

國立交通大學

電機學院 電子與光電學程

碩士論文

無扇式 LED 背光板之熱計算-使用有限元素法

Thermal Computations for Fan-less LED Back-lighting Unit  
– Using Finite Element Method

研究生：林威任

指導教授：郭浩中 教授

中華民國九十六年五月

無扇式 LED 背光板之熱計算-使用有限元素法  
Thermal Computations for Fan-less LED Back-lighting Unit  
– Using Finite Element Method

研究生：林威任

Student：Wei-Jen Lin

指導教授：郭浩中

Advisor：Hao-Chung Kuo



A Thesis  
Submitted to College of Electrical and Computer Engineering  
National Chiao Tung University  
in partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master of Science  
in  
Electronics and Electro-Optical Engineering  
May 2007

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年五月

# 國立交通大學

## 論文口試委員會審定書

本校 電機學院碩士在職專班 電子與光電 組 林威任 君

所提論文：(中文) 無扇式 LED 背光板之熱計算-使用有限元素法  
(英文) Thermal Computations for Fan-less LED Back-lighting Unit  
- Using Finite Element Method

合於碩士資格水準、業經本委員會評審認可。

口試委員：

田仲豪

盧廷昌

郭浩中

黃建璋

指導教授：

郭浩中

班主任：

林威任

中華民國 96 年 5 月 16 日

學生：林威任

指導教授：郭浩中

國立交通大學 電機學院 電子與光電學程碩士班

## 摘要

本論文建立一組實驗用以評估一無扇式(也即意味著無雜訊及無功率之散熱處理法) LED 背光板的散熱問題，並用傳統熱傳理論瞭解 FEM 法模擬數據及實驗數據的差異原因。於在第一章中我們將概括討論現階段 LED 散熱技術，在第二章我們將推導在工程計算上的熱傳理論。熱傳公式及一些無單位數將被定義，並以無扇式 LED 背光板的應用來推導。邊界層理論，等溫、等熱流垂直板，等熱流非對稱之垂直兩平行板自由對流以及最佳及最大氣渠板距將被討論。

現今，藉由快速的計算機科技，使用電腦工具於有限元素法(FEM)的計算不再昂貴，實際的有限元素問題可能包含數萬甚至數百萬個元素及節點，因此常用現有的商業化套裝軟體來求解。簡要的有限元素法用於熱傳問題將於第三章中討論。一個用基本矩形元素溫度節點的手算勁度矩陣將被推導並與套裝軟體內建之相似元素做比較。

在第四章中，我們將建立一組實驗來量測並模擬在 LED-背光板板上的溫度分佈，單層板及氣渠結構的背光板將被建模。溫度相關之局部熱傳係數(半高處)在不同面及不同功率的值將被估算，並據以代入模擬模組，我們發現這樣的做法，實驗數據與模擬數據可以相當的接近，從低(100W)到高功率(400W)層流範圍及不同結構應用，另外，板的下方為自由對流流體的入口處，這個區域可被預期有較薄的邊界層厚度及較大的局部熱傳係數，然而在模擬過程並未被考慮，以至於觀察到實驗數據與模擬數據有稍大的誤差(仍在 20%以內)。於第五章中，我將對這些研究做總評及後續工作。

Thermal Computations for Fan-less LED Backlighting Unit-  
Using Finite Element Method

Student : Wei-Jen Lin

Advisors : Dr. Hao-Chung Kuo

Degree Program of Electrical and Computer Engineering  
National Chiao Tung University

ABSTRACT

The thesis setup a set of experiment to investigate the heat dissipation in a fan-less (which also refer to noise-free and power-free thermal management method) LED Back-lighting Unit (LED-BLU). The reason of deviation between FEM simulation data and experimental data will be understood by traditional heat transfer theorem. In chapter 1, we will generally discuss current LED thermal dissipation techniques. In chapter 2, heat transfer equations and some of dimensionless numbers will be defined and derived for LED-BLU application. Boundary layer theorem, isothermal and isoflux vertical plates, asymmetric isoflux vertical parallel plates of free convection, optimum and maximum channel space will be discussed.

Nowadays, with rapidly advancing computer technology, use of the computer as a tool in the Finite element method (FEM) is no more dispensable. Realistic finite element models might consist of up to tens of thousands, or even several millions of elements, nodes and therefore usually solved by using commercial software packages. A briefly finite element method using in heat transfer problem will be discussed in chapter 3. A hand calculated stiffness matrix by using basic rectangular element with nodal temperature will be derived and compared with similar built-in element of software package.

In chapter 4, we will setup a experiment to measure and to simulate the temperature distribution on the LED-BLU. The single sheet and air-duct structure BLU will be modeled. The temperature dependent local heat transfer coefficient at half height will be estimated for different surfaces and different powers, these values will then substitute into simulation model. By this way, we found most of experiment data can be very close to simulated data from lower (100W) to higher (400W) power in laminar flow range and in different structures application. On the other hand, the bottom area of the plate is considered as the entry area of free convection flow, so the thinner boundary layer thickness and higher local heat transfer coefficient can be expected in these area. However, it is not be considered and result in larger deviation was observed (within 20%). In chapter 5, I will make an overall comment on these study and the follow-up.

## Acknowledgement

The work was supported by the Semiconductor Laser Technology Laboratory of Institute of Electro-optical Engineering in National Chiao-Tung University (NCTU) Taiwan and Amkor Technology Taiwan Ltd. The author would like to thank his teacher, Prof. Hao-Chung Kuo, and Dr. Ya-Hsien Chang for both the opportunity in joining the research group and examples of wisdom.

## 誌 謝

本論文是在交通大學光電工程系半導體技術實驗室及台灣艾克爾科技公司的協助下完成，特別感謝郭浩中老師的因材施教及張亞銜博士在實例上的指導及啟發，使我獲益匪淺；在交大三年的時間，其除了於單調的上班生活外注入刺激元素以減緩老化之外，利用網路與最新的科技接軌，是我在十年前所無法得到的研究經驗；感謝父母的一路支持；感謝在學期間內人王敬惠對於大大小小家事的安排，使我得以無後顧之憂；感謝我的主管同意我的在職進修，讓我得以不用留職停薪來取得學位；感謝與我同部門的同事，如果因為我的進修而相對增加了他們的負擔，在此一併致歉與致謝。一向拙於言詞，該感謝的人實在太多，如果不是某些人在某些時候神奇的出現，這篇論文是不可能順利完成的，謝謝他們。

## 目錄

中文摘要	i
中文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
圖目錄	vi
表目錄	viii
符號	ix
第一章：LED 及 LED-背光板技術發展趨勢	1
1.1 LED 技術發展趨勢	1
1.1.1 LED 失效模式	2
1.1.2 LED 失效前平均時間(MTTF)	2
1.1.3 LED 接面溫度 (Junction Temperature)	3
1.2 現存高功率 LED 構裝及散熱技術概觀	4
1.2.1 矽氧樹脂封裝材料	4
1.2.2 LED 晶片接合(Chip Bonding)	5
1.2.3 晶圓鍵合(Wafer Bonding)	9
1.2.4 表面糙化與晶粒外觀改變	10
1.2.5 磷光粉散佈	11
1.2.6 陶瓷材料	11
1.2.7 熱導管裝置	12
1.2.8 垂直結構金屬基板 LED	13
1.3 LED-背光板技術發展趨勢	13
1.3.1 背光板組裝分類	14
1.3.2 大尺寸背光板之散熱方式	15
第二章：LED-背光板的散熱計算	16
2.1 基本熱傳方程式	16
2.2 熱阻規格	16
2.3 自由對流的無因次式	17
2.4 參考雷諾數與格拉雪夫數	18
2.5 沿垂直平板之自由對流邊界層理論	19
2.6 等溫及等熱流表面之關聯實驗式	24
2.7 垂直平行板(氣渠結構)之自由對流關聯實驗式	24
第三章 有限元素法的熱傳計算	27
3.1 數值方法概觀	27
3.2 有限元素法勁度矩陣及負載向量	27

3.3 座標變換	28
3.4 二維矩形元素的形成	29
3.5 手算有限元素法之熱傳問題	35
第四章 LED-背光板的散熱實驗與模擬	41
4.1 實驗及模擬	41
4.2 手算結果	42
4.2.1 最大輻射熱傳係數	43
4.2.2 氣渠結構中的最佳與最大板距	43
4.2.3 最大瑞里數，局部納塞數及 Elenbaas 數	43
4.2.4 對流熱傳係數估算	45
4.3 實驗結果及模擬結果	48
4.4 討論	54
4.4.1 對實驗結果	54
4.4.2 對模擬結果	54
第五章 結論	55
參考資料	56
附錄一	58



## 圖目錄

圖 1.1 晶片面積與量子效率之關係	4
圖 1.2 LuxeonR 系列產品封裝使用矽氧樹脂	5
圖 1.3 打線接合(圖左)與覆晶接合(圖右)示意圖。	6
圖 1.4 光學顯微鏡對 LuxeonR Star - 1W & 5W 剖面圖	7
圖 1.5 光學顯微鏡對 LuxeonR Star - 1W 上視圖	7
圖 1.6 LuxeonR Star - 1W X 射線圖	7
圖 1.7 電子顯微鏡對 LuxeonR Star - 1W 剖面圖	8
圖 1.8 光學顯微鏡對 DoradoR green 側視(左上)、上視(右上)、下視(左下)及剖面圖(右下)	8
圖 1.9 電子顯微鏡對 DoradoR green 之剖面圖	9
圖 1.10 DoradoR red 之光學顯微鏡上視圖(圖左)及能量光譜儀之元素分析(圖右)	9
圖 1.11 mini-DoradoR 之晶粒形狀用以提昇汲光效率	10
圖 1.12 磷光粉散佈示意圖	11
圖 1.13 Lamina 低溫燒結陶瓷金屬基板	12
圖 1.14 NeoPac 之 NeoBulb 封裝	12
圖 1.15 SemiLED 之垂直結構金屬基板元件	13
圖 1.16 LED-背光板零組件	14
圖 1.17 LED 背光源主要的三種形式	15
圖 1.18 LED 背光板之散熱路徑	15
圖 2.1 運用熱阻觀念於垂直面上,熱空氣到冷空氣的熱傳導與熱輻射路徑為並聯	17
圖 2.2 根據 Boussinesq 逼近之垂直平板自由對流邊界層及速度曲線發展	19
圖 2.3 自由對流空氣沿垂直平板的速度及溫度曲線。	22
圖 2.4 展開中的自由對流垂直平行板速度曲線(左)及溫度曲線(右)	25
圖 3.1 一般形式的勁度矩陣組合	28
圖 3.2 不同的座標系統。整體座標,局部座標及自然座標	28
圖 3.3 以 4 矩形元素及 9 節點網格化熱傳問題。	35
圖 3.4 有限元素法,不同逼近方式比較	40
圖 4.1 實際建構單層板結構圖	41
圖 4.2 實際建構之氣渠結構圖	41
圖 4.3 單層板結構之 CAD 模型	41
圖 4.4 氣渠結構之 CAD 模型	41
圖 4.5 鎳鉻絲佈局	41

圖 4.6 實驗之量測點標識	42
圖 4.7 模型之量測點標識	42
圖 4.8 變壓器，電源供應器，三用電錶	42
圖 4.9 熱耦記錄器	42
圖 4.10 L/2 處,溫度相關之對流熱傳係數 (氣渠結構)	47
圖 4.11 L/2 處,溫度相關之對流熱傳係數 (單層板結構)	48
圖 4.12 有限體積法解之收斂(左圖)及網格 (右圖)	49
圖 4.13 有限體積法解之熱流分析	49
圖 4.14 熱流之等溫線及等速線(傾斜角度視圖)	49
圖 4.15 氣渠結構之網格化(正視及背視圖)	50
圖 4.16 模擬模型之表面負載設定{400W，上圖:單層板結構；下圖 ：氣渠結構}	50
圖 4.17 單層板結構十五點結果	52
圖 4.18 氣渠結構十五點結果	53
圖 4.19 在 300W 的單層板結構中，模擬結果顯示，三分之一的區域 板溫將超過 80C (紅色區域) 意味有三分之一的 LED 將有受 損的危險	53
圖 4.20 在 400W 的氣渠結構中，模擬結果顯示，所有區域勉強可維 持在 80C 以下,溫度分佈亦較均勻	54



## 表目錄

表 3.1 元素及其節點之關係	36
表 3.2 有限元素法，不同逼近方式比較	40
表 4.1 常用鋁板之 emissivity - $\varepsilon$ -	43
表 4.2 400W， $x=L$ ，手算結果(單層板結構)	44
表 4.3 400W， $x=L$ ，手算結果(氣渠結構)	45
表 4.4 局部對流熱傳係數的計算 (單層板結構)	46
表 4.5 局部對流熱傳係數的計算 (氣渠結構)	47
表 4.6 實驗結果	51
表 4.7 模擬結果	51
表 4.8 誤差結果 {誤差=(模擬結果/實驗結果) - 1}}，紅字為 > 15% 藍字表: 10~15% 之誤差	52
表 5.1 問題點及後續的追	55



## 符號表

### Symbol

$k$  : Boltzmann constant ( $8.617 \cdot 10^{-5} \text{ eV/}^\circ\text{K}$ )

$\lambda_1$  : failure rate at junction temperature  $T_1 = 1/(\text{MTTF})_1$

$\lambda_2$  : failure rate at junction temperature  $T_2 = 1/(\text{MTTF})_2$

$A_F$  : Acceleration factor from  $T_1$  to  $T_2$

$E_A$  : Activation energy

$R(t)$  : Failure rate at time  $t$

$A_T$  : Temperature coefficient

$V_{f1}$  : forward voltage at junction temperature  $T_{j1}$

$V_{f2}$  : forward voltage at junction temperature  $T_{j2}$

$\alpha, \beta$  : Vasshni parameter

$N_A, N_D$  : dopant concentration

$N_C, N_V$  : effective densities of states

$C_P$  : specific heat at constant pressure ( $\text{kJ/kg}^\circ\text{K}$ )

$x$  : length of plate in vertical flow direction

$y$  : distance from plate surface

$\delta$  : boundary layer thickness

$\eta = y/\delta$

$T_A, T_\infty$  : temperature of ambient air, ( $^\circ\text{C}$ )

$T_s$  : surface temperature of heat sink, ( $^\circ\text{C}$ )

$\Delta T$  : temperature difference from surface to air,  $T_s - T_\infty$ , ( $^\circ\text{C}$ )

$\beta$  : coefficient of thermal expansion for air, ( $1/^\circ\text{K}$ )

$\rho$  : density of air ( $\text{kg/m}^3$ )

$\mu$  : dynamic viscosity of air ( $\text{kg/m s}$ ) ( $\text{Ns/m}^2$ )

$\alpha$  : thermal diffusivity, ( $\text{m}^2/\text{s}$ )

$\nu$  : kinematic viscosity, ( $\text{m}^2/\text{s}$ )

$u$  : velocity of x direction, ( $\text{m/s}$ )

$v$  : velocity of y direction, ( $\text{m/s}$ )

$z$  : spacing between adjacent plates, ( $\text{m}$ )

$g$  : gravitational acceleration, ( $\text{m/s}^2$ )

$h$  : convective heat transfer coefficient, ( $\text{W/m}^2^\circ\text{K}$ )

$k$  : thermal conductivity, ( $\text{W/m}^\circ\text{K}$ )

$a_1, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, c_1 \sim c_7, a, b, c, n$  combination parameter

$q$  : heat flow , (W)  
 $q'$  : heat flow rate, ( $\text{W}/\text{m}^2$ )  
 $q''$  : heat flow rate, ( $\text{W}/\text{m}^3$ )  
 $\Delta y$  : distance or thickness (m).  
 $\varepsilon$  : emissivity of radiating surface. ( $0 \leq \varepsilon \leq 1$ ) .  
 $\sigma$  : Stefan-Boltzmann constant. ( $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}^4$ )  
 $Pq$  : quantity defined in (2.23)  
 $S$  : shape factor

### Dimensionless Number

$Re$  Reynold number,  $= ux/\nu$   
 $Ec$  Eckert number  
 $Nu$  Nusselt number,  $= hx/k$   
 $Nu'$  modified Nusselt number for constant thermal flux  
 $Nu''$  gap base Nusselt number,  $= hz/k$   
 $Ra$  Rayleigh number  $= GrPr$   
 $Ra'$  modified Rayleigh for constant thermal flux  
 $Ra''$  gap based Rayleigh number = Elenbaas number  $= g \beta \Delta T z^4/\nu\alpha$   
 $El$  Elenbaas number = gap based Rayleigh number,  $Ra'' = g \beta \Delta T z^4/\nu\alpha$   
 $El'$  modified Elenbaas number for constant thermal flux  
 $Pr$  Prandtl number of fluid,  $= \nu/\alpha$   
 $Gr$  Grashof Number

### Subscripts

$bl$  boundary layer  
 $fd$  fully developed  
 $ip$  isolate plate  
 $comp$  composite  
 $conv$  convection  
 $cond$  conduction  
 $rad$  radiation  
 $sym$  symmetric heat flux ( $q'_1 = q'_2 = q'$ )  
 $asy$  asymmetric heat flux ( $q'_1 = q', q'_2 = 0$ )  
 $isothermal$  (or iso-T) constant surface temperature  
 $isoflux$  or (iso-Q) constant heat flux

## 第一章：LED 及 LED-背光板技術發展趨勢

### 1.1 LED 技術發展趨勢

第一顆LED是美國GE公司N. Holoyak Jr等人在1962年使用化合物半導體磷化鎵砷合金製作紅光LED，其後，隨著化合物半導體海茲定律(Haitz's Law)之預測，每18-24個月每顆LED的流明數便成倍數發展，1990年代初期，有機金屬氣相磊晶(MOCVD)的技術使得以四元化物AlInGaP為主的高亮度(>8lm/W) LED得以成形，其後一系列的技術發展使得此四元化物有接近100%的內部量子效率<sup>[1]</sup>。

而在具有更高能隙的氮化合物半導體方面，1986年日本 Amano等人利用MOCVD 磊晶在低溫 AlN 緩衝層，成功的成長具有完美的晶格排列的透明GaN薄膜，1992年日本Nichia公司的Nakamura (中村修二博士)，使用熱退火技術成功地活化磊晶在低溫緩衝層GaN上的GaN 薄膜<sup>[2]</sup>，並在1995年研製出高亮度GaN 藍光與綠光LED<sup>[3]</sup>，然而由於GaN綠光及藍光元件的內部量子效率只有50%，所以改善GaN元件內部量子效率的工作一直在進行。

LED光源的效能遠大於白熾燈，而且一般的壽命都超過50,000小時，然而，2000年前，LED的高效能及長壽命並不足以用於照明也只能勉強用於小尺寸背光板；一個60W的白熾燈可以發出近1500流明的光，大概為當時一顆白光LED的500倍，而色彩表現較白光-LED佳的RGB-LED比之冷陰極螢光管(CCFL)則有額外的散熱問題及價格劣勢。2000年初期，因應固態照明市場及背光板的需求，LED主要的技術進展為各廠商將構裝的熱阻由300°C/Watt改進到15°C/Watt，並將晶粒面積由原本的0.3x0.3 mm<sup>2</sup>發展到約0.75x0.75mm<sup>2</sup>，20分之一的熱阻與6倍大的面積也使得高輸入功率變的可能，可使用功率已達1瓦以上，並被歸類為高功率LED (power LED)，而使每顆能發出55流明的紅光，30流明的綠光，10流明的藍光及約25流明的白光<sup>[4]</sup>。但之於照明仍有60倍差距，之於大尺寸背光板其所用顆數及功率仍嫌太高；為了要使高功率LED能用於照明及背光板，研究人員的速度很快地超越了管理技巧的海茲定律，能量轉換效率超過100 lm/W的產品陸續被提出，由DTI 的一項報告指出，在公元2020年固態照明(SSL)LED應可達到每具1500 流明及每瓦200流明的照明標準<sup>[5]</sup>，而此相當於7.5瓦的功率輸入及7°C/Watt的熱阻(假設應用在不超過50°C溫度差範圍，如要擴展更多的應用，熱阻可能得達5°C/Watt以下)，此值比之現存的散熱技術仍有一段技術之路要走。以下，我們先就LED失效模式，失效前平均時間(MTTF)及接面溫度做一般性的討論。

### 1.1.1 LED 失效模式

LED是一種PN接面半導體二極體，其能在順向電壓下發射出非同調的窄頻光。其發光效應屬於電激發光，發生在少數載子與其相反載子於二極體能隙上的復合。光從LED發出的數量隨接面溫度而降低。這主要是因為電子電洞復合增加但並未貢獻到光的出射。而出射波長亦隨溫度改變，主要是因為半導體禁帶能隙係隨溫度而改變。

LED最典型的失效為出光量的遞減與光效率的損失。在主動區的失效機構包括成核及錯位成長，這需要晶體中有存在缺陷。當有電流流過LED的接面時，不均勻的電流導致晶粒間的小溫差。這些溫差對晶格施以應力致使許多小裂縫產生。此晶格缺陷隨使用時間增加而增加並降低晶粒光子轉換效率，從而降低了光的產出。雖則GaN或InGaN對此種缺陷較不敏感；然而，高電流密度的操作仍可導致原子的電子遷移出主動區而產生新的錯位及點缺陷而扮演非輻射性的復合中心，使其產出熱而非光。

在升溫的高電流下也會導致金屬原子的從電極擴散進主動區。有些材質，例如氧化銻錫或銀，很容易有電子遷移。在一些例子中，特別是在GaN或InGaN二極體常用一層屏障金屬來防止電子遷移效應。另外，機械應力以及腐蝕環境下都會有晶鬚形成導致電路短路。

熱的劇升是一常見的LED失效，熱應力也常造成瞬時失效。當環氧樹脂達到玻璃轉化點時，其將快速的膨脹並導致在晶粒及黏合接觸上的機械應力，而後減弱其強度或甚至剝離。

### 1.1.2 LED 失效前平均時間(MTTF)

我們可以用阿倫尼亞斯方程式來估算 LED 的失效速率,即：

$$\lambda_2 = \lambda_1 \exp\left[\frac{E_A}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right] \quad \rightarrow \quad A_F = \exp\left[\frac{E_A}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right] \quad (1.1)$$

其中：

$\lambda_1$  為在  $T_1$  接面溫度的失效速率 =  $1/(\text{MTTF})_1$ 。

$\lambda_2$  為在接面溫度  $T_2$  溫度的失效速率 =  $1/(\text{MTTF})_2$ 。

$A_F$  為  $T_1$  到  $T_2$  的加速因子。

$E_A$  為活化能，單位：eV，由過去資料及 MIL-HDBK-217C，0.43eV 是可以接受的建議值<sup>[6]</sup>。

$k$  為波次曼常數( $8.617 \cdot 10^{-5} \text{eV}/^\circ\text{K}$ )

由上式可算得，假設接面溫度與環境溫度成線性，當環境溫度由 25°C 上升到 85°C 時，加速因子為 16.6，亦即期望常溫下 100,000 小時的 MTTF (1000FIT)，相當於可在 85°C 環境下，連續操作 20 顆元件約兩週且 20 顆均不失效。

加速一背光板其包含 n 個相同元件，不允許 1 個失效，失效速率為：

$$R(t) = \exp[-n \cdot \lambda \cdot t] \quad (1.2)$$

若一背光板包含 n 個相同元件且允許 x 個失效，失效速率為：

$$R(t) = \frac{n!}{(n-x)!x!} \exp[-n \cdot \lambda \cdot t] \quad (1.3)$$

### 1.1.3 LED 接面溫度 (Junction Temperature)

如同矽半導體一樣，欲估算 LED 接面溫度需先估算 LED 的溫度係數，LED 的順向偏壓對接面溫度的關係非常接近線性，亦即有以下關係式：

$$\begin{aligned} V_{f2} &= V_{f1} - A_T \cdot \Delta T \\ \rightarrow A_T &= (V_{f1} - V_{f2}) / (T_{j1} - T_{j2}) \end{aligned} \quad (2.1)$$

其中  $A_T$  為溫度係數 (mV/°K)， $(V_{f1} - V_{f2})$  為晶片在兩溫度在  $T_{j1}$ ， $T_{j2}$  下的順向偏壓差，實驗上，溫度係數可用短負載之脈波電流源操作晶片在恆溫板上達平衡之溫度升所造成的順向偏壓降來估算，理論值可直接由理論式來估算，理論式寫為<sup>[7]</sup>：

$$A_T = \frac{dV_f}{dT} \approx \frac{k}{e} \ln\left(\frac{N_D N_A}{N_C N_V}\right) - \frac{\alpha T (T + 2\beta)}{e(T + \beta)^2} - \frac{3k}{e} \quad (2.2)$$

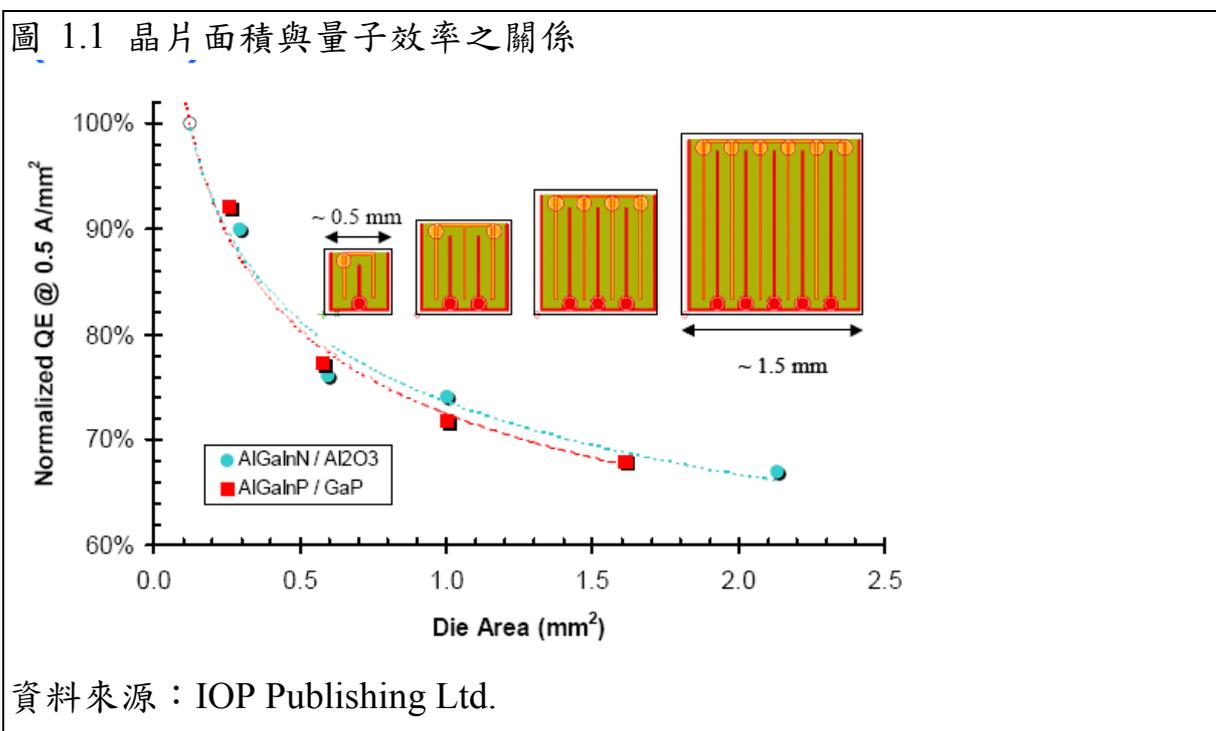
一項由 Y.Xi 所進行的實驗顯示對鎵砷二極體而言，其溫度係數約在 -1.76mV/°K (在  $N_A = N_D = 2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ) 及 -1.2mV/°K (在  $N_A = N_D = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ )<sup>[7]</sup>。

在某一順向偏壓下的接面溫度，可由實驗的溫度感測校正曲線內插求得，如已知溫度係數，則某一順向偏壓下的理論接面溫度，亦可由(2.1)求得。而由理論式(2.2)，我們知道  $A_T$  為  $N_A \cdot N_D$  (摻雜物濃度) ·  $N_C \cdot N_V$  (有效態密度)， $\alpha$ ， $\beta$  (Vasshni 參數) 及  $T$  的函數，由於溫度係數得來不易且亦為多變數的函數，一般都認為量測板溫度即有足夠的精準度來反應接面溫度，由 Rensselaer polytechnic Institute 的一項實驗顯示，板溫與接面溫度呈線性關係(5% 誤差內)<sup>[8]</sup>。

## 1.2 現存高功率 LED 構裝及散熱技術概觀

高功率 LED 指的是使用功率 1 瓦或 1 瓦以上的 LED，因應背光板及固態照明市場的需求，大面積 LED 以其高電流操作、高亮度的優良特性，逐漸發展成為目前研製高功率 LED 的主要研究重點。然而當晶粒面積增加時，AlInGaP 和 AlInGaN 的量子效率都會明顯地降低。主要原因是從晶片側壁射出的光會減少<sup>[9]</sup>。散熱處理於高功率 LED 顯得格外重要，原因在於其熱流大約  $500\text{W}/\text{cm}^2$ ，這個數值大約為現今微處理器的十倍多，同時 LED 的各項效能與溫度息息相關。

圖 1.1 晶片面積與量子效率之關係

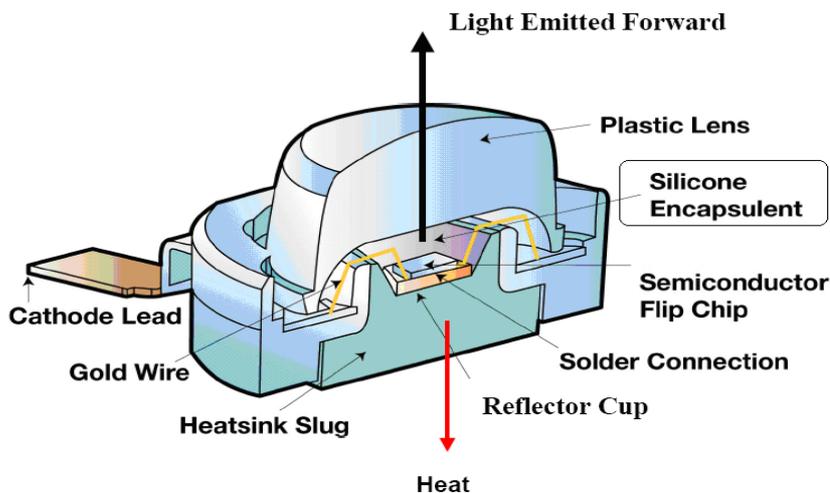


我們回顧現存高功率 LED 之構裝與散熱技術如下：

### 1.2.1 矽氧樹脂封裝材料

由貝斯大學提出的矽氧樹脂(Silicone Encapsulant)充填技術，用以改善晶片與子基板接面間的熱應力。現用於菲律賓的 Luxeon®系列及 K2 系列產品，Luxeon®產品如圖 1.2 示：

圖 1.2 LUXEON®系列產品封裝使用矽氧樹脂



資料來源：Lumileds Co.

不像環氧樹脂在老化後會因苯環成份逐漸變黃及其它封止化合物 (molding compound) 的硬及無彈性，矽氧樹脂非常軟，且允許金線在矽氧樹脂材內移動，因此機械應力比在傳統構裝材小很多，足以通過各式的溫度循環測試。



### 1.2.2 LED 晶片接合(Chip Bonding)

LED 晶片接合分為打線接合(Wire Bond)與覆晶接合(Flip Chip)其示意圖如圖 1.3，打線接合之 LED 晶片接面向上，熱由晶片的主動區經由 n 型 (Al)GaN 層(厚度約 2 μm) 及藍寶石基板(厚度約 300-400 μm，如有做薄化則為 80-100 μm)，如以 80μm 計算，以藍寶石基板之熱傳導係數為 k=25 W/m°K 計算，晶片熱阻為：

$$R_{\text{chip}} = \frac{t}{k \cdot S} \doteq \frac{3 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2}{S} \text{ } ^\circ\text{K} / \text{W}$$

覆晶接合之 LED 晶片接面向下熱由晶片的主動區經由 p 型 (Al)GaN 層(厚度約 0.5μm)，GaN 之熱傳導係數為 k=130 W/m°K 故晶片熱阻為：

$$R_{\text{chip}} = \frac{t}{k \cdot S} \doteq \frac{4 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2}{S} \text{ } ^\circ\text{K} / \text{W}$$

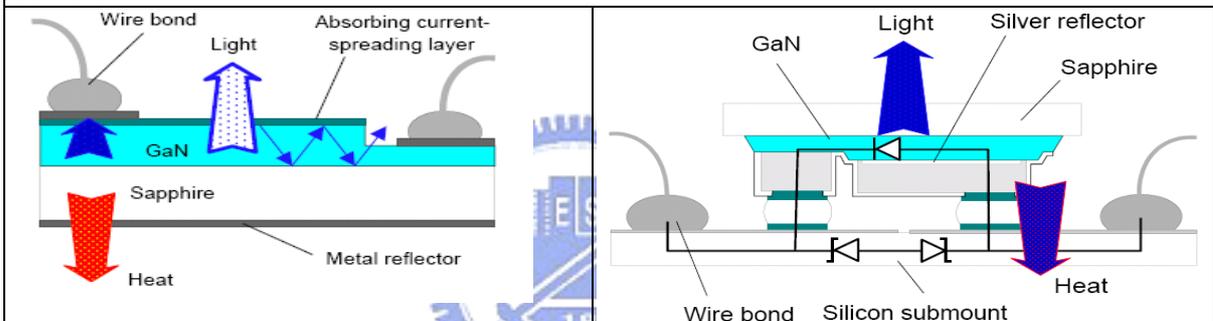
由以上粗略計算便可知,同一面積下以覆晶接合之晶片熱阻要比以打線接合小很多。

覆晶接合約於1960年由美國IBM公司所開發，而於2000年首度被用於改善氮化鎵LED之發光效率，Lumileds 亦於2001年將波長435 nm、515 nm的藍光及綠光LED以覆晶的方式製作，使元件總輸出光能提高為傳統接合LED

的1.6倍。在覆晶技術中藍寶石基板用熱導矽膠黏合到晶背，p型及n型金屬接觸直接錫鉛到Si子基板的鋅墊上，靜電防護由Si子基板的p-n接面提供，使用與LED反向的连接，以此技術，晶片的機械應力與總體熱阻均可有效降低。Lumileds利用覆晶接合，一方面使光從折射率較低( $n=1.8$ )的藍寶石(Sapphire)射出，減少晶片與封裝材料( $n\sim 1.8$ )間之全反射損失，另一方面晶片本身無需打線並可添加下方反射層來提高封裝結構外部汲光能力；從實驗結果中發現，加置反射層的覆晶接合其汲光效率的確高於傳統構裝，且效果以銀反射層之效果最好。一項熱阻理論值的估算結果顯示，使用覆晶接合(接面向下)在一 $10^{-2} \text{ cm}^2$ 大晶粒LED理論可允許消耗功率為60多瓦。而若使用接面向上，理論可允許消耗功率只有10多瓦<sup>[5]</sup>。故在高功率LED的構裝中，覆晶接合將持續被使用。

圖 1.3 打線接合(圖左)與覆晶接合(圖右)示意圖。

資料來源：IOP PUBLISHING LTD.



為了了解高功率 LED 的打線接合及覆晶接合我們選擇對 Luxeon® 及 Dorado® 做了一些反向工程比較,其結果如下：

1. Luxeon® 1W,5W 晶片使用覆晶接合且p-n 同向,5W 之晶片及銅散熱片顯然比 1W 之晶片及鋁散熱片來的大以負荷更高功率之負載。(如圖 1.4) 使用覆晶接合，藉由凸塊將熱導至子基板(Submount)，並在矽片背後加上一塊導熱銅 (或鋁)片，將晶片產生之熱量透過基板後由銅片導出，可以有效以降低晶片熱阻，使元件得以承受更高功率的操作。
2. Luxeon® Submount 至接腳之pn 二極為打線接合。(如圖 1.5,1.6)
3. Dorado® green 晶片使用打線接合,然其使用 p 型向下(p-n 反向)結構,亦可以有效降低熱阻。(如圖 1.8,1.9)
4. Dorado® green 使用另一顆基納二極體晶片來形成靜電防護，故其並無 Luxeon®Si之限流子基板。(如圖1.8)
5. Dorado® green 散熱銅片即為陽極,直接與外界接觸以降低熱阻。(如圖1.8)
- 6.紅光Dorado® LED 使用打線接合。其主動層由能量光譜儀知為AlInGaP。(如圖1.10)

圖 1.4 光學顯微鏡對 LUXEON® STAR – 1W & 5W 剖面圖

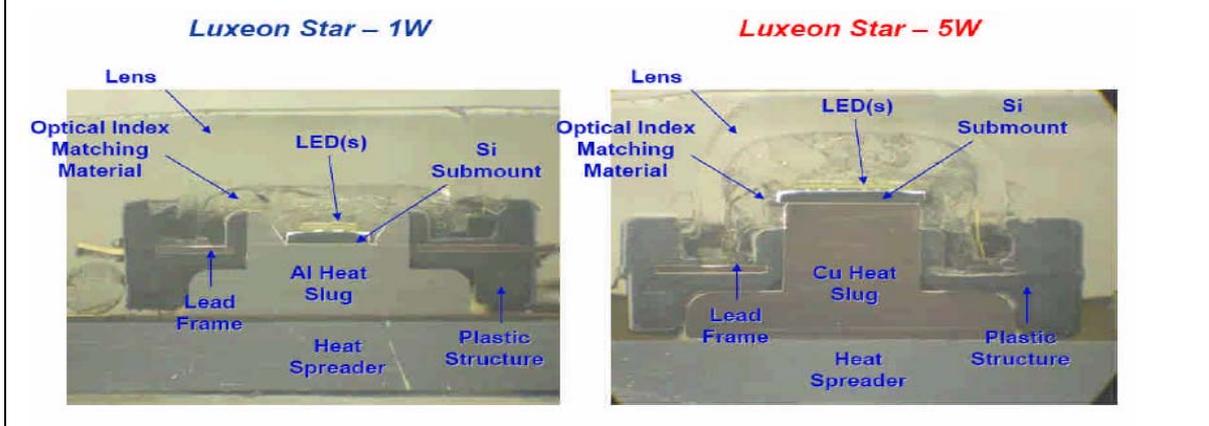


圖 1.5 光學顯微鏡對 LUXEON® STAR – 1W 上視圖

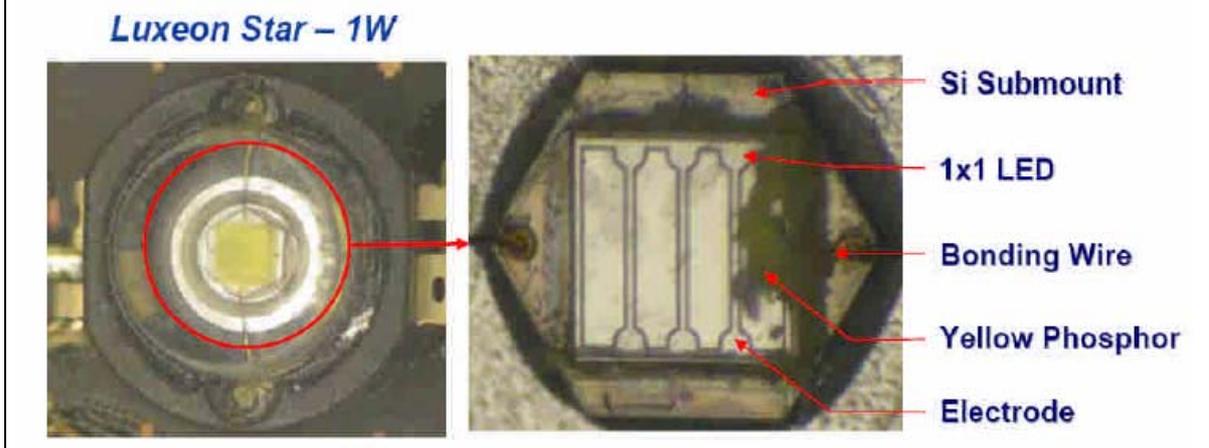


圖 1.6 LUXEON® STAR – 1W X 射線圖

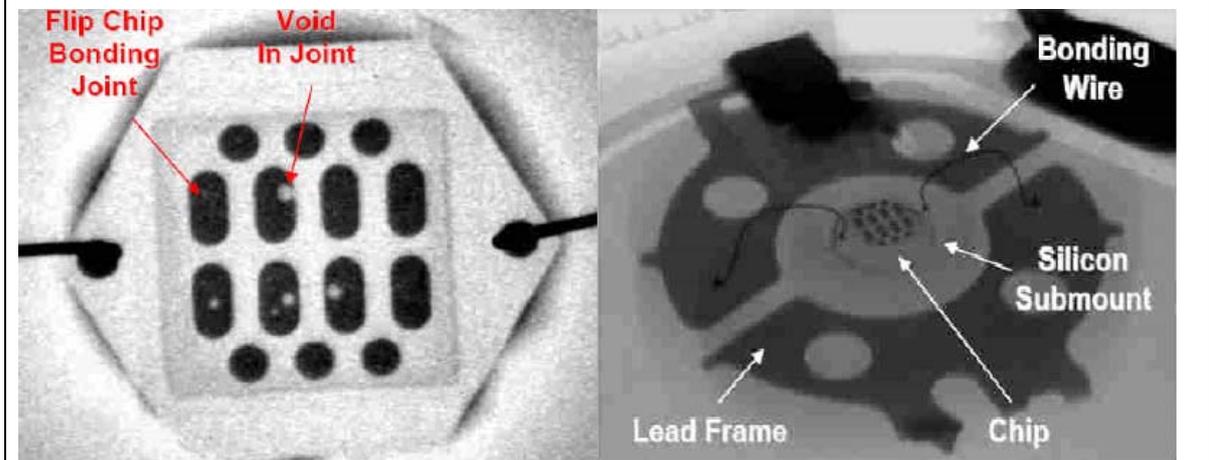


圖 1.7 電子顯微鏡對 LUXEON® STAR-1W 剖面圖

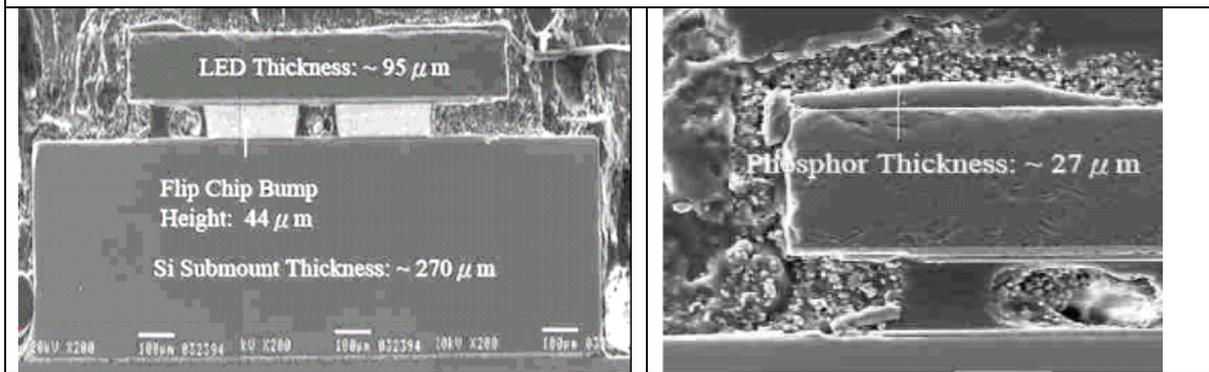


圖 1.8 光學顯微鏡對 DORADO® GREEN 側視(左上)、上視(右上)、下視(左下)及剖面圖(右下)

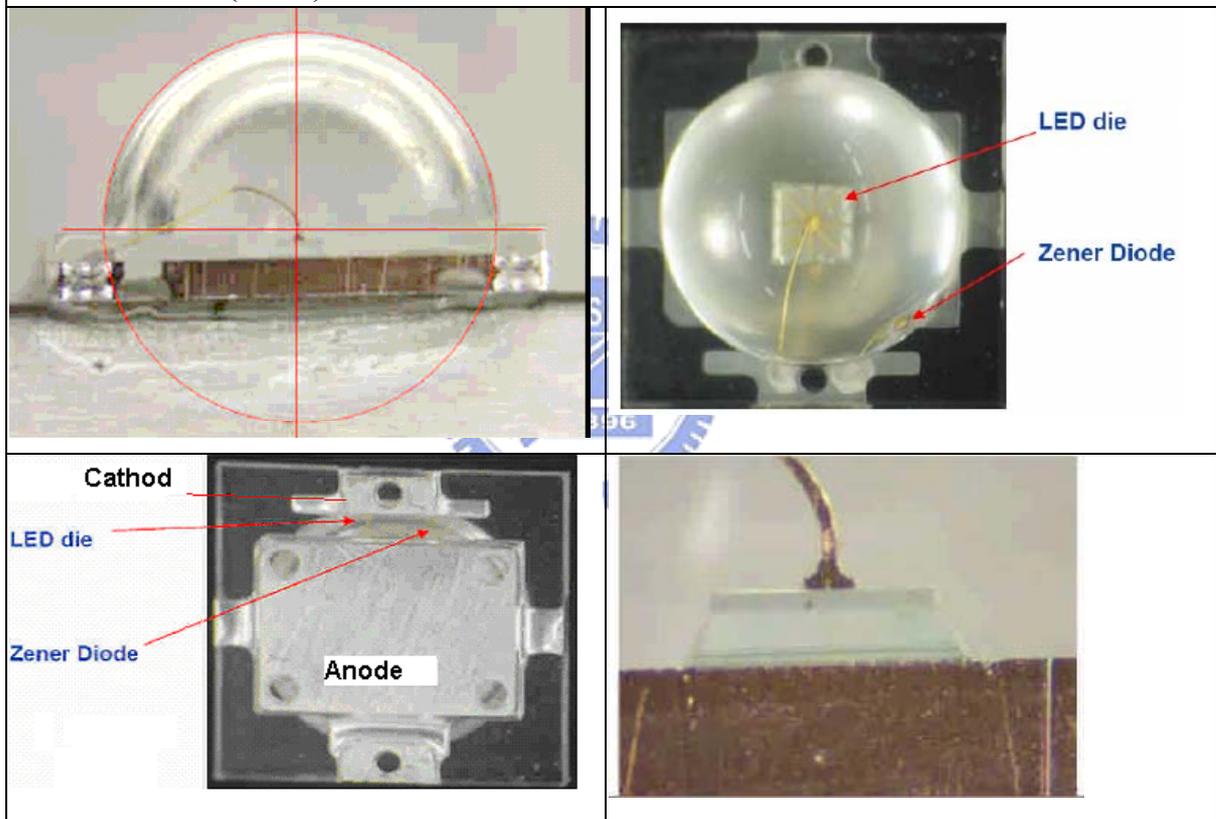


圖 1.9 電子顯微鏡對 DORADO® GREEN 之剖面圖

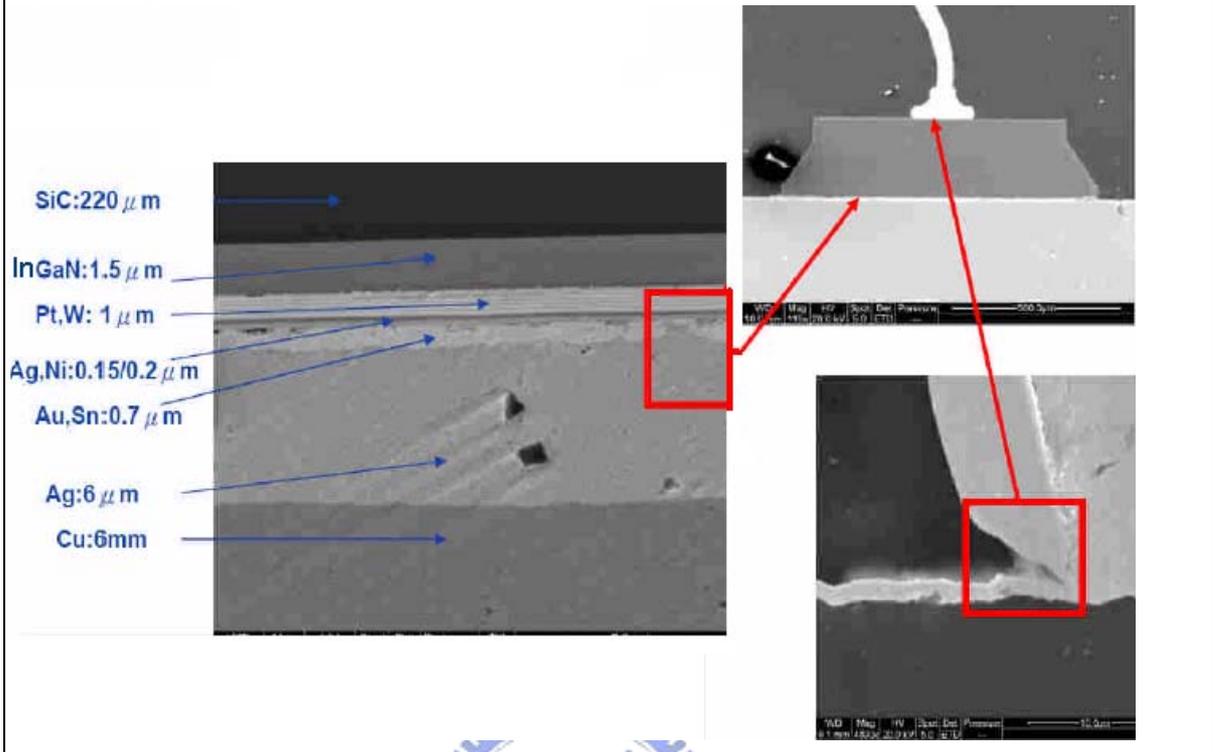
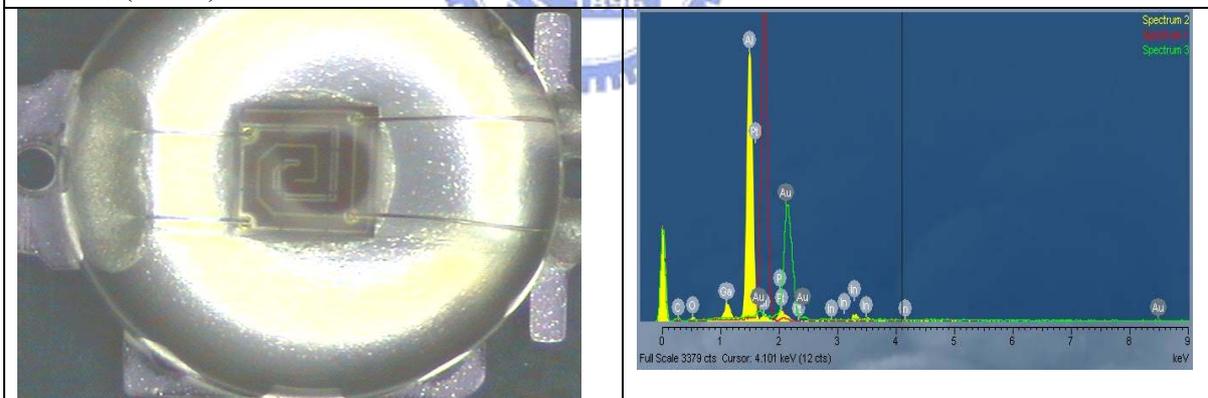


圖 1.10 DORADO® RED 之光學顯微鏡上視圖(圖左)及能量光譜儀之元素分析(圖右)



### 1.2.3 晶圓鍵合(Wafer Bonding)

因為GaP在AlInGaP LED 放射光波長範圍具有良好的光穿透性，LED廠商發展蝕刻去除會吸光的GaAs基板技術，並將剩餘的LED薄膜直接鍵合到透明GaP 基板上，並成功地開發出2 吋LED晶片鍵合技術，鍵合時環境溫度需升高到750  $^{\circ}\text{C}$  以上。另外，在微機電元件的製作技術也被應用在AlInGaP 薄膜LED的製作，這是在LED 磊晶片利用金屬層銲料(譬如：AuSn

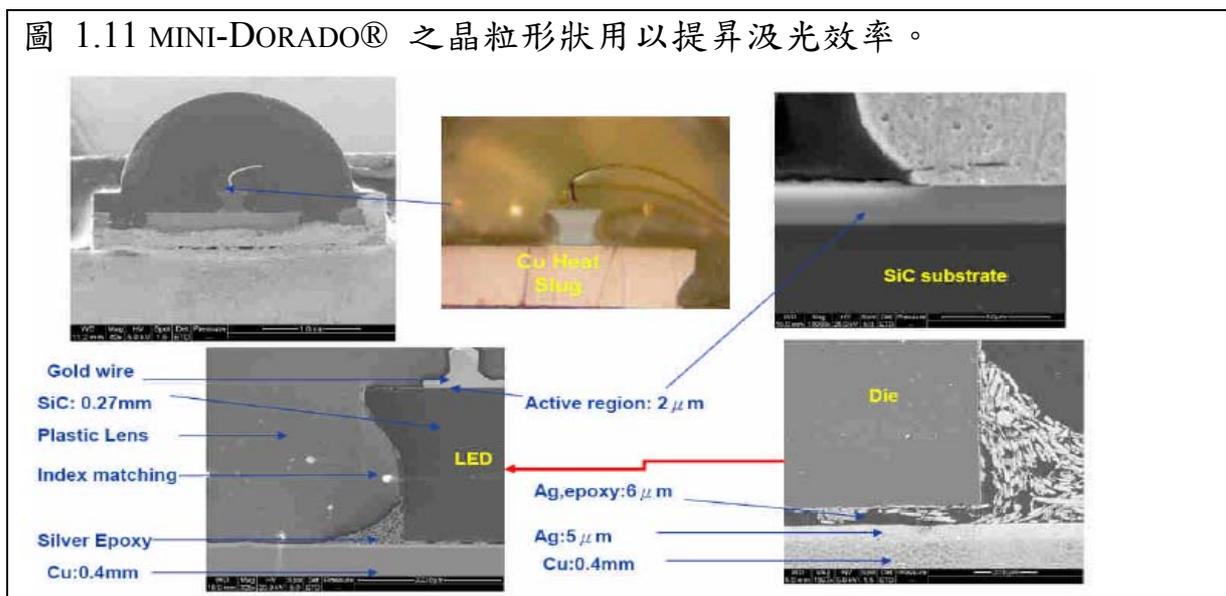
合金)先鍵合到新基板上，再將GaAs基板雷射去除，利用金屬與半導體介面的高反射率與歐姆接觸特性，提高LED的光取出效率與散熱性。其製作溫度僅需要350°C，遠低於透明型LED直接晶片鍵合所需之溫度。

#### 1.2.4 表面糙化與晶粒外觀改變

LED晶片的外型若是能切割成非長方體(如圖1.11)，如梯形或斜方體等，將可使光由LED晶片內經由一、二次的反射後出光，最著名的例子為Lumileds生產的紅橙光系列TIP( truncated inverted pyramid )-LED，為倒金字塔的梯形結構，該款LED因為晶片的特殊切割，減少自由載子與主動層的再吸收，並將AlInGaP /GaP多層量子井結構透過晶圓鍵合技術貼到透明的n型GaP基板上，且在封裝時將p 型材料朝下使發光區域得以接近散熱底座，達到良好的散熱效果而造成汲光效率大幅提升到60%。晶粒外觀的改變包括半球面、圓錐狀等都曾被提出，以增加汲光效率，但實際上並不易被用在量產上。

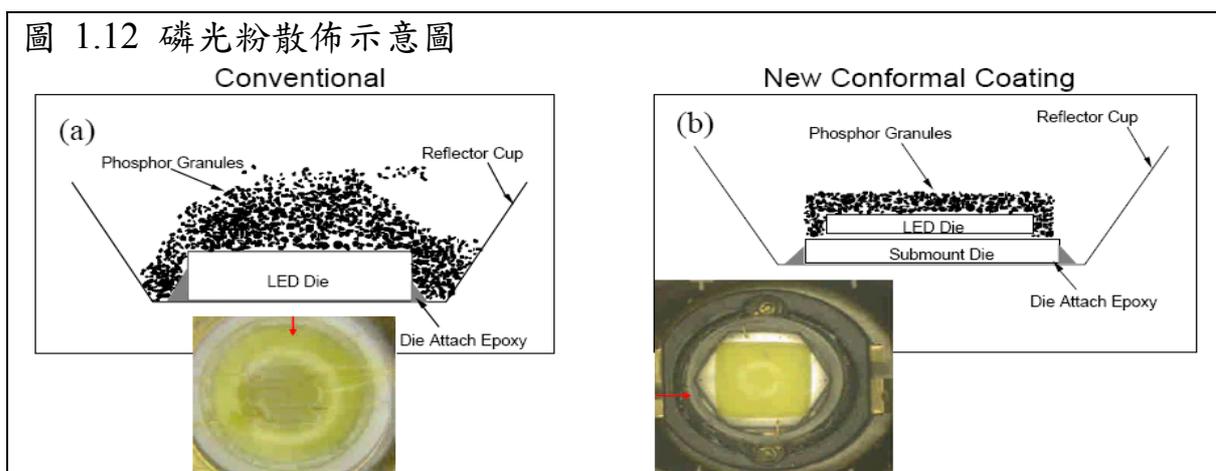
另一種汲光效率提升方法，是在晶片表面利用微影製程製作特殊的結構或進行粗化，使得LED的出光面不再是一個平整表面，如此全反射的情況會大幅地改善。事實上，不只晶片表面可以加工，LED的基板亦可進行調整，以藍光LED而言，因為藍寶石基板之折射率與氮化鎵差距不小，許多光線在從氮化鎵進入基板時也會遇到全反射的困擾，因此若能先將基板粗化(Pattern Substrate)或製作特殊表面結構，將對LED的出光效率產生極大效益；經過最佳化的表面粗化或是基板處理後的LED，其汲光效率將可能可以提升60~80%之多。1993 年美國加州大學洛杉磯分校Schnitzer 等人利用膠體材料當作光罩，實際進行LED 表面的糙化蝕刻而製作出外部量子效率高達30%的GaAs LED。<sup>[10]</sup>

圖 1.11 MINI-DORADO® 之晶粒形狀用以提昇汲光效率。



### 1.2.5 磷光粉散佈

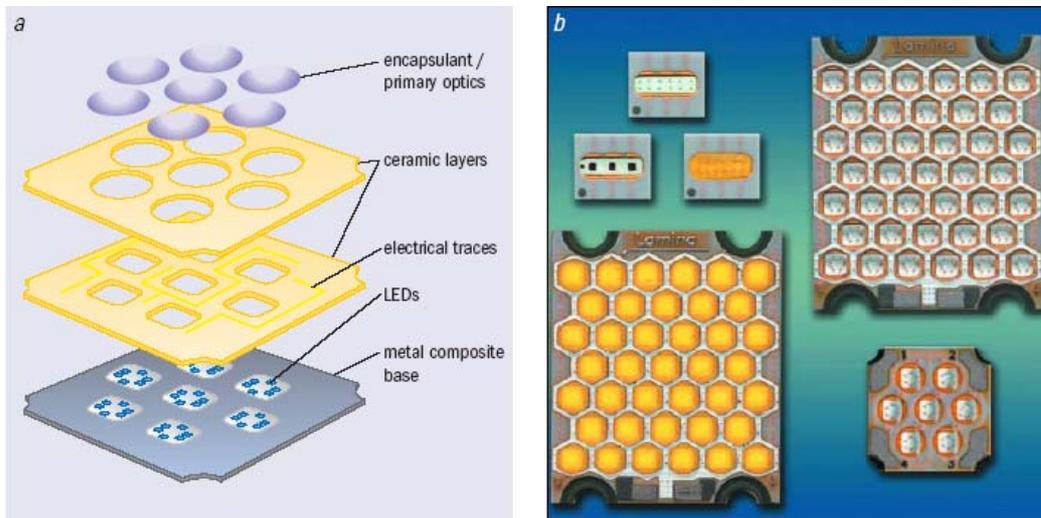
白光LED色溫穩定性往往跟晶片效能與磷光粉混拌比例有極大關係，以 Lumileds 所做的實驗為例，若晶片周圍磷光粉分佈不均，如圖1.12(a)，使其各方向之藍黃光混色配比不一致，白光LED各角度所發出白光色溫變化起伏將甚大，引發所謂的光斑；反之當磷光粉以規則型態覆蓋於晶片周圍時，如圖1.12(b)，對晶片任何角度發出的藍光而言，與之作用的磷光粉數目一定，促其色溫穩定，達到更好的色彩控制。



### 1.2.6 陶瓷材料

就銅或鋁材而言，他們與 LED 晶片熱膨脹係數差異過大，所以無法直接當作 LED 基板，只能用於散熱片，而 Lamina 公司所開發的 LTCC-M (Low temperature co-fired ceramic on metal) 低溫燒結陶瓷金屬基板技術之高熱導基板(如圖 1.13)，熱膨脹係數為  $5.8\text{ppm}/^\circ\text{C}$ ，與 LED 晶片相當接近，其除可以當散熱材外，尚可直接充當基材直接黏著在以 Cu/Mo/Cu 組成之高熱導基板上後再加金屬散熱片，便有極佳的散熱效果，在不影響效能下，大幅縮小了 LED 燈具產品體積。相較於其他熱導材料，LTCC-M 的熱導性僅次於銅或鋁材，約  $170\sim 210\text{ W}/\text{m}^\circ\text{C}$  的高熱導係數；而由於 LTCC-M 優良之散熱性，可以讓 LED 構裝模組整體熱阻下降至  $2.5^\circ\text{C}/\text{W}$ ，使他在高功率工作情況下，晶片依然維持良好的發光效能。

圖 1.13 LAMINA 低溫燒結陶瓷金屬基板

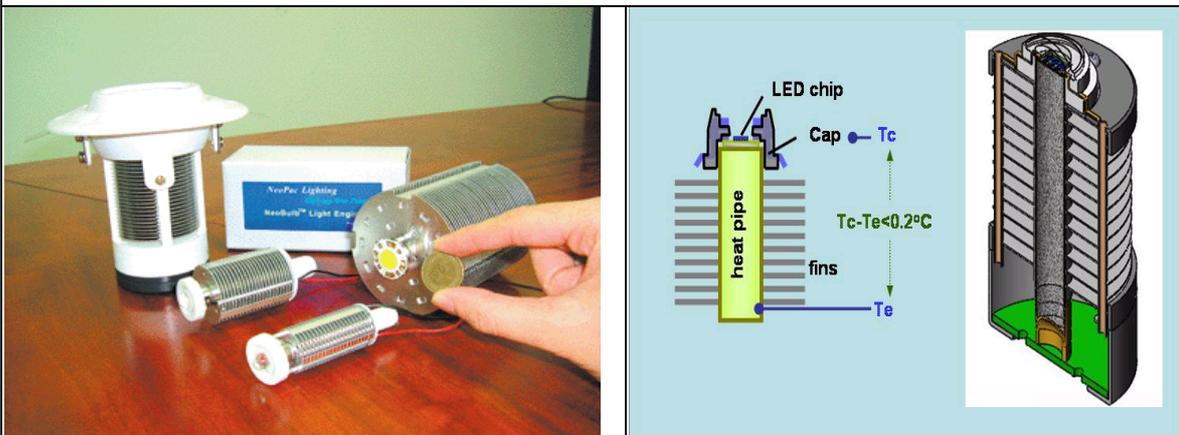


資料來源：IOP Publishing Ltd

### 1.2.7 熱導管裝置

另一種特別的散熱裝置為熱導管(圖 1.14)，熱導管為內含液態介質的導管，藉由液體氣化與冷凝的相變作用與虹吸原理，可將熱能持續帶至遠端，亦可設計成縱向或橫向之散熱，是一種特殊的散熱技術。增加熱導管長度及加大散熱鰭片直徑或採強制對流設計可以使熱阻進一步改善。

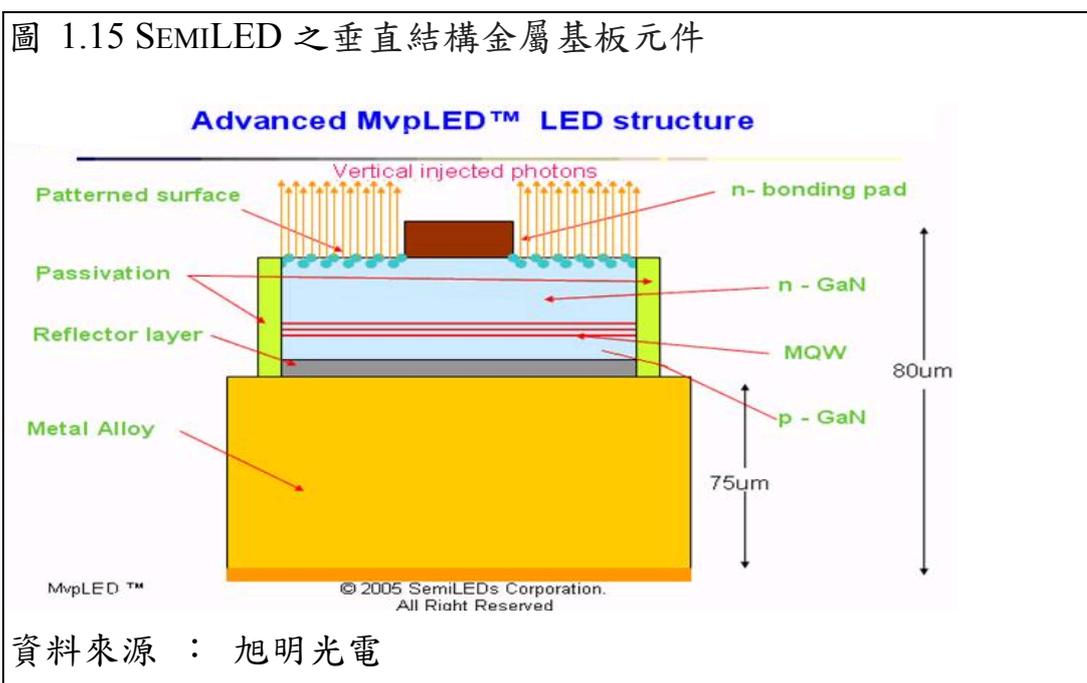
圖 1.14 NEOPAC 之 NEOBULB 封裝



資料來源：新強光電

## 1.2.8 垂直結構金屬基板 LED

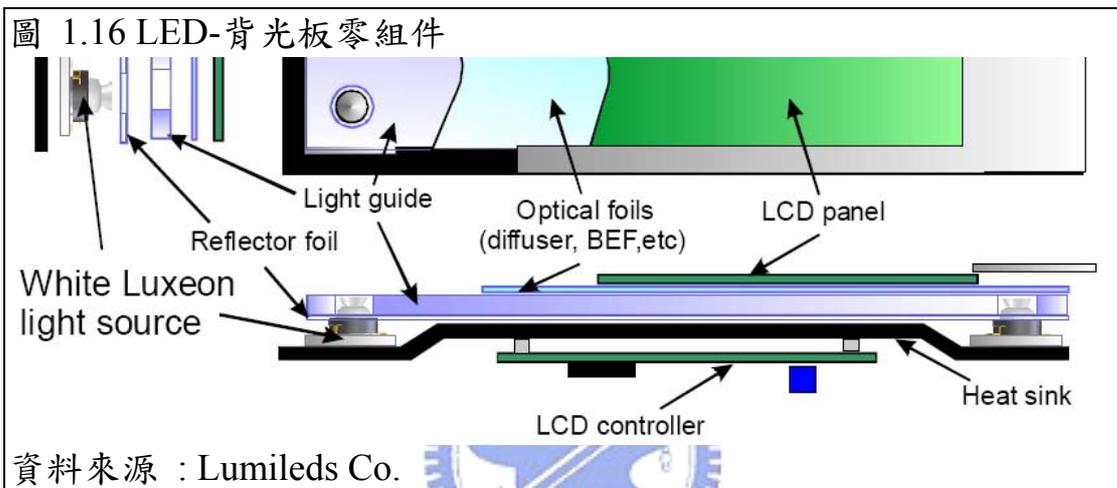
採用藍寶石為基板的藍光LED雖然是製程主流，但是它不導電，P、N兩極需要放在同一側，才能形成電光轉換，而且導熱又差，對於大尺寸LED來說，電流不易通過並且散熱問題較難解決，使用金屬基板的垂直結構的技術遂逐漸興起(圖1.15)，由於金屬基板的熱導達 $400\text{ W/m}\cdot\text{K}$ ，並採p型向下的結構。使得高電流操作變得可能。隨著晶粒尺寸增加的與高功率LED的發展，垂直結構金屬基板LED自有其優勢。



在散熱設計上，目前以金屬基板 LED、陶瓷基板與熱導管最受矚目，最新的成果顯示熱阻可降至每瓦 $5^{\circ}\text{C}$ 以下。如果未來量子效率達65%的LED成為背光板及照明的首選光源時，排熱的需求也將從現今的每瓦輸入需排出0.8瓦熱能減少至0.3~0.4瓦，然而由於面板可靠度及照明亮度的需求，LED將被要求更低的溫度差與更高的輸入功率。以目前的技術而言，LED的排熱設計最大的問題是LED在橫向的散熱不佳及整體熱阻過高。良好的排熱設計應該具有優異的橫向與縱向的導熱系統，使用金屬基板LED的縱向導熱加上有高導熱係數及高橫向傳導的陶瓷材料作為子基板再加上熱導管的排熱至遠端，整合運用將是一種非常有效率的散熱設計。

## 1.3 LED-背光板技術發展趨勢

背光板主要由背光源、散熱板、導光板、反光片、擴散板、光學膜片等主要材料所構成(如圖 1.16)。LED 背光源及平面光 FFL(Flat Fluorescent Lamp) 背光源都被認為是取代受被歐盟 RoHS 法規限制使用的含汞 CCFL(Cold Cathode Fluorescent Lamp)的有力競爭者。其中平面光 FFL 背光源的發展並不若 LED 背光源來的明朗，而 LED 挾其省電長壽環保，高演色性及高響應速度之優勢，已成為背光板的首選背光源。隨著散熱、發光效率再提升及色彩漂移等技術問題的解決,LED 的價格劣勢,也將如早期 LCD 的發展一樣被其多重優勢所填平。本論文將僅就大尺寸 LCD 的背光板的散熱問題來說明目前 LED-背光板的發展狀況。



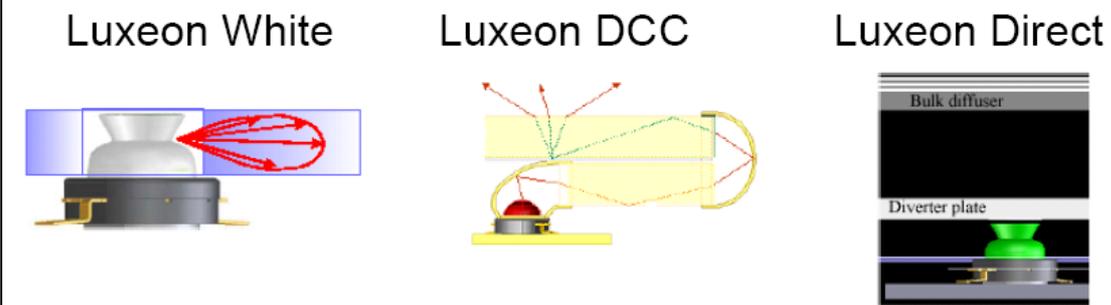
### 1.3.1 背光板組裝分類

LED光源本身有直光式及側光式兩種而如同CCFL背光源一樣，LED背光板的組裝主要也有兩種方式，一種是直下式,另一種是側光式。Lumileds 並依據產品特性及市場應用將之分成三類產品<sup>[11]</sup>(如圖 1.17):

- (1) W-LED 側光源，用於6到10寸之側光背光板。
- (2) RGB-LEDs 直光源，用於12到21寸之側光背光板。
- (3) RGB-LEDs 側光源，用22到37寸或以上之直下背光板。

我們將對第三種形式,再做討論與模擬分析。

圖 1.17 LED 背光源主要的三種形式

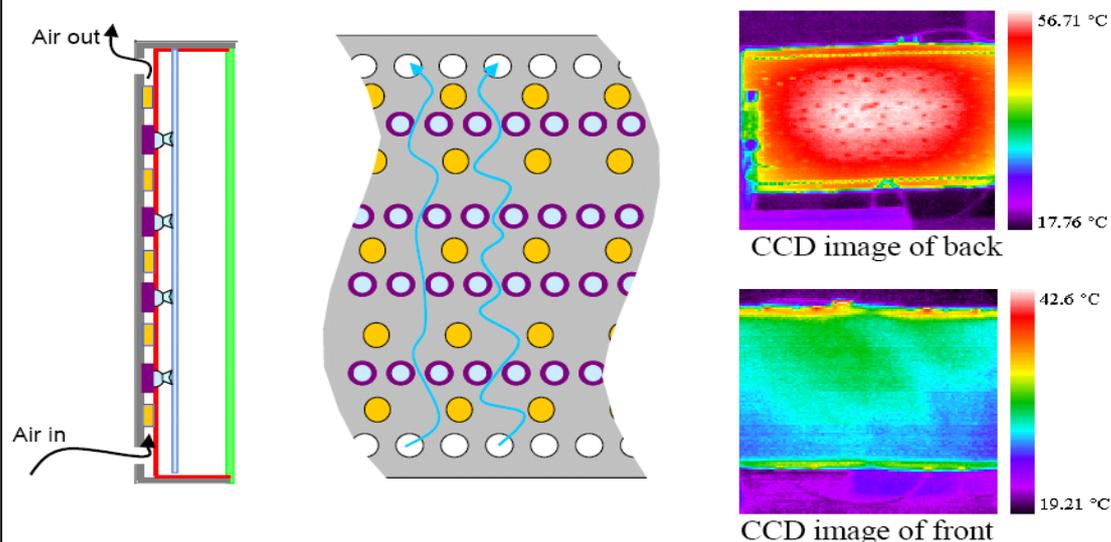


資料來源：Lumileds Co.

### 1.3.2 大尺寸背光板之散熱方式

LED 背光源散熱問題在中小尺寸的應用也有，但並不如大尺寸般地明顯。原因是大尺寸背光板需要在薄薄的散熱板中密佈大量的 LED（如圖 1.18），LED 的發熱將不易消散，這是 CCFL 之類的冷光源所沒有的問題，而如前節所討論，熱是 LED 的致命傷，不均的熱分佈也將造成輝度與色度的不均勻，甚而使長壽的 LED 早夭。

圖 1.18 LED 背光板之散熱路徑



資料來源：Lumileds Co.

為了解決大尺寸背光板之散熱問題，除了如前節所討論降低 LED 本身的封裝熱阻外及加強熱傳導之外，一般最常使用於大尺寸背光板的散熱方式便是以對流熱傳的方式排熱，這其中包括了自由對流與強制對流，我們將於後續章節深入討論。

## 第二章：LED-背光板的散熱計算

### 2.1 基本熱傳方程式

LED元件在正常操作條件下產生熱的副產品，過量的熱造成電及光性質的劣化。研究人員估計其接面溫度每增加 $10^{\circ}\text{C}$ 將使壽命縮減一半。而實際上，LED的壽命被建議應為「有用的壽命」，其為當光的輸出達其原來輸出的一半時<sup>[12]</sup>。散熱設計的目標在於保持接面溫度在LED製造廠所規範的最大溫度以下，因此，瞭解LED封裝及應用的各項散熱性質是非常重要的。三種熱傳方式常於熱計算中被採用的，包括傳導熱傳、對流熱傳及輻射熱傳，其基本關係式如下：

(1) 對流熱傳：(牛頓冷却定律)

$$q'_{\text{conv}}=h\Delta T \text{ (W/m}^2\text{)} \quad (2.1)$$

(2) 傳導熱傳：(傅立葉定律)

$$q'_{\text{cond}}=-k\Delta T/\Delta y \text{ (W/m}^2\text{)} \quad (2.2)$$

(3) 輻射熱傳：(Stefan-Boltzmann 定律)

$$q'_{\text{rad}}=\epsilon\sigma(T_s^4-T_{\infty}^4) \text{ (W/m}^2\text{)} \quad (2.3)$$



### 2.2 熱阻規格

熱阻，實質則隱含了熱傳導與熱對流與熱輻射，精確的熱阻是個難以估算的數字，理由在於它是一個多變數的函數，諸如外界溫度、接面溫度、使用功率、板溫、散熱板大小及配置都有影響。假設理想的對流及理想輻射熱傳下，一般熱阻熱阻可由電阻類比式來估算，其可表示為：

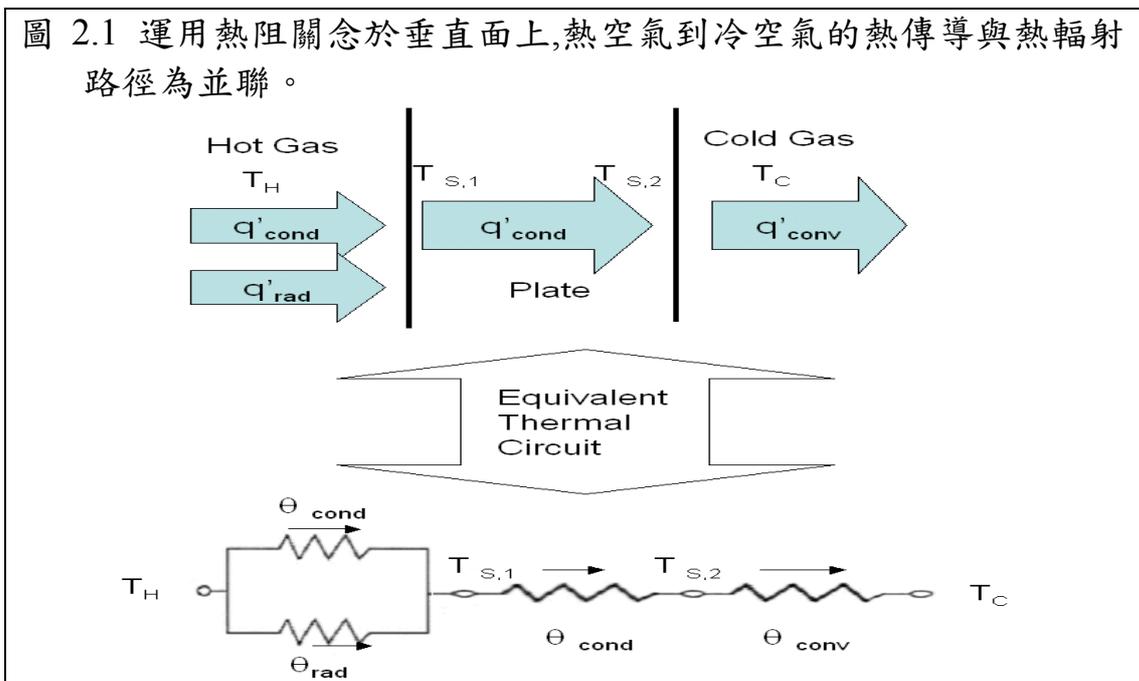
$$R_{\text{jb}}=(T_j-T_b)/P=(T_j-T_b)/I_fV_f \quad (2.4)$$

其中  $R_{\text{jb}}$  表接面到板的熱阻。 $P$  為使用功率， $T_j$  為接面溫度， $T_b$  為板溫，一旦接面溫度及板溫已知， $R_{\text{jb}}$  便可由式(2.4)算出，

雖然我們有大致的熱傳及熱阻公式 然而在在一封裝產品中，熱從接面到封裝材 然後再到接腳一直到電路板乃至於到散熱板是以傳導方式傳熱，而，熱在封裝材、接腳、電路板、散熱板也同時經由對流及輻射傳熱至外界；在大部分的情況下，問題可由建立一個一維熱傳的熱阻模型來模

擬，如此一來傳熱路徑可以被畫成如圖2.1的電路並聯或串聯，而計算也因此更具體。

熱阻的規格已被於半導體封裝做為一項熱的特性參數，並且也用了一段長時間<sup>[13][14][15]</sup>。接面到封裝材的熱阻值是很容易被瞭解且用於計算像是接面溫度，然而，一維熱傳的假設，只能說是基於數學計算上的建構子而非基於物理事實而來的表示式<sup>[16]</sup>。



### 2.3 自由對流的無因次式

三種熱傳當中(傳導熱傳、對流熱傳及輻射熱傳)，對流熱傳是有最多應用的。對流熱傳是兩種能量熱傳的結果：流體運動及分子運動。在熱傳界面的是經由靜止的熱邊界層傳導，在邊界層內的熱傳是基於分子運動的傳導熱傳，在邊界層外的熱傳是基於流體運動的對流熱傳。對流熱傳係數( $h$ )是用於量化對流熱傳，然而  $h$  在自由對流中是一多九變數的函數  $h = f(u, x, \rho, k, C_p, \mu, \beta, \Delta T, g)$ 。要計算  $h$  達到一定的精確度，幾乎是不可能的，即使是很簡單的幾何圖形。無論如何，一些基於實驗與觀察並具有足夠精確度的實驗式被提出並給工程人員對對流熱傳有更多的瞭解。在  $h$  的九變數中包含了四個因次式(質量，長度，時間，溫度)，因此有五個無因次式可被歸納(由 Buckingham's  $\pi$  理論)<sup>[17]</sup>

$$\frac{hx}{k} = f\left(\frac{\rho \cdot u \cdot x}{\mu}, \frac{\mu \cdot c_p}{k}, \frac{u^2}{c_p \Delta T}, \frac{g \beta \cdot x^3 \Delta T}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)^2}\right)$$

或者我們也可以賦予適當的名稱：

納塞數 =  $f$ (雷諾數, 普朗特數, 艾克特數, 格拉雪夫數)

無因次式是用於簡化多變數成一單變數並使問題及物理量可以無關於單位系統的方法。無因次式可以由理論及實驗獲得, 對一大平板的熱傳問題, 納塞數用以找出系統是對流熱傳( $Nu \gg 1$ )或混合傳導熱傳( $Nu \sim 1$ )主導。

雷諾數用以決定在強制對流時的外流動是否在過渡流(值約在  $3 \cdot 10^5 \sim 10^6$ ), 或用以決定在強制對流的內流動時是否在過渡流(值約在 2000)。在層流時, 熱邊界層層化且流體在邊界層內為傳導熱傳, 當開始形成擾流前, 納塞數快速增加, 而當完全形成擾流後納塞數增加速率變慢。要增加熱傳速率的唯一方法就只有降低邊界層厚度, 亦即增加雷諾數, 但此也會造成大量的能量損失。

普朗特數與所用之流體有關, 對空氣而言其值約為 0.72, 艾克特數則僅用於討論高速可壓縮流體時, 至於格拉雪夫數, 其相當於自由對流的雷諾數, 我們將於後續章節繼續討論。

在我們在以後的章節將只針對如何基於一些實驗關聯式或來計算於一等熱流垂直板(單層板結構)及一非對稱平行板(氣渠結構)的對流熱傳係數, 我們因此將導入一些新的無因次式諸如  $Ra$  數,  $El$ ,  $El'$ ,  $Nu'$  數等等...

## 2.4 參考雷諾數與格拉雪夫數

對流一般分成有兩種形式即自由(或自然)對流及強制對流。其中自由對流的狀況要比強制對流來得複雜, 主要是因為自由對流中流體的運動是流體熱傳與質傳的耦合且其邊界層速度曲線與溫度曲線並無相關, 嚴格說來自由對流為一僅由浮力引起的現象, 故無強制對流速度, 而且雷諾數=0, 重力導致被加熱或較疏的的流體上升而較冷的或較密的流體下降, 流體密度並非常數而是有差微差距, 實際運算時, 我們仍假設其為不可壓縮流體以簡化問題, 自由對流之流體運動的浮力可以表為  $(\rho - \rho_\infty)g$ ,  $\rho$  為局部流體密度而  $\rho_\infty$  為外界流體密度,  $g$  為重力加速度。因此每單位質量的浮力可寫為  $(\rho - \rho_\infty)g/\rho$ 。如令  $\beta$  表體積熱膨脹係數, 即

$$\beta \equiv \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial T} \Big|_p = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \Big|_p \approx - \frac{1}{\rho} \frac{\rho - \rho_\infty}{T - T_\infty}$$

我們可以得到  $\beta(T - T_\infty) \doteq -(\rho - \rho_\infty) / \rho$ , 如以  $\beta$  來表示單位質量的浮力, 可得  $-\beta g \Delta T$ , 此即自由對流的推動力。實際的問題可再藉 Boussinesq 逼近進一步簡化, 即假設在平板上方及下方的靜壓力差為零, 亦即流體的密度

僅與流體的溫度有關。(如圖 2.2) 根據這項假設，推動自由對流的壓力可寫成：

$$\Delta P = \rho \cdot x \beta \cdot g \Delta T$$

此處  $x$  為平板之縱向距離，因此在自由對流的參考流體速度可寫為：

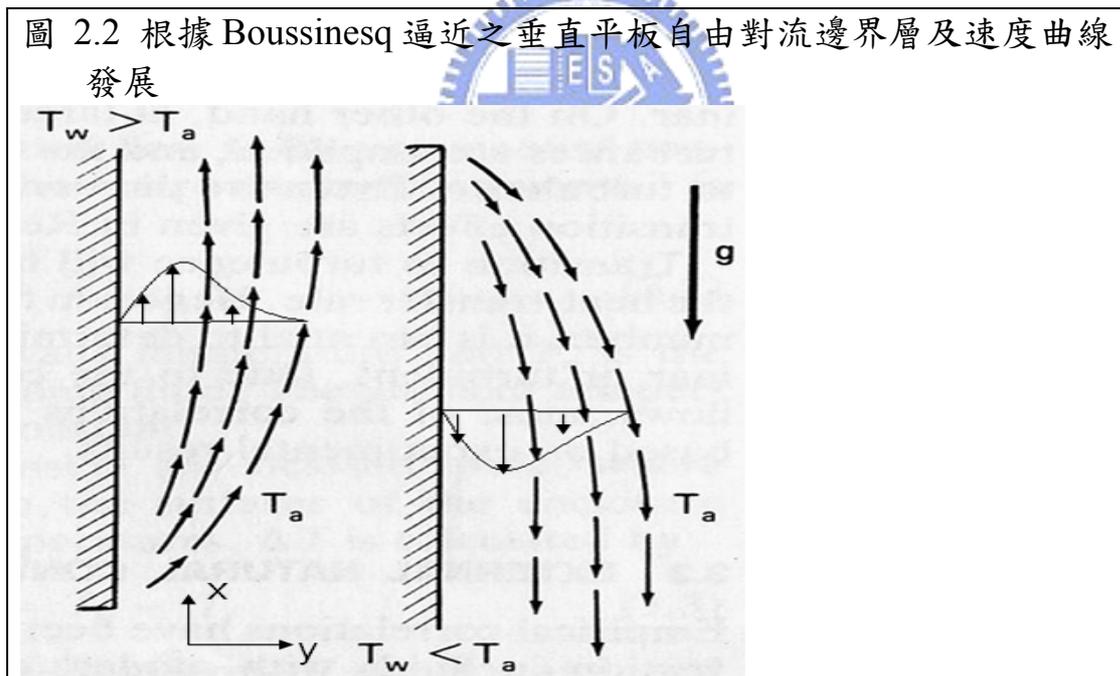
$$u_{ref} = \sqrt{x \beta \cdot g \Delta T}$$

自由對流的參考雷諾數也可以被關聯為：

$$Re_{ref} = \sqrt{\frac{x^3 \rho^2 \beta \cdot g \Delta T}{\mu^2}},$$

或者更明確地說，其為格拉雪夫數(Gr)的方根：

$$Gr = Re_{ref}^2 = \frac{x^3 \rho^2 \beta \cdot g \Delta T}{\mu^2} = \frac{x^3 \beta \cdot g \Delta T}{\nu^2} \quad (2.5)$$



## 2.5 沿垂直平板之自由對流邊界層理論

要決定自由對流在邊界層的速度及溫度曲線，我們必需於 $x$ (縱向)及 $y$ (橫向)座標上使用三個熱傳統御方程式及其積分形方程式<sup>[18]</sup>並假設使用不可壓縮流體，即：

(1) 連續方程式：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

(2) 動量方程式

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.3)$$

(3) 能量方程式

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2.4)$$

(4) 動量方程式 (積分形式)

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta u^2 dy = \int_0^\delta g\beta(T - T_\infty) dy - \nu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (2.5)$$

(5) 能量方程式 (積分形式)

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta u(T - T_\infty) dy = -\alpha \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (2.6)$$

假設速度曲線可以用三次多項式來趨近，而溫度曲線可以用二次多項式來趨近，於是對速度曲線而言，我們可以寫下以下的方程式：

$$u(x, \eta) = a_1 + b\eta + a_3\eta^2 + a_4\eta^3$$

$$\text{此處， } \eta = \frac{y}{\delta}$$

速度邊界條件如下：

$$u(x, 0) = 0 = a_1$$

$$u(x, 1) = 0 = a_1 + b + a_3 + a_4$$

$$\frac{\partial u(x, 1)}{\partial \eta} = 0 = b + 2a_3 + 3a_4$$

$$\text{故得 } a_1 = 0, \quad a_3 = -2b, \quad a_4 = b$$

邊界條件代入(2.7)，則速度變成：

$$u(x, \eta) = 0 + b\eta - 2b\eta^2 + b\eta^3 = b\eta(1-\eta)^2$$

代入  $y=0$  時， $T=T_s$  到動量方程式 (2.3)，我們得：

$$-g\beta(T_s - T_\infty) = \nu \cdot \frac{\partial^2 u(x,0)}{\partial y^2}$$

用  $\eta = \frac{y}{\delta}$ ，並重排以上方程式，可得：

$$\frac{\partial^2 u(x,0)}{\partial \eta^2} = b = \frac{-g\beta\delta^2(T_s - T_\infty)}{\nu}$$

代入速度邊界層條件，可得速度曲線為：

$$u(x, \eta) = \frac{g\beta\delta^2(T_s - T_\infty)}{\nu} \eta(1 - \eta)^2 \quad (2.7)$$

此處  $b$  為常數，藉著對 (2.7) 做微分可以找出邊界層內之最大速度發生在  $y = \frac{1}{3}\delta$  且其值為  $u_{\max} = \frac{4b}{27}$ ，另一方面，對溫度曲線而言：

$$T(x, \eta_T) = b_1 + b_2\eta_T + b_3\eta_T^2$$

$$\text{此處 } \eta_T = \frac{y}{\delta_T}$$

熱邊界層條件如下：

$$T(x, 0) = T_s = b_1$$

$$T(x, 1) = T_\infty = b_1 + b_2 + b_3$$

$$\frac{\partial T(x, 1)}{\partial \eta_T} = 0 = b_2 + 2b_3$$

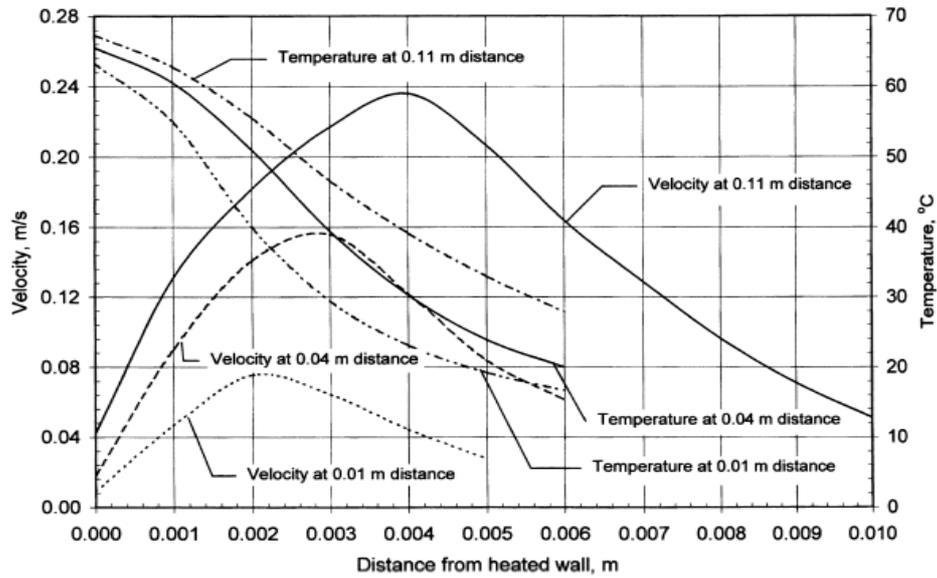


代入熱邊界層條件並重排  $T(x, \eta_T)$ ，可得到溫度曲線：

$$\frac{T(x, \eta_T) - T_\infty}{T_s - T_\infty} = 1 - 2\eta_T + \eta_T^2 = (1 - \eta_T)^2 \quad (2.8)$$

觀察(2.7)，(2.8)式，流體速度在表面為零之後離表面愈遠則速度愈快，到達  $y = \frac{1}{3}\delta$  時達最大，之後速度開始降低並再次趨近零， $b$  值尺度了速度分佈而  $(T_s - T_\infty)$  值尺度了溫度分佈，速度及溫度邊界層形成並隨高度提升而增加。自由對流空氣沿垂直平板的速度及溫度曲線如圖 2.3。

圖 2.3 自由對流空氣沿垂直平板的速度及溫度曲線。



(採自 Schmidt, E. and Beckman, W. Forsch. Ingenieurwes. 1, 391, 1930.)

將式(2.7)(2.8) 代入 (2.5)及(2.6)

在動量積分方程式中的個別項如下：

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u^2 dy = \frac{1}{105} \frac{d}{dx} (\delta \cdot b^2)$$

$$\int_0^{\delta} g\beta(T - T_{\infty}) dy = \frac{g\beta}{3} \delta_T (T_s - T_{\infty})$$

$$-v \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = -v \frac{b}{\delta}$$

運算後，動量積分方程式變成：

$$\frac{1}{105} \frac{d}{dx} (\delta \cdot b^2) - \frac{g\beta}{3} \delta_T (T_s - T_{\infty}) + v \frac{b}{\delta} = 0 \quad (2.9)$$

同理，在能量積分方程式，我們有

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u(T - T_{\infty}) dy = \frac{(T_s - T_{\infty})}{30} \cdot \frac{d}{dx} (\delta \cdot b)$$

$$-\alpha \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{2\alpha(T_s - T_{\infty})}{\delta}$$

運算後，能量積分方程式變成：

$$\frac{(T_s - T_\infty)}{30} \cdot \frac{d}{dx}(\delta \cdot b) - \frac{2\alpha(T_s - T_\infty)}{\delta} = 0 \quad (2.10)$$

求解(2.9)及(2.10)的常微分方程式，我們可以假設  $b = c_1 x^i$  且  $\delta = c_2 x^j$ ，並假設流體性質為接近單位普朗特數，即  $\delta \doteq \delta_T$ ，手算以上方程式並只針對  $x$  的幕次，這樣 (2.9)，(2.10) 變成：

$$c_3 x^{2i+j-1} - c_4 x^j + c_5 x^{i-j} = 0$$

$$c_6 x^{i+j-1} - c_7 x^{-j} = 0$$

此處  $c_3 \sim c_7$  為常數，在自由對流中，速度及溫度曲線皆與  $x$  無關的事實令我們可做出以下的結論，即：

$$2i+j-1=j=i-j \text{ And } i+j-1=-j$$

因此， $i=0.5$  and  $j=0.25$ 。

將  $b = c_1 x^{0.5}$  及  $\delta = c_2 x^{0.25}$  代回 (2.9)(2.10)，可得以下解：

$$c_2 = 3.93 \left(0.952 + \frac{\nu}{\alpha}\right)^{0.25} \left(\frac{g\beta(T_s - T_\infty)}{\nu^2}\right)^{-0.25} \left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^{-0.5}$$

$$c_1 = 5.17 \nu \left(0.952 + \frac{\nu}{\alpha}\right)^{-0.5} \left(\frac{g\beta(T_s - T_\infty)}{\nu^2}\right)^{0.5}$$

最後，對邊界層厚度的表示，結果為：

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{x} &= c_2 x^{-0.75} = 3.93 \left(0.952 + \frac{\nu}{\alpha}\right)^{0.25} \left(\frac{g\beta(T_s - T_\infty)x^3}{\nu^2}\right)^{-0.25} \left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^{-0.5} \\ &= 3.93 (0.952 + \text{Pr})^{0.25} (\text{Gr})^{-0.25} (\text{Pr})^{-0.5} \end{aligned} \quad (2.11)$$

使用傅立葉定律及 (2.8) 在平板表面：

$$q' = -k \cdot \frac{\partial T(x, \eta_\tau)}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{2k(T_s - T_\infty)}{\delta}$$

故局部納塞數可以被求得：

$$Nu_x = \frac{q' \cdot x}{(T_s - T_\infty)k} = \frac{2x}{\delta}$$

或用(2.11)，寫成另一形式：

$$Nu_x = 0.509 \cdot (0.952 + \text{Pr})^{-0.25} (\text{Gr})^{0.25} (\text{Pr})^{0.5} \quad (2.12)$$

## 2.6 等溫及等熱流表面之關聯實驗式

在自由對流沿等溫垂直平板中，文獻都同意從層流發生在 $GrPr$  在 $10^8$  而後過渡到在 $10^{10}$  的紊流；自由對流之熱傳係數是寫成納塞數對 $GrPr$  (或 $Ra$ ，瑞里數)的關聯實驗式，或者，更明確的說：

$$Nu = C (Gr \cdot Pr)^n = C (Ra)^n \quad (2.13)$$

此處

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{x^3 \beta \cdot g \Delta T}{\nu^2} \cdot \frac{\nu}{\alpha} = \frac{x^3 \beta \cdot g \Delta T}{\nu \alpha} \quad (2.14)$$

$$h = \frac{k}{L} Nu \quad (2.15)$$

$$\overline{Nu} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_x dx = \frac{4}{3} Nu_x$$

$\overline{Nu}$  為平均納塞數，在一大垂直面中，對層流及紊流而言，其值為 $(n, C) = (1/4, 0.59)$  及  $(1/3, 0.1)$ 。 [19] 很明顯地  $n=1/4$  是根據我們在前節之邊界層理論所導出的式子，而  $n=1/3$ ，則是根據熱傳係數在紊流中與特性長度無關的事實。

在邊界條件為等熱流  $q'$  時，溫度差  $(\Delta T = T_s - T_\infty)$  變成未知而是在各不同位置做變化。瑞里數因而需修正為不含 $\Delta T$ 的算式。Sparrow 及 Gregg 導入'修正瑞里數' 即  $Ra'$ ：

$$Ra'_x = Ra_x \cdot Nu_x = \frac{x^3 \beta \cdot g \Delta T}{\nu \alpha} \cdot \frac{q' x}{k \cdot \Delta T} = \frac{g \beta q' x^4}{k \nu \alpha} \quad (2.16)$$

局部及平均'修正納塞數'(Nu')的關聯實驗式也被建議成：

$$Nu'_x = 0.60(Ra'_x)^{1/5} \quad \text{層流範圍} \quad 10^5 < Ra'_x < 10^{13} \quad (2.17)$$

$$\overline{Nu}' = 0.75(Ra'_x)^{1/5} \quad \text{層流範圍} \quad 10^5 < Ra'_x < 10^{13} \quad (2.18)$$

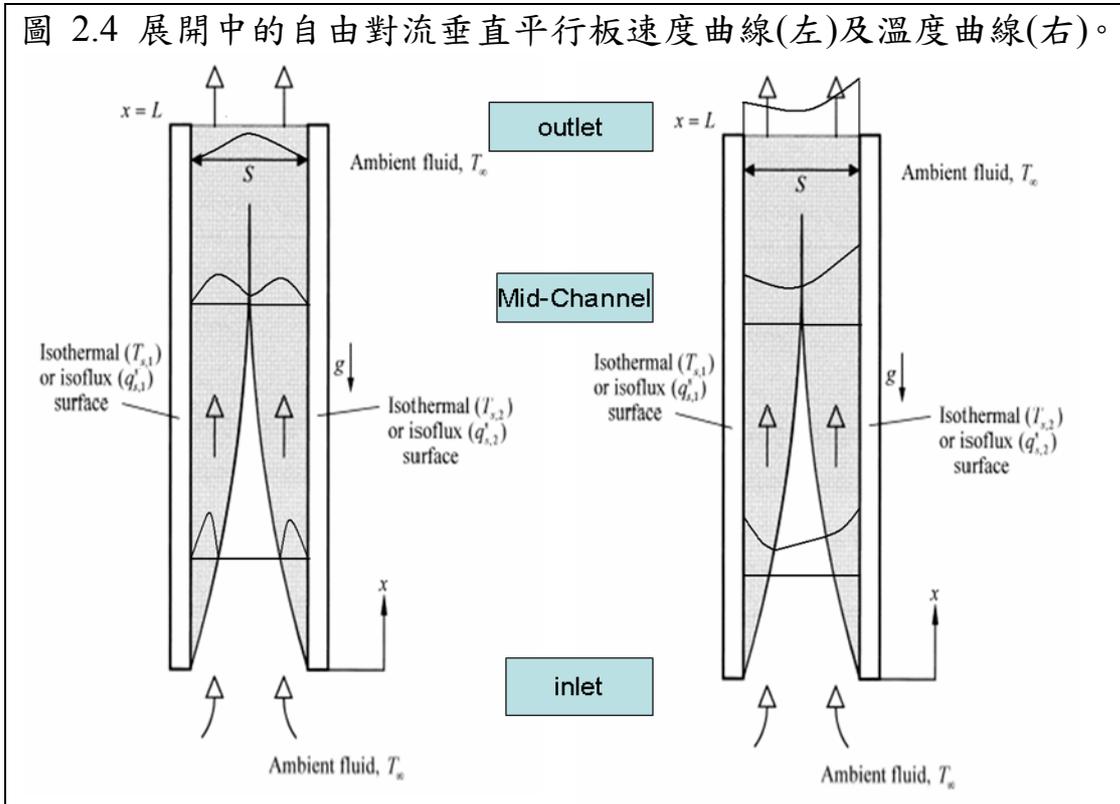
$$Nu'_x = 0.568(Ra'_x)^{0.22} \quad \text{紊流範圍} \quad 10^{13} < Ra'_x < 10^{16} \quad (2.19)$$

$$\overline{Nu}' = 0.645(Ra'_x)^{0.22} \quad \text{紊流範圍} \quad 10^{13} < Ra'_x < 10^{16} \quad (2.20)$$

## 2.7 垂直平行板(氣渠結構)之自由對流關聯實驗式

我們可以從牛頓冷卻定律， $\Delta T = q/h_c A$ ，中看出，增加可用的散熱面積可以有效的冷卻物體。而加入一空氣渠道到需冷卻的物體是另一種方法，在此，兩平行板需要多大的間距是決定性的要因之一。如果間距太近，渠道中的空氣可能被陷住，其最終效應可能要比沒有氣渠來的糟，在這一

節中，我們將探討此氣渠結構的效應。從前面的討論中，我們知道在每一垂直平板的表面都將形成一個起始於 $x=0$ 的邊界層。典型的垂直平行板展開中的速度曲線及溫度曲線如圖 2.4。



完全展開的區域有一定值的熱傳係數。對等熱流板我們使用一個‘基於板距的瑞里數’(也稱做 Elenbaas數)在其關聯實驗式中，其乃根據兩平行板的間距  $z$  而來：

有名的Elenbaas 關聯實驗式如下<sup>[20]</sup>：

$$Nu' = \frac{1}{24} El \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{35}{El} \right] \right\}^{\frac{3}{4}} \quad (2.21)$$

此處

$$El = Ra_s \cdot \frac{z}{L} = \frac{z^3 g \beta \Delta T}{\nu \alpha} \cdot \frac{z}{L} \quad (2.22)$$

Elenbaas數，是‘基於板距的瑞里數’。我們用它來找出兩垂直平行板在自由對流時的納塞數。諸如在設計散熱板時在電路系統中的兩片卡的情況。Kraus and Bar-Cohen 提出Elenbaas 數用以紀念W. Elenbaas.<sup>[21]</sup>，修正Elenbaas數， $El'$ ，可以用以表示在溫度未知但熱流已知的狀況，對等熱流的渠道而言，修正 Elenbaas 數 ( $El'$ ) 可以寫為：

$$El' = \frac{z^3 g \beta}{\nu \alpha} \cdot \frac{z}{L} \cdot \frac{q' z}{k} = \frac{z^5 g \beta q'}{k \nu \alpha L} = z^5 \cdot Pq \quad (2.23)$$

此處：

$$Pq = \frac{g \beta q'}{k \nu \alpha L}$$

$z$  : 板距 (m)

對一非對稱，板距  $z$  的等熱流渠道的納塞數，諸如在電路系統中相面對的一片卡在使用中，另一片卡在怠用的情況，根據 Bar-Cohen 及 Rohsenow 可得以下之關聯實驗式：

$$\overline{Nu} = \left[ \frac{6}{El'} + \frac{1.88}{(El')^{0.4}} \right]^{-0.5} \quad (2.24)$$

Bar-Cohen 及 Rohsenow 也指出，計算一特定板距納塞數，也可得出固定體積的最佳板距，最佳板距的存在是基於渠道個數及板距遞減熱傳速率也遞減的事實，藉由增加渠道個數及板距可以最大化熱傳速率，當對渠道陣列整體熱傳係數及總面積的乘積  $h \Sigma A_s$  做最佳化後，對不對稱等熱流的最佳板距公式為：

$$Z_{opt, isofluxasy} = 1.169 \cdot Pq^{-0.2} \quad (2.25)$$

研究人員也發現板與板間的關聯為最大熱傳速率發生在各板的熱傳係數不影響其它板時，理論上板的最大熱傳係數發生在板距為無限大時，然而如若設在納塞數的99%時，板距將變得甚小， $Z_{opt}$ ，其被推導相當於 $1.2\delta$ 時，而研究也顯示，在出口處的板距達  $2\delta$  (兩倍邊界層厚度) 時有最大熱傳係數，對一不對稱等熱流的最大板距公式為：

$$Z_{maxisofluxsym} = 5.58 \cdot Pq^{-0.2} \quad (2.26)$$

## 第三章 有限元素法的熱傳計算

### 3.1 數值方法概觀

在第二章中，我們已討論到對一實際的熱傳問題解析解可能無法得到，即使是在相當簡單的幾何圖案中，因此我們需仰賴數值方法，在過去數十年的發展，主要的數值方法有三，包括：

1. 有限差分法(Finite-difference method)
2. 有限體積法(Finite-volume method)。
3. 有限元素法(Finite-element method或簡稱 FEM)

有限差分法是較早期發展的理論，現今仍為某些特殊領域專用程式所採用，其建構在對鄰近網格點做泰勒展式逼近，大部份程式碼只取泰勒展式的前幾項，並省略高次項。是以其結果也有分為一次，二次或更高次準度。有限體積法則試圖直接使用質量、動量及能量守恆方程式來求解離散區域，其使用有限差分法的格式，並採用各種形狀的網格以適應複雜的邊界幾何形狀，為大多數計算流體力學(Computational Fluid Dynamics, CFD)軟體所採用，也應用在高功率LED的熱流模擬<sup>[22][23]</sup>。有限元素法是較晚近發展的理論，其使用殘權方法來計算離散方程式的解，通常使用在要求高階導數的離散精度時(如低速黏性流動與非牛頓流體運動)或相對複雜的結構時，要比其它方法來得精確及容易。

我們將使用有限元素法於結構型網格(如背光板)的散熱計算,而使用有限體積法於非結構型網格(如空氣)的熱流模擬。其中，由於有限元素法易於施加表面負載的特性，我們將以其做自由對流下背光板之散熱探討。

### 3.2 有限元素法勁度矩陣及負載向量

在有限元素法中，結構被離散(或被網格化)成許多遵守基本熱傳理論方程式的小元素後，這些小元素可以再次組合成一個系統勁度聯立方程式，其依然是以矩陣形式存在。當加入邊界條件方程式及熱傳係數條件後，即可應用電腦程式求解各節點的溫度。我們可以用下列方程式表示：

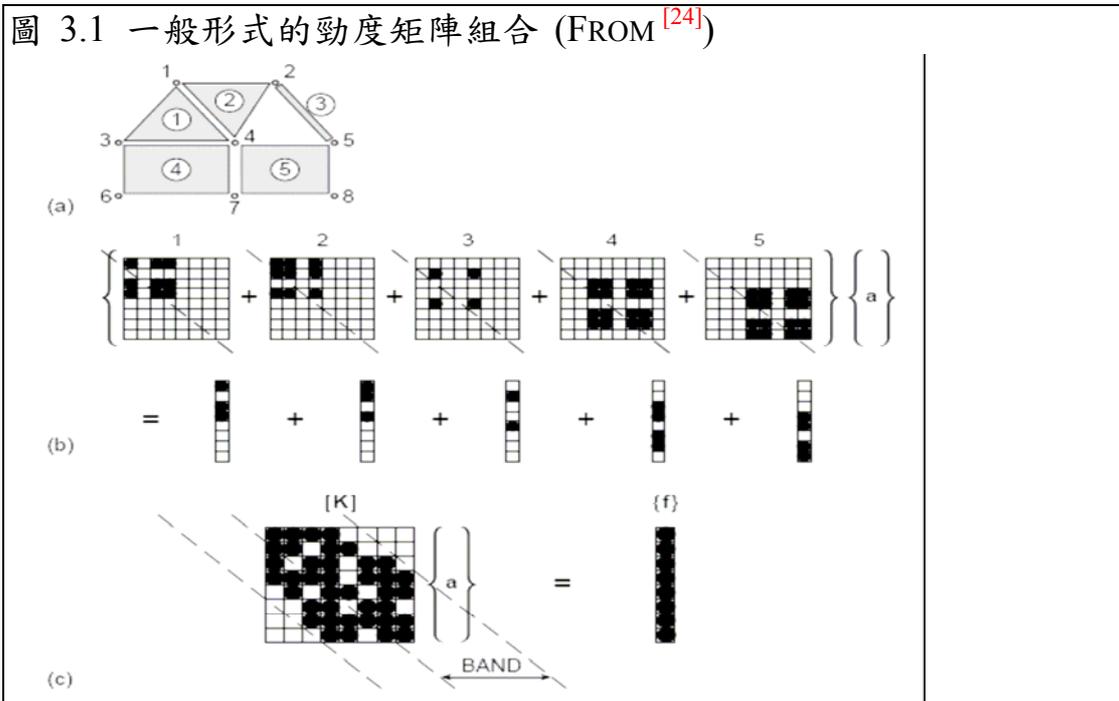
$$\{q\} = \{K\} \{T\} \rightarrow \{T\} = \{q\} \{K\}^{-1} \quad (3.1)$$

其中

$\{q\}$  是熱負載向量

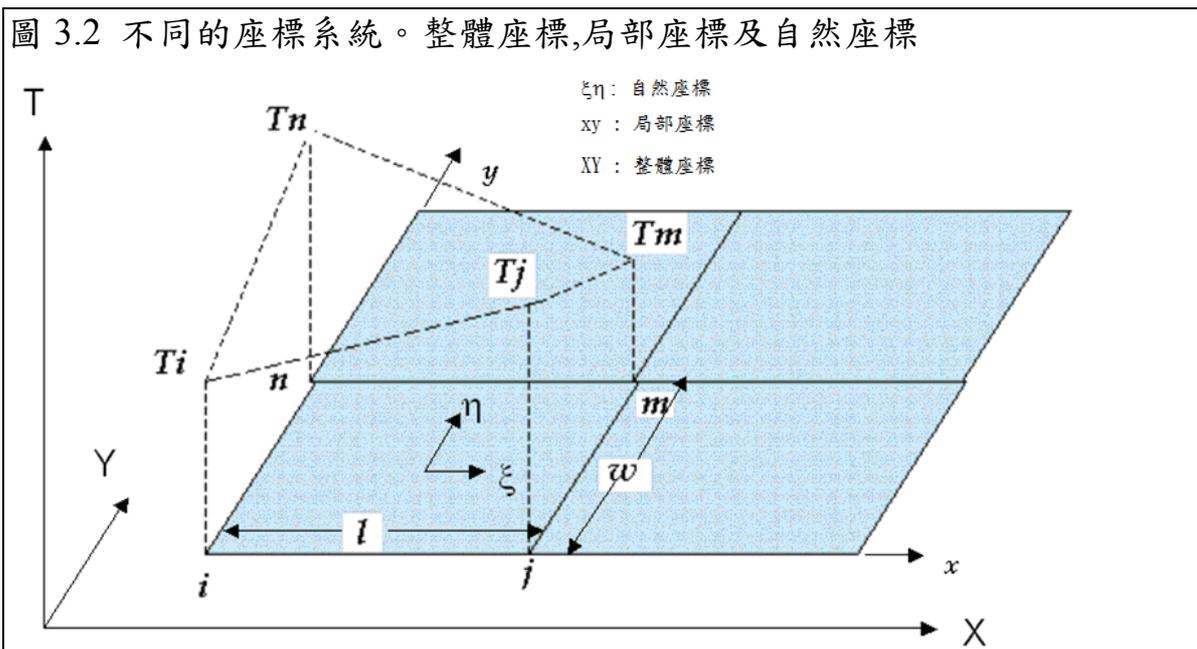
$\{K\}$  是勁度矩陣

{T} 是溫度向量  
 一般形式的勁度矩陣組合如圖3.1所示。



### 3.3 座標變換

有限元素法有一部份是在處理從物理上的(整體的)座標轉換到參數的(局部的及自然的)座標。這些座標的差異如圖3.2. 我們將用一個二維矩形元素來討論一步一步的變換程序



### 3.4 二維矩形元素的形成

為了能讓有限元素法能用手算來驗證，我們將推導一典型的元素及其相關的勁度矩陣，從圖 3.2 中，此元素上的溫度分佈是 X 及 Y 座標的函數。我們可以在局部 x 及 y 座標上的任意矩形元素趨近其溫度分佈，即：

$$T^{(e)} = b_1 + b_2x + b_3y + b_4xy \quad (3.2)$$

在(3.2)有四個未知數，對此矩形元素中則定義有四個節點：i, j, m, n。函數沿著元素邊緣做線性變化而在元素中間做非線性變化，此種元素叫做雙線性(bilinear)元素。要得到  $b_1, b_2, b_3$  and  $b_4$  的解，需滿足以下的節點條件，即：

$$T = T_i \text{ @ } (0, 0)$$

$$T = T_j \text{ @ } (l, 0)$$

$$T = T_n \text{ @ } (0, w)$$

$$T = T_m \text{ @ } (l, w)$$

將節點條件代入 (3.2)，可得：

$$b_1 = T_i$$

$$b_2 = \frac{1}{l} (T_j - T_i)$$

$$b_3 = \frac{1}{w} (T_n - T_i)$$

$$b_4 = \frac{1}{l \cdot w} (T_i - T_j + T_m - T_n) \quad (3.3)$$

將(3.2) 以(3.3)代入 可得一以形狀函數表示的典型元素之溫度分佈：

$$\{T^{(e)}\} = \{S_i \ S_j \ S_m \ S_n\} \begin{bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_m \\ T_n \end{bmatrix} \quad (3.4)$$



上式的形狀函數為：

$$\begin{aligned} S_i &= \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot \left(1 - \frac{y}{w}\right) \\ S_j &= \frac{x}{l} \cdot \left(1 - \frac{y}{w}\right) \\ S_m &= \frac{x \cdot y}{l \cdot w} \\ S_n &= \frac{y}{w} \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad (3.5) \end{aligned}$$

由二維穩態熱傳方程式的推導的們得到以下的擴散方程式<sup>[25]</sup>：

$$k_x \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} + q'' dXdY = 0$$

這裏 $q''$ 代表單位厚度之單位體積下所產生之熱。

應用殘權法到擴散方程式，我們將殘值乘上一權函數並強迫此乘上權函數後的表示式之積分為零：

$$\int_A W(X, Y) R(T, X, Y) dA = 0 \quad (3.6)$$

藉著選擇不同的權函數並代入(3.6)中，我們可以產生一系列具未知參數的線性方程式。在殘權法的程序中，擴散方程式的權函數被設定等於形狀函數，唯一解的存在與否，取決於邊界條件是否被正確的擺進及提出。不同的應用有不同的元素及不同的形狀函數。有數種元素已被發展來代表一般的結構，包括四角形平面元素，三角形平面元素，固體磚塊，桁元素等等…。高次的元素將產生較精確的結果，可是也將消耗更多的邊緣與節點及更多的計算時間。動量方程式可以用速度來加權，連續方程式可以用壓力加權，熱傳方程式則用溫度加權。

我們現在可以對單一元素用局部座標 $x, y$ 表示，並產生四個殘值方程式：

$$\begin{aligned} \int_A S_i \left( k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + q'' \right) dA &= 0 \\ \int_A S_j \left( k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + q'' \right) dA &= 0 \end{aligned}$$

$$\int_A S_m \left( k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + q'' \right) dA = 0$$

$$\int_A S_n \left( k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + q'' \right) dA = 0$$

將上面方程式以一精簡的方式重寫為：

$$\int_A [S]^T \left( k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + q'' \right) dA = 0 \quad (3.7)$$

這裏形狀函數的轉置矩陣定義為：

$$[S]^T = \begin{bmatrix} S_i \\ S_j \\ S_m \\ S_n \end{bmatrix}$$

假設所使用之材料具x, y方向之熱等向性, 即  $k_x=k_y=k$ , 重寫方程式 (3.7) 變成:

$$\int_A [S]^T \left( k \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} \right) dA + \int_A [S]^T \left( k \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right) dA + \int_A ([S]^T q'') dA = 0 \quad (3.8)$$

計算(3.8)即可得到元素方程式。

根據連鎖律, 我們先將(3.8)中的二次項化為一次項, 即:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( [S]^T \frac{\partial T}{\partial x} \right) = [S]^T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial [S]^T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x}$$

重排方程式, 我們有

$$[S]^T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( [S]^T \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial [S]^T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3.9)$$

應用(3.9)的結果並重寫 (3.8), 我們有:

$$\begin{aligned} & \int_A k \frac{\partial}{\partial x} \left( [S]^T \frac{\partial T}{\partial x} \right) dA - \int_A k \left( \frac{\partial [S]^T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \right) dA + \\ & \int_A k \frac{\partial}{\partial y} \left( [S]^T \frac{\partial T}{\partial y} \right) dA - \int_A k \left( \frac{\partial [S]^T}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) dA + \\ & \int_A ([S]^T q'') dA = 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

(3.10)的第一、三項  $\int_A k \frac{\partial}{\partial x} ([S]^T \frac{\partial T}{\partial x}) dA$  ,  $\int_A k \frac{\partial}{\partial y} ([S]^T \frac{\partial T}{\partial x}) dA$  我們可以使用 Green's 定理，改寫面積分成沿元素邊緣的線積分，亦即：

$$\int_A k \frac{\partial}{\partial x} ([S]^T \frac{\partial T}{\partial x}) dA = \int_{\Delta} k [S]^T \frac{\partial T}{\partial x} \cos \theta \cdot d\Delta \quad (3.11)$$

同理

$$\int_A k \frac{\partial}{\partial y} ([S]^T \frac{\partial T}{\partial y}) dA = \int_{\Delta} k [S]^T \frac{\partial T}{\partial y} \sin \theta \cdot d\Delta$$

忽略輻射熱傳並考慮一個有對流熱傳邊界條件的元素，於jm邊緣，ok 使用x方向的能量守恆即經由傳導到達jm邊緣的能量，需要等於由jm邊緣被流體對流走的能量，因此我們可以寫下：

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = h \cdot (T - T_{\infty}) \quad (3.12)$$

將(3.12)代入(3.11)，產生：

$$\begin{aligned} \int_{\Delta} k [S]^T \frac{\partial T}{\partial x} \cos \theta \cdot d\Delta &= \int_{\Delta} h [S]^T (T - T_{\infty}) \cos \theta \cdot d\Delta \\ &= \int_{\Delta} h [S]^T T \cos \theta \cdot d\Delta - \int_{\Delta} h [S]^T T_{\infty} \cos \theta \cdot d\Delta \end{aligned}$$

同理

$$\begin{aligned} \int_{\Delta} k [S]^T \frac{\partial T}{\partial y} \sin \theta \cdot d\Delta &= \int_{\Delta} h [S]^T (T - T_{\infty}) \sin \theta \cdot d\Delta \\ &= \int_{\Delta} h [S]^T T \sin \theta \cdot d\Delta - \int_{\Delta} h [S]^T T_{\infty} \sin \theta \cdot d\Delta \end{aligned}$$

是故對一對流邊界條件下，沿不同的矩形元素的邊緣，

+  $\int_{\Delta} h [S]^T T \sin \theta \cdot d\Delta$  及 +  $\int_{\Delta} h [S]^T T \cos \theta \cdot d\Delta$  項貢獻給勁度矩陣可以算出為：

$$\{K\}^{(e)} = \frac{h l_{ij}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \{K\}^{(e)} = \frac{h l_{jm}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{K\}^{(e)} = \frac{h l_{mn}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \{K\}^{(e)} = \frac{h l_{ni}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

而對  $-\int_{\Delta} h[S]^T T_{\infty} \cos \theta \cdot d\Delta$  及  $-\int_{\Delta} h[S]^T T_{\infty} \sin \theta \cdot d\Delta$  項，其貢獻給元素的溫度負載向量，可由計算沿矩形元素邊緣的積分而得：

$$\{q\}^{(e)} = \frac{h T_{\infty} \cdot l_{ij}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \{q\}^{(e)} = \frac{h T_{\infty} \cdot l_{jm}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$


$$\{q\}^{(e)} = \frac{h T_{\infty} \cdot l_{mn}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \{q\}^{(e)} = \frac{h T_{\infty} \cdot l_{ni}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

(3.10)的第二、四項  $(-\int_A k (\frac{\partial [S]^T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x}) dA)$  及  $(-\int_A k (\frac{\partial [S]^T}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y}) dA)$  可藉由 (3.5)的結果來做計算，即：

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [S_i S_j S_m S_n] \cdot \begin{bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_m \\ T_n \end{bmatrix} = + \frac{1}{l \cdot w} [(-w+y) \quad (w-y) \quad y \quad -y] \cdot \begin{bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_m \\ T_n \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\text{且 } \frac{\partial [S]^T}{\partial x} = + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \begin{bmatrix} S_i \\ S_j \\ S_m \\ S_n \end{bmatrix} = + \frac{1}{l \cdot w} \begin{bmatrix} -w+y \\ w-y \\ y \\ -y \end{bmatrix} \quad (3.15')$$

(3.15)及(3.15')代入第二項  $( - \int_A k (\frac{\partial [S]^T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x}) dA )$  , 並計算積分結果可得其值等於 :

$$\begin{aligned} & (-k \cdot \int_0^w \int_0^l \frac{1}{l^2 \cdot w^2} \begin{bmatrix} -w+y \\ w-y \\ y \\ -y \end{bmatrix} [(-w+y) \quad (w-y) \quad y \quad -y] \cdot \begin{bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_m \\ T_n \end{bmatrix} dx dy) = \\ & - \frac{k w}{6 l} \cdot \begin{bmatrix} +2 & -2 & -1 & +1 \\ -2 & +2 & +1 & -1 \\ -1 & +1 & +2 & -2 \\ +1 & -1 & -2 & +2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_m \\ T_n \end{bmatrix} \quad (3.16) \end{aligned}$$

同理可得第四項,  $( - \int_A k (\frac{\partial [S]^T}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y}) dA )$  等於 :

$$\begin{aligned} & (-k \cdot \int_0^w \int_0^l \frac{1}{l^2 \cdot w^2} \begin{bmatrix} -l+x \\ -x \\ x \\ l-x \end{bmatrix} [(-l+x) \quad -x \quad x \quad l-x] \cdot \begin{bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_m \\ T_n \end{bmatrix} dx dy) = \\ & - \frac{k l}{6 w} \cdot \begin{bmatrix} +2 & +1 & -1 & -2 \\ +1 & +2 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & +2 & +1 \\ -2 & -1 & +1 & +2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_m \\ T_n \end{bmatrix} \quad (3.17) \end{aligned}$$

對溫度負載向量 , 我們可得 :

$$\int_A ([S]^T q'') dA = q'' \int_A \begin{bmatrix} S_i \\ S_j \\ S_m \\ S_n \end{bmatrix} \cdot dA = \frac{q'' A}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

當矩形元素邊緣為等熱流邊界條件時, 元素的溫度負載向量可由下式得到 :

$$\{q\}^{(e)} = \frac{q' \cdot l_{ij}}{2} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \{q\}^{(e)} = \frac{q' \cdot l_{jm}}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

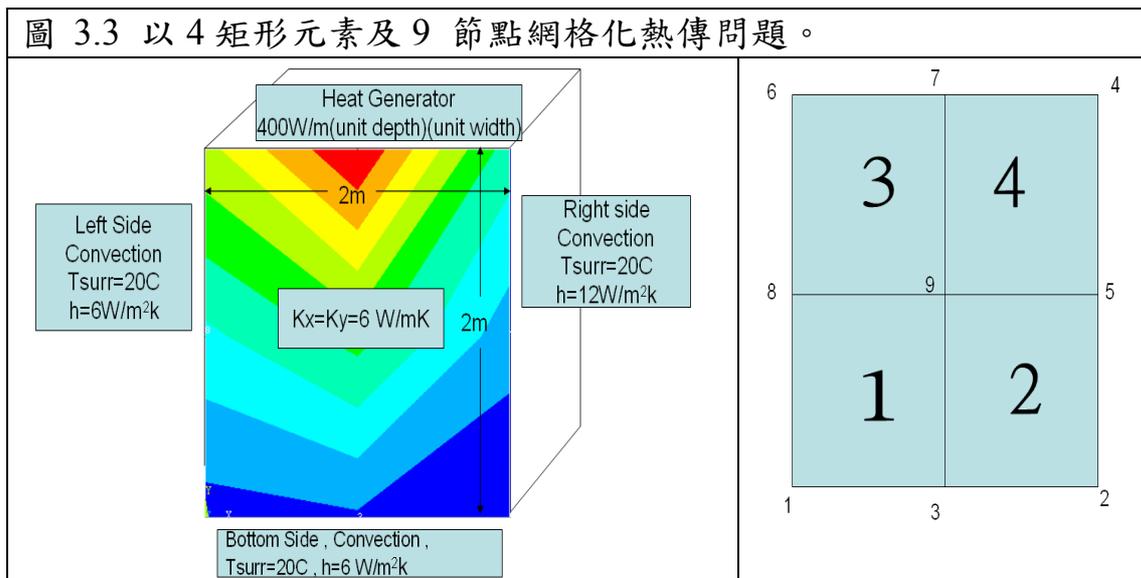
$$\{q\}^{(e)} = \frac{q' \cdot l_{mn}}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \{q\}^{(e)} = \frac{q' \cdot l_{ni}}{2} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

此處  $q'$  代表有單位寬度之單位面積下之熱生成。

### 3.5 手算有限元素法之熱傳問題

典型的有限元素法問題幾乎不可能用手算，因為它是非常繁雜的程序，然而，我們將使用上節所發展之元素計算式及一個簡單的ANSYS®程式碼來驗證其結果以幫助我們更瞭解有限元素法的求解過程。

我們所設計的問題如下圖3.3所示，一  $2\text{m} \times 2\text{m}$  的  $x, y$  等熱性質之面板 ( $k_x = k_y = 6\text{W/mK}$ ) 在一上方有熱產生器而其它三方有不盡相同之對流熱傳時，求解其九節點溫度。



由上圖3.3右，我們將面板離散(網格式)成四矩形元素及九節點。元素及其節點之關係可以寫成表3.1：

表 3.1 元素及其節點之關係

元素/節點	i	j	m	n
(1) □	1	3	9	8
(2) □	3	2	5	9
(3) □	8	9	7	6
(4) □	9	5	4	7

由(3.16)，(3.17)及表3.1，傳導矩陣貢獻到勁度矩陣可表示為：

$$\{K\}^{(1)} = \{K\}^{(2)} = \{K\}^{(3)} = \{K\}^{(4)} = \frac{6 \cdot 1}{6 \cdot 1} \begin{bmatrix} +2 & -2 & -1 & +1 \\ -2 & +2 & +1 & -1 \\ -1 & +1 & +2 & -2 \\ +1 & -1 & -2 & +2 \end{bmatrix} + \frac{6 \cdot 1}{6 \cdot 1} \begin{bmatrix} +2 & +1 & -1 & -2 \\ +1 & +2 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & +2 & +1 \\ -2 & -1 & +1 & +2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +4 & -1 & -2 & -1 \\ -1 & +4 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & +4 & -1 \\ -1 & -2 & -1 & +4 \end{bmatrix} \begin{matrix} i \\ j \\ m \\ n \end{matrix}$$

組合四個元素成一個9\*9 矩陣，其結果可表為：

$$\{K\}_{cond} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 8 & 0 & -2 & 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 8 & 0 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & -1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -2 & -1 & 8 & -2 & -2 \\ -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -1 & -2 & 8 & -2 \\ -2 & -2 & -2 & -2 & -2 & -2 & -2 & -2 & 16 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \quad (3.20)$$

由上節之討論對流邊界條件將有兩種貢獻，一在勁度矩陣(使用式3.13)，另一在溫度負載向量(使用式3.14)，此即：

$$\{K\}^{(1)} = \frac{6 \cdot 1}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{6 \cdot 1}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\{K\}^{(2)} = \frac{6 \cdot 1}{6} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{12 \cdot 1}{6} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{K\}^{(3)} = \frac{6 \cdot 1}{6} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\{K\}^{(4)} = \frac{12 \cdot 1}{6} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

組合  $\{K\}^{(1)-(4)}$  產生  $\{K\}_{conv}$

$$\{K\}_{conv} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \quad (3.21)$$

溫度負載向量如下：

$$\{q\}^{(1)} = \frac{6 \cdot 20 \cdot 1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{6 \cdot 20 \cdot 1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 \\ 60 \\ 0 \\ 60 \end{bmatrix}$$

$$\{q\}^{(2)} = \frac{6 \cdot 20 \cdot 1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{12 \cdot 20 \cdot 1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 \\ 180 \\ 120 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\{q\}^{(3)} = \frac{6 \cdot 20 \cdot 1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 \\ 0 \\ 0 \\ 60 \end{bmatrix}$$

$$\{q\}^{(4)} = \frac{6 \cdot 20 \cdot 1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 120 \\ 120 \\ 0 \end{bmatrix}$$

組合  $\{q\}^{(1)\sim(4)}$  產生  $\{q\}_{conv}$  :



$$\{q\}_{conv} = \begin{bmatrix} 120 \\ 180 \\ 120 \\ 180 \\ 240 \\ 120 \\ 60 \\ 120 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \quad (3.22)$$

熱產生器之溫度負載由(3.18) 加諸在元素3 及 元素4， 我們有：

$$\{q\}_{\text{heat generator}} = \frac{400 \cdot 1}{4} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 100 \\ 0 \\ 100 \\ 200 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

所以  $\{q\}$  最後變成：

$$\{q\} = \begin{bmatrix} 120 \\ 180 \\ 120 \\ 100 \\ 240 \\ 100 \\ 200 \\ 120 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}$$



再次重組勁度矩陣並運用方程式(3.1)：

$$\begin{aligned} \{K\} &= \{K\}_{\text{cond}} + \{K\}_{\text{conv}} \\ \{q\} &= \{q\}_{\text{conv}} + \{q\}_{\text{heat generator}} \\ \{T\} &= \{q\} \{K\}^{-1} \end{aligned}$$

使用4矩形元素的 9 節點便可求解。

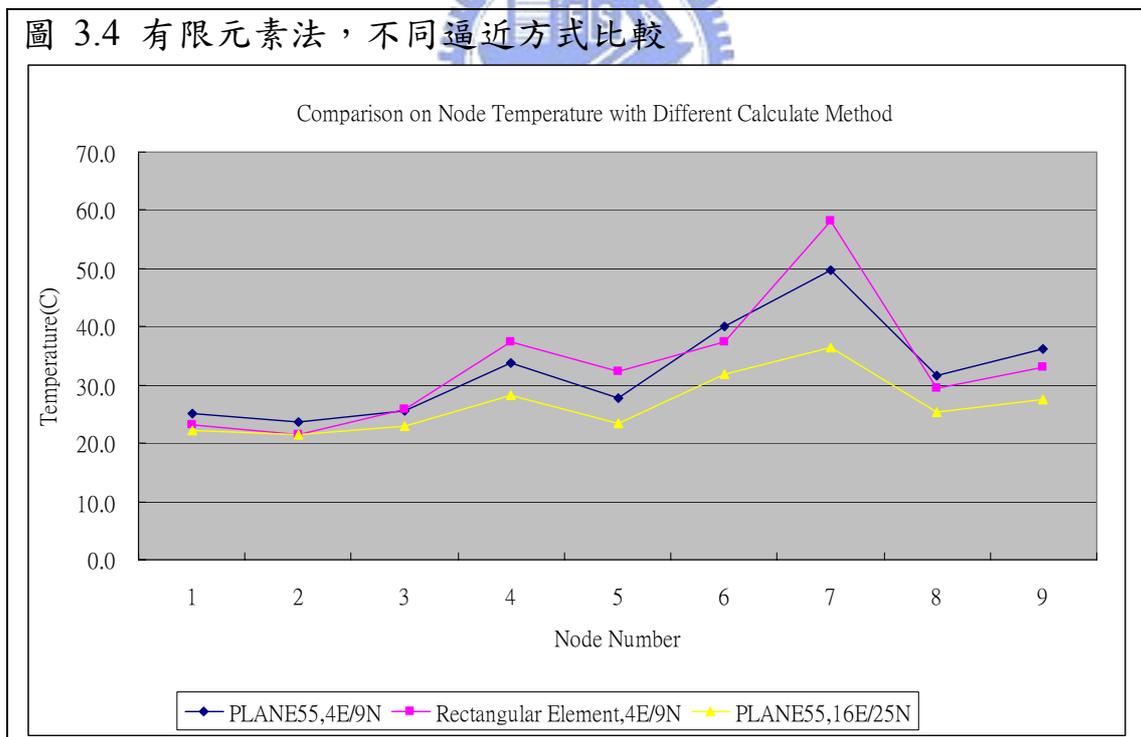
我們也用了類似矩形元素的ANSYS®內建元素PLANT55的4元素及16元素來做比較，結果如表3.2。(ANSYS®程式碼如附錄一)，很明顯我們推出的元素不同於內建元素，而理論上愈多的使用元素其結果將愈逼近真值，如以16元素做為正確值則我們所推導的元素在節點1，2，6，8，9有比

內建元素Plane55更好的結果。

表 3.2 有限元素法，不同逼近方式比較

Temp NODE	Plane55 (4E9N)	Rectangular(4E9N)	Plane55 (16E25N)
1	25.0	23.3	22.1
2	23.5	21.4	21.4
3	25.7	25.8	22.8
4	33.7	37.4	28.3
5	27.7	32.3	23.5
6	40.1	37.4	31.8
7	49.8	58.1	36.6
8	31.6	29.5	25.4
9	36.3	33.2	27.6

圖 3.4 有限元素法，不同逼近方式比較



## 第四章 LED-背光板的散熱實驗與模擬

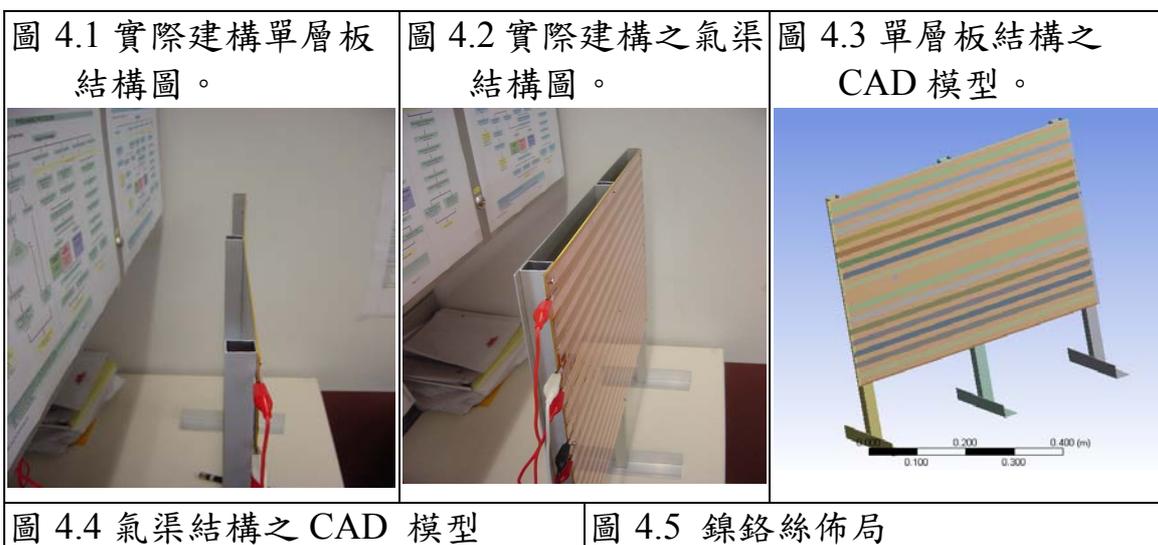
### 4.1 實驗及模擬

我們為一正在發展中且使用金屬心電路板(metal core printed circuit board, MCPCB)的29寸無扇式LED-背光板(寬0.6 m，高0.45m)建模，含單板及氣渠結構，實際模型及電腦繪圖模型如圖4.1~4.4，我們想知道以下的事項：

1. 金屬心電路板，可否符合我們的需求(板溫 $<80^{\circ}\text{C}$ )而用於LED背光板的散熱？
2. 如果使用金屬心電路板，其最高可用功率多少？
3. 使用有限元素法可否成功模擬各種散熱結構，如何計算及使用熱傳係數？有何限制？

為了簡化問題我們使用1mm 鋁板充當散熱板，黏上發熱鎳鉻絲充當LED在金屬心電路板，並用2.5 mil 的kapton 膠帶(熱導係數 $=0.37\text{ W/mK}$ )充當封裝材及電路板絕緣層，其它設定如下：

- 溫度量測點 (L1~L15) 如圖4.6~4.7所示。
- 實驗所使用的變壓器，電源供應器，三用電錶如圖4.8所示。
- 熱耦記錄器如圖4.9所示



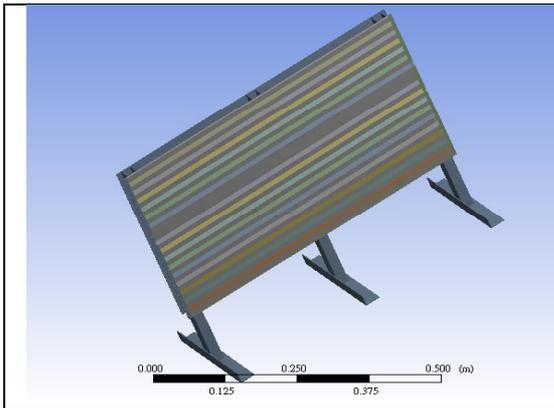


圖 4.6 實驗之量測點標識

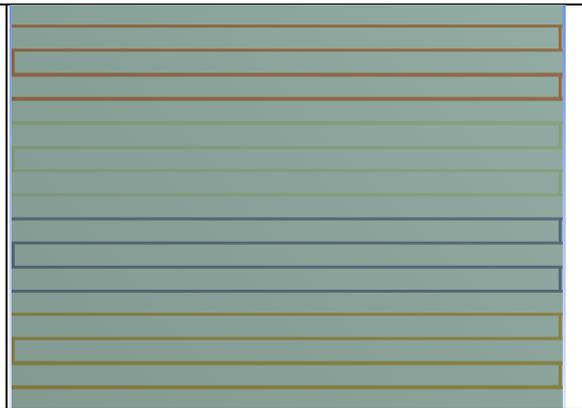


圖 4.7 模型之量測點標識



圖 4.8 變壓器，電源供應器，三用電錶

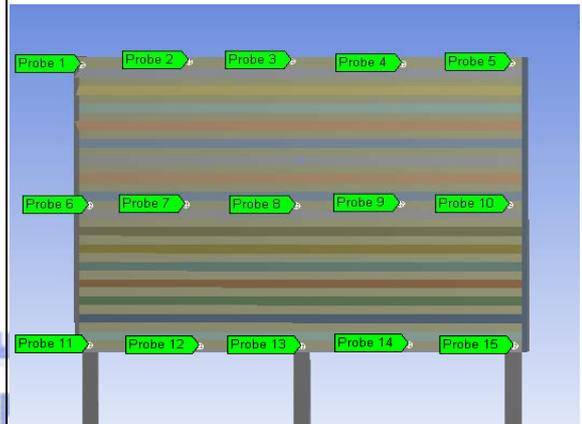


圖 4.9 熱耦記錄器



## 4.2 手算結果

手算在於散熱的設計是相當重要的一個環節，其可以幫我們在實驗及模擬前有一初步的構想。以下的手算結果乃設定在層溫  $T_F < 75^\circ\text{C}$  (相當於在  $T_A = 22^\circ\text{C}$  的表面溫度  $T_S < 128^\circ\text{C}$ ) 下的空氣流體。

### 4.2.1 最大輻射熱傳係數

最大輻射熱傳係數假設在 80°C，對一商用鋁板，由表 4.1 得 emissivity 約等於 0.09。假設外界環境為完美吸收體，我們可將輻射熱傳係數類比於對流熱傳係數而有：

$$q'_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma(T_S^4 - T_A^4) = h_r\Delta T = h_r(T_S - T_A)$$

$$\rightarrow h_r = \varepsilon\sigma(T_S^4 - T_A^4) / (T_S - T_A)$$

$$\rightarrow (h_r)_{\text{max}} = 0.09 * 5.67 * 10^{-8} (353^4 - 295^4) / (353 - 295) \sim 0.7 \text{ W/m}^2\text{K}$$

即使為完美吸收，最大輻射熱傳係數(0.7 W/m<sup>2</sup>K)比之自由對流的對流熱傳係數(5~10 W/m<sup>2</sup>K)仍算小，為求簡單起見，我們將於模擬中忽略輻射熱傳。

表 4.1 常用鋁板之 emissivity -ε-。

Aluminum	溫度 °C	Emissivity 係數 -ε-
Unoxidized	25	0.02
Unoxidized	100	0.03
Highly Polished	100	0.09
Commercial Sheet	100	0.09
Alloy 1100-0	93-427	0.05
Alloy 24ST	24	0.09
Alloy 75ST	24	0.11

Data from [http://www.engineeringtoolbox.com/emissivity-coefficients-d\\_447.html](http://www.engineeringtoolbox.com/emissivity-coefficients-d_447.html)

### 4.2.2 氣渠結構中的最佳與最大板距

我們用第二章之算式(2.25)(2.26)來求最差情形下(功率 400W，層溫 75C 時)之最佳與最大板距，結果如表 4.3，由表知最佳板距為 3.33 mm 與最大板距為 16 mm。

我們在實驗中用 18mm 只是為求較好的散熱，並未考慮進一步的節省空間。

### 4.2.3 最大瑞里數，局部納塞數及 Elenbaas 數：

最大瑞里數應發生在板的頂端，因此  $x = L = 0.45 \text{ m}$ 。我們假設最差情形（功率 400W，層溫 75C 時），計算結果如表 4.2 及 4.3 所示。很明顯地，兩種結構中，不管是  $(Ra)_{\max}$  或  $(Ra')_{\max}$ ，其值都落在層流的範圍內 ( $Ra < 10^9$  or  $Ra' < 10^{13}$ )。因此兩種結構之局部納塞數， $Nu$  and  $Nu'$  都可用層流範圍之(2.13)式， $n=1/4$ ， $C=0.59$  及 (2.17)式來計算。計算結果如表 4.2 及 4.3 所示。

表 4.2 400W， $x=L$ ，手算結果(單層板結構)

Power #	$T_F$	$g$	$\beta$	$k$	$\nu$	$\rho$	$C_p$	$\alpha$	$Pr$
400W(M)	22	9.8	3.39E-03	0.0255	1.50E-05	1.1952	1005.3	2.12E-05	0.7111
400W(M)	25	9.8	3.36E-03	0.0258	1.54E-05	1.1830	1005.4	2.17E-05	0.7108
400W(M)	30	9.8	3.30E-03	0.0261	1.59E-05	1.1640	1005.7	2.23E-05	0.7103
400W(M)	35	9.8	3.25E-03	0.0265	1.63E-05	1.1470	1006.0	2.30E-05	0.7098
400W(M)	40	9.8	3.19E-03	0.0268	1.68E-05	1.1290	1006.3	2.36E-05	0.7093
400W(M)	45	9.8	3.14E-03	0.0273	1.73E-05	1.1110	1006.6	2.44E-05	0.7087
400W(M)	50	9.8	3.10E-03	0.0276	1.78E-05	1.0930	1006.9	2.51E-05	0.7082
400W(M)	55	9.8	3.05E-03	0.0280	1.82E-05	1.0790	1007.3	2.58E-05	0.7077
400W(M)	60	9.8	3.00E-03	0.0284	1.88E-05	1.0610	1007.7	2.65E-05	0.7072
400W(M)	65	9.8	2.96E-03	0.0288	1.93E-05	1.0470	1008.0	2.73E-05	0.7067
400W(M)	70	9.8	2.92E-03	0.0291	1.98E-05	1.0300	1008.4	2.80E-05	0.7062
400W(M)	75	9.8	2.87E-03	0.0295	2.03E-05	1.0130	1008.8	2.88E-05	0.7057
Power #	$T_s$	$L$	$q'(W/m^2)$	$q'/2^+ \text{ side}$	$Ra'x(L)$	$Nu'x(L)$	$Ra(L)$	$Nu(L)$	
400W(M)	22.0	0.4500	1481.5	617.3	1.04E+11	95.8	0.00E+00	0.00	
400W(M)	28.0	0.4500	1481.5	617.3	9.68E+10	94.5	5.39E+07	50.55	
400W(M)	38.0	0.4500	1481.5	617.3	8.84E+10	92.8	1.33E+08	63.38	
400W(M)	48.0	0.4500	1481.5	617.3	8.12E+10	91.2	2.01E+08	70.28	
400W(M)	58.0	0.4500	1481.5	617.3	7.46E+10	89.7	2.59E+08	74.88	
400W(M)	68.0	0.4500	1481.5	617.3	6.80E+10	88.0	3.07E+08	78.09	
400W(M)	78.0	0.4500	1481.5	617.3	6.24E+10	86.5	3.47E+08	80.54	
400W(M)	88.0	0.4500	1481.5	617.3	5.74E+10	85.1	3.82E+08	82.50	
400W(M)	98.0	0.4500	1481.5	617.3	5.27E+10	83.7	4.09E+08	83.92	
400W(M)	108.0	0.4500	1481.5	617.3	4.86E+10	82.3	4.33E+08	85.10	
400W(M)	118.0	0.4500	1481.5	617.3	4.47E+10	81.0	4.50E+08	85.94	
400W(M)	128.0	0.4500	1481.5	617.3	4.13E+10	79.7	4.64E+08	86.60	

表 4.3 400W，x=L，手算結果(氣渠結構)

Power	#	T <sub>F</sub>	g	β	q'(W/m <sup>2</sup> )	k	v	ρ	C <sub>p</sub>	α	L	Pr	Space
400W(M)	22	9.8	3.39E-03	1481.5	0.0255	1.50E-05	1.1952	1005.3	2.12E-05	0.4500	0.7111	0.018	
400W(M)	25	9.8	3.36E-03	1481.5	0.0258	1.54E-05	1.1830	1005.4	2.17E-05	0.4500	0.7108	0.018	
400W(M)	30	9.8	3.30E-03	1481.5	0.0261	1.59E-05	1.1640	1005.7	2.23E-05	0.4500	0.7103	0.018	
400W(M)	35	9.8	3.25E-03	1481.5	0.0265	1.63E-05	1.1470	1006.0	2.30E-05	0.4500	0.7098	0.018	
400W(M)	40	9.8	3.19E-03	1481.5	0.0268	1.68E-05	1.1290	1006.3	2.36E-05	0.4500	0.7093	0.018	
400W(M)	45	9.8	3.14E-03	1481.5	0.0273	1.73E-05	1.1110	1006.6	2.44E-05	0.4500	0.7087	0.018	
400W(M)	50	9.8	3.10E-03	1481.5	0.0276	1.78E-05	1.0930	1006.9	2.51E-05	0.4500	0.7082	0.018	
400W(M)	55	9.8	3.05E-03	1481.5	0.0280	1.82E-05	1.0790	1007.3	2.58E-05	0.4500	0.7077	0.018	
400W(M)	60	9.8	3.00E-03	1481.5	0.0284	1.88E-05	1.0610	1007.7	2.65E-05	0.4500	0.7072	0.018	
400W(M)	65	9.8	2.96E-03	1481.5	0.0288	1.93E-05	1.0470	1008.0	2.73E-05	0.4500	0.7067	0.018	
400W(M)	70	9.8	2.92E-03	1481.5	0.0291	1.98E-05	1.0300	1008.4	2.80E-05	0.4500	0.7062	0.018	
400W(M)	75	9.8	2.87E-03	1481.5	0.0295	2.03E-05	1.0130	1008.8	2.88E-05	0.4500	0.7057	0.018	
Power	#	T <sub>s</sub>	P <sub>q</sub>	Z <sub>opt</sub>	Z <sub>max</sub>	El'(Ra <sub>g</sub> ap)	Nu(comp)	Nu(fd)	Nu(ip)	Ra'x(L)	Nu'x(L)	Ra(L)	Nu(L)
400W(M)	22.0	1.35E+13	2.77E-03	1.32E-02	2.546E+04	5.527	65.138	5.552	2.49E+11	114.1	0.00E+00	0.00	
400W(M)	28.0	1.26E+13	2.80E-03	1.34E-02	2.379E+04	5.452	62.971	5.478	2.32E+11	112.6	5.39E+07	50.55	
400W(M)	38.0	1.15E+13	2.86E-03	1.36E-02	2.173E+04	5.353	60.186	5.380	2.12E+11	110.5	1.33E+08	63.38	
400W(M)	48.0	1.06E+13	2.90E-03	1.39E-02	1.995E+04	5.261	57.667	5.288	1.95E+11	108.7	2.01E+08	70.28	
400W(M)	58.0	9.70E+12	2.95E-03	1.41E-02	1.833E+04	5.172	55.269	5.199	1.79E+11	106.8	2.59E+08	74.88	
400W(M)	68.0	8.84E+12	3.01E-03	1.44E-02	1.671E+04	5.075	52.767	5.104	1.63E+11	104.9	3.07E+08	78.09	
400W(M)	78.0	8.12E+12	3.06E-03	1.46E-02	1.533E+04	4.988	50.554	5.017	1.50E+11	103.1	3.47E+08	80.54	
400W(M)	88.0	7.47E+12	3.11E-03	1.49E-02	1.412E+04	4.905	48.505	4.935	1.38E+11	101.4	3.82E+08	82.50	
400W(M)	98.0	6.86E+12	3.17E-03	1.51E-02	1.296E+04	4.820	46.470	4.851	1.27E+11	99.7	4.09E+08	83.92	
400W(M)	108.0	6.32E+12	3.22E-03	1.54E-02	1.195E+04	4.742	44.626	4.773	1.17E+11	98.1	4.33E+08	85.10	
400W(M)	118.0	5.82E+12	3.27E-03	1.56E-02	1.100E+04	4.662	42.808	4.694	1.07E+11	96.5	4.50E+08	85.94	
400W(M)	128.0	5.37E+12	3.33E-03	1.59E-02	1.015E+04	4.586	41.126	4.620	9.91E+10	94.9	4.64E+08	86.60	

#### 4.2.4 對流熱傳係數估算

板的局部對流熱傳係數是在  $x = L/2 = 0.225$  m 處估算。計算結果如表 4.4 及 4.5。因為自由對流之熱傳係數與溫度有關。我們將採用適當的關聯式來計算局部對流熱傳係數。對氣渠結構而言，氣渠內(等熱流，非對稱)採 Elenbaas 的關聯式來計算，面板外部(等熱流)採 Bar-cohan 的關聯式來計算，支柱面外部(無熱源)則採 Ellison 的關聯式來計算，計算後之  $h$  對  $T$  繪圖如 4.10；而對單層板結構而言，兩面皆視為等熱流面，計算後  $h$  對  $T$  繪圖如 4.11。

表 4.4 局部對流熱傳係數的計算 (單層板結構)

Power #	q'/2 <sup>+</sup> side	T <sub>F</sub>	T <sub>s</sub>	Ra'x(L/2)	Nu'x(L/2)	hx <sub>isoQ</sub> (L/2)	Power #	q'/2 <sup>+</sup> side	T <sub>F</sub>	T <sub>s</sub>	Ra'x(L/2)	Nu'x(L/2)	hx <sub>isoQ</sub> (L/2)
100W(M)	154.3	22	22	1.62E+09	41.7	4.72	200W(M)	308.6	22	22	3.24E+09	47.9	5.43
100W(M)	154.3	25	28	1.51E+09	41.1	4.71	200W(M)	308.6	25	28	3.03E+09	47.2	5.41
100W(M)	154.3	30	38	1.38E+09	40.4	4.69	200W(M)	308.6	30	38	2.76E+09	46.4	5.39
100W(M)	154.3	35	48	1.27E+09	39.7	4.68	200W(M)	308.6	35	48	2.54E+09	45.6	5.37
100W(M)	154.3	40	58	1.17E+09	39.0	4.66	200W(M)	308.6	40	58	2.33E+09	44.8	5.35
100W(M)	154.3	45	68	1.06E+09	38.3	4.64	200W(M)	308.6	45	68	2.12E+09	44.0	5.33
100W(M)	154.3	50	78	9.75E+08	37.7	4.62	200W(M)	308.6	50	78	1.95E+09	43.3	5.31
100W(M)	154.3	55	88	8.98E+08	37.0	4.61	200W(M)	308.6	55	88	1.80E+09	42.6	5.30
100W(M)	154.3	60	98	8.24E+08	36.4	4.59	200W(M)	308.6	60	98	1.65E+09	41.8	5.27
100W(M)	154.3	65	108	7.60E+08	35.8	4.58	200W(M)	308.6	65	108	1.52E+09	41.2	5.26
100W(M)	154.3	70	118	6.99E+08	35.2	4.56	200W(M)	308.6	70	118	1.40E+09	40.5	5.24
100W(M)	154.3	75	128	6.45E+08	34.7	4.54	200W(M)	308.6	75	128	1.29E+09	39.8	5.21
Power #	q'/2 <sup>+</sup> side	T <sub>F</sub>	T <sub>s</sub>	Ra'x(L/2)	Nu'x(L/2)	hx <sub>isoQ</sub> (L/2)	Power #	q'/2 <sup>+</sup> side	T <sub>F</sub>	T <sub>s</sub>	Ra'x(L/2)	Nu'x(L/2)	hx <sub>isoQ</sub> (L/2)
150W(M)	231.5	22	22	2.43E+09	45.2	5.12	300W(M)	463.0	22	22	4.86E+09	51.9	5.89
150W(M)	231.5	25	28	2.27E+09	44.6	5.11	300W(M)	463.0	25	28	4.54E+09	51.2	5.87
150W(M)	231.5	30	38	2.07E+09	43.8	5.09	300W(M)	463.0	30	38	4.15E+09	50.3	5.85
150W(M)	231.5	35	48	1.90E+09	43.1	5.07	300W(M)	463.0	35	48	3.81E+09	49.5	5.83
150W(M)	231.5	40	58	1.75E+09	42.3	5.05	300W(M)	463.0	40	58	3.50E+09	48.6	5.80
150W(M)	231.5	45	68	1.59E+09	41.6	5.03	300W(M)	463.0	45	68	3.19E+09	47.7	5.78
150W(M)	231.5	50	78	1.46E+09	40.8	5.01	300W(M)	463.0	50	78	2.92E+09	46.9	5.76
150W(M)	231.5	55	88	1.35E+09	40.2	5.00	300W(M)	463.0	55	88	2.69E+09	46.2	5.75
150W(M)	231.5	60	98	1.24E+09	39.5	4.98	300W(M)	463.0	60	98	2.47E+09	45.4	5.72
150W(M)	231.5	65	108	1.14E+09	38.9	4.97	300W(M)	463.0	65	108	2.28E+09	44.6	5.71
150W(M)	231.5	70	118	1.05E+09	38.2	4.95	300W(M)	463.0	70	118	2.10E+09	43.9	5.68
150W(M)	231.5	75	128	9.68E+08	37.6	4.92	300W(M)	463.0	75	128	1.94E+09	43.2	5.65
Power #	q'/2 <sup>+</sup> side	T <sub>F</sub>	T <sub>s</sub>	Ra'x(L/2)	Nu'x(L/2)	hx <sub>isoQ</sub> (L/2)	Power #	q'/2 <sup>+</sup> side	T <sub>F</sub>	T <sub>s</sub>	Ra'x(L/2)	Nu'x(L/2)	hx <sub>isoQ</sub> (L/2)
400W(M)	617.3	22	22	6.47E+09	55.0	6.23	400W(M)	617.3	22	22	6.47E+09	55.0	6.23
400W(M)	617.3	25	28	6.05E+09	54.3	6.22	400W(M)	617.3	25	28	6.05E+09	54.3	6.22
400W(M)	617.3	30	38	5.53E+09	53.3	6.19	400W(M)	617.3	30	38	5.53E+09	53.3	6.19
400W(M)	617.3	35	48	5.07E+09	52.4	6.17	400W(M)	617.3	35	48	5.07E+09	52.4	6.17
400W(M)	617.3	40	58	4.66E+09	51.5	6.14	400W(M)	617.3	40	58	4.66E+09	51.5	6.14
400W(M)	617.3	45	68	4.25E+09	50.6	6.13	400W(M)	617.3	45	68	4.25E+09	50.6	6.13
400W(M)	617.3	50	78	3.90E+09	49.7	6.10	400W(M)	617.3	50	78	3.90E+09	49.7	6.10
400W(M)	617.3	55	88	3.59E+09	48.9	6.09	400W(M)	617.3	55	88	3.59E+09	48.9	6.09
400W(M)	617.3	60	98	3.30E+09	48.1	6.06	400W(M)	617.3	60	98	3.30E+09	48.1	6.06
400W(M)	617.3	65	108	3.04E+09	47.3	6.04	400W(M)	617.3	65	108	3.04E+09	47.3	6.04
400W(M)	617.3	70	118	2.80E+09	46.5	6.02	400W(M)	617.3	70	118	2.80E+09	46.5	6.02
400W(M)	617.3	75	128	2.58E+09	45.8	5.99	400W(M)	617.3	75	128	2.58E+09	45.8	5.99

表 4.5 局部對流熱傳係數的計算 (氣渠結構)

Power	#	T <sub>F</sub>	T <sub>s</sub>	Pq	El'(Ra_g ap)	Nu(comp)	Nu(fd)	Nu(ip)	h_L/2_ga p_asyT	Ra'x(L/2)	Nu'x(L/2)	hx_(L/2) _isoQ	Ra(L/2)	Nu(L/2)	hx_(L/2) _isoT
200W(M)	22	22	22	1.35E+13	2.546E+04	5.527	65.138	5.552	7.83	7.77E+09	57.0	6.47	0.00E+00	0.00	0.000
200W(M)	25	28	28	1.26E+13	2.379E+04	5.452	62.971	5.478	7.81	7.26E+09	56.3	6.45	6.74E+06	30.06	3.443
200W(M)	30	38	38	1.15E+13	2.173E+04	5.353	60.186	5.380	7.77	6.63E+09	55.3	6.42	1.66E+07	37.68	4.378
200W(M)	35	48	48	1.06E+13	1.995E+04	5.261	57.667	5.288	7.75	6.09E+09	54.3	6.40	2.52E+07	41.79	4.922
200W(M)	40	58	58	9.70E+12	1.833E+04	5.172	55.269	5.199	7.71	5.59E+09	53.4	6.37	3.24E+07	44.52	5.311
200W(M)	45	68	68	8.84E+12	1.671E+04	5.075	52.767	5.104	7.69	5.10E+09	52.4	6.35	3.84E+07	46.43	5.625
200W(M)	50	78	78	8.12E+12	1.533E+04	4.988	50.554	5.017	7.65	4.68E+09	51.5	6.33	4.34E+07	47.89	5.877
200W(M)	55	88	88	7.47E+12	1.412E+04	4.905	48.505	4.935	7.63	4.31E+09	50.7	6.31	4.78E+07	49.05	6.107
200W(M)	60	98	98	6.86E+12	1.296E+04	4.820	46.470	4.851	7.60	3.95E+09	49.8	6.28	5.12E+07	49.90	6.291
200W(M)	65	108	108	6.32E+12	1.195E+04	4.742	44.626	4.773	7.58	3.65E+09	49.0	6.27	5.41E+07	50.60	6.468
200W(M)	70	118	118	5.82E+12	1.100E+04	4.662	42.808	4.694	7.54	3.36E+09	48.2	6.24	5.63E+07	51.10	6.614
200W(M)	75	128	128	5.37E+12	1.015E+04	4.586	41.126	4.620	7.50	3.10E+09	47.5	6.21	5.80E+07	51.49	6.739
Power	#	T <sub>F</sub>	T <sub>s</sub>	Pq	El'(Ra_g ap)	Nu(comp)	Nu(fd)	Nu(ip)	h_L/2_ga p_asyT	Ra'x(L/2)	Nu'x(L/2)	hx_(L/2) _isoQ	Ra(L/2)	Nu(L/2)	hx_(L/2) _isoT
300W(M)	22	22	22	2.02E+13	3.819E+04	5.999	79.777	6.021	8.50	1.17E+10	61.9	7.01	0.00E+00	0.00	0.000
300W(M)	25	28	28	1.89E+13	3.569E+04	5.918	77.123	5.941	8.47	1.09E+10	61.0	6.99	6.74E+06	30.06	3.443
300W(M)	30	38	38	1.73E+13	3.260E+04	5.810	73.712	5.834	8.44	9.95E+09	59.9	6.96	1.66E+07	37.68	4.378
300W(M)	35	48	48	1.58E+13	2.993E+04	5.711	70.627	5.735	8.41	9.13E+09	58.9	6.94	2.52E+07	41.79	4.922
300W(M)	40	58	58	1.45E+13	2.749E+04	5.614	67.690	5.638	8.37	8.39E+09	57.9	6.91	3.24E+07	44.52	5.311
300W(M)	45	68	68	1.33E+13	2.506E+04	5.510	64.626	5.535	8.34	7.65E+09	56.9	6.89	3.84E+07	46.43	5.625
300W(M)	50	78	78	1.22E+13	2.300E+04	5.415	61.915	5.441	8.31	7.02E+09	55.9	6.86	4.34E+07	47.89	5.877
300W(M)	55	88	88	1.12E+13	2.117E+04	5.325	59.406	5.352	8.29	6.46E+09	55.0	6.84	4.78E+07	49.05	6.107
300W(M)	60	98	98	1.03E+13	1.943E+04	5.234	56.914	5.261	8.25	5.93E+09	54.0	6.81	5.12E+07	49.90	6.291
300W(M)	65	108	108	9.49E+12	1.792E+04	5.148	54.656	5.176	8.23	5.47E+09	53.2	6.80	5.41E+07	50.60	6.468
300W(M)	70	118	118	8.73E+12	1.649E+04	5.062	52.429	5.091	8.19	5.03E+09	52.3	6.77	5.63E+07	51.10	6.614
300W(M)	75	128	128	8.06E+12	1.522E+04	4.981	50.369	5.010	8.15	4.65E+09	51.5	6.74	5.80E+07	51.49	6.739
Power	#	T <sub>F</sub>	T <sub>s</sub>	Pq	El'(Ra_g ap)	Nu(comp)	Nu(fd)	Nu(ip)	h_L/2_ga p_asyT	Ra'x(L/2)	Nu'x(L/2)	hx_(L/2) _isoQ	Ra(L/2)	Nu(L/2)	hx_(L/2) _isoT
400W(M)	22	22	22	2.69E+13	5.091E+04	6.357	92.118	6.378	9.01	1.55E+10	65.5	7.43	0.00E+00	0.00	0.000
400W(M)	25	28	28	2.52E+13	4.758E+04	6.271	89.054	6.292	8.98	1.45E+10	64.6	7.40	6.74E+06	30.06	3.443
400W(M)	30	38	38	2.30E+13	4.347E+04	6.158	85.115	6.180	8.94	1.33E+10	63.5	7.38	1.66E+07	37.68	4.378
400W(M)	35	48	48	2.11E+13	3.991E+04	6.052	81.553	6.075	8.91	1.22E+10	62.4	7.35	2.52E+07	41.79	4.922
400W(M)	40	58	58	1.94E+13	3.666E+04	5.950	78.162	5.972	8.87	1.12E+10	61.4	7.32	3.24E+07	44.52	5.311
400W(M)	45	68	68	1.77E+13	3.341E+04	5.839	74.623	5.863	8.84	1.02E+10	60.2	7.30	3.84E+07	46.43	5.625
400W(M)	50	78	78	1.62E+13	3.067E+04	5.739	71.494	5.763	8.80	9.36E+09	59.2	7.27	4.34E+07	47.89	5.877
400W(M)	55	88	88	1.49E+13	2.823E+04	5.644	68.597	5.669	8.78	8.62E+09	58.2	7.25	4.78E+07	49.05	6.107
400W(M)	60	98	98	1.37E+13	2.591E+04	5.547	65.718	5.572	8.74	7.91E+09	57.2	7.22	5.12E+07	49.90	6.291
400W(M)	65	108	108	1.26E+13	2.390E+04	5.457	63.111	5.483	8.72	7.29E+09	56.3	7.20	5.41E+07	50.60	6.468
400W(M)	70	118	118	1.16E+13	2.199E+04	5.366	60.540	5.392	8.68	6.71E+09	55.4	7.17	5.63E+07	51.10	6.614
400W(M)	75	128	128	1.07E+13	2.030E+04	5.280	58.161	5.306	8.64	6.19E+09	54.5	7.14	5.80E+07	51.49	6.739

圖 4.10 L/2 處,溫度相關之對流熱傳係數 (氣渠結構)

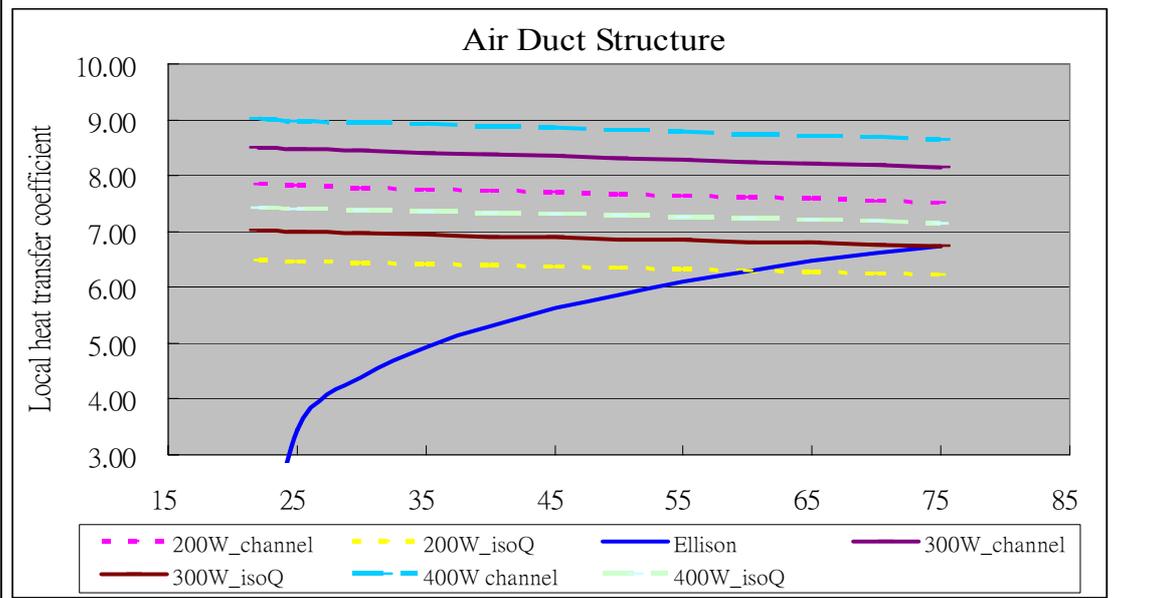
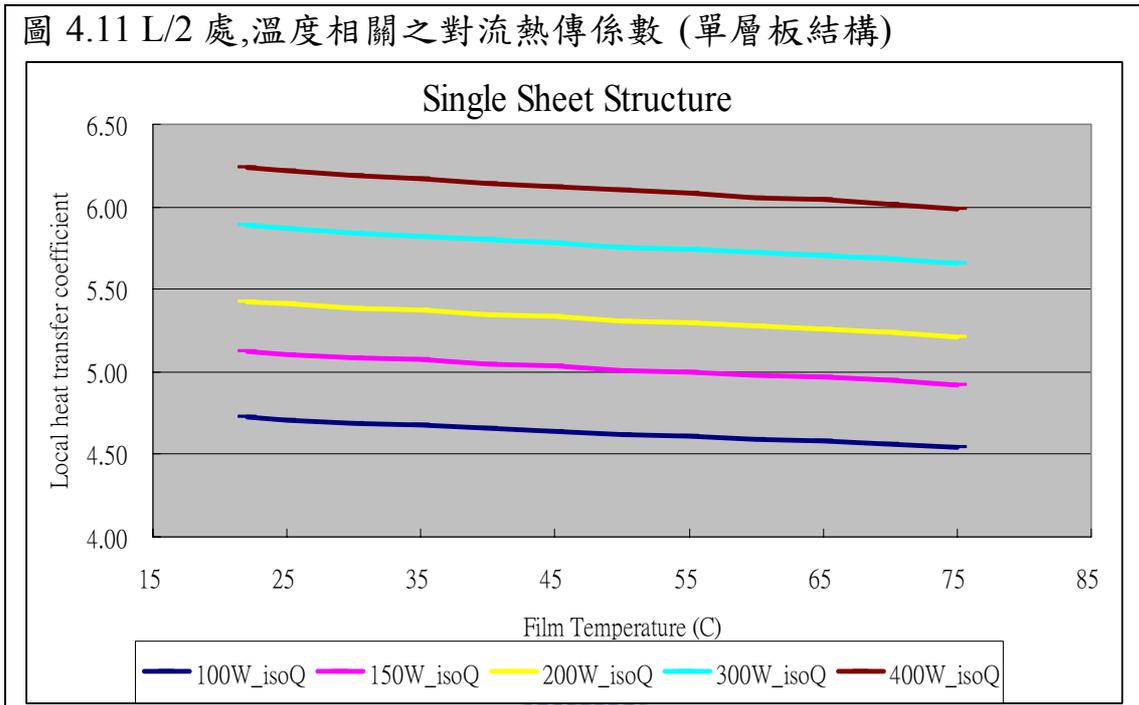


圖 4.11 L/2 處,溫度相關之對流熱傳係數 (單層板結構)



我們還做了以下的假設：

1. 因為鎳鉻絲本身不產生光及聲且輻射熱已由之前計算忽略不計，假設鎳鉻絲上所有功率全部轉成熱。
2. 假設所有異質接觸皆為無損失的熱傳導。

### 4.3 實驗結果及模擬結果

手算完成後，開始實驗及模擬：

有限體積法之熱流模擬如圖 4.12 ~ 4.14。由圖4.13知背光板上方之溫度邊界層與速度邊界層都比下方來的厚。

有限元素法網格如圖 4.15 (使用三角及矩形元素)，於單層板結構中共使用35491個節點及7217個元素，而於氣渠結構中共使用40952個節點及10023個元素，表面負載如圖4.16。

圖 4.12 有限體積法解之收斂(左圖)及網格 (右圖)

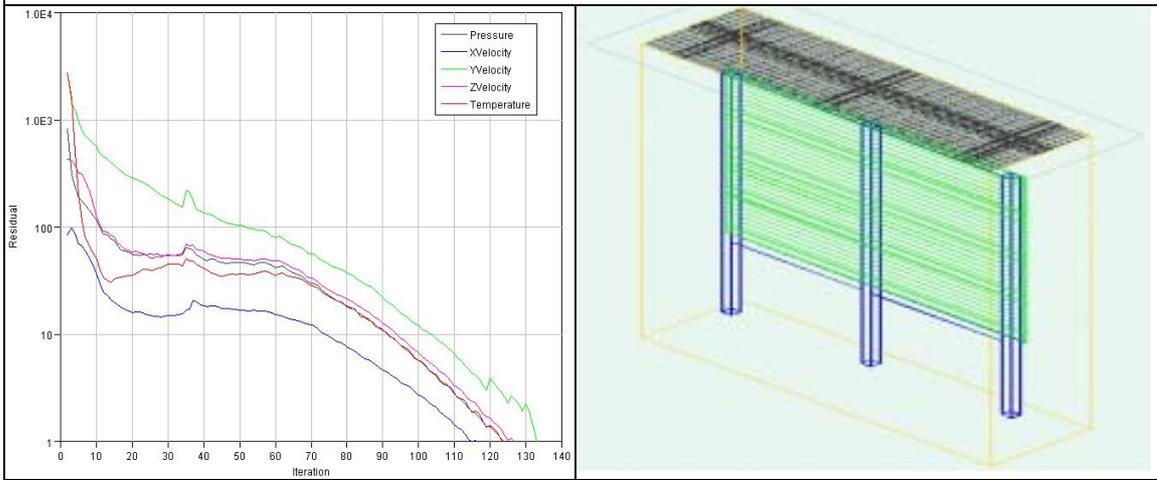


圖 4.13 有限體積法解之熱流分析

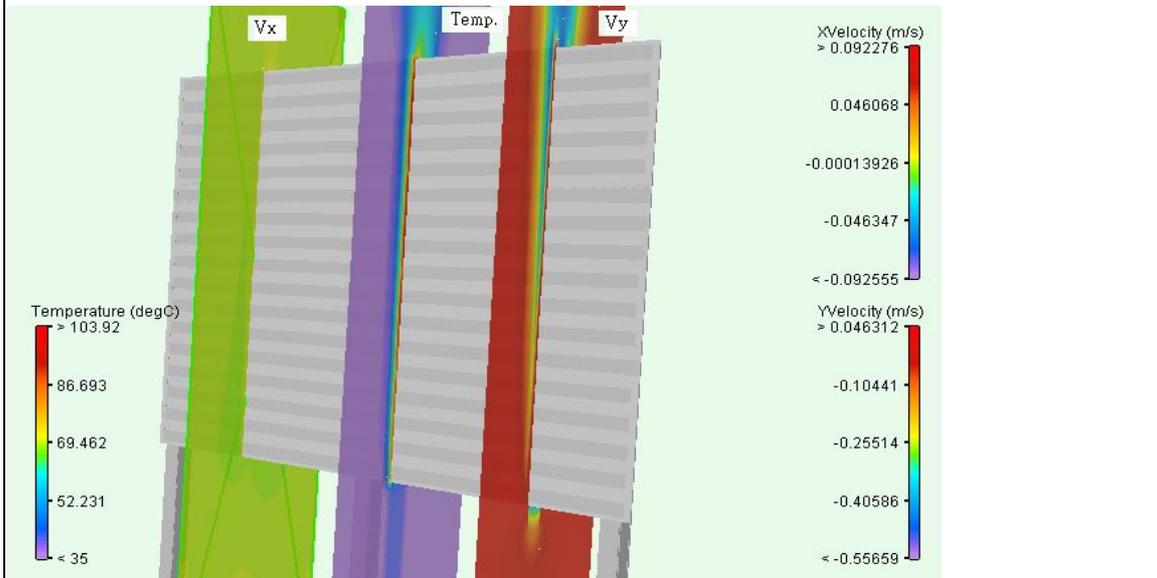


圖 4.14 熱流之等溫線及等速線(傾斜角度視圖)



圖 4.15 氣渠結構之網格化(正視及背視圖)

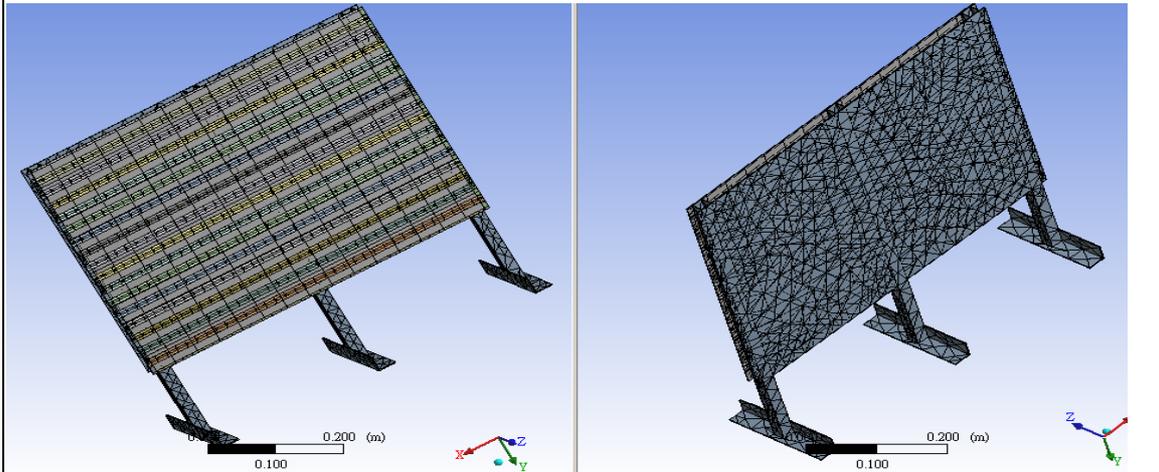
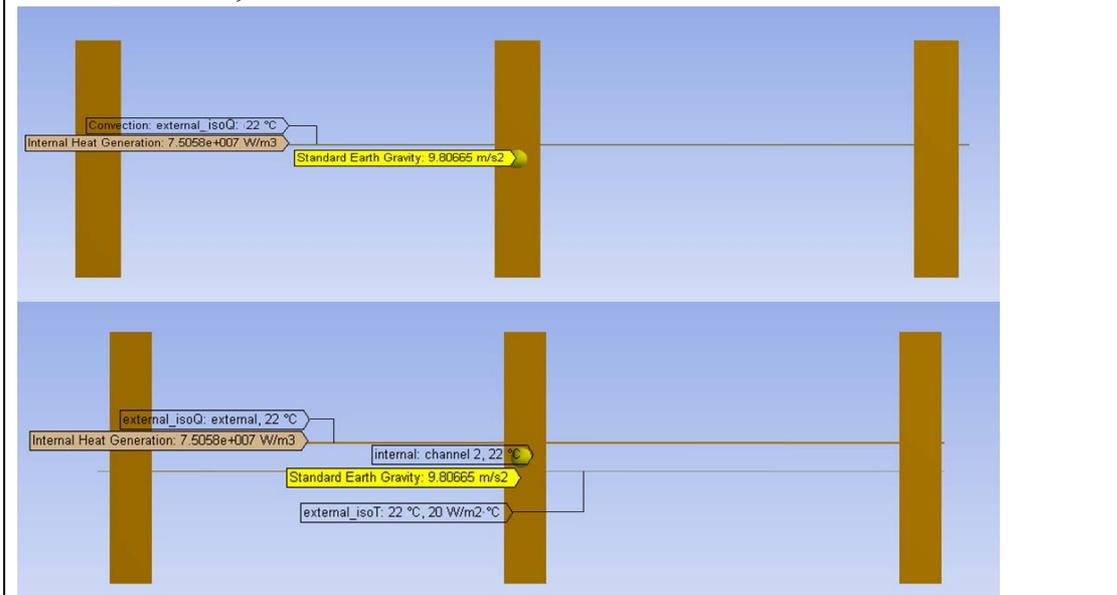


圖 4.16 模擬模型之表面負載設定{400W，上圖:單層板結構；下圖：氣渠結構}



我們將所有數據，整理成如下表格：

1. 實驗量測結果如表 4.3
2. 模擬結果如表 4.4
3. 實驗與模擬之偏差如表 4.5

表 4.6 實驗結果

Measure	100W	150W	200W		300W		400W	
	Vac=23.7 I=4.13	Vac=23.7 I=4.14	Vac=33.7 I=5.85		Vac=41.2 I=7.13		Vac=47.6 I=8.22	
Location	100Sm	150Sm	200Sm	200DHm	300Sm	300DHm	400Sm	400DHm
L1	42.5	49.8	58.7	48.8	71.6	62.2	87.7	72.5
L2	46.3	55	65.4	50	81.6	63.4	100	74.5
L3	45.2	55.7	63.9	50.5	80.5	65.5	97.2	75.7
L4	46.1	57.3	65.7	50.5	82.7	64.8	99.2	70
L5	43.5	54.7	60.8	47.7	76.5	64.2	90.5	63.4
L6	44.9	50.4	63.6	48	79.3	60.2	97.2	70.6
L7	47.2	56.3	67.8	49.7	84.3	62.2	103.6	72.7
L8	45.4	55.5	64.6	49.5	80.7	62.3	96.5	74
L9	46.4	58.3	66.4	49.5	84.5	62.7	101	69.7
L10	43.5	54.9	61.4	47.2	77.1	62.8	91	62.8
L11	37.3	43.2	49.3	40.1	60	49.2	70.3	55.2
L12	42	46.6	58	42.5	71.6	52.2	85.8	57.5
L13	39	46.6	52.5	41	64.1	51.1	75.3	57.9
L14	41.2	51.6	57.6	42.1	70.7	51.8	84.6	57
L15	36.5	45.1	47.5	38.1	58.6	50	67.9	49.7
max	47.2	58.3	67.8	50.5	84.5	65.5	103.6	75.7
min	36.5	43.2	47.5	38.1	58.6	49.2	67.9	49.7
delta	10.7	15.1	20.3	12.4	25.9	16.3	35.7	26
mean	43.1	52.1	60.2	46.3	74.9	59	89.9	65.5

表 4.7 模擬結果



Simulation	100W	150W	200W		300W		400W	
	Vac=23.7 I=4.13	Vac=23.7 I=4.14	Vac=33.7 I=5.85		Vac=41.2 I=7.13		Vac=47.6 I=8.22	
Location	100Ss	150Ss	200Ss	200DHs	300Ss	300DHs	400Ss	400DHs
L1	43.3	51.3	58.9	48.7	73.2	58.9	85.2	67.5
L2	47.0	56.7	66.0	50.4	83.5	61.6	97.9	70.9
L3	44.6	53.5	61.4	49.1	76.9	59.6	90.8	68.1
L4	46.8	56.4	65.7	50.2	83.0	61.0	97.1	70.2
L5	42.3	50.1	57.3	47.4	70.5	57.4	82.8	65.3
L6	44.0	52.5	60.5	49.7	75.6	60.4	88.6	69.2
L7	48.4	58.9	68.8	52.0	87.4	63.8	103.1	73.5
L8	45.4	54.4	62.9	50.1	78.9	61.1	92.6	70.0
L9	48.2	58.6	68.6	51.8	86.9	63.4	101.7	73.1
L10	42.8	51.0	58.6	48.5	72.7	58.8	84.9	67.3
L11	37.5	43.9	49.7	42.4	59.7	50.1	69.1	56.8
L12	45.0	53.8	63.0	48.9	79.2	59.0	93.2	68.0
L13	39.8	46.7	53.1	44.1	64.6	53.1	75.6	60.3
L14	45.1	54.5	63.0	48.6	78.6	58.8	92.6	67.0
L15	37.3	43.3	48.4	41.9	58.7	49.5	67.3	56.5
max	48.361	58.938	68.84	51.967	87.404	63.84	103.1	73.5
min	37.323	43.324	48.363	41.927	58.661	49.51	67.29	56.47
delta	11.038	15.614	20.477	10.04	28.743	14.33	35.81	17.03
mean	43.8	52.4	60.4	48.3	75.3	58.4	88.2	66.9



圖 4.18 氣渠結構十五點結果

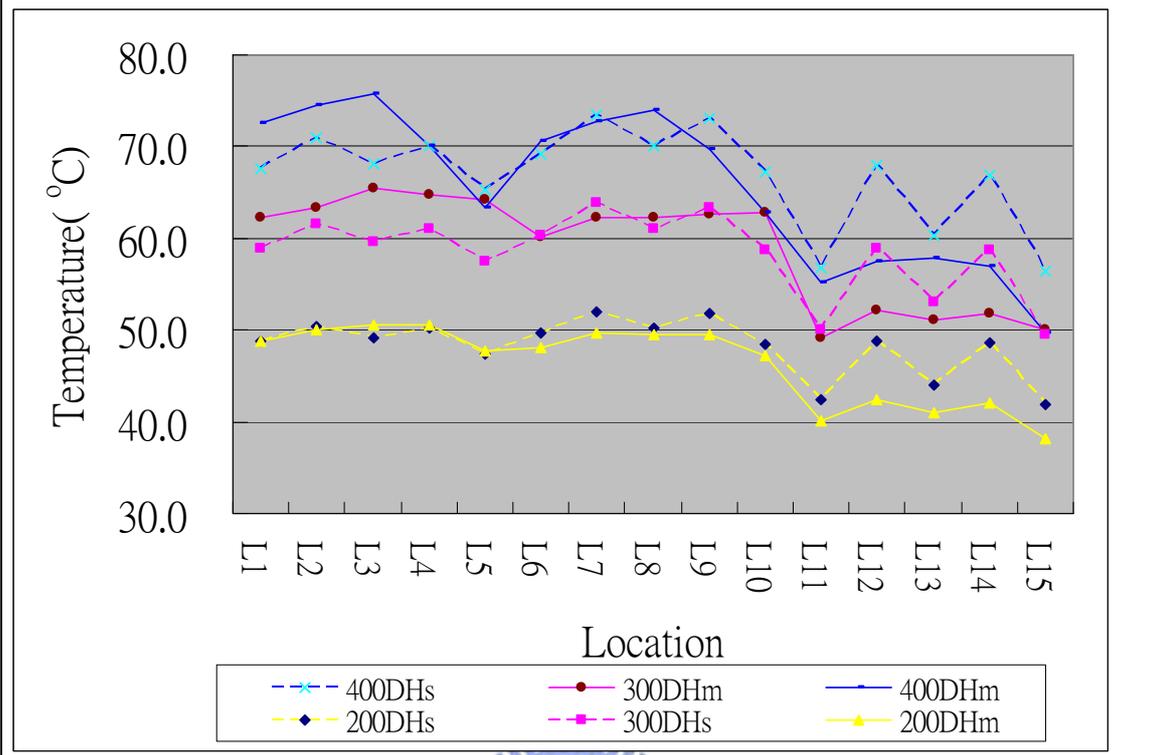


圖 4.19 在 300W 的單層板結構中，模擬結果顯示，三分之一的區域板溫將超過 80°C (紅色區域) 意味有三分之一的 LED 將有受損的危險。

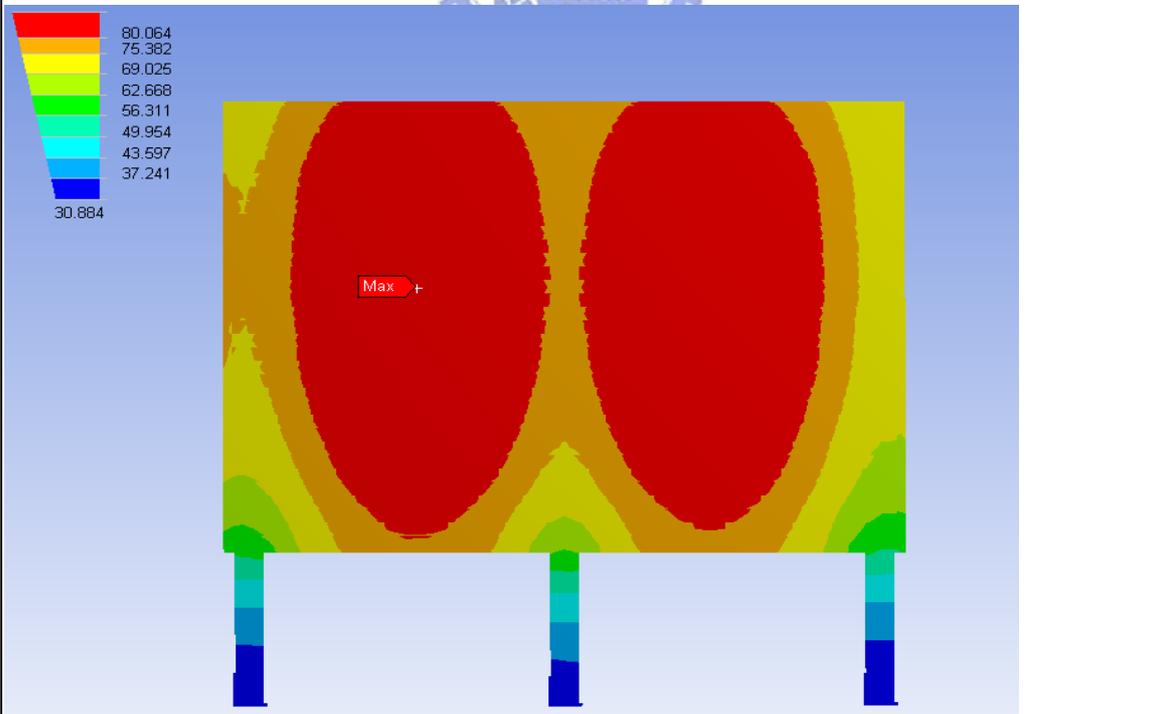
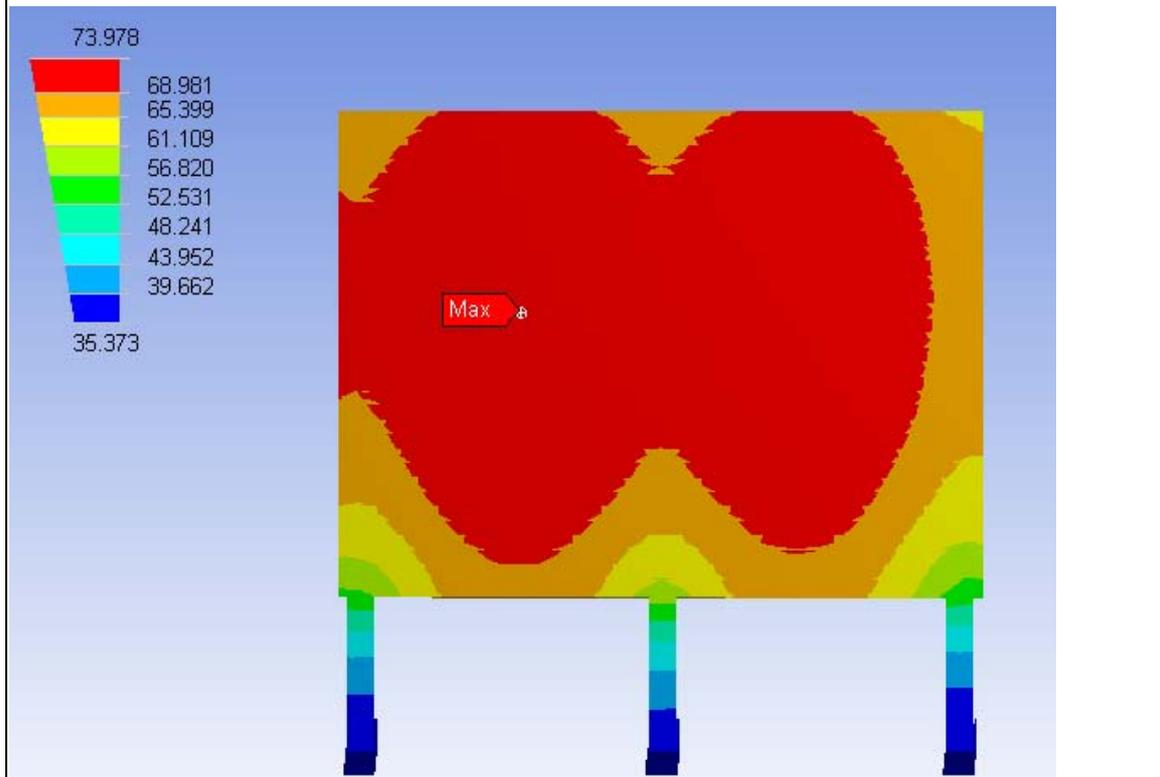


圖 4.20 在 400W 的氣渠結構中，模擬結果顯示，所有區域勉強可維持在 80°C 以下,溫度分佈亦較均勻。



#### 4.4 討論

##### 4.4.1 對實驗結果

- 1.所有數據的量測皆在給功率之後1小時才量測以確定系統已達穩定態。
- 2.由數據知單層板結構可以在150W以下的功率安全(系統最高溫不超過80°C)操作。
- 3.對200W到300W之功率，需使用氣渠結構。
- 4.對400W或以上需使用其它結構。

##### 4.4.2 對模擬結果

- 1.實驗結果與模擬結果相當。
- 2.90% 以上之數據有小於10%的偏差。大部份較大的偏差發生在氣渠結構，尤其在L12及L14 之偏差已超過15%。L12及L14為氣渠結構入口處，其具有較薄之邊界層厚度及較大的局部熱傳係數，使用L/2處之局部熱傳係數並不適當，是以模擬結果高估了此兩點的溫度。
- 3.由模擬結果我們確信賦予適當負載之有限元素法，可以相當準確地來預測各複雜結構的功率限制，甚至於溫度分佈。

## 第五章 結論

"Nobody trusts a computer simulation except the guy who did it, and everybody trust experimental data except the guy who did it. Why not combine the two and get results everybody can mistrust a little."

---- Tony Kordyban <sup>[26]</sup>.

儘管基於有限元素分析法常被質疑其過大的熱模型、不適當的輻射熱分析能力、未提供程序來模擬一些發熱元件以及其非基於物理定律的系統<sup>[27]</sup>。然而，適當的運用有限元素分析法，其優勢仍可發揮，例如快捷易懂的建模工具、容易施加各式負載到各式不規則形狀、完善的物質及元素資料庫等等...，確有優於其他分析法的部分。在論文中我們詳細的討論有限元素分析法及傳統熱傳理論以及如何運用一些熱傳關聯式於有限元素分析法的界面負載，並成功地展示了一個LED-背光板的散熱實驗及其模擬數據，是可以並存且互相支援的。我們也列出了本實驗的一些問題點及後續的追蹤於表5.1。

表 5.1 問題點及後續的追蹤

問題	追蹤
無法單獨對特定範圍之節點及元素做個別操作。	尋找更深入的計算流體力學 (CFD, Computing Fluid Dynamics) 程式碼。
不適當的忽略輻射熱傳。	尋找適當的輻射熱傳模組。
未計算自由對流入口長度及其範圍。	尋找適當的實驗關聯式。

儘管LED 產業看似已經相當成熟，但評估目前LED的特性，尚仍無法完全取代液晶螢幕背光的CCFL(冷陰極螢光燈管)或一般照明用日光燈管，這也意味著LED 元件的結構、材料特性等方面，仍有相當大的努力空間。

就高功率 LED 而言，散熱優良與否決定了 LED 元件或燈具工作效能；儘管目前已有 LED 廠商將 LED 元件對熱量之容忍度大幅拉高至 185°C，但高熱依舊是 LED 整體構裝效能與使用壽命的致命傷，如何有效的導引 LED 發光所產生之熱量是目前需解決的問題。一個成功的散熱設計在於保持接面溫度在一可接受的範圍，而這主要是仰賴傳導熱傳與對流熱傳的知識。對使用 LED 的照明系統而言，以空氣為介質的冷卻方法仍為首選。更嚴格的散熱條件，也將促使工程師提出更多更好的散熱方案。

## 參考資料

---

- <sup>1</sup> Daniel A. Steigerwald, Jerome C. Bhat. Illumination With Solid State Lighting Technology. IEEE. J. selecte, Topics, Quantum Electronics, 2002, Vol 18, p.316-317.
- <sup>2</sup> S. Nakamura, T. Mukai, M. Senoh, and N. Iwasa, "Thermal annealing effects on p-type Mg-doped GaN films," Jpn. J. Appl. Phys., vol.31, pp.L139-L142, 1992.
- <sup>3</sup> S. Nakamura, M. Senoh, N. Iwasa, S. Nagahama, T. Yamada, T. Mukai, "Superbright Green InGaN Single-Quantum-Well-Structure Light-Emitting Diodes," Jpn. J. Appl. Phys. vol.34, pp.L1332-L1335, 1995.
- <sup>4</sup> S. Haque, D. Steigerwald et al: Packaging Challenges of High-Power LEDs for Solid State Lighting, 36th IMAPS. (International Micro Electronics and Packaging Society. Conference), Boston, MA, November 18-20, 2003.
- <sup>5</sup> DTI, "LED lighting technology :Lessons from the USA" 2006
- <sup>6</sup> Lumileds, "Luxeon Reliability DataSheet", RD25.
- <sup>7</sup> Y Xi, EF Schubert "Junction-temperature measurement in GaN ultraviolet light-emitting diodes using diode forward voltage method", Applied Physics Letters, 2004
- <sup>8</sup> TECHNICAL PAPER. Jayasinghe, L., Y. Gu, and N. Narendran. 2006. Characterization of thermal resistance coefficient of high-power LEDs. Sixth International Conference on Solid State Lighting, Proceedings of SPIE 6337, 63370V
- <sup>9</sup> Technology Tracking "LED Quarterly Insite – High Power LEDs"cs, IOP Publishing Ltd. 2005.
- <sup>10</sup> 蘇炎坤、林俊良, "發光二極體之發展", 高雄應用科技大學學報, 2003
- <sup>11</sup> SID 04 DIGEST 41.3: Invited Paper: LED Backlighting Concepts with High Flux LEDs
- <sup>12</sup> John D. Bullough on behalf of ASSIST "Recommendations for the definition and specification of useful life for LED light sources" Vol.1 Feb. 2005
- <sup>13</sup> Nadir Farchtchian "Thermal Consideration of LEDs in video display applications", OSRAM Application Note, Sept. 2004
- <sup>14</sup> Lumileds, "Thermal Design Using Luxeon Power Light Sources", Application Brief AB05, Aug. 2005
- <sup>15</sup> Marktech "Thermal Management of Dorado High Power LED" Application Notes
- <sup>16</sup> Clemens Lasance "Thermal resistance: an oxymoron?" Philips Research

---

Laboratories, 1997 May.

<sup>17</sup> Long, Christopher , “Essential heat transfer”, LONGMAN,1999,England Chapter 6,p180.

<sup>18</sup> RB Bird, WE Stewart, EN Lightfoot “Transport Phenomena” 2<sup>nd</sup> Edition - John Wiley & Sons, Inc., 2002.

<sup>19</sup> Ellison, Gordon N. "Thermal computations for electronic equipment" Krieger publishing company, Malabar, Florida , 1989.

<sup>20</sup> Avram Bar-Cohen "Bounding Relations for Natural Convection Heat transfer from vertical printed circuit boards", proceeding of the IEEE. Vol.73 No.9 September 1985.

<sup>21</sup> Kraus Allan D., Avram Bar-Cohen "Design and analysis of heat sinks"

<sup>22</sup> Avago company, “Thermal Modeling for Application of High Power LED”,AV01-0615EN, Nov. 2, 2006.

<sup>23</sup> Avago company, ”Thermal Management of Avago High Power LED Emitter ASMT-Mx00”,AV02-0082EN,Jan. 24,2007.

<sup>24</sup> Zienkiewicz, O. C. et. “The finite element method : its basis and fundamentals” 6<sup>th</sup> Edition , London: McGraw-Hill, 1989 2005

<sup>25</sup> Saeed Moaveni,Finite Element Analysis Theory and Application with ANSYS, Prentice Hall Inc.,New York,1999

<sup>26</sup> Tony Kordyban,Hot Air Rises and Heat Sinks - Everything You Know About Cooling Electronics Is Wrong , ASME Press,1998

<sup>27</sup> Tim Panczak , “The Finite Element Method and Thermal desktop” , Cullimore and Ring Technologies

---

附錄一

Chapter 3 , ANSYS® code 如下 :

```
/units,MKS
/title,Verify hand calculate result.
/PREP7
length=2.0
height=2.0                ! define geometry
blc4,0,0,length, height  ! define 2m*2m area
                           ! mesh 2D areas
ET,1, PLANE55             ! Thermal element PLANE55 only
MP,KXX,1,6
MP,KYY,1,6                ! Kx=Ky=6 W/mK , isothermal material
MAT,1
TYPE,1
ESIZE,length/2           ! Sub-divisions/side (16 element change 2 to 4)
AMESH,ALL
FINISH
/SOLU
ANTYPE,0                 ! STEADY-STATE THERMAL ANALYSIS
NSEL,S,LOC,Y,height     ! Select node on top edge
BF,ALL,HGEN,400         ! Body Force
NSEL,ALL                 ! Apply 400W/m(m)(m) heat generator
NSEL,S,LOC,X,0          ! Left edge
SF,ALL,CONV,6,20        ! Surface Force
NSEL,ALL                 ! apply fixed temp of 20C h=6 W/m2K
NSEL,S,LOC,X,length    ! right edge
SF,ALL,CONV,12,20       ! surface Force
NSEL,ALL                 ! apply fixed temp of 20C h=12 W/m2K
NSEL,S,LOC,Y,0          ! bottom edge
SF,ALL,CONV,6,20        ! surface Force
NSEL,ALL                 ! apply fixed temp of 20C h=6 W/m2K
SOLVE
FINISH
/POST1
PLNSOL,TEMP,,0,
```