國立交通大學

財 務 金 融 研 究 所

碩 士 論 文

財務危機預警模型之比較

Comparison Between Financial Distress Prediction Models

研 究 生：詹益宗

指導教授：李正福　教授

蔡璧徽　教授

中 華 民 國 九 十 五 年 六 月

財務危機預警模型之比較

Comparison Between Financial Distress Prediction Models

研 究 生：詹益宗
指導教授：李正福
蔡璧徽

Student：Yitzung Jan
Advisors：Chengfew Lee
Bihuei Tsai

國 立 交 通 大 學
財 務 金 融 研 究 所
碩 士 論 文

A Thesis
Submitted to Graduate Institute of Finance
College of Management
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of

Master

in

Finance

June 2006

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十五年六月

財務危機預警模型之比較

學生：詹益宗　　　　　　　　　　　　　　　　指導教授：李正福　博士

蔡璧徽　博士

國立交通大學財務金融研究所碩士班

中　文　摘　要

本研究針對台灣上市上櫃公司的資料，以財務會計變數與市場變數的組合，建立Logit 模型、MDA 模型與離散時間危險模型等財務危機預警模型，藉以觀察加入市場變數是否可增加模型的區別能力與預測能力，並比較三種統計模型的預測準確度。本研究將變數的組合歸為四類，依序為財務會計變數組合、財務會計變數加市場變數組合、市場變數組合以及 Shumway 變數組合。衡量模型預測準確度的方法有違約機率分配表、錯誤分類表、ROC 曲線與 AUC 值以及 EMC 值的分析。

實證結果發現，樣本內資料以 Logit 模型使用財務會計變數加市場變數組合的區別能力最佳；樣本外資料的預測能力則是以財務會計變數加市場變數組合與 Shumway 變數組合較佳，但三種統計模型的預測能力並沒有顯著的差別。綜言之，加入市場變數確實可提升模型對樣本內資料的區別能力，但對樣本外資料的預測能力則沒有顯著提升。此外，若要準確判斷樣本外違約公司的違約傾向，交替使用財務危機預警模型不失為一個良好的方法。

關鍵字：Logit；MDA；離散時間危險模型；ROC 曲線與 AUC；EMC

Comparison Between
Financial Distress Prediction Models

Student：Yitzung Jan

Advisors：Dr. Chengfew Lee
Dr. Bihuei Tsai

Graduate Institute of Finance
National Chiao Tung University

Abstract

Based on the data of Taiwan corporations trading in TSE and OTC, this study used financial accounting variables and market variables to construct financial distress prediction models, such as Logit model, MDA model and discrete-time hazard model. With such methodology, I examined whether the added-in market variables could enhance the model's discrimination ability and predicting capability or not, furthermore, I compared the accuracy of three statistical models. This study classified the variables into four categories, which are financial accounting variable group, financial accounting variable plus market variable group, market variable group and Shumway's variable group, separately. The methods used in analyzing the models' prediction accuracy are the default probability table, misclassification table, ROC curve and AUC, and EMC.

The empirical results showed that the best model to discriminate in-sample data is Logit model composed of financial accounting variable plus market variable group; however, the best model to predict out-sample data is composed by financial accounting variable plus market variable group and Shumway's variable group, but there are no difference between three statistical models in predicting capabilities. In summary, adding market variables does really enhance discrimination ability of in-sample data, but it doesn't obviously enhance the prediction ability of out-sample data. Moreover, it is better to use financial distress prediction models alternatively in judging the tendency of the out-sample default firms.

Keywords：Logit；MDA；discrete-time hazard model；ROC curve and AUC；EMC

誌　謝

兩年的時間，在交通大學完成自己的碩士學位，一路的甘苦，冷暖自知，也總是達到最後的目的地。感謝李正福教授的指導，亦感謝清大張焯然教授與政大張清福教授撥空參與學生的論文口試，尤其感謝張清福教授在學生遇到瓶頸之時，不吝惜地給予指導糾正，在此敬上萬分謝意。

兩年的研究路上，家人總是在旁鼓勵我，給我最大的包容，最值得信賴的依靠，讓我一路上即使顛簸難行，但卻是一一克服難關。感謝父母親無微不至的照顧，感謝姊姊在我迷失方向之時總能牽引我回歸正確的道路上。感謝在旗山的家人，你們的鼓勵讓我更有動力向前行。亦感謝身邊週遭的同學朋友，因為有了你們的加油，才讓我的人生更加充實完美。

詹益宗　九十五年六月

目　　錄

表 目 錄

圖 目 錄

第一章　緒論

第一節　背景與研究動機

1988 年 7 月，巴塞爾銀行監理委員會提出一份報告，通稱爲巴塞爾資本協定或是 Basel I，爲國際間資本衡量與資本管理上的一大突破。但由於金融商品不斷的推陳出新，舊有的制度勢必無法滿足現有的市場狀況，所以巴塞爾銀行監理委員會在 2004 年 6 月提出新巴塞爾資本協定(或稱爲 Basel II)，主要建立於三個支柱上：第一支柱爲最低資本要求，第二支柱爲監理審查，第三支柱爲市場紀律；預計於 2006 年底在全球各地陸續開始實施。台灣各金融機構爲因應 Basel II 制度的實施，無不投入大規模人力進行信用風險相關的研究，使得信用風險在台灣市場日益受到重視。目前市場上最常被用來估算信用風險值的四大信用風險衡量模型分別爲信用計量(CreditMetrics^{TM})法、穆迪 KMV 的信用風險衡量法、信用風險加成模型(CreditRisk^{+} Model)以及信用投資組合觀(Credit Portfolio View)法。不管是應用哪一個模型，在應用之前的先決條件就是要計算出違約機率。一般最常使用的違約機率值爲史坦普(S&P)評等機構與穆迪(KMV)公司所提供的數值，這兩間公司針對市場上的八種評等債券[1]蒐集大量的歷史資料，統整出每一種債券移轉至任何一種評等的機率。然而這些數值是針對整個市場的平均值，未必會符合銀行本身的情況，所以各家銀行皆致力於內部評等(Internal Ratings-Based)法的研究開發，冀望能夠建構一個符合銀行本身情況的信用風險模型。

目前用來衡量信用風險的方法有標準法、基礎內部評等基準法與進階內部評等基準法。標準法是以 1988 年的 Basel I 爲基礎下，根據交易對手的外部信用評等結果來區分風險等級，並依據其對應等級的風險權數提列資本。內部評等基準法可以區分爲基礎法與進階法，基礎法規定銀行本身必須要自行估計違約機率，剩餘的風險成分則必須取決於監理機關的估計值；進階法則是規定銀行本身除了要自行估計違約機率外，違約損失

[1] 史坦普評等機構將市場上的債券評等分爲 AAA、AA、A、BBB、BB、B、CCC 與違約；穆迪 KMV 公司則是分爲 Aaa、Aa、A、Baa、Ba、B、CCC 與違約。

率(Loss Given Default，LGD)、違約暴險(Exposure at Default，EAD)以及到期期限(Maturity，M)的估計在滿足最低標準要求下也可以自行估計。由於內部評等法可依據銀行本身的實際情形進行風險資本的提列，可以降低銀行資金的閒置，使銀行在資金上的運用更加靈活，這個因素驅使各家銀行無不致力於這方面的研究。由於使用內部評等法的先決條件就是要自行估算違約機率，所以違約機率的估計已成為這個領域的研究重點之一。

第二節　研究目的

在過去文獻中，探討財務危機預警模型的文章所使用的方法以統計學上的多變量區別分析方法與計量經濟學上的 Logit 方法為主。近年來又將生物醫學統計上的存活分析方法應用在這個領域上，使得預測方法越來越多元，比較不同模型間的預測準確性也成為研究的重要方向。本研究利用台灣經濟新報資料庫擷取台灣上市上櫃公司資料，利用上述三種方式建立財務危機預警模型並比較三個模型預測的準確性。就理論上的角度而言，存活分析在計算觀測年度的違約機率值時，尚需考慮公司過去每一年的違約機率值，由於一間公司的違約傾向應當可從其逐年的財務報表顯現出來，故存活分析的預測結果理當最佳，本研究冀望實證分析的結果將能與理論吻合。此外，隨著電腦科技技術的提升，促進市場資訊的快速流通，投資者能夠在短時間內獲取公司的重要資訊，並將其反應在證券市場上，故就理論而言，將「市場變數」加入財務危機預警模型應當可提升模型預測的準確性，這也是本研究冀望從實證結果得到的結論。

第三節　研究架構

本研究的第一章為緒論，接續章節依次是第二章為文獻探討，第三章為研究方法，第四章為研究設計，第五章為實證結果與分析以及第六章為結論與建議。圖 1.1 為本研究的流程圖。

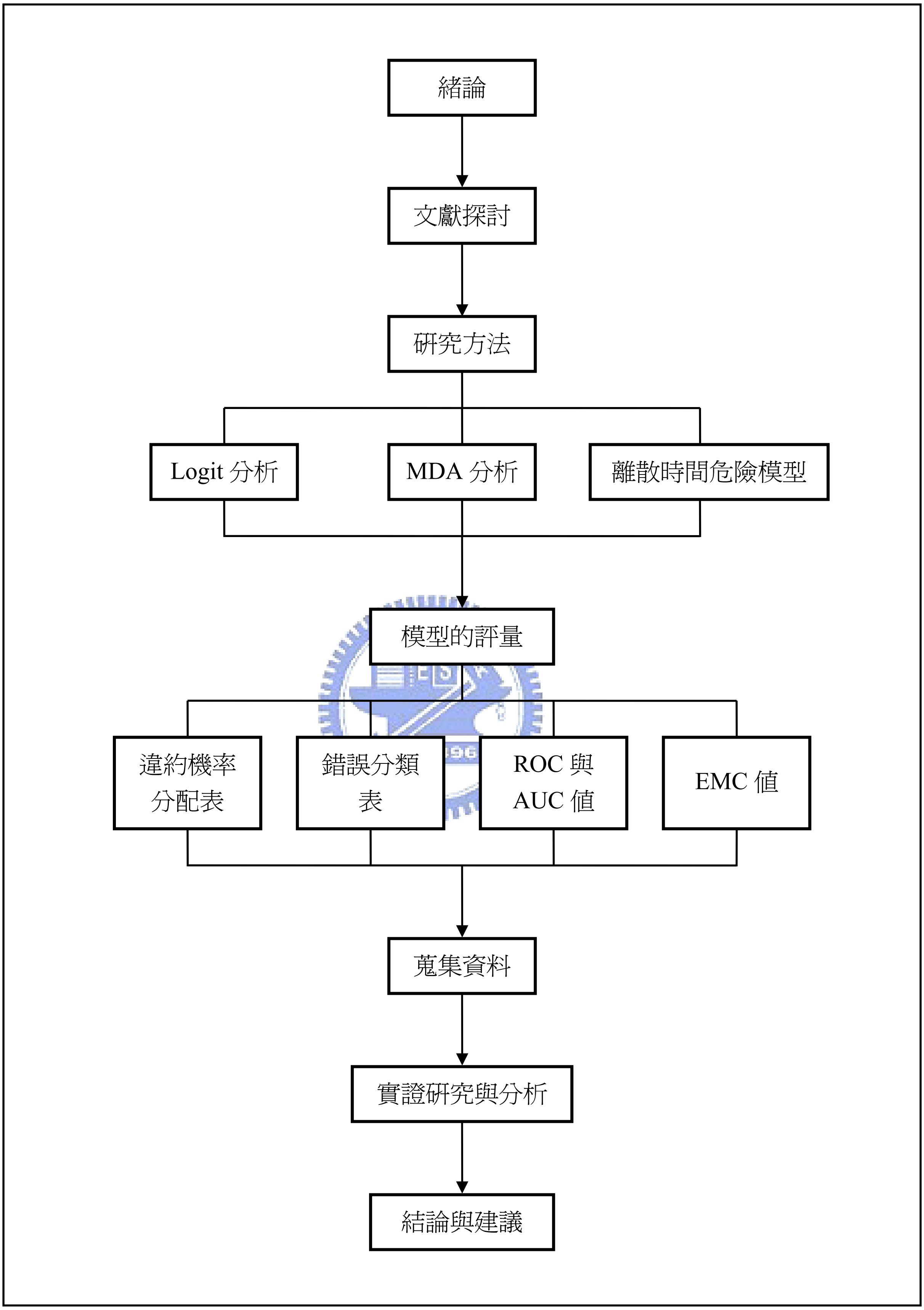

緒論
文獻探討
研究方法
Logit 分析
MDA 分析
離散時間危險模型
模型的評量
違約機率分配表
錯誤分類表
ROC 與 AUC 值
EMC 值
蒐集資料
實證研究與分析
結論與建議

圖 1.1 研究流程圖

第二章　文獻探討

第一節　多變量區別分析

Altman(1968)　利用多變量區別分析(MDA)來預測公司的破產與否，是學術界第一位將 MDA 方法應用在預測公司破產的文章。在 Altman 之前的學者多是利用單一的財務比率去預測公司的破產情況，但是這樣的預測可能會造成較大的誤差。為改善這樣的問題，利用 MDA 來預測公司的破產是較為合適的。Altman 利用配對的方式，選取了 66 間樣本公司，其中破產公司與正常公司各 33 間，這 66 間公司的產業皆是製造業，且資產大小介於 70 萬美元至 2590 萬美元。接著 Altman 從五大類財務指標，即流動率、獲利率、槓桿比率、償債能力與活動力，22 個財務比率變數中挑選出 5 個財務比率來建構一條區別函數，這五個區別變數分別是 X1=營運資金／總資產，X2=保留盈餘／總資產，X3=息前稅前盈餘／總資產，X4=市值／負債面值，X5=銷貨收入／總資產。這五個變數建構出的區別函數為

$$Z = 0.012X1 + 0.014X2 + 0.033X3 + 0.006X4 + 0.999X5 \qquad \text{(式 2.1)}$$

這個區別函數是利用破產公司的前一年度資料所衍生出來[2]，正常公司群集的 Z-score 中心值為 5.02，違約公司群集的 Z-score 中心值則為－0.29。利用(式 2.1)去預測破產前一年度的情況，有 95.45%(63/66)的公司可以被正確分類至所屬群集。建立統計模型最重要的目的就是希望能利用模型預測出破產公司，Altman 為觀察模型的預測能力，選擇 33 間破產公司前 1 年、前 2 年、前 3 年、前 4 年與前 5 年的資料去驗證模型的預測能力，利用電腦自動區別的結果如表 2.1。由這樣的準確度來看，Altman 認為這個模型在預測破產前 2 年的資料時，準確度都很高，但若要預測更多年以前的資料則就不夠準確。然而，上述結果皆是電腦利用驗後機率值而自動分類，未必能使總分類誤差率最小化。故

[2] 正常公司是依照破產公司去選取配對，對每一間破產公司來說就會有一間相對應的正常公司，這間正常公司的選擇年度會與破產公司相同。

(表 2.1) Altman 對破產公司的預測結果

破產前的年數	破產公司數	正確分類	錯誤分類	正確率(%)
1	33	31	2	95
2	32	23	9	72
3	29	14	15	48
4	28	8	20	29
5	25	9	16	36

Altman 利用人工方式找出使得型一誤差的公司數與型二誤差的公司數總和爲最小值的最適切割點爲 2.675，當(式 2.1)計算出公司的 Z-score＞2.675 則歸類爲正常公司，Z-score＜2.675 則歸類爲破產公司；Altman 所定義的型一誤差爲實際是破產公司卻被分類成正常公司，型二誤差則是實際爲正常公司卻被分類成違約公司。經由最適切割點的選取，可以使模型的預測達到最佳化。

Theodossiou(1993) 認爲區別分析、線性機率、Logit 與 Probit 模型都是屬於靜態模型，忽略公司過去有用的財務狀況資訊，所以作者利用多變量 CUSUM(cumulative sum)模型來預測公司的破產與否。CUSUM 模型如(式 2.2)：

$$C_{i,t} = \min(C_{i,t-1} + Z_{i,t} - K, 0) < -L \qquad \text{for K,L} > 0 \quad \text{and t} = 1,2,\cdots\cdots \qquad (式 2.2)$$

(式 2.2)中的 $C_{i,t}$ 爲判斷破產與否的指標，$Z_{i,t}$ 則是利用預測變數 X 所推導出的 VARMA 過程。若 $C_{i,t} \le -L$ 時，判定爲破產公司；$C_{i,t} > -L$ 時，則判定爲正常公司。作者定義型一誤差率 P_h 爲正常公司被錯誤判斷成破產公司的機率，型二誤差率 P_f 爲破產公司被錯誤判斷成正常公司的機率。K 與 L 的最適值則是由(式 2.3)來決定：

$$\min_{K,L} EC = W_f \cdot P_f(K,L) + (1-W_f) \cdot P_h(K,L) \qquad (式 2.3)$$

EC 表示期望成本，W_f 則是依據投資者對型一誤差與型二誤差的偏好程度來決定。作者蒐集 197 間正常公司與 62 間破產公司的資料，以及五個預測變數，分別是固定資產／總資產、淨營運資金／總資產、每股保留盈餘／每股股價、存貨／銷售額與營業收入／

總資產，經由實證證明利用 CUSUM 模型預測公司的破產與否是較爲準確的。由於 CUSUM 模型亦是利用指標分數 $C_{i,t}$ 來判斷公司的破產與否，與 MDA 模型相似，加上 CUSUM 模型結合過去的訊息，所以作者將 CUSUM 模型稱爲動態的區別分析。

第二節　LOGIT 分析

Ohlson(1980)　利用 Logit 模型來分析公司的破產機率。在 Ohlson 之前的學者多是利用 MDA 模型去預測公司的破產與否，然而 MDA 模型不能夠計算出違約機率，造成在應用上的限制；此外，MDA 模型也必須要符合兩個群集的變異數-共變異數矩陣相同，並非所有的資料皆能符合這個條件。基於以上的原因，Ohlson 認爲利用 Logit 模型估計破產與否是要比 MDA 模型合適的。Logit 模型不需要作任何的假設，亦可以利用模型計算出公司的破產機率，這些都是優於 MDA 模型之處。在樣本蒐集上，Ohlson 並非利用配對的方式來蒐集樣本，而是只要符合(1)時間在 1970 年~1976 年，(2)必須在交易所或是 OTC 市場交易，(3)產業爲工業類別，這 3 個條件的公司就會被選取，所以最後 Ohlson 分析的樣本數爲破產公司 105 間，正常公司 2058 間。Ohlson 使用九個財務變數，分別爲 X1＝Ln(總資產／國民生產毛額物價指數)，X2＝總負債／總資產，X3＝營運資金／總資產，X4＝流動負債／流動資產，X5＝OENEG(總負債＞總資產時爲 1，其餘爲 0)，X6＝淨收入／總資產，X7＝營運資金／總負債，X8＝INTWO(淨收入在最近兩年＜0 則爲 1，其餘爲 0)，X9＝(NI_t－NI_{t-1})／($|NI_t|$＋$|NI_{t-1}|$)。Ohlson 利用這九個變數導出三個模型，模型一選取的破產公司是在 1977 年發生破產的公司，共計有 105 間；模型二選取的破產公司則是在 1978 年發生破產，共計有 100 間；模型三則是結合前述兩個期間，選取的破產公司爲在 1977 年及 1978 年發生破產的公司。三個模型的預測正確率依序是 96.12%、95.55%與 92.84%，分類的依據是破產機率大於 0.5 則判定爲破產公司。模型一的預測結果最佳，這是如預期的，因爲破產前一年的資料通常可以提供較多的訊息。上述的結果是依據破產機率爲 0.5 來歸類公司的群集，0.5 未必是好的分割點，Ohlson 挑選最適切割點的方法是找出能使型一誤差率和型二誤差率總和最小的切割點，型一誤差

的定義是實際上爲正常公司但卻被歸類成破產公司，型二誤差則是實際上爲破產公司卻被歸類成正常公司。這樣的定義恰與 Altman 相反，但卻不影響結果，因爲兩者的目標皆是要找出使誤差總和達到最小值的切割點。針對模型一，Ohlson 找到的最適切割點爲 0.038，此時的型一誤差率爲 17.4%，型二誤差率則是 12.4%。

Lau(1987)　利用多項 Logit 分析(MLA)來預測公司的財務危機。有別於其他文獻只將公司歸類爲破產公司與正常公司，Lau 將公司歸類爲五種等級，0 爲公司財務狀況穩定，1 爲公司沒有發放股利或是減少股利發放，2 爲公司發生技術上的違約或是應付帳款的違約，3 爲符合破產法第九、十條情形的公司，4 則是已破產公司。作者對每種等級狀況各自抽取樣本公司，並利用十個財務變數建構五條多元迴歸方程式，依序爲 Z_0、Z_1、Z_2、Z_3 與 Z_4。將每間公司的資料代入五條方程式中可得到五個 Z 值，則一間公司屬於第 j 群的機率爲 $exp(Z_j)／\sum_{i=0}^{4} exp(Z_i)$。此外，作者利用「機率預測分數」來衡量模型預測的準確度，機率預測分數的公式如(式 2.4)：

$$S = \frac{3}{2} - \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \left[(\sum_{j=1}^{i} f_j)^2 + (\sum_{j=i+1}^{n} f_j)^2 \right] - \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} |i-k| \cdot f_i \qquad \text{(式 2.4)}$$

k 表示公司實際所屬的群集，*i* 則是利用模型預測的群集。一間公司的 *S* 值必介於[0,1]，*S* 值越大表示模型預測越準確。經由實證的探討，作者證明利用 MLA 的方法將公司歸類爲某一群集是可行的。

Queen and Roll(1987)　將消失的公司分爲兩類，一類爲公司被其他公司合併，另一類則是公司發生破產、停止交易或是被證交所剔除。作者選用五個市場變數作爲預測變數，分別是公司流通在外的股東權益總值、股價、總報酬、報酬的波動度與 Beta 值。作者先將樣本公司在每個變數下皆劃分爲十個等級，由 1 排序至 10，屬於 1 群集的公司代表此變數值最小，屬於 10 群集的公司代表此變數值最大。然後依序對每一個變數繪出每一個等級的公司在樣本期間內的累積消失率，累積消失率依據消失原因分爲兩類。作者經由累積消失率的趨勢圖發現，除變數 Beta 的區別能力較差外，其餘四個變數皆

能明顯的區分出變數值所代表的意義。尤其是公司流通在外的股東權益總值，屬於 10 群集的公司的累積消失率明顯小於屬於 1 群集的公司，表示公司流通在外的股東權益總值越大，則發生公司消失的機率越低。由於作者將消失的公司分爲兩類，故在建構模型時，其樣本公司可劃分爲三類。第一類的樣本公司，公司消失的原因爲被合併；第二類的樣本公司，公司消失的原因破產、停止交易或是被證交所剔除；第三類的樣本公司，公司消失的原因則是同時包含上述兩種原因。遂作者利用五個市場變數，分別對三類樣本公司建構 Logit 模型，經實證發現，任何 Logit 模型至少都有四個市場變數是顯著的。

Hopwood, McKeown and Mutchler(1994)　比較會計師意見與 Logit 統計模型在預測公司破產時是否有差異，這是因爲在此篇文章發表之前的文獻研究皆認爲統計模型在公司破產上的預測能力要優於會計師意見的預測。首先，作者修正傳統上的 Logit 模型，傳統的 Logit 模型沒有考慮到樣本比率和母體比率的差異，修正後的 Logit 模型如下：

$$p(B)_i = \frac{e^{\gamma+\beta' \cdot x_i}}{1+e^{\gamma+\beta' \cdot x_i}}$$

其中 $\gamma = \ln[prop(NB) \cdot prop'(B)] - \ln[prop'(NB) \cdot prop(B)]$，*prop(NB)*爲樣本中的正常公司比率，*prop(B)*爲樣本中的破產公司比率，$prop'(NB)$ 爲估計的母體正常公司比率，$prop'(B)$ 爲估計的母體破產公司比率。當母體公司的比率與樣本公司的比率完全相同時，γ 值爲零，模型就等同於一般的 Logit 模型。不管是 Logit 統計模型或是會計師意見的預測，結果必會產生兩種誤差，即將破產公司歸類爲正常公司與將正常公司歸類爲破產公司，兩種錯誤分類所造成的成本分別以 $C(NB|B)$ 和 $C(B|NB)$ 表示，兩者的比值稱爲成本比(Cost Ratio)。本文的作者利用 EMC(Estimated Misclassification Cost)的觀念來評比兩個模型的優劣，做了下述四個統計檢定：(1) H_1：MC(C)＝MC(P)，(2) H_2：EMC(C)≤EMC(P)，(3) H_3：EMC(C)＝EMC(A)，(4) H_4：EMC(P)＝EMC(A)；其中 MC 表示模型係數，C 表示模型的樣本沒有區分成有財務危機與沒有財務危機，P 表示模型的樣本有區分成有財務危機與沒有財務危機，A 則表示會計師意見。收集的樣本期間爲 1974 年至 1985 年，其中 1974 年至 1981 年爲建構模型的樣本內資料，1982 年至 1985

年則是驗證模型準確率的樣本外期間。統計模型選取的財務會計變數有七個，分別是淨收入／總資產、流動資產／銷售額、流動資產／流動負債、流動資產／總資產、現金／總資產、長期負債／總資產以及 Ln(銷售額)。作者將其樣本公司依據會計師的評估分成有財務危機公司與沒有財務危機公司兩類，並分別估計出兩個 Logit 模型。作者發現上述的四個檢定中，第一個檢定與第二個檢定是被拒絕的，但第三個檢定與第四個檢定則沒有被拒絕，這表示有財務危機公司群集所形成的模型與沒有財務危機公司群集所形成的模型是有差異的，但會計師意見與 Logit 統計模型在破產預測上是沒有差異的。基於上述的結論，作者將其歸因於以前的研究沒有考慮到有財務危機與沒有財務危機的公司群集在母體上的差異，當考慮這項因子後，就可得知會計師意見與 Logit 統計模型在破產預測上是沒有差異的。

第三節　離散時間危險模型

Wheelock and Wilson(2000) 爲觀察銀行破產與被併購的原因，遂利用比例危險模型(Proportional-hazard Model)進行分析。銀行破產或是被其他銀行併購，多數是由於銀行本身管理不善或是資產結構不佳所導致，故本作者將其預測變數分爲六大類，分別是管理績效、資本適足率、資產結構、盈餘、流動性與其他因子。所謂的比例危險模型就是將危險函數 *h(t;z)*拆解成兩部份，如(式 2.5)：

$$h(t;z)=\psi(z)\cdot h_0(t)\text{ ；}\quad h_0(t)\text{ 爲風險基線因子}\qquad\text{(式 2.5)}$$

將預測變數代入(式 2.5)中的$\psi(z)$即我們所要求的模型。作者將模型分爲兩個，其中一個模型建構的樣本是破產公司，另一個模型的樣本則是被合併的公司，藉以觀察公司破產與被合併的原因是不相同的。由實證結果發現，銀行有較高的負債比率、較差的財務結構、較低的盈餘與較差的管理績效都會使破產風險增加；此外，若銀行能夠多角化經營，將可降低外在的經濟因素所導致的破產危機。另外，若一間銀行有較低的資本額與資產報酬，則被合併的機率就會增加；但銀行若是有高成本的無效率管理情形，將會導

致併購者卻步，使得被合併的機率降低。所以作者認爲發生破產與被併購的原因並不全然相同。

Shumway(2001) 提出用離散時間危險模型(discrete-time hazard model)來估計違約機率。由於公司的破產傾向是有跡可尋的，這個傾向應該會隨著時間而逐漸明朗，所以在估計公司的破產機率時應該考慮到時間的因素。離散時間危險模型與以往的模型差別在於其參數值可隨著時間而變動，之前的 MDA 模型與 Logit 模型都無法隨著時間而改變，故離散時間危險模型屬於動態模型，MDA 模型與 Logit 模型則屬於靜態模型。Shumway 利用簡單的兩期時間證明離散時間危險模型的參數估計值是不偏且有一致性，這也是 Logit 模型無法達到的效果，推導過程詳見附錄一。Shumway 並證明離散時間危險模型的概似函數就是多期 Logit 模型的概似函數，所以可利用 Logit 估計參數的方式去估計離散時間危險模型的參數。但是直接利用 Logit 估計離散時間危險模型的參數會產生問題，Logit 估計參數時是將每個觀察值視爲獨立，可是在離散時間危險模型中，同一間公司的觀測年度是相關的，並非 Logit 所假設的彼此獨立，所以必須去修正 χ^2 統計量中的樣本數 n，n 代表的是樣本公司數，並非所有公司年度的加總。Logit χ^2 統計量型式如(式 2.6)：

$$\frac{(\widehat{\mu_k}-\mu_0)'\sum^{-1}(\widehat{\mu_k}-\mu_0)}{n}\sim\chi^2(k) \qquad (式 2.6)$$

k 爲 Logit 模型選進的變數個數，有 k 個虛無假設 μ_0 要檢定，Σ 爲 k 個變數的變異數-共變異數矩陣。離散時間危險模型中的危險函數(hazard function)如(式 2.7)所示：

$$\phi(t,x;\theta_1,\theta_2)=\frac{1}{1+Exp\left[g(t)'\cdot\theta_1+x'\cdot\theta_2\right]} \qquad (式 2.7)$$

*g(t)*在 Shumway 的文章中是指公司上市上櫃年齡取自然對數值，模型在加入 *g(t)*後，危險模型就是個累積的違約時間模型。Shumway 挑選樣本公司的準則爲：(1)在 1962 年之前及 1992 年之後才開始交易的公司排除在外，(2)SIC 代碼從 6000 至 6999 的公司(金融產業)也排除在樣本外。最後的樣本公司有 3182 間(包括破產公司 300 間)，以及 39745

個觀察年度。在預測變數的選取，Shumway 除了利用 Altman、Zmijewski 的變數外，並加入三個市場變數，分別是市值比重、超額報酬率以及 Sigma。實證方面，Shumway 只利用 Altman 的變數做預測時，以離散時間危險模型的預測最準確，樣本外的破產公司有 82.9%的破產機率大於 0.8。只利用 Zmijewski 的變數做預測時，離散時間危險模型的預測能力就沒有比其他統計模型準確，只有 70.3%破產公司的破產機率大於 0.8。最後，Shumway 僅用離散時間危險模型比較單獨利用市場變數做預測與市場變數加上兩個財務會計變數(淨收入／總資產、總負債／總資產)做預測的結果，利用市場變數加兩個財務會計變數可得到 87.5%破產公司的破產機率大於 0.8，但單獨利用市場變數做預測則只有 79.6%破產公司的破產機率大於 0.8。根據以上實證結果，Shumway 認為將市場變數與兩個會計比率變數結合的離散時間危險模型可在樣本外的預測更為準確。

Chava and Jarrow(2001) 利用離散時間危險模型來估算違約機率，並將樣本資料分成年資料與月資料。樣本公司則可分為兩類，一類排除金融產業，並只有在美國證券交易所(AMEX)和紐約證券交易所(NYSE)交易的公司；另一類則是包含金融產業，並且亦加入在那斯達克(NASDAQ)交易的公司。排除金融產業的原因是較早的文獻鑑於金融產業的資產負債表相異於其他產業，所以多數的文獻皆是排除掉金融產業，作者為了與之前的文獻比較，故使用排除掉金融產業的樣本來建立預測模型。選擇的預測變數，除了以前文獻上常使用的財務會計變數與 Shumway 的市場變數外，作者更加入產業別的虛擬變數，藉此觀察產業別變數是否可以增加模型的預測能力。作者將產業劃分為四類：(1)財金、保險與不動產產業；(2)運輸、通訊與公共事業產業；(3)製造與礦工產業；(4)未包含在前三項的產業。第一組樣本，作者先利用排除掉金融產業的年資料樣本建構預測模型，此時亦沒有加入產業別變數，則 Shumway 的五個變數[3]與單獨使用市場變數對破產公司的預測，分別有 86.4%與 85.6%的破產機率大於 0.8，是預測最準確的變數組合。接者作者將變數組合分成兩組，一組是財務會計變數組合，另一組則是財務會計變數加上市場變數組合。本研究將作者剩餘的四組樣本結果整理於表 2.2。由表 2.2 可以明顯看

[3] 五個變數分別為市值比重、超額報酬率、Sigma、淨收入／總資產與總負債／總資產。

出利用財務會計變數加上市場變數組合的預測能力要顯著地優於財務會計變數組合。此外，作者亦利用月資料的樣本，單獨使用 Shumway 的三個市場變數進行模型的建構與預測，結果有 89.2%破產公司的破產機率大於 0.8，也是顯著地優於財務會計變數組合。所以作者認爲使用月資料與增加產業別變數都能使模型的預測能力更加準確，並由此證明市場是有效率的。

(表 2.2) Chava 與 Jarrow 的各種模型計算樣本外破產公司的破產機率大於 0.8 的比例

資料	樣本	財務會計變數組合	財務會計變數加市場變數組合
年資料	排除金融產業，加入產業別變數	60.8%	86.4%
年資料	加入金融產業與產業別變數	37.94%	78.82%
年資料	加入金融產業、產業別變數與在 NASDAQ 交易的公司	53.23%	79.12%
月資料	加入金融產業、產業別變數與在 NASDAQ 交易的公司	79.94%	91.98%

陳彥翰(2004)　利用 Logistic Discrete Hazard Model 來預測公司的違約機率。作者將預測變數分爲四大類，分別是會計比率、市場變數、總經變數以及股權變數；違約定義則分成兩種，即台灣經濟新報資料庫所定義的兩種財務危機類型，分別爲財務危機與準財務危機。作者先各自利用每一類變數去建立一個預測模型，然後再把這四個模型所挑出的變數建立另一個預測模型。作者比較各種模型的結果發現，兩種財務危機定義在每種變數類別所構成的模型並沒有太大差異，所以分成兩類財務危機對模型的建立沒有很大的幫助；模型的樣本外預測能力在電子業沒有太大差異，在營建水泥業上爲市場變數模型的預測能力優於會計比率模型，在其他產業則是會計比率模型要優於市場變數模型；合併模型的預測能力幾乎都優於各別模型，所以作者認爲在預測違約機率時應該盡量使用多種解釋變數。

黃瑞卿，魏曉琴，李昭勝，李正福(2004)　利用離散型倖存模型來預測公司的財務危機機率，並將預測結果與 Logit 模型和 Probit 模型比較。作者指出 Shumway(2001)利用的離散時間危險模型有四個缺失。第一，Shumway 證明離散時間危險模型等同於多期

Logit 模型，Logit 模型是將每個觀察值視爲獨立，但一間公司的各期資料應會隨著時間而有相關性，這與實際情況不吻合。第二，使用多期 Logit 模型估計離散時間危險模型的參數將無法得到最大概似估計式的漸近常態分配。第三，對多期 Logit 模型的卡方統計量來說，n 的數值是公司年度總數；但離散時間危險模型的卡方統計量的 n 值則是公司數目，而非公司年度總數，故利用多期 Logit 模型估計離散時間危險模型將會遇到調整卡方統計量的自由度麻煩。第四，若危險函數沒有取爲 logistic 分配，則多期 Logit 模型將無法解釋離散時間危險模型。基於上述四個理由，作者遂利用與離散時間危險模型有相同理論架構，但卻沒有離散時間危險模型限制的離散型倖存模型來進行預測。作者利用樣本內資料建立的模型找出使得型一誤差與型二誤差總和爲最小值的最適切割點，並由樣本外的資料來檢測模型預測的準確度。經由實證研究發現：(一)離散型倖存模型在解釋變數爲公司年齡加 Altman 變數時，其預測能力最佳；(二)使用更長時間的歷史資料並不會增加離散型倖存模型的預測能力，所以作者建議可以排除掉較早的歷史資料以換取較準確的預測能力。

第四節　綜合比較分析

Mensah(1984)　先利用 Logit 模型建構財務危機預警模型。作者依據外在總體經濟的情況，將樣本分爲四個期間，並利用因素分析法把三十八個財務比率變數歸類成十個因素，分別對四個樣本期間與總樣本期間建構五個財務危機預警模型。接者作者將樣本公司歸類爲零售業與製造業，並將樣本分爲景氣衰退期間、景氣擴張期間、1972 年 1 月至 1975 年 3 月與 1976 年 4 月至 1980 年 6 月等四個期間，分別對其建構預警模型。最後，作者利用 MDA 模型建構預警模型，同時選擇變數的方法不再利用因素分析法，而是直接使用原本的財務比率變數，藉以比較變數存在共線性時對模型預測結果的影響。經由實證結果的分析，作者提出三個結論，第一，對不同的總體經濟狀況建構不同的預警模型可得到較正確的預測結果；第二，即使在同一總體經濟狀況下，對不同產業分別建構預警模型可得到較正確的預測結果；第三，排除預測變數的共線性問題後，可

使模型得到較正確的預測結果。

魏曉琴(2004) 利用離散型倖存模型、Logit 模型、Probit 模型以及 MDA 模型來建構財務危機預警模型。作者選取的研究樣本爲 1981 年至 2002 年的上市公司，其中 1981 年至 1999 年爲樣本內資料，2000 年至 2002 年爲樣本外資料，並且樣本內資料限定在 1981 年至 2002 年才上市的公司。排除掉金融產業與電子產業後，依據台灣證券交易法第 49 條、第 50 條以及第 50-1 條的財務危機定義各選出 29 間樣本內財務危機公司以及樣本外財務危機公司。研究變數則是分爲兩組資料，第一組爲 Altman 變數，第二組則是 Zmijewski 變數。作者利用型一與型二誤差和的最小值找出每一個模型的最適切割點，以及檢定力函數來比較模型間的優劣。理論上應當以離散型倖存模型的預測會最佳，但作者的實證研究卻與理論有些出入；但若排除掉 MDA 模型後，利用第一組解釋變數建構的離散型倖存模型在財務危機的預測上表現最佳。

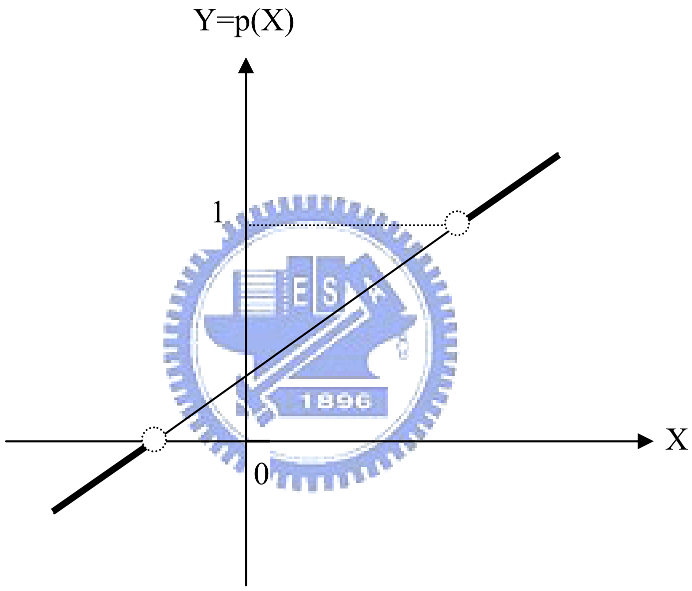
陳孟雅(2005) 利用 MDA 模型、Logit 模型以及離散型倖存模型建構財務危機預警模型。作者的研究樣本爲在台灣上市上櫃市場曾經有交易的公司，期間從 1986 年至 2003 年，以 1986 年至 2002 年爲樣本內資料建構模型，再以 2003 年爲樣本外資料驗證模型的準確度。作者違約公司的選取爲符合台灣證券交易法第 49 條、第 50 條以及第 50-1 條的規定者。作者利用逐步選取法，從其選擇的 56 個變數中挑選出解釋能力最佳的變數來建構模型。由於錯誤分類表的結果會隨著不同的切割點而有不同的誤差率，在比較模型時會產生沒有一致標準的問題，遂作者再加入 ROC 曲線與 AUC 值來評比模型間的優劣。經由最適切割點的選取，ROC 曲線的分析，以及 AUC 值的比較，作者發現樣本內資料以 Logit 方式建立的模型判別能力最佳，樣本外資料的預測能力則是以 MDA(模型 2)模型最佳。

第三章　研究方法

第一節　Logit 模型

3.1.1 Logit 模型的介紹

利用一般的線性機率模型來估計違約機率雖然簡單方便，但是會產生一個嚴重問題，就是違約機率值會超出[0,1]的範圍，造成估計不合理的現象，如圖 3.1 所示。



(圖 3.1) 線性機率模型

由圖 3.1 可知，粗黑線部份的機率值超出了[0,1]的界線，若是代入自變數 X 的數值得到粗黑線部份的機率值，則此機率值就失去其意義。利用 Logit 模型來估計公司違約機率的好處就在於其違約機率值會介在[0,1]之間，其函數型式可以表示如(式 3.1)：

$$p(x)=\frac{1}{1+e^{-(\alpha+\beta x)}} \qquad \text{(式 3.1)}$$

$$\left(\lim_{\alpha+\beta x\to\infty} e^{-(\alpha+\beta x)}=0 \quad\Rightarrow\quad \lim_{\alpha+\beta x\to\infty} p(x)=1\right)$$

對任意實數 x 來說，$p(x)$的範圍定會介在(0,1)之間，這也是 Logit 模型被廣泛應用在估計

違約機率的原因。然而，Logit 模型的參數估計值會產生偏誤的問題，所以本研究將利用離散時間危險模型來修正這樣的偏誤問題，這將在後面的小節繼續討論之。

3.1.2 Logit 模型的估計

$Y_1, Y_2, \ldots Y_n$ 為 Bernoulli(p_i)的獨立分配。在 Logit 模型中，p_i 被定義與變數 X_i 有下列的關係式：

$$\log(\frac{p_i}{1-p_i}) = \alpha + \beta X_i$$

經由上式可以推導出

$$p_i = \frac{e^{\alpha+\beta X_i}}{1+e^{\alpha+\beta X_i}} = \frac{1}{1+e^{-(\alpha+\beta X_i)}}$$

更一般化的形式可以表示為矩陣形式，即

$$p(X) = \frac{e^{\alpha+\beta X}}{1+e^{\alpha+\beta X}} = \frac{1}{1+e^{-(\alpha+\beta X)}}$$

其中 β 為 $1 \times k$ 的矩陣，X 為 $k \times 1$ 的矩陣。

接者利用最大概似估計法來估計模型參數 α 與 β。因為 Y_i 為 Bernoulli(p_i)的分配，所以 $f(y_i) = p_i^{y_i}(1-p_i)^{1-y_i}$ 。概似函數可以表示如(式 3.2)：

$$L(\alpha,\beta|y) = \prod_{i=1}^{n} p_i^{y_i}(1-p_i)^{1-y_i} = \prod_{i=1}^{n}[F(\alpha+\beta x_i)]^{y_i}[1-F(\alpha+\beta x_i)]^{1-y_i}$$

$$= \prod_{i=1}^{n}[\frac{F(\alpha+\beta x_i)}{1-F(\alpha+\beta x_i)}]^{y_i}[1-F(\alpha+\beta x_i)] \qquad (式 3.2)$$

$$\Rightarrow \quad \ln L(\alpha,\beta|y) = \sum_{i=1}^{n}\left\{\ln[1-F(\alpha+\beta x_i)] + y_i \cdot \ln\frac{F(\alpha+\beta x_i)}{1-F(\alpha+\beta x_i)}\right\}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial \ln L(\alpha,\beta|y)}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{-f(\alpha+\beta x_i)}{1-F(\alpha+\beta x_i)} + y_i \cdot \frac{f(\alpha+\beta x_i)}{F(\alpha+\beta x_i)\cdot[1-F(\alpha+\beta x_i)]}\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}[\frac{f(\alpha+\beta x_i)\cdot[y_i - F(\alpha+\beta x_i)]}{F(\alpha+\beta x_i)\cdot[1-F(\alpha+\beta x_i)]}] = 0 \text{ ---------------------------------- (a)}$$

$$\frac{\partial \ln L(\alpha,\beta|y)}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{-f(\alpha+\beta x_i)\cdot x_i}{1-F(\alpha+\beta x_i)} + y_i \cdot \frac{f(\alpha+\beta x_i)\cdot x_i}{F(\alpha+\beta x_i)\cdot[1-F(\alpha+\beta x_i)]}\right\}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}[\frac{f(\alpha+\beta x_i)\cdot x_i\cdot[y_i - F(\alpha+\beta x_i)]}{F(\alpha+\beta x_i)\cdot[1-F(\alpha+\beta x_i)]}] = 0 \text{ ------------------------------ (b)}$$

其中 $f(\alpha+\beta x_i)=\frac{dF(\alpha+\beta x_i)}{d(\alpha+\beta x_i)}=\frac{e^{\alpha+\beta x_i}}{(1+e^{\alpha+\beta x_i})^2}$ ；

$$\Rightarrow \frac{f(\alpha+\beta x_i)}{F(\alpha+\beta x_i)[1-F(\alpha+\beta x_i)]}=\frac{\frac{e^{\alpha+\beta x_i}}{(1+e^{\alpha+\beta x_i})^2}}{\frac{e^{\alpha+\beta x_i}}{1+e^{\alpha+\beta x_i}}\times(\frac{1}{1+e^{\alpha+\beta x_i}})} = 1 \text{ --------------------------------- (c)}$$

由於(a)、(b)兩式並非 α 與 β 的線性函數，加上(c)的條件後，再利用數值分析方法求解 α 與 β 的估計值。

第二節　多變量區別分析模型

3.2.1 多變量區別分析模型的介紹

區別分析的主要目的是爲了區分出群體間的差異，其先利用區別變數建立區別規則，再由此區別規則對每一個個體進行分類，並去預測每個個體屬於各群體的機率，此區別規則就是由區別分析所建立的區別函數。常使用的區別規則有線性區別函數、典型區別、邏輯迴歸分析與逐步區別分析。本研究所使用的區別規則爲典型區別，典型區別即 MDA 模型，其函數型式爲：

$$Y=\alpha+\beta_1 X_1+\beta_2 X_2+\beta_3 X_3+......+\beta_n X_n$$

設定一個 cut-point＝C，當 Y>C 則歸爲 A 類，Y<C 則歸爲 B 類。然而，此模型與 Logit 一樣爲靜態模型，無法隨著時間去變動其參數，造成參數估計的偏誤。

3.2.2 多變量區別分析模型的估計

令 MDA 模型型式爲 $y=b'\cdot x$ ； $b=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\\\vdots\\b_n\end{pmatrix}$ ， $x=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\\vdots\\x_n\end{pmatrix}$ 。

目的為找到一個最適估計值 b，使得發生財務危機集群與正常營運公司集群的差異達到最大，這樣的目的與變異數分析的意義相同，故亦是利用 F 檢定統計量來找尋 b 值，冀望此 b 值使得 F 統計量達到最大值。

定義 $F = \dfrac{mean\ square\ error\ between}{mean\ square\ error\ within}$，本研究將樣本公司分為兩個群集，正常公司群集與違約公司群集，故

$$F = \frac{\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{n_i}(\overline{y_{i\cdot}} - \overline{y_{\cdot\cdot}})^2}{\dfrac{\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{n_i}(y_{ij} - \overline{y_{i\cdot}})^2}{n-2}} = \frac{\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{n_i}(\overline{y_{i\cdot}} - \overline{y_{\cdot\cdot}})^2}{\sigma_y^2} \qquad \text{(式 3.3)}$$

其中 $y_{ij} \equiv$ 第 i 群集的第 j 個觀察值，$\overline{y_{i\cdot}} \equiv$ 第 i 群集的平均數，$\overline{y_{\cdot\cdot}} \equiv$ 全體 y 值的平均數。

$$\because\ y = b'\cdot x \quad \therefore\ \overline{y} = b'\cdot \overline{x} \quad \Rightarrow \overline{y_{i\cdot}} = b'\cdot \overline{x_{i\cdot}}\ ，\ \overline{y_{\cdot\cdot}} = b'\cdot \overline{x_{\cdot\cdot}} \qquad \text{(式 3.4)}$$

又變異數分析必須符合群集間的變異數相等，故在此設定兩個群集的變異數是一樣的。

$$\Rightarrow \mathrm{var}(y|i) = \mathrm{var}(b'\cdot x|i) = b'\sum b = \sigma_y^2 \qquad \text{(式 3.5)}$$

其中 $i = 1,2$，$\sum = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & \cdots & S_{2n} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & \cdots & S_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & S_{n3} & \cdots & S_{nn} \end{pmatrix}$ 為樣本的變異數-共變異數矩陣

將(式 3.4)與(式 3.5)代入(式 3.3)，則(式 3.3)等於

$$F = \frac{\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{n_i}(\overline{y_{i\cdot}} - \overline{y_{\cdot\cdot}})^2}{\sigma_y^2} = \frac{\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{n_i}(b'\overline{x_{i\cdot}} - b'\overline{x_{\cdot\cdot}})^2}{b'\sum b} = \frac{b'\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{n_i}(\overline{x_{i\cdot}} - \overline{x_{\cdot\cdot}})(\overline{x_{i\cdot}} - \overline{x_{\cdot\cdot}})'b}{b'\sum b} = \frac{b'Bb}{b'Wb} \qquad \text{(式 3.6)}$$

其中 $B = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{n_i}(\overline{x_{i\cdot}} - \overline{x_{\cdot\cdot}})(\overline{x_{i\cdot}} - \overline{x_{\cdot\cdot}})'$，$W = \sum_{i=1}^{2}(n_i - 1)S_i^2 = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{n_i}(x_{ij} - \overline{x_{i\cdot}})(x_{ij} - \overline{x_{i\cdot}})'$。得到 B 與 W 之後，接者就是要找到一個最適 b 值，使得 F 值最大，此 b 值即為 Σ 的特徵向量，其計算方法如下：

令 $Det\,(\Sigma-\lambda * \mathrm{I})=0 \Rightarrow \begin{vmatrix} S_{11}-\lambda & S_{12} & S_{13} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22}-\lambda & S_{23} & \cdots & S_{2n} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33}-\lambda & \cdots & S_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & S_{n3} & \cdots & S_{nn}-\lambda \end{vmatrix} = 0$ (式 3.7)

⇒由(式 3.7)可得到 λ 的 n 個根，由於只有兩個群集，故只需要一個區別函數，故挑選解釋變異最多的 λ 值，此 λ 值爲 n 個根中的最大值。

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & \cdots & S_{2n} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & \cdots & S_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & S_{n3} & \cdots & S_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = \lambda_{\max} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \qquad \text{(式 3.8)}$$

⇒利用矩陣運算，即可求出特徵向量 $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$[4]

統計學家 Bartlett 提出一個 V 統計量，用來檢定特徵值 λ 是否爲顯著的。令

$$V = -\left[(n-1) - \frac{p+q}{2}\right] \cdot \ln(\Lambda) \qquad \text{(式 3.9)}$$

其中 $\Lambda = \prod_{i=1}^{r} \frac{1}{1+\hat{\lambda}_j}$ 爲 Wilks 統計量，n 爲樣本數，p 爲模型選進的變數個數，q 爲群集數。

由於本研究的群集數爲 2，只需要一個特徵值 λ，所以 $\Lambda = \frac{1}{1+\lambda_{\max}}$。

檢定問題⇒ $H_o : \lambda_{\max} = 0$ vs. $H_1 : \lambda_{\max} \neq 0$

檢定統計量⇒ $V = -\left[(n-2) - \frac{p}{2}\right] \cdot \ln(\Lambda) \sim \chi_p^2$

---

[4] SPSS 統計軟體跑出的形式爲 $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \ldots\ldots + \beta_n X_n$，由(式 3.8)可知參數的推導與截距項 α 無關，故可將右式的截距項 α 移至等號左邊，則模型即爲一無截距項的區別函數。

當上述檢定結果爲拒絕 H_0 時，表示有足夠證據顯示 $\lambda_{max} \neq 0$，則可利用 λ 值來求出 MDA 模型的係數矩陣 b。求出 b 值後即可求出(式 3.6)的 F 統計量，並做以下的 MDA 模型顯著性檢定：

$$\text{檢定問題} \Rightarrow H_0 : MDA\text{模型是不顯著的(或}b = 0) \quad \text{vs.} \quad H_1 : MDA\text{模型是顯著的(或}b \neq 0)$$

$$\text{檢定統計量} \Rightarrow F = \frac{b'Bb}{b'Wb} \sim F(p, n - p - 1)$$

若上述結果拒絕 H_0，則表示 MDA 模型是顯著的，可利用此模型進行違約與否的判別。

除利用 MDA 模型導出 y 值，並用 y 值進行違約與否的判斷外，亦可以推導出一間公司落在兩個群集的驗後機率(Posterior Probability)，然後將樣本公司歸類爲驗後機率較大的群集。在計算驗後機率之前，必須先定義馬氏距離(Mahalanobis Distances)：

$$\text{馬氏距離}\, D_k(y) = (y - \mu_k)' \sum^{-1} (y - \mu_k) \qquad \text{(式 3.10)}$$

表示 y 至第 k 群中心點的距離。y 爲利用 MDA 模型所計算出的數值，μ_1與μ_2 分別表示兩個群集的中心值。當馬氏距離越大表示此公司計算出的 y 值與第 k 集群的中心值越遠，屬於第 k 集群的機率自然越小。

要計算驗後機率值，必須先假設群集資料符合常態分配。則第 k 群集的多變量常態分配之機率密度函數可以表示爲(式 3.11)：

$$f_k(y) = \frac{e^{\frac{-1}{2} D_k(y)}}{(\sqrt{2\pi})^p \cdot \left|\sum_k\right|^{\frac{1}{2}}} \text{；} \ p \text{ 爲 MDA 模型的變數個數} \qquad \text{(式 3.11)}$$

在此假設兩個群集的變異數-共變異數矩陣相同，其值等同於(式 3.5)的 Σ，則

$$f_1(y) = \frac{e^{\frac{-1}{2} D_1(y)}}{(\sqrt{2\pi})^p \cdot \left|\sum\right|^{\frac{1}{2}}} \text{，} \ f_2(y) = \frac{e^{\frac{-1}{2} D_2(y)}}{(\sqrt{2\pi})^p \cdot \left|\sum\right|^{\frac{1}{2}}}$$

由於樣本爲隨機選取，故兩個群集的驗前機率(Prior Probability) p_k 皆爲 0.5。則驗後機率的計算爲

$$p(y|k)=\frac{p_k\cdot f_k(y)}{\sum_{i=1}^{2}p_i\cdot f_i(y)}$$ (式 3.12)

表示某一間公司屬於第一群集的機率大小爲 $p(y|1)=\dfrac{\frac{f_1(y)}{2}}{\frac{f_1(y)+f_2(y)}{2}}$，屬於第二群集的機率大小則爲 $p(y|2)=\dfrac{\frac{f_2(y)}{2}}{\frac{f_1(y)+f_2(y)}{2}}$，若 $p(y|1)>p(y|2)$，則判定這間公司屬於第一群集；若 $p(y|1)<p(y|2)$，則判定這間公司屬於第二群集。這個驗後機率的數值可以直接由 SPSS 統計軟體計算出來。

第三節　離散時間危險模型

3.3.1 離散時間危險模型的介紹

由於上述的 Logit 模型和 MDA 模型無法考慮時間因素而使其參數估計值產生偏誤，Shumway 稱其爲靜態模型。相對於靜態模型，Shumway 將離散時間危險模型稱爲動態模型，並用其估計違約機率值。由 Shumway(2001)的文獻可知，只要將危險函數取爲 Logistic 函數的累積機率密度函數(CDF)，則離散時間危險模型的概似函數就會等同於多期 Logit 模型的概似函數，故在此假設下，離散時間危險模型的參數估計值與多期 Logit 模型的參數估計值將會相等。離散時間危險模型的優點不但在於其模型估計的違約機率值可以隨著時間而變化，其參數估計亦是不偏估計量，這也修正在 Logit 模型所產生的參數估計值會有偏誤的問題。

3.3.2 離散時間危險模型的估計

(一) 危險函數與存活函數的定義

(1) 連續型資料

一間公司的存活時間≧t 的機率函數稱爲存活函數(survival function)，可以用 $S_T(t)$ 來表示，如(式 3.13)所示：

$$S_T(t) = P(T \ge t) = \int_t^{\infty} f_T(u)du \qquad \text{(式 3.13)}$$

其中 $f_T(t)$ 爲一公司在 t 時的違約機率密度函數。$F_T(t)$ 爲 $f_T(t)$ 的累積機率密度函數，即

$$F_T(t) = \int_0^t f_T(u)du = 1 - \int_t^{\infty} f_T(u)du = 1 - S_T(t) \qquad \text{(式 3.14)}$$

由(式 3.14)可得知 $$\frac{d}{dt}F_T(t) = \frac{d}{dt}[1 - S_T(t)] \Rightarrow F_T^{'}(t) = -S_T^{'}(t) \qquad \text{(式 3.15)}$$

根據 (I) cdf 與 pdf 之間的關係：$f_T(t) = F_T^{'}(t)$

(II) 微分的定義：$F_T^{'}(t) = \lim_{\Delta \to 0^+} \dfrac{F_T(t+\Delta) - F_T(t)}{\Delta} = \lim_{\Delta \to 0^+} \dfrac{P(t \le T \le t+\Delta)}{\Delta}$

$$\Rightarrow \quad f_T(t) = \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{P(t \le T \le t+\Delta)}{\Delta} \Rightarrow f_T(t) = -S_T^{'}(t) \qquad \text{(式 3.16)}$$

(式 3.16)亦可根據微積分的萊布尼茲(Leibnitz)微分法則來推導：

$$\Rightarrow S_T^{'}(t) = \frac{\partial}{\partial t}S_T(t) = \frac{\partial}{\partial t}\int_t^{\infty} f_T(u)du$$

$$= \int_t^{\infty}\left[\frac{\partial}{\partial t}f_T(u)\right]du + \lim_{c \to \infty}\frac{dc}{dt}f_T(c) - \frac{dt}{dt}f_T(t) = 0 + 0 - f_T(t) = -f_T(t)$$

$$\therefore \quad f_T(t) = -S_T^{'}(t)$$

利用以上的敘述可定義危險函數(Hazard Function) $h_T(t)$ 爲：

$$h_T(t) = \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{P(t \le T \le t+\Delta \,|\, t \le T)}{\Delta} = \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{\dfrac{P[(t \le T \le t+\Delta) \cap (t \le T)]}{P(t \le T)}}{\Delta}$$

$$= \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{\dfrac{P(t \le T \le t+\Delta)}{P(t \le T)}}{\Delta} = \frac{1}{P(t \le T)} \cdot \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{P(t \le T \le t+\Delta)}{\Delta} = \frac{1}{S_T(t)} \cdot f_T(t) = \frac{f_T(t)}{S_T(t)}$$

(式 3.17)

(式 3.17)即爲本研究所定義的危險函數，表示某一公司在存活至 t 時的條件機率下，公

司瞬間發生財務危機的機率。本研究將利用此危險函數來估計離散時間危險模型的參數估計值。利用(式 3.17)可推導出存活機率 $S_T(t)$ ：

$$\Rightarrow h_T(t)=\frac{f_T(t)}{S_T(t)}=\frac{F_T^{'}(t)}{S_T(t)}=\frac{-S_T^{'}(t)}{S_T(t)}=-d\ln S_T(t) \quad \text{(*根據式 3.15 轉換)}$$

$$\Rightarrow -\int_0^t h_T(u)du=\int_0^t d\ln S_T(u)\Rightarrow -\int_0^t h_T(u)du=\ln S_T(t)-\ln S_T(0)$$

$\because$ 一間公司在 t＝0 時的存活機率必為 1 $\quad \therefore S_T(0)=1\Rightarrow \ln S_T(0)=0$

$$\Rightarrow -\int_0^t h_T(u)du=\ln S_T(t)\Rightarrow S_T(t)=e^{-\int_0^t h_T(u)du}=e^{-H_T(t)} \qquad \text{(式 3.18)}$$

[* $H_T(t)$ 為 $h_T(t)$ 的累積機率密度函數]

(2) 離散型資料

由於研究資料屬於離散型，故時間 t＝1,2,3,……。 $S_T(t)$ 表示在時間為 t 時的存活機率，即違約時間點可發生在 t+1,t+2,……的機率。故 $S_T(t)$ 與 $f_T(t)$ 關係可表示如(式 3.19)：

$$S_T(t)=f_T(t+1)+f_T(t+2)+\cdots\cdots^{5} \qquad \text{(式 3.19)}$$

所以根據(式 3.17)危險函數的定義，離散型的危險函數可以表示如下：

$$\Rightarrow h_T(t)=\frac{f_T(t)}{S_T(t)}=\frac{f_T(t)}{f_T(t+1)+f_T(t+2)+\cdots\cdots}$$

接者定義離散型危險函數的累積機率密度函數為 $H_T(t)=\sum_{i=1}^{t}h_T(i)$ 。

$$\because h_T(t)\to 0\Rightarrow h_T(t)\approx -\ln[1-h_T(t)] \qquad \therefore H_T(t)=-\sum_{i=1}^{t}\ln[1-h_T(i)]=-\ln\prod_{i=1}^{t}[1-h_T(i)]$$

由(式 3.18)知 $S_T(t)=e^{-H_T(t)}$ ，故可推導如(式 3.20)：

[5] Cox 書中定義存活函數為 $S_T(t)=f_T(t)+f_T(t+1)+f_T(t+2)+\cdots\cdots$ ，(式 3.19)捨去 $f_T(t)$ 的原因為本研究強調在時間 t 時仍為存活的機率，不可發生財務危機，故捨棄之。

$$S_T(t)=e^{-H_T(t)}=e^{\ln\prod_{i=1}^{t}[1-h_T(i)]}=\prod_{i=1}^{t}[1-h_T(i)] \qquad (式 3.20)$$

則 1－ $S_T(t)$ 即為離散時間危險模型下的違約機率估計值。

(二) 模型參數的理論估計值

(1) 離散時間危險模型與多期 Logit 模型的概似函數相同的證明

首先，先證明危險函數取為 Logit 機率分配的過程。為與 Logit 模型做比較，本研究將違約機率密度函數 $f_T(t)$ 取為 Logistic 分配，即 $f_T(t)=\dfrac{e^t}{(1+e^t)^2}$ 。

$$\Rightarrow 存活機率\ S_T(t)=\int_t^\infty f_T(u)du=\int_t^\infty \frac{e^u}{(1+e^u)^2}du=\frac{1}{1+e^t}$$

$$\Rightarrow 危險函數\ h_T(t)=\frac{f_T(t)}{S_T(t)}=\frac{\dfrac{e^t}{(1+e^t)^2}}{\dfrac{1}{1+e^t}}=\frac{e^t}{1+e^t}=\frac{1}{1+e^{-t}}$$

故可得到危險函數 $h_T(t)$ 即為 Logistic 函數的累積機率密度函數，即 Logit 機率分配。離散時間危險模型的的概似函數可以表示成(式 3.21)：

$$L=\prod_{i=1}^{n}\left\{h(t_i,x_i;\theta)^{y_i}\cdot\left[1-h(t_i,x_i;\theta)\right]^{1-y_i}\prod_{j=1}^{t_i-1}\left[1-h(t_j,x_j;\theta)\right]\right\}^{6}$$

$$=\prod_{i=1}^{n}\left\{\left[\frac{h(t_i,x_i;\theta)}{1-h(t_i,x_i;\theta)}\right]^{y_i}\cdot\prod_{j=1}^{t_i}\left[1-h(t_j,x_j;\theta)\right]\right\}$$

[6] 此處的概似函數與 Shumway(2001)不同，由於 Shumway 是將破產當年度的依變數設為 1，表示為一「確定狀況」，所以每間公司的最後一筆觀測年度 t_i 發生破產時，其提供給概似函數的元素為 $h(t_i,x_i;\theta)$ ，此時 $y_i=1$；若仍正常營運，則提供給概似函數的元素則為 1，此時 $y_i=0$。本研究為強調預測功能，故將發生財務危機前一年度的依變數設為 1，故在 t_i 時為「不確定狀況」，所以 i 公司在 t_i 時若發生財務危機，則提供給概似函數的元素為 $h(t_i,x_i;\theta)$；但若仍為正常營運時，則提供給概似函數的元素就變成 $1-h(t_i,x_i;\theta)$ ，與 Shumway 不同。

$$=\prod_{i=1}^{n}\left\{\left[\frac{h(t_i,x_i;\theta)}{1-h(t_i,x_i;\theta)}\right]^{y_i}\cdot S(t_i,x_i;\theta)\right\} \qquad \text{(式 3.21)}$$

其中 $y_i=1$ 表示公司 i 在 t 時發生財務危機，$y_i=0$ 表示公司 i 在 t 時爲正常營運。多期 Logit 模型的概似函數則表示爲(式 3.22)：

$$L=\prod_{i=1}^{n}\left\{F(t_i,x_i;\theta)^{y_i}\cdot\left[1-F(t_i,x_i;\theta)\right]^{1-y_i}\cdot\prod_{j=1}^{t_i-1}\left[1-F(t_j,x_j;\theta)\right]\right\}$$

$$=\prod_{i=1}^{n}\left\{\left[\frac{F(t_i,x_i;\theta)}{1-F(t_i,x_i;\theta)}\right]^{y_i}\cdot\prod_{j=1}^{t}\left[1-F(t_j,x_j;\theta)\right]\right\} \qquad \text{(式 3.22)}$$

其中 $F(t_i,x_i;\theta)=\dfrac{1}{1+e^{-\beta'\cdot X}}$，$\beta=\begin{pmatrix}\beta_1\\\beta_2\\\vdots\\\beta_k\end{pmatrix}$，$X=\begin{pmatrix}X_1\\X_2\\\vdots\\X_k\end{pmatrix}$，$k$ 爲自變數個數。

由於危險函數 $h_T(t_i,x_i;\theta)=\dfrac{1}{1+e^{-\beta'\cdot X}}$ 取爲 Logit 機率分配，所以可將(式 3.22)的 $F(t_i,x_i;\theta)$ 替換成危險函數，則(式 3.22)變成：

$$L=\prod_{i=1}^{n}\left\{\left[\frac{h(t_i,x_i;\theta)}{1-h(t_i,x_i;\theta)}\right]^{y_i}\cdot\prod_{j=1}^{t}\left[1-h(t_j,x_j;\theta)\right]\right\}=\prod_{i=1}^{n}\left\{\left[\frac{h(t_i,x_i;\theta)}{1-h(t_i,x_i;\theta)}\right]^{y_i}\cdot S(t_i,x_i;\theta)\right\}$$

故可得證離散時間危險模型與多期 Logit 模型的概似函數相同。

(2) 離散時間危險模型的參數估計

由(1)得證離散時間危險模型與多期 Logit 模型的概似函數相同，故可直接利用多期 Logit 模型的概似函數來推導離散時間危險模型的參數估計值。一間公司在時間 t 時只有正常營運與違約兩種情形，故爲一離散型的 Bernoulli 分配。其機率密度函數爲

$$f(y)=h^{y}(1-h)^{1-y}\ ;\ y=0,1\ ;\ h\in[0,1] \qquad \text{(式 3.23)}$$

(式 3.23)的 h 即爲(式 3.17)定義的危險函數。經由(式 3.23)的定義，離散時間危險模型的概似函數可以表示爲

$$L(\theta;t,x)=\prod_{t=1}^{m}\prod_{i=1}^{n}\left\{[h(t,x_{it};\theta)^{y_i}(1-h(t,x_{it};\theta))^{1-y_i}]^{I(t_i=t)}[1-h(t,x_{it};\theta)]^{I(t_i>t)}\right\} \qquad (式 3.24)$$

(式 3.24)中的 $I(t_i=t)=1$ 表示公司 i 存活至 t 時而發生財務危機[7]，此時公司 i 在概似函數的形式爲 $\left\{\prod_{k=1}^{t-1}[1-h(k,x;\theta)]\right\}\cdot h(t,x;\theta)$ ；若公司 i 在 t 時沒有發生財務危機[8]，則公司 i 在概似函數的形式爲

$$\begin{cases}\prod_{k=1}^{m}[1-h(k,x;\theta)]\ ;\ 公司i在樣本期間內沒有發生財務危機\\ \left\{\prod_{k=1}^{p-1}[1-h(k,x;\theta)]\right\}\cdot h(p,x;\theta)\ ;\ 公司i在第t期之後的第p期發生財務危機，t<p<m\end{cases}$$

經由上面的敘述，(式 3.24)可以再簡化成(式 3.25)：

$$L(\theta;t,x)=\prod_{i=1}^{n}\left\{\left[h(t_i,x_{it};\theta)^{y_i}\cdot(1-h(t_i,x_{it};\theta))^{1-y_i}\right]\cdot\prod_{t=1}^{t_i-1}\left[1-h(t_i,x_{it};\theta)\right]\right\} \qquad (式 3.25)$$

下標 i 代表每一間公司，$t_1,t_2,......,t_n$ 代表每一間公司的營運在 t_i 時的情形，(式 3.25)的最後一項乘積 $\prod_{t=1}^{t_i-1}\left[1-h(t_i,x_{it};\theta)\right]$ 表示公司 i 在 t_i-1 之前皆爲正常營運；若在 t_i 時發生財務危機，則 $y_i=1$，否則爲 0。

對(式 3.25)取自然對數，並將危險函數代入 Logit 機率模型，如下所示：

$$\ln L(\theta;t,x)=\sum_{i=1}^{n}\left\{y_i\cdot\ln h(t_i,x;\theta)+(1-y_i)\cdot\ln\left[1-h(t_i,x;\theta)\right]+\sum_{t=1}^{t_i-1}\ln\left[1-h(t,x;\theta)\right]\right\}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left\{y_i\cdot\ln\frac{h(t_i,x;\theta)}{1-h(t_i,x;\theta)}+\left\{\ln\left[1-h(t_i,x;\theta)\right]+\sum_{t=1}^{t_i-1}\ln\left[1-h(t,x;\theta)\right]\right\}\right\}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left\{y_i\cdot\ln\frac{h(t_i,x;\theta)}{1-h(t_i,x;\theta)}+\sum_{t=1}^{t_i}\ln\left[1-h(t,x;\theta)\right]\right\}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left[y_i\cdot\ln\frac{h(t_i,x;\theta)}{1-h(t_i,x;\theta)}\right]+\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left\{\ln\left[1-h(t,x;\theta)\right]\right\}$$

[7] 此時 $I(t_i>t)=0$
[8] 此時 $I(t_i=t)=0$，$I(t_i>t)=1$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left[y_i\cdot\ln\frac{\dfrac{1}{1+e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{t_i}}}}{\dfrac{e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{t_i}}}{1+e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{t_i}}}}\right]+\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left[\ln\frac{e^{-\theta\cdot\widetilde{x}_{it}}}{1+e^{-\theta\cdot\widetilde{x}_{it}}}\right]$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left[y_i\cdot\theta\cdot\tilde{x}_{t_i}\right]+\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left[\ln\frac{1}{1+e^{\theta\cdot\widetilde{x}_{it}}}\right] \qquad \text{(式 3.26)}$$

其中θ爲估計的參數，$\widetilde{x}_{it}$爲樣本值。爲求取θ的最大概似估計量，對(式 3.26)做θ的一階導數偏微分：

$$\frac{\partial\ln L(\theta;t,x)}{\partial\theta}=\sum_{i=1}^{n}(y_i\cdot\tilde{x}_{t_i})+\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left[\frac{-e^{\theta\cdot\tilde{x}}\cdot\widetilde{x}_{it}}{1+e^{\theta\cdot\widetilde{x}_{it}}}\right]=\sum_{i=1}^{n}(y_i\cdot\tilde{x}_{t_i})-\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left[\frac{1}{1+e^{-\theta\cdot\widetilde{x}_{it}}}\cdot\widetilde{x}_{it}\right]$$

$$=\sum_{i=1}^{n}(y_i\cdot\tilde{x}_{t_i})-\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left[h(t,x;\theta)\cdot\widetilde{x}_{it}\right]=0 \qquad \text{(式 3.27)}$$

從(式 3.27)可知存在參數θ的函數$h(t,x;\theta)$，所以可利用(式 3.27)來求解θ的最大概似估計值(MLE)。與 Logit 模型相似，(式 3.27)並不能直接求取θ的 MLE，必須要利用電腦軟體的輔助加以求解。

利用(式 3.27)求出的θ估計值$\tilde{\theta}$，當樣本數很大時，根據大數法則與中央極限定理，$\tilde{\theta}$的漸近分配爲$N(\theta,\frac{1}{I_n(\theta)})$。$I_n(\theta)$稱爲 Fisher 的樣本訊息，$\frac{1}{I_n(\theta)}$爲參數$\theta$的不偏估計量的變異數的理論下界，簡稱 CRLB(Cramer-Rao Lower Bound)，計算方式如下：

$$I_n(\theta)=E[\frac{\partial}{\partial\theta}\ln L(\theta;t,x)]^2=-E[\frac{\partial^2}{\partial\theta\partial\theta'}\ln L(\theta;t,x)]\text{ ； }\theta=(\gamma,\alpha,\beta)$$

$$\Rightarrow\frac{\partial\ln L(\theta;t,x)}{\partial\theta}=\sum_{i=1}^{n}(y_i\cdot\tilde{x}_{t_i})-\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left[h(t,x;\theta)\cdot\widetilde{x}_{it}\right]$$

$$\Rightarrow\frac{\partial^2}{\partial\theta\partial\theta'}\ln L(\theta;t,x)=-\frac{\partial}{\partial\theta}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left[h(t,x;\theta)\cdot\widetilde{x}_{it}\right]=-\frac{\partial}{\partial\theta}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left[\frac{1}{1+e^{-\theta\cdot\widetilde{x}_{it}}}\cdot\widetilde{x}_{it}\right]$$

$$=-\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(\frac{1}{1+e^{-\theta\cdot\widetilde{x}_{it}}})\cdot\widetilde{x}_{it}\right]=-\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left\{[\frac{e^{-\theta\cdot\widetilde{x}_{it}}\cdot\widetilde{x}_{it}}{(1+e^{-\theta\cdot\widetilde{x}_{it}})^2}]\cdot\widetilde{x}_{it}\right\}$$

$$=-\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left(\frac{1}{1+e^{-\theta\cdot\widetilde{x_{it}}}}\cdot\frac{e^{-\theta\cdot\widetilde{x_{it}}}}{1+e^{-\theta\cdot\widetilde{x_{it}}}}\cdot\widetilde{x_{it}}\cdot\widetilde{x_{it}}'\right)=-\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left\{h(t,x;\theta)\cdot[1-h(t,x;\theta)]\cdot\widetilde{x_{it}}\cdot\widetilde{x_{it}}'\right\}$$

$$\Rightarrow I_n(\theta)=-E[\frac{\partial^2}{\partial\theta\partial\theta'}\ln L(\theta;t,x)]=-E\left\{-\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left\{h(t,x;\theta)\cdot[1-h(t,x;\theta)]\cdot\widetilde{x_{it}}\cdot\widetilde{x_{it}}'\right\}\right\}$$

$$=E\left\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left\{h(t,x;\theta)\cdot[1-h(t,x;\theta)]\cdot\widetilde{x_{it}}\cdot\widetilde{x_{it}}'\right\}\right\} \qquad \text{(式 3.28)}$$

利用(式 3.27)與(式 3.28)可得到$\tilde{\theta}$的漸近分配$N(\theta,\frac{1}{I_n(\theta)})$，進而得到參數$\theta$的區間估計值與假設檢定，其 100(1-$\alpha$)%的區間估計值＝$\left(\tilde{\theta}-Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{I_n(\theta)}},\tilde{\theta}+Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{I_n(\theta)}}\right)$。

第四節　利用逐步選取法挑選模型變數

由於本研究採用的變數為 57 個，所以可能的組合模型等於 $2^{57}>1.44\times10^{17}$ 種。我們決不可能一個一個模型進行測試，然後從這 2^{57} 種模型中找出預測能力最佳的模型，這樣做不但耗費人力，甚至是不可能的任務。所以本研究遂採用逐步選取法來挑選解釋能力最佳的變數。

在逐步選取法中，最常被使用的有向前逐步迴歸分析法(Forward Stepwise)、向後逐步迴歸分析法(Backward Stepwise)以及兩者綜合使用的逐步迴歸分析法(Stepwise)。向前逐步迴歸分析法選取變數的原則是每個步驟依據使用者設定的條件，如 F 統計量＞F_α或是 p-value＜α，挑選一個變數進入迴歸模型中，一直挑選至沒有顯著變數可以再挑選進入迴歸模型為止。向後逐步迴歸分析法則是一開始先把所有的變數選進迴歸模型中，然後每個步驟依據使用者設定的條件，如 F 統計量＜F_α或是 p-value＞α，刪除一個解釋能力最小的變數，一直刪除至所有保留在模型中的變數皆符合 F 統計量＞F_α或是 p-value＜α 為止。將向前逐步迴歸分析法與向後逐步迴歸分析法綜合使用則統稱為逐步迴歸分析法，其一開始先使用向前逐步迴歸分析法，一次挑選一個變數，但與向前逐步迴歸分

析法不同的是，在每次挑選變數的同時，已經被挑選進入模型的變數必須再經由向後逐步迴歸分析法的原則進行變數的檢定，若某一變數在第 $i-1$ 步驟之前被選進模型中，但在第 i 步驟變成不顯著時，則此變數就要被刪除。本研究挑選變數的方法將以向前逐步迴歸分析法與逐步迴歸分析法爲主。

3.4.1 向前逐步迴歸法

假設此時有 K 個自變數，N 個樣本。在第一個步驟挑選第一個變數後，迴歸模型即爲簡單迴歸的模式，其 F 統計量如下所示：

$$F=\frac{SSR(X_1)/1}{SSE(X_1)/(N-2)}\sim F(1,N-2)$$

此統計量可以同時用來檢定第一個變數與迴歸模型的顯著性與否。第二步驟接者繼續挑選另一個顯著變數進入模型，挑選準則爲所有剩餘的(K－1)個變數中，F 統計量達到最大的變數：

$$F=\frac{SSR(X_2|X_1)/1}{SSE(X_1)/(N-2)}\sim F(1,N\text{-}2)\ ;$$

$$\text{其中}\quad SSE(X_1)=SSR(X_2|X_1)+SSE(X_1,X_2)$$

此時包含 X_1 與 X_2 的迴歸模型之 F 統計量爲

$$F=\frac{SSR(X_1,X_2)/2}{SSE(X_1,X_2)/(N-3)}\sim F(2,N-3)$$

第三步驟再挑選第三個變數，其準則爲從剩餘的(K－2)個變數挑選 F 統計量最大的變數：

$$F=\frac{SSR(X_3|X_1,X_2)/1}{SSE(X_1,X_2)/(N-3)}\sim F(1,N-3)\ ;$$

$$\text{其中}\quad SSE(X_1,X_2)=SSR(X_3|X_1,X_2)+SSE(X_1,X_2,X_3)$$

此時包含 X_1、X_2 與 X_3 的迴歸模型之 F 統計量爲

$$F=\frac{SSR(X_1,X_2,X_3)/3}{SSE(X_1,X_2,X_3)/(N-4)}\sim F(3,N-4)$$

以此類推，當進行至第 J 步驟時，其準則就是從剩餘的(K－J＋1)個變數中挑選出 F 統計量最大的變數：

$$F=\frac{SSR(X_J \mid X_1,X_2,X_3,......X_{J-1})/1}{SSE(X_1,X_2,X_3,......X_{J-1})/(N-J)}\sim F(1,N-J) \qquad (式 3.29)$$

其中 $SSE(X_1,X_2,X_3,......X_{J-1})=SSR(X_J \mid X_1,X_2,X_3,......X_{J-1})+SSE(X_1,X_2,X_3,......X_J)$

若第 J 個變數依舊是顯著，則繼續測試第(J＋1)個變數；若第 J 個變數不顯著，則向前逐步迴歸法至第(J－1)個步驟為止，一共挑選進(J－1)個變數，此時包含 X_1 至 X_{J-1} 的迴歸模型之 F 統計量為：

$$F=\frac{SSR(X_1,X_2,X_3,\cdots\cdots,X_{J-1})/(J-1)}{SSR(X_1,X_2,X_3,\cdots\cdots,X_{J-1})/(N-J)}\sim F(J-1,N-J)$$

3.4.2 逐步迴歸法

向前逐步迴歸法是在每一步驟挑選第 J 個變數時只對第 J 個變數進行 F 統計量的測試，之前步驟所挑選的(J－1)個變數則不管其 F 統計量在迴歸模型中是否依舊顯著。逐步迴歸法就不是如此，在第 J 個步驟挑選第 J 個變數時，不單只是檢驗此變數是否顯著，並同時去檢驗之前(J－1)個變數在第 J 步驟後的統計顯著性，若某一個變數變成不顯著時則刪去此解釋變數，其依據的 F 統計量型式同(式 3.29)。

第五節　模型評量的準則

3.5.1 ROC(Receiver Operating Characteristic)曲線

ROC 曲線在發展初期多是被應用在生物醫學統計以及心理學的研究上，利用其來分析實驗的結果。但在近幾年的時間內，ROC 曲線逐漸被推廣應用到其他的領域上，財務金融的研究即為其中一種。越來越多的財金學者利用 ROC 曲線的特性去分析違約模型的好壞，這也將是本篇研究的方法之一。

設定一間營運的公司只會產生兩種情況，即發生財務危機或是不會發生財務危機。假定 X 為所要觀察的變數，C 為研究過程中選取的一個實數值，當 X< C 時，則判定此

間公司會發生財務危機；X > C 則判定爲正常營運公司。

敏感度的定義爲$\Rightarrow P(X < C \mid$實際爲財務危機公司$)$ ＝Hit Rate (HR)

明確度的定義爲$\Rightarrow P(X > C \mid$實際爲正常營運公司$)$

明確度的餘集稱爲錯誤警訊比率(False Alarm Rate，簡稱 FAR)，其數值如(式 3.30)：

$$FAR = 1 - P(X > C \mid \text{實際爲正常營運公司}) = P(X < C \mid \text{實際爲正常營運公司}) \qquad (\text{式 } 3.30)$$

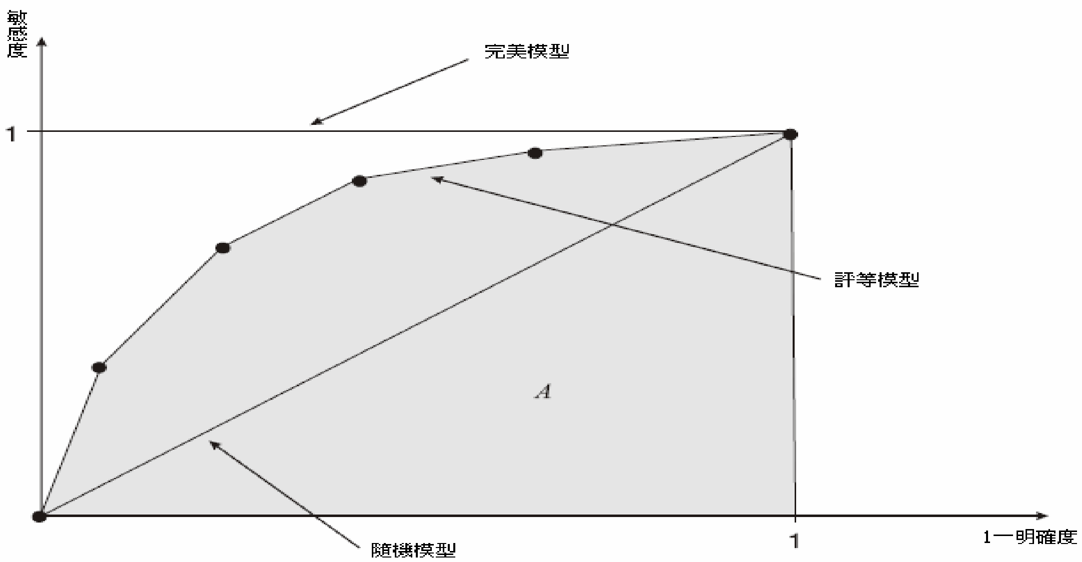
ROC 曲線就是將 FAR 當作 X 軸變數，敏感度當作是 Y 軸變數，依據每一個 C 值而描繪出的圖形。表 3.1 爲四種決策的可能情形。

(表 3.1) 四種可能的決策結果

實際情況	預測情況	
	未發生財務危機(X>C)	發生財務危機(X<C)
未發生財務危機	正確預測(I)	錯誤預測(II)
發生財務危機	錯誤預測(III)	正確預測(IV)

(註) I.II.III.IV 分別代表每種情況所發生的次數

根據上述的定義，HR(C)＝$\frac{\text{IV}}{\text{III+IV}}$，FAR(C)＝$\frac{\text{II}}{\text{I+II}}$。所以 ROC 曲線的 X 值＝$\frac{\text{II}}{\text{I+II}}$，Y 值＝$\frac{\text{IV}}{\text{III+IV}}$。ROC 曲線如圖 3.2 所示。



(圖 3.2) ROC 曲線

計算在評等模型的衡量之下，ROC 曲線下的面積稱之爲 Area Under Curve (AUC)。令違約者的信用評等分數爲 S_D，未違約者的信用評等分數爲 S_{ND}，根據微積分的面積算法，曲線以下的面積＝$\int_x f(x)dx$，所以 ROC 曲線以下的面積爲：

$$\int_x f(x)dx = \int_0^1 HR(FAR)d(FAR) = \int_0^1 P(S_D < C)dP(S_{ND} < C) \qquad (式 3.31)$$

$P(S_{ND}<C)$爲未違約者的累積機率密度函數，其隨著 C 值大小而變化，所以可將其表示成 $F_{S_{ND}}(C)$。故 $dP(S_{ND} < C) = dF_{S_{ND}}(C) = f_{S_{ND}}(C)dC$，其中 $f_{S_{ND}}(C)$ 爲 S_{ND} 的機率密度函數。(式 3.31)＝$\int_{-\infty}^{\infty} P(S_D < C) \cdot f_{S_{ND}}(C)dC$。$f_{S_{ND}}(C)$ 表示在 S_{ND} 的機率密度函數分配下，給定一 C 值，使得 $S_D < S_{ND}$ 的機率，即 $P(S_D < S_{ND})$。ROC 曲線下的面積就等於在積分區域 $C \in (-\infty,\infty)$ 之下，$P(S_D<S_{ND})$ 的機率，即 A=$P(S_D < S_{ND})$。A 區域的涵義爲違約者的評等分數小於未違約者的評等分數。

爲比較 Logit 模型、MDA 模型以及離散時間危險模型的預測能力好壞，必須選定一個準則來評比三個模型的優劣。ROC 曲線與 AUC 值的計算正好提供我們一個方便觀察模型優劣的方法。一個模型的預測能力越佳，其 ROC 曲線應該越接近完美模型(圖 3.2)，然而在實際的研究中，完美模型是不可能存在的；對角線代表此模型爲隨機模型，即此模型沒有任何預測能力，完全依據隨機分配的方式進行分類；所以一般的評等模型皆會落在完美模型與隨機模型的中間。但是，若各個模型的預測能力沒有太大差距時，我們無法直接觀察 ROC 曲線來判斷模型的好壞，此時就需要藉助 AUC 的數値進行模型間的評比。AUC 就是指 ROC 曲線下的面積大小，其數值可由(式 3.31)計算得知。AUC 值越大，表示模型的預測能力越好，完美模型的 AUC 值＝1，隨機模型的 AUC 值＝0.5，所以一般評等模型的 AUC 值會介於(0.5，1)之間。藉由 AUC 值的比較就可直接判斷模型之間的優劣。

3.5.2 錯誤分類表

由 Logit 模型、MDA 模型以及離散時間危險模型導出的模型皆可把每一間公司依照其分類標準將其歸類爲某一群集裡，製造出如表 3.1 的錯誤分類表格式。依據錯誤分類表，我們就可以清楚的觀察到樣本分類的結果。在主對角線上的數值表示正確分類到所屬的群集中，其餘的數值則是錯誤分類。所以一個模型的預測越準確，其對角線上的數值總和會越大。

在 Logit 模型與離散時間危險模型分析中，我們必須找到一個最適切割點，使得誤差總和達到最小。在此先定義兩種分類誤差：型一誤差(type one error)與型二誤差(type two error)。

型一誤差≡當一間公司實際上爲財務危機公司，但模型卻預測其爲正常公司的情形。

型二誤差≡當一間公司實際上爲正常營運公司，但模型卻預測其爲違約公司的情形。

$$\alpha = \text{型一誤差率} = P(\text{預測成正常營運公司} \mid \text{實際爲財務危機公司})$$

$$\beta = \text{型二誤差率} = P(\text{預測成財務危機公司} \mid \text{實際爲正常營運公司})$$

最適切割點就是找尋一個機率值，使得發生$(\alpha+\beta)$的數值達到最小。利用錯誤分類表可以觀察到在每一個切割點機率值的 $\alpha+\beta$，並從中找到最適切割點。

MDA 模型的最適切割點與 Logit 模型和離散時間危險模型相似，但其最適切割點不是一個機率值，而是由 MDA 模型導出的 y 值[9]。依據每一個 y 值對樣本進行分類的工作，並從中找到最適切割點。

3.5.3 EMC(Estimated Misclassification Cost)評估方法

由於模型的預測必會產生兩種誤差，如表 3.1 所示，但兩種誤差所產生的成本應該是不同的。對銀行來說，將金額貸放給違約公司所造成的風險將會提高，若是造成呆帳則會產生極大損失，所以型一誤差的成本理論上應該大於型二誤差的成本，但上述的

[9] 即 Altman(1968)的文章所使用的 Z-score。

ROC 曲線與錯誤分類表無法直接表現出這樣的差異。利用 EMC 的觀念正好可以解決這樣的問題。首先，兩種誤差所產生的「期望成本」必須是相等的，故可得到下列關係：

$$P(B)\cdot C(B|NB) = (1-P(B))\cdot C(NB|B)$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{C(B|NB)}{C(B|NB)+C(NB|B)} = \frac{1}{1+\dfrac{C(NB|B)}{C(B|NB)}} \qquad \text{(式 3.32)}$$

(式 3.32)的 $C(NB|B)$ 爲違約公司被判定成正常公司的成本，$C(B|NB)$ 則是正常公司被判定成違約公司的成本，$\dfrac{C(NB|B)}{C(B|NB)}$ 稱之爲成本比(Cost Ratio)。$P(B)$即爲模型的切割點，當公司的違約機率大於 $P(B)$時判定爲違約公司，小於 $P(B)$時則判定爲正常公司。從(式 3.32)可看出成本比與切割點成反比，當成本比越大，切割點就越小；成本比越小，切割點就越大。由於型一誤差的成本應該要高於型二誤差，所以成本比理當大於一才是合理的數值。成本比越大會使切割點越小，切割點越小會使得公司被判定爲違約公司的機率越高，發生型一誤差的機率就會越低，這正好符合實際的觀點。故本研究將對 Logit 模型以及離散時間危險模型在各種不同的成本比之下進行分析。得到成本比之後，將其代入 EMC 的公式中，EMC 的公式如(式 3.33)所示：

$$EMC = prop(B)\cdot P(NB|B)\cdot C(NB|B) + prop(NB)\cdot P(B|NB)\cdot C(B|NB) \qquad \text{(式 3.33)}$$

其中 $prop(B)$爲所有曾經上市上櫃公司的違約比率，$prop(NB) = 1 - prop(B)$，$P(NB|B)$ 爲研究樣本中的違約公司被判定成正常公司的比率，$P(B|NB)$ 爲研究樣本中的正常公司被判定成違約公司的比率；$prop(B)$即爲 $P(NB|B)$ 的先驗機率(prior probability)，$prop(NB)$ 即爲 $P(B|NB)$ 的先驗機率(prior probability)，故 EMC 就是利用貝氏估計法的方式來修正後驗機率(posterior probability)[10]。

在計算 EMC 值之前，必須先得知(式 3.33)中的 $prop(B)$與 $prop(NB)$。利用 TEJ 資料庫可得到所有曾經上市上櫃公司的違約比率。由於 EMC 值的計算是要利用樣本外資

---

10 後驗機率就是指 $P(NB|B)$ 和 $P(B|NB)$。

料，故 *prop*(*B*)與 *prop*(*NB*)是取 2005 年以前曾經上市上櫃公司的違約比率與正常公司比率。在 2005 年以前曾經上市上櫃的公司總計有 1229 間公司，其中有 215 間公司曾經發生過財務危機或是準財務危機，剩餘的 1014 間公司則是屬於正常公司。所以由以上的資料可得到 *prop*(*B*)＝215／1229＝0.17494，*prop*(*NB*)＝1014／1229＝0.82506；將這兩個數值代入(式 3.33)可得到 EMC 的計算公式如下：

$$EMC = 0.17494 \times P(NB|B) \cdot C(NB|B) + 0.82506 \times P(B|NB) \cdot C(B|NB) \qquad \text{(式 3.34)}$$

本研究將對 Logit 模型與離散時間危險模型利用(式 3.34)來進行分析 EMC 的分析。

第四章　研究設計

第一節　財務危機之定義

根據台灣經濟新報資料庫對財務危機與準財務危機的定義，分別有以下 9 種財務危機類別與 7 種準財務危機類別：

(表 4.1) 財務危機定義

財務危機	準財務危機
跳票擠兌	掏空挪用
倒閉破產	暫停交易
繼續經營疑慮	董事長跳票
紓困-財危	銀行緊縮
重整	大虧，淨值低於 5
接管	景氣不佳停工
全額下市	價值減損
財務吃緊停工	
淨值為負	

台灣證券交易所股份有限公司營業細則第 49 條規定當上市公司發生條文所列舉之情事時得變更其交易方式，通常變更為全額交割；第 50 條以及第 50-1 條則是規定當上市公司發生條文所列舉之情事時得停止其有價證券買賣以及終止其有價證券上市。

本研究直接採用台灣經濟新報資料庫裡對財務危機與準財務危機的定義，只要公司有發生其所列舉之情事者，則定義其為財務危機公司。其原因為 TEJ 資料庫的定義較為明確，且其皆符合台灣證券交易所有限公司營業細則第 49、50、50-1 條的規定。當一間公司在第 N 年發生財務危機時，本研究取其公司第 N－1 年的資料作為研究資料，並將其第 N－1 年資料的依變數設定為 1；其餘正常營運的公司則取其資料至樣本期間結束為止，依變數設定為 0。

第二節　研究資料

4.2.1 單期資料

本研究的樣本公司資料取自於台灣經濟新報資料庫，取樣期間為西元 1986 年至 2004 年。在 Logit 分析與 MDA 分析中，可將樣本公司分為樣本內公司與樣本外公司。樣本內公司是指利用這些公司的資料來建立預測模型，期間為西元 1986 至 2003 年；樣本外公司的資料則是作為驗證此模型的準確度，期間為西元 2004 年。

樣本公司選取的準則是依據資料的完整性來取捨。由於在 TEJ 資料庫中，有些公司的資料不是很齊全，只要有一個在本研究中需要用到的資料是遺漏值時就會將此公司刪除，經由這樣的篩選步驟可得到 946 間樣本內公司與 862 間樣本外公司。樣本內公司和樣本外公司的產業分配如表 4.2 與表 4.3 所示：

(表 4.2) 樣本內公司產業分布情況

產業	公司數	產業	公司數	產業	公司數
化學	48	造紙	7	橡膠輪胎	10
水泥	8	塑膠	25	機電	51
百貨	15	資訊電子	475	鋼鐵金屬	42
其他	62	運輸	4	營建	64
玻璃陶瓷	7	運輸工具	5	觀光	8
食品	31	電線電纜	16		
紡織人纖	67	綜合產業	1		
				總計	**946**

(表 4.3) 樣本外公司

產業	公司數	產業	公司數	產業	公司數
化學	56	紡織人纖	48	電線電纜	13
水泥	7	造紙	7	橡膠輪胎	9
百貨	12	塑膠	25	機電	50
其他	48	資訊電子	494	鋼鐵金屬	24
玻璃陶瓷	3	運輸	4	營建	34
食品	20	運輸工具	3	觀光	5
				總計	**862**

表 4.4 爲樣本內與樣本外的正常公司數與違約公司數，表 4.5 爲樣本內違約公司的違約情況，表 4.6 爲樣本內各年度違約公司總數，表 4.7 則是樣本外違約公司的違約情況。

(表 4.4) 樣本公司的正常公司與違約公司數

	正常公司	違約公司	總計
樣本內	791	155	946
樣本外	844	18	862

(表 4.5) 樣本內違約公司違約情況總覽

年份	違約事件類別	公司代號	公司數
1992	重整	2003	1
	跳票擠兌	2309	1
1993	重整	9903	1
1994	跳票擠兌	2202	1
1996	跳票擠兌	1425	1
1998	重整	5017、8705	2
	紓困-財危	1230、2016、8719	3
	跳票擠兌	1908、2529、8707、8712、8717、8723	6
	暫停交易	2410	1
	繼續經營疑慮	5501	1
1999	大虧，淨值低	2322、2354	2
	重整	1206、1431、1808、8715、8725	5
	紓困-財危	2005、2539、5002、9913、9922	5
	掏空挪用	1506、2020、2350	3
	董事長跳票	9911	1
	跳票擠兌	1442、2522、5901、8704、8706、8708、8709、8710、8711、8714、8716、8907	12
2000	大虧，淨值低	2348	1
	全額下市	1203、1225	2
	重整	2703、2902、8718	3
	紓困-財危	1107、1441、1462、1505、2019、2028、2101、2517、2518、2521、2528	11
	掏空挪用	1707、2527	2
	跳票擠兌	1209、1222、1422、2011、2334、5313、5504、8724、9906	9
	銀行緊縮	1806	1
2001	全額下市	1601	1

	重整	1224、5518	2
	紓困-財危	1314、1407、1408、1450、1458、1466、1718、2007、2014、2023、2025、2318、2358、2435、2506、2530、2537、2540、4801、5502、5505、5513、5529	23
	景氣不佳停工	1414	1
	跳票擠兌	2024、2304、2326、4403、5336、5385、5503、8720、8722、8910	10
	繼續經營疑慮	1438、1613、2904	3
2002	大虧，淨值低	5702	1
	重整	1807	1
	紓困-財危	1602、2525	2
	景氣不佳停工	8934	1
	跳票擠兌	2512、5011	2
	繼續經營疑慮	2538	1
2003	大虧，淨值低	5347	1
	全額下市	6145	1
	紓困-財危	1207、1212、2329、2342、9801	5
	跳票擠兌	1228、2445、5307	3
	繼續經營疑慮	3053、4404、5372	3
2004	大虧，淨值低	5364	1
	重整	2398、3004、5325	3
	紓困-財危	2491、2533、4303、4910、6193	5
	掏空挪用	1464	1
	跳票擠兌	1534、2490、3001、3021、	4
	繼續經營疑慮	2335、2494、5207、5376、9936	5
總計			**155**

(表 4.6) 樣本內各年度違約公司總數

年份	違約公司數	年份	違約公司數
1992	2	1993	1
1994	1	1995	0
1996	1	1997	0
1998	13	1999	28
2000	29	2001	40
2002	8	2003	13
2004	19		

(表 4.7) 樣本外違約公司違約情況總覽

年份	違約事件類別	公司代號	公司數
2005	重整	1432	1
	紓困-財危	5321	1
	掏空挪用	4532、5520	2
	淨值爲負	6181	1
	跳票擠兌	2479、6132、6137	3
	繼續經營疑慮	1204、1306、1449、5204、5301、5414、6101、6130、6162、6241	10
總計			**18**

4.2.2 多期資料

一間公司的財務危機傾向應該可從公司的財務結構看出端倪，並會隨著時間而逐漸顯現出來，利用離散時間危險模型正需要利用公司過去的歷史資料，所以本研究多出一個動態資料——多期資料。多期資料選取的樣本公司與靜態模型相同(見表 4.2 至表 4.7)。但由於要包含過去的公司歷史資料，所以總觀測值爲 6034 個公司年度，其中樣本內觀測值爲 5172 個，樣本外觀測值則爲 862 個(與靜態模型相同，因爲都只取 2004 年爲樣本外年度)。表 4.8 爲多期資料中公司的年度總數分配。

(表 4.8) 年度總數分配

年度總數	公司數	年度總數	公司數
1	112	2	137
3	127	4	114
5	92	6	111
7	53	8	55
9	49	10	36
11	10	12	18
13	21	14	99

(註) 年度總數爲 1 時，表示有 112 間公司提供樣本資料一個年度觀測值；年度總數爲 14 表示有 99 間公司提供樣本資料 14 個年度觀測值。

第三節　研究變數

本研究所選用的變數可分成兩類：財務會計變數與市場變數。財務會計變數可歸類成八種財務指標，分別為財務結構、償債能力、經營效能、獲利能力、倍數分析、資產負債分析、現金流量分析以及成長率。市場變數則包括市值比重、超額報酬率以及 Sigma。

第 1 個變數至第 53 個變數皆為財務會計變數，利用 TEJ 資料庫取得的資料進行會計比率計算，整理如表 4.9：

(表 4.9) 財務會計變數列表

財務類別	變數	財務比率	預期符號	來源
財務結構	x1	固定資產／總資產	＋	JCIC
	x2	淨值／總資產	－	JCIC
	x3	銀行借款／淨值	＋	JCIC
	x4	長期銀行借款／淨值	＋	JCIC
	x5	固定資產／淨值	＋	JCIC
	x6	固定資產／長期資金	＋	JCIC
	x7	淨值／總負債	－	JCIC
	x8	淨營運資金／總資產	－	Altman、Ohlson
償債能力	x9	流動資產／流動負債	－	Ohlson
	x10	速動資產／流動負債	－	JCIC
	x11	短期銀行借款／流動資產	＋	JCIC
	x12	總負債／總資產	＋	Ohlson
經營效能	x13	營業成本／應付款項	＋／－	JCIC
	x14	營業收入淨額／應收款項	－	JCIC
	x15	營業成本／存貨	＋／－	JCIC
	x16	營業收入淨額／固定資產	－	JCIC
	x17	營業收入淨額／總資產	－	Altman
	x18	營業收入淨額／淨值	－	JCIC
	x19	營業收入淨額／淨營運資金	－	JCIC
獲利能力	x20	營業毛利／營業收入淨額	－	JCIC
	x21	營業利益／營業收入淨額	－	JCIC
	x22	(營業利益－利息費用)／營業收入淨額	－	JCIC
	x23	稅前損益／營業收入淨額	－	JCIC
	x24	稅後損益／營業收入淨額	－	JCIC

獲利能力	x25	稅前損益／淨值	－	JCIC
	x26	稅後損益／淨值	－	JCIC
	x27	稅前損益／總資產	－	JCIC
	x28	稅後損益／總資產	－	JCIC
	x29	(稅前損益＋利息費用)／總資產	－	Altman
	x30	(稅後損益＋利息費用)／總資產	－	Ohlson
	x31	(折舊＋攤提)／營業收入淨額	＋	JCIC
	x32	利息費用／營業收入淨額	＋	JCIC
倍數分析	x33	(稅前損益＋利息費用)／利息費用	－	JCIC
	x34	(稅前損益＋利息費用＋折舊＋攤提)／利息費用	－	JCIC
	x35	營業活動淨現金流量／利息費用	－	JCIC
	x36	營業活動淨現金流量／總負債	－	JCIC
	x37	(來自營運之現金流量 －淨資本支出－淨營運資金)／負債總額	－	JCIC
	x38	營業活動淨現金流量／淨資本支出	－	JCIC
	x39	淨資本支出／(折舊＋攤提)	＋／－	JCIC
資產負債分析	x40	折舊／折舊資產毛額	＋／－	JCIC
	x41	累計折舊／固定資產毛額	＋／－	JCIC
	x42	淨資本支出／固定資產毛額	＋／－	JCIC
	x43	淨資本支出／固定資產	＋／－	JCIC
現金流量分析	x44	營業活動之淨現金流量／流動負債	－	JCIC
	x45	(營業活動之淨現金流量－現金股利)／(固定資產毛額＋長期投資＋其他資產＋淨營運資金)	＋／－	JCIC
成長率	x46	保留盈餘／總資產	－	Altman
	x47	ROE*內部保留比率／(1－ROE)	－	JCIC
	x48	市值／總負債	－	Altman
	x49	ln(總資產／國民生產毛額物價指數)	－	Ohlson
	x50	若總負債＞總資產，則為 1；其餘為 0	＋／－	Ohlson
	x51	(稅後淨利＋折舊)／總負債	－	Ohlson
	x52	近兩年有發生淨利為負的情形則為 1，其餘為 0	＋	Ohlson
	x53	$(NI_t - NI_{t-1})/(\lvert NI_t\rvert + \lvert NI_{t-1}\rvert)$	－	Ohlson

(註) JCIC：Joint Credit Information Center (金融聯合徵信中心)的縮寫

Altman：表示此變數來源為 Altman 在 1968 年發表的文章所使用的變數

Ohlson：表示此變數來源為 Ohlson 在 1980 年發表的文章所使用的變數

預期符號為＋：表示變數與違約機率呈現正相關

預期符號為－：表示變數與違約機率呈現負相關

第 54 個變數是公司年齡取對數值，公司年齡的定義是指從公司上市或上櫃當年度開始起算。例如台泥(1101)是在 1962 年上市，則在 2003 年年底時，台泥所對應的公司年齡就是 42，然後再將 42 取自然對數即爲我所要的變數值。又如宏亞(1236)在 1998 年上櫃，在 2001 年上市，則公司年齡就是從 1998 年開始起算，記爲 1，故在 2003 年年底時，其公司年齡爲 6。此研究變數與違約機率的關係是有待討論的。

接者本研究加入三個市場變數，分別爲市值比重、超額報酬率與股票月報酬率波動度的標準差，分述如下。

第 55 個變數是市值比重。依據 TEJ 資料庫的定義，市值比重等於公司的市值除以加權指數有效成分股總市值，即

$$\text{甲公司的市值比重}=\frac{\text{甲公司的市值}}{\text{加權指數有效成分股總市值}}$$

這個變數值可以直接由 TEJ 資料庫中取得。

第 56 個變數是超額報酬率。先利用 TEJ 資料庫擷取每間樣本公司的股價月報酬率，TEJ 對股價月報酬率的計算方式爲：

$$\text{第 t 天的股價報酬爲}\quad R_t=[\frac{P_t\cdot(1+\alpha+\beta)+D}{P_{t-1}+\alpha\cdot C}-1]\times 100\%$$

$$\text{股價月報酬率}=[\prod_t(1+\frac{R_t}{100})-1]\times 100\%$$

其中 P_t 爲第 t 天收盤價，α 爲當月有除權下之認購率，β 爲當月有除權下之無償配股率，C 爲當月有除權下之現金認購價格，D 爲當月有發放之現金股利。由於有些樣本公司的某些月報酬率資料遺失，此時就會以市場當月報酬率來替代之。超額報酬率的計算方式如下所示：

$$ER_{ti}=\prod_{k=1}^{12}(1+\frac{R_{tk}}{100})-\prod_{k=1}^{12}(1+\frac{R_{tmk}}{100})$$

ER_{ti} 爲爲 i 公司在第 t 年的超額報酬率，R_{tk} 爲樣本公司在第 t 年第 k 月份的月報酬率百分比，R_{tmk} 爲第 t 年第 k 月份的市場報酬率百分比。

第 57 個變數是 Sigma，本研究定義爲股票月報酬率波動度之標準差。先利用 TEJ 資料庫取得每間公司的月報酬率，將這些公司的月報酬率當作迴歸方程式的依變數[11]；再由 TEJ 資料庫取得 TSE 與 OTC 每月月底的指數值，利用這些指數值來計算上市市場與上櫃市場的月報酬率，並將這些數值視爲迴歸方程式的自變數。母體迴歸線模型如下：

$$Y_{ij} = \alpha + \beta \cdot X_{ij} + \varepsilon_{ij}\text{；}\quad \text{i 為樣本公司}$$
$$\text{j=1,2,...,12 為月份}$$

其中 Y_{ij} 代表 i 公司在某一年度 j 月份的月報酬率，X_{ij} 則表示 i 公司所在市場同一年度第 j 月的市場月報酬率，ε_{ij} 則是母體迴歸線的誤差項。利用取得的資料估計出樣本迴歸線爲

$$\hat{Y}_{ij} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot X_{ij} + e_{ij}$$

$\hat{Y}_{ij}$ 爲 Y_{ij} 的估計值，$\hat{\alpha}$與$\hat{\beta}$ 則分別是 α 與 β 的估計值，並利用此模型得到殘差值 e_{ij}。每一間樣本公司的觀察年度皆會有 12 筆殘差值，再將此 12 筆殘差值取樣本標準差即得到我所要的變數值，即

$$\text{變數 X57 的數值} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{12}(e_{ij} - \overline{e_{ij}})^2}{11}}$$

在 Logit 模型與 MDA 模型中得到的樣本迴歸線爲

$$\hat{Y}_{ij} = -0.00415 + 0.954\, X_{ij}$$
$$(-4.934) \qquad (78.804)$$

離散時間危險模型的樣本迴歸線則是

$$\hat{Y}_{ij} = 0.005017 + 0.922\, X_{ij}$$
$$(9.634) \qquad (162.762)$$

括弧內的數值爲迴歸係數的 t 統計量，所有係數的 p-value 皆小於 0.001。

茲將市場變數整理如表 4.10：

[11] 若公司的月報酬率有遺漏值，則以當月市場報酬率替代之。

(表 4.10) 市場變數

變數	變數名稱	計算方式	預期符號	來源
X55	市值比重	公司市值／加權指數有效成分股總市值	－	Shumway
X56	超額報酬率	$ER_{ti}=\prod_{k=1}^{12}(1+\frac{R_{tk}}{100}) - \prod_{k=1}^{12}(1+\frac{R_{tmk}}{100})$	－	Shumway
X57	Sigma	$\sqrt{\sum_{j=1}^{12}(e_{ij}-\overline{e_{ij}})^2 / 11}$	＋	Shumway

(註) Shumway：表示此變數來源爲 Shumway 在 2001 年發表的文章所使用的變數
預期符號爲＋：表示變數與違約機率呈現正相關
預期符號爲－：表示變數與違約機率呈現負相關

所有樣本變數的敘述統計量統整於表 4.11 與表 4.12 中。

(表 4.11) 靜態模型下的變數摘要統計

變數	平均數	標準差	最小值	中位數	最大值
X1	0.25327	0.17604	0.00034	0.22022	0.92046
X2	0.56546	0.15766	-0.51394	0.56030	0.97498
X3	0.16273	0.39153	-2.20475	0.05597	12.59843
X4	0.13605	0.36596	-1.10238	0.04323	12.59843
X5	0.49112	0.49265	-1.17716	0.39181	8.58110
X6	0.39372	0.31040	-1.50999	0.33090	3.53360
X7	1.80879	1.97185	-0.33947	1.27425	38.96803
X8	0.18644	0.19120	-1.07126	0.17928	0.84166
X9	2.05448	2.52211	0.10563	1.59639	83.54219
X10	1.39959	1.49056	0.01474	1.05759	30.94021
X11	0.04283	0.11156	0.00000	0.00125	1.87989
X12	0.43454	0.15766	0.02502	0.43971	1.51394
X13	2.07410	4.68251	-0.34112	1.40409	158.24953
X14	1.95618	3.52901	-1.42148	1.18678	53.25333
X15	4.33099	27.22943	-0.07145	1.59174	919.92754
X16	5.24104	63.73925	-34.76811	0.84526	2209.86976
X17	0.24040	0.17477	-0.04734	0.19902	1.86722
X18	0.48637	0.55417	-6.68184	0.34307	9.71256
X19	0.95717	22.84052	-618.30103	0.91992	274.19738
X20	0.14945	0.89496	-36.51020	0.15634	1.27189
X21	-0.35734	15.80910	-671.77551	0.04710	10.63915
X22	-0.38506	15.99344	-679.42857	0.03903	11.19608

變數	平均數	標準差	最小值	中位數	最大值
X23	-0.50456	17.01999	-718.75510	0.04309	24.17275
X24	-0.51201	17.02248	-718.75510	0.03820	24.17275
X25	-0.04803	1.16156	-46.45402	0.01795	4.50392
X26	-0.05114	1.24780	-50.11635	0.01679	4.44406
X27	-0.00102	0.06856	-1.26830	0.00978	0.14969
X28	-0.00337	0.08115	-1.87128	0.00906	0.13993
X29	0.00092	0.06770	-1.26206	0.01209	0.15469
X30	-0.00191	0.08041	-1.85438	0.01056	0.14369
X31	0.13281	3.54216	-3.05388	0.02869	150.59184
X32	0.02772	0.24852	-0.58031	0.00564	7.65306
X33	527.37426	13017.10633	-329492.00000	6.89650	262214.00000
X34	666.97643	13064.84779	-342703.00000	11.78219	269793.00000
X35	389.89913	11397.58147	-277991.00000	13.84821	173784.00000
X36	0.07964	0.26574	-0.86145	0.05325	8.73177
X37	-0.57813	1.06988	-22.37383	-0.40512	1.37594
X38	1.19412	42.38452	-390.28998	-0.11427	1133.34507
X39	-22.93323	53.44721	-1581.34426	-16.45221	508.55191
X40	0.01435	0.03272	-0.16717	0.01057	0.85535
X41	-0.00239	0.05011	-1.42210	0.00000	0.00000
X42	-1.04105	17.27870	-273.36249	-0.42359	243.96883
X43	-0.78118	3.04165	-111.49344	-0.46854	0.88126
X44	0.12873	0.55772	-1.23725	0.08452	21.41406
X45	0.04285	0.77488	-26.69011	0.04256	9.90042
X46	0.06608	0.17159	-1.63734	0.08889	0.54939
X47	-0.04856	0.10443	-1.37864	-0.02888	0.55744
X48	2.56019	3.51258	0.04464	1.62849	65.07958
X49	15.13287	1.23129	12.12162	14.98394	19.91637
X50	0.00111	0.03330	0.00000	0.00000	1.00000
X51	0.02661	0.18436	-3.37784	0.03524	1.54065
X52	0.41000	0.49000	0.00000	0.00000	1.00000
X53	-0.06928	0.62330	-1.00000	-0.02041	1.00000
X54	1.67512	0.86618	0.00000	1.60944	3.76120
X55	0.00174	0.00654	0.00000	0.00050	0.13490
X56	-0.04968	0.48288	-1.18414	-0.12383	6.17702
X57	0.10855	0.05534	0.02355	0.09702	0.51500

(表 4.12) 離散時間危險模型的變數摘要統計

變數	平均數	標準差	最小值	中位數	最大值
X1	0.30351	0.18411	0.00034	0.28699	0.97098
X2	0.58852	0.15060	-0.51394	0.58941	0.97498
X3	0.14916	0.28004	-2.20475	0.06572	12.59843
X4	0.13485	0.25716	-1.10238	0.05936	12.59843
X5	0.54940	0.41861	-1.17716	0.47772	8.58110
X6	0.45712	0.29275	-1.50999	0.42522	3.53360
X7	1.94969	1.87381	-0.33947	1.43549	38.96803
X8	0.16938	0.17707	-1.07126	0.15829	0.84166
X9	1.98177	1.89456	0.04461	1.55845	83.50769
X10	1.28528	1.34824	0.00269	0.94902	30.94021
X11	0.02336	0.08195	0.00000	0.00000	1.87989
X12	0.41148	0.15060	0.02502	0.41060	1.51394
X13	1.93511	3.59137	-1.60782	1.35913	158.24953
X14	1.96055	4.42546	-2.02784	1.24998	164.64794
X15	3.02147	16.32865	-0.84443	1.39367	919.92754
X16	2.71632	36.17875	-34.76811	0.58989	2209.86976
X17	0.21165	0.15170	-0.16924	0.17430	1.86722
X18	0.40053	0.40797	-6.68184	0.29458	9.71256
X19	0.93621	54.93888	-3027.83333	0.89649	1545.11355
X20	0.16286	0.51072	-36.51020	0.15644	2.75184
X21	-0.08308	8.65749	-671.77551	0.04629	13.61185
X22	-0.10951	8.75936	-679.42857	0.03057	13.62628
X23	-0.13187	9.34758	-718.75510	0.04838	35.99130
X24	-0.13512	9.34912	-718.75510	0.04570	36.00630
X25	-0.00705	0.63920	-46.45402	0.01683	4.50392
X26	-0.00878	0.68614	-50.11635	0.01605	4.44406
X27	0.00539	0.04727	-1.26830	0.00969	0.40870
X28	0.00421	0.05255	-1.87128	0.00914	0.40870
X29	0.00833	0.04667	-1.26206	0.01282	0.40948
X30	0.00641	0.05207	-1.85438	0.01148	0.40928
X31	0.08005	1.93982	-3.05388	0.03768	150.59184
X32	0.02643	0.15735	-2.50385	0.01223	7.65306
X33	274.62640	7490.26788	-329492.00000	4.44714	262214.00000
X34	341.42559	7639.80338	-342703.00000	7.49187	269793.00000
X35	274.13497	7286.67994	-277991.00000	7.09808	173784.00000
X36	0.07793	0.24955	-2.64088	0.04963	9.04729

變數	平均數	標準差	最小值	中位數	最大值
X37	-0.60644	0.97736	-22.37383	-0.40040	1.37594
X38	-0.90673	72.30471	-4915.73171	-0.09524	1133.34507
X39	-19.23643	77.27004	-2064.25212	-16.67949	3333.71792
X40	0.01227	0.02173	-0.16717	0.01011	0.85535
X41	-0.00036	0.15652	-3.59654	0.00000	10.76204
X42	-0.38260	58.97223	-2240.99198	-0.42202	2642.37429
X43	-0.59564	1.78680	-111.49344	-0.41948	0.98626
X44	0.12445	0.44876	-2.66296	0.07955	21.41406
X45	0.04343	0.57512	-26.69011	0.03674	25.22541
X46	0.07657	0.13327	-1.63734	0.08265	0.57906
X47	-0.01871	0.07759	-1.37864	-0.00931	0.68547
X48	2.89791	5.15115	0.00000	1.74846	237.67049
X49	15.45632	1.19181	12.12162	15.36964	19.94819
X50	0.00033	0.01820	0.00000	0.00000	1.00000
X51	0.04641	0.19470	-3.37784	0.04021	10.38640
X52	0.39000	0.49000	0.00000	0.00000	1.00000
X53	-0.03960	0.63518	-1.00000	0.00444	1.00000
X54	1.67317	0.95665	0.00000	1.60944	3.76120
X55	0.00223	0.00660	0.00000	0.00080	0.14580
X56	0.04782	0.57237	-1.31603	-0.05095	6.75049
X57	0.12087	0.06596	0.01857	0.10610	0.87271

第五章　實證結果與分析

以預測變數做爲分類基準，可將本研究的模型歸類爲：(一)財務會計變數模型，(二)財務會計變數加上市場變數模型，(三)市場變數模型與(四)Shumway 變數模型。以統計模型作爲分類基準，則可以分爲：(一) Logit 模型，(二) MDA 模型與(三)離散時間危險模型。本章的第一節至第四節以預測變數作爲分類依據，並利用違約機率分配表、錯誤分類表、ROC 曲線與 AUC 值等方法來評比模型的優劣，第五節則利用 EMC 分析與樣本外違約公司的預測值來評比模型，茲述如下。

第一節　財務會計變數模型

本研究所選取的財務會計變數爲變數 X1 至 X53(見表 4.9)，第一節的三個統計模型皆是利用逐步選取法來挑選模型變數。

5.1.1 Logit 模型

表 5.1 爲模型的係數與係數的顯著性檢定。預測模型如(式 5.1)：

$$p_i = [1 + exp(6.79 + 6.291X2 - 1.494X6 + 4.136X11 + 5.183X17 + 3.156X36 - 0.01X39 \\ +6.024X46 - 0.577X49 + 0.86X53)]^{-1} \qquad (式 5.1)$$

由向前逐步迴歸法挑選出的九個顯著財務會計變數中，X11 與 X49 的係數符號與預期相反。X11 的係數符號爲負表示與違約機率呈現負相關，這意味當公司的短期銀行借款與流動資產的比值越大，發生財務危機的機率會越低。吾人就公司營運的角度來推測原因，當公司營運良好而在短期內急需資金時，向銀行短期借款可能會是許多公司選擇的方法，這樣便會導致變數 X11 的數值增加，因此 X11 與違約機率會有可能呈現負相關的情形。X49 的係數符號爲正表示與違約機率呈現正相關，吾人究其原因，發現變數 X49 在正常公司群集的平均數爲 15.1067，此數值顯著小於違約公司群集的平均數 15.6717，表示正常公司的總資產未必會大於違約公司的總資產，這就是導致變數 X49 的係數符號產生與預期相反符號的原因。

(表 5.1) Logit 模型(1)

變數	變數名稱	係數	標準差	卡方統計量	p-value
X2	淨值／總資產	-6.291	1.064	34.975	0.000
X6	固定資產／長期資金	1.494	0.415	12.937	0.000
X11	短期銀行借款／流動資產	-4.136	1.200	11.870	0.001
X17	營業收入淨額／總資產	-5.183	1.218	18.119	0.000
X36	營業活動淨現金流量／總負債	-3.156	1.136	7.724	0.005
X39	資本支出／(折舊+攤銷)	0.010	0.003	10.895	0.001
X46	保留盈餘／總資產	-6.024	0.893	45.538	0.000
X49	ln(總資產／年度 GNP 總值)	0.577	0.114	25.866	0.000
X53	$(NI_t - NI_{t-1})/(\lvert NI_t\rvert + \lvert NI_{t-1}\rvert)$	-0.860	0.188	20.933	0.000
	常數項	-6.790	1.989	11.652	0.001
χ^2 適合度檢定：χ^2＝417.891，p-value＜0.000，自由度＝9					

(表5.2) 利用式5.1估計的樣本內資料違約機率分配表

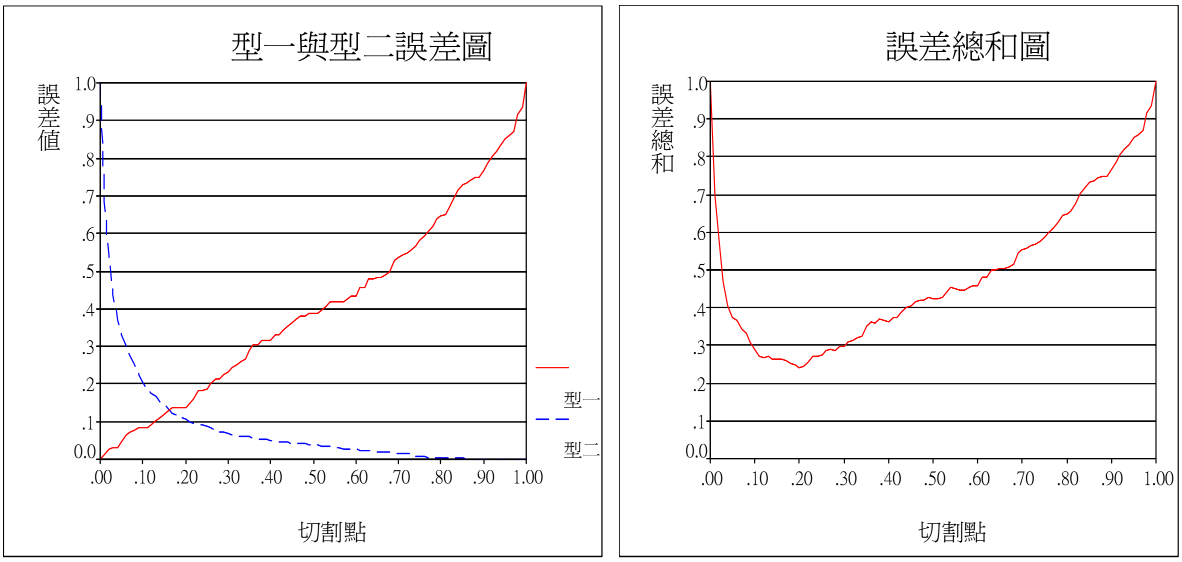
違約機率	正常公司數	正常公司比例	違約公司數	違約公司比例
0.9～1.0	0	0	36	0.2322
0.8～0.9	3	0.0038	19	0.1226
0.7～0.8	10	0.0127	17	0.1097
0.6～0.7	8	0.0101	16	0.1032
0.5～0.6	9	0.0114	7	0.0451
0.4～0.5	8	0.0101	11	0.0710
0.3～0.4	15	0.0190	13	0.0839
0.2～0.3	31	0.0392	15	0.0968
0.1～0.2	79	0.0998	8	0.0516
0～0.1	628	0.7939	13	0.0839

(表5.3) 利用式5.1估計的樣本外資料違約機率分配表

違約機率	正常公司數	正常公司比例	違約公司數	違約公司比例
0.9～1.0	4	0.0047	3	0.1667
0.8～0.9	4	0.0047	4	0.2222
0.7～0.8	6	0.0071	0	0
0.6～0.7	17	0.0201	1	0.0556
0.5～0.6	8	0.0095	2	0.1111
0.4～0.5	14	0.0166	2	0.1111
0.3～0.4	29	0.0344	0	0
0.2～0.3	41	0.0486	1	0.0556
0.1～0.2	82	0.0972	2	0.1111
0～0.1	639	0.7571	3	0.1667

利用(式5.1)計算每一間公司的違約機率值，表5.2爲樣本內公司的違約機率分配表，表5.3則是樣本外公司的違約機率分配表。從表5.2可看出建立模型的樣本內資料有96.21%正常公司的違約機率值小於0.5與61.28%違約公司的違約機率值大於0.5。在樣本外公司的預測結果，有95.39%正常公司的違約機率值小於0.5，55.55%違約公司的違約機率值大於0.5。

得到每間公司的違約機率後，接著計算在不同切割點(cutoff)之下所形成的型一誤差率與型二誤差率，並利用 Ohlson(1980)在其文獻中提到比較模型的方法，找出一個最適切割點，使得型一誤差率與型二誤差率的總和達到最小值。圖 5.1 爲不同切割點下所描繪出的誤差圖，左圖是將型一誤差率與型二誤差率分別描繪，實線爲型一誤差率，虛線則是型二誤差率，由圖可知型一誤差率隨著切割點變大而遞增，型二誤差率則是隨著切割點變大而遞減；右圖則是兩種誤差率的總和，當切割點在 0.2 附近時可使得誤差總和最小，最後得到的最適切割點爲 0.204，如表 5.4 所示，此時樣本內資料的型一誤差率爲 0.1355，型二誤差率爲 0.1037，總分類誤差率則是 0.1089。利用此最適切割點來判定樣本外公司，當樣本外公司利用(式 5.1)計算出的違約機率值大於 0.204 則判定爲違約公司，小於 0.204 則判定爲正常公司，分析結果見 5.1.4 小節。



(註)右圖的誤差總和圖是將型一誤差率與型二誤差率加總所構成的曲線

(圖 5.1) Logit 模型(1)在不同切割點下的誤差圖

(表 5.4) Logit 模型(1)之最適切割點

最適切割點：PD＝0.204		
實際＼預測	0	1
0	709	82
1	21	134
型一誤差＝0.1355，型二誤差＝0.1037，總分類誤差＝0.1089		

5.1.2 MDA 模型

表 5.5 爲 MDA 模型挑選變數的過程。由表 5.5 可知逐步迴歸法經由 11 個步驟依次挑選出 11 個變數(一個步驟挑選一個變數)，模型的型式如(式 5.2)：

$$
\begin{aligned}
y = {} & 3.781X2 + 1.109X8 + 0.019X9 + 0.206X10 + 2.424X17 + 0.021X22 + 1.428X27 \\
& 0.493X37 + 1.573X46 + 1.897X47 + 0.397X53
\end{aligned}
\qquad \text{(式 5.2)}
$$

表 5.6 則是挑選出的 11 個變數在兩個群集裡的平均數差異檢定。由表 5.6 可知挑選出的十一個變數，其 F 統計量皆爲顯著結果，表示正常公司群集與違約公司群集在這十一個變數中皆呈現顯著差異，所以適合作爲區別變數。

(表 5.5) MDA 模型(1.1)之分析過程

步驟	變數	變數名稱	係數	Wilks 統計量	F 統計量	p-value
1	X46	保留盈餘／總資產	1.573	0.772	279.166	0.000
2	X2	淨值／總資產	3.781	0.726	178.192	0.000
3	X17	營業收入淨額／總資產	2.424	0.686	143.626	0.000
4	X47	ROE*內部保留比率／(1－ROE)	1.897	0.659	121.503	0.000
5	X53	$(NI_t - NI_{t-1})／(\lvert NI_t\rvert + \lvert NI_{t-1}\rvert)$	0.397	0.647	102.450	0.000
6	X8	淨營運資金／總資產	1.109	0.645	85.959	0.000
7	X37	(來自營運之現金流量 －淨資本支出－淨營運資金)／負債總額	0.493	0.640	75.501	0.000
8	X10	速動資產／流動負債	0.206	0.629	69.017	0.000
9	X27	稅前損益／總資產	1.428	0.628	61.512	0.000
10	X9	流動資產／流動負債	0.019	0.628	55.318	0.000
11	X22	(營業利益－利息費用)／營業收入淨額	0.021	0.628	50.250	0.000

(表 5.6) 財務會計變數模型之平均數差異性檢定

變數	正常公司群集的平均數(標準差)	違約公司群集的平均數(標準差)	F 統計量	p-value
X2	0.5866(0.1431)	0.3964(0.1600)	220.053	0.000
X8	0.2034(0.1791)	0.0017(0.2250)	150.077	0.000
X9	2.1979(3.3079)	1.1313(0.9315)	15.856	0.000
X10	1.5323(1.7079)	0.5030(0.6527)	54.693	0.000
X17	0.2435(0.1648)	0.1458(0.1203)	49.326	0.000
X22	0.0108(0.6629)	-0.3773(1.3897)	28.599	0.000
X27	0.0151(0.0337)	-0.0775(0.1617)	212.710	0.000
X37	-0.6298(1.1334)	-0.0940(0.4627)	33.521	0.000
X46	0.0866(0.1348)	-0.1499(0.2566)	279.166	0.000
X47	-0.0197(0.0503)	-0.1460(0.2332)	188.113	0.000
X53	0.1747(0.5664)	-0.2699(0.6985)	73.618	0.000

決定模型的依據爲在逐步迴歸的過程中，不斷加入變數值，則(式 3.6)中的 Σ 會不斷擴充，從 M_{1*1} 的矩陣變成 M_{2*2} 的矩陣……最後形成 M_{11*11} 的矩陣，每一個步驟所形成的矩陣會依序產生 1~11 個相對應的 λ 值，我們都只挑選最大的一個，λ_{max}，並將其代入 Wilks 統計量，其 Wilks 統計量的數值列在表 5.5 的第五行。最後的 Wilks 統計量等於 0.628，表示 $\frac{1}{1+\lambda_{max}}=0.628$，所以特徵值 $\lambda_{max}=0.592$。利用(式 3.9)檢定 λ_{max} 是否顯著不等於 0：

$$V=-\left[(n-1)-\frac{p+q}{2}\right]\cdot\ln(\Lambda)=-\left[(946-1)-\frac{11+2}{2}\right]\cdot\ln\left(\frac{1}{1+0.592}\right)=436.279>\chi^2_{11,0.001}$$

所以有足夠證據顯示 λ_{max} 不等於 0。將 λ_{max} 代入(式 3.8)找出特徵向量 *b*，即 MDA 模型的係數，在表 5.5 的第四行。求出 *b* 向量後即可得知(式 3.6)的 F 統計量值，由(表 5.5)可知 F 統計量爲 50.25，p-value＜0.000，所以此區別模型是顯著的，可利用此模型顯著區分出兩個群集的差異。利用(式 5.2)計算出每間公司的區別分數後，即可得到兩個群集的中心值，如表 5.7。並可將表 5.7 的數值代入(式 3.10)、(式 3.11)與(式 3.12)，進一步求得每一間公司的驗後機率值。

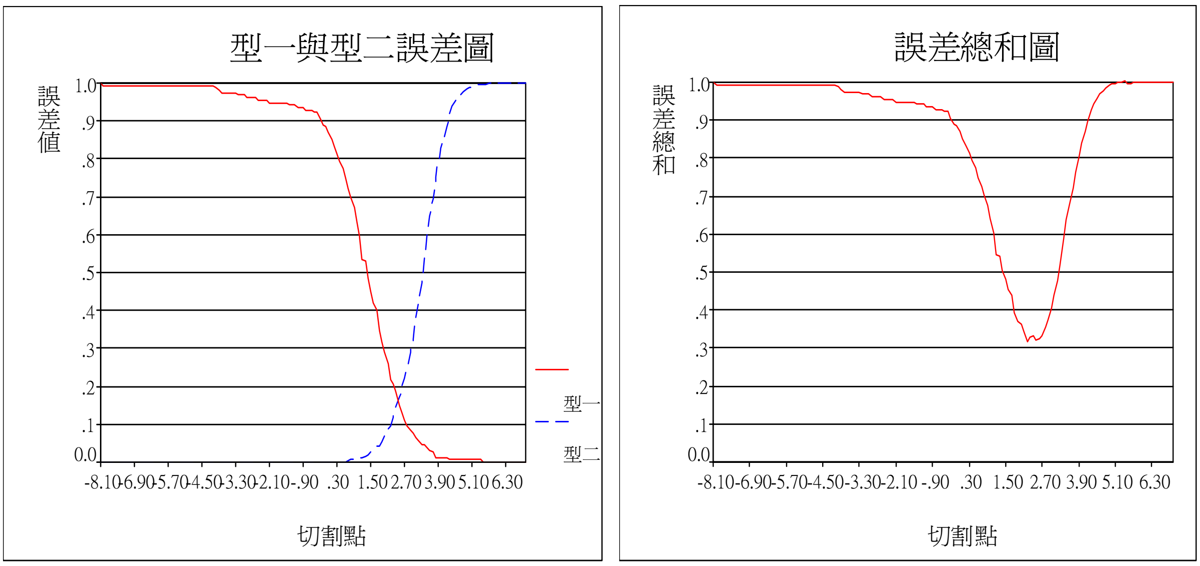
(表 5.7) MDA 模型(1.1)的群集中心值

群集	y 的中心值
違約公司群集	1.194
正常公司群集	3.270

從表 5.7 可知，正常公司群集的 y 值中心大於違約公司群集的 y 值中心，所以 y 值越大表示屬於違約公司的機率越低，則(式 5.2)的變數係數符號與違約機率就呈現負相關的關係，即變數的係數符號爲正表示發生違約的可能性越低，變數的係數符號爲負表示發生違約的可能性越高。在(式 5.2)中的十一個變數係數符號完全符合預期，其係數符號皆爲正數。

此外，Altman 在其文獻中曾定義「灰色地帶」(Gray Area)，所謂的「灰色地帶」就是指正常公司經由模型算出的區別分數的最小值與違約公司算出的區別分數的最大值所形成的一個區間。本模型的「灰色地帶」爲(0.5821，5.4775)。

利用(式 5.2)計算出每間公司的區別分數後，與 Logit 模型作相似的方法，依據不同的切割點找出型一誤差率與型二誤差率，如圖 5.2 所示。圖 5.2 的左圖，實線爲型一誤差率，虛線爲型二誤差率，型一誤差率隨切割點變大而遞減，型二誤差率則是隨切割點



(註)右圖的誤差總和圖是將型一誤差率與型二誤差率加總所構成的曲線

(圖5.2) MDA模型(1.1)在不同切割點下的誤差圖

變大而遞增，與 Logit 模型相反，這是由於 Logit 模型計算出的數值越大表示違約機率越高，MDA 模型則是計算出的數值越大表示違約機率越低之故。當切割點爲 2.47 時可使樣本內資料的誤差總和達到最小，見表 5.8，此時型一誤差率爲 0.1484，型二誤差率則爲 0.1618。利用表 5.8 找出的最適切割點對樣本外的資料進行判別。當樣本外公司利用(式 5.2)計算出的區別分數大於 2.47 時，則判定爲正常公司；若小於 2.47 則判定爲違約公司，分析結果見 5.1.4 小節。

(表 5.8) MDA 模型(1.1)之最適切割點

最適切割點：y＝2.47		
實際＼預測	0	1
0	663	128
1	23	132
型一誤差＝0.1484，型二誤差＝0.1618，總分類誤差＝0.1596		

此外，爲合於文獻上與實務上的應用，本研究在此將式 5.2 中的變數 X2(淨值／總資產)替換成變數 X7(淨值／總負債)，得到的 MDA 模型爲：

$$y = 0.331X7 + 2.665X8 + 0.213X10 + 1.951X17 + 0.046X22 + 1.295X27 + 0.923X37$$
$$+2.38X46 + 2.121X47 + 0.459X53 \qquad \text{(式 5.3)}$$

(表 5.9) MDA 模型(1.2)之分析過程

步驟	變數	變數名稱	係數	Wilks 統計量	F 統計量	p-value
1	X46	保留盈餘／總資產	2.380	0.772	279.166	0.000
2	X53	$(NI_t - NI_{t-1})／(\lvert NI_t\rvert + \lvert NI_{t-1}\rvert)$	0.459	0.735	170.414	0.000
3	X8	淨營運資金／總資產	2.665	0.709	128.752	0.000
4	X47	ROE*內部保留比率／(1－ROE)	2.121	0.699	101.108	0.000
5	X17	營業收入淨額／總資產	1.951	0.689	84.805	0.000
6	X7	淨值／總負債	0.331	0.681	73.397	0.000
7	X37	(來自營運之現金流量 －淨資本支出－淨營運資金)／負債總額	0.923	0.654	70.784	0.000
8	X10	速動資產／流動負債	0.213	0.646	64.311	0.000
9	X27	稅前損益／總資產	1.295	0.645	57.286	0.000
10	X22	(營業利益－利息費用)／營業收入淨額	0.046	0.645	51.571	0.000

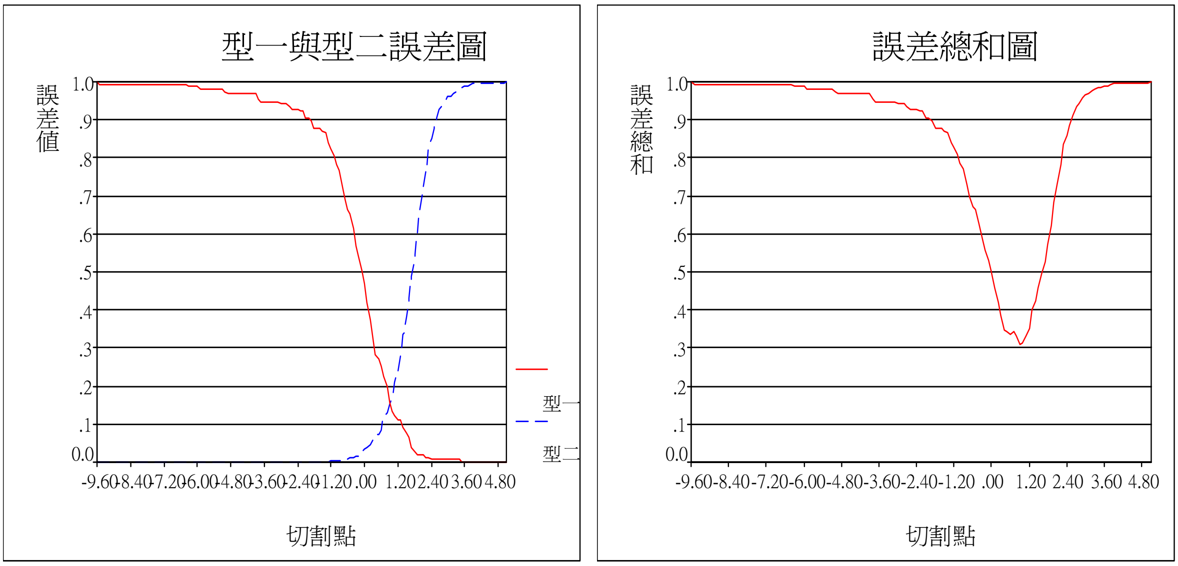
(表 5.10) 財務會計變數模型之平均數差異性檢定

變數	正常公司群集的平均數(標準差)	違約公司群集的平均數(標準差)	F 統計量	p-value
X7	1.9430(2.2200)	0.7959(0.6326)	40.703	0.000
X8	0.2034(0.1791)	0.0017(0.2250)	150.077	0.000
X10	1.5323(1.7079)	0.5030(0.6527)	54.693	0.000
X17	0.2435(0.1648)	0.1458(0.1203)	49.326	0.000
X22	0.0108(0.6629)	-0.3773(1.3897)	28.599	0.000
X27	0.0151(0.0337)	-0.0775(0.1617)	212.710	0.000
X37	-0.6298(1.1334)	-0.0940(0.4627)	33.521	0.000
X46	0.0866(0.1348)	-0.1499(0.2566)	279.166	0.000
X47	-0.0197(0.0503)	-0.1460(0.2332)	188.113	0.000
X53	0.1747(0.5664)	-0.2699(0.6985)	73.618	0.000

(表 5.11) MDA 模型(1.2)的群集中心值

群集	y 的中心值
違約公司群集	－0.335
正常公司群集	1.669

由表 5.10 可知，變數 X7 的平均數差異檢定 F 統計量為 40.703，表示此變數亦適合作為區別變數。利用 MDA 模型(1.2)所推導出的違約群集中心值為－0.335，正常公司群集的中心值為 1.669，如表 5.11，「灰色地帶」為(－1.3761，3.4621)。經由選取，可得到最適



(註)右圖的誤差總和圖是將型一誤差率與型二誤差率加總所構成的曲線

(圖5.3) MDA模型(1.2)在不同切割點下的誤差圖

切割點為 0.91，在此切割點之下的樣本內型一誤差率為 0.1484，型二誤差率為 0.1542，總分類誤差率則為 0.1533，如表 5.12。

(表 5.12) MDA 模型(1.2)之最適切割點

最適切割點：y＝0.91		
實際＼預測	0	1
0	669	122
1	23	132
型一誤差＝0.1484，型二誤差＝0.1542，總分類誤差＝0.1533		

5.1.3 離散時間危險模型

由於本研究將違約機率密度函數定義為 Logistic 分配，所以根據定義可使得危險函數成為 Logit 機率分配。吾人先利用求取 Logit 模型的相同方法來求取危險函數，得到的危險函數如(式 5.4)：

$$h_T(i) = [1 + exp(0.68 + 5.973X2 + 2.306X17 + 3.164X46 + 4.277X47 - 0.696X52)]^{-1}$$

(式 5.4)

(表 5.13) 離散時間危險模型(1)

變數	變數名稱	係數	標準差	卡方統計量	p-value
X2	淨值／總資產	-5.973	0.717	69.427	0.000
X17	營業收入淨額／總資產	-2.306	0.870	7.026	0.008
X46	保留盈餘／總資產	-3.164	0.731	18.724	0.000
X47	ROE*內部保留比率／(1－ROE)	-4.277	1.002	18.226	0.000
X52	近兩年有負淨利為 1，其餘為 0	0.696	0.262	7.039	0.008
	常數項	-0.680	0.442	2.362	0.124
χ^2 適合度檢定：χ^2＝421.487，p-value＜0.000，自由度＝5					

表 5.13 為危險函數的五個財務會計變數的係數顯著性檢定，除截距項不顯著外，其餘的五個變數皆為顯著因子，其係數符號結果也是完全與預期方向相同。在得到危險函數後，根據 3.3.2 小節關於離散時間危險模型求取違約機率的方式，一間公司在第 i 年的違

約機率值等於 $1-S_T(i)$，其中 $S_T(i)$爲公司在第 i 年的存活機率，其值爲 $\prod_{i=1}^{t}[1-h_T(i)]$。經由上述步驟即可計算出每個公司年度的違約機率值，結果如表 5.14 與表 5.15。由表 5.14 可看出建立模型的樣本內資料，有 97.96%正常公司年度的違約機率值小於 0.5，但卻只有 29.68%違約公司年度的違約機率值大於 0.5。至於樣本外的預測結果，有 97.28%正常公司的違約機率值小於 0.5，44.44%違約公司的違約機率值大於 0.5。

(表5.14) 利用式5.4的危險函數所估計的樣本內資料違約機率分配表

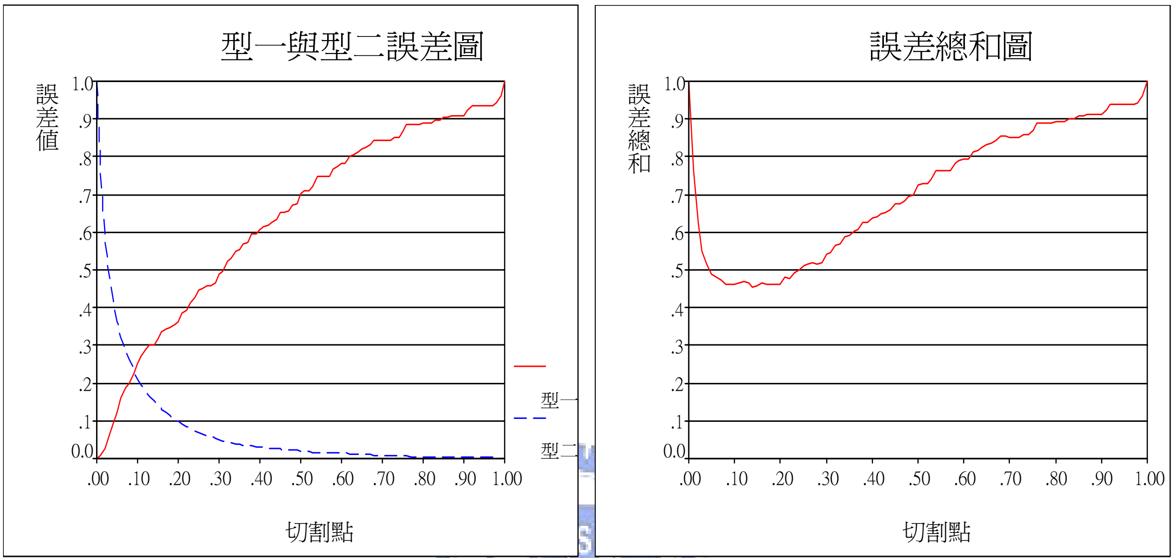
違約機率	正常公司年度	正常公司比例	違約公司年度	違約公司比例
0.9～1.0	15	0.0030	14	0.0903
0.8～0.9	8	0.0016	3	0.0194
0.7～0.8	15	0.0030	7	0.0452
0.6～0.7	32	0.0064	10	0.0645
0.5～0.6	32	0.0064	12	0.0774
0.4～0.5	50	0.0100	15	0.0968
0.3～0.4	102	0.0203	18	0.1161
0.2～0.3	246	0.0490	20	0.1290
0.1～0.2	562	0.1120	17	0.1097
0～0.1	3955	0.7883	39	0.2516

(表5.15) 利用式5.4的危險函數所估計的樣本外資料違約機率分配表

違約機率	正常公司數	正常公司比例	違約公司數	違約公司比例
0.9～1.0	1	0.0012	2	0.1111
0.8～0.9	1	0.0012	1	0.0556
0.7～0.8	3	0.0035	3	0.1666
0.6～0.7	7	0.0083	0	0
0.5～0.6	11	0.0130	2	0.1111
0.4～0.5	16	0.0190	3	0.1666
0.3～0.4	26	0.0308	1	0.0556
0.2～0.3	58	0.0687	1	0.0556
0.1～0.2	125	0.1481	1	0.0556
0～0.1	596	0.7062	4	0.2222

在得到樣本內每個公司年度的違約機率值後，依據不同的切割點會得到不同的型一誤差率與型二誤差率，見圖5.4。圖5.4的左圖，實線爲型一誤差率，虛線爲型二誤差率，型一誤差率隨著切割點越大而遞增，型二誤差率則是隨切割點越大而遞減；右圖則是兩

種誤差率的總和。經進一步的分析，吾人可得到最適切割點爲0.1496，此時樣本內資料的型一誤差率爲0.3097，型二誤差率則是0.1411，見表5.16。利用(式5.4)的危險函數所推導出的樣本外公司違約機率值大於0.1496時，則判定公司爲違約公司；小於0.1496時，則判定公司爲正常公司，分析結果見5.1.4小節。



(註)右圖的誤差總和圖是將型一誤差率與型二誤差率加總所構成的曲線

(圖5.4) 離散時間危險模型(1)在不同切割點下的誤差圖

(表 5.16) 離散時間危險模型(1)之最適切割點

最適切割點：PD＝0.1496		
實際 \ 預測	0	1
0	4309	708
1	48	107
型一誤差＝0.3097，型二誤差＝0.1411，總分類誤差＝0.1462		

5.1.4 利用錯誤分類表比較不同統計模型的預測結果

上述三個小節分別利用三種不同的統計方法建立財務危機預警模型，每一個模型都有利用錯誤分類表找出最適切割點，並將此切割點作爲樣本外公司的判別準則。由於型一誤差與型二誤差的定義在四個統計模型中皆相同，因此給予本研究一個比較的相同基準點，預測結果見表 5.17。樣本外的違約公司，以 MDA 模型(1.1)的預測最爲準確，只

有三間違約公司無法預測到；至於正常公司的預測則是以 Logit 模型的預測最爲準確，其誤差率爲 0.1434；總分類誤差則是以 Logit 的預測最佳。然而，每個模型的型一誤差率與型二誤差率皆會因爲最適切割點的改變而不同，比如吾人希望 Logit 模型與離散時間危險模型的型一誤差率達到最小，則吾人可將最適切割點改成 0，即利用模型計算出的違約機率值只要大於 0 則判定爲違約公司，則可以想見的結果必定是所有的違約公司皆會被預測爲違約公司，但是所有的正常公司也都將被判定爲違約公司，此時的型二誤差率達到 100%。所以只單獨利用錯誤分類表來評比模型的優劣是不足夠的。爲彌補錯誤分類表這樣的缺失，我們可直接利用表 5.3 與表 5.15 來衡量模型的預測能力，或是採用 5.1.5 小節的 ROC 曲線與 AUC 值來評比模型的優劣。

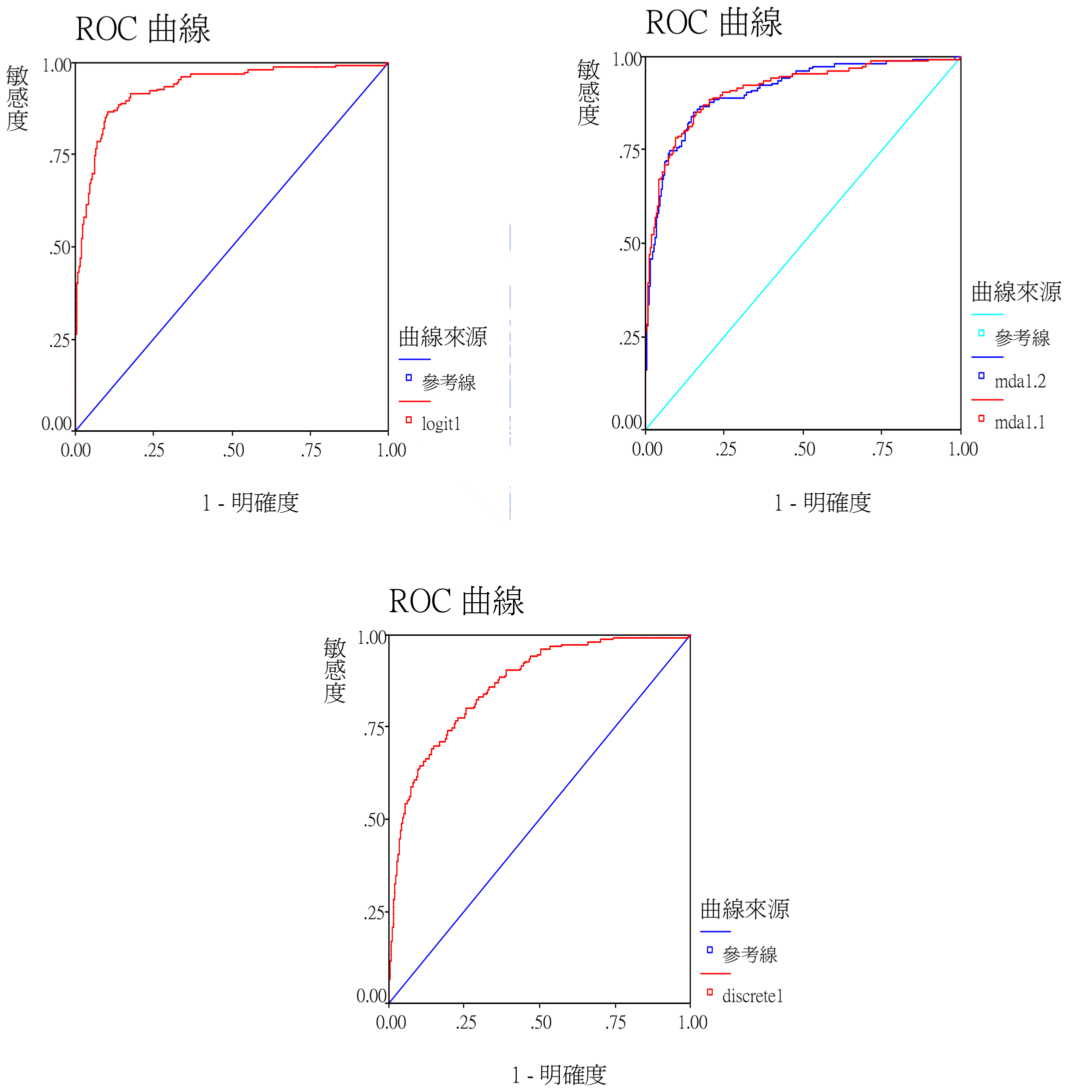
(表 5.17) 利用錯誤分類表在樣本外的比較

模型	最適切割點	型一誤差	型二誤差	總分類誤差
Logit 模型(1)	0.2040	0.2778 (5／18)	0.1434 (121／844)	0.1462 (126/862)
MDA 模型(1.1)	2.4700	0.1667 (3／18)	0.2370 (200／844)	0.2355 (203／862)
MDA 模型(1.2)	0.9100	0.2222 (4／18)	0.2678 (226／844)	0.2668 (230／862)
離散時間危險模型(1)	0.1496	0.2778 (5／18)	0.1955 (165／844)	0.1972 (170／862)

5.1.5 ROC 曲線與 AUC 值的分析

ROC 曲線是沿著每一個不同的切割點依序描繪出來的圖形。縱軸代表預測模型正確預測出違約公司的比率，橫軸則是型二誤差率，故整條 ROC 曲線就是將每一個不同切割點所對應的座標點(Hit Ratio，型二誤差率)連接起來的圖形，圖形以下的面積即爲 AUC 值。圖形中間的對角線爲一參考線，代表對任意一切割點的 Hit Ratio 與型二誤差率皆是相同的，倘若模型的 ROC 曲線正好等於此條對角線，則表示此預測模型完全沒有區別能力，爲一隨機模型。圖 5.5 爲四個預測模型的樣本內資料 ROC 曲線圖，表 5.18 則是圖 5.5 的 ROC 曲線相對應的 AUC 值。由於建立離散時間危險模型的樣本內資料爲

動態資料，與其餘三個模型不同，故將其獨立繪製；又由於 Logit 模型計算出的機率值越大表示違約機率越高，但 MDA 模型卻是計算出的區別分數越大表示違約機率越低，兩者的方向相反，SPSS 統計軟體的指令無法同時對兩個方向進行圖形的繪製[12]，使得 Logit 模型與 MDA 模型的 ROC 曲線無法同時繪製在同一個圖型上。由表 5.18 可知，樣本內資料以 Logit 模型最佳。圖 5.6 則是四個統計模型的樣本外資料 ROC 曲線圖，表 5.19 則是 ROC 曲線相對應的 AUC 值。由錯誤分類表與表 5.19 可看出 MDA 模型(1.1)的預測能力較佳，故後續研究將捨棄 MDA 模型(1.2)，以 MDA 模型(1.1)爲基準下分析之。

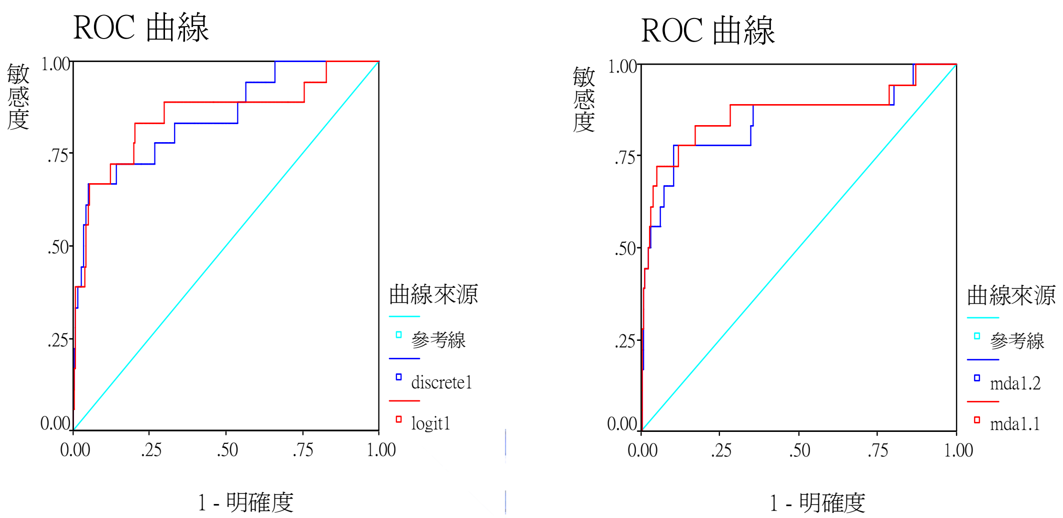


(圖5.5) 財務會計變數模型的樣本內ROC曲線圖

[12] SPSS 套裝軟體只能夠針對同一方向進行分析，在其指令的＜選項＞⇒＜檢定方向＞中＜較大檢定結果指示更正向的檢定＞是指若 y 值>C 則判定爲違約公司，＜較小檢定結果指示更正向的檢定＞則是指若 y 值<C 則判定爲違約公司，兩者的意義正好相反。

(表 5.18) 財務會計變數模型的樣本內 AUC 值

模型	曲面下的面積	標準誤差	漸近顯著性
Logit 模型(1)	0.932	0.012	0.000
MDA 模型(1.1)	0.911	0.014	0.000
MDA 模型(1.2)	0.908	0.014	0.000
離散時間危險模型(1)	0.863	0.015	0.000



(圖5.6) 財務會計變數模型的樣本外ROC曲線圖

(表 5.19) 財務會計變數模型的樣本外 AUC 值

模型	曲面下的面積	標準誤差	漸近顯著性
Logit 模型(1)	0.852	0.057	0.000
MDA 模型(1.1)	0.864	0.060	0.000
MDA 模型(1.2)	0.844	0.062	0.000
離散時間危險模型(1)	0.849	0.051	0.000

第二節　財務會計變數加市場變數模型

第一節的統計模型經由逐步選取法選出顯著的財務會計變數後，爲觀察市場變數是否能提升模型的區別能力與預測能力，遂本節利用直接輸入法，將第一節的模型所選出的變數直接加上本研究所選取的三個市場變數，以便觀察市場變數對模型預測的影響。另外也將 Shumway 的變數 Lnage，即本研究的變數 X54，放入模型中觀察其對模型預測的貢獻程度。

5.2.1 Logit 模型

利用財務會計變數加上市場變數的 Logit 模型如(式 5.5)：

$$p_i = [1 + exp(14.23 + 5.555X2 - 1.765X6 + 4.35X11 + 4.665X17 + 3.546X36 - 0.01X39$$
$$+5.631X46 - 0.983X49 + 0.789X53 + 0.487X54 + 121.349X55 + 0.687X56$$
$$-11.512X57)]^{-1} \qquad (式 5.5)$$

(表 5.20) Logit 模型(2)

變數	變數名稱	係數	標準差	卡方統計量	p-value
X2	淨值／總資產	-5.555	1.134	23.985	0.000
X6	固定資產／長期資金	1.765	0.447	15.576	0.000
X11	短期銀行借款／流動資產	-4.350	1.148	14.354	0.000
X17	營業收入淨額／總資產	-4.665	1.293	13.022	0.000
X36	營業活動淨現金流量／總負債	-3.546	1.198	8.762	0.003
X39	資本支出／(折舊+攤銷)	0.010	0.003	8.960	0.003
X46	保留盈餘／總資產	-5.631	0.989	32.442	0.000
X49	ln(總資產／年度 GNP 總值)	0.983	0.160	37.543	0.000
X53	$(NI_t - NI_{t-1})/(\lvert NI_t\rvert + \lvert NI_{t-1}\rvert)$	-0.789	0.208	14.372	0.000
X54	Lnage	-0.487	0.194	6.264	0.012
X55	市值比重	-121.349	50.800	5.706	0.017
X56	超額報酬率	-0.687	0.299	5.271	0.022
X57	Sigma	11.512	2.313	24.766	0.000
	常數項	-14.230	2.640	29.055	0.000
χ^2 適合度檢定：χ^2＝457.995，p-value＜0.000，自由度＝13					

表 5.20 為(式 5.5)的係數顯著性檢定。第一節選出的九個財務會計變數依舊為顯著因子，且預期方向也與第一節的模型相同；本節所加入的三個市場變數與 Lnage 變數亦為顯著因子，市場變數的係數符號與預期方向亦是完全相同。需特別注意的是 Lnage 的係數符號為負，表示此變數與違約機率呈現負相關。公司上市上櫃的年數越長，發生違約的機率越低，這樣的關係對台灣市場來說似乎是合理的，這是由於台灣市場的電子產業比重相當高，電子產業又多為新興公司，相較於一些身經百戰、從過去景氣循環中生存下來的公司，若是遇上景氣不佳的情況，其受衝擊的程度通常會較大，則發生違約的機率就會增加，故就此原因可推論變數 X54 與違約機率將呈現相反的關係。

表 5.21 與表 5.22 分別是利用(式 5.5)計算的樣本內與樣本外公司違約機率分配表。樣本內資料有 97.21%正常公司的違約機率值小於 0.5，高於第一節 Logit 模型的 96.21%；另有 69.03%違約公司的違約機率值大於 0.5，亦高於第一節 Logit 模型的 61.28%，所以加入市場變數與 Lnage 變數，確實使得樣本內資料的區別能力顯著提升。至於樣本外資料則是有 95.26%正常公司的違約機率值小於 0.5，此數值略低於第一節 Logit 模型的 95.39%；另有 50%違約公司的違約機率值大於 0.5，此數值亦低於第一節 Logit 模型的 55.55%。從數據上分析，加入市場變數後似乎使得模型的預測能力些許下跌，但由於本研究的樣本外違約公司僅有 18 間，預測準確度微幅下跌是否真表示模型的預測能力較差，此結論還有待接續的統計分析來驗證。

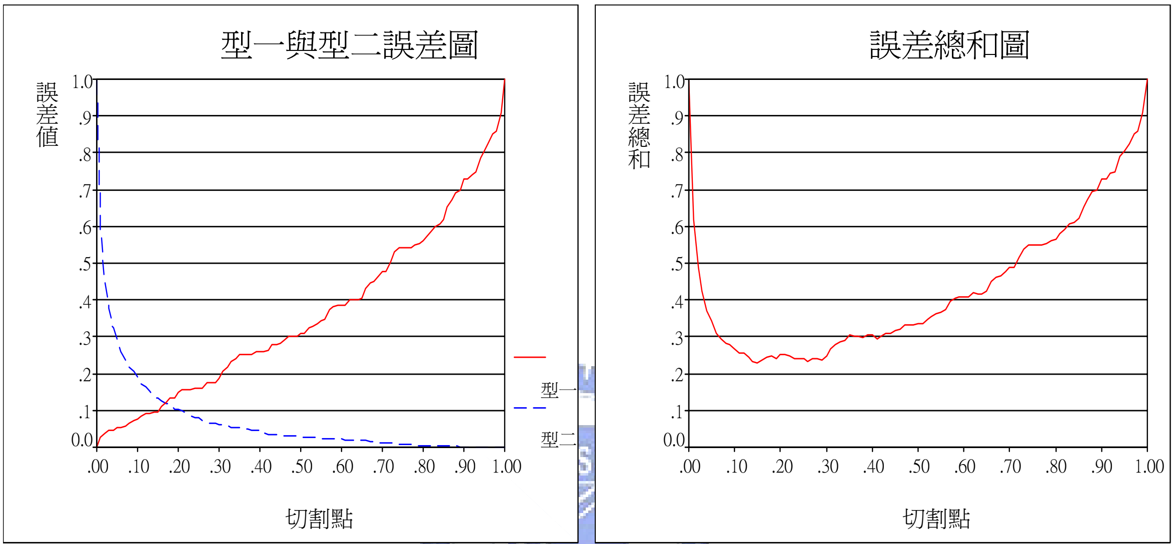
(表5.21) 利用式5.5估計的樣本內資料違約機率分配表

違約機率	正常公司數	正常公司比例	違約公司數	違約公司比例
0.9～1.0	1	0.0013	42	0.2710
0.8～0.9	3	0.0038	26	0.1677
0.7～0.8	6	0.0076	13	0.0839
0.6～0.7	8	0.0101	14	0.0903
0.5～0.6	4	0.0051	12	0.0774
0.4～0.5	14	0.0177	8	0.0516
0.3～0.4	13	0.0164	11	0.0710
0.2～0.3	32	0.0404	6	0.0387
0.1～0.2	68	0.0860	11	0.0710
0～0.1	642	0.8116	12	0.0774

(表5.22) 利用式5.5估計的樣本外資料違約機率分配表

違約機率	正常公司數	正常公司比例	違約公司數	違約公司比例
0.9～1.0	3	0.0036	3	0.1667
0.8～0.9	6	0.0071	2	0.1111
0.7～0.8	9	0.0107	0	0
0.6～0.7	9	0.0107	4	0.2222
0.5～0.6	13	0.0154	0	0
0.4～0.5	11	0.0130	0	0
0.3～0.4	18	0.0213	2	0.1111
0.2～0.3	37	0.0438	0	0
0.1～0.2	61	0.0723	3	0.1667
0～0.1	677	0.8021	4	0.2222

圖5.7爲針對樣本內資料，依據不同的切割點所描繪出的誤差圖。由右圖的誤差總和圖可明顯觀察到，切割點介於0.15至0.3的區間內可使誤差總和達到最小，經由資料的分析可得到最適切割點爲0.1504，見表5.23。在此切割點的分類下，樣本內資料的型一誤差率爲0.0968，型二誤差率爲0.1327，總分類誤差率爲0.1268。樣本外的預測結果則於5.2.4小節中討論。



(註)右圖的誤差總和圖是將型一誤差率與型二誤差率加總所構成的曲線

(圖 5.7) Logit 模型(2)在不同切割點下的誤差圖

(表 5.23) Logit 模型(2)之最適切割點

最適切割點：PD＝0.1504		
預測 / 實際	0	1
0	686	105
1	15	140
型一誤差＝0.0968，型二誤差＝0.1327，總分類誤差＝0.1268		

5.2.2 MDA 模型

由 5.1.4 與 5.1.5 小節可得知 MDA 模型(1.1)優於 MDA 模型(1.2)，故吾人以 5.1.2 小節的 MDA 模型(1.1)爲基準，仿照 5.2.1 小節的 Logit 模型，將原本的 MDA 模型(1.1)加

入市場變數與 Lnage 變數後，得到新的 MDA 模型如(式 5.6)：

$$y = 3.688X2 + 0.914X8 + 0.023X9 + 0.185X10 + 1.969X17 + 0.001X22 + 1.536X27$$
$$+0.472X37 + 0.906X46 + 2.042X47 + 0.351X53 - 0.093X54 - 6.395X55 + 0.369X56$$
$$-6.744X57$$

(式 5.6)

(表 5.24) 財務會計變數加市場變數模型之平均數差異性檢定

變數	正常公司群集的平均數(標準差)	違約公司群集的平均數(標準差)	F 統計量	p-value
X2	0.5866(0.1431)	0.3964(0.1600)	220.053	0.000
X8	0.2034(0.1791)	0.0017(0.2250)	150.077	0.000
X9	2.1979(3.3079)	1.1313(0.9315)	15.856	0.000
X10	1.5323(1.7079)	0.5030(0.6527)	54.693	0.000
X17	0.2435(0.1648)	0.1458(0.1203)	49.326	0.000
X22	0.0108(0.6629)	-0.3773(1.3897)	28.599	0.000
X27	0.0151(0.0337)	-0.0775(0.1617)	212.710	0.000
X37	-0.6298(1.1334)	-0.0940(0.4627)	33.521	0.000
X46	0.0866(0.1348)	-0.1499(0.2566)	279.166	0.000
X47	-0.0197(0.0503)	-0.1460(0.2332)	188.113	0.000
X53	0.1747(0.5664)	-0.2699(0.6985)	73.618	0.000
X54	1.6069 (0.8839)	1.9121 (0.8318)	15.745	0.000
X55	0.0019 (0.0061)	0.0010 (0.0024)	3.042	0.081
X56	0.0054 (0.5467)	-0.1701 (0.5934)	12.972	0.000
X57	0.1125 (0.0521)	0.1600 (0.0761)	91.020	0.000

(註) 15 個變數在兩個群集，除變數 X55 外，其餘 14 個變數皆呈現顯著差異。

表 5.24 爲對(式 5.6)的十五個預測變數所作的平均數差異性檢定，與表 5.6 的不同是多出變數 X54 至 X57 四個變數的檢定，此四個變數除了 X55 的差異較不顯著外(但仍在可接受的範圍內，其 p-value<0.10)，其餘三個變數皆呈現顯著的差異。所以綜合來說，此十五個變數皆適合作爲區別變數。

由於(式 5.6)是利用直接輸入法將變數代入 MDA 模型中，不需要經由 5.1.2 小節的方式依步驟次序來找尋變數與檢定區別模型的顯著性，但仍需要利用(式 3.7)、(式 3.8)與(式 3.9)找出模型的係數，過程如下所述：

先利用(式 3.7)得到 $\lambda_{\max}$=0.676 ⇒ Wilks 統計量的數值爲 0.597 ⇒ 代入(式 3.9)檢驗

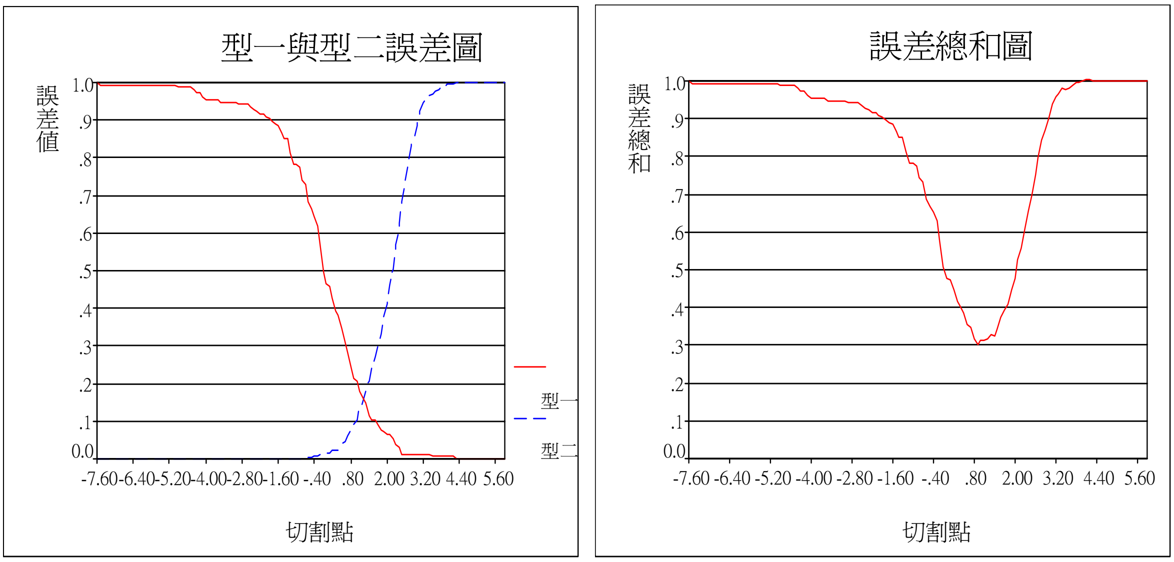
$$\Rightarrow V=-\left[(n-1)-\frac{p+q}{2}\right]\cdot\ln(\Lambda)=-\left[(946-1)-\frac{15+2}{2}\right]\cdot\ln\left(\frac{1}{1+0.676}\right)=483.73>\chi^2_{15,0.001}$$

所以有足夠證據顯示 $\lambda_{\max}$ 不等於 0。接著將 $\lambda_{\max}$ 代入(式 3.8)即可找出(式 5.6)的特徵向量 b，即 MDA 模型的係數值。利用(式 5.6)計算每一間公司的區別分數後，再分別計算兩個群集的中心值，結果如表 5.25。若要得到每間公司的驗後機率值，則可將表 5.25 的數值代入(式 3.10)、(式 3.11)與(式 3.12)即可。從表 5.25 可知，正常營運公司群集的 y 值中心爲正數，大於違約公司群集的 y 值中心，所以 y 值越大表示屬於正常公司的機率越高。(式 5.6)的變數係數符號爲正表示發生違約的可能性越低，變數係數符號爲負表示發生違約的可能性越高，此結果與(式 5.2)相同。(式 5.6)的財務會計變數係數方向與(式 5.2)相同，但加入的市場比重變數卻不符合預期方向。變數 X54 的係數符號爲負與 5.2.1 小節的結論不一致；變數 X55 的係數符號與預期相反則是由於其平均數差異較不顯著以及相關係數僅 0.069，故其解釋能力有限，產生相反符號。

(表 5.25) MDA 模型(2)的群集中心值

群集	y 的中心值
違約公司群集	－0.149
正常公司群集	2.071

利用(式 5.6)得到每間公司的區別分數後，再依據不同的切割點找出型一誤差率與型二誤差率，如圖 5.8 的左圖，其中實線爲型一誤差率，虛線爲型二誤差率；右圖則是將兩種誤差率作加總，當切割點介於 0.8 至 2.0 時，可使誤差總和達到最小。經由分析可得到最適切割點爲 0.856，見表 5.26，此時樣本內資料的型一誤差率爲 0.2129，型二誤差率爲 0.0847，總分類誤差率則是 0.1057。「灰色地帶」則是(－0.8774，4.2396)。再利用此最適切割點判別樣本外的公司，當區別分數大於 0.856 則判定爲正常公司，小於 0.856 則判定爲違約公司，分析結果見 5.2.4 小節。



(註)右圖的誤差總和圖是將型一誤差率與型二誤差率加總所構成的曲線

(圖5.8) MDA模型(2)在不同切割點下的誤差圖

(表 5.26) MDA 模型(2)之最適切割點

最適切割點：y＝0.856		
實際 \ 預測	0	1
0	724	67
1	33	122
型一誤差＝0.2129，型二誤差＝0.0847，總分類誤差＝0.1057		

5.2.3 離散時間危險模型

根據 5.1.3 小節的危險函數選出的五個財務會計變數再加上三個市場變數與 Lnage 變數後，得到的危險函數如(式 5.7)：

$$h_T(i)=[1+exp(0.92+5.78X2+2.433X17+2.906X46+3.764X47-0.645X52+0.094X54$$
$$+25.163X55+0.511X56-2.815X57)]^{-1} \qquad \text{(式 5.7)}$$

表 5.27 爲危險函數的係數顯著性檢定，五個財務會計變數依舊顯著，變數 X54 與 X55 爲不顯著因子，其餘兩個市場變數——超額報酬率與 Sigma 則爲顯著因子。變數的係數符號則是與預期完全相同，Lnage 的係數符號也是與 5.2.1 小節一致。接者利用(式 5.7)計算每一個公司年度的危險函數值，再利用存活機率與危險函數的關係得到每一個公司年度的違約機率值。表 5.28 爲 5172 個樣本內公司年度的違約機率分配表，表 5.29 則是 862 間樣本外公司的違約機率分配表。樣本內資料，有 98.04%正常公司年度的違

約機率值小於 0.5，略大於 5.1.3 小節的 97.96%，但僅有 27.10%違約公司年度的違約機率值大於 0.5，此數值則是小於 5.1.3 小節的 29.68%。樣本外資料，則是有 97.15%正常公司的違約機率值小於 0.5，略小於 5.1.3 小節的 97.28%，另有 44.44%違約公司的違約機率值大於 0.5，與 5.1.3 小節相同。

(表 5.27) 離散時間危險模型(2)

變數	變數名稱	係數	標準差	卡方統計量	p-value
X2	淨值／總資產	-5.780	0.716	65.230	0.000
X17	營業收入淨額／總資產	-2.433	0.913	7.101	0.008
X46	保留盈餘／總資產	-2.906	0.757	14.727	0.000
X47	ROE*內部保留比率／(1－ROE)	-3.764	1.005	14.018	0.000
X52	近兩年有負淨利爲 1，其餘爲 0	0.645	0.267	5.824	0.016
X54	Lnage	-0.094	0.105	0.805	0.370
X55	市值比重	-25.163	31.601	0.634	0.426
X56	超額報酬率	-0.511	0.216	5.569	0.018
X57	Sigma	2.815	1.251	5.067	0.024
	常數項	-0.920	0.551	2.791	0.095
χ^2 適合度檢定：χ^2＝432.119，p-value＜0.000，自由度＝9					

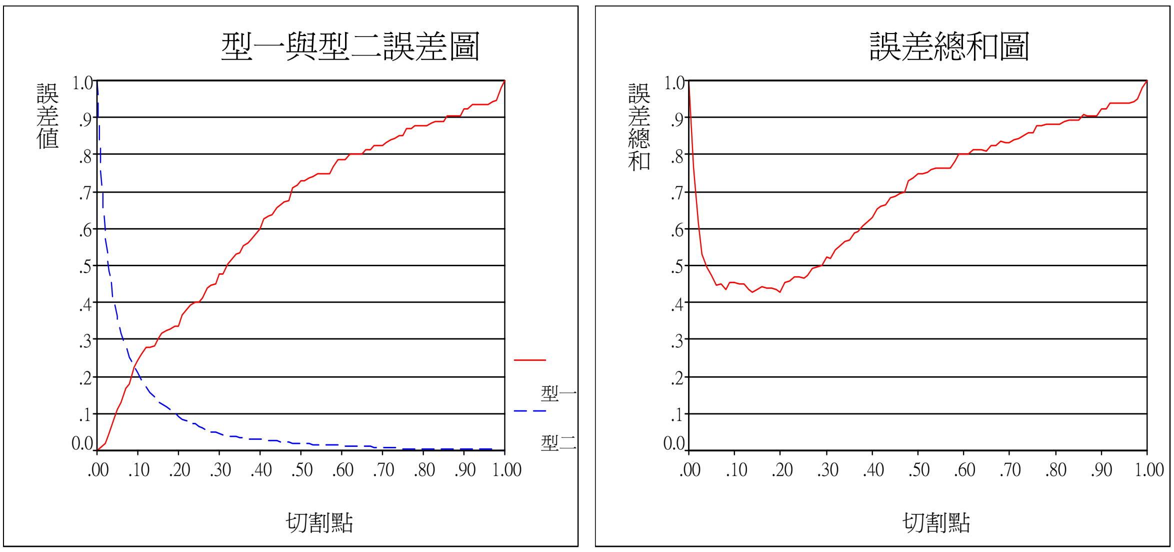
(表5.28) 利用式5.7估計的樣本內資料違約機率分配表

違約機率	正常公司數	正常公司比例	違約公司數	違約公司比例
0.9～1.0	15	0.0030	12	0.0774
0.8～0.9	7	0.0014	7	0.0452
0.7～0.8	15	0.0030	8	0.0516
0.6～0.7	31	0.0062	6	0.0387
0.5～0.6	30	0.0060	9	0.0581
0.4～0.5	49	0.0098	20	0.1290
0.3～0.4	79	0.0157	19	0.1226
0.2～0.3	233	0.0464	22	0.1419
0.1～0.2	590	0.1176	14	0.0903
0～0.1	3968	0.7909	38	0.2452

(表5.29) 利用式5.7估計的樣本外資料違約機率分配表

違約機率	正常公司數	正常公司比例	違約公司數	違約公司比例
0.9～1.0	0	0	2	0.1111
0.8～0.9	1	0.0012	1	0.0556
0.7～0.8	3	0.0036	3	0.1667
0.6～0.7	9	0.0107	0	0
0.5～0.6	11	0.0130	2	0.1111
0.4～0.5	14	0.0166	2	0.1111
0.3～0.4	23	0.0272	2	0.1111
0.2～0.3	58	0.0687	1	0.0556
0.1～0.2	122	0.1445	0	0
0～0.1	603	0.7145	5	0.2778

在得到樣本內資料的每個公司年度之違約機率值後，再利用 Ohlson(1980)的方式找尋最適切割點，使型一誤差率與型二誤差率總和達到最小值。圖 5.9 爲本模型的誤差圖。左圖爲型一誤差與型二誤差圖，右圖則是兩種誤差率的總和。經由分析可得到最適切割點爲 0.14529，如表 5.30 所示，此時樣本內資料的型一誤差率爲 0.2839，型二誤差率爲 0.1375，總分類誤差率則是 0.1411。利用此最適切割點來判別樣本外公司的狀況，若樣本外公司的違約機率值大於 0.14529 則判定爲違約公司，小於 0.14529 則判定爲正常公司，分析結果見 5.2.4 小節。



(註)右圖的誤差總和圖是將型一誤差率與型二誤差率加總所構成的曲線

(圖5.9) 離散時間危險模型(2)在不同切割點下的誤差圖

(表 5.30) 離散時間危險模型(2)之最適切割點

最適切割點：PD＝0.14529		
實際＼預測	0	1
0	4327	685
1	44	111
型一誤差＝0.2839，型二誤差＝0.1375，總分類誤差＝0.1411		

5.2.4 利用錯誤分類表比較不同統計模型的預測結果

將財務會計變數加上市場變數與 Lnage 變數後，我們依序得到 5.2.1 至 5.2.3 三個小節的統計模型，表 5.31 即為三個模型在樣本外的預測結果。對違約公司的預測，三個模型皆沒有差異，誤差率皆為 0.2778；對正常公司的預測則是以 MDA 模型(2)較準確，誤差率為 0.1351；總分類誤差則以 MDA 模型(2)的誤差率最小。至於在加入市場變數與 Lnage 變數後，經與表 5.17 的比較，吾人發現型一誤差率並沒有如預期的減少，MDA 模型(2)的型一誤差率甚至高於 MDA 模型(1)；Logit 模型(2)的型二誤差率亦高於 Logit 模型(1)，使得 Logit 模型在加入市場變數與 Lnage 變數後的總分類誤差率增加。但如同 5.1.4 小節所敘述，此判別方式有所缺失，模型間的比較沒有一個共同的基準點，預測結果會隨著最適切割點的選取不同而有所改變，故仍需利用 5.2.5 小節的 ROC 曲線與 AUC 值進行進一步的評析與比較。

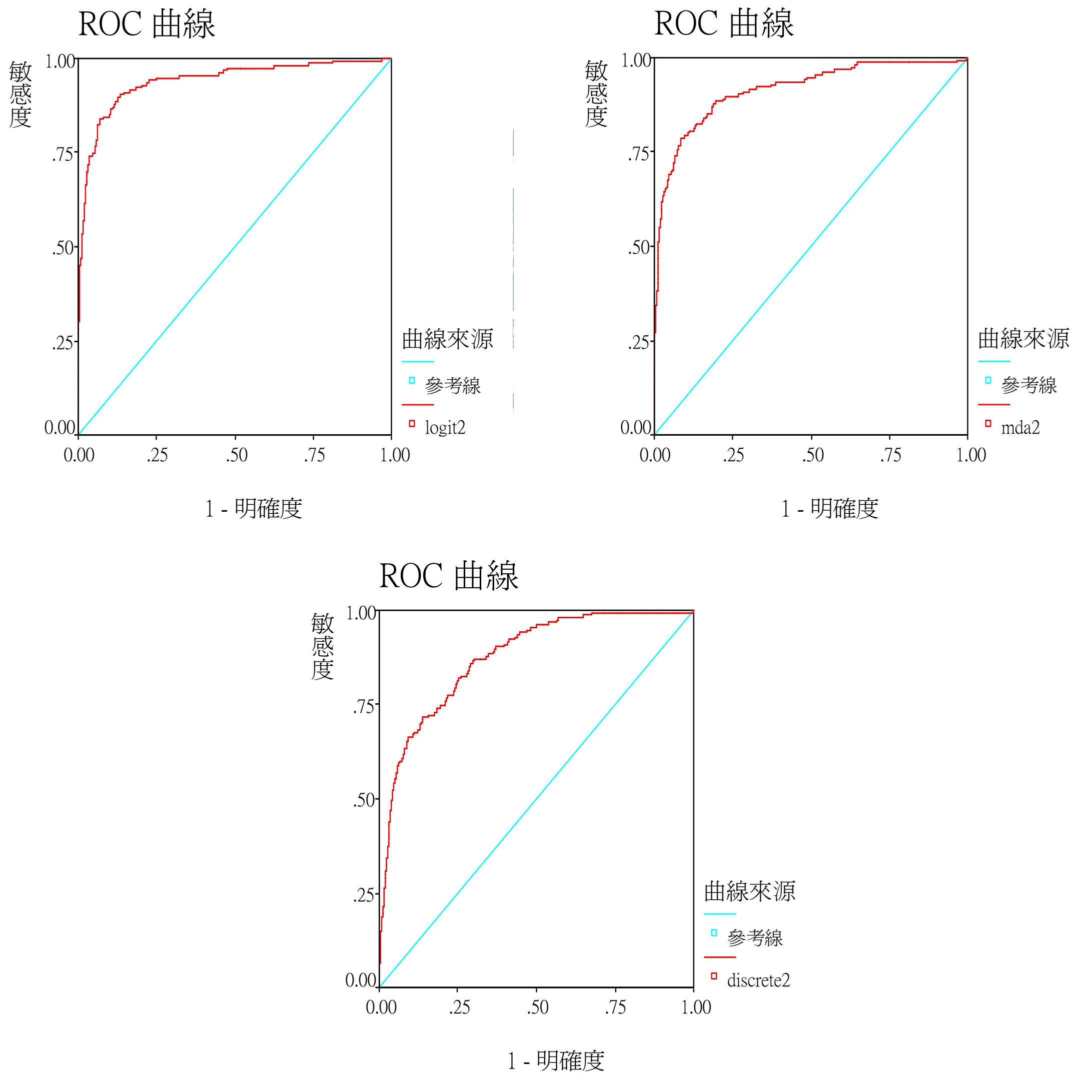
(表 5.31) 利用錯誤分類表在樣本外的比較

模型	最適切割點	型一誤差	型二誤差	總分類誤差
Logit 模型(2)	0.1504	0.2778 (5／18)	0.1552 (131／844)	0.1578 (136／862)
MDA 模型(2)	0.8560	0.2778 (5／18)	0.1351 (114／844)	0.1381 (119／862)
離散時間危險模型(2)	0.14529	0.2778 (5／18)	0.1955 (165／844)	0.1972 (170／862)

5.2.5 ROC 曲線與 AUC 值的分析

由於錯誤分類表在判別公司的違約與否時有其缺失，故吾人利用 ROC 曲線與 AUC 值的大小來評比模型的優劣。圖 5.10 與圖 5.11 分別是樣本內資料與樣本外資料的 ROC 曲線圖，如 5.1.5 小節所敘述的原因，故將三個模型的樣本內 ROC 曲線圖分開繪製，

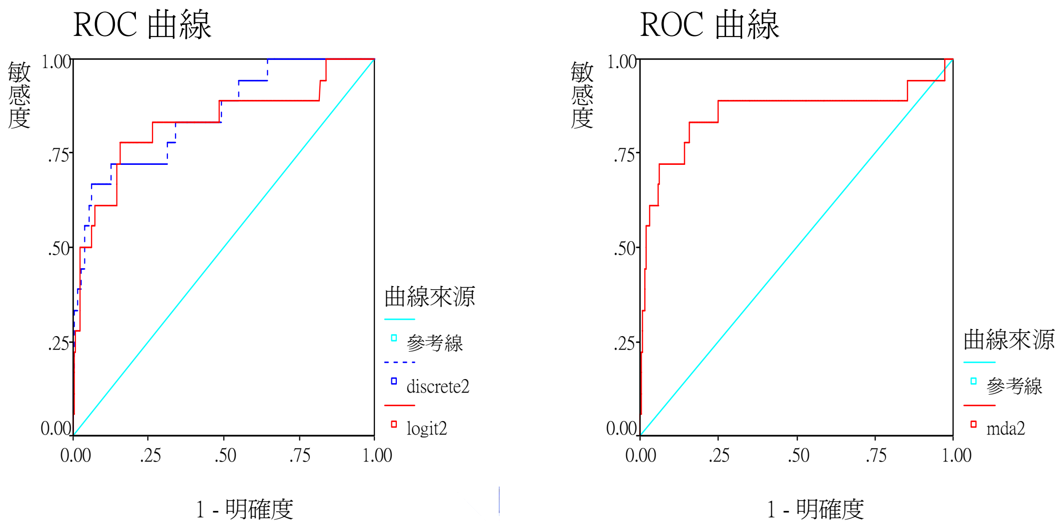
從表 5.32 可知以 Logit 模型(2)的 AUC 值最大，MDA 模型(2)次之，離散時間危險模型(2)的 AUC 值最小。表 5.33 則是三個統計模型在樣本外 AUC 值的比較，以 MDA 模型(2)的 AUC 值最大，亦即表示此模型的預測較爲準確。爲比較加入市場變數與 Lnage 變數前後的差異，吾人將 5.1.5 小節與 5.2.5 小節的結果整理於表 5.34。在加入市場變數與 Lnage 變數後，三個模型在樣本內資料的 AUC 值皆增加，表示加入市場變數與 Lnage 變數確實能使模型的區別能力提升；然而在樣本外公司的預測，離散時間危險模型的預測能力有些許增加，但 Logit 模型與 MDA 模型卻出乎意料的顯著下跌，這是否表示市場變數與 Lnage 變數的加入不但無法提升模型的預測能力，甚至會導致預測能力下跌？爲釐清這樣的疑慮，本研究遂於第三節中單獨使用市場變數進行模型的建構與預測，以期盼能夠更清楚地了解市場變數的影響程度。



(圖5.10) 財務會計變數加市場變數模型的樣本內ROC曲線圖

(表 5.32) 財務會計變數加市場變數模型的樣本內 AUC 值

模型	曲面下的面積	標準誤差	漸近顯著性
Logit 模型(2)	0.940	0.012	0.000
MDA 模型(2)	0.915	0.014	0.000
離散時間危險模型(2)	0.875	0.014	0.000



(圖5.11) 財務會計變數加市場變數模型的樣本外ROC曲線圖

(表 5.33) 財務會計變數加市場變數模型的樣本外 AUC 值

模型	曲面下的面積	標準誤差	漸近顯著性
Logit 模型(2)	0.828	0.062	0.000
MDA 模型(2)	0.855	0.066	0.000
離散時間危險模型(2)	0.850	0.050	0.000

(表 5.34) 統計模型於不同變數下的 AUC 值比較

資料	模型	模型(1)	模型(2)
樣本內	Logit 模型	0.932	0.940
	MDA 模型	0.911	0.915
	離散時間危險模型	0.863	0.875
樣本外	Logit 模型	0.852	0.828
	MDA 模型	0.864	0.855
	離散時間危險模型	0.849	0.850

第三節　市場變數模型

Chava 與 Jarrow(2001)為觀察市場變數的預測能力，單獨使用市場變數進行預測，其預測結果雖然不如財務會計變數加市場變數模型準確，但是卻優於僅使用財務會計變數模型。本節亦直接選取三個市場變數，即市值比重、超額報酬率與 Sigma 來進行模型的建構與預測，除觀察其預測能力外，也期望能找出在 5.2.5 小節中所提出的問題。

5.3.1 Logit 模型

利用三個市場變數所推導出的 Logit 模型如(式 5.8)：

$$p_i = \left[1 + exp(3.749 + 34.13X55 + 1.443X56 - 15.439X57)\right]^{-1} \quad (式 5.8)$$

表 5.35 為三個市場變數的係數顯著性檢定，市值比重為不顯著因子，超額報酬率與 Sigma 則都是顯著因子。係數的符號則都符合預期方向。利用(式 5.8)計算每間樣本公司的違約機率值，可得到表 5.36 與表 5.37。表 5.36 為樣本內資料的違約機率分配表，有 98.10%正常公司的違約機率值小於 0.5，此數值大於 5.1.1 小節 Logit 模型的 96.21%與 5.2.1 小節 Logit 模型的 97.21%；但卻只有 15.49%違約公司的違約機率值大於 0.5，此數值明顯小於前兩個 Logit 模型的 61.28%與 69.03%。表 5.37 則是樣本外資料的違約機率分配表，有 98.81%正常公司的違約機率值小於 0.5，顯著優於 5.1.1 小節 Logit 模型的 95.39%與 5.2.1 小節 Logit 模型的 95.26%；但令人訝異的是竟沒有任何一間違約公司的違約機率值大於 0.5。所以從這樣的結果看來，不論是樣本內資料或是樣本外資料，僅單獨使用市場變數雖然能較準確的區別與預測正常公司，但是在區別違約公司或是預測違約公司時似乎無法獲得準確的結果。

(表 5.35) Logit 模型(3)

變數	變數名稱	係數	標準差	卡方統計量	p-value
X55	市值比重	-34.130	30.740	1.233	0.267
X56	超額報酬率	-1.443	0.239	36.532	0.000
X57	Sigma	15.439	1.658	86.710	0.000
	常數項	-3.749	0.264	202.013	0.000
χ^2 適合度檢定：χ^2＝123.302，p-value＜0.000，自由度＝3					

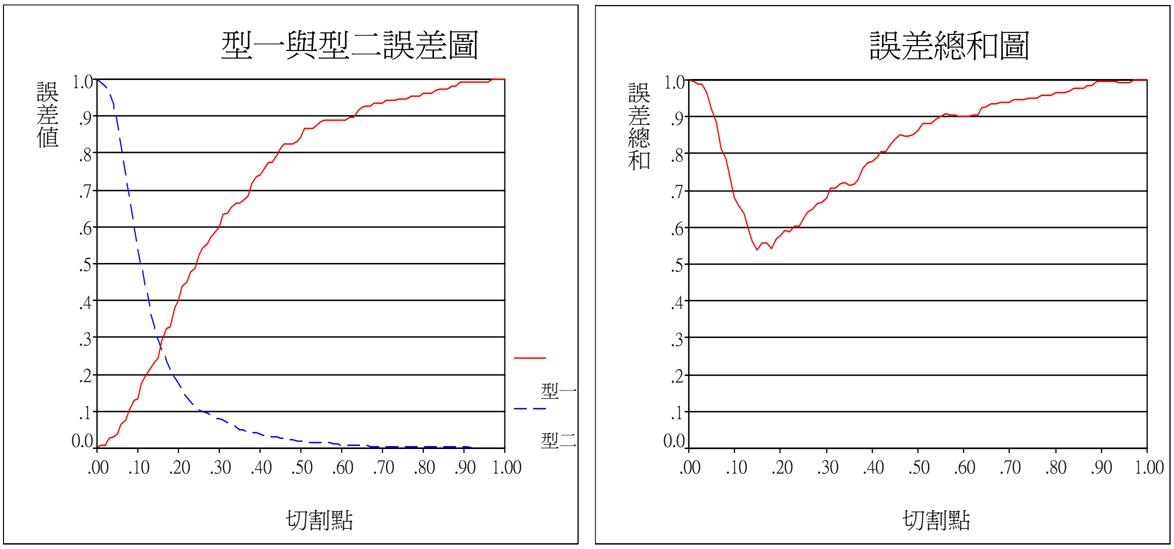
(表5.36) 利用式5.8估計的樣本內資料違約機率分配表

違約機率	正常公司數	正常公司比例	違約公司數	違約公司比例
0.9～1.0	2	0.0025	1	0.0064
0.8～0.9	0	0	5	0.0323
0.7～0.8	1	0.0013	4	0.0258
0.6～0.7	4	0.0051	7	0.0452
0.5～0.6	8	0.0101	7	0.0452
0.4～0.5	14	0.0177	16	0.1032
0.3～0.4	34	0.0430	22	0.1419
0.2～0.3	76	0.0961	31	0.2000
0.1～0.2	290	0.3666	41	0.2645
0～0.1	362	0.4576	21	0.1355

(表5.37) 利用式5.8估計的樣本外資料違約機率分配表

違約機率	正常公司數	正常公司比例	違約公司數	違約公司比例
0.9～1.0	1	0.0012	0	0
0.8～0.9	1	0.0012	0	0
0.7～0.8	2	0.0024	0	0
0.6～0.7	1	0.0012	0	0
0.5～0.6	5	0.0059	0	0
0.4～0.5	11	0.0130	4	0.2222
0.3～0.4	23	0.0272	1	0.0556
0.2～0.3	82	0.0972	2	0.1111
0.1～0.2	256	0.3033	8	0.4444
0～0.1	462	0.5474	3	0.1667

圖5.12為(式5.8)Logit模型的誤差圖。左圖的實線為型一誤差率，虛線為型二誤差率。右圖為型一誤差率與型二誤差率的總和，可看出介於0.1至0.2的區間可使誤差總和最小，表5.38為最後選取的最適切割點及其對應下的誤差率，最適切割點為0.1497，此時樣本內資料的型一誤差率為0.2387，型二誤差率為0.2908，總分類誤差率則是0.2822。樣本外資料的區別結果則於5.3.4小節中討論。



(註)右圖的誤差總和圖是將型一誤差率與型二誤差率加總所構成的曲線

(圖 5.12) Logit 模型(3)不同切割點的誤差圖

(表 5.38) Logit 模型(3)之最適切割點

最適切割點：PD＝0.1497		
實際 \ 預測	0	1
0	561	230
1	37	118
型一誤差＝0.2387，型二誤差＝0.2908，總分類誤差＝0.2822		

5.3.2 MDA 模型

利用市場變數的 MDA 模型為： $y = 2.179 + 9.933X55 + 1.194X56 - 18.02X57$

(式 5.9)

由表 5.24 可知三個市場變數的平均數在兩個群集皆呈現顯著差異，所以適合作為區別變數。下列的敘述則是決定模型係數的過程：

先利用(式 3.7)得到 $\lambda_{\max}$=0.158 ⇒ Wilks 統計量的數值為 0.863 ⇒ 代入(式 3.9)檢驗

$$\Rightarrow V = -\left[(n-1) - \frac{p+q}{2}\right] \cdot \ln(\Lambda) = -\left[(946-1) - \frac{3+2}{2}\right] \cdot \ln\left(\frac{1}{1+0.158}\right) = 138.581 > \chi^2_{3,0.001}$$

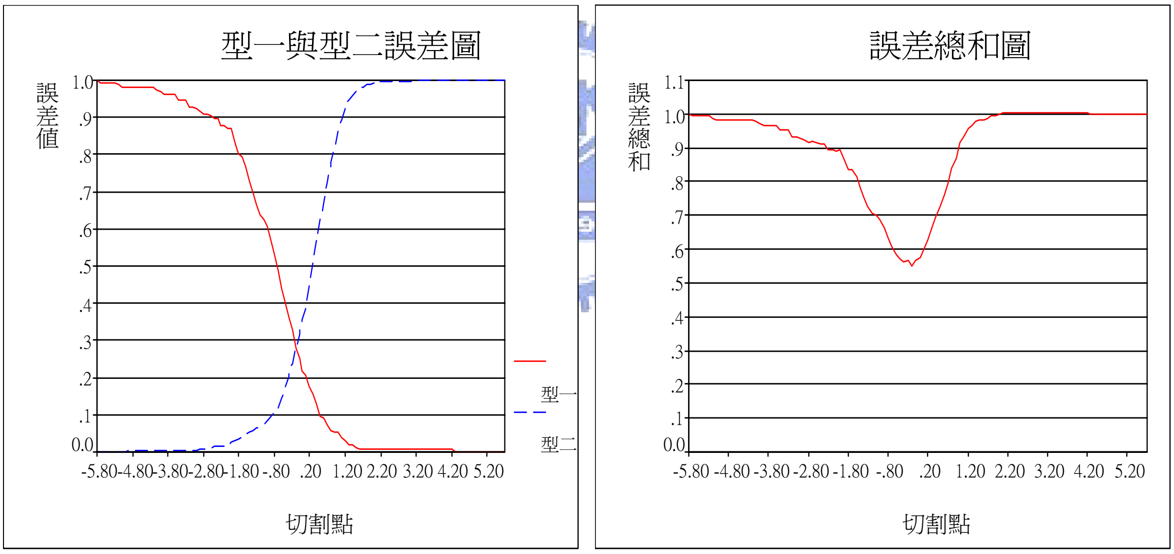
所以有足夠證據顯示 $\lambda_{\max}$ 不等於 0。將 $\lambda_{\max}$ 代入(式 3.8)即可找出(式 5.9)的特徵向量 b，即 MDA 模型的係數。接者依據(式 5.9)將每間樣本內公司的區別分數計算出來，可得到兩個群集的中心值，如表 5.39 所示。

(表 5.39) MDA 模型(3)的群集中心值

群集	y 的中心值
違約公司群集	-0.898
正常公司群集	0.176

從表 5.39 可知，正常公司群集的中心值比違約公司群集的中心值大，表示區別分數越大屬於正常公司的機率越高，這樣的結論與前兩個 MDA 模型一致。所以(式 5.9)的係數符號爲正表示發生違約的可能性越低，係數符號爲負表示發生違約的可能性越高，故三個市場變數的係數符號與預期方向相同。

得到每間公司的區別分數後，依據不同的切割點描繪出相對應的誤差值，結果如圖 5.13。最後得到的最適切割點爲－0.139，見表 5.40，此時的型一誤差率爲 0.2516，型二誤差率爲 0.2958，總分類誤差率則是 0.2886。「灰色地帶」爲(－5.4976，4.2026)。樣本外資料的結果於 5.3.4 小節中討論。



(註)右圖的誤差總和圖是將型一誤差率與型二誤差率加總所構成的曲線

(圖5.13) MDA模型(3)不同切割點的誤差圖

(表 5.40) MDA 模型(3)之最適切割點

最適切割點：y＝－0.1390		
實際 \ 預測	0	1
0	557	234
1	39	116
型一誤差＝0.2516，型二誤差＝0.2958，總分類誤差＝0.2886		

5.3.3 離散時間危險模型

先利用 Logit 模型估計危險函數，如(式 5.10)：

$$h_T(i)=\left[1+exp(4.536+117.529X55+1.479X56-8.134X57)\right]^{-1} \quad (式\ 5.10)$$

三個市場變數的係數符號皆符合預期方向，並由表 5.41 得知三個市場變數皆爲顯著因子。得到危險函數後，再依據危險函數與違約機率的關係得到每一個樣本內公司年度的違約機率值與樣本外公司的違約機率值，結果統整於表 5.42 與表 5.43。樣本內公司年度有 99.88%正常公司年度的違約機率值小於 0.5，顯著優於 5.1.3 小節的 97.96%與 5.2.3 小節的 98.04%，但卻只有 2.59%違約公司年度的違約機率值大於 0.5，較前兩節離散時間危險模型的 29.68%與 27.10%要減少許多；樣本外公司的預測亦是如此情形，雖然有高達 99.88%正常公司的違約機率值小於 0.5，但卻沒有任何一間違約公司的違約機率值大於 0.5，表示幾乎完全無法預測違約公司的發生。圖 5.14 爲不同切割點下的誤差圖，由右圖可看出誤差總和最小值介於 0.1 至 0.2 之間，最後的最適切割點爲 0.152378，見表 5.44，此時的型一誤差率爲 0.3613，型二誤差率爲 0.2609，總分類誤差則是 0.2639。至於樣本外公司的預測結果於 5.3.4 小節中討論。

(表 5.41) 離散時間危險模型(3)

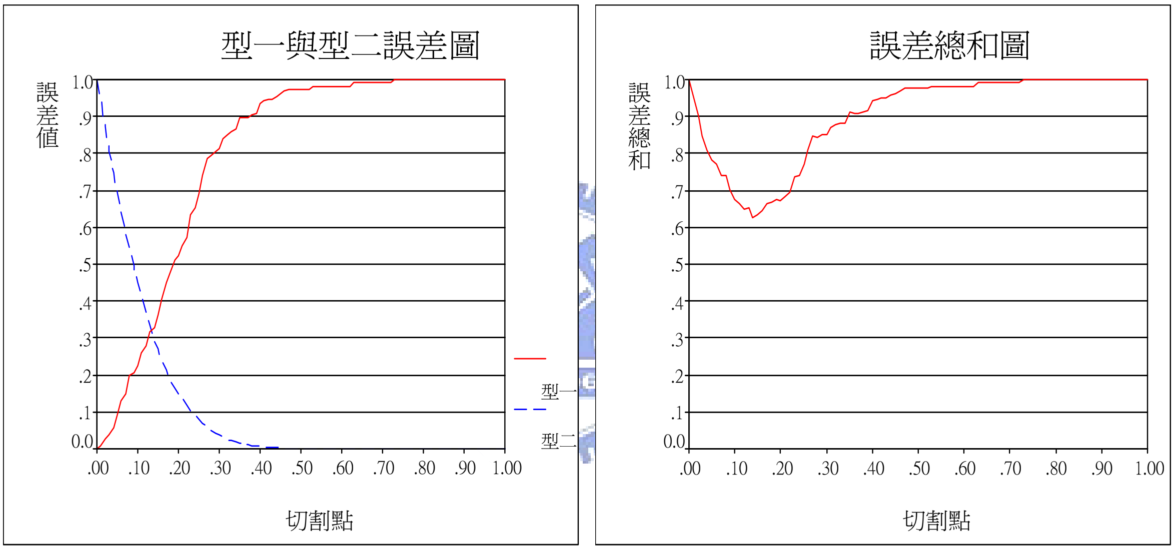
變數	變數名稱	係數	標準差	卡方統計量	p-value
X55	市值比重	-117.529	54.924	4.579	0.032
X56	超額報酬率	-1.479	0.210	49.466	0.000
X57	Sigma	8.134	0.941	74.735	0.000
	常數項	-4.536	0.192	555.756	0.000
χ^2 適合度檢定：χ^2＝113.113，p-value＜0.000，自由度＝3					

(表5.42) 利用式5.10估計的樣本內資料違約機率分配表

違約機率	正常公司數	正常公司比例	違約公司數	違約公司比例
0.9～1.0	0	0	0	0
0.8～0.9	0	0	0	0
0.7～0.8	3	0.0006	1	0.0065
0.6～0.7	0	0	2	0.0129
0.5～0.6	3	0.0006	1	0.0065
0.4～0.5	23	0.0046	6	0.0387
0.3～0.4	158	0.0315	19	0.1226
0.2～0.3	566	0.1128	45	0.2903
0.1～0.2	1507	0.3004	46	0.2967
0～0.1	2757	0.5495	35	0.2258

(表5.43) 利用式5.10估計的樣本外資料違約機率分配表

違約機率	正常公司數	正常公司比例	違約公司數	違約公司比例
0.9～1.0	0	0	0	0
0.8～0.9	0	0	0	0
0.7～0.8	1	0.0012	0	0
0.6～0.7	0	0	0	0
0.5～0.6	0	0	0	0
0.4～0.5	16	0.0190	0	0
0.3～0.4	56	0.0663	3	0.1667
0.2～0.3	159	0.1884	2	0.1111
0.1～0.2	277	0.3282	9	0.5000
0～0.1	335	0.3969	4	0.2222



(註)右圖的誤差總和圖是將型一誤差率與型二誤差率加總所構成的曲線

(圖5.14) 離散時間危險模型(3)在不同切割點下的誤差

(表 5.44) 離散時間危險模型(3)之最適切割點

最適切割點：PD＝0.152378		
實際＼預測	0	1
0	3708	1309
1	56	99
型一誤差＝0.3613，型二誤差＝0.2609，總分類誤差＝0.2639		

5.3.4 利用錯誤分類表比較不同統計模型的預測結果

三個利用市場變數的統計模型中，由表 5.45 可知，對正常公司的預測以 MDA 模型較準確，對違約公司的預測則是以 Logit 模型較為準確。在與表 5.17 與表 5.31 比較後也可以得知市場變數模型的預測能力顯然不如另外兩類變數的模型，不論是型一誤差率或是型二誤差率都相對地高出許多，縱然利用錯誤分類表有其缺失，但卻也可察覺單獨利用市場變數來預測公司是否會發生財務危機是不適當的。為再精確研判模型的優劣，故於下一小節中使用 ROC 曲線與 AUC 值綜合評比本研究的預警模型。

(表 5.45) 利用錯誤分類表在樣本外的比較

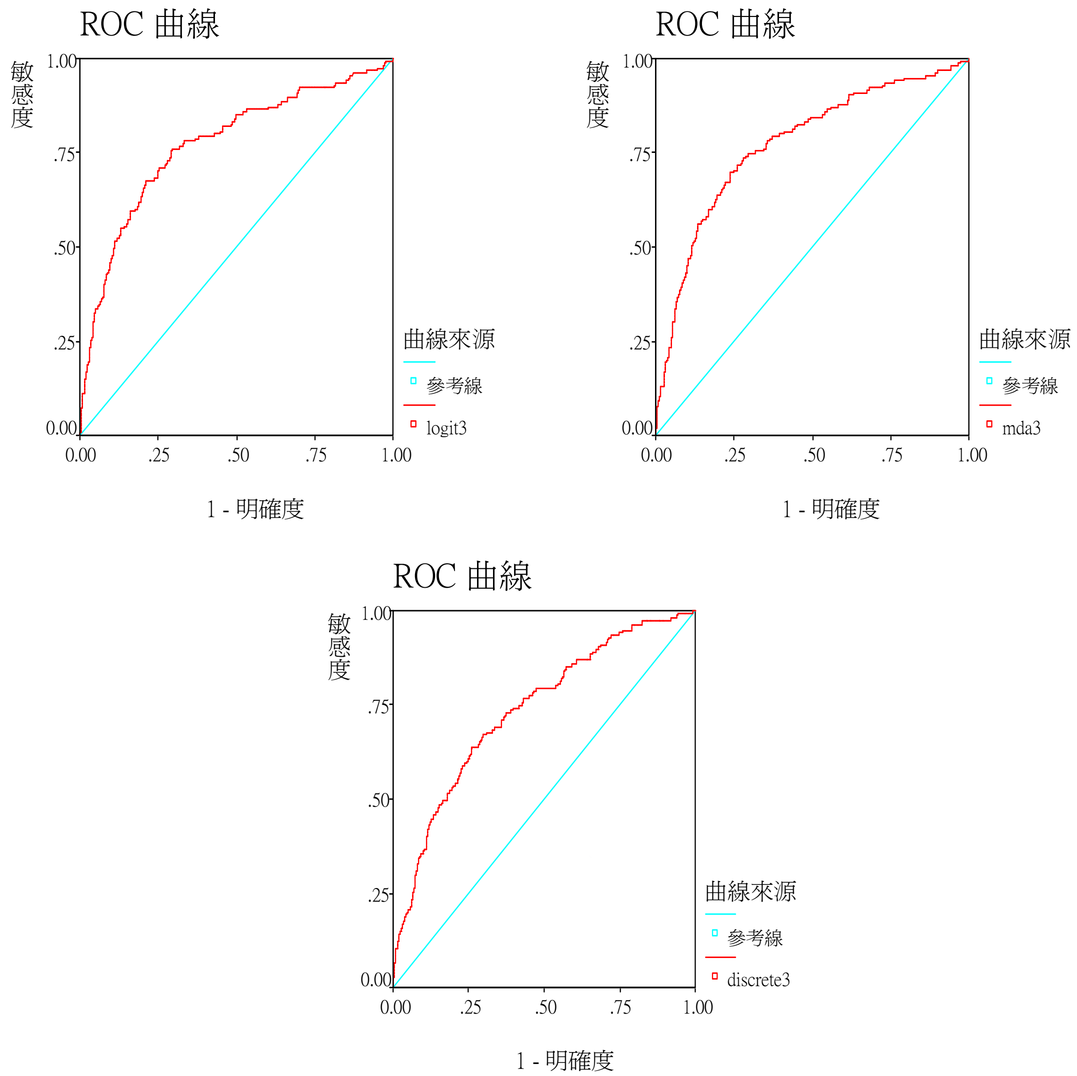
模型	最適切割點	型一誤差	型二誤差	總分類誤差
Logit 模型(3)	0.1497	0.3333 (6／18)	0.2370 (200／844)	0.2390 (206／862)
MDA 模型(3)	−0.139	0.5000 (9／18)	0.2228 (188／844)	0.2285 (197／862)
離散時間危險模型(3)	0.152378	0.5000 (9／18)	0.4230 (357／844)	0.4246 (366／862)

5.3.5 ROC 曲線與 AUC 值的分析

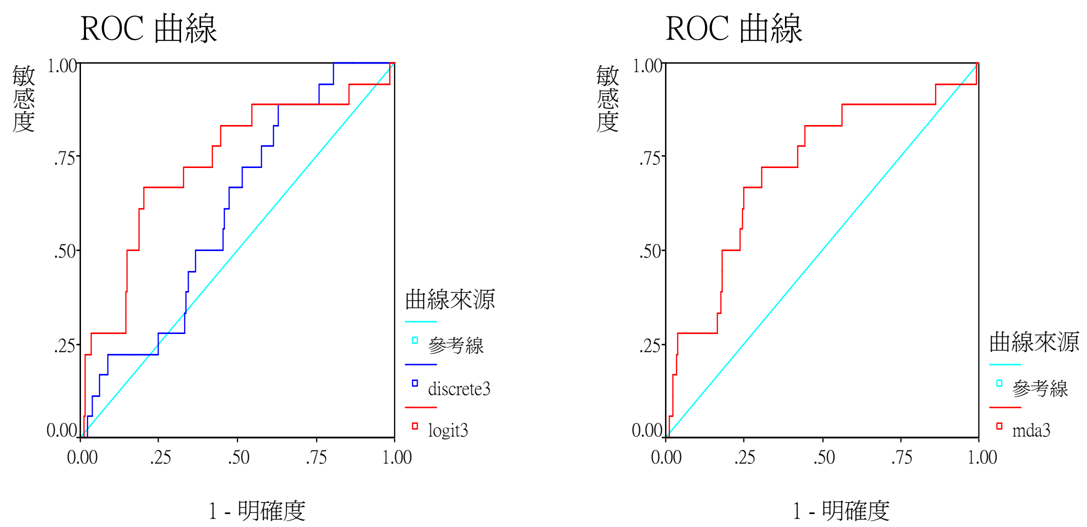
圖 5.15 與表 5.46 為僅利用市場變數的三個統計模型之樣本內資料 ROC 曲線與 AUC 值的大小，圖 5.16 與表 5.47 則是樣本外資料的 ROC 曲線與 AUC 值。樣本內資料的區別能力以 Logit 模型和 MDA 模型最佳，樣本外資料的預測能力則是以 Logit 模型最佳，離散時間危險模型的預測能力最差，其 AUC 值只有 0.604，漸近顯著性甚至是不顯著的。表 5.48 將前兩節的財務會計變數模型與財務會計變數加市場變數模型的樣本內資料與樣本外資料之 AUC 值與本節的市場變數模型作一比較。如同 5.3.4 小節的結論，僅利用市場變數作預測的三個統計模型，不論是樣本內資料或是樣本外資料，其 AUC 值皆比其他兩類變數模型要下跌許多。所以針對台灣的市場資料分析，若僅利用市場變數來建立財務危機預警模型似乎無法得到很好的區別能力與預測結果。

(表 5.46) 市場變數模型的樣本內 AUC 值

模型	曲面下的面積	標準誤差	漸近顯著性
Logit 模型(3)	0.772	0.023	0.000
MDA 模型(3)	0.773	0.022	0.000
離散時間危險模型(3)	0.735	0.021	0.000



(圖 5.15) 市場變數模型的樣本內 ROC 曲線圖



(圖5.16) 市場變數模型的樣本外ROC曲線圖

(表 5.47) 市場變數模型的樣本外 AUC 值

模型	曲面下的面積	標準誤差	漸近顯著性
Logit 模型(3)	0.731	0.066	0.001
MDA 模型(3)	0.714	0.065	0.002
離散時間危險模型(3)	0.604	0.056	0.129

(表 5.48) 統計模型於不同變數下的 AUC 值比較

資料	模型	模型(1)	模型(2)	模型(3)
樣本內	Logit 模型	0.932	0.940	0.772
	MDA 模型	0.911	0.915	0.773
	離散時間危險模型	0.863	0.875	0.735
樣本外	Logit 模型	0.852	0.828	0.731
	MDA 模型	0.864	0.855	0.714
	離散時間危險模型	0.849	0.850	0.604

第四節　Shumway 變數模型

Shumway(2001)在其文獻中嘗試許多不同變數組合建構離散時間危險模型，其中以淨收入／總資產、總負債／總資產、市值比重、超額報酬率與 Sigma 五個變數所組合成的模型預測準確度最高，有高達 87.5%破產公司的破產機率大於 0.8。所以本節將利用這五個變數進行模型的建構與預測。淨收入／總資產爲本研究的變數 X28，總負債／總資產爲變數 X12，其餘三個市場變數依序爲 X55、X56 與 X57。

5.4.1 Logit 模型

利用 Shumway 的五個變數所建構的 Logit 預測模型如(式 5.11)：

$$p_i = \left[1 + exp(7.185 - 7.297X12 + 19.699X28 + 0.579X55 + 0.686X56 - 12.181X57)\right]^{-1}$$

(式 5.11)

表 5.49 爲(式 5.11)五個變數的係數顯著性檢定。五個變數的係數符號皆符合預期方向，但變數 X55 在此模型中爲不顯著因子。表 5.50 與表 5.51 分別爲本模型的樣本內與樣本外資料之違約機率分配表。表 5.52 爲本研究四個 Logit 模型所計算出的樣本內與樣本外資料，其正常公司之違約機率小於 0.5 與違約公司之違約機率大於 0.5 的情形。本節的 Shumway 變數模型對樣本外財務危機公司之預測能力有顯著增加，十八間發生財務危機的公司中，有十二間公司的違約機率值大於 0.5，在本研究的四個 Logit 模型中預測最爲

準確，Shumway(2001)判斷模型的好壞即依據此標準，對樣本外破產公司的破產機率預測值大於 0.8 或 0.9 的比例越高表示模型預測越準確。

(表 5.49) Logit 模型(4)

變數	變數名稱	係數	標準差	卡方統計量	p-value
X12	總負債／總資產	7.297	0.925	62.168	0.000
X28	稅後損益／總資產	-19.699	2.913	45.734	0.000
X55	市值比重	-0.579	29.251	0.0004	0.984
X56	超額報酬率	-0.686	0.258	7.058	0.008
X57	Sigma	12.181	1.989	37.500	0.000
	常數項	-7.185	0.608	139.596	0.000
χ^2 適合度檢定：χ^2＝343.651，p-value＜0.000，自由度＝5					

(表5.50) 利用式5.11估計的樣本內資料違約機率分配表

違約機率	正常公司數	正常公司比例	違約公司數	違約公司比例
0.9～1.0	0	0	36	0.2323
0.8～0.9	2	0.0025	9	0.0581
0.7～0.8	4	0.0051	6	0.0387
0.6～0.7	10	0.0126	15	0.0968
0.5～0.6	7	0.0089	18	0.1161
0.4～0.5	7	0.0089	12	0.0774
0.3～0.4	26	0.0329	14	0.0903
0.2～0.3	39	0.0493	5	0.0323
0.1～0.2	119	0.1504	22	0.1419
0～0.1	577	0.7294	18	0.1161

(表5.51) 利用式5.11估計的樣本外資料違約機率分配表

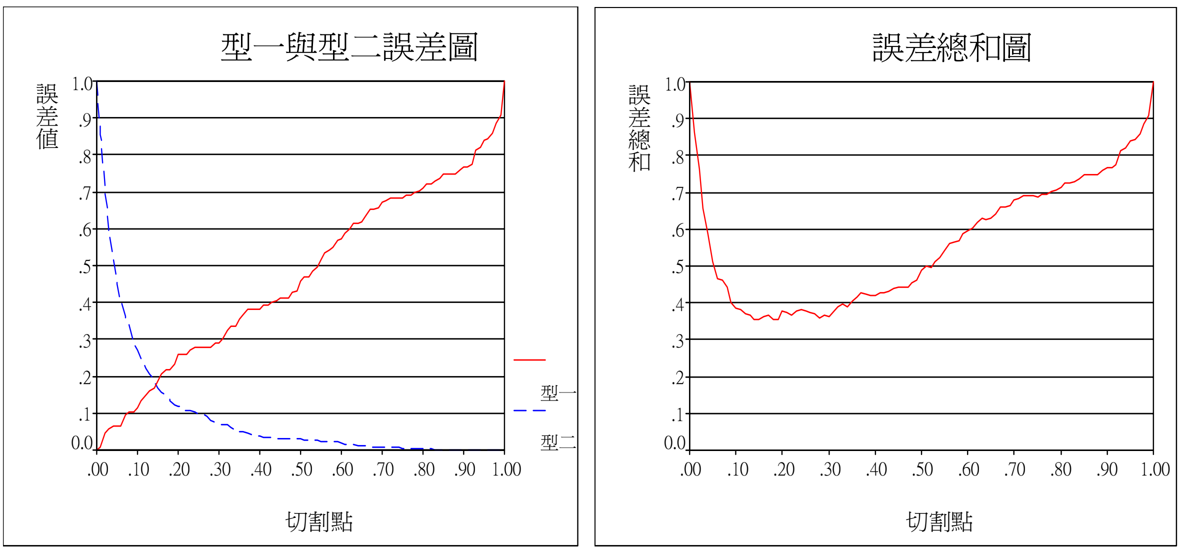
違約機率	正常公司數	正常公司比例	違約公司數	違約公司比例
0.9～1.0	11	0.0130	5	0.2777
0.8～0.9	14	0.0166	2	0.1111
0.7～0.8	10	0.0119	3	0.1666
0.6～0.7	8	0.0095	1	0.0556
0.5～0.6	6	0.0071	1	0.0556
0.4～0.5	12	0.0142	1	0.0556
0.3～0.4	34	0.0403	0	0
0.2～0.3	33	0.0391	2	0.1111
0.1～0.2	122	0.1445	1	0.0556
0～0.1	594	0.7038	2	0.1111

(表5.52) 本研究四個Logit模型的違約機率分配比較表(%)

資料	樣本內資料		樣本外資料	
狀況 / 模型	正常公司之違約機率小於0.5比例	違約公司之違約機率大於0.5比例	正常公司之違約機率小於0.5比例	違約公司之違約機率大於0.5比例
模型(1)	96.21	61.28	95.39	55.55
模型(2)	97.21	69.03	95.26	50
模型(3)	98.10	15.49	98.81	0
模型(4)	97.09	54.20	94.19	66.67

(註) 模型(1)爲財務會計變數模型，模型(2)爲財務會計變數加市場變數模型，模型(3)爲市場變數模型，模型(4)則爲Shumway變數模型。

得到每間公司的違約機率值後，將每個切割點對應下的誤差值描繪於圖 5.17，並在右圖中找出誤差總和最小的切割點，結果列於表 5.53。區別樣本內資料的最適切割點爲 0.147，此時的型一誤差率爲 0.1677，型二誤差率爲 0.1719，總分類誤差率則爲 0.1712。表 5.54 爲本研究所建立的四個 Logit 模型在其各自選取的最適切割點下所對應的誤差值。樣本內正常公司的區別能力以 Logit 模型(1)較爲準確，違約公司的區別能力則是以 Logit 模型(2)較準確，整個樣本內資料的區別能力則以 Logit 模型(1)最佳。從表 5.54 亦可發現僅利用市場變數建構的 Logit 模型(3)，不論是型一誤差率、型二誤差率或是總分類誤差率皆要比其他模型高出許多，所以僅利用市場變數建立財務危機預警模型似乎是不妥當的。本節的 Logit 模型(4)在樣本外資料的預測結果以 0.147 爲最適切割點，利用(式 5.11)計算出的違約機率值大於 0.147 則判定爲違約公司，小於 0.147 則判定爲正常公司，結果見 5.4.4 小節。



(註)右圖的誤差總和圖是將型一誤差率與型二誤差率加總所構成的曲線

(圖 5.17) Logit 模型(4)不同切割點的誤差圖

(表 5.53) Logit 模型(4)之最適切割點

最適切割點：PD＝0.1470		
實際 \ 預測	0	1
0	655	136
1	26	129
型一誤差＝0.1677，型二誤差＝0.1719，總分類誤差＝0.1712		

(表 5.54) 本研究四個 Logit 模型的最適切割點與誤差比較

模型	最適切割點	型一誤差率	型二誤差率	總分類誤差率
Logit 模型(1)	0.2040	0.1355	0.1037	0.1089
Logit 模型(2)	0.1504	0.0968	0.1327	0.1268
Logit 模型(3)	0.1497	0.2387	0.2908	0.2822
Logit 模型(4)	0.1470	0.1677	0.1719	0.1712

5.4.2 MDA 模型

利用 Shumway 的五個變數所建立的 MDA 區別模型如(式 5.12)：

$$y = 2.975 - 3.91X12 + 4.731X28 - 3.119X55 + 0.705X56 - 9.958X57 \qquad (式 5.12)$$

表 5.55 爲檢定(式 5.12)的五個變數在兩個群集中是否有顯著差異的結果，變數 X28 在前三節中皆未曾被選進預測模型，但從表 5.55 可知其 F 統計量相當顯著，代表兩個群集在此變數上有很大的差異性，故 X28 是適合作爲區別變數的。

(表 5.55) Shumway 變數模型之平均數差異性檢定

變數	正常公司群集的平均數(標準差)	違約公司群集的平均數(標準差)	F 統計量	p-value
X12	0.4134 (0.1431)	0.6036 (0.1600)	220.053	0.000
X28	0.0135 (0.0298)	-0.0903 (0.2194)	162.472	0.000
X55	0.0019 (0.0061)	0.0010 (0.0024)	3.042	0.081
X56	0.0054 (0.5467)	-0.1701 (0.5934)	12.972	0.000
X57	0.1125 (0.0521)	0.1600 (0.0761)	91.020	0.000

下列敘述爲決定模型係數的過程：

先利用(式 3.7)得到 $\lambda_{\max}$=0.459 ⇒ Wilks 統計量的數值爲 0.685 ⇒ 代入(式 3.9)檢驗

$$\Rightarrow V = -\left[(n-1) - \frac{p+q}{2}\right] \cdot \ln(\Lambda) = -\left[(946-1) - \frac{5+2}{2}\right] \cdot \ln\left(\frac{1}{1+0.459}\right) = 355.839 > \chi^2_{5,0.001}$$

所以有足夠證據顯示 $\lambda_{\max}$ 不等於 0。將 $\lambda_{\max}$ 代入(式 3.8)即可找出(式 5.12)的特徵向量 b，即 MDA 模型的係數。接者依據(式 5.12)將每間樣本內公司的區別分數計算出來，可得

到兩個群集的中心值，如表 5.56 所示。正常公司群集的中心值大於違約群集的中心值，表示區別分數越大，發生違約的機率就越低。所以(式 5.12)的係數符號爲正表示變數值越大，發生違約的機率越低；係數符號爲負則表示變數值越大，發生違約的機率越高。在(式 5.12)中，變數 X55 的係數符號與預期相反，與 5.2.2 和 5.3.2 小節的結論不一致。吾人先將變數 X55 保留，僅利用變數 X12、X28、X56 與 X57 對資料分析，得到的 Wilks 統計量亦爲 0.459，所以表示將變數 X55 加入模型中對預測能力並沒有太大幫助。表 5.57 爲(式 5.12)的結構矩陣，用以表示區別變數與標準化典型區別函數之間的組內相關，標準化典型區別函數就是將資料標準化後所得到的區別函數。從表 5.57 可知變數 X55 與區別函數的相關性最低，其數值對整體的區別分數已無太大影響，故其係數符號也就有可能會產生與預期相反的情形。

(表 5.56) MDA 模型(4)的群集中心值

群集	y 的中心值
違約公司群集	-1.529
正常公司群集	0.300

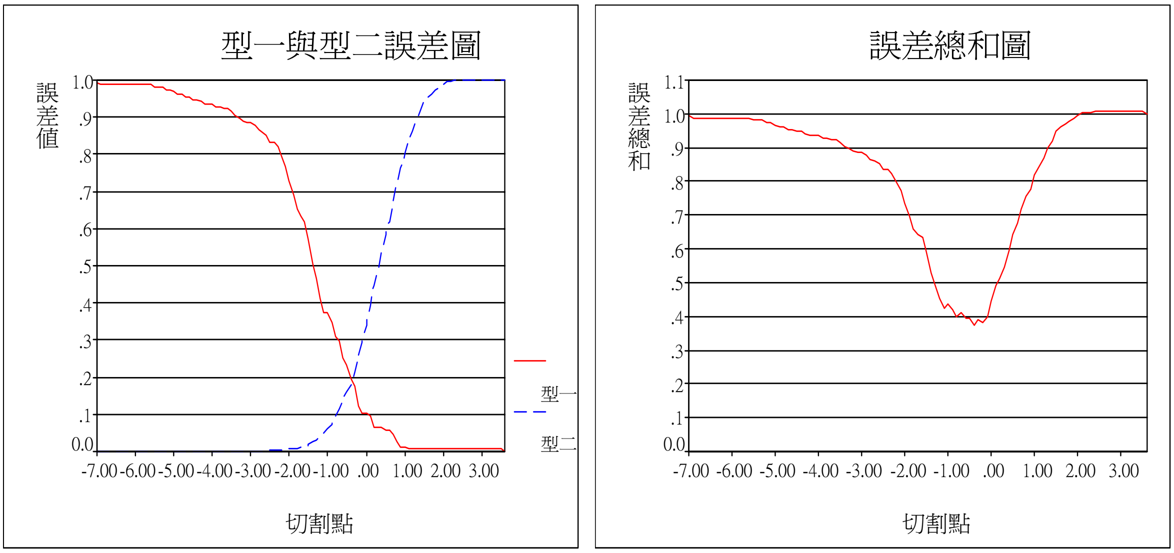
(表5.57) MDA模型(4)的結構矩陣

函數 \ 變數	X12	X28	X57	X56	X55
區別函數 y	0.712	－0.612	0.458	－0.173	－0.084

圖5.18爲MDA模型(4)的誤差圖，表5.58爲本模型找到的最適切割點下所形成的誤差值，最適切割點爲－0.414，「灰色地帶」爲(－2.7039，3.5666)。表5.59整理比較本研究四個MDA模型的最適切割點與誤差值，對樣本內資料的區別能力以MDA模型(2)較佳，其型二誤差率與總分類誤差率皆是最小。MDA模型(4)以－0.414作爲最適切割點來判別樣本外公司的結果於5.4.4小節中討論。

(表 5.58) MDA 模型(4)之最適切割點

最適切割點：y＝－0.414		
實際 \ 預測	0	1
0	653	138
1	30	125
型一誤差＝0.1936，型二誤差＝0.1745，總分類誤差＝0.1776		



(註)右圖的誤差總和圖是將型一誤差率與型二誤差率加總所構成的曲線

(圖5.18) MDA模型(4)不同切割點的誤差圖

(表 5.59) 本研究四個 MDA 模型的最適切割點與誤差比較

模型	最適切割點	型一誤差率	型二誤差率	總分類誤差率
MDA 模型(1)	2.4700	0.1484	0.1618	0.1596
MDA 模型(2)	0.8560	0.2129	0.0847	0.1057
MDA 模型(3)	－0.1390	0.2516	0.2958	0.2886
MDA 模型(4)	－0.4140	0.1936	0.1745	0.1776

5.4.3 離散時間危險模型

先利用 Logit 模型估計危險函數，如(式 5.13)：

$$h_T(i) = \left[1 + exp(7.664 - 6.98X12 + 12.668X28 + 33.477X55 + 0.709X56 - 4.06X57)\right]^{-1}$$

(式 5.13)

表 5.60 爲(式 5.13)五個變數的係數顯著性檢定結果，除變數 X55 外，其餘四個變數皆是顯著因子。係數的正負符號則都符合預期方向。得到危險函數後，再依據危險函數與違約機率的關係得到每一個樣本內公司年度的違約機率值與樣本外公司的違約機率值，結果列於表 5.61 與表 5.62。表 5.63 將本研究的四個離散時間危險模型所估計的違約機率分配表作一比較。由表 5.63 可發現本節的 Shumway 變數模型對樣本內正常公司年度或是違約公司年度的區別能力皆要優於模型(1)、模型(2)與模型(3)，至於樣本外公司的預測能力從資料上看來無太大差異，所以仍需利用 ROC 曲線與 AUC 值做較精準的比較，比較結果於 5.4.5 小節中討論之。

(表 5.60) 離散時間危險模型(4)

變數	變數名稱	係數	標準差	卡方統計量	p-value
X12	總負債／總資產	6.980	0.681	105.142	0.000
X28	稅後損益／總資產	-12.668	1.603	62.427	0.000
X55	市值比重	-33.477	38.877	0.741	0.389
X56	超額報酬率	-0.709	0.215	10.886	0.001
X57	Sigma	4.060	1.146	12.561	0.000
	常數項	-7.664	0.415	341.132	0.000
χ^2 適合度檢定：χ^2＝395.493，p-value＜0.000，自由度＝5					

(表5.61) 利用式5.13估計的樣本內資料違約機率分配表

違約機率	正常公司數	正常公司比例	違約公司數	違約公司比例
0.9～1.0	11	0.0022	14	0.0903
0.8～0.9	3	0.0006	3	0.0193
0.7～0.8	16	0.0032	8	0.0516
0.6～0.7	27	0.0054	13	0.0839
0.5～0.6	23	0.0046	9	0.0581
0.4～0.5	47	0.0094	13	0.0839
0.3～0.4	84	0.0167	21	0.1355
0.2～0.3	241	0.0480	16	0.1032
0.1～0.2	721	0.1437	27	0.1742
0～0.1	3844	0.7662	31	0.2000

(表5.62) 利用式5.13估計的樣本外資料違約機率分配表

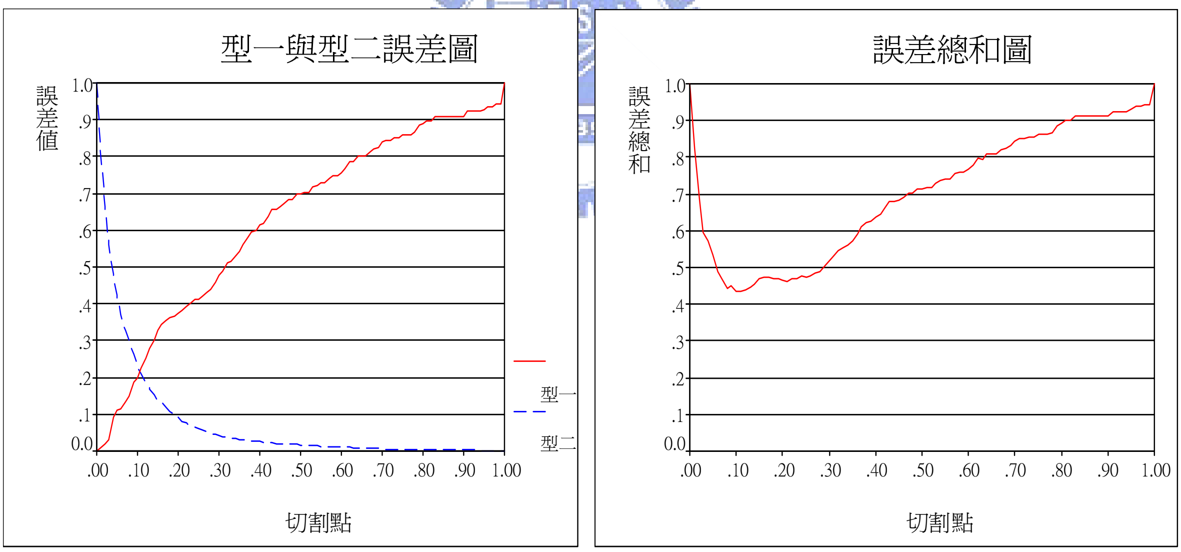
違約機率	正常公司數	正常公司比例	違約公司數	違約公司比例
0.9～1.0	1	0.0012	1	0.0556
0.8～0.9	1	0.0012	2	0.1111
0.7～0.8	6	0.0071	1	0.0556
0.6～0.7	7	0.0083	1	0.0556
0.5～0.6	7	0.0083	3	0.1666
0.4～0.5	18	0.0213	2	0.1111
0.3～0.4	25	0.0296	1	0.0556
0.2～0.3	72	0.0853	2	0.1111
0.1～0.2	156	0.1848	1	0.0556
0～0.1	551	0.6528	4	0.2222

(表5.63) 本研究四個離散時間危險模型的違約機率分配比較表(%)

資料	樣本內資料		樣本外資料	
狀況 / 模型	正常公司之違約機率小於0.5比例	違約公司之違約機率大於0.5比例	正常公司之違約機率小於0.5比例	違約公司之違約機率大於0.5比例
模型(1)	97.96	29.68	97.28	44.44
模型(2)	98.04	27.10	97.15	44.44
模型(3)	99.88	2.59	99.88	0
模型(4)	98.40	30.32	97.38	44.44

(註) 模型(1)為財務會計變數模型，模型(2)為財務會計變數加市場變數模型，模型(3)為市場變數模型，模型(4)則為 Shumway 變數模型。

圖5.19為離散時間危險模型(4)的誤差圖，經分析可得到最適切割點為0.10245，見表5.64。表5.65將本研究四個離散時間危險模型的最適切割點與對應下的誤差值做一比較。對正常公司的區別能力以模型(2)較佳，對違約公司的區別能力則是以模型(4)較佳，然而這是由於模型(4)選取的最適切割點較小而導致型一誤差率降低，若是增加模型(4)的最適切割點，則模型(4)的型一誤差率也就未必是最小了，這也正是之前章節討論錯誤分類表的缺失所在。模型(4)利用最適切割點判別樣本外公司的結果於5.4.4小節中討論。



(圖5.19) 離散時間危險模型(4)在不同切割點下的誤差圖

(表 5.64) 離散時間危險模型(4)之最適切割點

最適切割點：PD＝0.10245		
實際 \ 預測	0	1
0	3874	1143
1	31	124
型一誤差＝0.2，型二誤差＝0.2278，總分類誤差＝0.2270		

(表 5.65) 本研究四個離散時間危險模型的最適切割點與誤差比較

模型	最適切割點	型一誤差率	型二誤差率	總分類誤差率
離散時間危險模型(1)	0.1496	0.3097	0.1411	0.1462
離散時間危險模型(2)	0.14529	0.2839	0.1375	0.1411
離散時間危險模型(3)	0.152378	0.3613	0.2609	0.2639
離散時間危險模型(4)	0.10245	0.2000	0.2278	0.2270

5.4.4 利用錯誤分類表比較不同統計模型的預測結果

表 5.66 爲本節三個統計模型在樣本外公司的預測結果，以 MDA 模型的預測結果最佳，僅有兩間違約公司無法預測到其發生違約，預測正常公司的錯誤率亦是最低。表 5.67 將本研究十二個財務危機預警模型在樣本外的預測結果作一整理比較。十二個模型中，以 MDA 模型(4)對違約公司的預測以及 MDA 模型(2)對正常公司的預測最爲準確，整個樣本外公司的預測則是以 MDA 模型(2)最佳，總分類誤差率僅有 0.1381。

(表 5.66) 利用錯誤分類表在樣本外的比較

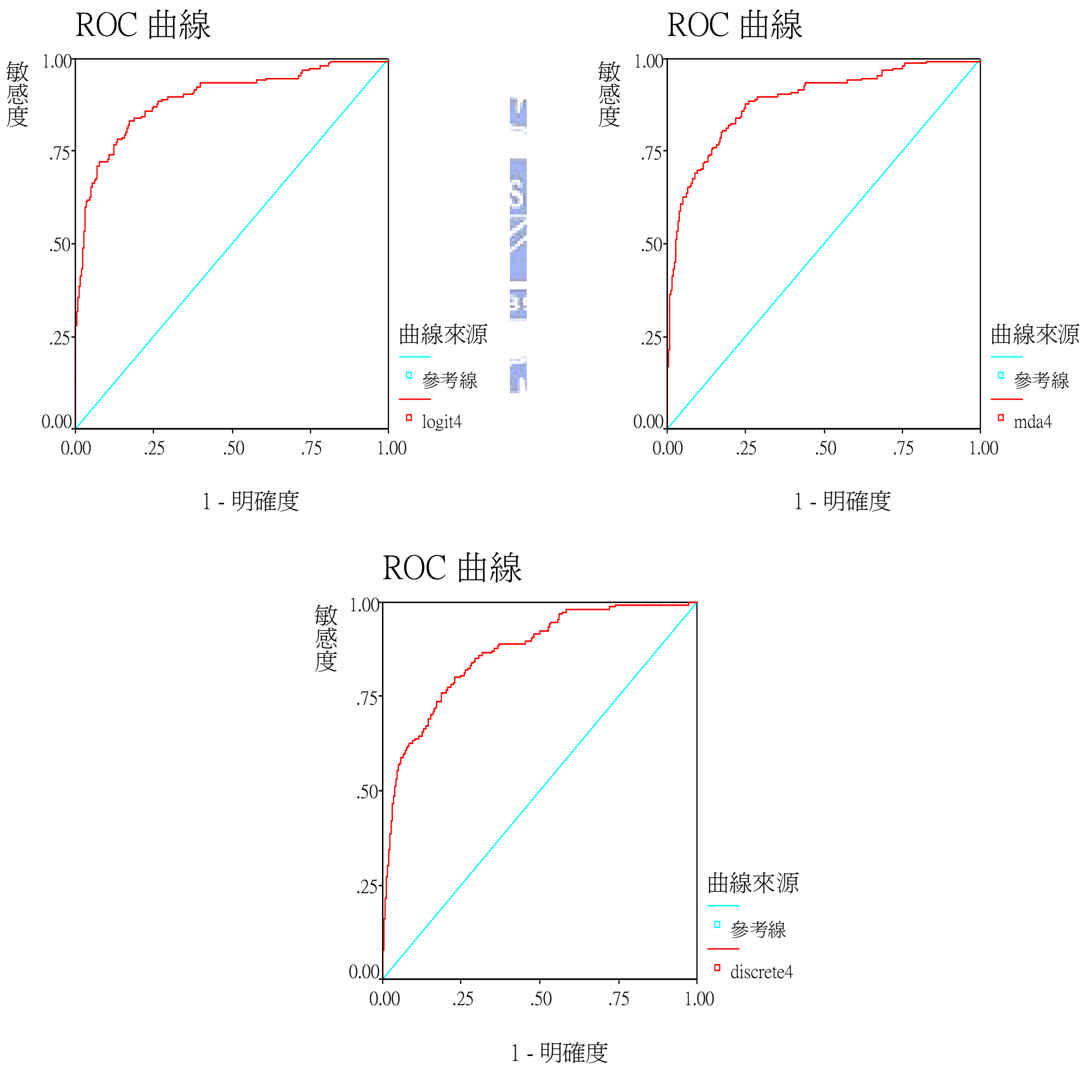
模型	最適切割點	型一誤差	型二誤差	總分類誤差
Logit 模型(4)	0.147	0.1667 (3／18)	0.2085 (176／844)	0.2077 (179／862)
MDA 模型(4)	－0.414	0.1111 (2／18)	0.1836 (155／844)	0.1821 (157／862)
離散時間危險模型(4)	0.10245	0.2222 (4／18)	0.3412 (288／844)	0.3387 (292／862)

(表 5.67) 十二個財務危機預警模型之樣本外預測結果

統計模型	類別變數	最適切割點	型一誤差	型二誤差	總分類誤差
Logit	模型(1)	0.2040	0.2778	0.1434	0.1462
	模型(2)	0.1504	0.2778	0.1552	0.1578
	模型(3)	0.1497	0.3333	0.2370	0.2390
	模型(4)	0.1470	0.1667	0.2085	0.2077
MDA	模型(1)	2.4700	0.1667	0.2370	0.2355
	模型(2)	0.8560	0.2778	0.1351	0.1381
	模型(3)	－0.1390	0.5000	0.2228	0.2285
	模型(4)	－0.4140	0.1111	0.1836	0.1821
離散時間危險模型	模型(1)	0.1496	0.2778	0.1955	0.1972
	模型(2)	0.14529	0.2778	0.1955	0.1972
	模型(3)	0.152378	0.5000	0.4230	0.4246
	模型(4)	0.10245	0.2222	0.3412	0.3387

5.4.5　ROC 分析

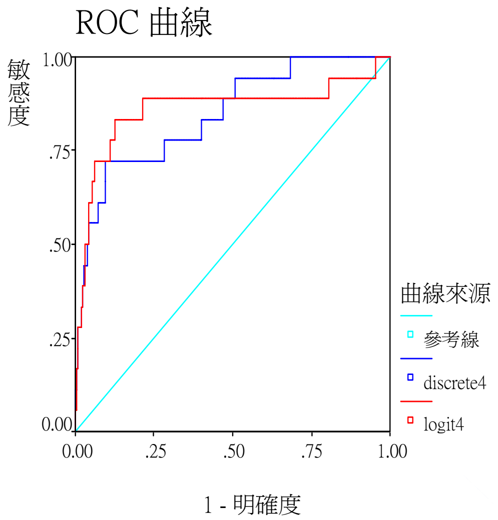
圖 5.20 與表 5.68 分別爲 Shumway 變數模型的樣本內資料之 ROC 曲線圖與 AUC 值，圖 5.21 與表 5.69 則是 Shumway 變數模型的樣本外資料之 ROC 曲線圖與 AUC 值。樣本內資料的區別能力以 Logit 模型最佳，其 AUC 值爲 0.893；樣本外資料的預測亦是 Logit 模型最佳，AUC 值爲 0.859。表 5.70 爲本研究十二個財務危機預警模型的樣本內與樣本外資料之 AUC 值的比較。樣本內資料的區別能力以 Logit 模型(2)最佳，其 AUC 值爲 0.94；樣本外資料的預測則是以 MDA 模型(1)最佳，其 AUC 值爲 0.864。綜合比較起來，扣除掉預警能力不佳的市場變數模型後，以剩餘的三類變數模型來衡量，樣本內資料的區別能力以 Logit 模型表現較佳，其 AUC 值的平均爲 0.922；樣本外資料的預測能力則以 MDA 模型較佳，其 AUC 值的平均爲 0.857。

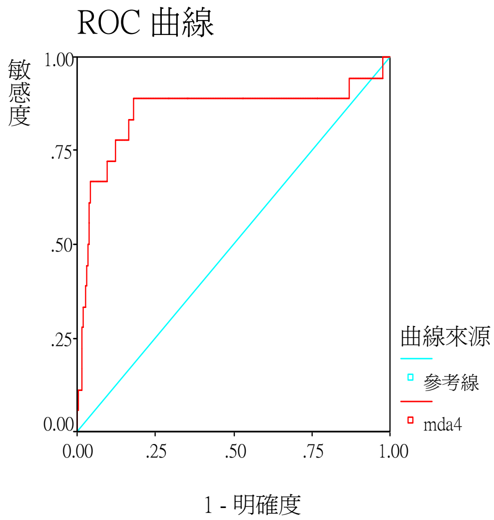


(圖 5.20) Shumway 變數模型的樣本內 ROC 曲線圖

(表 5.68) Shumway 變數模型的樣本內 AUC 值

模型	曲面下的面積	標準誤差	漸近顯著性
Logit 模型(4)	0.893	0.016	0.000
MDA 模型(4)	0.886	0.016	0.000
離散時間危險模型(4)	0.867	0.015	0.000





(圖 5.21) Shumway 變數模型的樣本外 ROC 曲線圖

(表 5.69) Shumway 變數模型的樣本外 AUC 值

模型	曲面下的面積	標準誤差	漸近顯著性
Logit 模型(4)	0.859	0.063	0.000
MDA 模型(4)	0.851	0.066	0.000
離散時間危險模型(4)	0.846	0.050	0.000

(表 5.70) 十二個財務危機預警模型的 AUC 值比較

資料	模型	模型(1)	模型(2)	模型(3)	模型(4)
樣本內	Logit 模型	0.932	0.940	0.772	0.893
	MDA 模型	0.911	0.915	0.773	0.886
	離散時間危險模型	0.863	0.875	0.735	0.867
樣本外	Logit 模型	0.852	0.828	0.731	0.859
	MDA 模型	0.864	0.855	0.714	0.851
	離散時間危險模型	0.849	0.850	0.604	0.846

第五節　預測能力的評比

上述四節的模型建構，經由機率分配表、錯誤分類表、ROC 曲線與 AUC 值的比較，可得知模型間的優劣。本節將針對模型的預測能力，即樣本外公司的判別結果作一比較。第一個小節先利用 EMC 的觀念分別比較 Logit 模型與離散時間危險模型在不同變數組合下的優劣，第二個小節則是比較十八間樣本外違約公司由各個模型所估計出的違約機率值與區別分數，藉以觀察模型的預測能力。

5.5.1 EMC 分析

根據(式 3.34)： $EMC = 0.17494 \times P(NB|B) \cdot C(NB|B) + 0.82506 \times P(B|NB) \cdot C(B|NB)$ ，吾人可得到 Logit 模型與離散時間危險模型在不同成本比之下的 EMC 值，如表 5.71 與表 5.72。EMC 數值有重要的經濟意涵，貸放金額給違約公司會使銀行或創投等以投資爲目的的公司產生呆帳的機率增加，提高公司的營運成本；相反的，沒有將現金貸放給正常營運的公司所產生的損失不過就是利息收入，未產生成本上的損失，所以一般會將型一誤差看的較爲重要。就模型上的意義來說，當然是以降低公司的營運風險爲首要考量，故加重型一誤差的權重是有理可據的，EMC 正好能解決這樣的問題。表 5.71 爲四個 Logit 模型的 EMC 值比較，當成本比爲 1、10 與 20 時，模型(3)的 EMC 值皆顯著的高於其他三個模型；當成本比爲 50 至 100 時，模型(3)的 EMC 值又顯著的小於其他三個模型，原因就在於其型一誤差率已變成 0，但其他三個模型仍未降至 0。然而，這並不表示模型(3)優於其他三個模型，縱然型一誤差率降至 0，但型二誤差率卻相當接近 1，這代表幾乎所有的正常公司都被模型(3)判定爲違約公司，換句話說，公司的資金將無法貸放出去，那公司要將如何營運下去？排除模型(3)後，吾人比較剩餘的三個 Logit 模型。當成本比爲 1、10、80、90 與 100 時，以模型(4)的 EMC 值最小；成本比爲 20 至 50 時，以模型(1)的 EMC 值最小；成本比爲 60 與 70 時，則以模型(2)的 EMC 值最小。在 EMC 值的衡量比較下，Logit 模型以模型(4)較佳。

表 5.72 爲離散時間危險模型的 EMC 值結果，模型(3)亦產生與 Logit 模型相同的問題，故將其排除，比較剩餘的三個模型。當成本比爲 10、30 至 80 與 100 時，以模型(1)的 EMC 值最小；成本比爲 1 與 20 時，以模型(4)的 EMC 值最小；成本比爲 90 時，則以模型(2)的 EMC 值最小。所以在 EMC 值比較之下，離散時間危險模型以模型(1)較佳。

不同統計模型間的比較，當成本比在 30 以上時，離散時間危險模型的 EMC 值皆小於 Logit 模型，所以在 EMC 值的衡量下，離散時間危險模型是要優於 Logit 模型。

5.5.2 十八間樣本外違約公司的預測情形

表 5.73 爲本研究十八間樣本外違約公司在不同模型下的預測值，電子產業即佔去三分之二。依據表 5.73 可以明確地找出模型預測的癥結。由於這十八間公司皆是違約公司，理論上利用模型計算其違約機率值應當要相當高，或是判別分數值要相當低，但從表 5.73 可明顯看出有幾間公司的違約機率值過低或是區別分數過高，導致模型的預測失準。例如，瑞智(4532)與力泰(5520)，不論是利用 Logit 模型或是離散時間危險模型，其違約機率值都相低，利用 MDA 模型得到的區別分數亦是相當高，也就是說冀望藉由模型來預測其會發生財務危機是相當困難的，關鍵因素就在於其違約事件爲掏空挪用，公司內部用五鬼搬運的方式將公司資金掏空，其公司所公佈的財務報表或是市場資訊當然無法反映出這樣的訊息，我們想利用模型預測其發生財務危機更可說是難上加難。除了上述兩間公司外，其餘十六間公司發生財務危機的原因爲重整、紓困財危、淨值爲負、跳票擠兌與繼續經營疑慮，利用本研究的十二個模型交互替補下，也似乎都能察覺其違約傾向。例如，銳普(6132)發生財務危機的原因爲跳票擠兌，利用 Logit 模型與離散時間危險模型計算出違約機率值似乎都過低，但利用 MDA 模型(4)得到的區別分數已經能夠看出其違約傾向。津津(1204)發生財務危機的原因爲繼續經營疑慮，利用 Logit 模型(4)與 MDA 模型(1.1)、模型(2)、模型(4)都能夠看出其違約傾向。所以交替使用財務危機預警模型不失爲一個良好的判別方法。

(表 5.71) 本研究四個 Logit 模型之 EMC 值

模型		模型(1)			模型(2)			模型(3)			模型(4)		
成本比	切割點	$P(NB\|B)$	$P(B\|NB)$	EMC	$P(NB\|B)$	$P(B\|NB)$	EMC	$P(NB\|B)$	$P(B\|NB)$	EMC	$P(NB\|B)$	$P(B\|NB)$	EMC
1	0.5000	0.4444	0.0462	0.1159	0.5000	0.0474	0.1266	1.0000	0.0118	0.1847	0.3333	0.0581	0.1062
10	0.0909	0.1667	0.2618	0.5076	0.2222	0.2038	0.5569	0.1667	0.5166	0.7178	0.1111	0.3175	0.4564
20	0.0476	0.1111	0.3863	0.7074	0.1667	0.2903	0.8226	0.1111	0.8365	1.0789	0.1111	0.4692	0.7759
30	0.0323	0.1111	0.4739	0.9742	0.1667	0.3495	1.1631	0.0556	0.9479	1.0736	0.1111	0.5699	1.0533
40	0.0244	0.1111	0.5308	1.2155	0.1667	0.4159	1.5094	0.0556	0.9834	1.2001	0.1111	0.6540	1.3171
50	0.0196	0.1111	0.5806	1.4509	0.1667	0.4550	1.8332	0.0000	0.9882	0.8153	0.1111	0.7133	1.5604
60	0.0164	0.1111	0.6209	1.6785	0.1111	0.4917	1.5720	0.0000	0.9882	0.8153	0.1111	0.7571	1.7909
70	0.0141	0.1111	0.6481	1.8954	0.1111	0.5095	1.7810	0.0000	0.9893	0.8163	0.1111	0.7891	2.0117
80	0.0123	0.1111	0.6742	2.1113	0.1111	0.5367	1.9979	0.0000	0.9917	0.8182	0.0556	0.8092	1.4452
90	0.0110	0.1111	0.6908	2.3193	0.1111	0.5592	2.2108	0.0000	0.9941	0.8202	0.0556	0.8329	1.5619
100	0.0099	0.1111	0.7073	2.5274	0.1111	0.5770	2.4198	0.0000	0.9953	0.8211	0.0556	0.8424	1.6669

(表 5.72) 本研究四個離散時間危險模型之 EMC 值

模型		模型(1)			模型(2)			模型(3)			模型(4)		
成本比	切割點	$P(NB\|B)$	$P(B\|NB)$	EMC	$P(NB\|B)$	$P(B\|NB)$	EMC	$P(NB\|B)$	$P(B\|NB)$	EMC	$P(NB\|B)$	$P(B\|NB)$	EMC
1	0.5000	0.5556	0.0273	0.1197	0.5556	0.0284	0.1207	1.0000	0.0012	0.1759	0.5556	0.0261	0.1187
10	0.0909	0.2222	0.3128	0.6468	0.2778	0.3104	0.7421	0.1667	0.6303	0.8116	0.2222	0.3720	0.6957
20	0.0476	0.1667	0.4834	0.9820	0.1667	0.4822	0.9810	0.0000	0.8152	0.6726	0.0556	0.5758	0.6695
30	0.0323	0.0556	0.5924	0.7803	0.0556	0.6031	0.7891	0.0000	0.8756	0.7224	0.0556	0.6694	0.8439
40	0.0244	0.0000	0.6600	0.5445	0.0000	0.6635	0.5474	0.0000	0.9064	0.7478	0.0000	0.7275	0.6002
50	0.0196	0.0000	0.7097	0.5856	0.0000	0.7227	0.5963	0.0000	0.9360	0.7723	0.0000	0.7820	0.6452
60	0.0164	0.0000	0.7512	0.6198	0.0000	0.7595	0.6266	0.0000	0.9502	0.7840	0.0000	0.8270	0.6823
70	0.0141	0.0000	0.7796	0.6432	0.0000	0.7879	0.6501	0.0000	0.9680	0.7987	0.0000	0.8531	0.7038
80	0.0123	0.0000	0.8069	0.6657	0.0000	0.8128	0.6706	0.0000	0.9787	0.8075	0.0000	0.8709	0.7185
90	0.0110	0.0000	0.8329	0.6872	0.0000	0.8294	0.6843	0.0000	0.9799	0.8084	0.0000	0.8780	0.7244
100	0.0099	0.0000	0.8460	0.6980	0.0000	0.8483	0.6999	0.0000	0.9834	0.8114	0.0000	0.8851	0.7302

(表 5.73) 十八間樣本外違約公司在不同模型下的違約機率值與區別分數

樣本外違約公司		統計模型											
		Logit 模型				MDA 模型				離散時間危險模型			
公司(代號)	產業別	模型(1)	模型(2)	模型(3)	模型(4)	模型(1)	模型(2)	模型(3)	模型(4)	模型(1)	模型(2)	模型(3)	模型(4)
津津(1204)	食品	0.1320	0.0170	0.1002	0.4897	1.5377	0.3918	0.3674	-0.8006	0.4119	0.3392	0.1782	0.2759
合發(1306)	塑膠	0.4525	0.1489	0.1045	0.2630	1.4044	0.3512	0.3990	-0.6812	0.1103	0.0907	0.0499	0.1264
大魯閣(1432)	紡織人纖	0.9825	0.9344	0.0855	0.7949	-0.8047	-1.4356	0.6145	-1.4858	0.9903	0.9771	0.3527	0.8684
佳和(1449)	紡織人纖	0.5494	0.6982	0.4304	0.6681	1.1986	-0.4627	-1.7731	-1.6730	0.3746	0.3734	0.3230	0.2768
和立(2479)	資訊電子	0.8703	0.8442	0.1679	0.8617	0.1329	-0.7550	-0.0955	-1.5370	0.4535	0.4450	0.1677	0.4314
瑞智(4532)	機電	0.0039	0.0017	0.0227	0.0044	3.9393	3.3387	1.8189	1.8600	0.0247	0.0266	0.0583	0.0308
得捷(5204)	資訊電子	0.8744	0.6732	0.1725	0.9794	-0.7285	-1.6185	-0.0319	-2.3020	0.7979	0.7709	0.1372	0.7636
祥裕電子(5301)	資訊電子	0.8614	0.6855	0.1967	0.7361	0.5260	-0.5513	-0.2945	-1.5170	0.5930	0.5945	0.3985	0.5166
九德(5321)	資訊電子	0.6040	0.6735	0.3510	0.8695	0.9294	-0.5883	-1.3048	-2.0083	0.5047	0.5189	0.2998	0.5501
磐英(5414)	資訊電子	0.4650	0.3467	0.1987	0.7904	1.2710	0.0950	-0.3883	-1.7147	0.4581	0.4473	0.2124	0.5052
力泰(5520)	營建	0.0064	0.0022	0.0454	0.0126	3.7434	2.8214	1.2562	1.2396	0.0358	0.0378	0.1253	0.0591
弘捷(6101)	資訊電子	0.2465	0.1687	0.1234	0.2963	1.9342	0.9013	0.1209	-0.4959	0.0834	0.0804	0.0902	0.0829
亞全(6130)	資訊電子	0.9297	0.9274	0.4643	0.9525	0.2772	-1.1222	-1.7523	-2.1523	0.7074	0.7474	0.1741	0.4375
銳普(6132)	資訊電子	0.0739	0.0585	0.2074	0.1422	2.6192	1.3830	-0.2916	-0.4189	0.0375	0.0463	0.1092	0.0668
新寶科(6137)	資訊電子	0.1399	0.1712	0.2013	0.5699	2.1981	0.9733	-0.3166	-1.4244	0.2085	0.2170	0.0955	0.3105
鴻源科(6162)	資訊電子	0.9237	0.9719	0.4828	0.9802	-0.1443	-1.7723	-2.0307	-3.0028	0.7011	0.7244	0.1437	0.6839
宇詮(6181)	資訊電子	0.8629	0.8918	0.4290	1.0000	-3.0783	-4.6715	-1.4595	-5.3786	0.9978	0.9965	0.1427	0.9987
享承(6241)	資訊電子	0.5544	0.3872	0.1743	0.9675	-0.1713	-1.0885	-0.0637	-2.3026	0.8065	0.8080	0.1761	0.8102

(註) 模型(1)代表使用變數爲財務會計變數，模型(2)代表使用變數爲財務會計變數加市場變數，模型(3)代表使用變數爲市場變數，模型(4)則是代表使用變數爲 Shumway 變數。

第六章　結論與建議

第一節　結論

早期文獻多利用 MDA 與 Logit 的方法建構財務危機預警模型，但由於僅為單期資料，無法與過去的資訊做連結，導致後續學者對這樣的靜態模型提出質疑，認為靜態模型無法隨著資訊的更動而改變其參數。Shumway(2001)提出利用離散時間危險模型建立財務危機預警模型將可改善這樣的缺失。本研究依據生物統計學中所使用到的倖存資料分析方法證明離散時間危險模型可將同一間公司過去的資訊納入每一個觀測年度的違約機率值當中，即成為動態模型。且當時間改變時，靜態模型必須將資料全部更新，但離散時間危險模型僅需增加資料即可，而非做資料的替換。所以就理論而言，離散時間危險模型的預測準度理當優於 MDA 與 Logit 等靜態模型，本研究亦證明之。

本研究取樣期間為西元 1986 年至 2004 年，1986 年至 2003 年為建立模型用的樣本內資料期間，2004 年則為驗證模型準確度的樣本外資料期間。研究樣本為台灣上市上櫃公司，其中樣本內公司有 946 間，樣本外公司則有 862 間。由於離散時間危險模型的建立需要公司過去的歷年資料，故從 TEJ 資料庫中擷取 946 間樣本內公司的歷年資料，共計有 5172 個樣本內觀測年度。研究變數則分為兩類，一類為財務會計變數，另一類則為市場變數。本研究將變數組合分為四類，分別為財務會計變數、財務會計變數加市場變數、市場變數與 Shumway 變數。

實證方面，由於本研究對財務會計變數直接採用逐步選取法選取顯著變數，故 Logit 模型、MDA 模型與離散時間危險模型的財務會計變數皆是顯著因子。除變數 X11 與 X49 的係數方向與預期相反外，其餘選進模型中的變數皆符合預期方向。市場變數則未經過逐步選取法，而是直接加入模型中，超額報酬率與 Sigma 在各個模型中皆為顯著因子，其係數符號也都符合預期方向；市值比重在各個模型中多為不顯著因子，甚至在 Shumway 變數組合下的 MDA 模型中產生與預期相反的係數符號。

利用變數組合的不同來評比各類模型在樣本內資料的區別能力[13]，以違約機率分配表的角度對 Logit 模型與離散時間危險模型分析，Logit 模型以財務會計變數加市場變

[13] 由於單獨使用市場變數建構模型的結果不佳，因此結論所討論的模型皆不考慮市場變數模型，僅比較其餘三種類別變數的組合。

數組合所產生的區別結果最佳，離散時間危險模型則是以 Shumway 變數組合最佳。以錯誤分類表的角度觀察，Logit 模型以財務會計變數組合的區別結果最佳，財務會計變數加市場變數組合次之；MDA 模型與離散時間危險模型則都是以財務會計變數加市場變數組合最佳。以 ROC 曲線與 AUC 值的角度觀察，三個統計模型皆是以財務會計變數加市場變數組合最佳。綜合以上結果，加入市場變數確實可提升模型的區別能力。

利用變數組合的不同來評比各類模型在樣本外資料的預測能力，以違約機率分配表的角度觀察，Logit 模型與離散時間危險模型皆是以 Shumway 變數組合的預測最佳。以錯誤分類表的角度觀察，三個統計模型皆是以 Shumway 變數組合對違約公司的預測最佳；對正常公司的預測，Logit 模型以財務會計變數組合較佳，MDA 模型以財務會計變數加市場變數組合較佳，離散時間危險模型則是以財務會計變數組合與財務會計變數加市場變數組合較佳。以 ROC 曲線與 AUC 值的角度觀察，Logit 模型以 Shumway 變數組合最佳，MDA 模型以財務會計變數組合較佳，離散時間危險模型則是以財務會計變數加市場變數組合較佳。以 EMC 值的角度對 Logit 模型與離散時間危險模型分析，Logit 模型以 Shumway 變數組合較佳，離散時間危險模型則是以財務會計變數組合較佳。綜合以上結果，加入市場變數可些許增加模型的預測能力，但並非顯著的增加。

利用統計模型的不同來評比各類變數組合在樣本內資料的區別能力，以違約機率分配表的角度對 Logit 模型與離散時間危險模型分析，財務會計變數組合、財務會計變數加市場變數組合與 Shumway 變數組合皆是以 Logit 模型較佳。以錯誤分類表的角度觀察，財務會計變數組合以 Logit 模型最佳，財務會計變數加市場變數組合以 MDA 模型最佳，Shumway 變數組合則是以 Logit 模型最佳。以 ROC 曲線與 AUC 值的角度觀察，三種變數組合皆以 Logit 模型的區別能力最佳。綜合以上結果，樣本內資料的區別能力以 Logit 模型較正確。

利用統計模型的不同來評比各類變數組合在樣本外資料的預測能力，以違約機率分配表的角度觀察，對正常公司的預測，三種變數組合皆以離散時間危險模型較 Logit 模型準確；對違約公司的預測則是 Logit 模型較離散時間危險模型準確。以錯誤分類表的角度觀察，財務會計變數組合以 Logit 模型較佳，財務會計變數加市場變數組合則是以 MDA 模型較佳，Shumway 變數組合則是以 MDA 模型較佳。以 ROC 曲線與 AUC 值的角度觀察，財務會計變數組合與財務會計變數加市場變數組合以 MDA 模型較佳，Shumway 變數組合則是以 Logit 模型較佳。以 EMC 值的角度觀察，三種變數組合皆以

離散時間危險模型優於 Logit 模型。綜合以上結果，離散時間危險模型的預測能力並沒有如預期顯著的優於 Logit 模型與 MDA 模型。

第二節　建議

本研究篩選財務會計變數乃直接採用逐步選取法，並未先經由因素分析法篩選之，因此選出的財務會計變數有可能會產生線性重合的問題。後續研究者可嘗試先利用因素分析法，從每一類的變數中萃取出解釋變異最多的變數，再將這些變數組合成另一組變數群進行模型的建構與預測。

此外，本研究的樣本外期間只取一年，導致樣本外的違約公司只有十八間，資料稍嫌不足。後續之研究可嘗試增加樣本外期間，將可增加樣本外資料的違約公司數。

再者，由於本研究定義爲「違約」公司，而非 Shumway 等文獻所定義的「破產」公司，違約公司未必會形成破產，甚至依舊繼續在市場上交易，導致違約公司的財務資料及市場訊息依舊呈現爲正常公司的情況，與破產公司所呈現的資訊有很大落差。後續之研究可縮小違約公司的定義，只擷取較爲嚴重的違約情形作爲違約樣本公司，也許將有助於模型區別能力與預測能力的提升。

參考文獻

Altman, E. I. 1968. Financial Ratios, Discriminant Analysis, and the Prediction of Corporate Bankruptcy. *Journal of Finance* 23:589-609.

Chava, S., Jarrow, R. A. 2001. Bankruptcy Prediction with Industry Effect, Market versus Accounting Variables, and Reduced From Credit Risk Models. *Unpublished master's thesis, Johnson Graduate School of Management, Cornell University*, *Ithaca, NY.*

Cox, D. R. and Oakes, D., 1984. Analysis of Survival Data (New York, Chapman & Hall).

Hopwood, W., McKeown, J. C. and Mutchler, J. F. 1994. A Reexamination of Auditor versus Model Accuracy within the Context of the Going-concern Opinion Decision. *Contemporary Accounting Research* 10:409-431.

Lau, Hing-Ling. 1987. A Five-State Financial Distress Prediction Model. *Journal of Accounting Research* 25:127-138.

Mensah, Y. M. 1984. An Examination of the Stationarity of Multivariate Bankruptcy Prediction Models: A Methodological Study. *Journal of Accounting Research* 22:380-395.

Ohlson, J. S. 1980. Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy. *Journal of Accounting Research* 19:109-131.

Queen, M, Roll. R. 1987. Firm Mortality: Using Market Indicators to Predict Survival. *Financial Analysts Journal* May-June:9-26.

Shumway, T. 2001. Forecasting Bankruptcy More Accurately: A Simple Hazard Model. *The Journal of Business* 74:101-124.

Theodossiou, P. T. 1993. Predicting Shifts in the Mean of a Multivariate Time Series Process: An Application in Predicting Business Failures. *Journal of the American Statistical Association* 88:441-449.

Wheelock, D. C, Wilson P.W. 2000. Why Do Banks Disappear? The Determinants of U.S. Bank Failures and Acquisitions. *The Review of Economics and Statistics* 82:127-138.

徐燕山，「財務管理」，六版，台北，東華書局，民國九十三年。

陳孟雅，「公司財務結構與違約機率之分析」，交通大學財務金融研究所，碩士論文，民國九十四年。

陳彥翰，「Logistic Discrete Hazard Model 在信用風險上之應用」，台灣大學會計學研究所，碩士論文，民國九十三年。

陳順宇，多變量分析，三版，台北，華泰書局，民國九十三年。

彭昭英、唐麗英，SAS 1-2-3，第四版，台北，儒林圖書有限公司，民國九十二年。

黃仁德、陳淑郁，信用風險衡量理論與實務，初版，台北，財團法人中華民國證券暨期貨市場發展基金會，民國九十四年。

黃瑞卿、魏曉琴、李招勝、李正福，「使用離散型倖存模式預測公司財務危機機率」，交通大學財務金融研究所研討論文，民國九十三年。

魏曉琴，「財務危機預警模型之研究－以台灣地區上市公司為例」，交通大學財務金融研究所，碩士論文，民國九十三年。

附錄一　兩期時間的離散時間危險模型之參數推導

假設只有兩期時間，在這兩期時間內，公司發生破產時，虛擬變數 $y_i = 1$，否則 $y_i = 0$；再假設一個非隨機變數 x_i，公司發生破產時，其數值爲 1，否則爲 0。根據這樣的假設可以得到非隨機變數 x_i 與公司破產機率的關係式：

$$Prob(y_{it} = 1) = \theta \cdot x_{it}$$

θ 爲離散時間危險模型所要估計的參數值，$\theta \cdot x_{it}$ 即爲破產機率估計值。經由這樣的定義，概似函數可以表示成

$$L_H = \prod_{i=1}^{n} \left\{ (\theta \cdot x_{i1})^{y_{i1}} [(1-\theta \cdot x_{i1})(\theta \cdot x_{i2})^{y_{i2}} (1-\theta \cdot x_{i2})^{1-y_{i2}}]^{1-y_{i1}} \right\} \qquad \text{(附錄式 1)}$$

(附錄式 1)的$(1-y_{i1})$次方是指只有在第一期沒有破產的公司在第二期的情況，函數裡的$(1-\theta \cdot x_{i1})$表示前後兩期的關係。將(附錄式 1)取自然對數：

$$\ln(L_H) = \sum_{i=1}^{n} \ln \left\{ (\theta \cdot x_{i1})^{y_{i1}} [(1-\theta \cdot x_{i1})(\theta \cdot x_{i2})^{y_{i2}} (1-\theta \cdot x_{i2})^{1-y_{i2}}]^{1-y_{i1}} \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ y_{i1} \cdot \ln(\theta \cdot x_{i1}) + (1-y_{i1}) \cdot \ln[(1-\theta \cdot x_{i1})(\theta \cdot x_{i2})^{y_{i2}} (1-\theta \cdot x_{i2})^{1-y_{i2}}] \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ y_{i1} \cdot \ln(\theta \cdot x_{i1}) + (1-y_{i1}) \cdot \left[\ln(1-\theta \cdot x_{i1}) + y_{i2} \cdot \ln(\theta \cdot x_{i2}) + (1-y_{i2}) \cdot \ln(1-\theta \cdot x_{i2}) \right] \right\}$$

將 $\ln(L_H)$對 θ 偏微分可得到最大化概似函數的一階條件：

$$\frac{\partial \ln L_H}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{y_{i1}}{\theta} + (1-y_{i1}) \cdot \left[\frac{-x_{i1}}{1-\theta \cdot x_{i1}} + \frac{y_{i2}}{\theta} - \frac{(1-y_{i2}) \cdot x_{i2}}{1-\theta \cdot x_{i2}} \right] \right\} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} \frac{y_{i1} + (1-y_{i1}) \cdot y_{i2}}{\theta} = \sum_{i=1}^{n} (1-y_{i1}) [\frac{x_{i1}}{1-\theta \cdot x_{i1}} + \frac{(1-y_{i2}) \cdot x_{i2}}{1-\theta \cdot x_{i2}}] \qquad \text{(附錄式 2)}$$

由於 x_{it} 和 y_{it} 的數值不是 1 就是 0，所以(附錄式 2)中的 $1-\theta \cdot x_{i1} = 1-\theta \cdot x_{i2}$。在此條件下，(附錄式 2)可以簡化成 $\sum_{i=1}^{n} \frac{y_{i1} + (1-y_{i1}) \cdot y_{i2}}{\theta} = \sum_{i=1}^{n} [\frac{x_{i1} \cdot (1-y_{i1}) + (1-y_{i1})(1-y_{i2}) \cdot x_{i2}}{1-\theta}]$

$$\Rightarrow (1-\theta) \cdot \sum_{i=1}^{n} [y_{i1} + (1-y_{i1}) \cdot y_{i2}] = \theta \cdot \sum_{i=1}^{n} [x_{i1} \cdot (1-y_{i1}) + (1-y_{i1})(1-y_{i2}) \cdot x_{i2}]$$

$$\Rightarrow \widehat{\theta_H} = \frac{\sum_{i=1}^{n}[y_{i1} + (1-y_{i1})\cdot y_{i2}]}{\sum_{i=1}^{n}[y_{i1} + (1-y_{i1})\cdot y_{i2} + x_{i1}\cdot(1-y_{i1}) + (1-y_{i1})(1-y_{i2})\cdot x_{i2}]} \qquad \text{(附錄式 3)}$$

由於 $y_{i1}=1$ 表示 i 公司在第一期發生破產，則此公司在第二期就不會存在，故可以得到 $\sum_{i=1}^{n}[y_{i1} + (1-y_{i1})\cdot y_{i2}] = \sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+y_{i2})$。當 $x_{i1}=1$ 時，y_{i1} 亦爲 1，所以可以再得到另一個關係式：$\sum_{i=1}^{n}x_{i1}\cdot y_{i1} = \sum_{i=1}^{n}x_{i1} = \sum_{i=1}^{n}y_{i1}$。又 $x_{i2}=1$ 表示 i 公司在第一期沒有發生破產，$y_{i1}=0$，則 $\sum_{i=1}^{n}[(1-y_{i1})\cdot(1-y_{i2})\cdot x_{i2}] = \sum_{i=1}^{n}[(1-y_{i2})\cdot x_{i2}] = \sum_{i=1}^{n}x_{i2} - \sum_{i=1}^{n}x_{i2}\cdot y_{i2} = \sum_{i=1}^{n}x_{i2} - \sum_{i=1}^{n}y_{i2} = \sum_{i=1}^{n}(x_{i2}-y_{i2})$ 。

將這些條件代入(附錄式 3)，則(附錄式 3)可以再簡化成 $\widehat{\theta_H} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+y_{i2})}{\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}+x_{i2})}$ 。

$$\Rightarrow E(\widehat{\theta_H}) = E[\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+y_{i2})}{\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}+x_{i2})}] = \frac{E[\sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+y_{i2})]}{\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}+x_{i2})} = \frac{\sum_{i=1}^{n}E(y_{i1}+y_{i2})}{\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}+x_{i2})} = \frac{\sum_{i=1}^{n}[E(y_{i1})+E(y_{i2})]}{\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}+x_{i2})}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(\theta\cdot x_{i1}+\theta\cdot x_{i2})}{\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}+x_{i2})} = \frac{\theta\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}+x_{i2})}{\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}+x_{i2})} = \theta \qquad \text{(附錄式 4)}$$

(附錄式 4)證明離散時間危險模型的參數估計值 $\widehat{\theta_H}$ 是參數 θ 的不偏估計量。接著 Shumway 說明 Logit 模型在兩期之下的參數估計值。Logit 模型爲靜態模型，對每一間公司來說都只提供模型一個觀察值。若公司在第一期違約，則其提供一個機率密度函數 $\theta\cdot x_{i1}$；若公司在第一期沒有違約，則此公司只提供在第二期的函數，且此函數與第一期沒有關聯，此機率密度函數爲 $(\theta\cdot x_{i2})^{y_{i2}}\cdot(1-\theta\cdot x_{i2})^{1-y_{i2}}$。所以 Logit 模型的概似函數可以寫成如(附錄式 5)的型式：

$$L_H = \prod_{i=1}^{n}\left\{(\theta\cdot x_{i1})^{y_{i1}}[(\theta\cdot x_{i2})^{y_{i2}}(1-\theta\cdot x_{i2})^{1-y_{i2}}]^{1-y_{i1}}\right\} \qquad \text{(附錄式 5)}$$

$$\Rightarrow \ln(L_H) = \sum_{i=1}^{n}\ln\left\{(\theta\cdot x_{i1})^{y_{i1}}[(\theta\cdot x_{i2})^{y_{i2}}(1-\theta\cdot x_{i2})^{1-y_{i2}}]^{1-y_{i1}}\right\}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\{y_{i1}\cdot\ln(\theta\cdot x_{i1})+(1-y_{i1})\cdot[y_{i2}\cdot\ln(\theta\cdot x_{i2})+(1-y_{i2})\cdot\ln(1-\theta\cdot x_{i2})]\}$$

$$\Rightarrow\frac{\partial\ln(L_H)}{\partial\theta}=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{y_{i1}}{\theta}+(1-y_{i1})\cdot[\frac{y_{i2}}{\theta}-\frac{x_{i2}\cdot(1-y_{i2})}{1-\theta\cdot x_{i2}}]\right\}=0$$

$$\Rightarrow\sum_{i=1}^{n}\frac{y_{i1}+(1-y_{i1})\cdot y_{i2}}{\theta}=\sum_{i=1}^{n}\frac{(1-y_{i1})\cdot(1-y_{i2})\cdot x_{i2}}{1-\theta\cdot x_{i2}}$$

$$\Rightarrow\sum_{i=1}^{n}\frac{y_{i1}+(1-y_{i1})\cdot y_{i2}}{\theta}=\sum_{i=1}^{n}\frac{(1-y_{i1})\cdot(1-y_{i2})\cdot x_{i2}}{1-\theta}\quad(\because x_{i2}=0\text{ or }1)$$

$$\Rightarrow\theta\cdot\left\{\sum_{i=1}^{n}[(1-y_{i1})\cdot(1-y_{i2})\cdot x_{i2}+y_{i1}+(1-y_{i1})\cdot y_{i2}]\right\}=\sum_{i=1}^{n}[y_{i1}+(1-y_{i1})\cdot y_{i2}]$$

$$\Rightarrow\widehat{\theta}_S=\frac{\sum_{i=1}^{n}[y_{i1}+(1-y_{i1})\cdot y_{i2}]}{\sum_{i=1}^{n}\{(1-y_{i1})\cdot(1-y_{i2})\cdot x_{i2}+[y_{i1}+(1-y_{i1})\cdot y_{i2}]\}}\qquad\text{(附錄式 6)}$$

與(附錄式 3)的條件相同，

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}[y_{i1}+(1-y_{i1})\cdot y_{i2}]=\sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+y_{i2})\\ \sum_{i=1}^{n}[(1-y_{i1})\cdot(1-y_{i2})\cdot x_{i2}]=\sum_{i=1}^{n}[(1-y_{i2})\cdot x_{i2}]=\sum_{i=1}^{n}x_{i2}-\sum_{i=1}^{n}x_{i2}\cdot y_{i2}=\sum_{i=1}^{n}x_{i2}-\sum_{i=1}^{n}y_{i2}=\sum_{i=1}^{n}(x_{i2}-y_{i2})\end{cases}$$

所以(附錄式 6)可以簡化成 $\widehat{\theta}_S=\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+y_{i2})}{\sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+x_{i2})}$。比較 $\widehat{\theta_H}$ 與 $\widehat{\theta_S}$ ，兩者的分子部分相同，但分母部份不相同，既然 $\widehat{\theta_H}$ 爲 θ 的不偏估計量，則 $\widehat{\theta_S}$ 必然不是 θ 的不偏估計量。$\widehat{\theta_S}$ 的偏誤可表示如下：

$$E(\widehat{\theta_S})-\theta=E(\widehat{\theta_S}-\theta)=E(\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+y_{i2})}{\sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+x_{i2})}-\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+y_{i2})}{\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}+x_{i2})})$$

$$=E(\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+y_{i2})\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}+x_{i2})-\sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+y_{i2})\cdot\sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+x_{i2})}{\sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+x_{i2})\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}+x_{i2})})$$

$$= E\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+y_{i2})\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}+y_{i1})}{\sum_{i=1}^{n}(y_{i1}+x_{i2})\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}+x_{i2})}\right) > 0 \qquad \text{(附錄式 7)}$$

由於(附錄式 7)恆爲正數，表示 Logit 模型的參數估計值有高估參數的情形。

附錄二　離散時間危險模型之違約機率值估算方式

底下以一實例說明本研究的離散時間危險模型之違約機率估計值的計算方式。以本研究的離散時間危險模型(1)爲例，由於將違約機率密度函數假設爲 Logistic 分配，故可得到危險函數爲一 Logit 機率分配。由式 5.4 得知危險函數爲：

$$h_T(t) = \frac{1}{1+e^{0.68+5.973X2+2.306X16+3.164X45+4.277X46-0.696X51}}$$

可利用此式估計出每一個公司年度的危險函數值。附錄表一爲台泥(1101)的實例說明。由附錄表一可知每一期的違約機率值皆產生關聯性，第 N 期的存活機率必是第 1 期至第 N 期皆沒有發生違約情事，故根據倖存機率的定義，第 N 期的存活機率爲第 1 期至第 N 期的 N 個 1－$h_T(t)$乘積，則第 N 期的違約機率值即爲 1－$\prod_{t=1}^{N}[1-h_T(t)]$ 。

(附錄表一) 台泥公司的離散時間危險模型(1)之違約機率值計算方式

年度	$h_T(t)$	倖存機率 $S_T(t)=\prod_{t=1}^{N}[1-h_T(t)]$	違約機率值
1992	0.00278	1－0.00278＝0.99722	0.00278
1993	0.00183	(1－0.00278)(1－0.00183)＝0.99540	0.00460
1994	0.00333	(1－0.00278)(1－0.00183) (1－0.00333)＝0.99208	0.00792
1995	0.00535	(1－0.00278)(1－0.00183) (1－0.00333)(1－0.00535)＝0.98677	0.01323
1996	0.00707	(1－0.00278)(1－0.00183) (1－0.00333)(1－0.00535)(1－0.00707)＝0.97980	0.02020
1997	0.01144	(1－0.00278)(1－0.00183) (1－0.00333)(1－0.00535)(1－0.00707)(1－0.01144)＝0.96859	0.03141
1998	0.01412	(1－0.00278)(1－0.00183) (1－0.00333)(1－0.00535)(1－0.00707)(1－0.01144)(1－0.01412)＝0.95491	0.04509
1999	0.01653	(1－0.00278)(1－0.00183) (1－0.00333)(1－0.00535)(1－0.00707)(1－0.01144)(1－0.01412)(1－0.01653)＝0.93913	0.06087
2000	0.0272	(1－0.00278)(1－0.00183) (1－0.00333)(1－0.00535)(1－0.00707)(1－0.01144)(1－0.01412)(1－0.01653)(1－0.0272)＝0.91358	0.08642
2001	0.02312	(1－0.00278)(1－0.00183) (1－0.00333)(1－0.00535)(1－0.00707)(1－0.01144)(1－0.01412)(1－0.01653)(1－0.0272)(1－0.02312)＝0.89246	0.10754
2002	0.01987	(1－0.00278)(1－0.00183) (1－0.00333)(1－0.00535)(1－0.00707)(1－0.01144)(1－0.01412)(1－0.01653)(1－0.0272)(1－0.02312)(1－0.01987)＝0.87473	0.12527
2003	0.01636	(1－0.00278)(1－0.00183) (1－0.00333)(1－0.00535)(1－0.00707)(1－0.01144)(1－0.01412)(1－0.01653)(1－0.0272)(1－0.02312)(1－0.01987)(1－0.01636)＝0.86042	0.13958
2004	0.01235	(1－0.00278)(1－0.00183) (1－0.00333)(1－0.00535)(1－0.00707)(1－0.01144)(1－0.01412)(1－0.01653)(1－0.0272)(1－0.02312)(1－0.01987)(1－0.01636)(1－0.01235)＝0.84979	0.15021