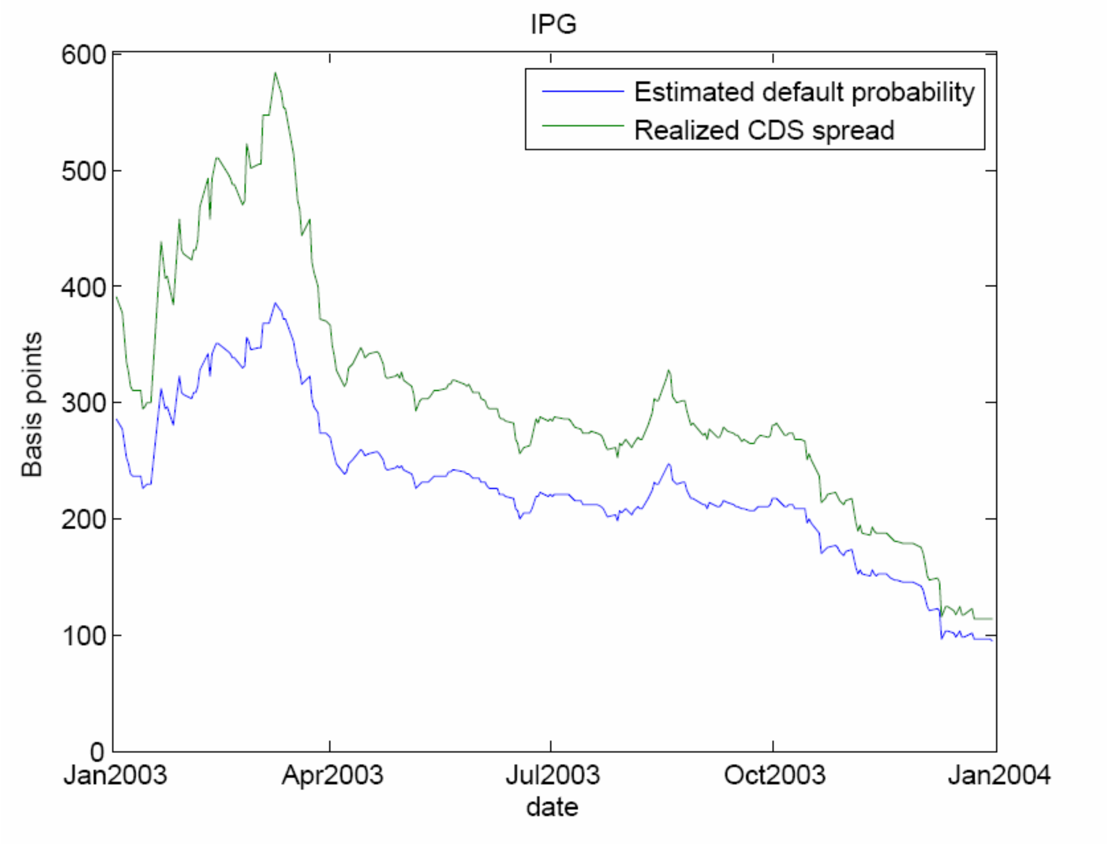
【圖 八】：2003 年信用違約交換價差之估計值與真實市場上價格曲線圖



【圖 九】: 2003 年市場信用違約交換價差與違約機率比較圖(DOW)



【圖 十】：2003 年市場信用違約交換價差與違約機率比較圖(WMT)



【圖 十一】：2003 年市場信用違約交換價差與違約機率比較圖(IPG)