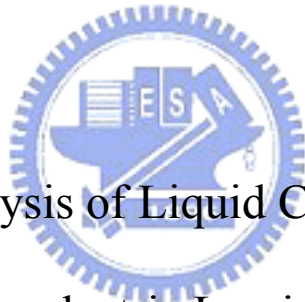


國立交通大學

工學院精密與自動化工程學程

碩士論文

液體耦合圓形壓電層板之振動分析



Vibration Analysis of Liquid Coupled Circular

Piezoelectric Laminates

研究生：鄧恩智

指導教授：尹慶中博士

中華民國九十六年九月

液體耦合圓形壓電層板之振動分析
Vibration Analysis of Liquid Coupled Circular
Piezoelectric Laminates

研究生: 鄧恩智 Student : En-Chih Teng
指導教授: 尹慶中 Advisor : Ching-Chung Yin

國立交通大學

工學院精密與自動化工程學程



A Thesis

Submitted to Degree Program of Automation and Precision Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master of Science
in
Automation and Precision Engineering
September 2007
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國 九十六年 九月

中文摘要

本研究以實驗量測及數值模擬探討液體耦合壓電陶瓷層板的振動特性，以夾具將壓電蜂鳴片水平或垂直固定，與液體耦合。耦合液體的附加質量及結構阻尼是蜂鳴片頻率漂移的主要原因，將實驗數據與 ANSYS 模擬結果比較，證明這二種效應的貢獻。

數值模擬以 ANSYS 套裝軟體求得共振頻率與模態，未考慮結構阻尼效應的數值結果發現隨著注水量的增加，蜂鳴片的共振頻率逐漸向低頻漂移。當水的液面高度接近 10mm 時，共振頻率的變化慢慢趨緩，蜂鳴片垂直或水平置放的共振頻率變化大致相似，顯示附加質量的影響有一定限度。

實驗以 SigLab 動態頻譜分析儀量測蜂鳴片的共振頻率，比較實驗值與模擬值，二者的數值及趨勢皆相似。結構阻尼係透過比例阻尼原理，由試片的頻率響應計算出質量阻尼常數及勁度阻尼常數，代入 ANSYS，模擬阻尼效應對共振頻率的影響，結果顯示隨著液面高度的增加，共振頻率降低，其變化量相對於附加質量的影響明顯較低。在敏感度較低的條件中，甚至可以忽略阻尼效應造成的頻率變化。附加質量之模擬值較實驗值低，若考量液體重量及壓力，造成蜂鳴片承受徑向拉應力，模擬值與實驗值將更為相符。

ABSTRACT

A coordinated experimental and numerical investigation of vibration characteristics of liquid coupled circular piezoelectric laminates is presented in this thesis. The circular piezoelectric buzzers clamped at their borders in horizontal and vertical set-ups, respectively, are loaded by liquid on one side. Resonant frequencies of the buzzer immersed in liquid are usually reduced to lower values than those measured in its free state. The contributions due to both adding mass of liquid and structural damping are verified through experiments and simulation carried out by ANSYS commercial code.

Resonant frequencies and their corresponding natural modes of the buzzer which is free of damping were determined first by ANSYS. Numerical result reveals that the difference between resonant frequencies of free buzzer and the one immersed in water tends to monotonically decrease with the increase of liquid level in either vertical or horizontal set-up. The addition of liquid to the buzzer has significant influence on the drifts of resonant frequencies. The variation becomes a constant if liquid layer approaches a limited thickness. Resonant frequencies were measured by use of a SigLab spectrum analyzer in experiments. The measured values have the same trends as numerical results. Based on hypothesis of proportional damping, the damping factors related to mass and stiffness are determined through measurement. The influence of structural damping is much less than adding mass in simulation by ANSYS. The contribution of structural damping can be ignored in most cases. The simulated resonant frequencies are lower than measured ones. The agreement can be remedied if hydrostatic pressure-induced radial pre-stress is included in calculating resonant frequency values of the buzzer.

誌謝

在完成論文及研究所學業之際，首要感謝指導教授尹慶中博士的耐心教導，在研究期間豐富我的專業知識，引領逐步踏實完成此一研究，謹致上最誠摯謝意。

口試期間，感謝蕭國模老師及蔡佳霖老師在百忙之中抽空審閱論文，並擔任口試委員，席間指導與建議，對論文裨益良多，使內容更臻完善。

也感謝非破壞評估實驗室所有成員，在研究過程無私的付出，無論是儀器的使用及相關的協助，皆是得以完成論文有力的推手。

同樣感謝曾錦煥老師，您的一席話讓我在生活與學習的觀念有所突破。感謝摯友輝舜鼓勵我繼續進修，並在學習過程提供豐富的參考資料。更要感謝我的賢內助少孀，關心我的工作及學業，照顧我的健康及生活的點點滴滴，讓我無後顧之憂的專心研究。還要感謝從小到大支持我的家人及朋友們，給予我生活及經濟上的援助，讓我雖然缺乏父母之愛仍能順利成長，有今日的成績，您們的關愛不可或缺，謝謝。

最後要將本文獻給我的父母、疼愛我的奶奶，希望您們在天之靈也可一同分享我此刻的喜悅。

目錄

中文摘要	i
ABSTRACT	ii
誌謝	iii
目錄	iv
表目錄	vi
圖目錄	viii
第一章 緒論	1
1.1 研究動機	1
1.2 文獻回顧	1
1.3 內容簡述	6
第二章 壓電層板之振動模擬	8
2.1 壓電陶瓷材料的本構方程式	8
2.2 壓電層板的致動與感測方程式	10
2.2.1 等向性金屬材料之本構方程式	10
2.2.2 應變與位移關係式	11
2.3 壓電致動器之振動模擬	12
2.4 液體耦合振動模擬	15
2.4.1 水平置放蜂鳴片的振動	16
2.4.2 垂直置放蜂鳴片的振動	16
第三章 壓電層板的共振量測	18
3.1 實驗架構	18
3.2 頻率響應量測	18
3.3 阻尼量測與模擬	20
3.3.1 實驗值之阻尼計算	21

3.3.2	模擬阻尼效應.....	22
第四章 實驗與結果分析.....		24
4.1	水平夾置蜂鳴片.....	24
4.2	液體壓力造成之預應力.....	24
4.3	垂直夾置蜂鳴片與預應力.....	28
4.4	模擬不同厚度液體之影響.....	28
4.5	液面高度的敏感性.....	29
第五章 結論與展望.....		32
5.1	結論.....	32
5.2	未來展望.....	33
參考文獻.....		35



表目錄

表 2.1 PZT-5A 的材料常數.....	38
表 2.2 黃銅的材料常數.....	38
表 2.3 水的材料常數.....	38
表 2.4 PZT-5A 前 4 模態頻率值.....	39
表 2.5 PZT-4 的材料常數.....	39
表 2.6 PZT-5H 的材料常數.....	40
表 2.7 PZT-7A 的材料常數.....	40
表 2.8 PZT-8 的材料常數.....	41
表 2.9 不同壓電材料前 4 模態頻率值.....	41
表 2.10 碟型蜂鳴片的前 4 模態共振頻率.....	42
表 2.11 水平置放蜂鳴片不同液面高之共振頻率.....	42
表 2.12 垂直置放蜂鳴片不同液面高之共振頻率.....	43
表 3.1 水平置放蜂鳴片量測結果一.....	44
表 3.2 水平置放蜂鳴片量測結果二.....	45
表 3.3 水平置放蜂鳴片量測結果三.....	46
表 3.4 垂直置放蜂鳴片量測結果一.....	47
表 3.5 垂直置放蜂鳴片量測結果二.....	48
表 3.6 垂直置放蜂鳴片量測結果三.....	49
表 3.7 水平置放蜂鳴片阻尼因子 ζ_r	50
表 3.8 垂直置放蜂鳴片阻尼因子 ζ_r	51
表 3.9 水平置放蜂鳴片比例阻尼常數.....	52
表 3.10 垂直置放蜂鳴片比例阻尼常數.....	53
表 3.11 水平置放蜂鳴片不同液面高度之共振頻率.....	54
表 3.12 垂直置放蜂鳴片不同液面高度之共振頻率.....	54

表 3.13 水平置放蜂鳴片加入阻尼效應之共振頻率.....	55
表 3.14 垂直置放蜂鳴片加入阻尼效應之共振頻率.....	55
表 3.15 水平置放蜂鳴片加入阻尼效應之共振頻率變化.....	56
表 3.16 垂直置放蜂鳴片加入阻尼效應之共振頻率變化.....	56
表 4.1 水平置放節點施力 7N 不同液面高之共振頻率.....	57
表 4.2 垂直置放節點施力 7N 不同液面高之共振頻率.....	57
表 4.3 厚度 1mm 不同液面高之共振頻率	58
表 4.4 厚度 2mm 不同液面高之共振頻率	58
表 4.5 厚度 3mm 不同液面高之共振頻率	59
表 4.6 厚度 4mm 不同液面高之共振頻率	59
表 4.7 厚度 5mm 不同液面高之共振頻率	60
表 4.8 厚度 10mm 不同液面高之共振頻率	60
表 4.9 厚度 15mm 不同液面高之共振頻率	61
表 4.10 厚度 20mm 不同液面高之共振頻率	61
表 4.11 不同液面高之共振頻率降低量	62

圖目錄

圖 1.1 蜂鳴片一的頻率響應曲線[22].....	63
圖 1.2 蜂鳴片二的頻率響應曲線[22].....	63
圖 1.3 蜂鳴片三的頻率響應曲線[22].....	64
圖 1.4 流體負載之蜂鳴片一頻率響應曲線[22].....	64
圖 2.1 ANSYS 的分析流程圖.....	65
圖 2.2 SOLID5 的示意圖.....	66
圖 2.3 FLUID80 的示意圖.....	66
圖 2.4 壓電蜂鳴片結構示意圖.....	67
圖 2.5 二維截面圖.....	67
圖 2.6 建模完成圖.....	68
圖 2.7 網格切割完成圖.....	68
圖 2.8 水平置放蜂鳴片之邊界條件設定圖.....	69
圖 2.9 元素尺寸的收斂性探討.....	70
圖 2.10 不同壓電材料的蜂鳴片共振頻率比較圖.....	71
圖 2.11 碟型蜂鳴片 W_{01} 共振模態.....	72
圖 2.12 碟型蜂鳴片 W_{11} 共振模態.....	72
圖 2.13 碟型蜂鳴片 W_{21} 共振模態.....	73
圖 2.14 碟型蜂鳴片 W_{02} 共振模態.....	73
圖 2.15 W_{21} 模態振型節徑與節圓示意圖.....	74
圖 2.16 蜂鳴片水平置放於圓形容器底部.....	74
圖 2.17 蜂鳴片垂直置放於圓形容器左側.....	75
圖 2.18 模擬水平置放蜂鳴片之 9 種液面高度.....	76
圖 2.19 水平置放蜂鳴片不同液面高之共振頻率模擬值.....	77
圖 2.20 水平置放蜂鳴片與水耦合之 W_{01} 振型圖.....	77

圖 2.21 水平置放蜂鳴片與水耦合之 W_{11} 振型圖	78
圖 2.22 水平置放蜂鳴片與水耦合之 W_{21} 振型圖	78
圖 2.23 水平置放蜂鳴片與水耦合之 W_{02} 振型圖	79
圖 2.24 模擬垂直置放蜂鳴片之 7 種液面高度	80
圖 2.25 垂直置放蜂鳴片之邊界條件設定圖	81
圖 2.26 垂直置放蜂鳴片不同液面高之共振頻率模擬值	82
圖 2.27 垂直置放蜂鳴片與水耦合之 W_{01} 振型圖	82
圖 2.28 垂直置放蜂鳴片與水耦合之 W_{11} 振型圖	83
圖 2.29 垂直置放蜂鳴片與水耦合之 W_{21} 振型圖	83
圖 2.30 垂直置放蜂鳴片與水耦合之 W_{02} 振型圖	84
圖 3.1 液體耦合前後之蜂鳴片的頻率響應	84
圖 3.2 壓電蜂鳴片夾具示意圖	85
圖 3.3 實驗容器示意圖	86
圖 3.4 電極塗佈完成	87
圖 3.5 蜂鳴片夾置完成實體	87
圖 3.6 蜂鳴片夾置完成上視圖	88
圖 3.7 磁性定位分注器	88
圖 3.8 實驗架構	89
圖 3.9 壓電致動器頻率響應量測實驗示意圖	89
圖 3.10 SigLab 頻率響應圖	90
圖 3.11 水平置放蜂鳴片共振頻率	90
圖 3.12 水平置放蜂鳴片共振頻率平均值	91
圖 3.13 液面高 4.025mm 垂直置放蜂鳴片頻率響應曲線	91
圖 3.14 液面高 8.059mm 垂直置放蜂鳴片頻率響應曲線	92
圖 3.15 液面高 12.297mm 垂直置放蜂鳴片頻率響應曲線	92

圖 3.16 垂直置放蜂鳴片共振頻率.....	93
圖 3.17 垂直置放蜂鳴片共振頻率平均值.....	93
圖 3.18 SDOF 的頻率響應函數圖.....	94
圖 3.19 壓電蜂鳴片頻率響應圖.....	94
圖 3.20 水平置放蜂鳴片 W_{01} 模態阻尼因子.....	95
圖 3.21 水平置放蜂鳴片 W_{11} 模態阻尼因子.....	95
圖 3.22 垂直置放蜂鳴片 W_{01} 模態阻尼因子.....	96
圖 3.23 垂直置放蜂鳴片 W_{11} 模態阻尼因子.....	96
圖 3.24 水平置放蜂鳴片質量阻尼常數.....	97
圖 3.25 水平置放蜂鳴片勁度阻尼常數.....	97
圖 3.26 垂直置放蜂鳴片質量阻尼常數.....	98
圖 3.27 垂直置放蜂鳴片勁度阻尼常數.....	98
圖 3.28 蜂鳴片水平置放時阻尼效應之共振頻率變化.....	99
圖 3.29 蜂鳴片垂直置放時阻尼效應之共振頻率變化.....	99
圖 4.1 蜂鳴片水平置放之實驗與模擬比較.....	100
圖 4.2 預應力邊界條件設定圖.....	101
圖 4.3 預應力模擬結果與實驗值比較.....	102
圖 4.4 節點施力 7N 模擬結果與實驗值比較.....	102
圖 4.5 水厚度 30mm 蜂鳴片垂直置放之實驗值與模擬結果.....	103
圖 4.6 水厚度 30mm 蜂鳴片預應力模擬結果與實驗值.....	103
圖 4.7 水厚度 30mm 蜂鳴片節點施力 7N 模擬結果與實驗值.....	104
圖 4.8 模擬垂直置放蜂鳴片 7 種液面高度及 9 種深度.....	105
圖 4.9 不同液面高度及附加質量的水厚度於 W_{01} 模態共振頻率模擬值 ...	106
圖 4.10 不同液面高度及附加質量的水厚度於 W_{11} 模態共振頻率模擬值 .	106
圖 4.11 不同液面高度及附加質量的水厚度於 W_{21} 模態共振頻率模擬值..	107

圖 4.12 不同液面高度及附加質量的水厚度於 W_{02} 模態共振頻率模擬值 .	107
圖 4.13 不同附加質量及厚度的 W_{01} 模態共振頻率模擬值.....	108
圖 4.14 不同附加質量及厚度的 W_{11} 模態共振頻率模擬值.....	108
圖 4.15 不同附加質量及厚度的 W_{21} 模態共振頻率模擬值.....	109
圖 4.16 不同附加質量及厚度的 W_{02} 模態共振頻率模擬值.....	109
圖 4.17 水平置放蜂鳴片 W_{02} 模態共振頻率.....	110
圖 4.18 水平置放蜂鳴片實驗與模擬液面高度關係.....	110
圖 4.19 水平置放蜂鳴片 W_{02} 模態液面高度與共振頻率變化量	111
圖 4.20 垂直置放蜂鳴片 W_{01} 及 W_{11} 模態實驗與模擬液面高度關係.....	111
圖 4.21 垂直置放蜂鳴片 W_{01} 模態液面高度與共振頻率變化量	112
圖 5.1 水平置放蜂鳴片 W_{02} 模態共振頻率變化量趨勢線.....	112



第一章 緒論

1.1 研究動機

壓電材料日漸廣泛應用於微致動器及實驗儀器，作為驅動及感測元件，壓電元件的結構振動分析在致動器設計與應用上，具有不可或缺的重要性。壓電式噴墨頭、微型壓電幫浦通常使用單晶(unimorph)或雙晶(bimorph)的壓電陶瓷薄板作為驅動元件，對於耦合的液體產生正向壓力，造成液體的流動，達成輸送作用。本研究旨在分析液體負載下，圓形壓電陶瓷薄板振動模態之共振頻率變化情形，探討變化肇因於液體附加質量的影響，或周遭液體環境的阻尼效果，抑或是二者兼具。



1.2 文獻回顧

壓電現象最早由李普曼(Lippmann)於 1880 年研究熱力學原理時發現。而後同一年，居禮兄弟(Pierre Curie 和 Jacques Curie)研究焦電特性(pyroelectricity)及晶體對稱(crystal symmetry)性質的關係時也發現，並經由實驗證實了壓電效應。壓電效應是壓電材料晶格內分子間特殊的排列方式，使得材料產生應力場與電場耦合的效應。壓電效應分為正壓電效應(direct piezoelectric effect)及逆壓電效應(converse piezoelectric effect)兩種。

正壓電效應（機械能轉為電能）是指壓電材料受到物理壓力時，材料內之電偶極矩會因壓縮而變短，壓電材料為抵抗這變化，在材料表面產生正負電荷，以保持原狀。正壓電效應可以應用於設計、製作感測器。

逆壓電效應(電能轉為機械能)為壓電材料表面受到電場(電壓)作用時，內部的電偶極矩被拉長，壓電材料會沿電場方向伸長。逆壓電效應可以應用於致動器的設計與製作[1]。

近年來許多研究都圍繞著壓電致動器及感測器的應用上。1990年，李世光[7]以古典板及層板理論，模擬壓電層板的電-機(致動)以及機-電(感測)作用，將之應用於特定振動模態的壓電致動及感測，有如一種空間濾波器，可以將即時訊號處理程序納入元件的設計層面，這個方法突破先前的彈性薄板控制的瓶頸。

Frendi 等人[8]在 1994 年以數值模型說明薄板在液體負載環境下的振動行為，較低的音頻激振對薄板所造成的耦合效應較弱，若薄板的振幅較大，其耦合效應會增加結構的阻尼，降低響應的程度。若激振程度較大，耦合效應也會延遲次諧波的傳遞，說明了聲波耦合下的薄板響應與減小聲波激振強度的非耦合薄板響應相似。因而高強度激振下薄板響應的精確計算，必須考慮到週邊液體的影響。

隔年，Frendi 等人[9]建構一個更有效率的模型，模擬薄板振動與聲波的耦合效應，這個模型先將薄板振動從聲波的問題中分開，結果顯示這個非耦合模型可以精確的預測薄板的線性與非線性響應與聲波的傳遞。若耦合液體的壓力變化夠小，在線性情況下這個模型的計算時間，比完全耦合的模型少了 36 倍，在非線性的情況，可以節省 60 倍的時間。

1996 年，Kim 等人[10]曾應用有限元素模型模擬壓電致動器及感測器的工作原理，為了驗證此一數值模型的精確性，還進行相同尺寸的模式實驗，兩者的結果幾乎完全相同，證明了有限元素模型是結構最佳化設計的一個好方法。

1998 年，Han 與 Lee[11]二人應用層板理論與有限元素法，分析含有壓電致動器的複合薄板，得到精確的系統參數，如共振模態、阻尼率和壓電致動力。模擬現實狀況的邊界條件，使厚度方向的面內位移計算更為精準，壓電致動力的精確度因而增加。內部的阻尼由層板理論及模態應變能量法(modal strain energy method)獲得。根據這些參數進行閉迴路控制，可以預測其動態行為及控制效率。

Nowotny 等人[12]在 1999 年曾對於側向厚度具有微小變異性的壓電薄板做攝動(perturbation)分析，得到頻率頻譜和振動模態。他們先忽略薄板的厚度及電位變化，再簡化壓電材料的三維運動方程式，應用攝動理論，推導位移函數，計算頻率響應函數，配合選定的參考調諧型式，得到振動模態，並藉實驗驗證這個結論。

2000 年，Morris 和 Forster[13]應用有限元素法分析單一壓電致動器所組成的圓形雙壓電晶片，探討影響撓度的重要參數，發現致動器的性能是由薄板尺寸、致動器與薄板的剛性比及黏結層的厚度決定。較厚的致動器與薄板的最佳半徑比為 0.81 到 1.0，薄型致動器的黏結層事實上對於最佳化尺寸只有些微影響，而最佳化致動器的尺寸都是在被動薄板邊緣至少有 13%的部份是被固定的邊界條件下完成。

2001 年，Wang 等人[14]以科西荷夫薄板理論(Kirchhoff plate theory)為基礎，分析雙面黏著壓電材料的圓形薄板之振動，假設其滿足麥斯威爾方程式(Maxwell equation)，比較共振頻率的數值解與有限元素分析的結果，發現可以假設薄板在徑向的電位分佈函數，滿足麥斯威爾方程式，提供壓電元件設計的參考。

2002 年，Scortesse 等人[15]應用類似波浪型的彎曲振動(flexural vibration)，連續移動直徑是駐波波長四分之一的水滴。在 30 kHz 的頻

率下，如果振幅大於 $1\mu\text{m}$ ，節線外的位移會造成水滴的移動。這樣的實驗可以算是成功，不過還是存在許多困難，如振動的穩定性及材料的表面處理。再者，這樣程度的振動除了移動水滴，也幾乎要將水滴噴出。

2003年，Li和Chen[16]曾依據PZT(lead zirconate titanate)碟片、黏結層及基材薄板厚度方向的線性應變分佈假設，推算出PZT致動器的解析方程式，解析解成功地與有限元素法及實驗結果驗證，可以預測不同設計參數及操作條件的PZT致動器之效率，獲得最佳化設計。驗證過程發現，PZT碟片的尺寸及性質在致動器的效率中扮演重要的角色，基材薄板的撓度隨著PZT及黏結層的厚度增加而減小，並隨著PZT的半徑增加而增加。在薄的PZT碟片上，黏結層的機械性質（如楊氏模數）對於基材薄板的撓度有一定程度的影響。當電場維持一定，若黏結層厚度增加，理想的PZT厚度也隨之增加。其研究結果發現基材薄板厚度與直徑比約為0.02，可以得到效率最佳的致動器設計。

液體負載層板結構振動及聲波傳遞的主動式控制被廣為研究，Li和Zhao[17]在2004年，以一階剪力變形理論(first order shear deformation theory)及有限元素法，模擬壓電層板與液體間的聲波傳導和結構振動，研究中並應用主動式阻尼控制(active damping control)及主動式束縛層阻尼控制(active constrained layer damping control)。研究結果發現後者較適合減少振動及聲波傳導，可實際應用於設計及分析。

Sekouri等人[18]於2004年，在一組具有分佈式壓電致動器的圓形薄板上，施加動態的機械或電性負載，以科西荷夫板理論分析振動模態及自然頻率，另外以時諧分析觀察結構的穩態振動，並以實驗確認有限元素法的數值結果，證實分析的準確性。

2006 年，Zhang 等人[19]採用環形壓電致動器驅動無閥式微型幫浦，應用板殼理論分析微型幫浦的撓度、體積變化、流量和功率損耗，再配合有限元素法及實驗加以驗證，尋找最佳的材料性質和結構尺寸。實驗發現 PZT 碟片的楊氏模數增加或基材薄板的楊氏模數減少時，有利於增加流量及減少功率損耗，PZT 碟片的直徑增加也有相同效果。無液體負載下，實驗量測的共振頻率發生於數千 Hz 的範圍內；在液體負載下，則大約是 200 Hz。在此頻率下泵水，1 kPa 的壓力可以達到 5 ml/min 流量。

Hong 等人[20]利用 PZT 薄膜及二氧化矽層，製作壓電單晶片的隔膜結構，在真空腔中，以阻抗分析儀量測頻率與周遭壓力對隔膜產生的阻抗，分析其振動行為。以電性激振時，排列在 PZT 層上的環狀梳型電極可造成隔膜的應變。基本振動模態的隔膜結構類似張力約 206 N/m 圓形薄膜，較高模態的共振頻率則會因隔膜的剛性較小，偏離理論值。機械激振可以造成對稱及非對稱的振動模態，而電性激振則因為環狀梳型電極呈對稱分佈，對稱模態的振動較為明顯。施予隔膜偏壓時，薄膜的張力會減小，施予反偏壓則張力會呈現增加的情形。隔板結構中，非線性振動屬於幾何非線性而非材料的非線性問題。

2006 年 Gallagher[21]以掃描式雷射都卜勒振動儀，量測液體負載下薄膜的特徵頻率與特徵模態，發現液體負載嚴重影響薄膜的特徵頻率，以厚度 0.0127 mm 的薄膜來說，它的(0,1)模態特徵頻率大約減少了 4 倍，在張力 182.5 N/m 的液體負載下，頻率為 36 Hz，在真空狀態下則是 137 Hz，若是在 255.4 N/m 的張力下，則呈現 38 與 162 Hz 的差異。若薄膜的張力達到設定值，特定模態的特徵頻率量測值會與在真空狀態下相當接近。

黃國彰[22]在 2006 年，曾將蜂鳴片的電極分成二個半圓形作為微幫浦的壓電致動器，施以單相或雙相驅動，評估基本對稱(W_{01})及反對稱(W_{11})模態泵水的流量。實驗結果顯示碟型致動器的共振頻率會因流體負載效應、致動器的腔室間距變小而降低， W_{01} 與 W_{11} 模態致動幫浦的最大流量分別為 133.13 及 9.63 ml/min，幫浦效率最高的驅動頻率略低於流體負載之蜂鳴片的共振頻率。圖 1.1、1.2、1.3 所示的實線為不同蜂鳴片的電性量測結果，虛線分別為不同蜂鳴片的機械振動面外位移之頻率響應[22]。量測時以右半邊電極驅動蜂鳴片，量測點同為右半側，距邊緣 9.15mm。圖 1.3 的量測點改移至蜂鳴片的中心，由圖 1.3 顯示出 W_{01} 模態於中心點的振幅確實較 W_{11} 模態大。實驗結果證實機械振動與電性量測的共振頻率重合。電極切割成兩個半圓的蜂鳴片可以同時自電性與機械振動實驗，量測 W_{01} 與 W_{11} 模態的共振頻率。圖 1.4 為流體負載下，導管底部與碟型壓電致動器不同間距的頻率響應曲線。

1.3 內容簡述

本文共分為四個章節，第一章為緒論，簡介本文之研究動機，及簡述本領域相關文獻，用以輔助擬定研究計畫。第二章介紹理論基礎，推導金屬基材及壓電陶瓷層板振動及感測方程式，接著導入 ANSYS 套裝軟體，模擬蜂鳴片與水耦合，求得共振頻率與模態振型，觀察共振頻率變化情形。第三章說明本研究的實驗方法及量測裝置，實際進行實驗，驗證液體耦合效應對於圓形壓電層板共振頻率及模態的影響，並藉由實驗值計算比例阻尼常數，再代入 ANSYS 做阻尼效應的模擬。第四章將實驗值與模擬結果作相關比較探討，分析附加質量及阻

尼效應對蜂鳴片共振頻率所造成的影響，並加入液體重量對蜂鳴片所造成的拉應力作模擬分析。第五章則為結語與未來工作展望。



第二章 壓電層板之振動模擬

壓電材料為一非等向性(anisotropic)材料，不同方向的機電性質均不同。對一壓電材料而言，因機電能量間的轉換關係，所涉及的物理量有四個，其中二個與機械彈性有關，即應力 \mathbf{T} 及應變 \mathbf{S} ，另二個則分別為電場 \mathbf{E} 及電位移或稱為電通量密度 \mathbf{D} 。依所選擇的自變數及應變數的不同，壓電方程式有四種不同的型態，分別為 d-form、e-form、h-form 和 g-form，本文採用 e-form。

2.1 壓電陶瓷材料的本構方程式

若壓電陶瓷材料的極化方向設為 x_3 軸，則本構方程式的 e-form 為

$$\mathbf{T} = \mathbf{C}^E \mathbf{S} - \mathbf{e}^T \mathbf{E} \quad (2.1a)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{e} \mathbf{S} + \boldsymbol{\epsilon}^S \mathbf{E} \quad (2.1b)$$

其中 \mathbf{T} 和 \mathbf{S} 分別代表應力向量及應變向量， \mathbf{D} 為電位移， \mathbf{E} 為電場， \mathbf{C}^E 為定常電場下之彈性勁度矩陣 (elastic stiffness matrix)， \mathbf{e} 為壓電常數矩陣 (piezoelectric constant matrix) 和 $\boldsymbol{\epsilon}^S$ 為固定應變下之介電 (dielectric) 常數矩陣或誘電 (permeability) 矩陣。

材料彈性勁度矩陣為材料內部應力與應變之間的線性比例常數，該常數與材料晶格有關，由量測得到材料的彈性勁度矩陣為一 6×6 的方陣。如果壓電材料為 6mm 晶系之壓電陶瓷，材料主軸與座標軸一致，則彈性勁度矩陣可以表示為

$$\mathbf{C}^E = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (2.2a)$$

由於壓電陶瓷材料為單軸向對稱，所以 $C_{66} = (C_{11} - C_{12})/2$ 。其中 $\lambda = \nu Y / [(1 + \nu)(1 - 2\nu)]$ 與 $\mu = Y / [2(1 + \nu)]$ ，而 ν 與 Y 代表泊松比(Poisson's ratio)與楊氏係數(Young's modulus)。一般壓電材料的介電係數為一對角方陣，亦即僅有對角線上之常數不為零，其他常數均為零[23]，表示為

$$\boldsymbol{\varepsilon}^S = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (2.2b)$$

一般來說，壓電陶瓷材料的壓電係數 $e_{31} < 0$ ， e_{33} 和 $e_{15} > 0$ ，壓電常數矩陣及介電常數矩陣如下所示：

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2c)$$

則本構方程式可寫成

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{T}_1 \\ \mathbf{T}_2 \\ \mathbf{T}_3 \\ \mathbf{T}_4 \\ \mathbf{T}_5 \\ \mathbf{T}_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \\ \mathbf{S}_3 \\ \mathbf{S}_4 \\ \mathbf{S}_5 \\ \mathbf{S}_6 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & e_{15} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{E}_3 \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_2 \\ \mathbf{D}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \\ \mathbf{S}_3 \\ \mathbf{S}_4 \\ \mathbf{S}_5 \\ \mathbf{S}_6 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{E}_3 \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

應力 \mathbf{T} 與應變 \mathbf{S} 的下標為簡化後之標記， $11 \rightarrow 1$ 、 $22 \rightarrow 2$ 、 $33 \rightarrow 3$ 、 $23 \rightarrow 4$ 、 $13 \rightarrow 5$ 、 $12 \rightarrow 6$ 。電場強度 E_i 可以表示成電位函數的梯度如下：

$$\mathbf{E}_1 = -\frac{\partial \phi}{\partial x_1}, \quad \mathbf{E}_2 = -\frac{\partial \phi}{\partial x_2}, \quad \mathbf{E}_3 = -\frac{\partial \phi}{\partial x_3} \quad (2.5)$$

2.2 壓電層板的致動與感測方程式

2.2.1 等向性金屬材料之本構方程式

等向性金屬材料之本構方程式為

$$\mathbf{T} = \mathbf{C}^H \mathbf{S} \quad (2.6)$$

其中

$$\mathbf{C}^H = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

此處 λ 及 μ 為拉梅常數(Lamé constants)。在平面應力的條件下，

$\mathbf{T}_3 = \mathbf{T}_4 = \mathbf{T}_5 = 0$ ，(2.6)式的應力應變關係可以表示為

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{T}_1 \\ \mathbf{T}_2 \\ \mathbf{T}_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Y/(1-\nu^2) & \nu Y/(1-\nu^2) & 0 \\ \nu Y/(1-\nu^2) & Y/(1-\nu^2) & 0 \\ 0 & 0 & Y/2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \\ \mathbf{S}_6 \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

壓電層部分在平面應力 $\mathbf{T}_3 = \mathbf{T}_4 = \mathbf{T}_5 = 0$ 的條件下，厚度方向的應變

$S_3 = (\varepsilon_z)$ 為

$$\mathbf{S}_3 = \frac{e_{33} \mathbf{E}_3 - C_{13}^E (\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2)}{C_{33}^E} \quad (2.9)$$

將(2.9)式代入(2.1)，產生平面應力的本構方程式為

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{T}_1 \\ \mathbf{T}_2 \\ \mathbf{T}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^E + \frac{C_{13}^{E^2}}{C_{33}^E} & C_{11}^E + \frac{C_{13}^{E^2}}{C_{33}^E} & 0 \\ C_{11}^E + \frac{C_{13}^{E^2}}{C_{33}^E} & C_{11}^E + \frac{C_{13}^{E^2}}{C_{33}^E} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66}^E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \\ \mathbf{S}_3 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} e_{31} + e_{33} \frac{C_{13}^E}{C_{33}^E} \\ e_{31} + e_{33} \frac{C_{13}^E}{C_{33}^E} \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{E}_3 \quad (2.10)$$

及

$$\mathbf{D}_3 = \left(e_{31} - e_{33} \frac{C_{13}^E}{C_{33}^E} \right) \mathbf{S}_1 + \left(e_{31} - e_{33} \frac{C_{13}^E}{C_{33}^E} \right) \mathbf{S}_2 + \left(\varepsilon_{33}^S + \frac{e_{33}^2}{C_{33}^E} \right) \mathbf{E}_3 \quad (2.11)$$

其中，我們假設此薄板在厚度方向上只存在 \mathbf{E}_3 電場。(2.11)式為感測方程式。

2.2.2 應變與位移關係式

基於古典板理論(classical plate theory)，將壓電層板的位移假設為

$$u_r = u_0(r, \theta) - z \frac{\partial w(r, \theta)}{\partial r} \quad (2.12a)$$

$$u_\theta = v_0(r, \theta) - z \frac{\partial w(r, \theta)}{r \partial \theta} \quad (2.12b)$$

$$u_z = w(r, \theta) \quad (2.12a)$$

其中座標 (r, θ) 位於層板的中平面(mid-plane)上，座標 $z = 0$ 設於中平面。

圓柱座標系統的應變與位移關係如下列式子：

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (2.13a)$$

$$2\varepsilon_{r,\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r}, \quad 2\varepsilon_{r,z} = \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z}, \quad 2\varepsilon_{\theta,z} = \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \quad (2.13b)$$

面內應變分量 S_1 、 S_2 、 S_6 分別為

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} S_1^0 \\ S_2^0 \\ S_6^0 \end{Bmatrix} - z \begin{Bmatrix} \kappa_1^0 \\ \kappa_2^0 \\ \kappa_6^0 \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

其中 S_1^0, S_2^0, S_6^0 和 $\kappa_1^0, \kappa_2^0, \kappa_6^0$ 為中平面上所量測的面內應變分量和曲率分量，分別表示為

$$S_1^0 = \frac{\partial u_o}{\partial r}, \quad S_2^0 = \frac{\partial v_o}{r \partial \theta} + \frac{u_o}{r}, \quad S_6^0 = \frac{\partial u_o}{r \partial \theta} + \frac{\partial v_o}{\partial r} - \frac{v_o}{r} \quad (2.15a)$$

$$\kappa_1^0 = \frac{\partial^2 w}{\partial r^2}, \quad \kappa_2^0 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r}, \quad \kappa_6^0 = \frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{2}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} \quad (2.16b)$$

由於壓電材料與金屬基板的組合過於複雜，因此本研究將以 ANSYS 的模擬為基準。

2.3 壓電致動器之振動模擬

ANSYS 為一套泛用型有限元素分析套裝軟體，整合了模型建構及分析兩大功能，分析問題的領域包括了結構應力、振動、動態、熱傳、流體、電磁場、聲場、耦合場等，如圖 2.1 之 ANSYS 分析流程，本研究的步驟首先選定元素型態，由於分析的標的物為壓電蜂鳴片，選用

SOLID5 作為第一個分析元素，SOLID5 為三維、具有壓電性質的固體元素，節點的自由度除了三個直角座標方向的位移外，還包括了節點的電壓，可以探討電性及結構彈性變形耦合的問題，如圖 2.2 所示。水的部分則使用 FLUID80 為三維具有位移自由度特性的元素，如圖 2.3 所示，在 ANSYS 使用手冊中有提到若使用流體元素作模態分析時，僅接受減縮法(Reduced Method)擷取模態，而在使用 FLUID80 元素也有些許限制，如在建構模型時，Z 軸方向必須是垂直方向，且液體表面必須在 $Z=0$ 平面上，若作靜態分析需設定重力加速度，及在減縮分析中設定主要自由度。然後再輸入材料參數。蜂鳴片為壓電材料及銅片組成的層狀複合材料圓板，壓電材料的半徑為 $r_{PZT} = 12\text{mm}$ ，厚度為 $h_{PZT} = 0.2\text{mm}$ ，金屬部分的半徑為 $r = 13.5\text{mm}$ ，厚度為 $h = 0.2\text{mm}$ ，材料為黃銅，如圖 2.4 所示，將圖化為量測壓電蜂鳴片實驗模型，並假設黏合壓電材料與金屬的膠極薄，可以忽略不計，建立模型的步驟是先在 XZ 平面上繪出一個如圖 2.5 所示的二維截面，其中 AB 方向為 X 軸，AM 方向為 Z 軸，但要注意的是 $Z=0$ 的平面必須設定在液體表面，這是使用 FLUID 元素的限制，前面在選用元素時曾經提到。AB 長 9.5mm、DH 長 12mm、DI 長 13.5mm、AD 和 DE 長 0.2mm，EM 長則依據所加入的水深調整，截面 ABCD 規劃為壓電材料、截面 DEJI 為金屬部分，截面 EMKG 則為液體部分，再將這些截面繞 Z 軸旋轉 360 度，成為一個圓柱體，建模完成圖如圖 2.6 所示，紅色部分為加注的液體，藍色部分代表金屬部分，紫色則為壓電材料。

接著選定材料參數及元素種類作網格切割，液體部分為水的材料係數配合 FLUID80 元素，金屬部分則是採用黃銅的材料係數配合具有三方向位移自由度的 SOLID5 元素，壓電材料的部分則是先選用

PZT-5A 的材料係數配合具有三方向位移及節點電壓自由度的 SOLID5 元素，切割尺寸則選擇以 1mm 為基礎，讓 ANSYS 自動做出最佳的切割，壓電材料、黃銅及水的材料性質分別列於表 2.1、表 2.2、表 2.3，圖 2.7 為網格切割完成圖。

下一個步驟為選擇分析的方式，選擇模態分析以得到模態振型並計算共振頻率。在 ANSYS 中，Block Lanczos 演算法為系統預設計算模態特徵值的方法，但在前面提到若使用 FLUID 元素求解，需使用減縮法擷取模態，接著設定搜尋的起始、終止頻率的範圍及所需要模態數目。

接著設定邊界條件及負載，依據實驗內容，首先設定電性邊界條件，選擇壓電材料的上下二層表面電極設定為短路，給予的電壓為 0Volt，另外在黃銅部分由圓形夾具將整個圓周固定，則給予三向位移 UX、UY、UZ 皆為 0，而水的部分則是將座標系統轉換成圓柱座標系統，在 ANSYS 中，圓柱座標系統仍舊採用 UX、UY 及 UZ 三個方向的位移，但以常用的圓柱座標系統相對應則為 $UX=UR$ 、 $UY=U\theta$ 、UZ 則相同，允許周向及高度方向的滑動，徑向則設定 X 方向位移 UX 為 0，模擬盛水容器之邊界，設定完成即可進行求解，邊界條件設定圖如圖 2.8。

關於 ANSYS 自動網格切割基本大小的設定及 PZT 材料的選定，在此做一說明。前面提到在元素選擇的部分，暫先以 PZT-5A 的之材料參數予壓電材料，則先以此參數探討關於 ANSYS 自動處理網格切割，其基本設定之大小對於分析結果的影響。首先將液體耦合的影響排除，給予相同的邊界條件，將基本網格大小設定為 5mm、2mm、1mm、0.8mm、0.5mm、0.4mm、0.3mm 七種尺寸，模擬蜂鳴片單純的共振現

象，設定取得前四模態的共振頻率，表 2.4 為此六種基本尺寸讓 ANSYS 自動網格切割，得到元素、節點的數目及共振頻率，可以看到基本網格尺寸愈小，得到的元素、節點數量愈多，相對共振頻率下降，觀察 W_{02} 模態的共振頻率，比較從 2mm 到 1mm 到 0.8mm 再到 0.5mm 尺寸的頻率變化，大小從 12592Hz 降到 11812Hz、11651Hz 再到 11524Hz，中間的差異由 780Hz 降至 161Hz 到 127Hz，明顯看出基本尺寸在 1mm 時變化趨緩，開始收斂，將數值化為曲線圖，如圖 2.9，考量到個人電腦效能與頻率計算準確性，1mm 為最佳設定。壓電材料部分參考吳朗 [24] 書內之參數，包含 PZT-4、PZT-5A、PZT-5H、PZT-7A、PZT-8 分別列於表 2.5、表 2.1、表 2.6、表 2.7、表 2.8，表 2.9 將此五種材料參數之共振模態頻率與實際量測值相較，將數值化為圖 2.10，可以看出前四模態的共振頻率變化曲線，以 PZT-7A 與實驗量測值最為接近，數值差異不大，故採用 PZT-7A 作為壓電材料參數。一般書中所提供的壓電陶瓷材料常數皆為 Z 方向極化，本文採用的碟型壓電致動器材料亦為 Z 方向極化。

根據後處理的結果綜整，可獲得解析前選定最低振動模態的 4 個共振頻率，數值結果列於表 2.10，圖 2.11、圖 2.12、圖 2.13、圖 2.14 所示分別為 W_{01} 、 W_{11} 、 W_{21} 及 W_{02} 共振模態的振型圖，模態的下標代表意義分別為前一個數字代表節徑，後一個數字代表節圓，在圖 2.15 中可以看到二條與未振動前平面等高的節徑，及恰好在壓電材料邊界的一個節圓，二個振動凸起的地方在同一個圓上，二條節徑、一個節圓，所以是 W_{21} 模態。

2.4 液體耦合振動模擬

注入水與結構耦合，可以分為二部分，第一部分是將蜂鳴片水平置放，可參閱圖 2.16，第二個部份則是將其垂直置放，可參閱圖 2.17。

2.4.1 水平置放蜂鳴片的振動

模擬蜂鳴片水平置放的方式與實驗裝置相同，這個部份的模態會以不同高度的水位表示出其前四模態的狀況，前述的模擬流程可以適用於單獨與空氣接觸或與液體耦合的條件，其中不同點在於求解的方法，與液體耦合的條件下必須使用減縮法，而在空氣中振動則可以使用 Block Lanczos 演算法，模型建構與參數設定等步驟皆與 2.3 節所述相同，圖 2.18 顯示模擬水平置放蜂鳴片的 9 種液面高度，分別為 1mm、2mm、3mm、4mm、5mm、10mm、15mm、20mm、30mm，模擬數據結果如表 2.11 所示，以不同液面高度觀察某一模態的變化情形，由模擬所得的共振頻率變化曲線圖，如圖 2.19 可以看出約略在 5mm 至 10mm 的狀態下，共振頻率變化趨緩。圖 2.20、圖 2.21、圖 2.22、圖 2.23 分別為蜂鳴片水平置放時， W_{01} 、 W_{11} 、 W_{21} 及 W_{02} 模態之振型圖。

2.4.2 垂直置放蜂鳴片的振動

蜂鳴片垂直置放的邊界條件與水平置放相同，液面高度的設計是將可盛水部分高度 24mm 均分為 8 等分，因實際實驗需要注入水的空間，故將最上面的部分保留，可分為 3mm、6mm、9mm、12mm、15mm、18mm、21mm，需要注意的是液體表面必須設為 $Z=0$ ，所以 7 種不同的液面高度需要設定不同的基準座標，其相關尺寸如圖 2.24。垂直置放與水平置放的從建模開始就有些許不同，因為要配合液體表面必須設為 $Z=0$ ，所以在二維模型完成後，並不是由原本的 Z 軸旋轉 360 度

更改為 X 軸或 Y 軸，而是必須另外畫出一條通過圓心的軸線，再讓二維的面積旋轉掃出三維的體積，因為這樣建構的體積是完整的一個圓，必須再依據液面 $z=0$ ，將液面以上多餘的水刪除，之後繼續網格切割的步驟，其邊界條件的設定則與水平置放相同，邊界條件設定完成如圖 2.25 所示，模擬數據列於表 2.12，若以不同液面高度來觀察前四模態的共振頻率變化，如圖 2.26 可以看到四個模態的曲線下降趨勢皆較趨近線性，反觀圖 2.19 將蜂鳴片水平置放的曲線，中、後端出現斜率逐漸下降趨近於 0，共振頻率幾乎不再變化的現象，尤以 W_{11} 、 W_{21} 模態最為明顯。圖 2.27、圖 2.28、圖 2.29、圖 2.30 分別為蜂鳴片水平置放時， W_{01} 、 W_{11} 、 W_{21} 及 W_{02} 模態之振型圖。



第三章 壓電層板的共振量測

3.1 實驗架構

市售的壓電蜂鳴片有單晶及雙晶二種，其主要應用於警報器，也可以做為微致動器。本研究的壓電層板將採用市售的蜂鳴片，因為其價格低廉，購買容易，日後實際應用的可能性高。

在液體負載的環境下，結構振動的共振頻率會較在空氣中量測值為低，如圖 3.1 所示，結構的共振頻率通常與剛性的平方根成正比，與質量的平方根成反比。因此流體負載的結構振動分析通常將流體的質量附加於結構質量上，稱為結構的附加質量，使其共振頻率降低。本研究的目的旨在探討液體負載之壓電陶瓷層板共振頻率的變化情形，分析其變化原因是由於液體附加質量的影響，或是液體的阻尼效果，抑或是二者兼具。

實驗架構及安裝過程的鬆緊都可能影響到共振頻率的量測，因此擬先固定壓電蜂鳴片，量測在空氣中振動的情形，再加注液體量測，避免液體負載造成的殘餘應力影響實驗結果。

3.2 頻率響應量測

實驗架構係使用一夾具固定蜂鳴片於一圓形容器底部，材料皆為不銹鋼，經由注入液體的動作下，使蜂鳴片達成液體耦合的狀態。蜂鳴片為壓電材料及銅片組合成的層狀複合材料圓板，如圖 2.4 所示，為壓電蜂鳴片的實際尺寸，另製作夾具，其外圓半徑 r_{out} 為 20mm，內圓半徑 r_{in} 為 12mm，厚度 $h_s = 3\text{mm}$ ，再以半徑 $r_m = 16\text{mm}$ 在實體部分畫一圓，將此圓劃分八等分，在這八個點上以直徑 3mm 鑽孔，如圖 3.2

所示，與圓形容器結合鎖上螺絲固定之用。容器的底部設計與夾具相同，上端為厚度 $h_c = 2\text{mm}$ 、高度 $t = 30\text{mm}$ 的空心圓柱體，如圖 3.3 所示。注入液體則採用最容易取得的水。

市售蜂鳴片已在壓電材料上佈滿圓形電極，較為適合量測觀察 W_{01} 模態，本研究將討論蜂鳴片前四模態， W_{01} 、 W_{11} 、 W_{21} 、 W_{02} ，故先以硝酸去除原來的電極，再利用網版印刷的方式，人工將銀膠塗佈為四個四分之一圓的電極，完成圖如圖 3.4，並在銅片的部分加入接地電極。接著將其夾置在夾具與圓形不銹鋼容器之間，夾置完成如圖 3.5、圖 3.6 所示。

加入液體的部分，使用 LITE 磁性定位分注器 SL1000 (圖 3.7) 注入固定水量以便分析，SL1000 代表其注水量可以從 0 到 1000mm^3 分為 100 個刻度，設定刻度在 50，代表每次的注水量為 500mm^3 ，另使用 SigLab Model 20-42 動態頻譜分析儀量測頻率響應函數與資料輸出，SigLab 動態頻譜分析儀具有函數產生器、訊號擷取及分析的功能，搭配個人個人電腦並透過 Matlab 程式所撰寫而成之 SigLab 分析程式，將實驗之操控設定為視窗介面，對結構振動、噪音量測、模態分析、模態測試進行量測。

量測架構如圖 3.8 所示，由圖 3.9 可以看出，量測時將雜訊訊號輸入左上方電極，壓電蜂鳴片因變形產生電流訊號，由下方二個電極接收訊號，得到如圖 3.10 之頻率響應圖，而實驗數值除可在畫面上以滑鼠點選了解外，亦可藉由 SigLab 的界面輸出為文字檔或 EXCEL 檔，以方便作後處理。

實驗的方式採取水平置放蜂鳴片及垂直置放蜂鳴片二種，擺設方式如圖 2.15、圖 2.16。水平置放是將蜂鳴片的壓電材料面朝下，夾置

在圓形容器的下方，在水平置放的部分，在多次實驗數據中選擇資料變異較小的三次，數據資料如表 3.1、表 3.2、表 3.3，化為曲線圖如圖 3.11 所示，圖 3.12 為三次平均值與最大、最小變異量。

垂直置放則是將水平置放的方式倒下，如圖 2.16 所示，蜂鳴片在整個裝置的左側，壓電材料面此時向左，右側蓋以壓克力薄板，並塗上矽膠以防止水滲漏，為維持其左右平衡狀態，於右側擺置一支架使其穩固。垂直置放蜂鳴片的實驗結果如表 3.4、表 3.5、表 3.6，此三次結果為十數次實驗中僅有得以明顯判別的頻率響應曲線，圖 3.13、圖 3.14、圖 3.15 分別是蜂鳴片垂直置放時，水位高度在 4.025mm、8.059mm、12.297mm 的頻率響應曲線，若與圖 3.1 相較，圖 3.13 雖然仍有頻率響應尖點，但是周圍已有些許雜訊，無法明顯判別共振頻率，圖 3.14 在 W_{21} 模態及 W_{02} 模態的振幅漸漸縮小，到圖 3.15 甚至連 W_{11} 模態也不容易觀察，化為曲線圖如圖 3.16 所示，因為多次的頻率響應曲線尖點相當不明顯，可以看出在 W_{21} 模態及 W_{02} 模態的曲線並不平滑，甚至於 W_{11} 模態也有些許不佳，圖 3.17 則為此三次實驗平均值與最大、最小變異量，圖 3.16 及圖 3.17 可以看出約略在液面高度為 6mm 左右曲線變異性增大，對照實驗注水量換算液面高度可能是 5.752mm 或 6.548mm，為可注水總高度的四分之一，也是蜂鳴片在 W_{11} 、 W_{21} 及 W_{02} 振幅最大的位置。造成頻率響應曲線不佳的確實原因未能了解，其實驗邊界條件與水平置放蜂鳴片相似，較為不同的地方在於垂直置放時，蜂鳴片對向有一壓克力薄板，可能為蜂鳴片的振動在壓克力薄板上造成反射波的影響。

3.3 阻尼量測與模擬

3.3.1 實驗值之阻尼計算

為了量測阻尼之影響，Meirovitch [6]的教科書中曾提到應用品質因子(quality factor) Q 估算阻尼的方法，參考圖 3.18 所示之單自由度振動頻率響應曲線，頻率響應的最大值(peak response)為共振頻率相對應的振幅， $P1$ 、 $P2$ 為 $Q/\sqrt{2}$ 振幅與頻率響應曲線的交點，也稱作半功率點(half-power points)，相對應的頻率分別為 ω_1 增加到 ω_2 ($\omega_1 < \omega_2$)，品質因子 Q 可以下列式子表示

$$Q \cong \frac{1}{2\zeta} \cong \frac{\omega_n}{\Delta\omega} = \frac{\omega_n}{\omega_2 - \omega_1} \quad (3.1)$$

假設此系統具有比例阻尼(proportional damping)， \mathbf{C} 為阻尼矩陣， \mathbf{M} 為質量矩陣， \mathbf{K} 為剛性矩陣，阻尼矩陣表示為質量矩陣及剛性矩陣的線性組合，

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (3.2)$$

其中 α 為質量阻尼(mass damping)、 β 為結構阻尼(structure damping)，或稱勁度阻尼(stiffness damping)，分別為與質量矩陣和剛性矩陣有關的比例常數，其阻尼反應與頻率成正比關係。單一自由度的阻尼因子(damping factor) ζ 可以表示為

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (3.3)$$

其中 c 為黏滯阻尼係數， m 為質量， ω_n 為自然共振頻率，若以下標 r 設為振動模態的序號(order number)，可以得到

$$\zeta_r = \frac{\mathbf{C}}{2\mathbf{M}\omega_r} = \frac{\alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}}{2\mathbf{M}\omega_r} \quad (3.4)$$

又

$$\mathbf{K} = \omega_r^2 \mathbf{M} \quad (3.5)$$

所以

$$\alpha + \beta \omega_r^2 = 2\zeta_r \omega_r \quad (3.6)$$

α 值對低頻影響較大，高頻則較無影響， β 值反之，由 W_{01} 與 W_{11} 頻率響應函數的量測值可計算 α 及 β 阻尼常數。先以共振率振幅 3dB 的範圍來計算實際阻尼因子，如圖 3.19 所示，假設 W_{01} 模態的共振頻率為 ω_1 ，3dB 振幅交於 ω_{11} 及 ω_{12} 二個頻率，參照(3.1)式則 W_{01} 模態的阻尼因子為

$$\zeta_1 = \frac{\omega_{12} - \omega_{11}}{2\omega_1} \quad (3.7)$$

W_{11} 模態的阻尼因子為

$$\zeta_2 = \frac{\omega_{22} - \omega_{21}}{2\omega_2} \quad (3.8)$$

表 3.7、表 3.8 為水平置放及垂直置放蜂鳴片的 W_{01} 模態、 W_{11} 模態計算結果，觀察其曲線趨勢，如圖 3.20、圖 3.21、圖 3.22、圖 3.23，無論將蜂鳴片水平置放或垂直置放，阻尼因子皆隨著液面高度微小的增加，但變化的幅度都不大。

接著再以(3.6)式計算比例阻尼常數 α 及 β ，表 3.9 及表 3.10 分別列出水平及垂直置放蜂鳴片的計算值，由圖 3.24、圖 3.25、圖 3.26、圖 3.27 比較水平置放蜂鳴片的二個阻尼常數隨著液面高度的變化，相對於垂直置放較不明顯，不過當液面高度增加，質量阻尼常數及勁度阻尼常數數值皆隨之增加，且勁度阻尼常數的幅度較大。

3.3.2 模擬阻尼效應

將前一節計算所得之 α 及 β 阻尼常數代入 ANSYS，由於前面所做

之模擬皆以液面高度為基準作分析，而在實驗過程中，蜂鳴片及盛水容器尺寸都不大，液體表面張力導致難以控制注入的液面高度，故將所注入之液體容量轉換為實際高度，再將換算所得數值以 ANSYS 重新建立模型模擬。

模擬過程除在擷取模態的方法有異外，其於大致相同，在考慮阻尼效應的前提下，可以使用 Damped 或 QR Damped 二種方式擷取模態，由於 QR Damped 相對於 Damped 的處理時間較短，較有效率，在使用條件上，也比較適用於阻尼效應較小的系統，而若是阻尼效應扮演關鍵性的角色則不適用，故在本研究中選擇 QR Damped 方法。因為要配合實驗的液面高度來模擬阻尼效應，所得的液面高度數值皆與之前模擬的高度不同，為了比較無阻尼效應的頻率變化，重新取得了不同高度的共振頻率，得到表 3.11 及表 3.12 的結果，表 3.13 及表 3.14 則加入了阻尼效應，經過運算如表 3.15 及表 3.16 所示之共振頻率在不同高度的變化率，其中共振頻率的下降幅度最大僅達 0.389%，最小的共振頻率變化幾乎只有 0.1Hz 的大小，將阻尼效應造成的共振頻率變化率數據化為圖 3.28 及圖 3.29，雖然其影響性相當微小，但在其趨勢上還是明顯看出其隨著液面高度增加變化幅度也增加。

綜合以上關於阻尼效應的趨勢圖，水平置放蜂鳴片的變化率是由陡趨緩，而垂直置放蜂鳴片則會由緩趨陡。

第四章 實驗與結果分析

4.1 水平夾置蜂鳴片

本研究分為實驗與模擬二部分，其中可再細分為蜂鳴片水平置放及垂直置放二項，水平置放的實驗相較於垂直置放，頻率響應的尖點較為明顯，所得到的實驗數據可信度較高，實驗數據與模擬數據的比較圖如圖 4.1，除實驗初始注水量在 1000 mm^3 以前，因為表面張力的因素，注入的水量無法佈滿整個蜂鳴片，因而共振頻率較模擬數據為低外，其餘數據皆比模擬值高，且注水量愈多，其差異性愈大，並顯現出壓電蜂鳴片在液體耦合的狀態下，共振頻率隨著液體的增加而向低頻漂移，液體耦合的影響逐漸在注水高度接近 5mm 時趨緩，而在 10mm 時， W_{11} 、 W_{21} 模態幾乎已經不受影響， W_{01} 、 W_{02} 則以極小的漂移量，降低共振頻率，附加質量的影響，隨著水量增加而減小，最終幾乎趨近於 0。再考慮到阻尼效應的影響，因為阻尼效應在頻率變化的影響相當微小，觀察共振頻率變化率，頻率也隨注入液體的增加而產生向低頻漂移的現象，水平置放蜂鳴片的共振頻率漂移變化量與附加質量相同，當液體愈加愈多之際，共振頻率降低的量也逐漸減小，但是當蜂鳴片垂直置放時，阻尼效應的影響卻相反，隨著注水量增加而增大，然而相對於附加質量的影響，以共振頻率變化量最大的條件，垂直置放蜂鳴片，液面高度在 20.808mm 的 W_{02} 模態，附加質量與阻尼效應分別降低了 4308Hz 及 41Hz，對於降低共振頻率的貢獻度，分別是 99.06% 及 0.94%，極大的差距幾乎可以忽略其影響。

4.2 液體壓力造成之預應力

另外考慮注入液體的情況下，會產生加諸在蜂鳴片上的重量，由於蜂鳴片圓周皆已被夾具限制住，故蜂鳴片會產生預應力的效果。假設在均勻應力的狀態下， u_r 為徑向位移，則

$$\varepsilon_r = \frac{du_r}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} \quad (4.1)$$

若在薄板應力的狀態

$$\begin{cases} \sigma_z = 0 \\ \sigma_{rz} = 0 \\ \sigma_{\theta z} = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

依虎克定律

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu\sigma_\theta - \nu\sigma_z) \quad (4.4)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu\sigma_r - \nu\sigma_z) \quad (4.5)$$

因為 $\sigma_z = 0$ ，所以

$$\sigma_r - \nu\sigma_\theta = E\varepsilon_r \quad (4.6)$$

$$\sigma_\theta - \nu\sigma_r = E\varepsilon_\theta \quad (4.7)$$

將(4.6)式、(4.7)式相加，得到

$$(\sigma_r + \sigma_\theta)(1 - \nu) = E(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) \quad (4.8)$$

故

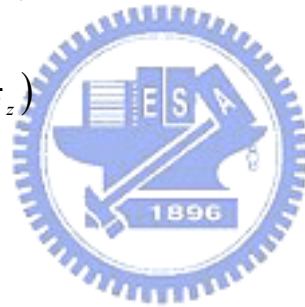
$$(\sigma_r + \sigma_\theta) = \frac{E}{(1 - \nu)}(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) \quad (4.9)$$

另(4.6)式可化為

$$(1 + \nu)\sigma_r - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) = E\varepsilon_r \quad (4.10)$$

所以徑向應力為

$$\sigma_r = \frac{E\varepsilon_r + \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)}{1 + \nu} \quad (4.11)$$



將(4.9)代入，可得

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= \frac{E\varepsilon_r + \frac{\nu E}{1-\nu}(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta)}{1+\nu} \\
 &= \frac{E}{1+\nu} \left[\varepsilon_r + \frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) \right] \\
 &= \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{1}{1-\nu}\varepsilon_r + \frac{\nu}{1-\nu}\varepsilon_\theta \right) \\
 &= \frac{E}{(1+\nu)(1-\nu)}(\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\theta) \\
 &= \frac{E}{(1+\nu)(1-\nu)}(\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\theta) \tag{4.12}
 \end{aligned}$$

所以 Hoop stress

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1+\nu)(1-\nu)}(\varepsilon_\theta + \nu\varepsilon_r) \tag{4.13}$$

平衡方程式為

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \tag{4.14}$$

將(4.12)式、(4.13)式代入

$$\begin{aligned}
 &\frac{E}{(1+\nu)(1-\nu)} \left[\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \nu \frac{d}{dr} \left(\frac{u_r}{r} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r} \right) (1-\nu) \right] = 0 \\
 &\left[\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u}{r^2} \right) + (1-\nu) \left(\frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} \right) \right] = 0 \\
 &\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u}{r^2} \right) + (1-\nu) \left(\frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} \right) = 0 \\
 &\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \left(\frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u}{r^2} \right) = 0 \tag{4.15}
 \end{aligned}$$

令

$$u_r = cr^m$$

$$[m(m+1) + m - 1]cr^{m-2} = 0$$

$$m^2 - 1 = 0, m = \pm 1$$

故

$$u_r = u(r) = c_1 r + c_2 \frac{1}{r}$$

其中 c_2 項不合理，因為若 r 趨近於 0 時， $\frac{1}{r}$ 趨近於無窮大，因此

$$u_r = c_1 r \tag{4.16}$$

$$\varepsilon_r = c_1, \varepsilon_\theta = c_1 \tag{4.17}$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu} c = \sigma_\theta \tag{4.18}$$

假設 T 為拉力， r 為施力點至圓心的長度， t 為薄板厚度，假設施力點平均散佈於圓周上，點與點之間的距離為 ds ， $T = \sigma_r t ds$ ，若 r_0 為圓心至圓周的長度，故模擬在蜂鳴片上徑向的總預應力(拉應力)為

$$\sigma_r^0 = \frac{T}{2\pi r_0 t} \tag{4.19}$$

ANSYS 在圓周部分網格切割共有 80 個節點，厚度則有 2 個節點，如圖 3.25，故在圓周的面上共有 160 個節點，假設在每個節點給予 6N、7N、8N 的拉力，則預應力各為 63.66MPa、74.27 MPa、84.88 MPa，以 ANSYS 模擬 1mm、2mm、3mm、4mm、5mm、10mm、15mm、20mm 八種高度，在模擬當中需要改變部分的邊界條件，如圖 4.2，相對於圖 3.25，因為增加預拉力的緣故，原本固定邊界設定 UX、UY、UZ 三的方向的位移皆為 0，更改為 ANSYS 的圓柱座標的 UY、UZ 為 0，也就是 $U_\theta=0$ 、 $U_Z=0$ ，UX 的部分則因為給予拉力則無須設定，電性邊界同樣給予 0Volt 及液體部分的固定邊界 $UX=UR=0$ 則不變，而在給予預應

力的模態分析中，必須先執行靜態分析(static analysis)，完成後再輸入模態分析的設定，接著執行分析的動作。以 W_{21} 模態比較結果與實驗值，如圖 4.3，可以看到在節點給予拉力 7N，預應力為 74.27 MPa 時，較接近實驗量測值，表 4.1 為節點拉力 7N 的模擬九種液面高度之數據，未加入液體的部份則沒有給予預拉力，模擬結果與實驗值比較如圖 4.4，二者曲線幾乎重合，不過仍可以發現在前段的實驗值會較加入預應力的結果要低，當加注液體愈多時，實驗值反而沒有模擬值降得多。

4.3 垂直夾置蜂鳴片與預應力

在蜂鳴片垂直置放的部份，由於 W_{21} 及 W_{02} 模態的頻率響應尖點不明顯，造成實驗曲線不完整，僅針對 W_{01} 及 W_{11} 模態做比較，圖 4.5 是以水厚度為 30mm，模擬液面高度 3mm、6mm、9mm、12mm、15mm、18mm、21mm，相對實驗值比較，與水平置放相同，實驗的共振頻率要比模擬值高，隨著注入液體增加，共振頻率隨之降低，由於圓形容器限制，無法觀測深度繼續增加的情況下，是否會與水平置放相同，頻率下降會漸漸趨緩，假設垂直置放亦有預應力效應，圖 4.6 模擬在節點給予拉力 6N 及 7N 與實驗值比較，可以看出水平置放相同，施予 7N 的拉力較為符合實驗曲線，模擬的共振頻率值如表 4.2，觀察施予拉力 7N 與實驗比較圖 4.7，仍可以發現與水平夾置蜂鳴片相同，實驗與模擬的曲線斜率不同，在前段的實驗值會較加入預應力的結果要低，當加注液體愈多時，實驗值反而沒有模擬值降得多。

4.4 模擬不同厚度液體之影響

因為實驗裝置無法量測變化厚度方向的頻率變化趨勢，前面的水平及垂直夾置的模擬都與實際量測值相仿，故想藉由模擬了解若厚度不同，配合液面高度的改變，蜂鳴片共振頻率的變化情形。垂直置放的 9 種厚度與水平置放的 9 種液面高度相同，前面做過的，依序為 1mm、2mm、3mm、4mm、5mm、10mm、15mm、20mm 九種厚度，液面高度則是 3mm、6mm、9mm、12mm、15mm、18mm、21mm，相對的尺寸關係如圖 4.8，模擬的數據如表 4.3 到表 4.10，以 W_{01} 、 W_{11} 、 W_{21} 、 W_{02} 四個模態依不同液面高度來看共振頻率相對於厚度的變化，如圖 4.9、圖 4.10、圖 4.11、圖 4.12 所示，除了可以看出液面愈高，隨著厚度的增加，共振頻率下降的幅度愈大，另外同樣可以看出在厚度 10mm 左右，與蜂鳴片水平置放相同，共振頻率變化趨緩，而厚度 30mm 的共振頻率在厚度較小時，反而會比厚度 20mm 為高，與一般情況不同。相對的觀察若以不同厚度為基準來看共振頻率相對於液面高度的變化，如圖 4.13、圖 4.14、圖 4.15、圖 4.16 所示，可以發現共振頻率不僅隨著液面高度漂移至低頻，液體的厚度也同樣造成影響，變化趨勢也是隨著厚度愈大，頻率下降愈明顯。比較特別的是可以看到在不同液面高度的共振頻率會隨著不同的液體厚度成比例性的下降，但是在不同厚度的狀態，隨著液面高度的增加，共振頻率的變化卻沒有比例性。

4.5 液面高度的敏感性

在未考慮液體重量可能造成預應力的影響，由圖 4.1 水平置放蜂鳴片的實驗與模擬比較圖可以看出，附加質量的影響性並未與實際注入水量相符，好比穿著一件衣服在雨中行走，打在身上的雨量除了被衣

服吸收外，也可能沾附在皮膚上，或是達到衣服吸水性飽和而流失。圖 4.17 為水平置放蜂鳴片 W_{02} 模態的實驗值及模擬值，Water level 為實驗所注入的液面高度 8.842mm，對應的共振頻率值為 10328Hz，以內差法計算模擬曲線對應高度 Adding mass level 約為 6.014mm，以相同方法計算出所有實驗之液面高度對應模擬應有高度，如圖 4.18，顯示出以注入水量換算之液面高度與模擬附加質量之液面高度關係圖，前面曾經提到實驗過程中， W_{11} 及 W_{21} 模態在液面高度約 10mm 開始共振頻率變化趨緩，約 15mm 共振頻率已無變化，而 W_{01} 及 W_{02} 模態則是在液面高度約 10mm 共振頻率變化趨緩，保持較小的變化率至實驗最末液面高度 30mm，這樣的趨勢在圖 4.18 可以很明顯看出， W_{11} 及 W_{21} 模態顯示附加質量的影響僅在液面高度約 12mm 以下， W_{01} 及 W_{02} 模態在液面高度 30mm 內都受到附加質量的影響。

再探討液面高度與頻率變化，表 4.11 為每增加 500mm^3 水量，約為液面高度 1.105mm，所降低的共振頻率值，若將因表面張力使水未能佈滿蜂鳴片的狀況去除， W_{02} 模態從液面高度為 3.316mm 的變化圖如圖 4.19 所示，在液面高度在 3.316mm 到 9.947mm 區間，共振頻率的變化量可以從 577Hz 降至 91Hz，平均每 mm 有約 73Hz 的變化率， W_{01} 、 W_{11} 、 W_{21} 模態亦有 20Hz、50Hz、70Hz 的變化率，敏感度較高，可以適用於水位的量測，而 9.947mm 到 28.736mm 區間，共振頻率的變化量從 91Hz 降至 16Hz，平均變化率約為 4Hz/mm，可能造成的誤差會較大。

而在蜂鳴片垂直置放的部分，圖 4.20 為 W_{01} 及 W_{11} 模態實驗與模擬之液面高度關係，因為實驗取得之資料品質不佳，比較無法判別實際水位與附加質量的相對關係，圖 4.21 顯示每 mm 共振頻率變化量，

不若水平置放般有規律可循。



第五章 結論與展望

本研究的目的是在分析液體負載之壓電陶瓷層板共振頻率的變化，探討影響因素是液體附加質量或是液體的阻尼效果，抑或是二者兼具。

5.1 結論

由實驗及模擬結果得知蜂鳴片在液體耦合的情況下，頻率會往低頻漂移，在水平置放蜂鳴片的情況下，共振頻率隨著注入液體增加而降低，然而影響並非持續不斷，隨著注入液體的增加，共振頻率的變化情形也隨之趨緩。同樣地，在垂直置放的實驗及模擬中，再次驗證了共振頻率往低頻漂移的現象。

在阻尼效應影響的模擬中，水平置放蜂鳴片的影響趨勢與附加質量的影響相似，若將蜂鳴片垂直置放，共振頻率的變化卻愈益增加，然而無論是將蜂鳴片水平置放或垂直置放，其產生的效果卻不如附加質量影響的 1%，如果在敏感度較低的條件下，可以將阻尼效應的影響忽略不計。

假設液體的重量或水壓會對於蜂鳴片產生徑向預應力的效果，數值模擬上給予試片固定的徑向張力，依不同的張力，蜂鳴片的共振頻率曲線呈線性提升，約 7N 之徑向張力的模擬結果最趨近於實驗值，相當於施加約 74.27 MPa 的徑向預應力。

在水平置放蜂鳴片的狀態下，液面高度達 10mm 以上，蜂鳴片的共振頻率變化逐漸趨緩， W_{01} 及 W_{02} 模態持續不斷地降低共振頻率， W_{11} 及 W_{21} 模態則在水位約 15mm 處停止變化。水位在 3.316mm 到 9.947mm 範圍之內，液面高度與附加質量的影響會使得共振頻率降低

的幅度較大，以 W_{02} 模態而言，可以藉由 EXCEL 軟體得到趨勢線，如圖 5.1，其二階方程式為

$$\Delta f = 17.226h^2 - 214.27h + 752.43 \quad (5.1)$$

其中 Δf 為共振頻率變化量，單位為 Hz， h 為液面高度，單位為 mm，得到液面高度與共振頻率變化量的關係式，可用於量測不同的水位高度。

5.2 未來展望

在垂直置放蜂鳴片的模擬中，發現無論是液面高度或液體厚度都會對共振頻率造成向低頻漂移的影響，實際狀況是否如同模擬般變化，是一可研究的問題，又高度及厚度是否有交互影響？且在不同厚度的狀態，隨著液面高度的增加，共振頻率的變化不若以不同液面高度的觀察，並非成比例性的下降，若是將蜂鳴片轉做感測器使用，於感測的準確度而言，便顯得十分重要。垂直置放蜂鳴片的實驗中存在頻率響應曲線尖點不明顯的情況，初步懷疑是反射波的影響，若能將此影響排除，可以取得較佳的實驗數值，對於蜂鳴片垂直置放的狀態，會有較清楚的了解，及衍生的應用。

因為初始假設液體重量所造成的預應力變化不大，所以在模擬的過程中給予固定拉力 7N，結果可以看到前段的共振頻率已高過實驗值，後段的共振頻率卻是低於實驗值，可以想見液體的多寡所造成的預應力影響有一定程度，模擬徑向的拉力應該隨液面增加而增加，又是否成線性增加？又若將蜂鳴片垂直置放，水壓對於蜂鳴片存在有線性增加的預應力關係，相對於將蜂鳴片水平置放，預應力為平均分佈，應於模擬中考慮以增加準確性。

研究的標的物為單一尺寸的壓電蜂鳴片，液體也僅使用水當作耦合工具，研究的結果及趨勢是否可以應用在不同尺寸的壓電蜂鳴片，或採用其他液體與蜂鳴片耦合，如油或酒精等等。

本研究證明液體耦合的狀態下，壓電蜂鳴片的共振頻率會隨著液體的增加而逐漸下降，除了製作成致動器外，亦有成為水位感測器的可能，日後可將其實現，可達到降低成本、增加效率。



參考文獻

- [1] <http://www.wikipedia.org/>，維基百科。
- [2] S. P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, *Theory of Plates and Shells*, McGraw-Hill, New York, 1959.
- [3] H. F. Tiersten, *Linear piezoelectric plate vibrations: Elements of the linear theory of piezoelectricity and the vibrations of piezoelectric plates*, Plenum Press, New York, 1969.
- [4] R. Szilard, *Theory and Analysis of Plates: Classical and Numerical Methods*, Prentice Hall, 1974.
- [5] C. K. Lee, *Piezoelectric Laminates for Torsional and Bending Modal Control: Theory and Experiment*, Ph.D. Dissertation, Cornell University, Ithaca, New York, 1987.
- [6] L. Meirovitch, *Fundamentals of vibrations*, McGraw-Hill, Boston, 2001.
- [7] C. K. Lee, “Theory of laminated piezoelectric plates for the design of distributed sensors/actuators. Part I: Governing equations and reciprocal relationships,” *Journal of the Acoustical Society of America*, **87**(3), 1144-1158, 1990.
- [8] A. Frendi, L. Maestrello, and A. Bayliss, “Coupling between plate vibration and acoustic radiation,” *Journal of Sound and Vibration*, **177**(2), 207-226, 1994.
- [9] A. Frendi, L. Maestrello, and L. Ting, “An efficient model for coupling structural vibrations with acoustic radiation,” *Journal of Sound and Vibration*, **182**(5), 741-757, 1995.

- [10] J. Kim, V. V. Varadan, V. K. Varadan, and X. Q. Bao, "Finite-element modeling of a smart cantilever plate and comparison with experiments," *Smart Materials and Structures*, **5**(2), 165-170, 1996.
- [11] J. H. Han and I. Lee, "Analysis of composite plates with piezoelectric actuators for vibration control using layerwise displacement theory," *Composites Part B: Engineering*, **29**(5), 621-632, 1998.
- [12] H. Nowotny, N. Finger, E. Benes and M. Gröschl, "Vibration modes of piezoelectric plates with small spatial thickness variation," *Proceedings of the 1999 Joint Meeting of the European, Frequency and Time Forum, 1999 and the IEEE International Frequency Control Symposium, Besançon, France, 13-16 April, 1999*.
- [13] C. J. Morris and F. K. Forster, "Optimization of a circular piezoelectric bimorph for a micropump driver," *Journal of Micromechanics and Microengineering*, **10**(3) 459-465, 2000.
- [14] Q. Wang, S. T. Quek, C.T. Sun, and X. Liu, "Analysis of piezoelectric coupled circular plate," *Smart Materials and Structures*, **10**(2), 229-239, 2001.
- [15] J. Scortesse, J. F. Manceau, and F. Bastien, "Interaction between a liquid layer and vibration plates: application to the displacement of liquid droplets," *Journal of Sound and Vibration*, **254**(5), 927-938, 2002.
- [16] S. Li and S. Chen, "Analytical analysis of a circular PZT actuator for valveless micropumps," *Sensors and Actuators A: Physical*, **104**(2), 151-161, 2003.
- [17] S. Li and D. Zhao, "Numerical simulation of active control of structural vibration and acoustic radiation of a fluid-loaded laminated

- plate,” *Journal of Sound and Vibration*, **272**(1-2), 109-124, 2004.
- [18] E. M. Sekouri, Y. R. Hu, and A. D. Ngo, “Modeling of a circular plate with piezoelectric actuators,” *Mechatronics*, **14**(9), 1007-1020, 2004.
- [19] T. Zhang and Q. M. Wang, “Performance evaluation of a valveless micropump driven by a ring-type piezoelectric actuator,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, **53**(2), 463-473, 2006.
- [20] E. Hong, S. Trolier-McKinstry, R. Smith, S. V. Krishnaswamy, and C. B. Freidhoff, “Vibration of micromachined circular piezoelectric diaphragms,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, **53**(4), 697-706, 2006.
- [21] B. Gallagher, “Vibrations in fluid loaded thin membranes,” Report of Aerospace and Mechanical Engineering, University of Notre Dame, Indiana, U.S.A., 2006
- [22] 黃國彰(2006)，無閥式微型壓電幫浦的研製，國立交通大學機械工程學系碩士論文，台灣，新竹市。
- [23] 周卓明，壓電力學，全華科技圖書股份有限公司，民國九十二年。
- [24] 吳朗，壓電陶瓷，pp. 29-31，全欣資訊圖書，台北市，民國八十三年。

表 2.1 PZT-5A 的材料常數

密度 (kg/m ³)	剛性係數 (10 ¹⁰ N/m ²)					
ρ	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{33}	c_{44}	c_{66}
7,650	12.1	7.54	7.52	11.1	2.11	2.26

壓電常數 (cI/m ²)			介電常數 (10 ⁻¹² F/m)	
e_{31}	e_{33}	e_{15}	ϵ_{11}^T	ϵ_{33}^T
-5.4	15.8	12.3	916	830



表 2.2 黃銅的材料常數

楊氏係數 E (GPa)	蒲松比 ν	密度 ρ (kg/m ³)
100	0.34	8,500

表 2.3 水的材料常數

體模數 κ (GPa)	密度 ρ (kg/m ³)	黏滯係數 η (Pa·s)
2.2	998	0.001

表 2.4 PZT-5A 前 4 模態頻率值

Mesh size (mm)	5	2	1	0.8	0.5	0.4	0.3
Element #	128	480	1,792	2,880	7,168	11,360	20,520
Node #	235	819	2,915	4,683	11,459	18,163	32,619
Mode	Resonant frequency (Hz)						
W ₀₁	3,299	2,790	2,721	2,708	2,699	2,696	2,694
W ₁₁	8,498	6,380	6,084	6,029	5,988	5,975	5,967
W ₂₁	16,691	10,922	10,032	9,883	9,776	9,743	9,723
W ₀₂	18,675	12,592	11,812	11,651	11,524	11,484	11,459

表 2.5 PZT-4 的材料常數

密度 (kg/m ³)	剛性係數 (10 ¹⁰ N/m ²)					
ρ	c ₁₁	c ₁₂	c ₁₃	c ₃₃	c ₄₄	c ₆₆
7,500	13.9	7.78	7.43	11.5	2.56	3.06

壓電常數 (cI/m ²)			介電常數 (10 ⁻¹² F/m)	
e ₃₁	e ₃₃	e ₁₅	ϵ_{11}^T	ϵ_{33}^T
-5.2	15.1	12.7	730	635

表 2.6 PZT-5H 的材料常數

密度 (kg/m ³)	剛性係數 (10 ¹⁰ N/m ²)					
ρ	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{33}	c_{44}	c_{66}
7,600	12.6	7.95	8.41	11.7	2.30	2.35

壓電常數 (cI/m ²)			介電常數 (10 ⁻¹² F/m)	
e_{31}	e_{33}	e_{15}	ϵ_{11}^T	ϵ_{33}^T
-6.5	23.3	17.0	1,700	1,470

表 2.7 PZT-7A 的材料常數

密度 (kg/m ³)	剛性係數 (10 ¹⁰ N/m ²)					
ρ	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{33}	c_{44}	c_{66}
7,650	14.8	7.62	7.42	13.1	2.53	3.60

壓電常數 (cI/m ²)			介電常數 (10 ⁻¹² F/m)	
e_{31}	e_{33}	e_{15}	ϵ_{11}^T	ϵ_{33}^T
-2.1	9.5	9.2	400	235

表 2.8 PZT-8 的材料常數

密度 (kg/m ³)		剛性係數 (10 ¹⁰ N/m ²)				
ρ	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{33}	c_{44}	c_{66}
7,600	13.7	6.97	7.16	12.4	3.14	3.37

壓電常數 (cI/m ²)			介電常數 (10 ⁻¹² F/m)	
e_{31}	e_{33}	e_{15}	ϵ_{11}^T	ϵ_{33}^T
-4.0	13.8	10.4	898	582



表 2.9 不同壓電材料前 4 模態頻率值

Mode	Resonant frequency (Hz)					實際值
	PZT-4	PZT-5A	PZT-5H	PZT-7A	PZT-8	
W ₀₁	3,416	3,192	3,125	3,519	3,422	3,451
W ₁₁	7,587	7,176	7,082	7,738	7,607	7,625
W ₂₁	12,536	11,934	12,734	12,734	12,579	12,300
W ₀₂	14,757	14,042	14,982	14,982	14,842	14,787

表 2.10 碟型蜂鳴片的前 4 模態共振頻率

共振模態	W_{01}	W_{11}	W_{21}	W_{02}
共振頻率 (Hz)	3,519	7,738	12,734	14,982

表 2.11 水平置放蜂鳴片不同液面高之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)			
	W_{01}	W_{11}	W_{21}	W_{02}
0	3,513	7,726	12,715	14,961
1	3,071	6,748	11,070	13,009
2	2,772	6,113	10,058	11,829
3	2,564	5,711	9,482	11,167
4	2,412	5,443	9,139	10,762
5	2,295	5,254	8,928	10,494
10	1,922	4,832	8,616	9,890
15	1,692	4,734	8,589	9,633
20	1,528	4,712	8,587	9,469
30	1,237	4,558	8,388	9,047

表 2.12 垂直置放蜂鳴片不同液面高之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)			
	W_{01}	W_{11}	W_{21}	W_{02}
3	3,461	7,539	7,676	12,447
6	3,408	7,054	7,600	11,544
9	3,151	6,321	7,122	10,868
12	2,700	6,063	6,235	10,444
15	2,290	5,504	5,799	9,711
18	1,920	4,923	5,155	8,903
21	1,784	4,803	4,965	8,754



表 3.1 水平置放蜂鳴片量測結果一

累積注水量 (mm ³)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
0	3,443	7,600	12,425	14,787
500	2,875	6,806	11,531	13,493
1,000	2,850	6,256	10,062	11,875
1,500	2,675	5,831	9,587	11,306
2,000	2,475	5,587	9,343	10,956
2,500	2,375	5,412	9,193	10,681
3,000	2,300	5,287	9,118	10,537
3,500	2,225	5,162	9,043	10,387
4,000	2,150	5,112	9,018	10,312
4,500	2,100	5,087	8,993	10,237
5,000	2,025	5,062	8,968	10,187
5,500	1,975	5,037	8,968	10,112
6,000	1,925	5,037	8,968	10,062
6,500	1,900	5,012	8,943	10,037
7,000	1,856	5,012	8,943	9,987
7,500	1,806	4,987	8,943	9,962
8,000	1,781	4,987	8,943	9,912
8,500	1,756	4,987	8,943	9,887
9,000	1,731	4,987	8,943	9,862
9,500	1,681	4,987	8,943	9,837
10,000	1,656	4,987	8,943	9,812
10,500	1,631	4,987	8,943	9,787
11,000	1,631	4,987	8,943	9,762
11,500	1,606	4,987	8,943	9,737
12,000	1,581	4,987	8,943	9,712
12,500	1,556	4,987	8,943	9,687
13,000	1,531	4,987	8,943	9,662

表 3.2 水平置放蜂鳴片量測結果二

累積注水量 (mm ³)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
0	3,493	7,650	12,400	14,762
500	2,875	6,706	11,456	13,518
1,000	2,875	6,281	10,062	11,900
1,500	2,675	5,856	9,562	11,331
2,000	2,475	5,587	9,293	10,956
2,500	2,400	5,412	9,118	10,731
3,000	2,300	5,287	9,018	10,562
3,500	2,225	5,187	8,943	10,437
4,000	2,150	5,137	8,918	10,337
4,500	2,100	5,087	8,893	10,237
5,000	2,050	5,062	8,893	10,187
5,500	2,000	5,062	8,893	10,137
6,000	1,950	5,037	8,868	10,062
6,500	1,900	5,037	8,868	10,037
7,000	1,856	5,037	8,868	9,987
7,500	1,831	5,037	8,868	9,962
8,000	1,781	5,037	8,868	9,937
8,500	1,756	5,037	8,868	9,887
9,000	1,731	5,037	8,868	9,862
9,500	1,706	5,037	8,868	9,837
10,000	1,681	5,037	8,868	9,812
10,500	1,656	5,037	8,868	9,812
11,000	1,631	5,037	8,868	9,762
11,500	1,606	5,037	8,868	9,762
12,000	1,581	5,037	8,868	9,712
12,500	1,581	5,037	8,868	9,687
13,000	1,556	5,037	8,868	9,662

表 3.3 水平置放蜂鳴片量測結果三

累積注水量 (mm ³)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
0	3,418	7,625	12,075	14,812
500	3,168	6,875	11,056	13,393
1,000	2,850	6,106	9,962	11,975
1,500	2,650	5,856	9,462	11,381
2,000	2,525	5,437	9,093	11,006
2,500	2,400	5,262	8,943	10,781
3,000	2,325	5,187	8,868	10,537
3,500	2,225	5,112	8,818	10,387
4,000	2,175	5,037	8,768	10,337
4,500	2,100	5,012	8,743	10,237
5,000	2,050	4,937	8,743	10,112
5,500	2,000	4,912	8,743	10,062
6,000	1,950	4,912	8,743	9,987
6,500	1,925	4,912	8,743	9,962
7,000	1,900	4,887	8,718	9,912
7,500	1,806	4,887	8,718	9,862
8,000	1,781	4,887	8,743	9,787
8,500	1,756	4,887	8,718	9,787
9,000	1,731	4,887	8,743	9,737
9,500	1,706	4,887	8,743	9,687
10,000	1,681	4,887	8,718	9,637
10,500	1,656	4,887	8,743	9,562
11,000	1,631	4,887	8,743	9,587
11,500	1,606	4,887	8,718	9,562
12,000	1,581	4,887	8,743	9,537
12,500	1,556	4,887	8,718	9,512
13,000	1,531	4,887	8,743	9,512

表 3.4 垂直置放蜂鳴片量測結果一

累積注水量 (mm ³)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
0	3,468	7,950	12,400	14,762
500	3,468	7,600	11,875	14,368
1,000	3,468	7,600	11,875	14,412
1,500	3,468	7,600	11,875	14,437
2,000	3,468	7,275	11,875	14,318
2,500	3,443	7,175	11,681	14,068
3,000	3,443	7,075	10,262	12,225
3,500	3,318	6,856	9,887	11,656
4,000	3,293	6,781	9,412	11,531
4,500	3,218	6,556	9,787	11,356
5,000	3,143	6,181	9,762	11,156
5,500	3,050	6,081	9,762	11,081
6,000	3,000	5,906	9,762	10,831
6,500	2,875	5,881	9,737	10,681
7,000	2,775	5,881	9,662	10,537
7,500	2,625	5,731	9,662	10,537
8,000	2,600	5,681	9,662	10,512
8,500	2,525	5,612	9,687	10,512
9,000	2,475	5,587	9,712	10,512
9,500	2,400	5,362	9,662	10,487
10,000	2,350	5,212	9,637	10,462
10,500	2,350	5,212	9,612	10,462
11,000	2,150	5,162	9,587	10,462
11,500	2,150	5,162	9,587	10,462
12,000	2,125	5,087	9,387	10,412
12,500	1,875	4,987	9,318	10,437
13,000	1,806	4,887	9,118	10,437

表 3.5 垂直置放蜂鳴片量測結果二

累積注水量 (mm ³)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
0	3,518	7,700	12,225	14,712
500	3,518	7,600	11,900	14,387
1,000	3,493	7,475	12,050	14,368
1,500	3,418	7,500	11,856	14,368
2,000	3,493	7,350	11,756	14,043
2,500	3,493	7,350	11,706	14,068
3,000	3,418	7,525	10,387	12,900
3,500	3,368	7,475	9,812	12,825
4,000	3,318	7,325	9,512	12,100
4,500	3,293	7,250	9,462	11,481
5,000	3,243	7,275	9,462	11,531
5,500	3,025	7,475	9,712	11,456
6,000	2,975	7,200	9,562	11,506
6,500	2,900	6,900	9,537	11,531
7,000	2,825	6,756	9,512	12,300
7,500	2,725	6,706	9,512	11,481
8,000	2,650	6,681	9,487	11,481
8,500	2,550	5,612	8,718	11,481
9,000	2,475	5,612	8,793	11,181
9,500	2,425	5,512	8,768	11,131
10,000	2,375	5,437	8,768	11,106
10,500	2,375	5,362	8,818	11,131
11,000	2,150	5,162	8,693	11,031
11,500	2,150	5,137	8,693	11,081
12,000	2,075	5,037	8,643	11,006
12,500	2,025	5,012	8,643	10,587
13,000	1,950	4,837	8,618	10,462

表 3.6 垂直置放蜂鳴片量測結果三

累積注水量 (mm ³)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
0	3,543	7,750	12,400	14,862
500	3,468	7,525	12,275	14,662
1,000	3,468	7,525	12,300	14,687
1,500	3,443	7,425	12,200	14,587
2,000	3,443	7,400	12,225	14,412
2,500	3,443	7,250	11,925	14,512
3,000	3,418	6,856	11,731	13,643
3,500	3,393	6,681	11,356	13,243
4,000	3,393	6,681	11,031	12,650
4,500	3,268	6,631	10,756	12,125
5,000	3,218	6,506	10,437	12,150
5,500	3,100	6,631	10,437	11,706
6,000	3,050	6,606	10,162	11,656
6,500	2,900	6,506	10,087	11,556
7,000	2,850	6,456	9,737	11,331
7,500	2,750	6,056	9,687	11,056
8,000	2,675	5,981	9,462	11,031
8,500	2,600	5,831	9,268	11,006
9,000	2,500	5,781	8,468	10,731
9,500	2,475	5,612	8,268	11,056
10,000	2,400	5,981	7,975	10,756
10,500	2,375	5,906	8,418	10,437
11,000	2,175	5,806	8,168	9,762
11,500	2,125	5,756	8,075	9,737
12,000	2,100	5,656	7,975	9,662
12,500	1,950	5,387	7,875	9,587
13,000	1,950	5,412	7,950	9,637

表 3.7 水平置放蜂鳴片阻尼因子 ζ_r

液面高度 h (mm)	W_{01}			W_{11}		
	測試一	測試二	測試三	測試一	測試二	測試三
0	0.00829	0.01137	0.01960	0.00821	0.00762	0.01824
1.105	0.00686	0.00825	0.00841	0.01464	0.00921	0.01667
2.210	0.00882	0.00873	0.00955	0.01649	0.01367	0.02386
3.316	0.01253	0.01588	0.01551	0.02163	0.01974	0.01615
4.421	0.01294	0.01022	0.01011	0.01607	0.02048	0.01494
5.526	0.00841	0.00875	0.00854	0.01667	0.02314	0.01687
6.631	0.00885	0.00849	0.00953	0.02204	0.02653	0.02168
7.737	0.00827	0.00875	0.00943	0.02983	0.02888	0.02257
8.842	0.01009	0.00786	0.00939	0.02742	0.01803	0.02181
9.947	0.00913	0.00875	0.01018	0.02756	0.01720	0.02125
11.052	0.00787	0.00877	0.00937	0.02573	0.01781	0.02231
12.158	0.00860	0.00960	0.00949	0.02538	0.01878	0.02437
13.263	0.00816	0.00927	0.00912	0.02475	0.01932	0.02847
14.368	0.00908	0.00883	0.00875	0.02483	0.01976	0.03065
15.473	0.00874	0.00879	0.00929	0.02502	0.02003	0.03146
16.579	0.01069	0.00919	0.00964	0.02498	0.02038	0.03220
17.684	0.00886	0.00960	0.00884	0.02405	0.02057	0.03242
18.789	0.00958	0.00829	0.00986	0.02349	0.02010	0.03234
19.894	0.00883	0.00797	0.01102	0.02338	0.02067	0.03255
21.000	0.00815	0.00793	0.01172	0.02242	0.02107	0.03254
22.105	0.00974	0.01009	0.01102	0.02344	0.02083	0.03210
23.210	0.00975	0.01110	0.01083	0.02285	0.02074	0.03236
24.315	0.01099	0.00860	0.01216	0.02361	0.02061	0.03234
25.421	0.01052	0.01033	0.01153	0.02316	0.02104	0.03265
26.526	0.01071	0.01105	0.01114	0.02332	0.02077	0.03283
27.631	0.01121	0.01055	0.01418	0.02329	0.02087	0.03314
28.736	0.01238	0.01096	0.01267	0.02307	0.02103	0.03272

表 3.8 垂直置放蜂鳴片阻尼因子 ζ_r

液面高度 h (mm)	W ₀₁			W ₁₁		
	測試一	測試二	測試三	測試一	測試二	測試三
0	0.00619	0.00718	0.00557	0.00667	0.00670	0.00747
1.898	0.00601	0.00667	0.00573	0.00762	0.00798	0.01322
2.657	0.00623	0.01156	0.00578	0.00951	0.00772	0.01414
4.025	0.00624	0.00616	0.00683	0.00980	0.01070	0.00827
4.917	0.00554	0.00718	0.00652	0.01575	0.00919	0.00791
5.752	0.00607	0.00694	0.00635	0.00959	0.01040	0.01280
6.548	0.00665	0.00838	0.00702	0.01003	0.01181	0.01301
7.314	0.00550	0.02143	0.00910	0.01217	0.01584	0.02447
8.059	0.00763	0.00741	0.00981	0.01254	0.02449	0.02023
8.786	0.01377	0.00645	0.00851	0.02190	0.01196	0.01235
9.501	0.01026	0.01279	0.00890	0.01824	0.01254	0.01426
10.207	0.00965	0.00941	0.00809	0.03156	0.01825	0.01284
10.907	0.01082	0.01212	0.00966	0.02074	0.02023	0.01454
11.603	0.00992	0.01239	0.00864	0.02008	0.02320	0.01767
12.297	0.01127	0.01295	0.00915	0.02128	0.02637	0.03557
12.993	0.01227	0.01398	0.00992	0.02089	0.02834	0.02167
13.692	0.01197	0.01241	0.01069	0.02049	0.01840	0.01677
14.397	0.01279	0.01372	0.00980	0.02007	0.02591	0.02244
15.110	0.01346	0.01481	0.01134	0.01526	0.03409	0.02491
15.836	0.01479	0.01580	0.01547	0.02482	0.03609	0.01846
16.578	0.01679	0.01731	0.01484	0.02422	0.03290	0.01554
17.340	0.01960	0.01785	0.02194	0.02209	0.03038	0.01552
18.131	0.01893	0.01731	0.01649	0.02288	0.03264	0.01910
18.960	0.02047	0.02548	0.01750	0.02490	0.04899	0.02125
19.843	0.01085	0.02893	0.01720	0.03697	0.06956	0.02440
20.808	0.03591	0.03008	0.01876	0.02522	0.06663	0.06238
21.922	0.04155	0.03914	0.01880	0.03112	0.02399	0.06810

表 3.9 水平置放蜂鳴片比例阻尼常數

液面高度 h (mm)	α			β		
	測試一	測試二	測試三	測試一	測試二	測試三
0	248.128	433.936	626.215	0.24×10^{-6}	0.13×10^{-6}	0.49×10^{-6}
1.105	32.326	191.717	56.803	0.66×10^{-6}	0.33×10^{-6}	0.76×10^{-6}
2.210	55.849	113.598	-61.857	0.81×10^{-6}	0.62×10^{-6}	1.25×10^{-6}
3.316	104.277	290.493	345.184	1.12×10^{-6}	0.86×10^{-6}	0.62×10^{-6}
4.421	223.841	44.864	135.067	0.74×10^{-6}	1.13×10^{-6}	0.74×10^{-6}
5.526	38.356	-53.688	40.959	0.95×10^{-6}	1.41×10^{-6}	0.95×10^{-6}
6.631	-24.922	-107.070	4.380	1.35×10^{-6}	1.69×10^{-6}	1.30×10^{-6}
7.737	-156.179	-126.233	-8.995	1.99×10^{-6}	1.90×10^{-6}	1.39×10^{-6}
8.842	-50.257	9.190	6.950	1.77×10^{-6}	1.11×10^{-6}	1.35×10^{-6}
9.947	-73.141	53.053	45.628	1.82×10^{-6}	1.02×10^{-6}	1.28×10^{-6}
11.052	-79.378	49.175	12.467	1.73×10^{-6}	1.07×10^{-6}	1.39×10^{-6}
12.158	-43.563	65.305	-2.615	1.67×10^{-6}	1.12×10^{-6}	1.54×10^{-6}
13.263	-42.573	52.662	-52.676	1.63×10^{-6}	1.17×10^{-6}	1.85×10^{-6}
14.368	-11.057	38.303	-78.139	1.61×10^{-6}	1.22×10^{-6}	2.01×10^{-6}
15.473	-17.476	36.548	-62.117	1.63×10^{-6}	1.24×10^{-6}	2.05×10^{-6}
16.579	40.302	46.861	-53.547	1.56×10^{-6}	1.25×10^{-6}	2.09×10^{-6}
17.684	5.558	58.335	-68.466	1.54×10^{-6}	1.25×10^{-6}	2.12×10^{-6}
18.789	31.012	31.157	-36.754	1.49×10^{-6}	1.25×10^{-6}	2.08×10^{-6}
19.894	16.576	20.963	-4.135	1.49×10^{-6}	1.30×10^{-6}	2.06×10^{-6}
21.000	10.403	18.527	17.780	1.44×10^{-6}	1.33×10^{-6}	2.04×10^{-6}
22.105	42.963	74.236	7.862	1.47×10^{-6}	1.25×10^{-6}	2.02×10^{-6}
23.210	49.193	99.046	4.733	1.43×10^{-6}	1.22×10^{-6}	2.04×10^{-6}
24.315	73.785	43.745	38.554	1.45×10^{-6}	1.27×10^{-6}	2.00×10^{-6}
25.421	67.800	80.644	25.544	1.42×10^{-6}	1.26×10^{-6}	2.03×10^{-6}
26.526	71.702	98.770	17.558	1.43×10^{-6}	1.22×10^{-6}	2.06×10^{-6}
27.631	83.834	87.341	83.573	1.42×10^{-6}	1.24×10^{-6}	2.01×10^{-6}
28.736	110.893	95.642	55.966	1.37×10^{-6}	1.24×10^{-6}	2.01×10^{-6}

表 3.10 垂直置放蜂鳴片比例阻尼常數

液面高度 h (mm)	α			β		
	測試一	測試二	測試三	測試一	測試二	測試三
0	176.476	229.764	121.368	0.20×10^{-6}	0.18×10^{-6}	0.26×10^{-6}
1.898	139.295	167.378	-18.779	0.26×10^{-6}	0.26×10^{-6}	0.57×10^{-6}
2.657	98.756	449.162	-40.220	0.37×10^{-6}	0.13×10^{-6}	0.62×10^{-6}
4.025	88.622	59.650	165.223	0.39×10^{-6}	0.44×10^{-6}	0.28×10^{-6}
4.917	-88.526	159.754	157.249	0.70×10^{-6}	0.32×10^{-6}	0.27×10^{-6}
5.752	82.652	112.651	15.451	0.38×10^{-6}	0.40×10^{-6}	0.55×10^{-6}
6.548	100.992	153.101	31.084	0.40×10^{-6}	0.45×10^{-6}	0.59×10^{-6}
7.314	-20.279	760.650	-188.383	0.58×10^{-6}	0.33×10^{-6}	1.27×10^{-6}
8.059	83.837	-231.250	-25.334	0.54×10^{-6}	1.25×10^{-6}	0.98×10^{-6}
8.786	161.336	52.951	131.292	0.97×10^{-6}	0.50×10^{-6}	0.52×10^{-6}
9.501	100.661	363.446	124.865	0.78×10^{-6}	0.38×10^{-6}	0.57×10^{-6}
10.207	-198.634	56.648	115.578	1.55×10^{-6}	0.84×10^{-6}	0.53×10^{-6}
10.907	87.541	115.698	143.060	0.90×10^{-6}	0.96×10^{-6}	0.62×10^{-6}
11.603	69.344	116.094	33.909	0.89×10^{-6}	1.01×10^{-6}	0.84×10^{-6}
12.297	112.906	83.133	-310.938	0.92×10^{-6}	1.20×10^{-6}	1.99×10^{-6}
12.993	163.095	101.983	6.774	0.88×10^{-6}	1.29×10^{-6}	1.13×10^{-6}
13.692	160.657	202.498	134.046	0.86×10^{-6}	0.76×10^{-6}	0.80×10^{-6}
14.397	197.477	138.407	-9.128	0.83×10^{-6}	1.17×10^{-6}	1.23×10^{-6}
15.110	259.278	-11.793	14.726	0.66×10^{-6}	1.94×10^{-6}	1.38×10^{-6}
15.836	207.629	72.311	295.460	1.05×10^{-6}	1.76×10^{-6}	0.77×10^{-6}
16.578	282.162	171.123	308.412	0.98×10^{-6}	1.55×10^{-6}	0.61×10^{-6}
17.340	401.062	221.582	507.386	0.82×10^{-6}	1.40×10^{-6}	0.47×10^{-6}
18.131	349.303	172.738	295.740	0.89×10^{-6}	1.54×10^{-6}	0.83×10^{-6}
18.960	344.059	257.432	298.627	1.13×10^{-6}	2.37×10^{-6}	0.95×10^{-6}
19.843	-67.876	196.301	248.725	2.24×10^{-6}	3.28×10^{-6}	1.18×10^{-6}
20.808	725.908	252.884	-108.400	0.87×10^{-6}	3.17×10^{-6}	3.78×10^{-6}
21.922	802.940	859.358	-158.722	1.17×10^{-6}	0.65×10^{-6}	4.14×10^{-6}

表 3.11 水平置放蜂鳴片不同液面高度之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
0	3513.7	7726.4	12715	14961
2.210	2725.5	6027.5	9947.1	11705
4.421	2362.8	5368.3	9073.8	10669
6.631	2147.7	5055.6	8773.7	10227
9.947	1925.7	4842.4	8644.4	9895.8
13.263	1763.4	4770.3	8636.2	9723.7
16.579	1635.3	4738.2	8624	9583
19.894	1531.4	4725.2	8617.5	9474.2
28.736	1328.1	4720.1	8618.5	9273

表 3.12 垂直置放蜂鳴片不同液面高度之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
0	3465.9	7593.7	12636	14844
2.657	3459.4	7540.6	12461	14655
4.917	3442.8	7321.9	11898	14377
6.548	3388.8	6933.9	11515	14240
8.786	3179.9	6363.8	10928	13517
10.907	2869.5	6116.3	10651	12460
12.993	2550.5	5954.7	10164	11649
15.110	2277.1	5483.6	9688.5	11266
20.808	1912.3	4941	8981.8	10536

表 3.13 水平置放蜂鳴片加入阻尼效應之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
0	3513.4	7725.9	12714	14959
2.210	2725.4	6026.6	9943.1	11699
4.421	2362.7	5367.6	9070.7	10664
6.631	2147.6	5054.3	8766.8	10216
9.947	1925.6	4841.4	8638.3	9886.7
13.263	1763.4	4769	8628.6	9712.9
16.579	1635.3	4736.7	8615.5	9571.3
19.894	1531.3	4723.9	8609.2	9463.2
28.736	1328	4718.7	8610.7	9263.4

表 3.14 垂直置放蜂鳴片加入阻尼效應之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
0	3465.8	7593.5	12635	14843
2.657	3459.3	7540.2	12459	14652
4.917	3442.8	7321.5	11896	14374
6.548	3388.7	6933.4	11513	14236
8.786	3179.8	6363.1	10925	13512
10.907	2869.4	6115.4	10647	12453
12.993	2550.3	5953.3	10158	11639
15.110	2277	5482	9680.3	11253
20.808	1911.6	4935.9	8955.7	10495

表 3.15 水平置放蜂鳴片加入阻尼效應之共振頻率變化

液面高度 h (mm)	頻率變化 $\Delta f_r / f_r$ (%)			
	W_{01}	W_{11}	W_{21}	W_{02}
0	-0.009%	-0.006%	-0.008%	-0.013%
2.210	-0.004%	-0.015%	-0.040%	-0.051%
4.421	-0.004%	-0.013%	-0.034%	-0.047%
6.631	-0.005%	-0.026%	-0.079%	-0.108%
9.947	-0.005%	-0.021%	-0.071%	-0.092%
13.263	0.000%	-0.027%	-0.088%	-0.111%
16.579	0.000%	-0.032%	-0.099%	-0.122%
19.894	-0.007%	-0.028%	-0.096%	-0.116%
28.736	-0.008%	-0.030%	-0.091%	-0.104%

表 3.16 垂直置放蜂鳴片加入阻尼效應之共振頻率變化

液面高度 h (mm)	頻率變化 $\Delta f_r / f_r$ (%)			
	W_{01}	W_{11}	W_{21}	W_{02}
0	-0.003%	-0.003%	-0.008%	-0.007%
2.657	-0.003%	-0.005%	-0.016%	-0.020%
4.917	0.000%	-0.005%	-0.017%	-0.021%
6.548	-0.003%	-0.007%	-0.017%	-0.028%
8.786	-0.003%	-0.011%	-0.027%	-0.037%
10.907	-0.003%	-0.015%	-0.038%	-0.056%
12.993	-0.008%	-0.024%	-0.059%	-0.086%
15.110	-0.004%	-0.029%	-0.085%	-0.115%
20.808	-0.037%	-0.103%	-0.291%	-0.389%

表 4.1 水平置放節點施力 7N 不同液面高之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
0	3,513	7,726	12,715	14,961
1	3,334	7,163	11,431	13,327
2	3,009	6,486	10,378	12,110
3	2,783	6,055	9,776	11,422
4	2,617	5,766	9,418	11,002
5	2,488	5,561	9,199	10,725
10	2,077	5,109	8,885	10,117
15	1,825	5,006	8,859	9,865
20	1,646	4,983	8,857	9,704
30	1,403	4,977	8,857	9,484

表 4.2 垂直置放節點施力 7N 不同液面高之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)	
	W ₀₁	W ₁₁
3	3,789	8,135
6	3,713	7,782
9	3,422	7,123
12	2,928	6,514
15	2,497	5,999
18	2,188	5,515
21	1,989	5,213

表 4.3 厚度 1mm 不同液面高之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
3	3,462	7,614	12,530	14,698
6	3,439	7,502	12,238	14,507
9	3,358	7,308	11,986	14,295
12	3,231	7,132	11,782	13,766
15	3,113	6,948	11,522	13,364
18	2,937	6,568	10,914	12,788
21	3,020	6,635	10,904	12,775

表 4.4 厚度 2mm 不同液面高之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
3	3,461	7,610	12,508	14,673
6	3,423	7,420	11,994	14,635
9	3,281	7,079	11,564	13,921
12	3,061	6,782	11,225	13,048
15	2,873	6,491	10,809	12,491
18	2,666	6,022	10,071	11,819
21	2,728	6,025	9,949	11,668

表 4.5 厚度 3mm 不同液面高之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
3	3,461	7,609	12,503	14,668
6	3,417	7,383	11,885	14,306
9	3,237	6,951	11,338	13,727
12	2,957	6,574	10,928	12,679
15	2,719	6,221	10,426	12,041
18	2,488	5,700	9,620	11,328
21	2,528	5,653	9,433	11,084

表 4.6 厚度 4mm 不同液面高之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
3	3,461	7,609	12,502	14,666
6	3,414	7,365	11,832	14,278
9	3,210	6,874	11,211	13,619
12	2,889	6,442	10,763	12,463
15	2,616	6,052	10,213	11,790
18	2,365	5,502	9,370	11,058
21	2,387	5,417	9,143	10,756

表 4.7 厚度 5mm 不同液面高之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)			
	W_{01}	W_{11}	W_{21}	W_{02}
3	3,461	7,608	12,502	14,666
6	3,413	7,355	11,806	14,264
9	3,193	6,825	11,137	13,556
12	2,841	6,354	10,668	12,324
15	2,544	5,704	10,090	11,638
18	2,277	5,372	9,225	10,896
21	2,283	5,261	8,974	10,557

表 4.8 厚度 10mm 不同液面高之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)			
	W_{01}	W_{11}	W_{21}	W_{02}
0.003	3,461	7,607	12,497	14,659
0.006	3,411	7,346	11,782	14,250
0.009	3,160	6,746	11,031	13,466
0.012	2,734	6,187	10,542	12,066
0.015	2,368	5,713	9,927	11,364
0.018	2,130	5,255	9,212	10,868
0.021	2,000	4,953	8,737	10,188

表 4.9 厚度 15mm 不同液面高之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
3	3,461	7,608	12,502	14,666
6	3,411	7,346	11,782	14,250
9	3,156	6,736	11,020	13,455
12	2,708	6,156	10,530	12,015
15	2,313	5,665	9,914	11,299
18	1,970	5,061	9,003	10,529
21	1,876	4,888	8,712	10,078

表 4.10 厚度 20mm 不同液面高之共振頻率

液面高度 h (mm)	Resonant frequency (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
3	3,461	7,608	12,502	14,666
6	3,411	7,346	11,782	14,250
9	3,155	6,735	11,019	13,454
12	2,702	6,150	10,528	12,003
15	2,296	5,653	9,912	11,279
18	1,937	5,045	8,999	10,501
21	1,819	4,871	8,706	10,030

表 4.11 不同液面高之共振頻率降低量

液面高度 h (mm)	Resonant frequency change (Hz)			
	W ₀₁	W ₁₁	W ₂₁	W ₀₂
1.105	-479	-830	-953	-1319
2.210	-114	-581	-1319	-1552
3.316	-192	-367	-491	-577
4.421	-175	-310	-294	-367
5.526	-100	-175	-159	-241
6.631	-83	-109	-83	-186
7.737	-83	-100	-67	-142
8.842	-67	-58	-33	-75
9.947	-58	-33	-25	-91
11.052	-59	-42	-8	-75
12.158	-50	-17	0	-59
13.263	-50	-8	-9	-66
14.368	-33	-8	-8	-25
15.473	-38	-9	-8	-50
16.579	-56	-8	0	-34
17.684	-33	0	8	-50
18.789	-25	0	-8	-25
19.894	-25	0	8	-33
21.000	-34	0	0	-33
22.105	-25	0	-8	-34
23.210	-25	0	8	-33
24.315	-16	0	0	-17
25.421	-25	0	-8	-16
26.526	-25	0	8	-34
27.631	-17	0	-8	-25
28.736	-25	0	8	-16

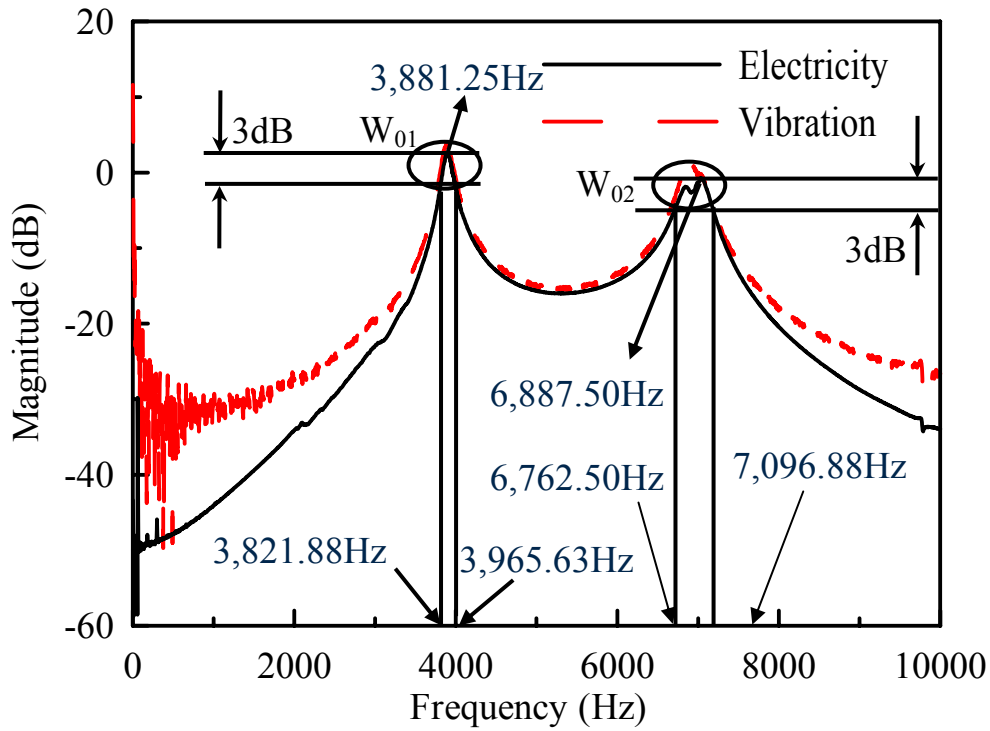


圖 1.1 蜂鳴片一的頻率響應曲線[22]

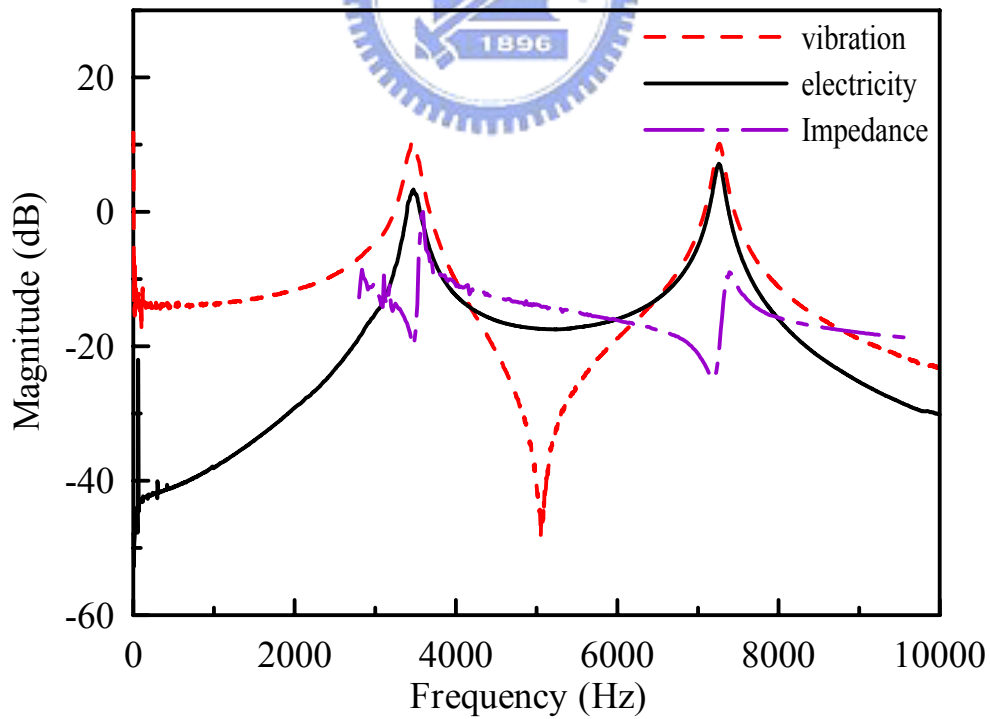


圖 1.2 蜂鳴片二的頻率響應曲線[22]

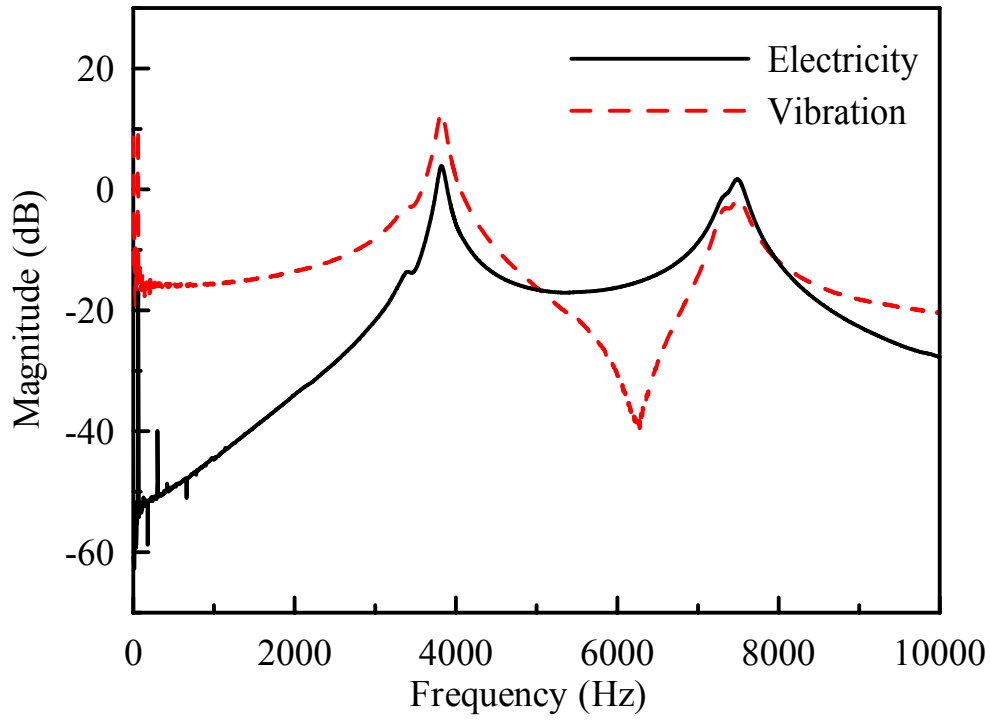


圖 1.3 蜂鳴片三的頻率響應曲線[22]

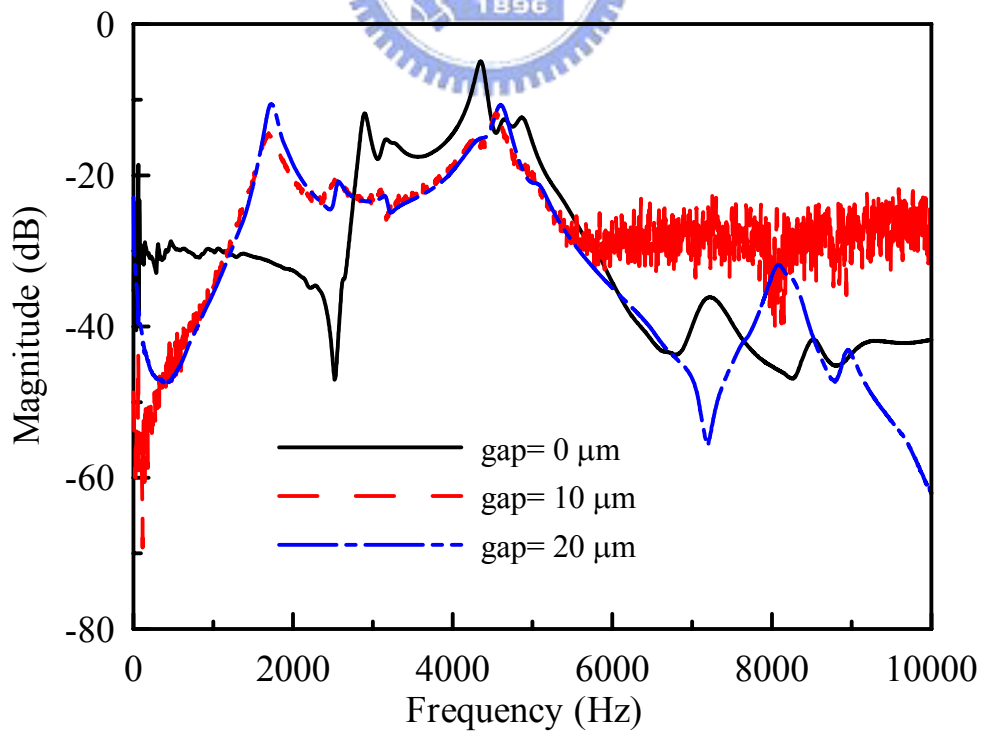


圖 1.4 流體負載之蜂鳴片一頻率響應曲線[22]

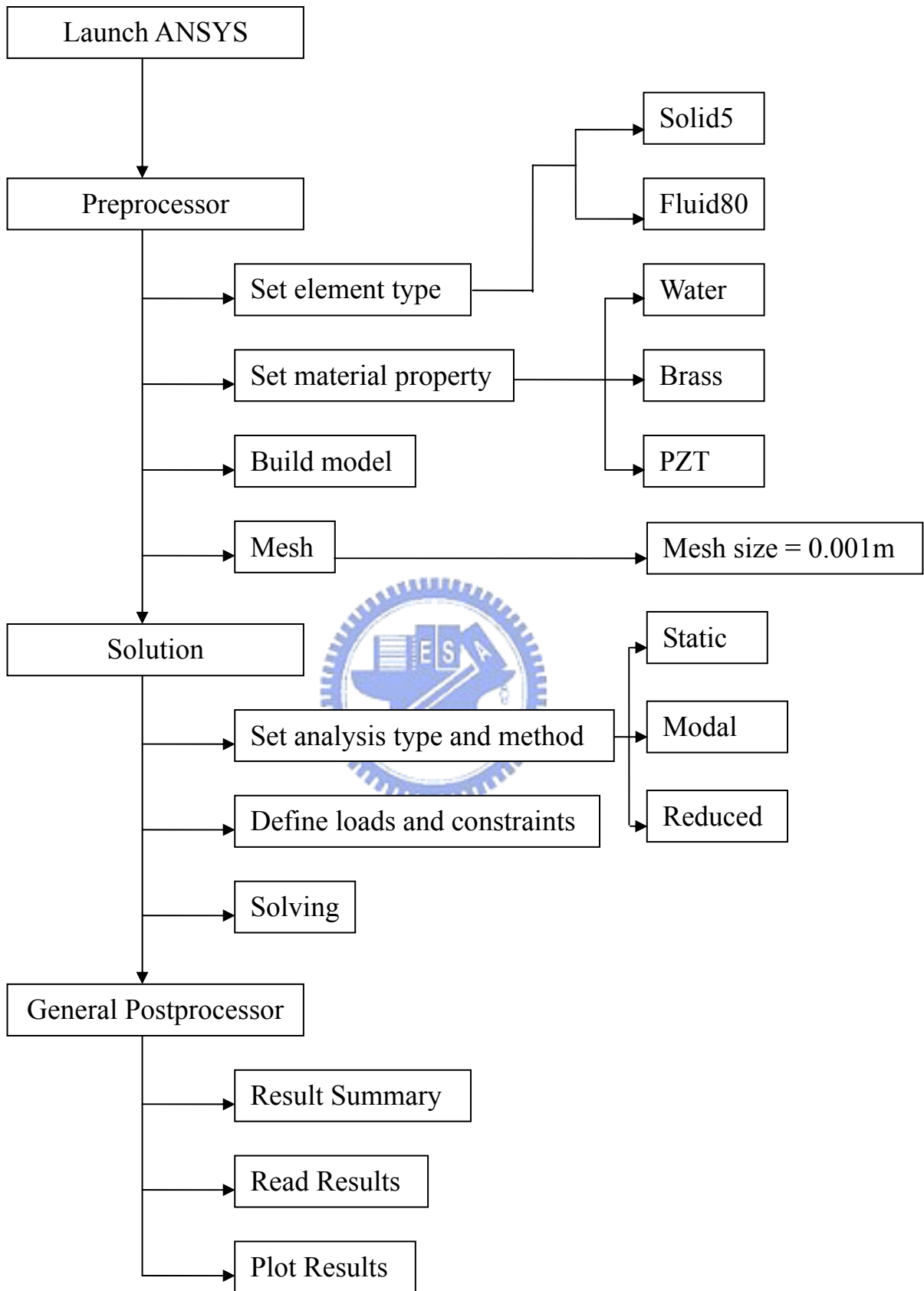


圖 2.1 ANSYS 的分析流程圖

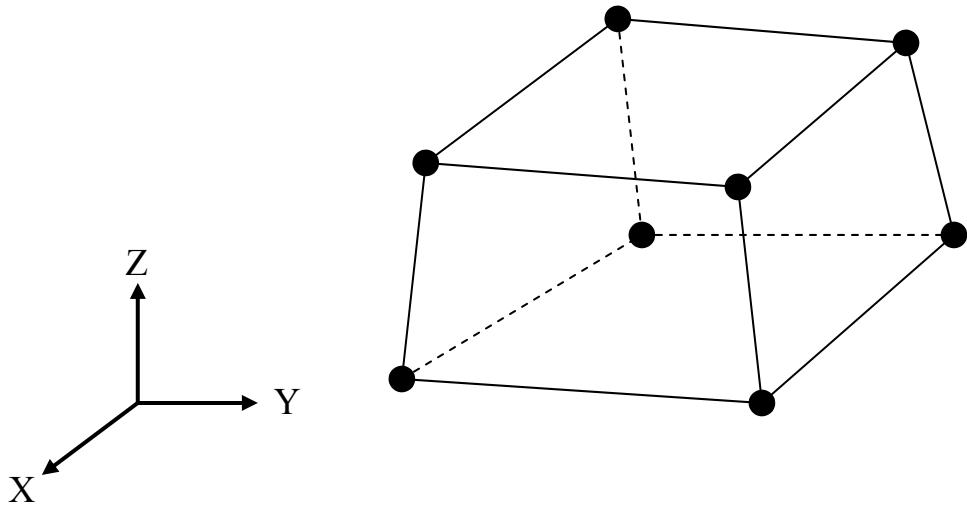


圖 2.2 SOLID5 的示意圖

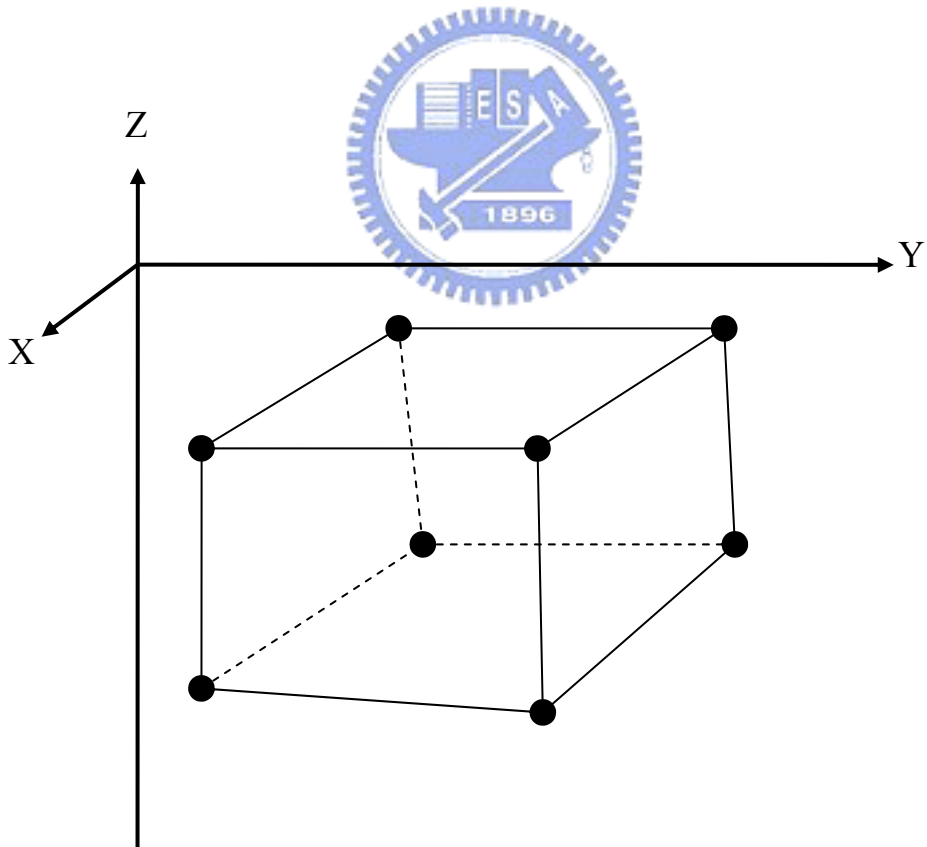


圖 2.3 FLUID80 的示意圖

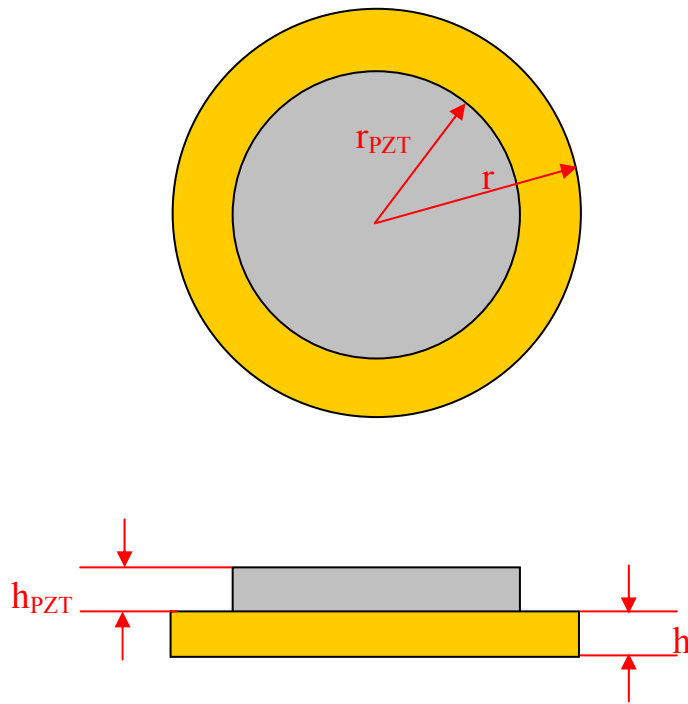


圖 2.4 壓電蜂鳴片結構示意圖

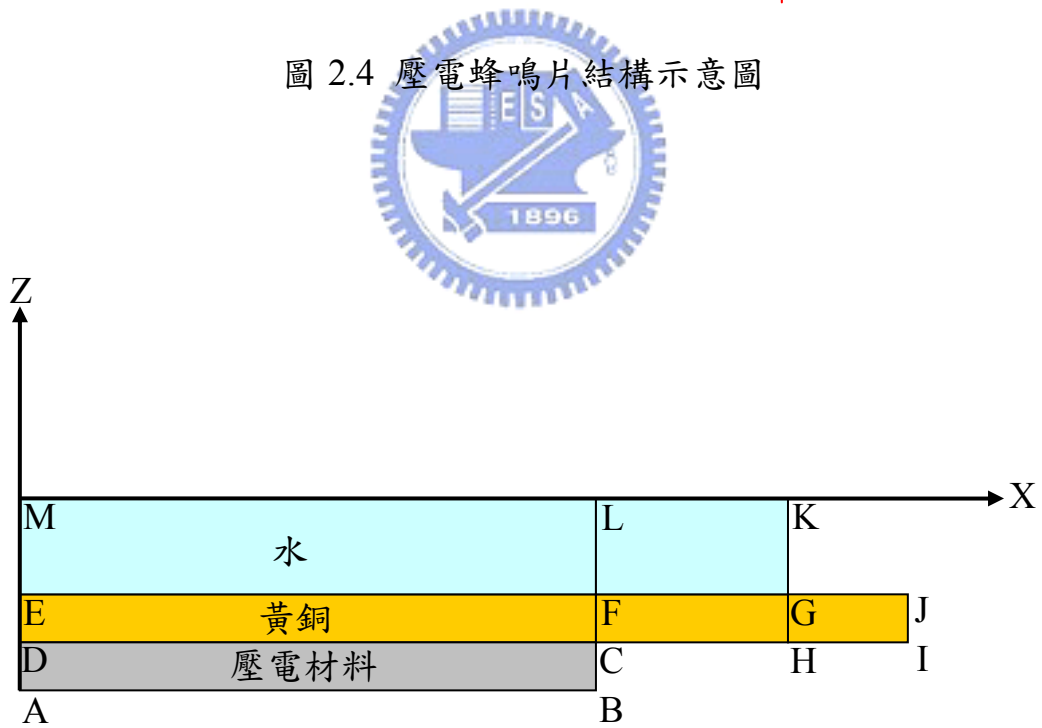


圖 2.5 二維截面圖

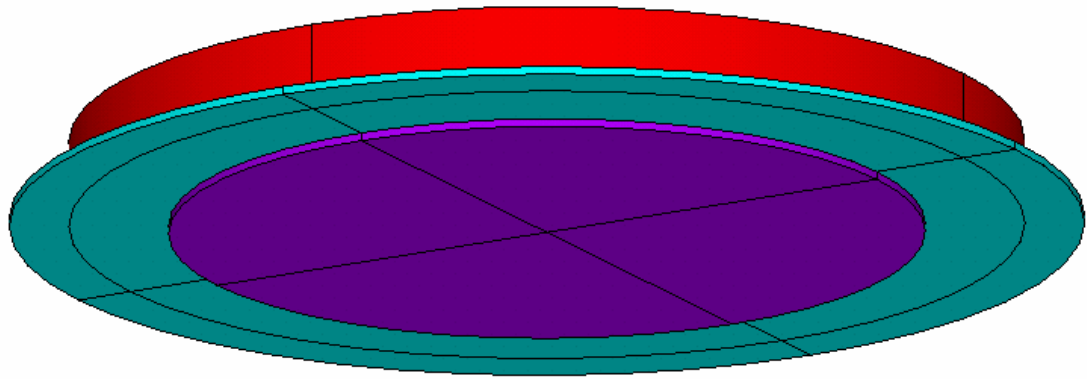


圖 2.6 建模完成圖

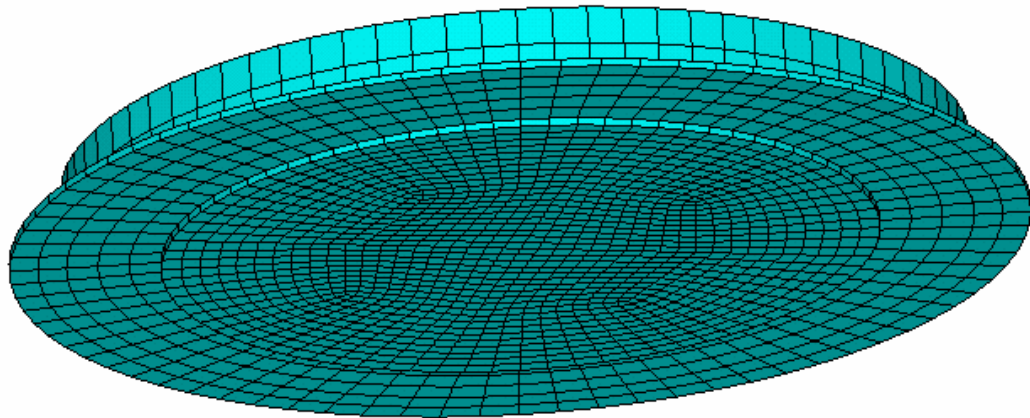


圖 2.7 網格切割完成圖

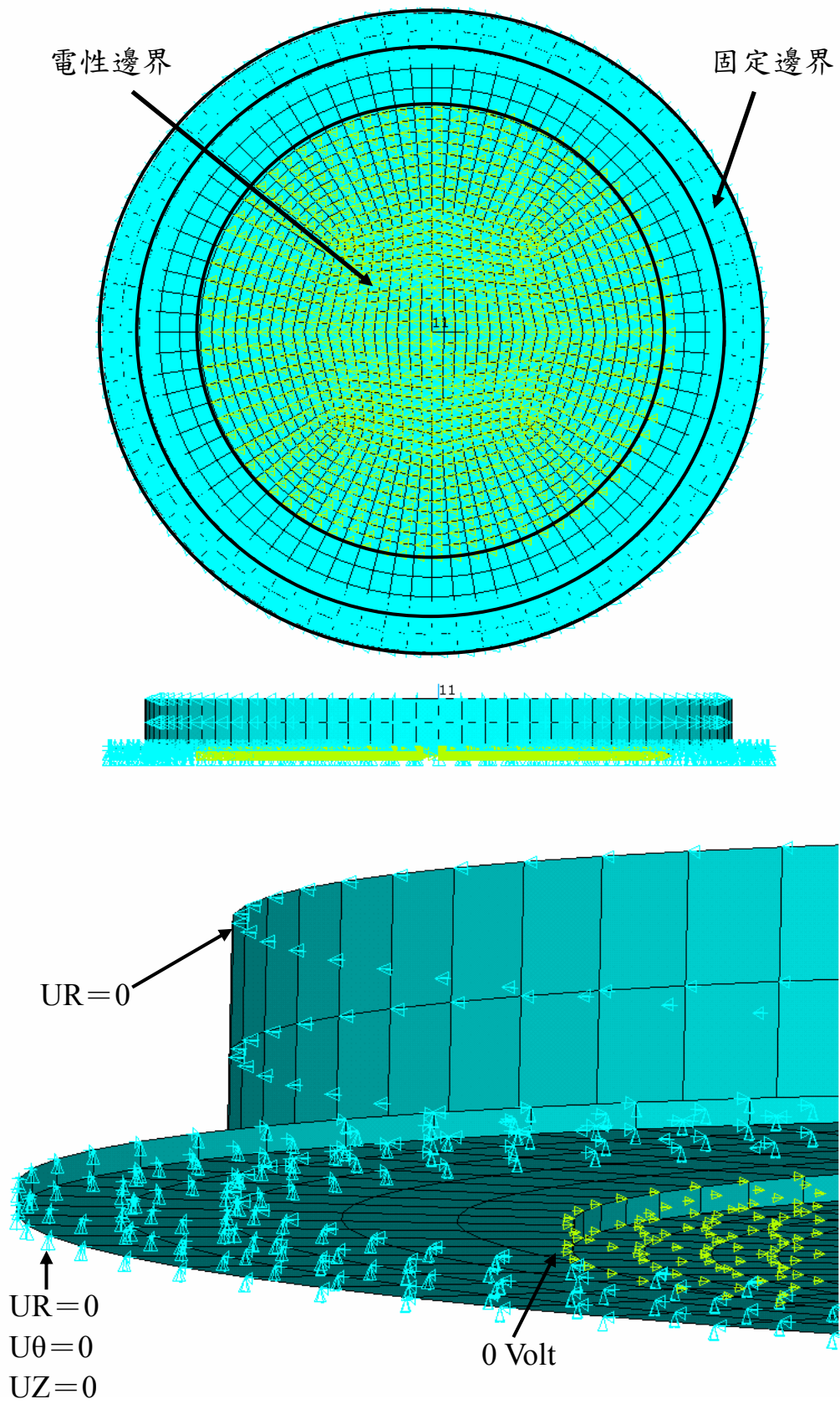


圖 2.8 水平置放蜂鳴片之邊界條件設定圖

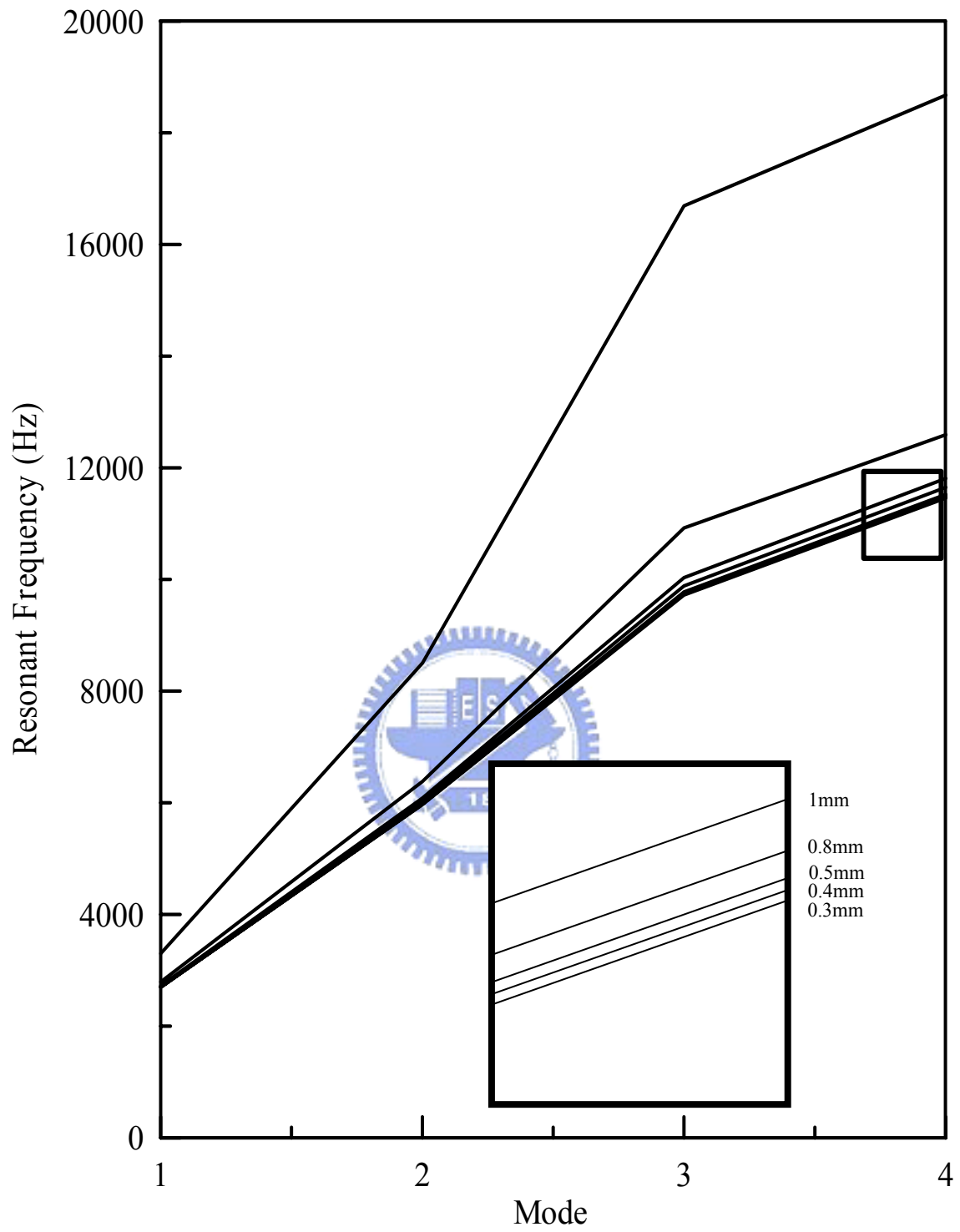


圖 2.9 元素尺寸的收斂性探討

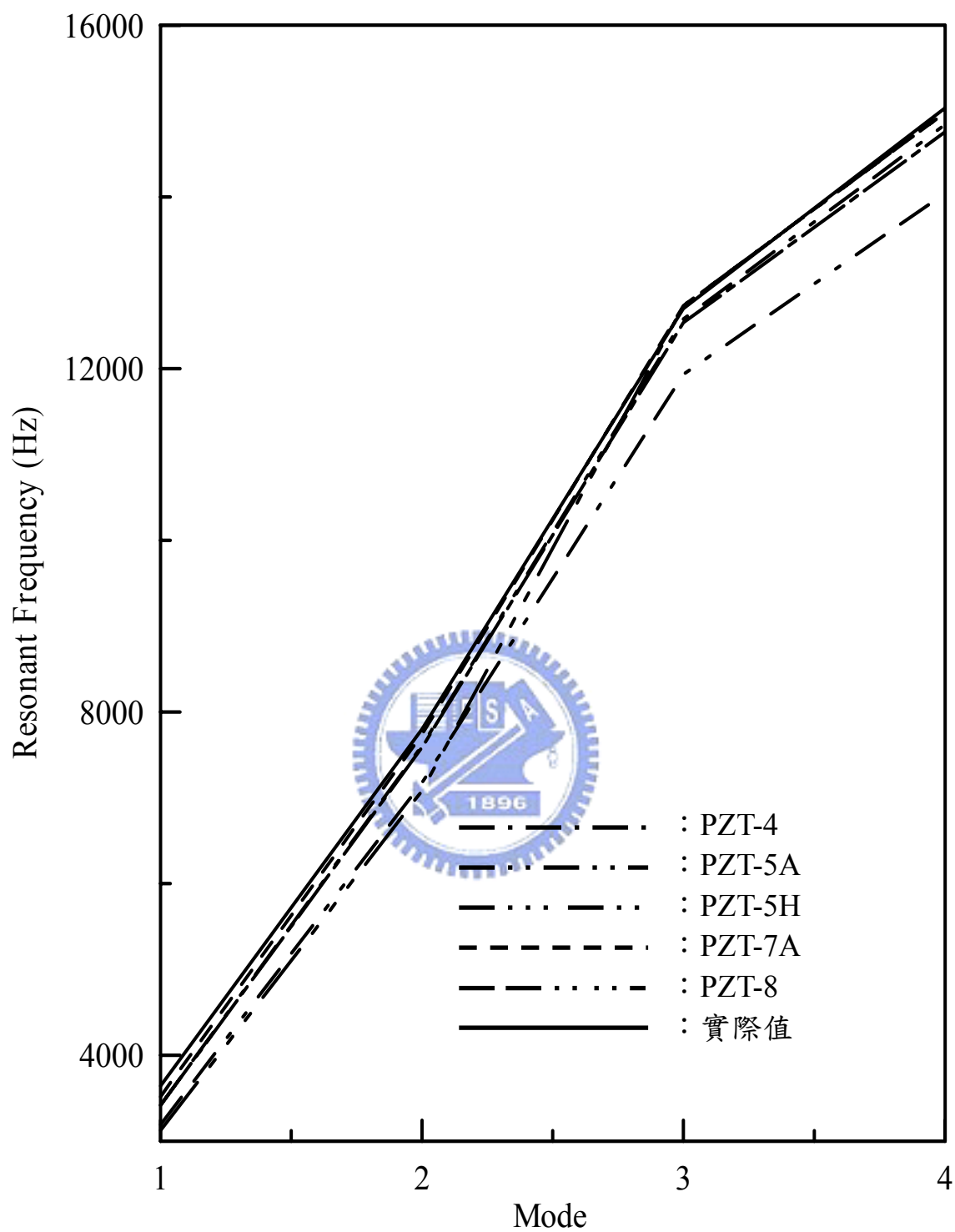


圖 2.10 不同壓電材料的蜂鳴片共振頻率比較圖

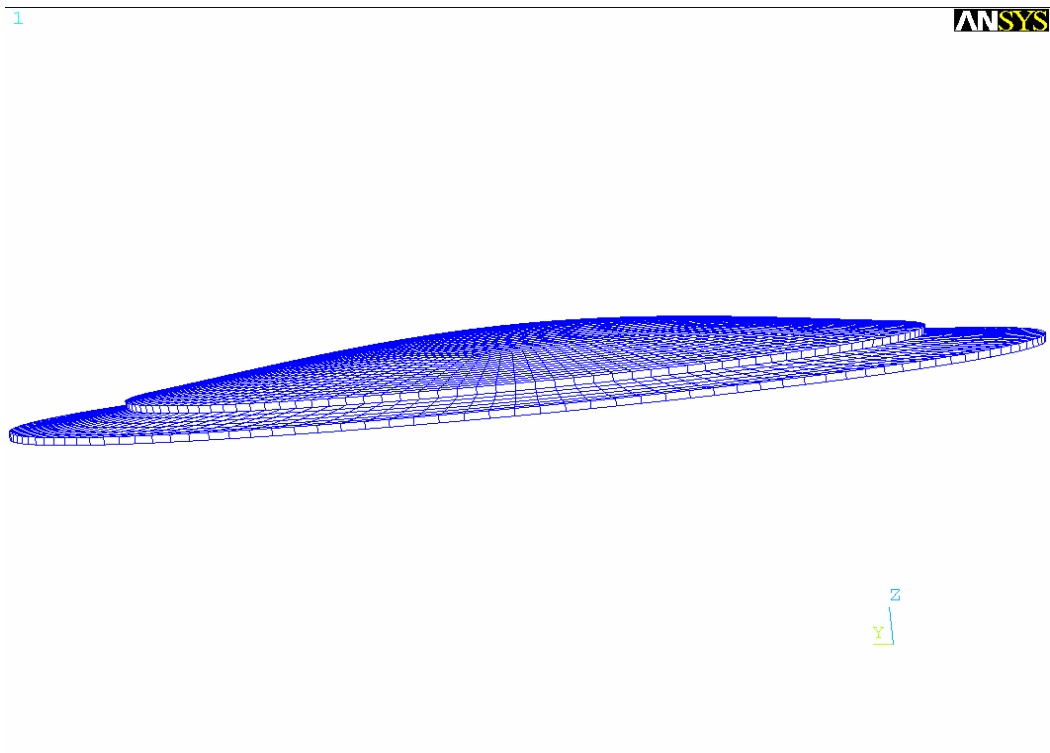


圖 2.11 碟型蜂鳴片 W_{01} 共振模態

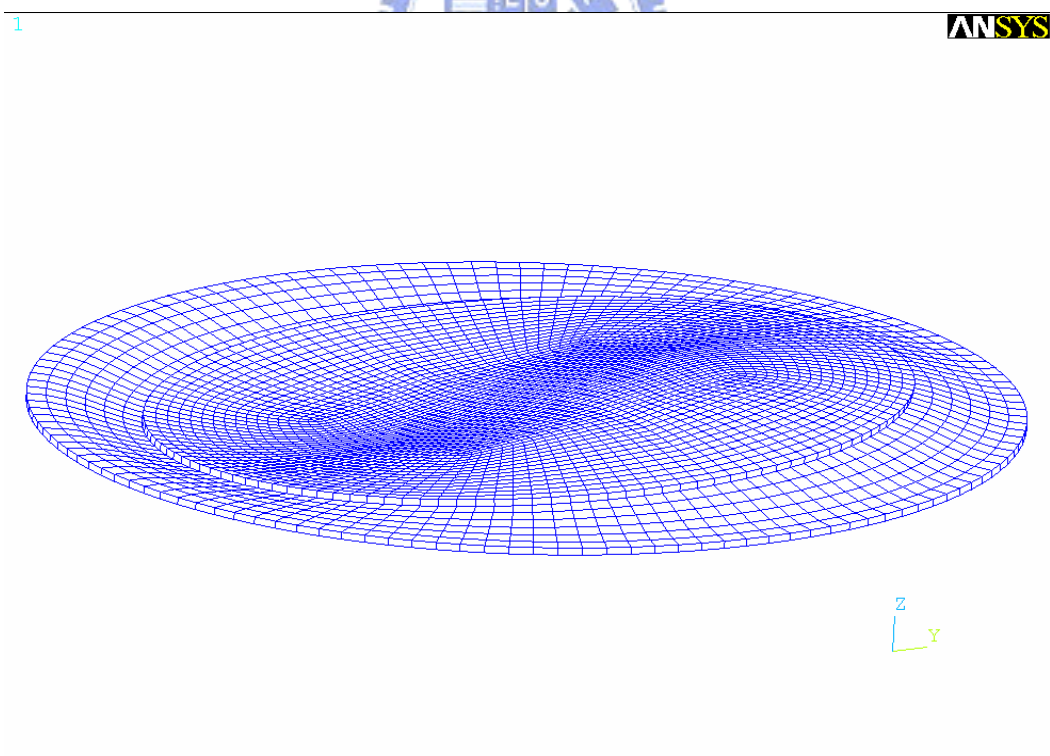


圖 2.12 碟型蜂鳴片 W_{11} 共振模態

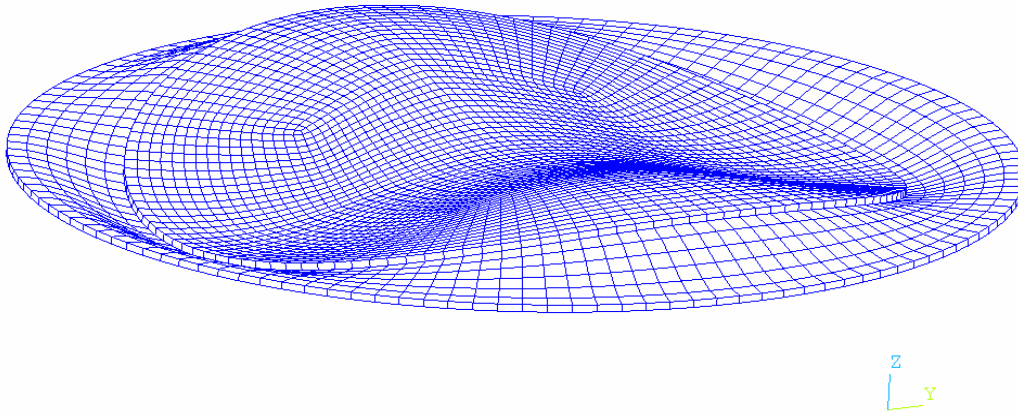


圖 2.13 碟型蜂鳴片 W_{21} 共振模態

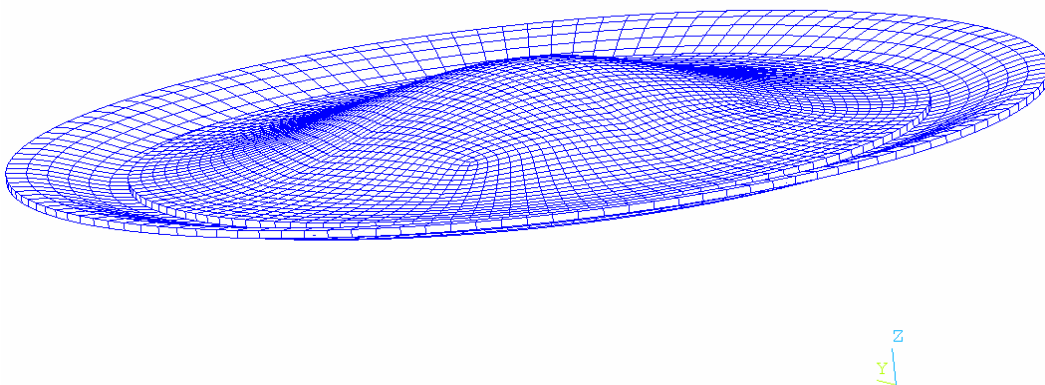


圖 2.14 碟型蜂鳴片 W_{02} 共振模態

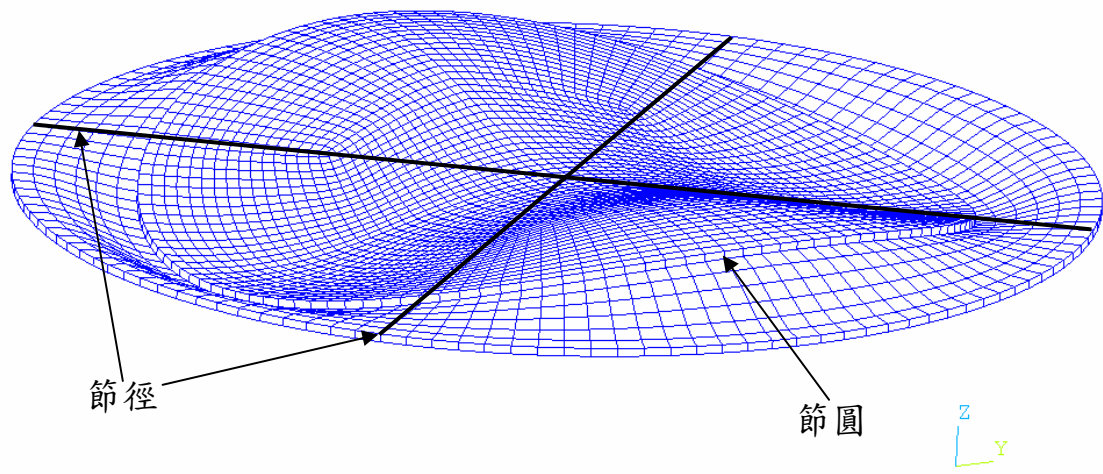


圖 2.15 W_{21} 模態振型節徑與節圓示意圖

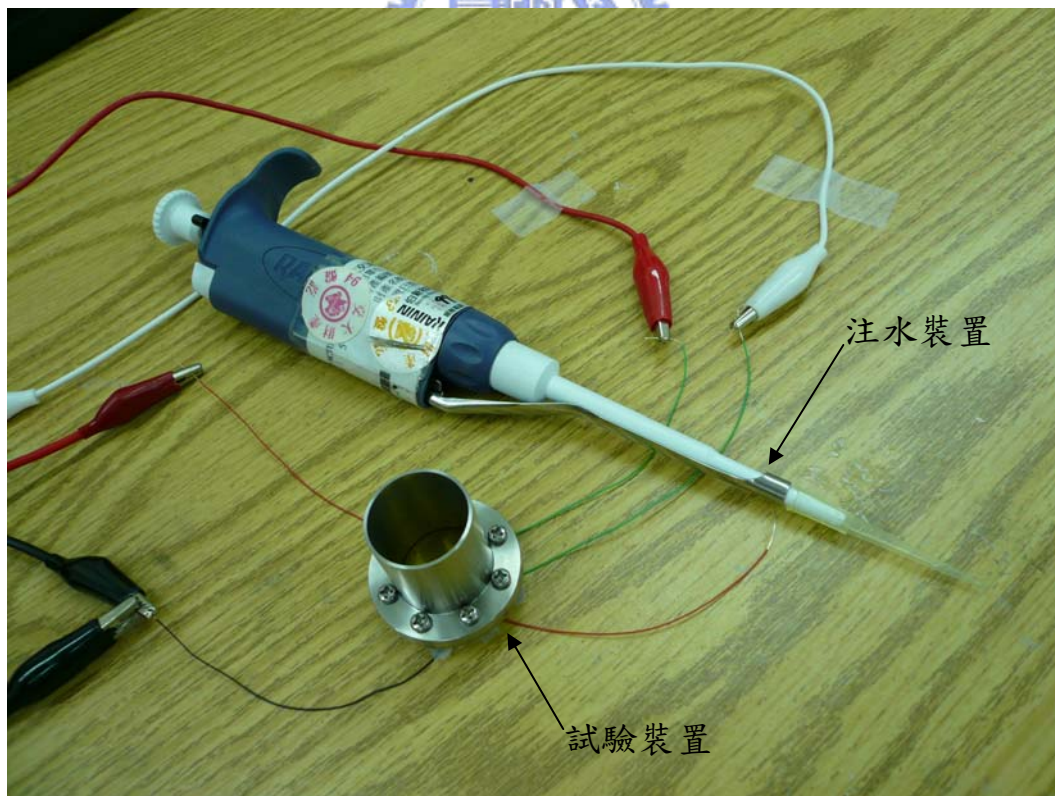


圖 2.16 蜂鳴片水平置放於圓形容器底部



圖 2.17 蜂鳴片垂直置放於圓形容器左側



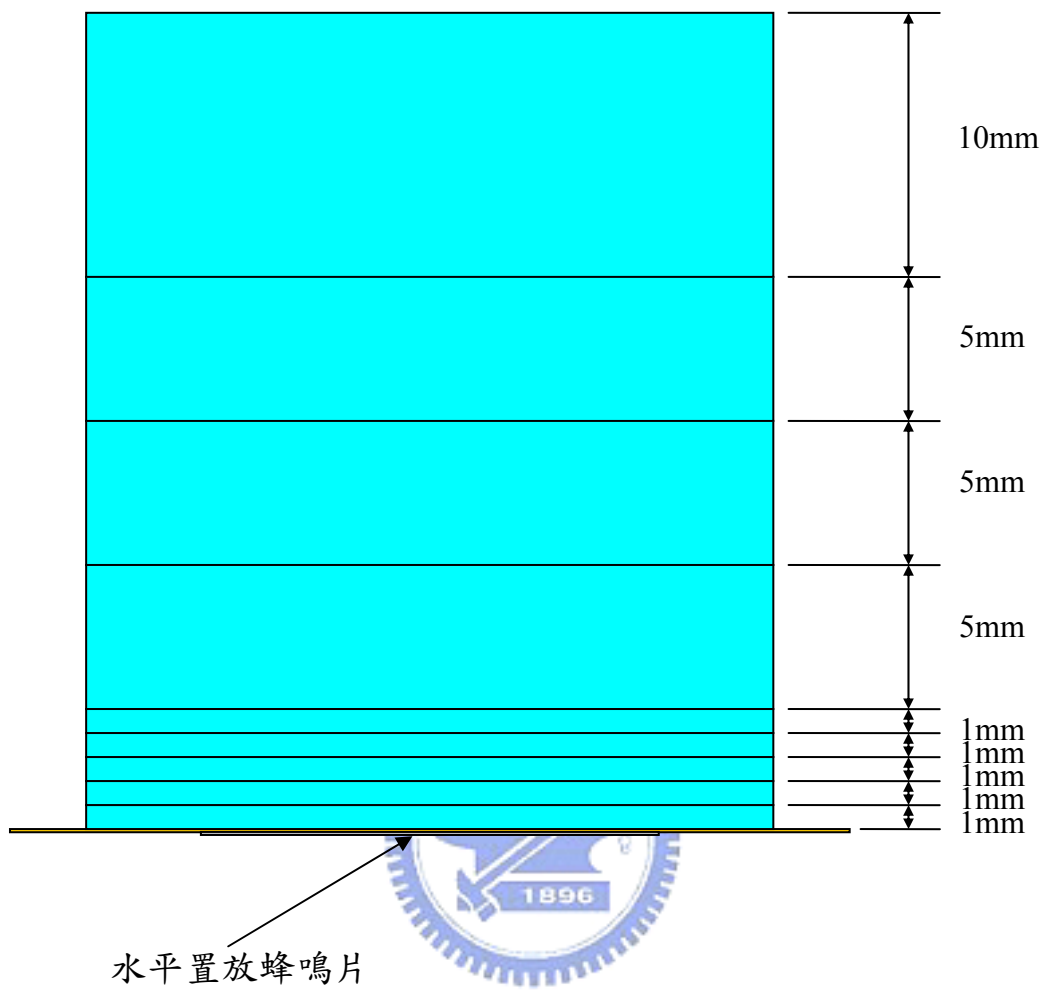


圖 2.18 模擬水平置放蜂鳴片之 9 種液面高度

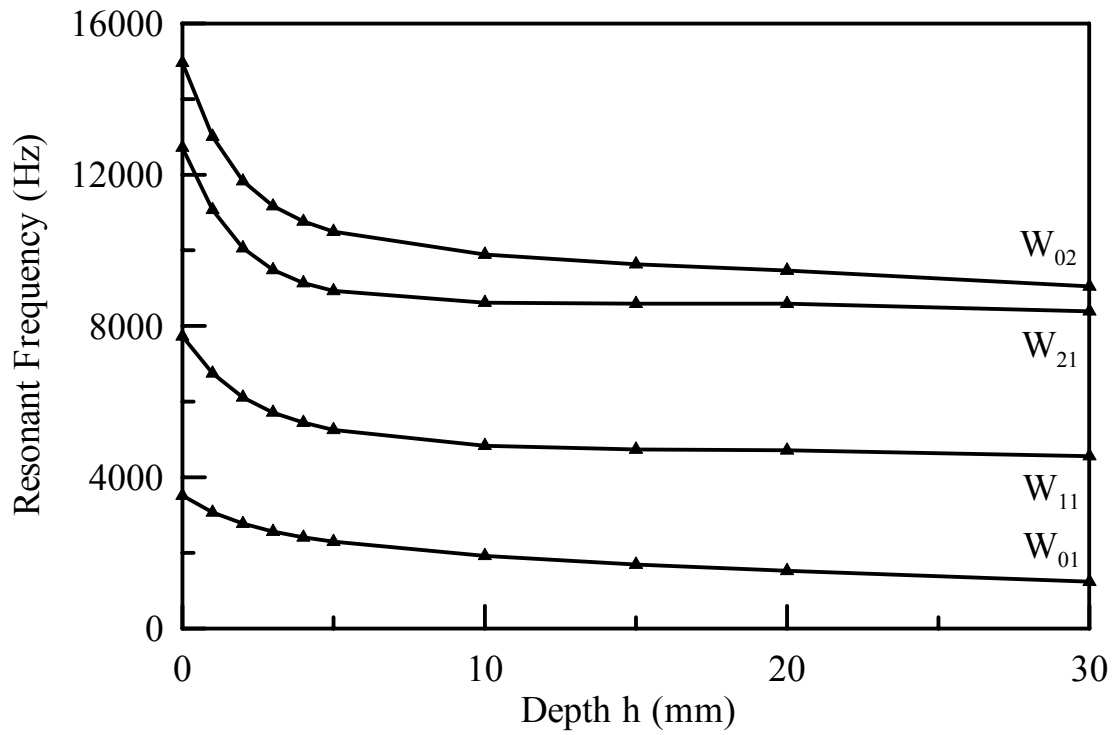


圖 2.19 水平置放蜂鳴片不同液面高之共振頻率模擬值

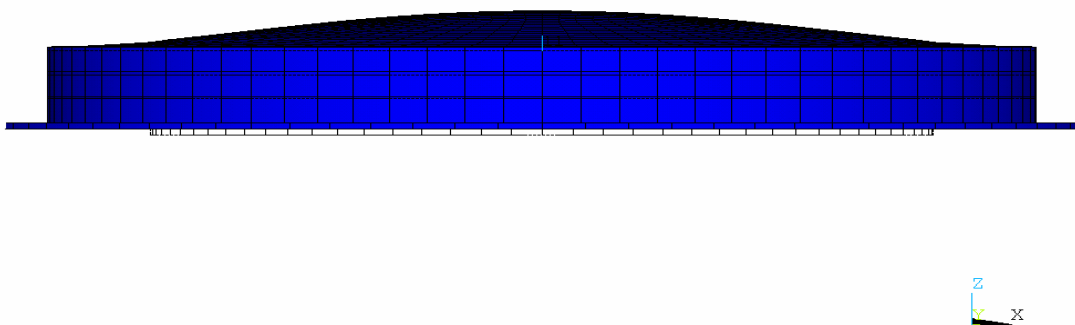


圖 2.20 水平置放蜂鳴片與水耦合之 W_{01} 振型圖

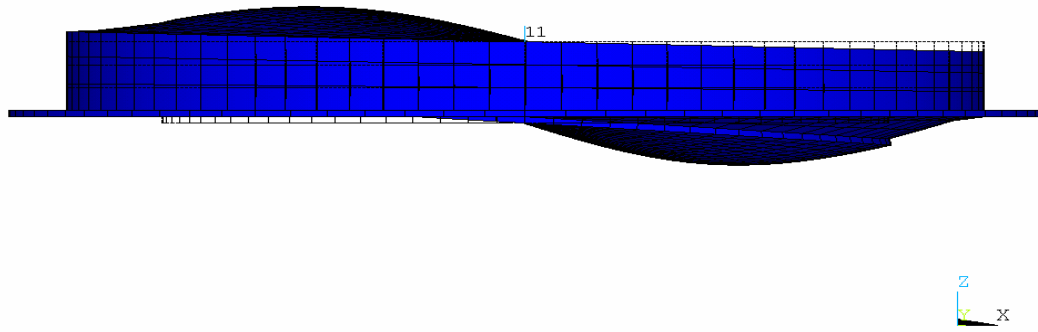


圖 2.21 水平置放蜂鳴片與水耦合之 W_{11} 振型圖

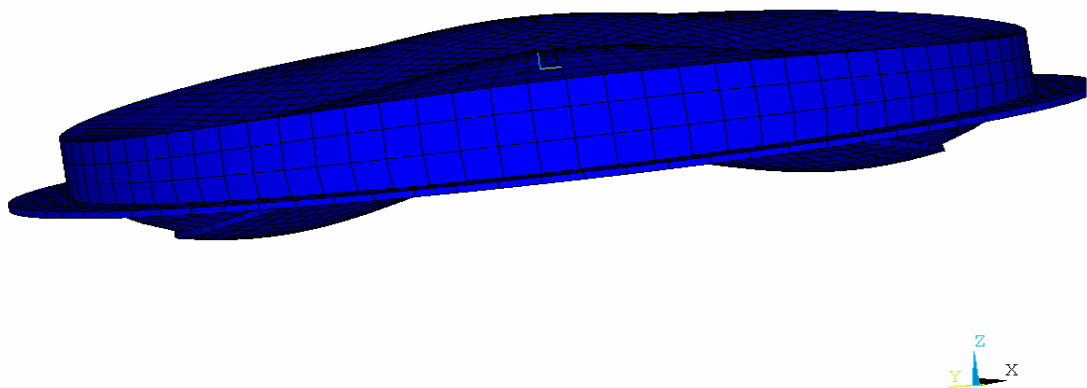


圖 2.22 水平置放蜂鳴片與水耦合之 W_{21} 振型圖

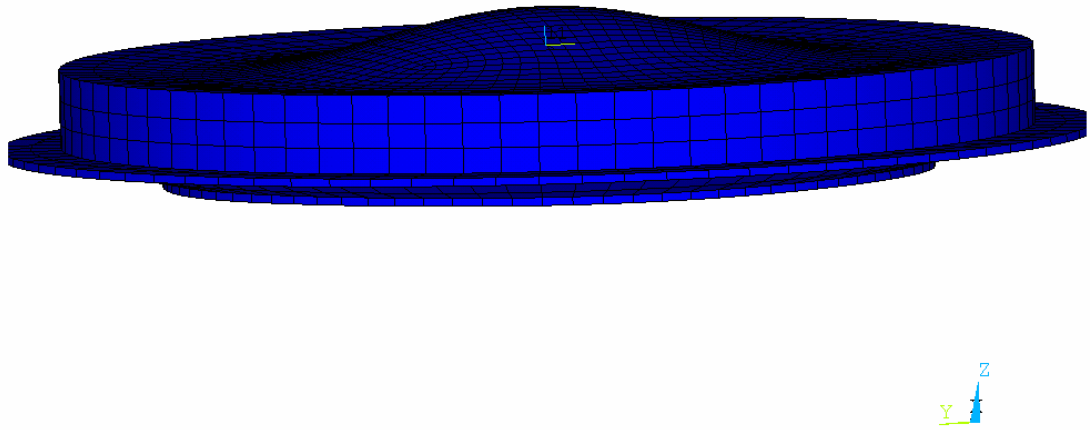


圖 2.23 水平置放蜂鳴片與水耦合之 W_{02} 振型圖

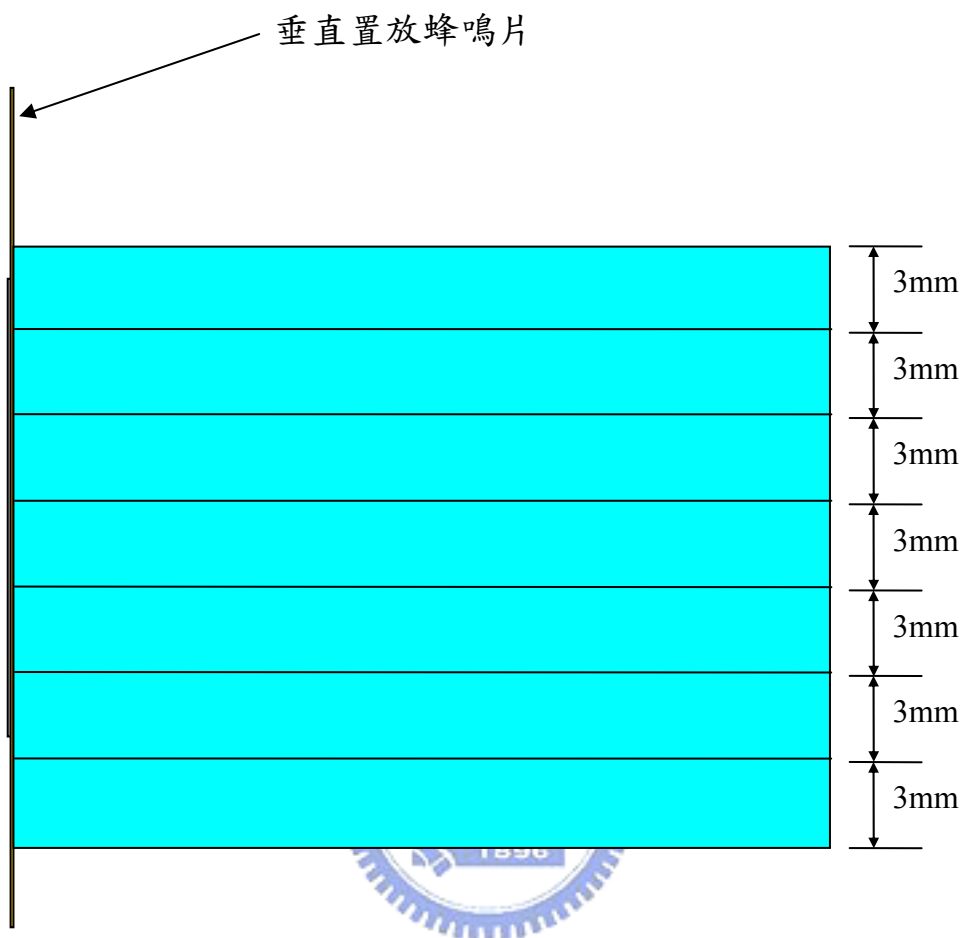


圖 2.24 模擬垂直置放蜂鳴片之 7 種液面高度

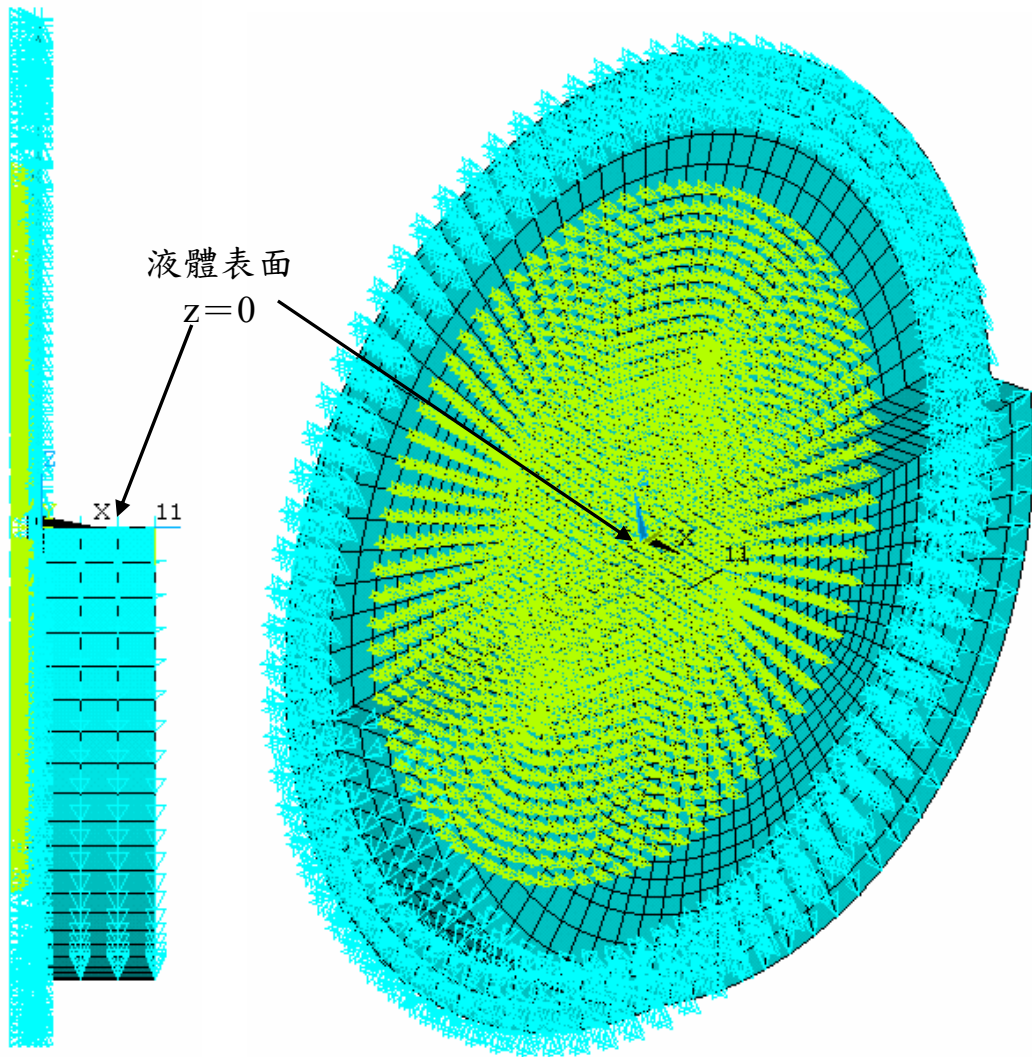


圖 2.25 垂直置放蜂鳴片之邊界條件設定圖

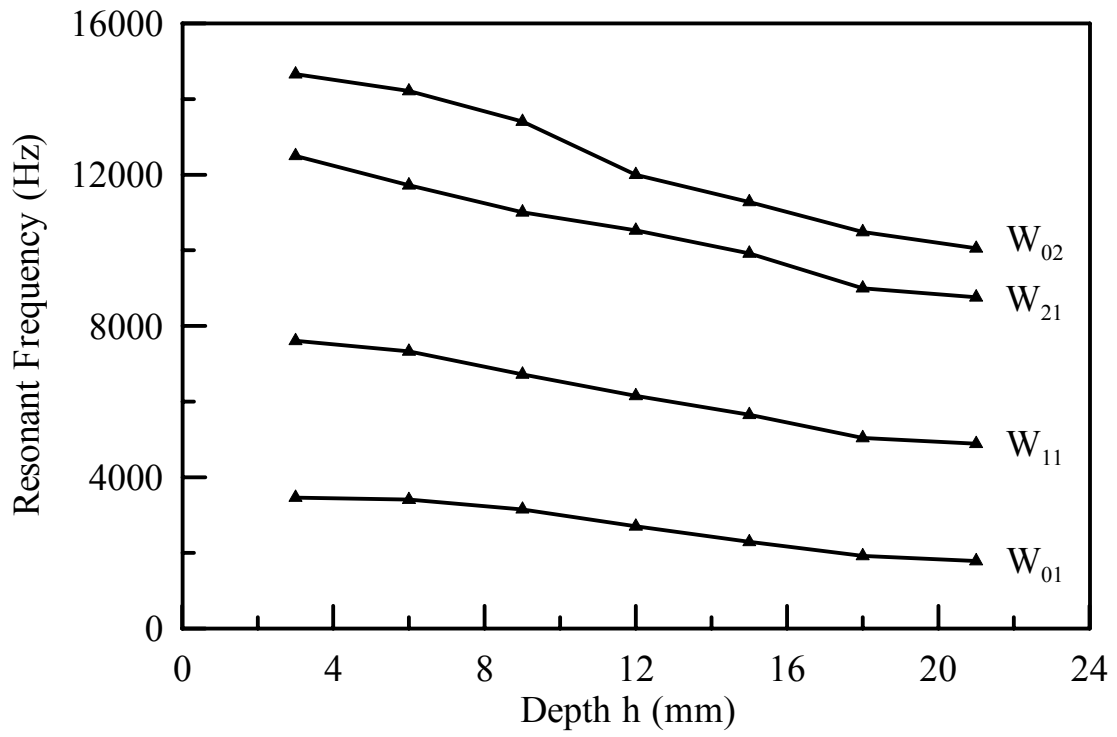


圖 2.26 垂直置放蜂鳴片不同液面高之共振頻率模擬值

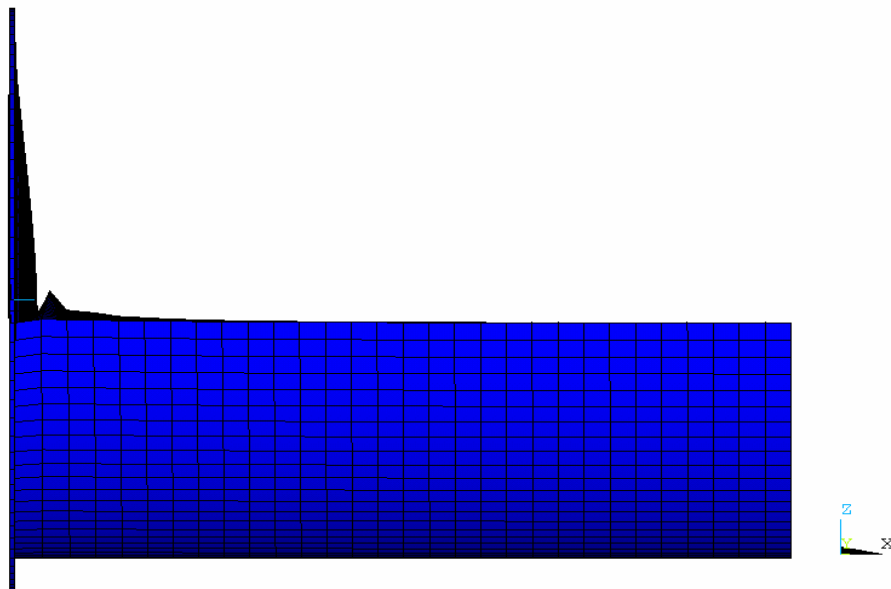


圖 2.27 垂直置放蜂鳴片與水耦合之 W_{01} 振型圖

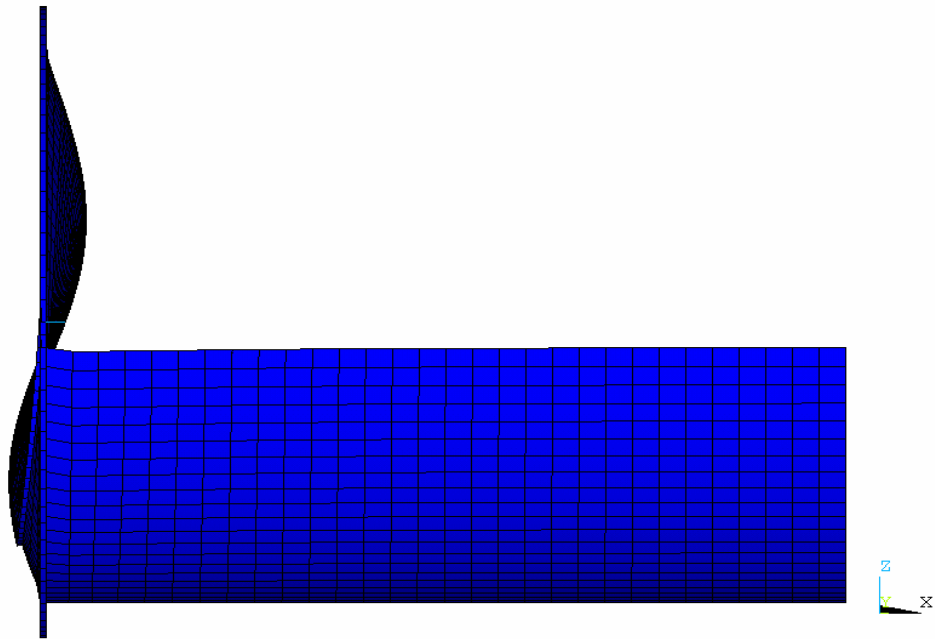


圖 2.28 垂直置放蜂鳴片與水耦合之 W_{11} 振型圖

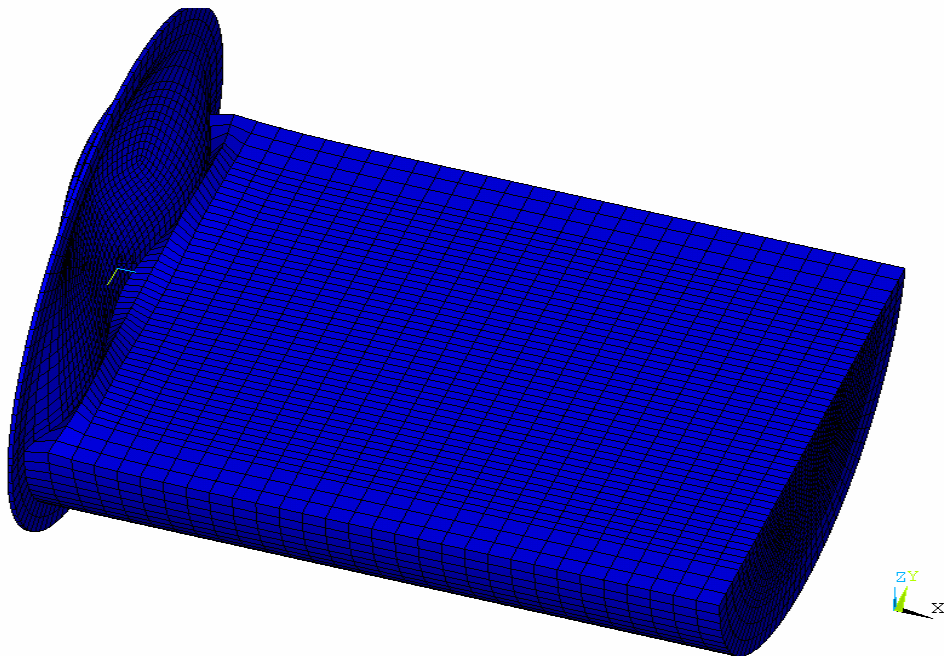


圖 2.29 垂直置放蜂鳴片與水耦合之 W_{21} 振型圖

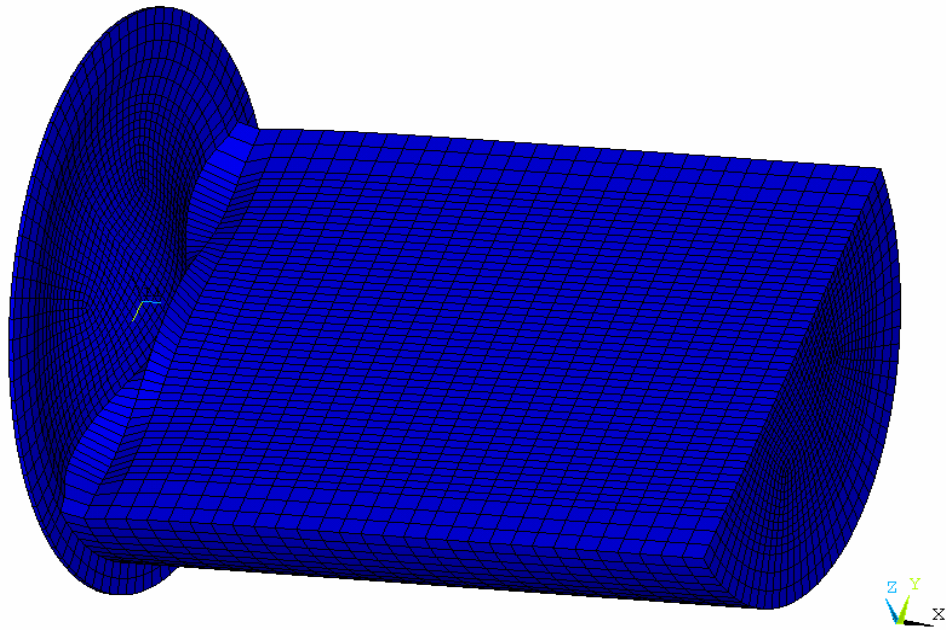


圖 2.30 垂直置放蜂鳴片與水耦合之 W_{02} 振型圖

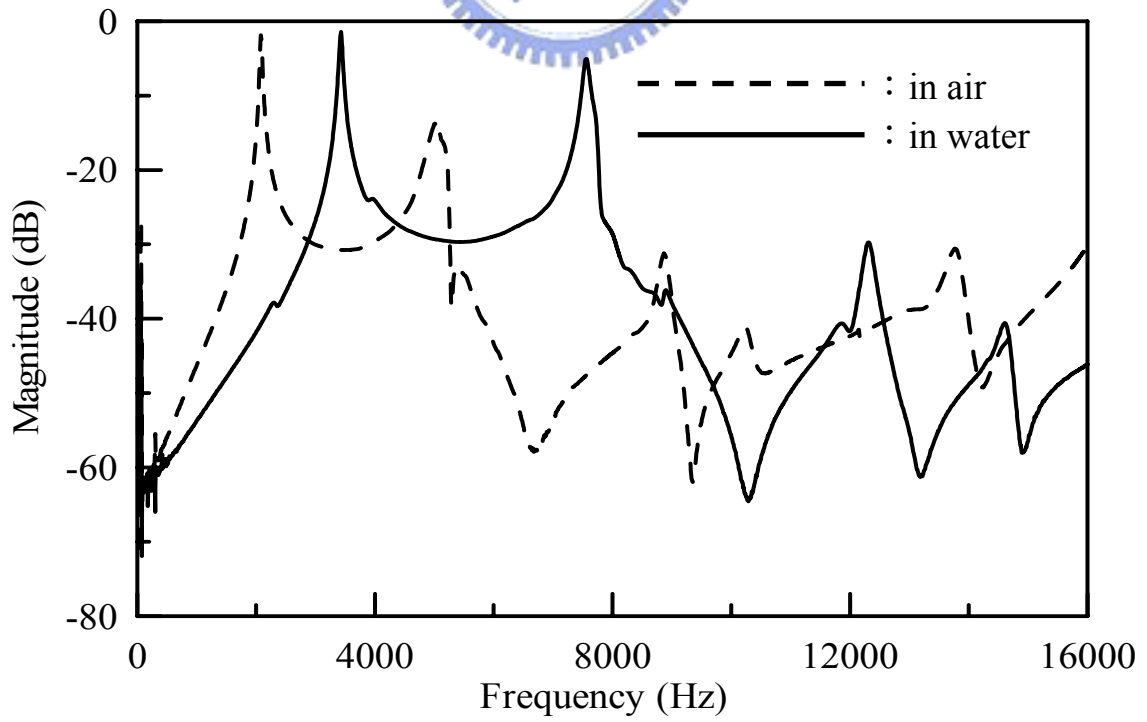


圖 3.1 液體耦合前後之蜂鳴片的頻率響應

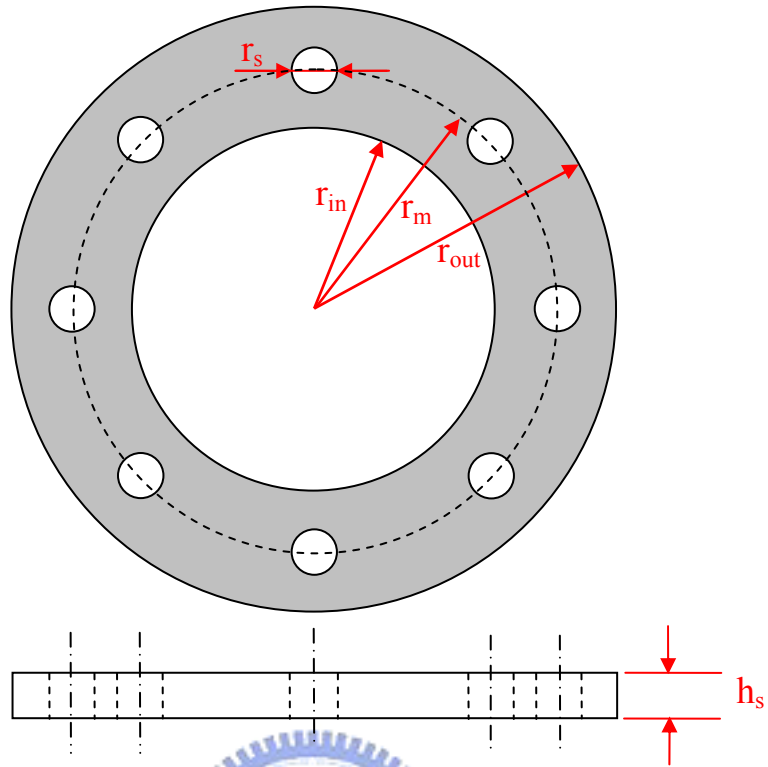


圖 3.2 壓電蜂鳴片夾具示意圖

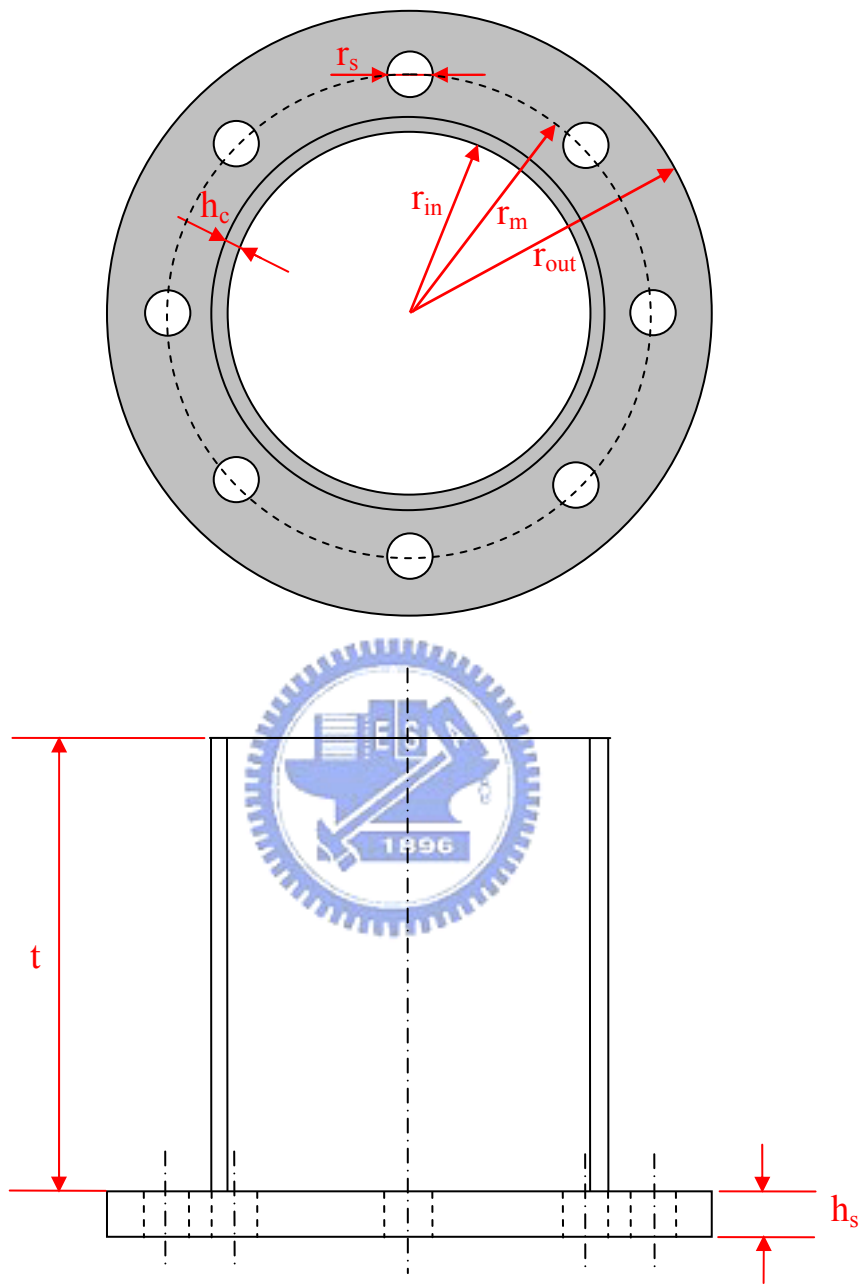


圖 3.3 實驗容器示意圖

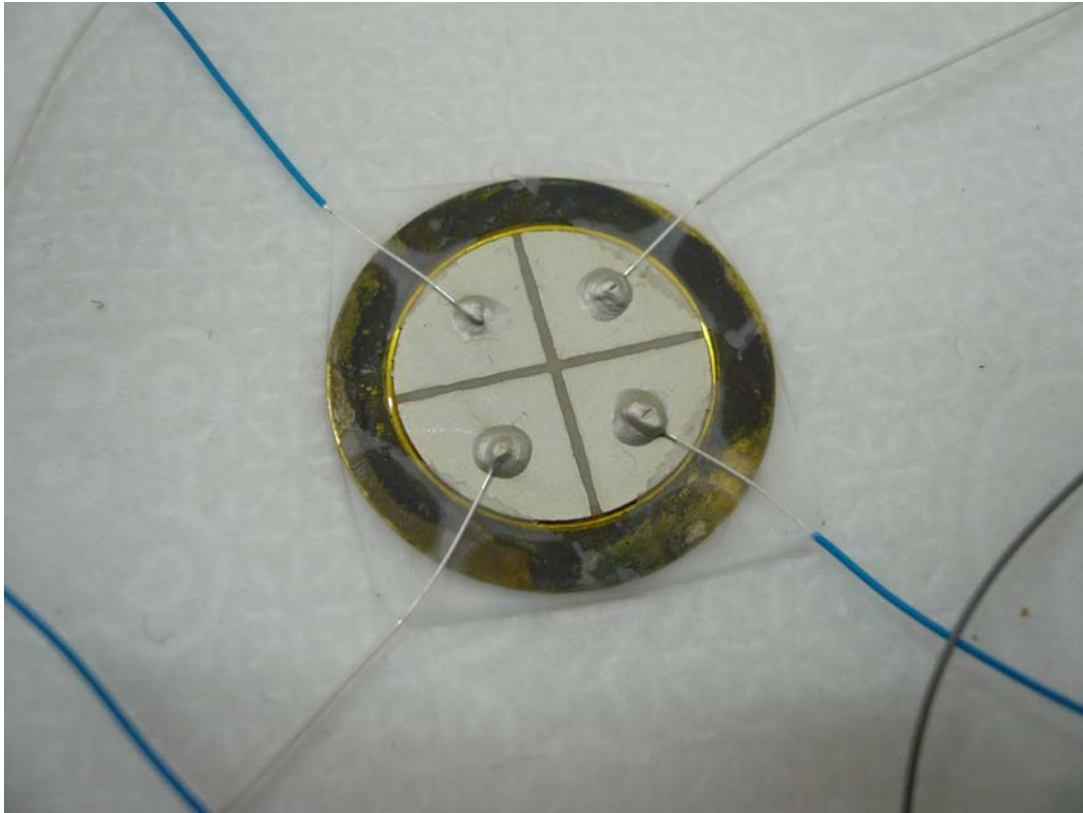


圖 3.4 電極塗佈完成

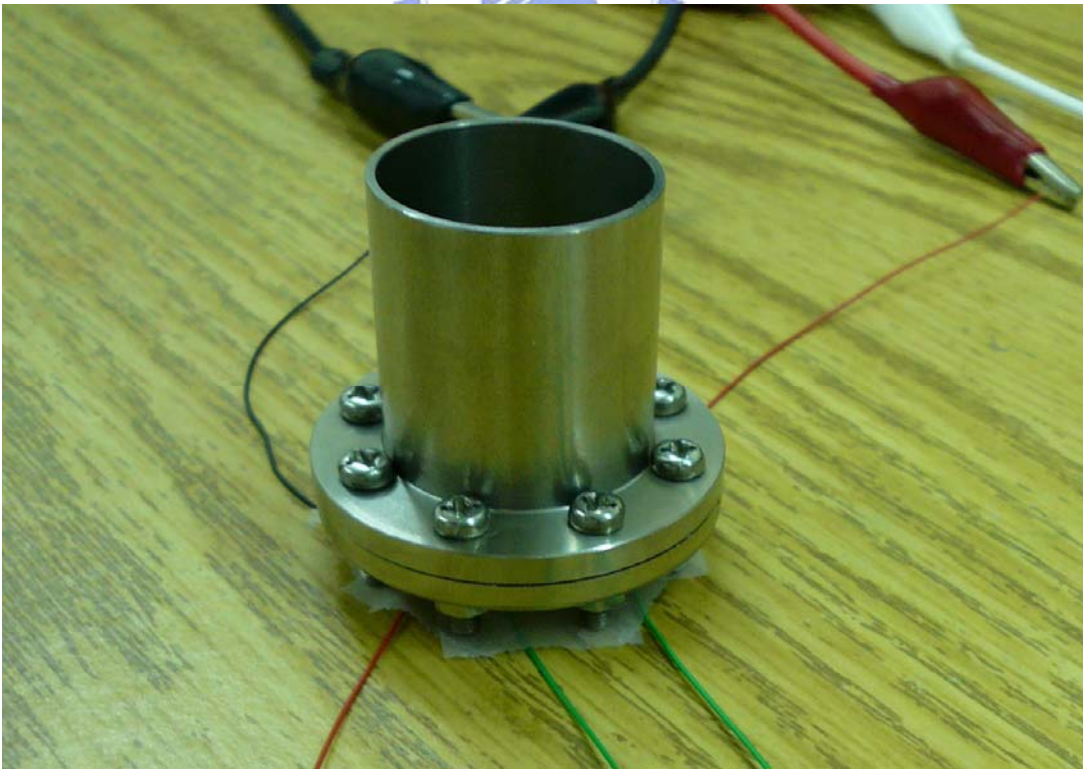


圖 3.5 蜂鳴片夾置完成實體

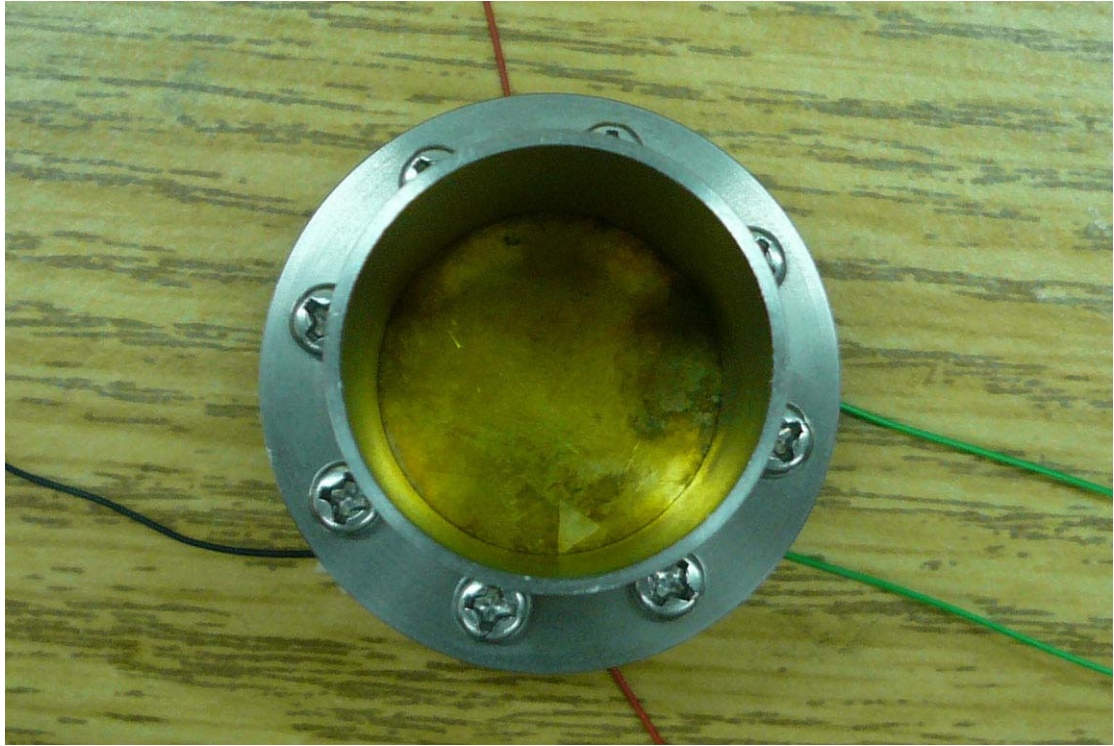


圖 3.6 蜂鳴片夾置完成上視圖



圖 3.7 磁性定位分注器



圖 3.8 實驗架構

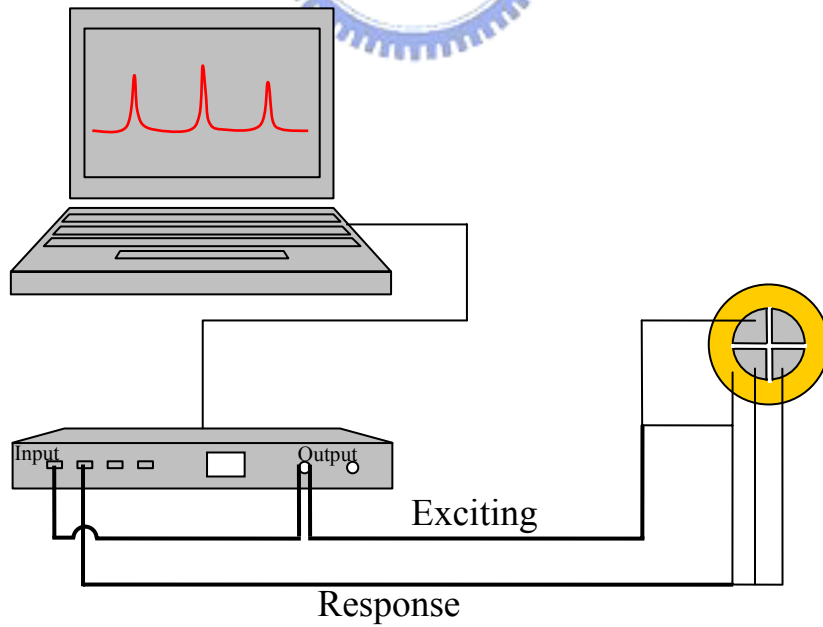


圖 3.9 壓電致動器頻率響應量測實驗示意圖

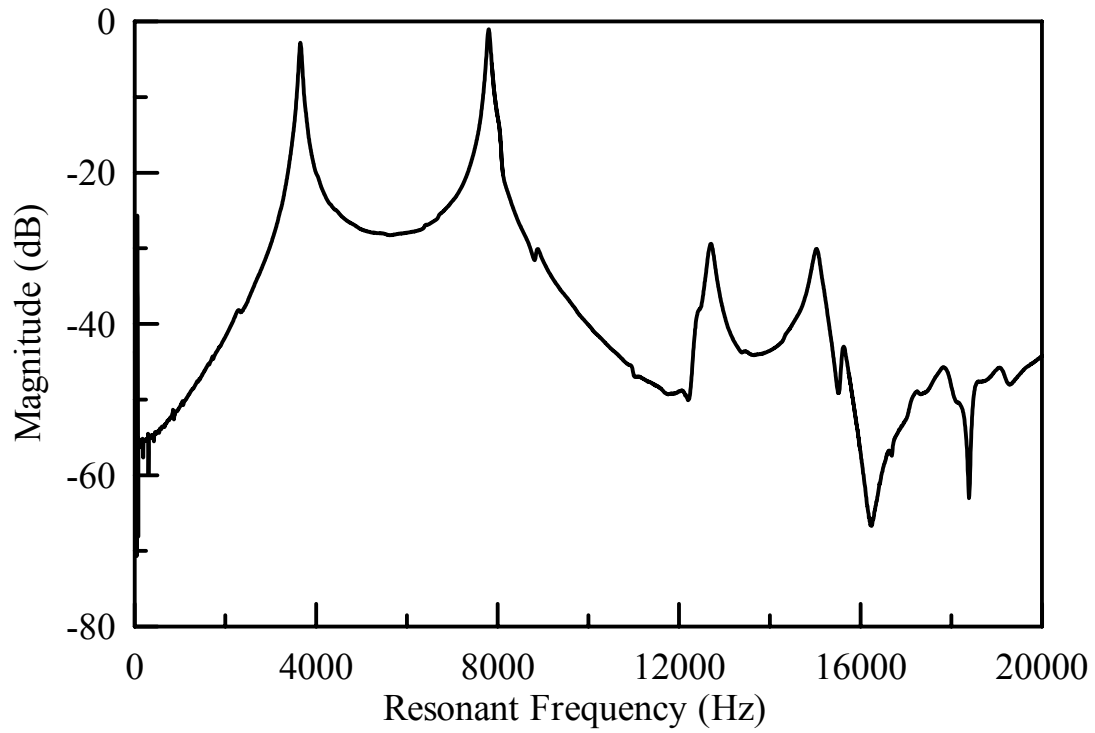


圖 3.10 SigLab 頻率響應圖

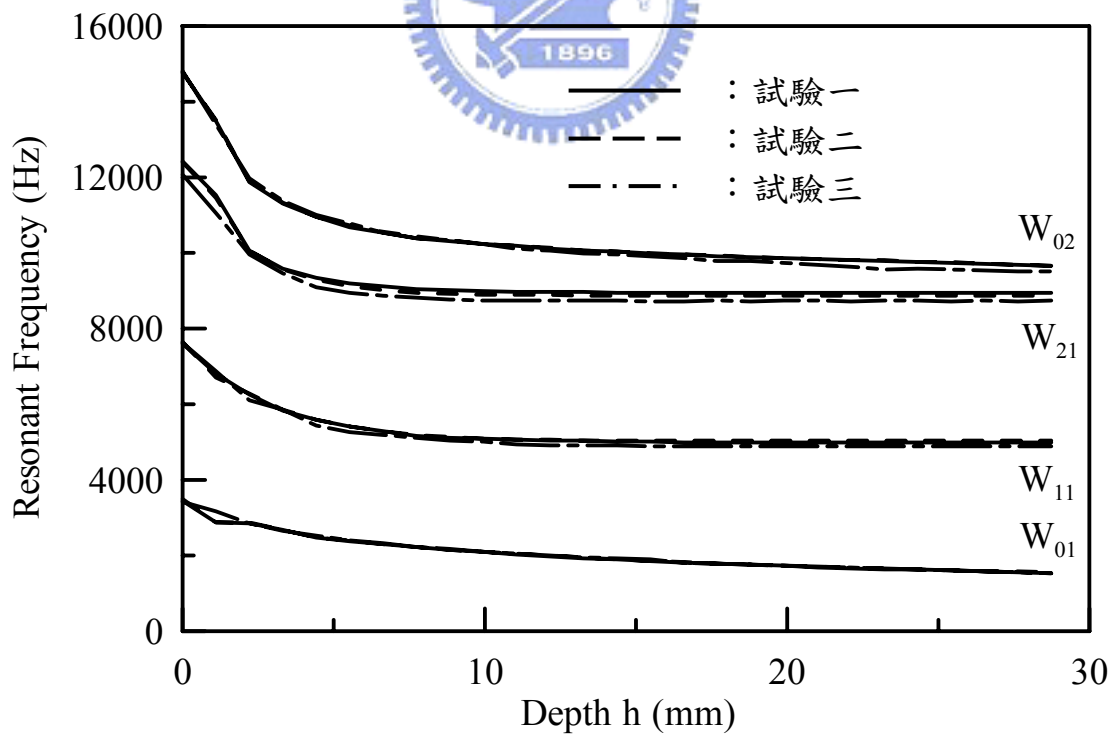


圖 3.11 水平置放蜂鳴片共振頻率

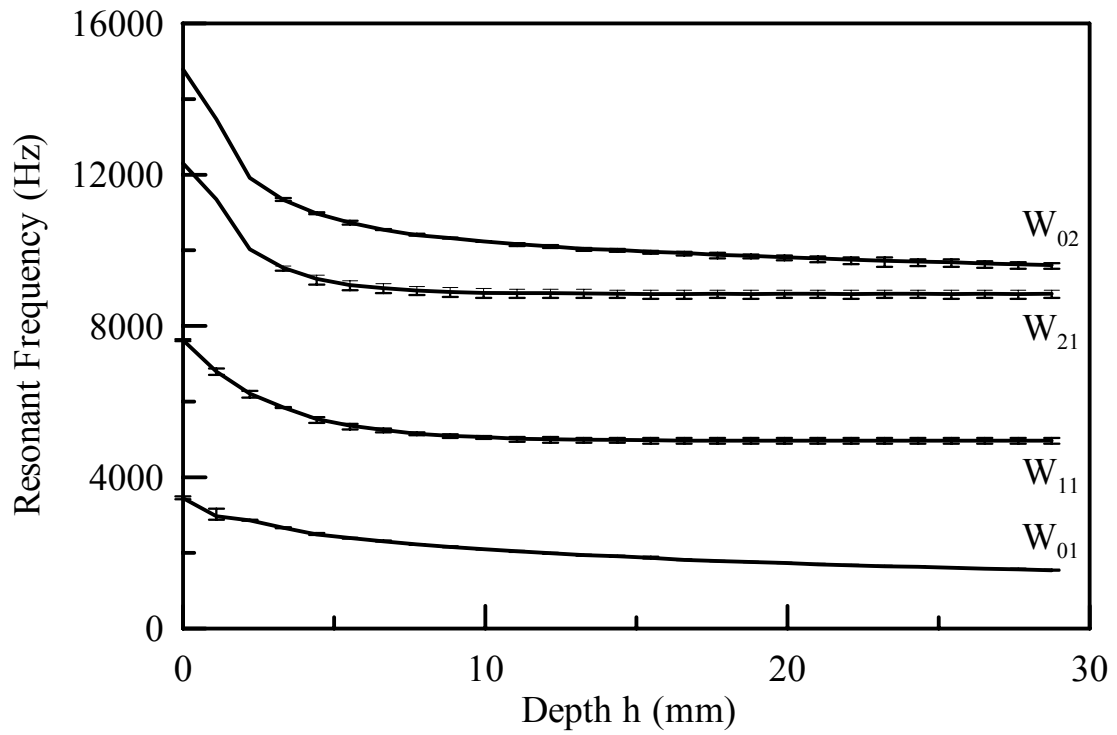


圖 3.12 水平置放蜂鳴片共振頻率平均值

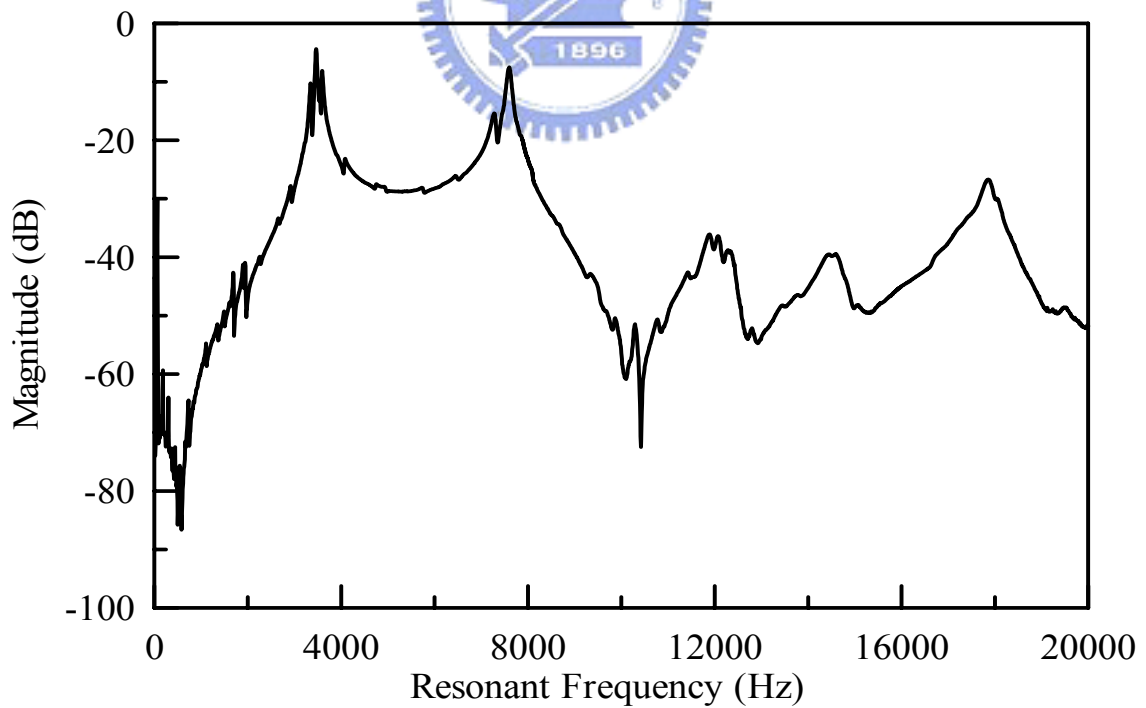


圖 3.13 液面高 4.025mm 垂直置放蜂鳴片頻率響應曲線

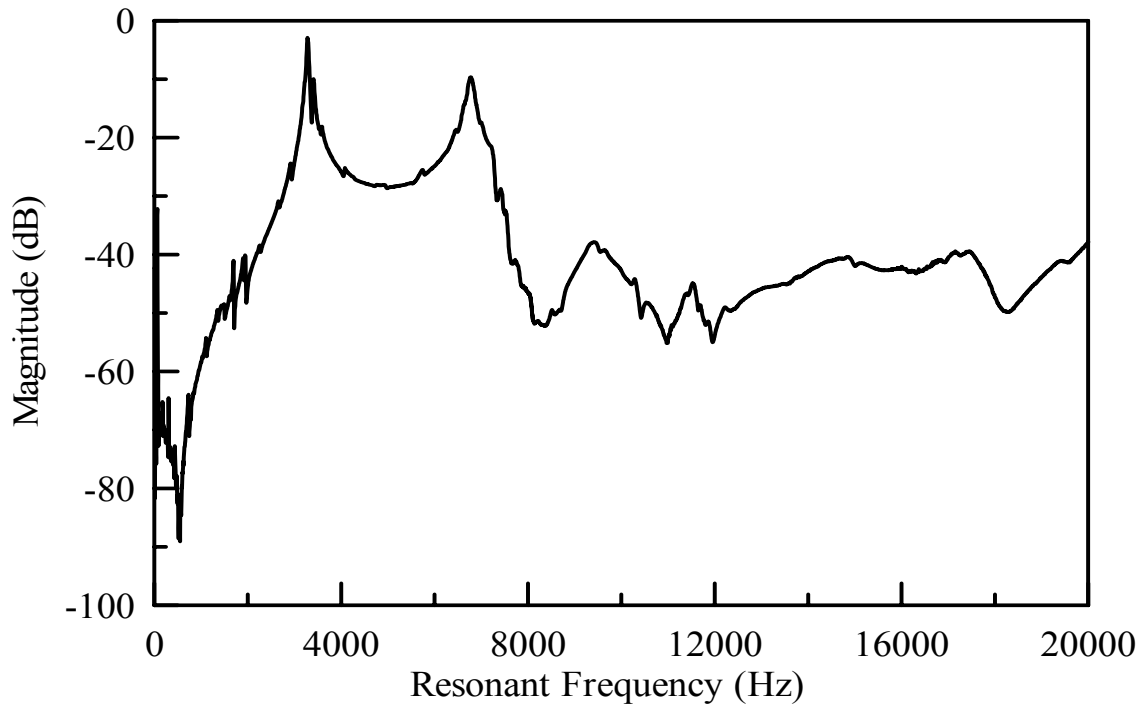


圖 3.14 液面高 8.059mm 垂直置放蜂鳴片頻率響應曲線

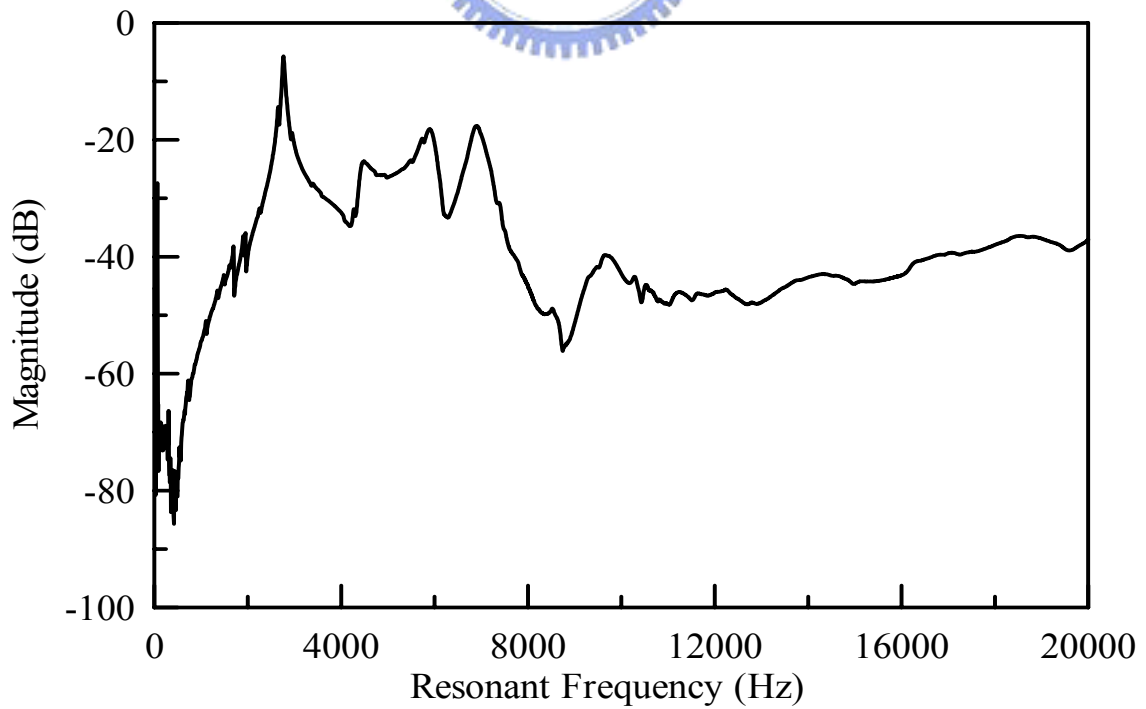
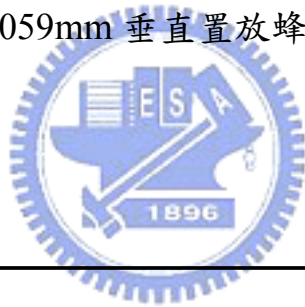


圖 3.15 液面高 12.297mm 垂直置放蜂鳴片頻率響應曲線

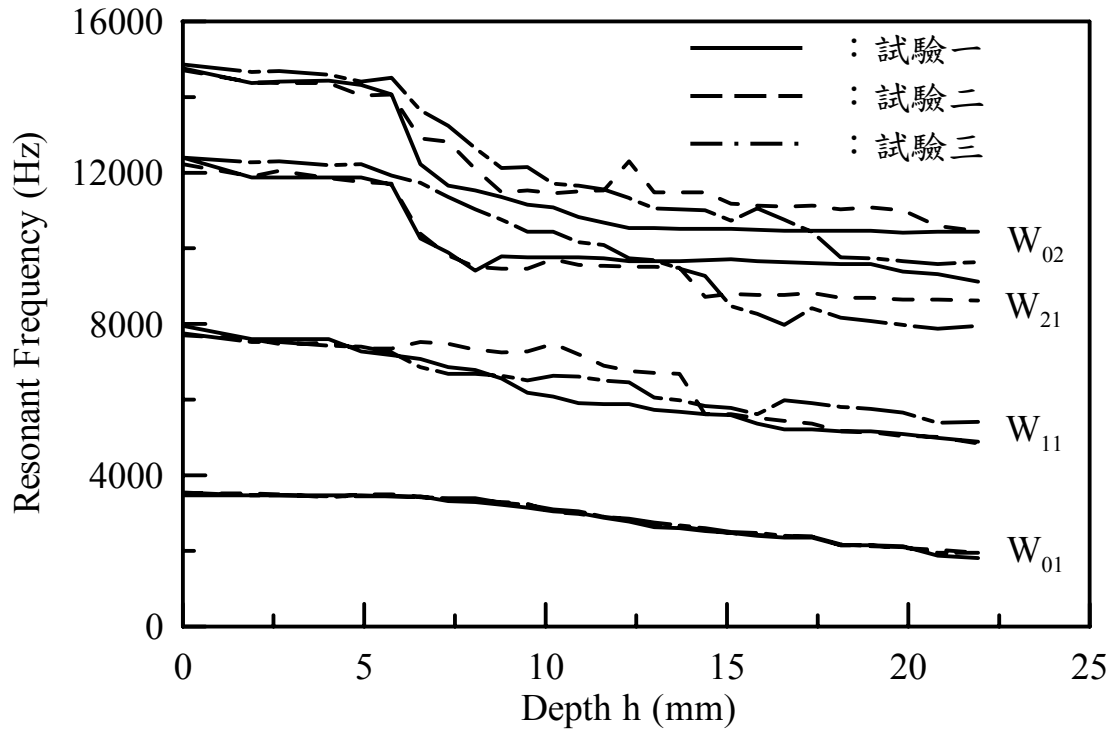


圖 3.16 垂直置放蜂鳴片共振頻率

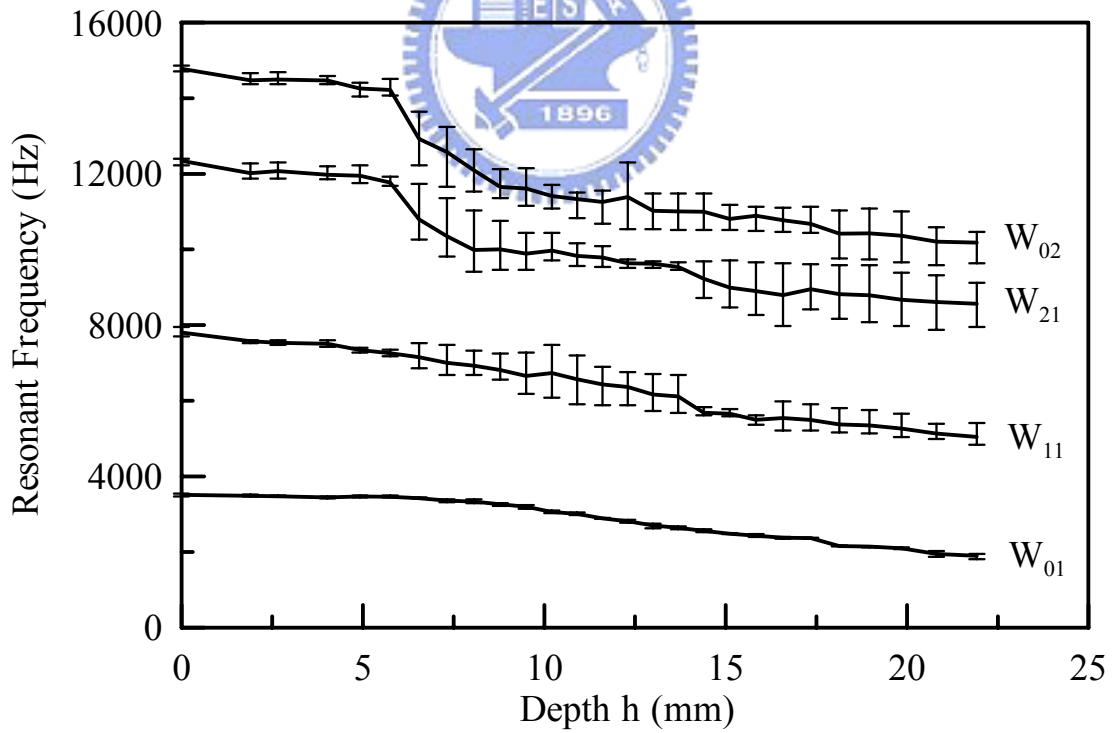


圖 3.17 垂直置放蜂鳴片共振頻率平均值

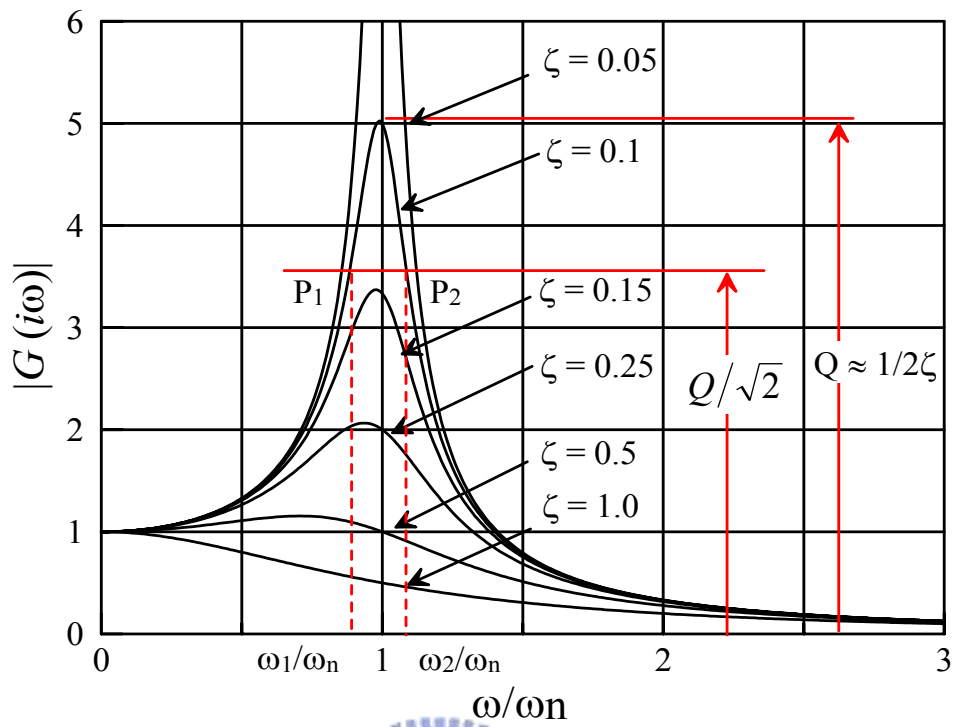


圖 3.18 SDOF 的頻率響應函數圖

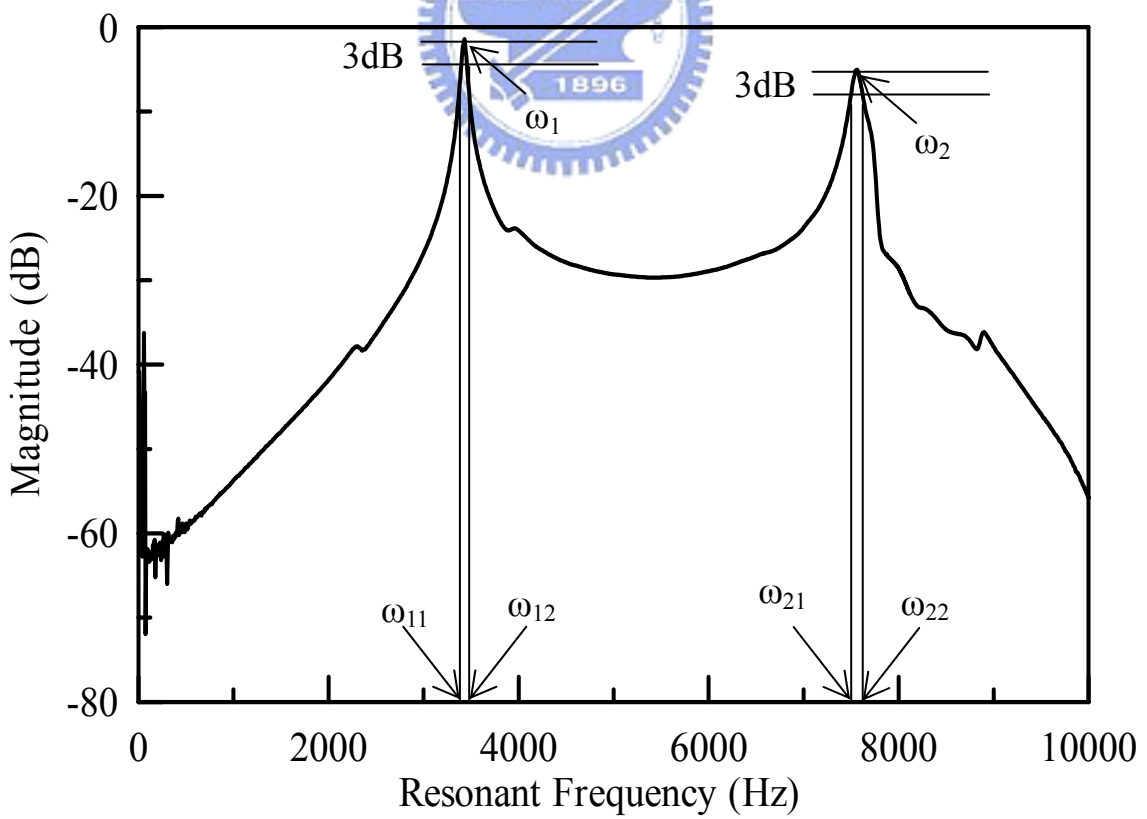


圖 3.19 壓電蜂鳴片頻率響應圖

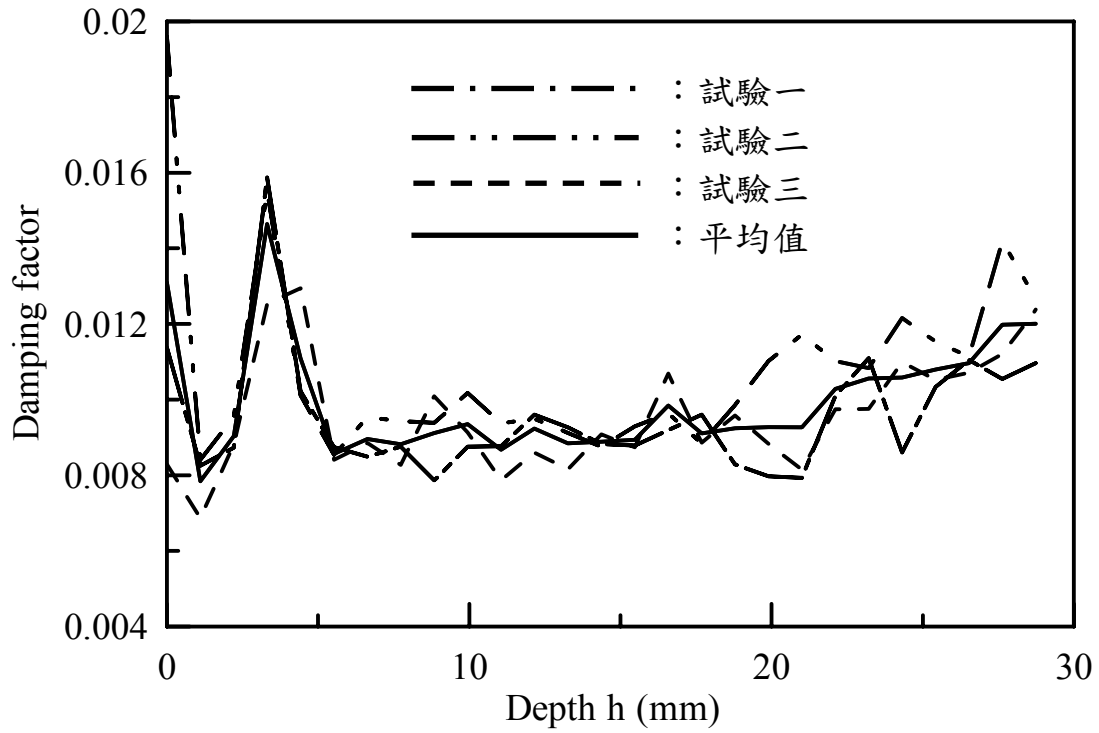


圖 3.20 水平置放蜂鳴片 W_{01} 模態阻尼因子

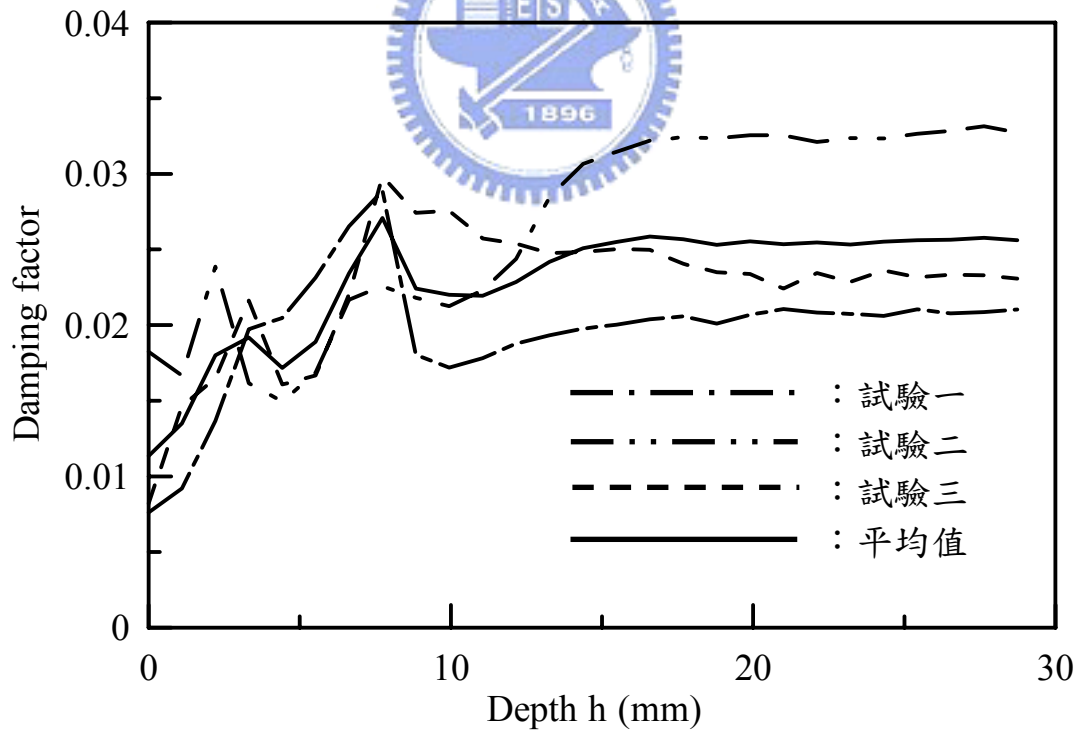


圖 3.21 水平置放蜂鳴片 W_{11} 模態阻尼因子

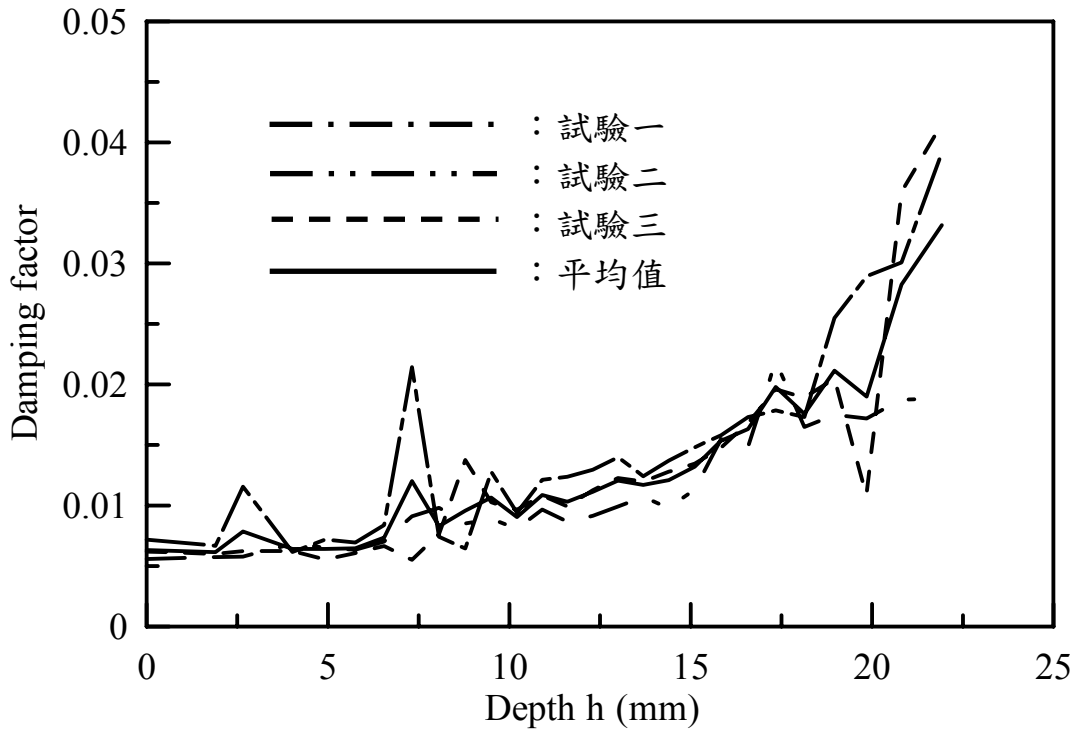


圖 3.22 垂直置放蜂鳴片 W_{01} 模態阻尼因子

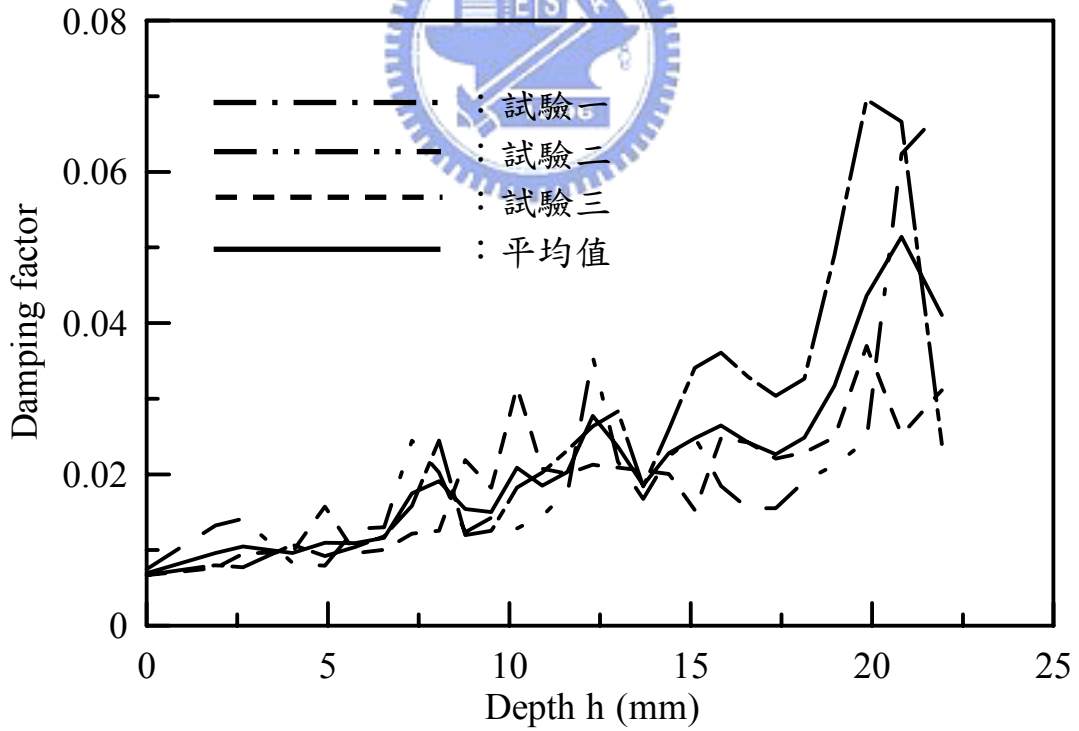


圖 3.23 垂直置放蜂鳴片 W_{11} 模態阻尼因子

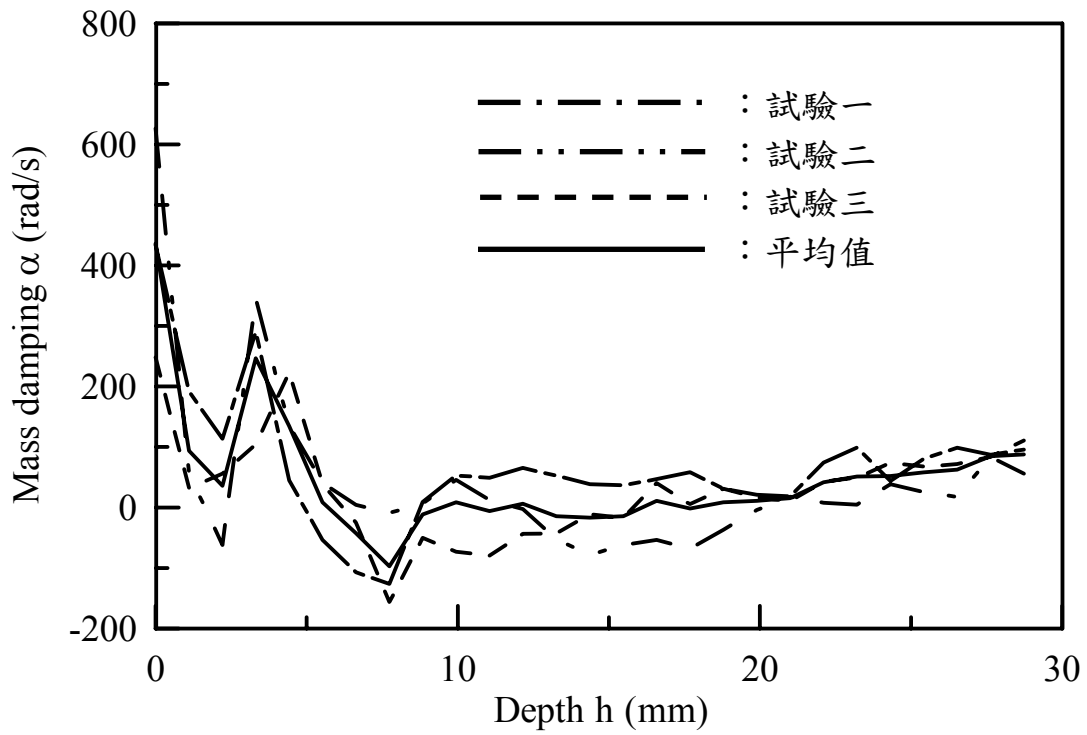


圖 3.24 水平置放蜂鳴片質量阻尼常數

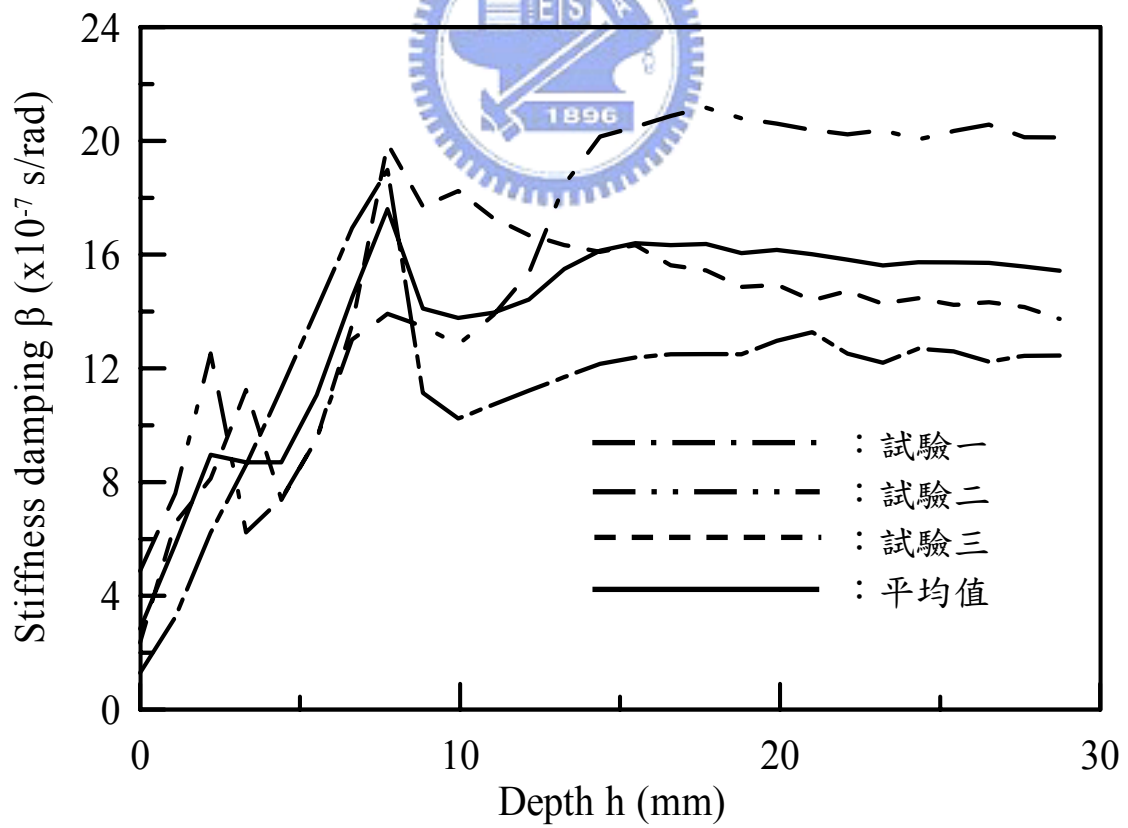


圖 3.25 水平置放蜂鳴片勁度阻尼常數

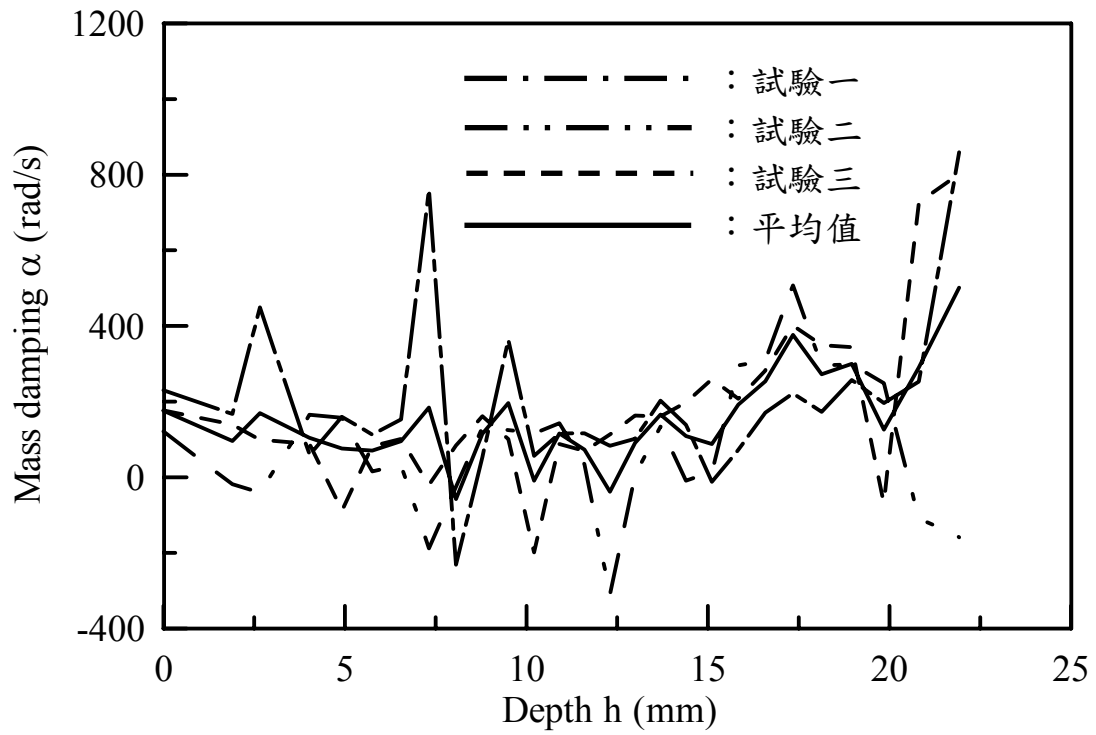


圖 3.26 垂直置放蜂鳴片質量阻尼常數

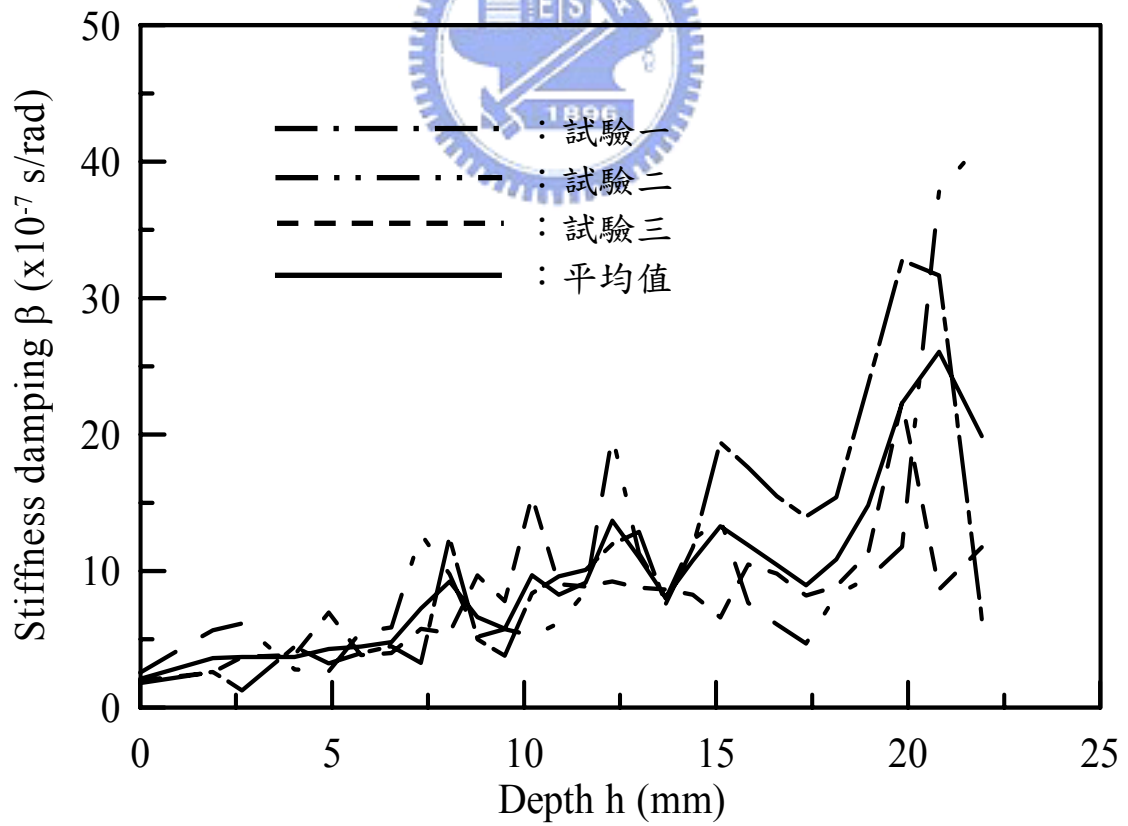


圖 3.27 垂直置放蜂鳴片勁度阻尼常數

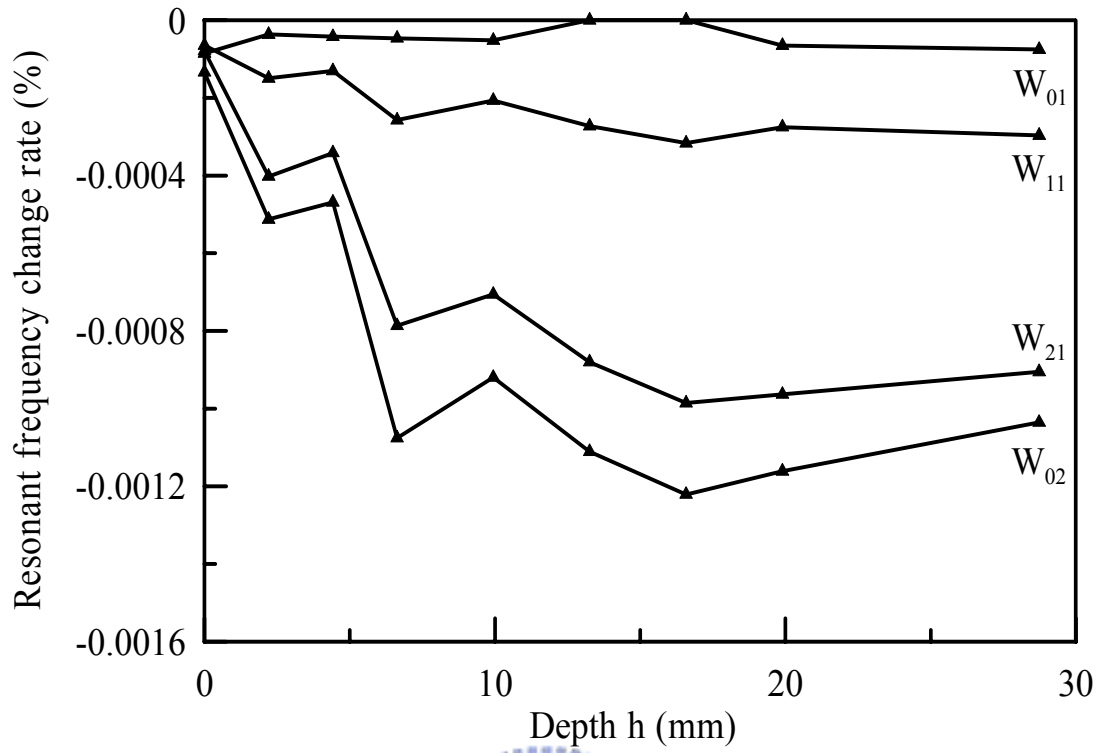


圖 3.28 蜂鳴片水平置放時阻尼效應之共振頻率變化

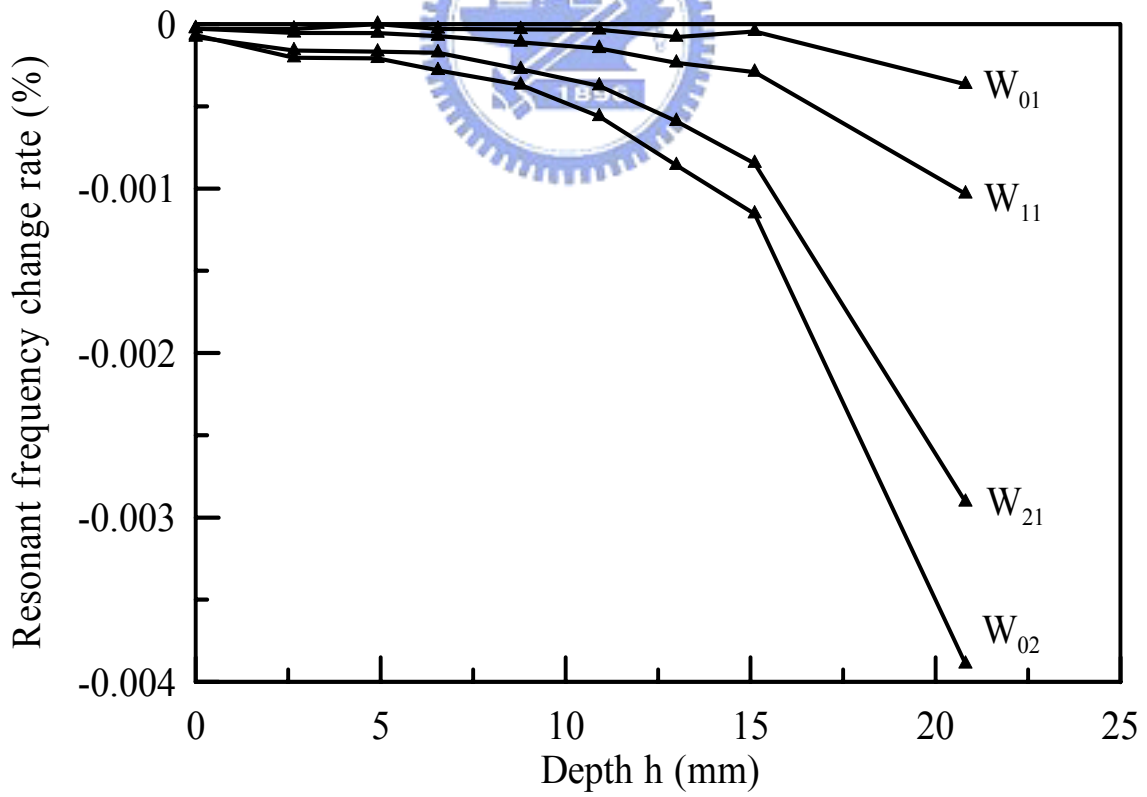


圖 3.29 蜂鳴片垂直置放時阻尼效應之共振頻率變化

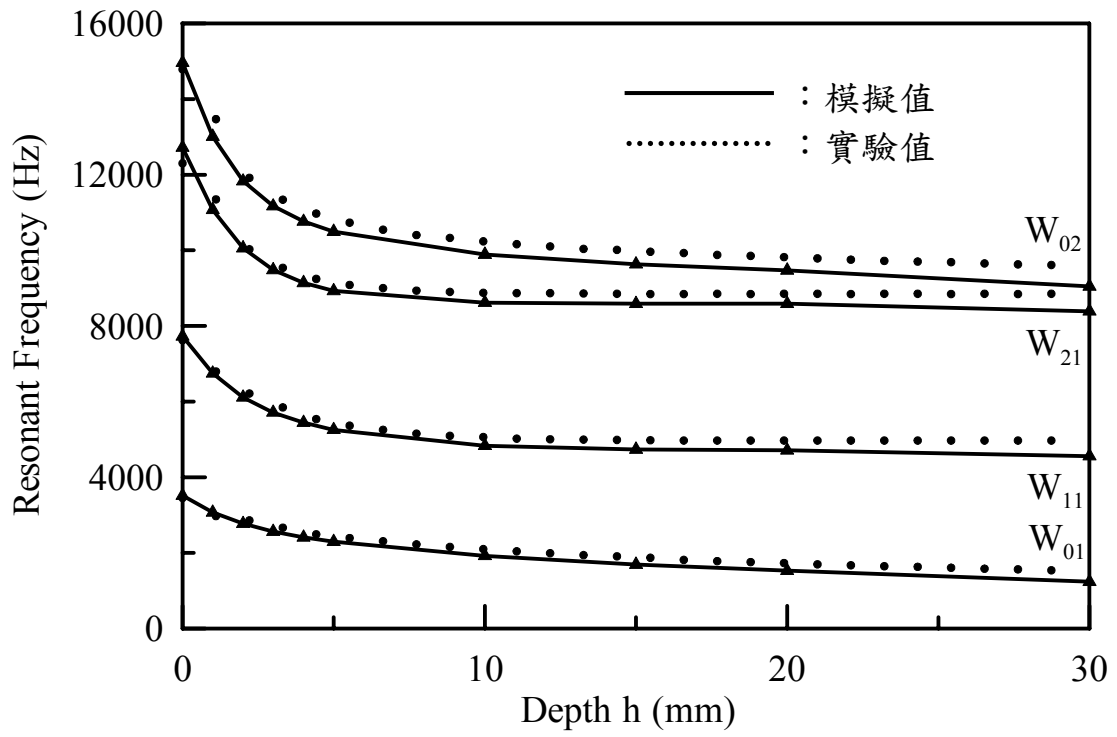


圖 4.1 蜂鳴片水平置放之實驗與模擬比較



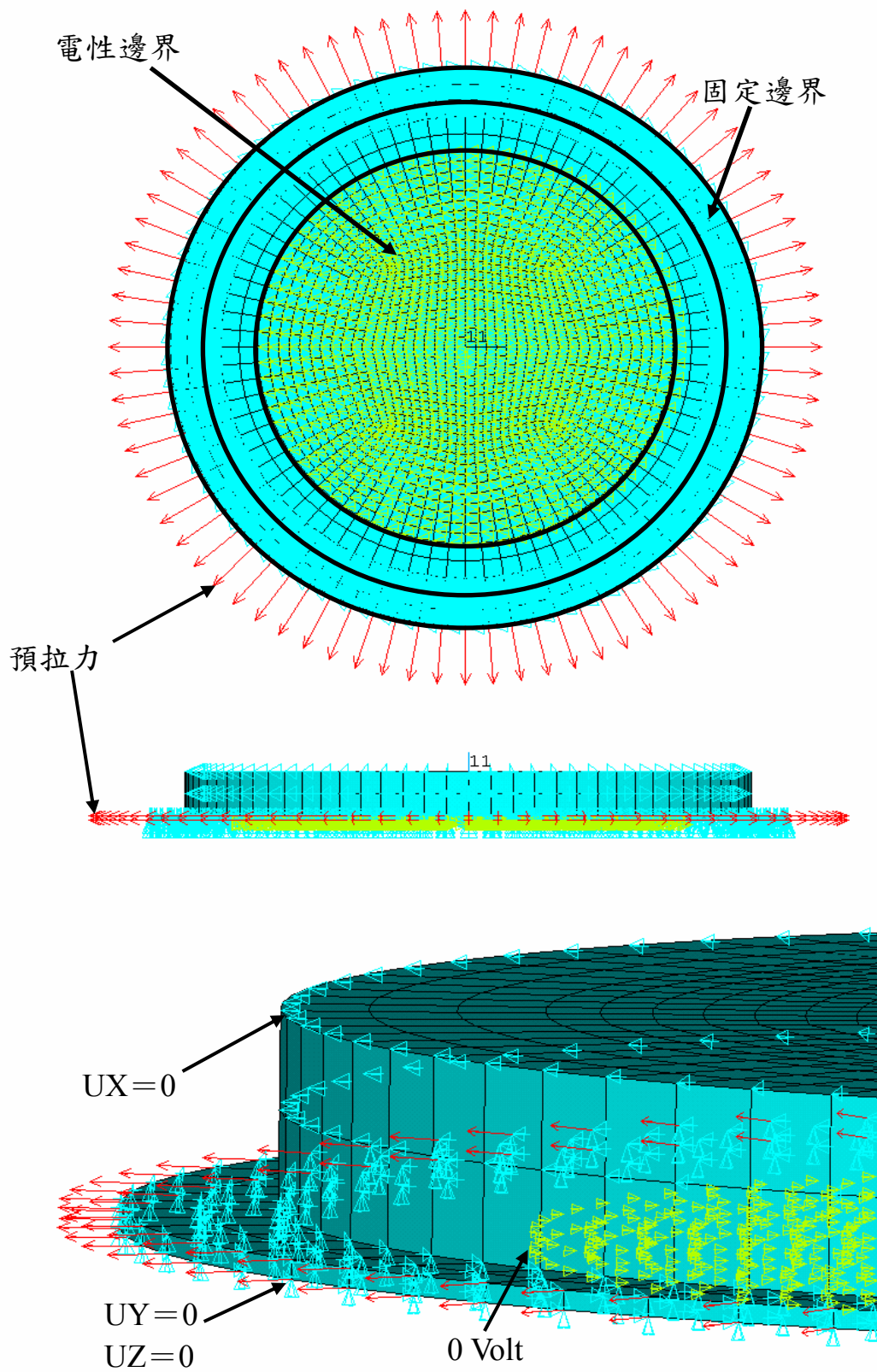


圖 4.2 預應力邊界條件設定圖

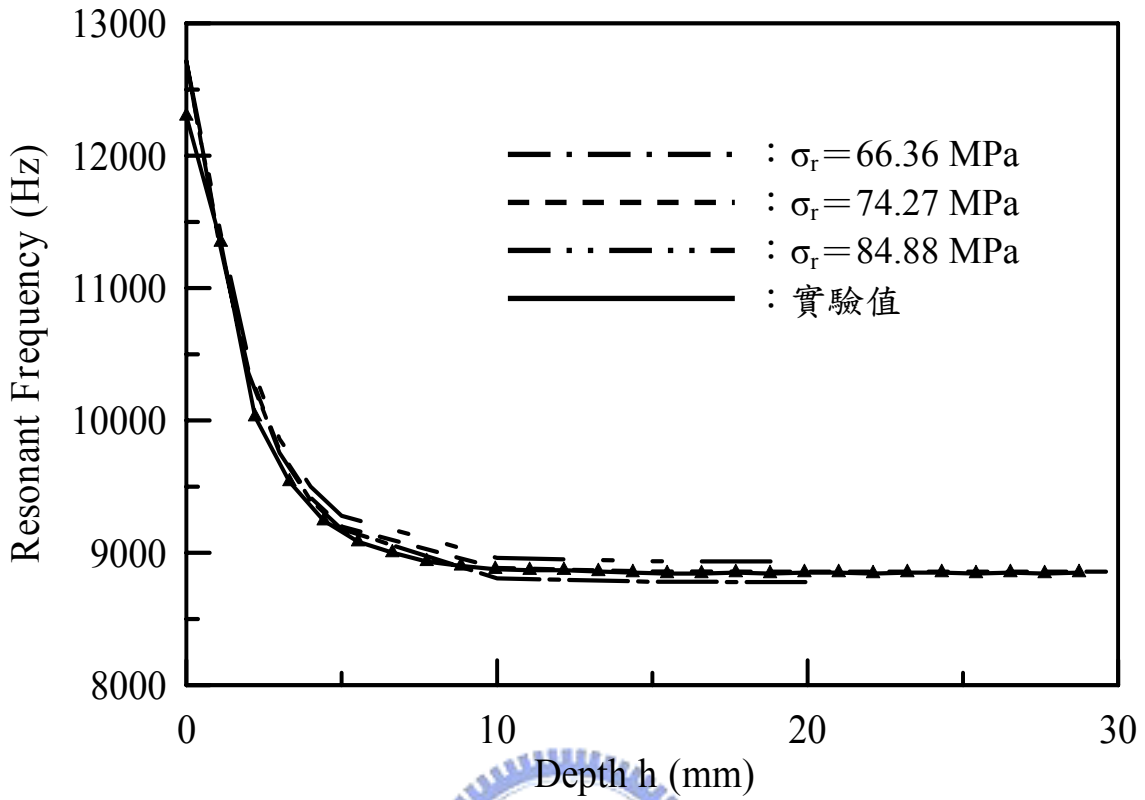


圖 4.3 預應力模擬結果與實驗值比較

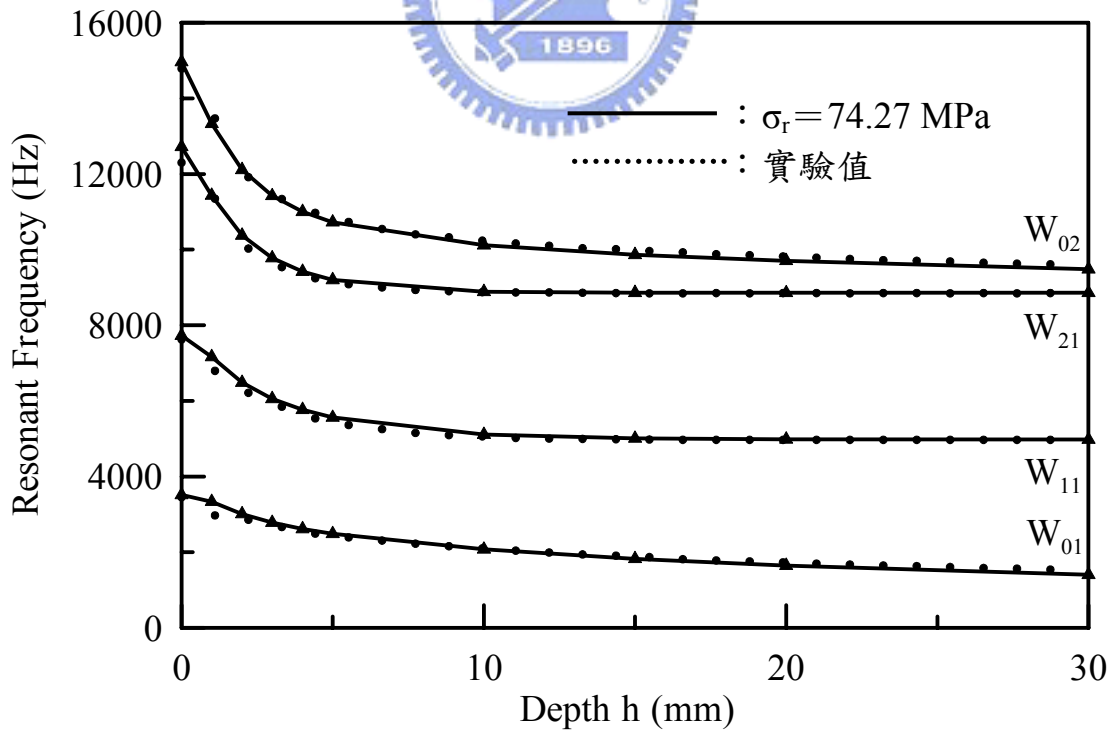


圖 4.4 節點施力 7N 模擬結果與實驗值比較

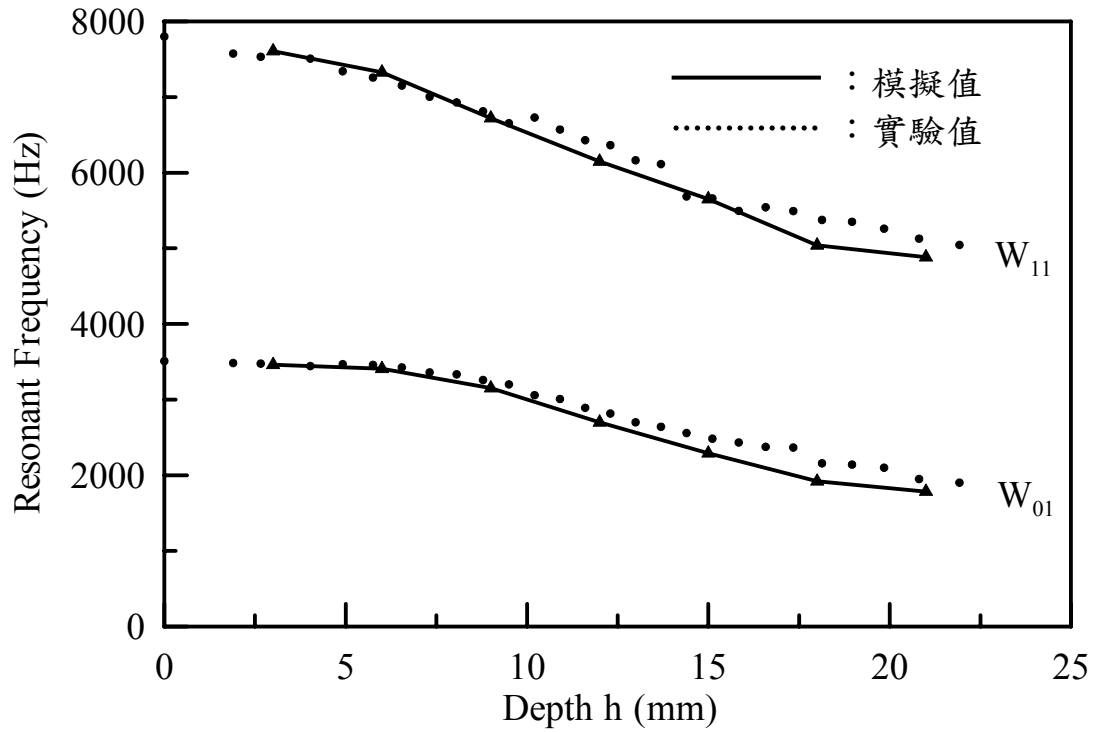


圖 4.5 水厚度 30mm 蜂鳴片垂直置放之實驗值與模擬結果

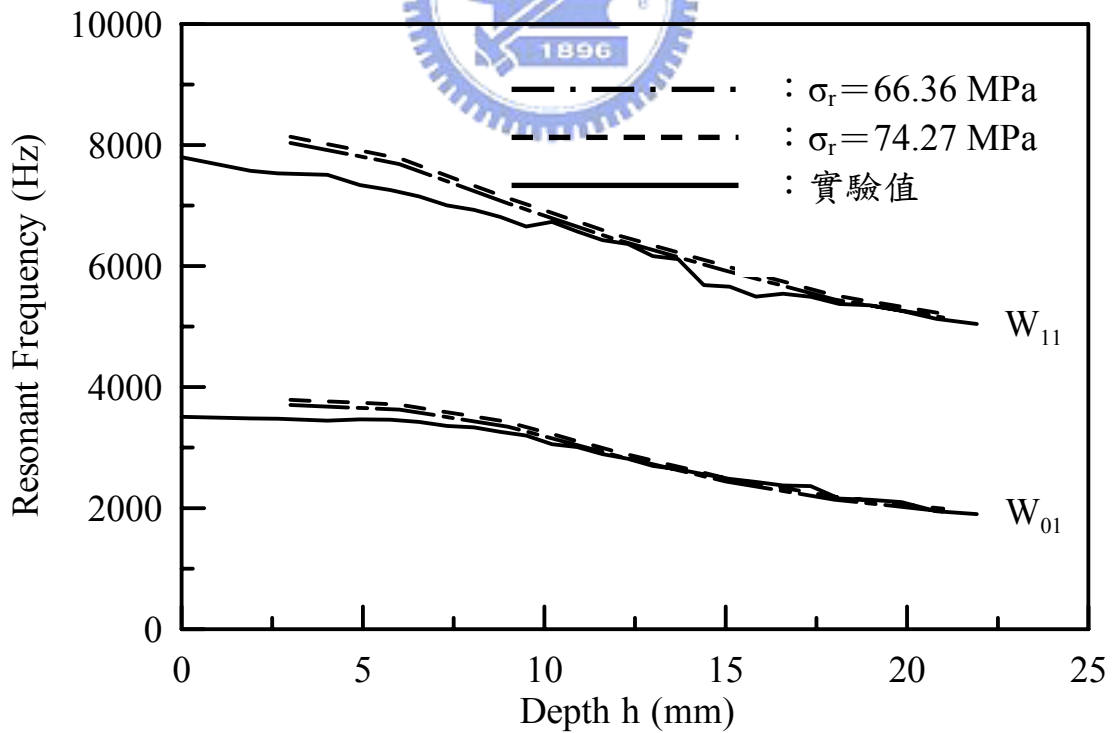


圖 4.6 水厚度 30mm 蜂鳴片預應力模擬結果與實驗值

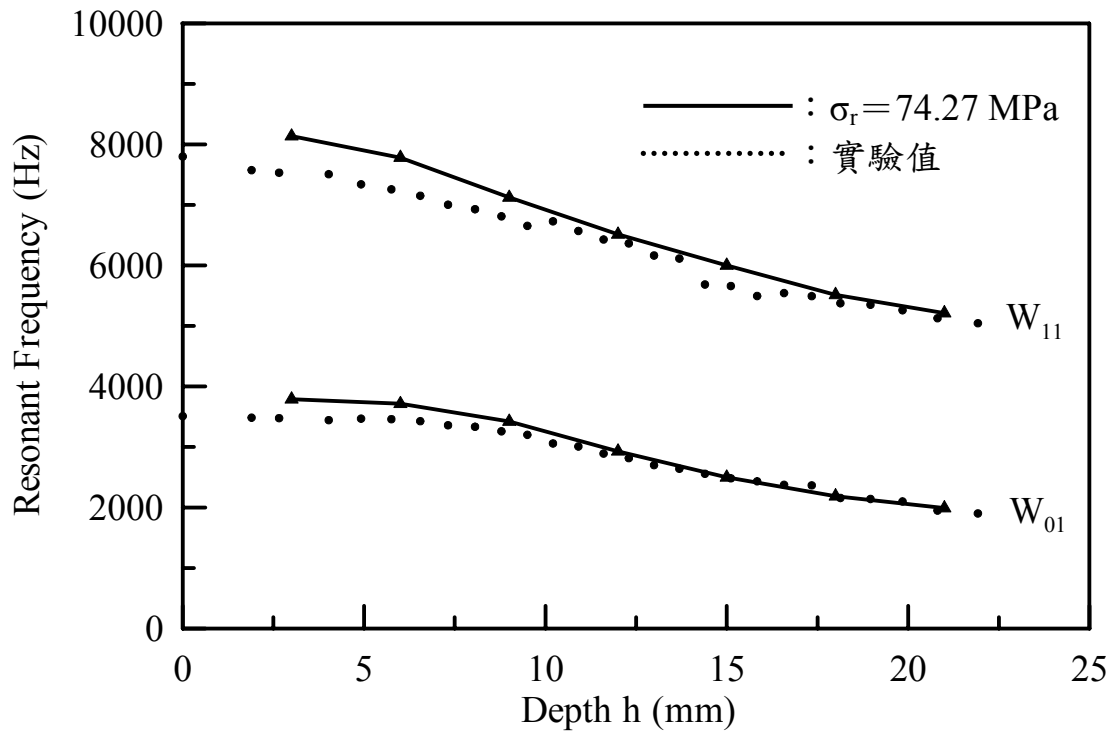


圖 4.7 水厚度 30mm 蜂鳴片節點施力 7N 模擬結果與實驗值



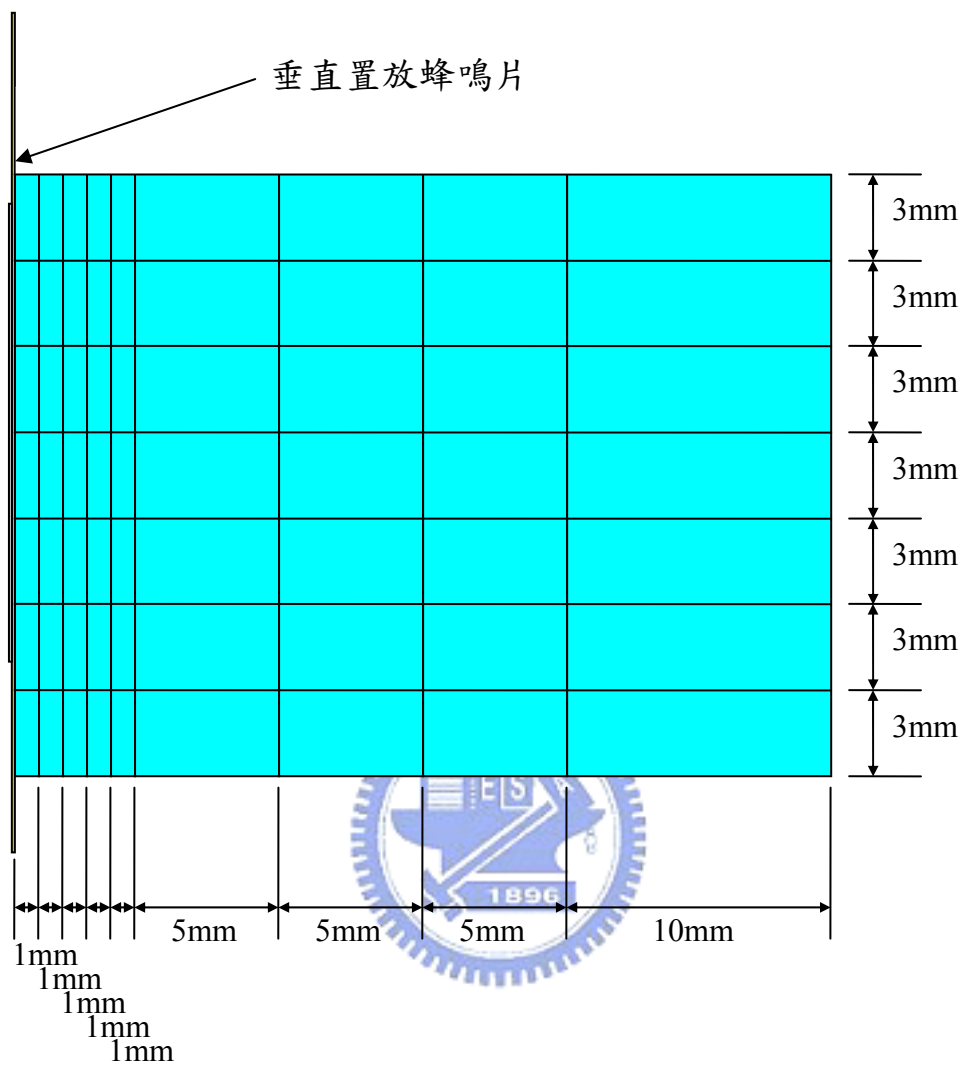


圖 4.8 模擬垂直置放蜂鳴片 7 種液面高度及 9 種深度

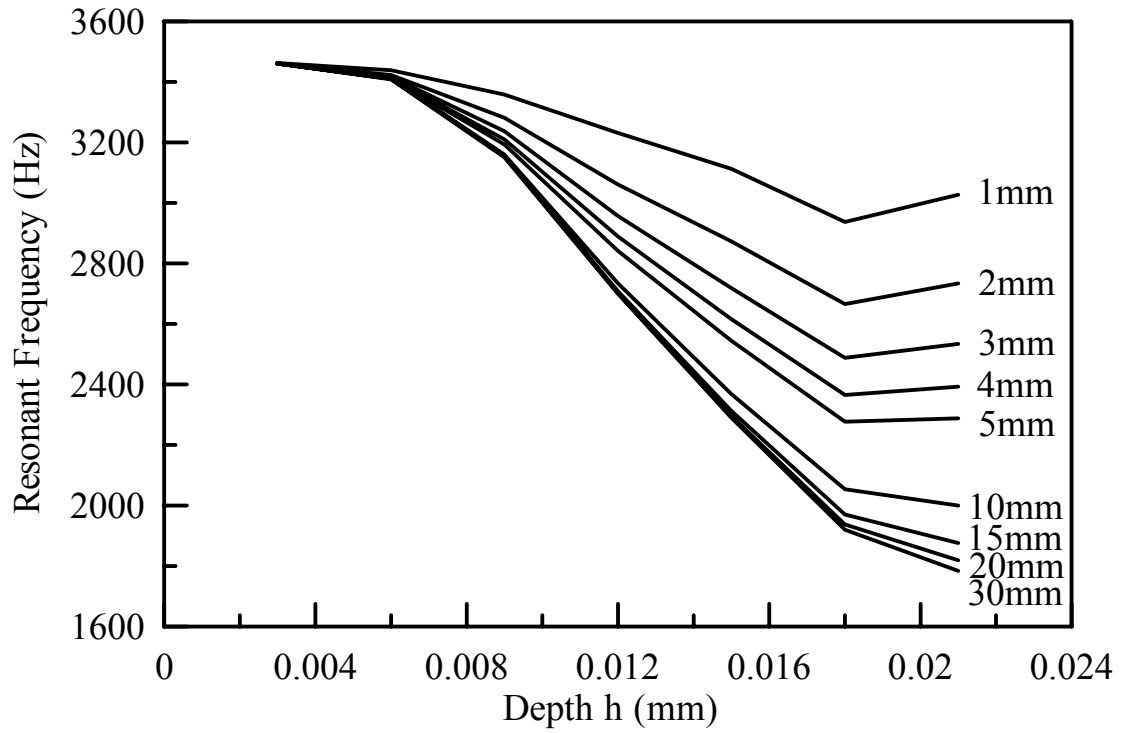


圖 4.9 不同液面高度及附加質量的水厚度於 W_{01} 模態共振頻率模擬值

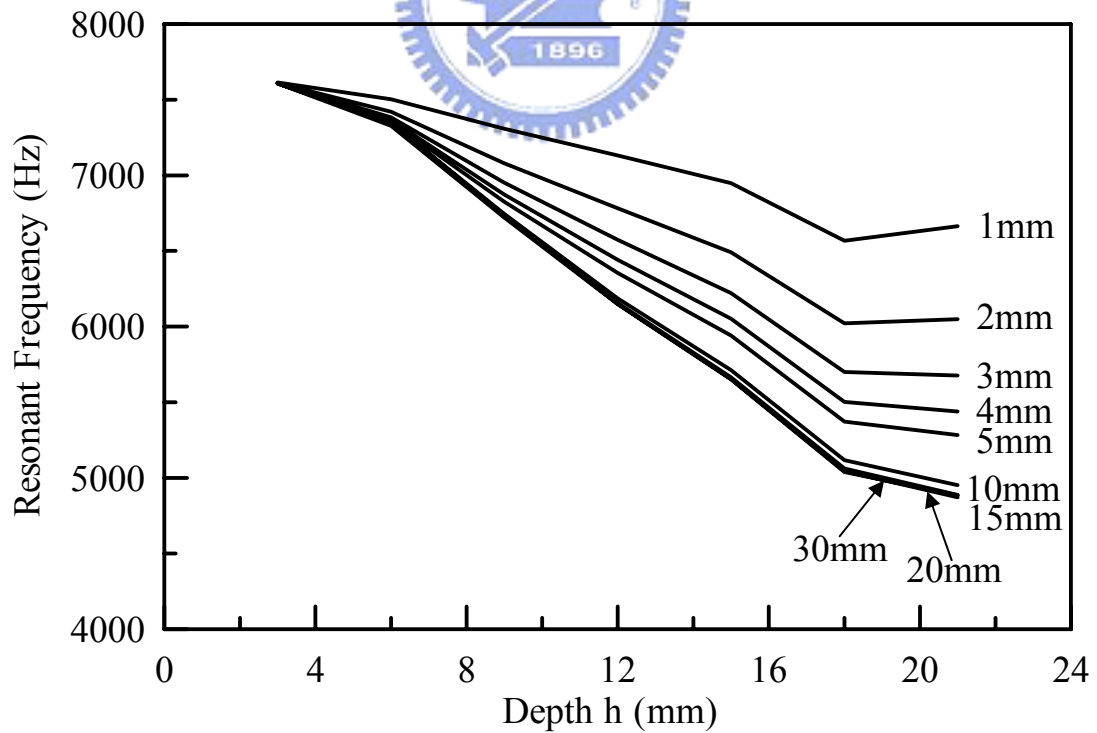


圖 4.10 不同液面高度及附加質量的水厚度於 W_{11} 模態共振頻率模擬值

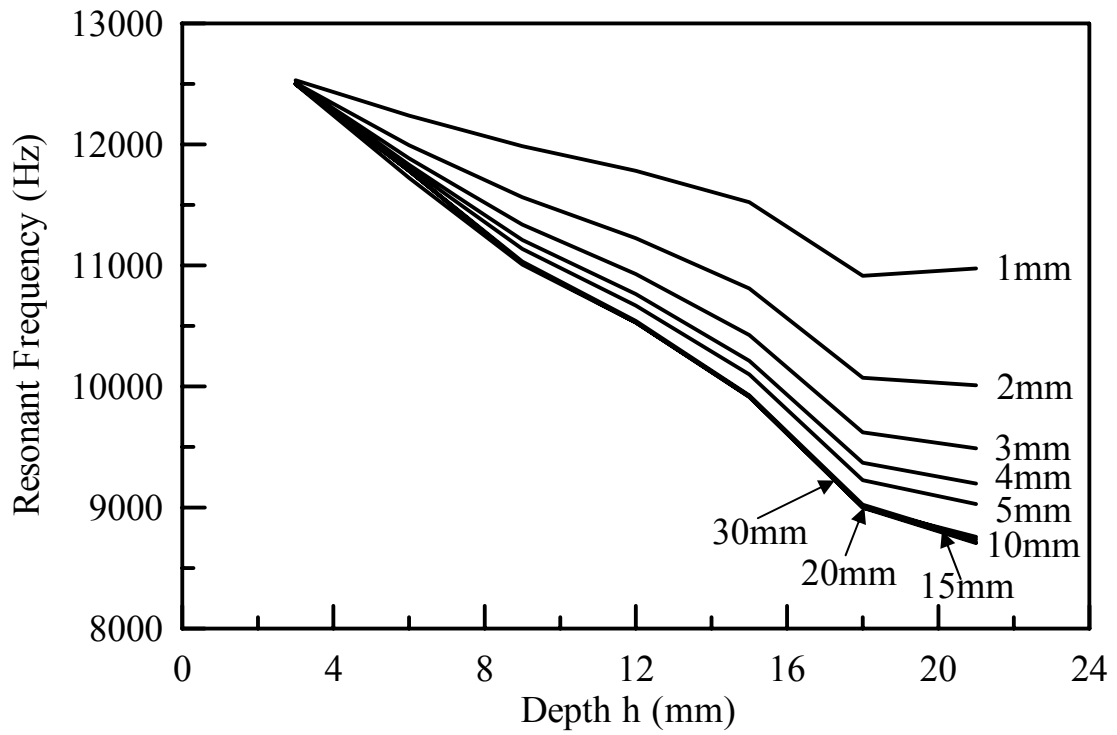


圖 4.11 不同液面高度及附加質量的水厚度於 W_{21} 模態共振頻率模擬值

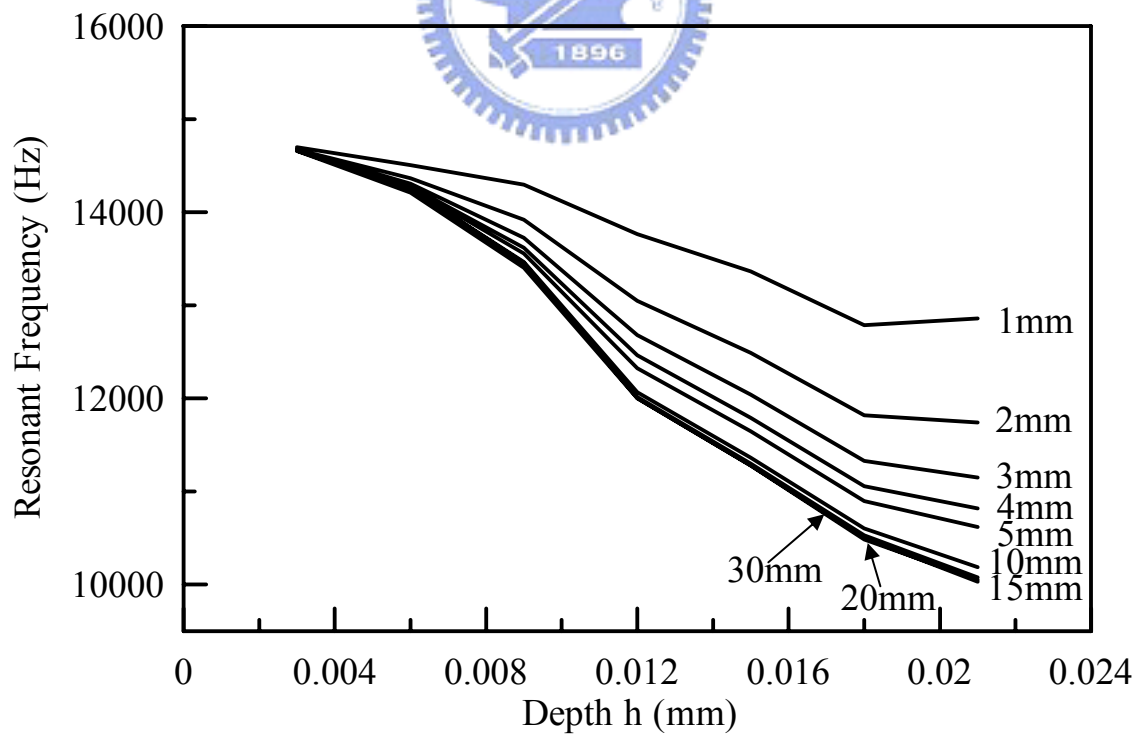


圖 4.12 不同液面高度及附加質量的水厚度於 W_{02} 模態共振頻率模擬值

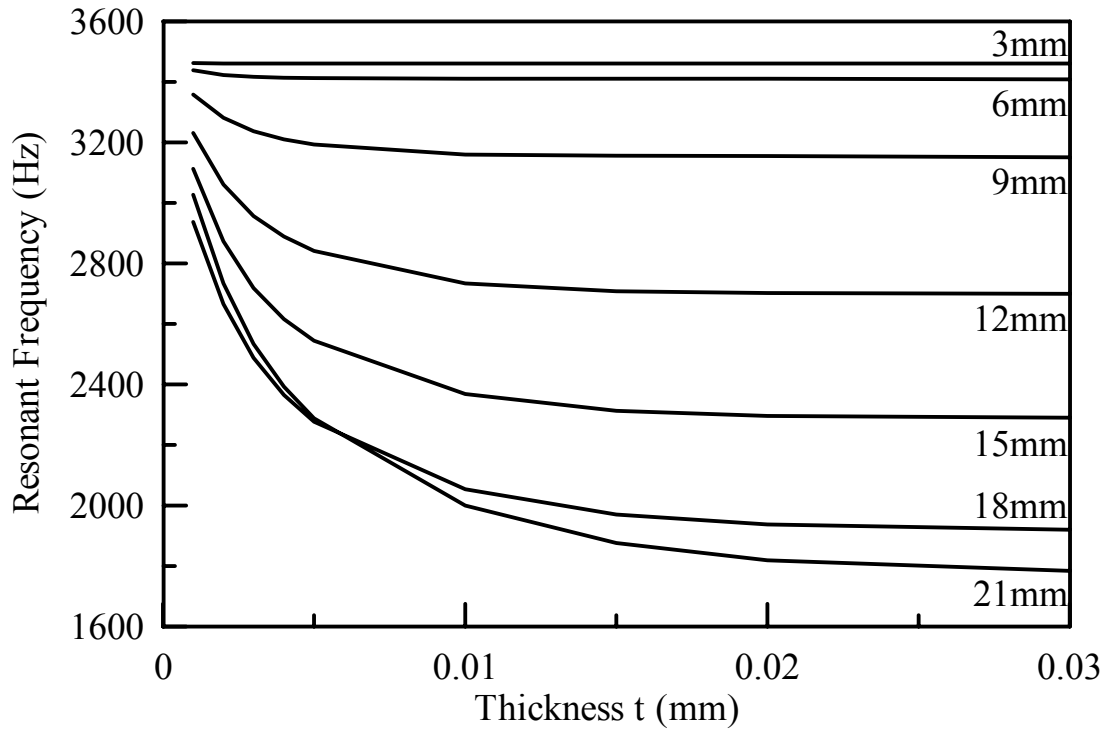


圖 4.13 不同附加質量及厚度的 W_{01} 模態共振頻率模擬值

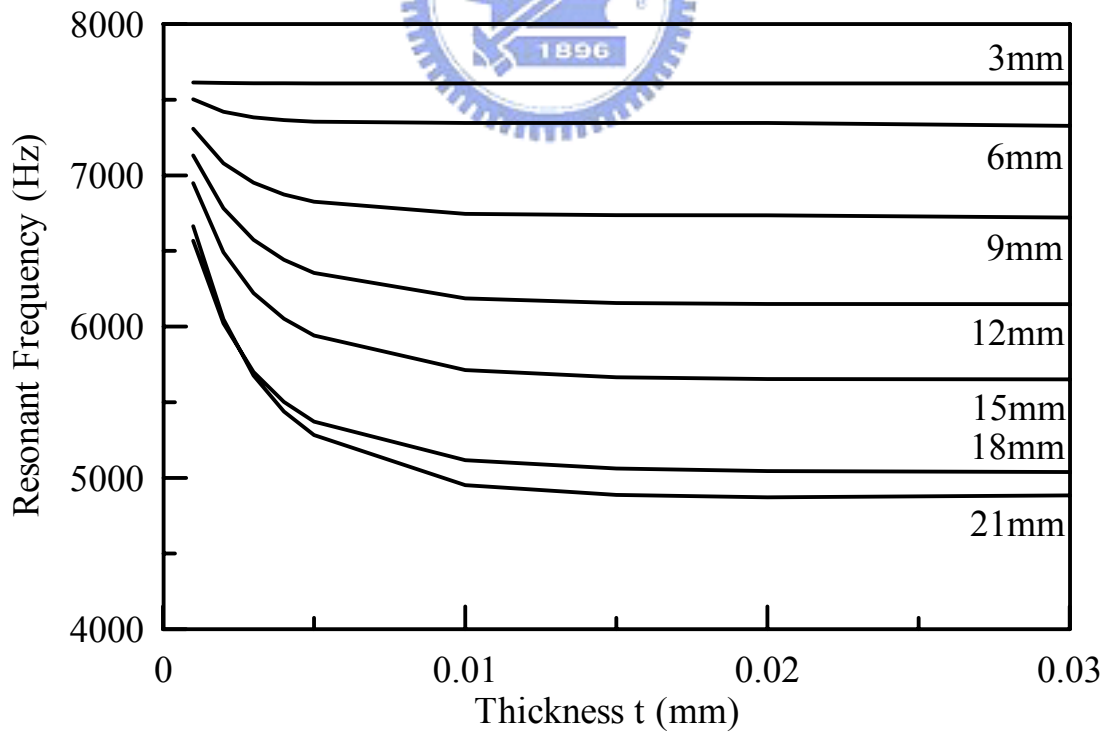


圖 4.14 不同附加質量及厚度的 W_{11} 模態共振頻率模擬值

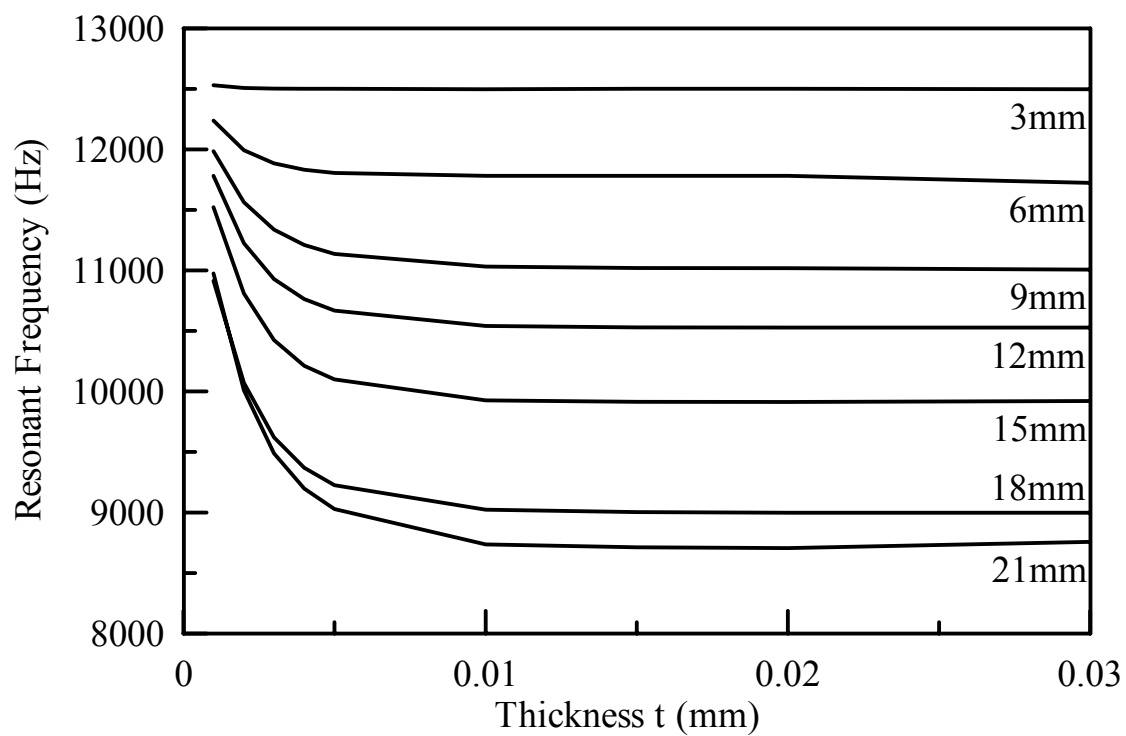


圖 4.15 不同附加質量及厚度的 W_{21} 模態共振頻率模擬值

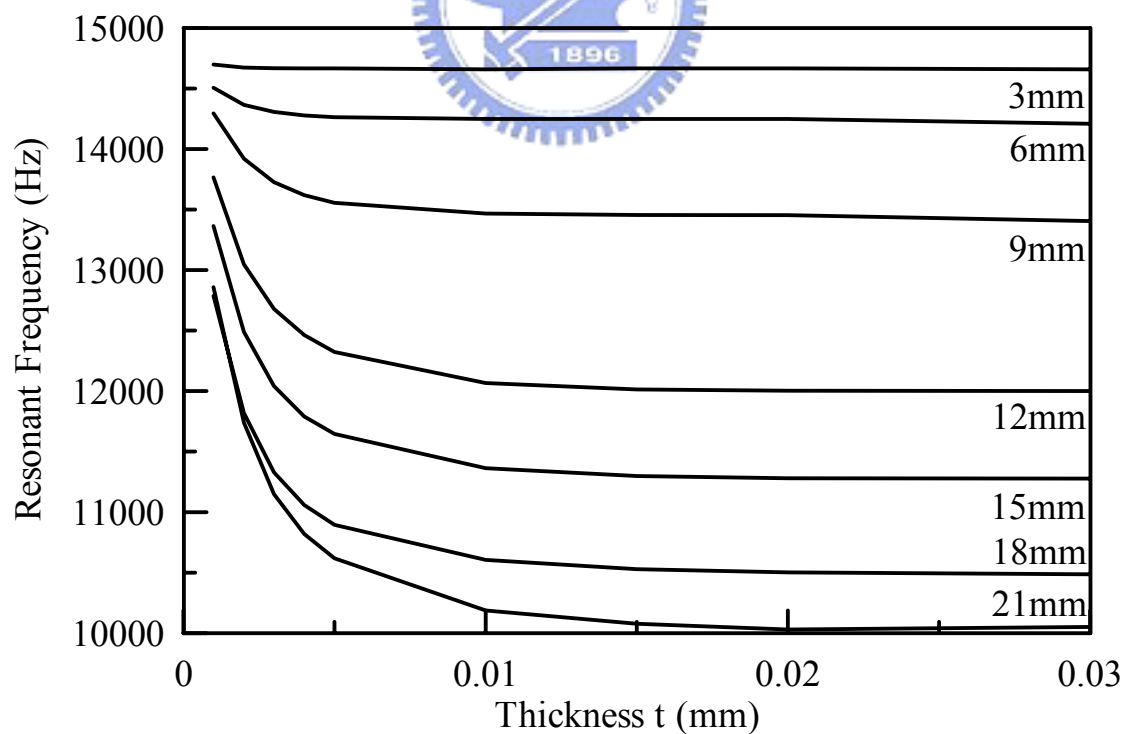


圖 4.16 不同附加質量及厚度的 W_{02} 模態共振頻率模擬值

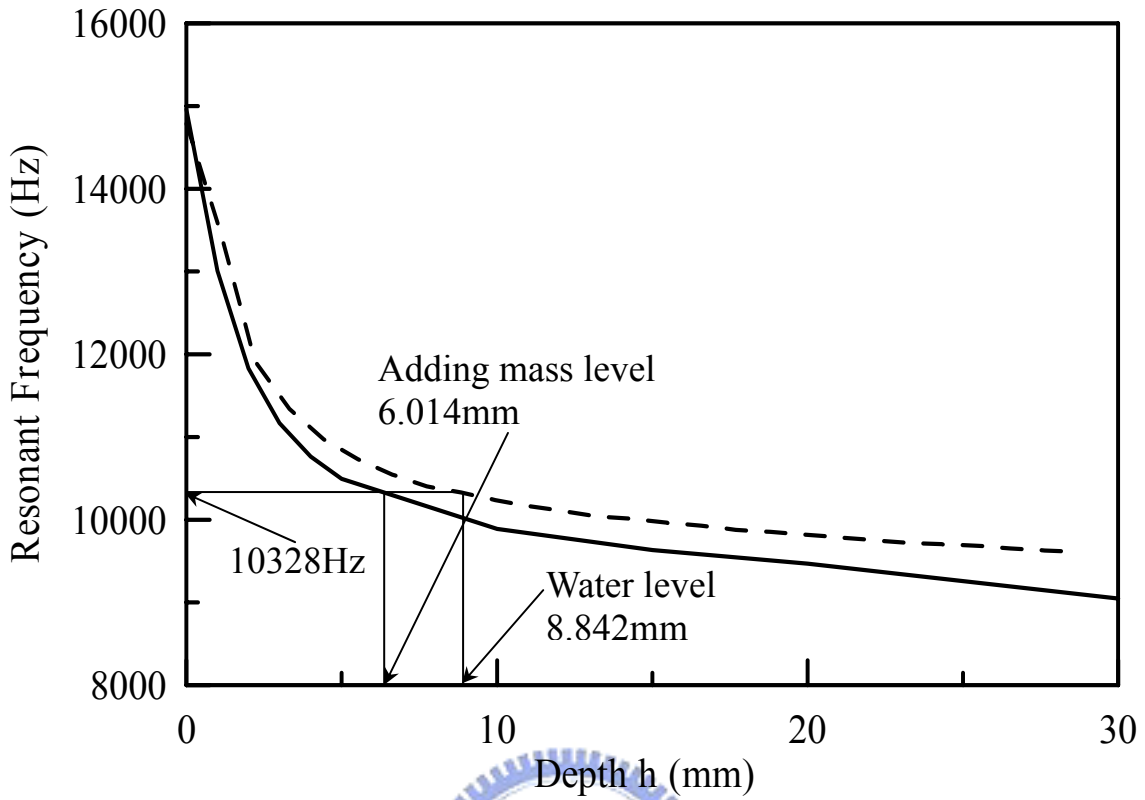


圖 4.17 水平置放蜂鳴片 W_{02} 模態共振頻率

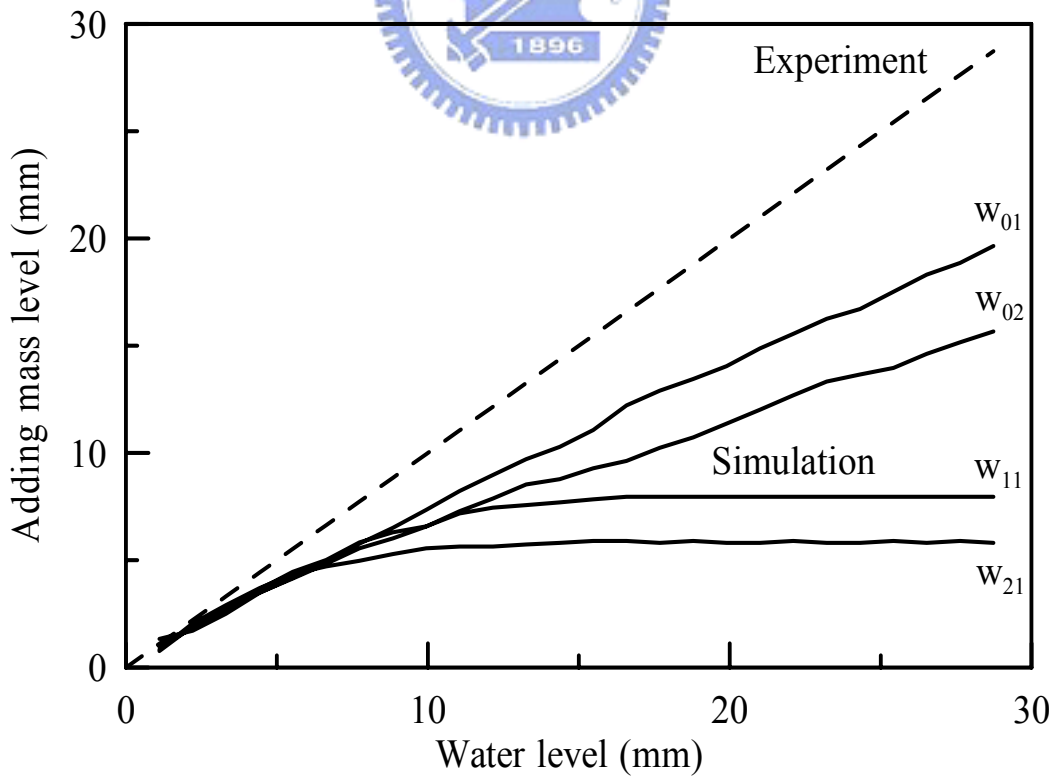


圖 4.18 水平置放蜂鳴片實驗與模擬液面高度關係

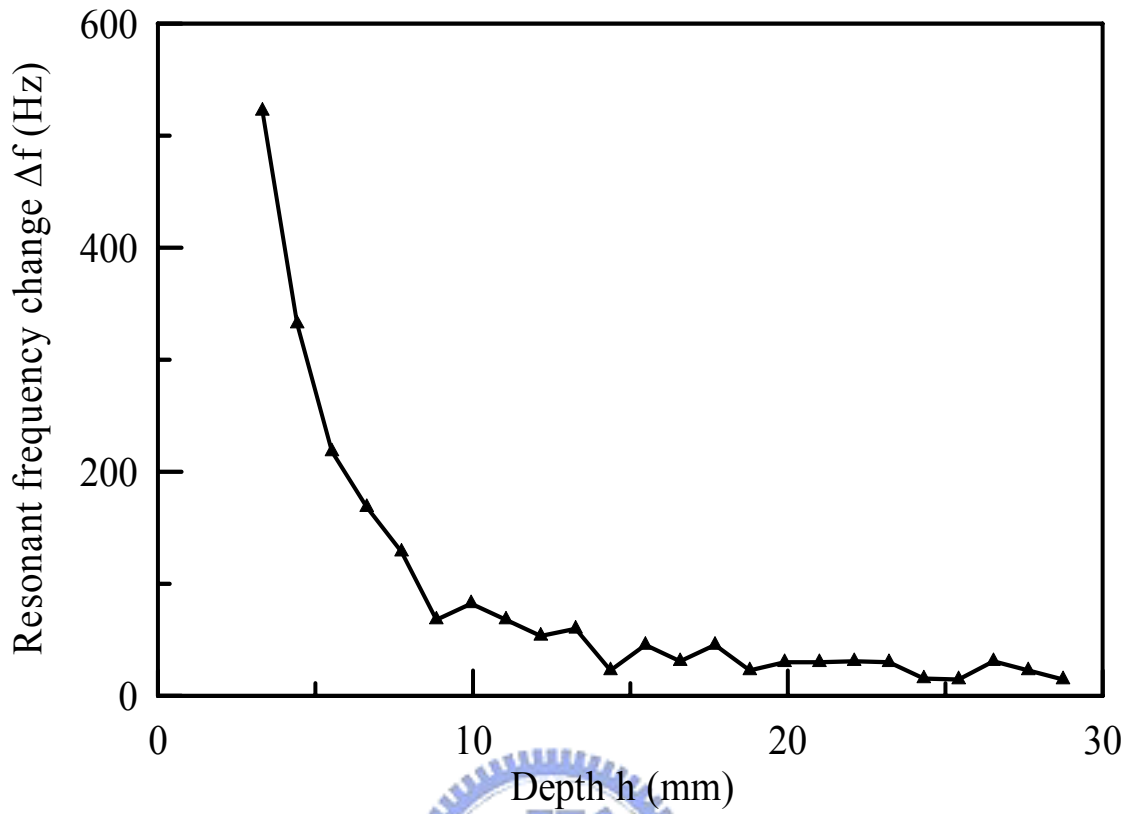


圖 4.19 水平置放蜂鳴片 W_{02} 模態液面高度與共振頻率變化量

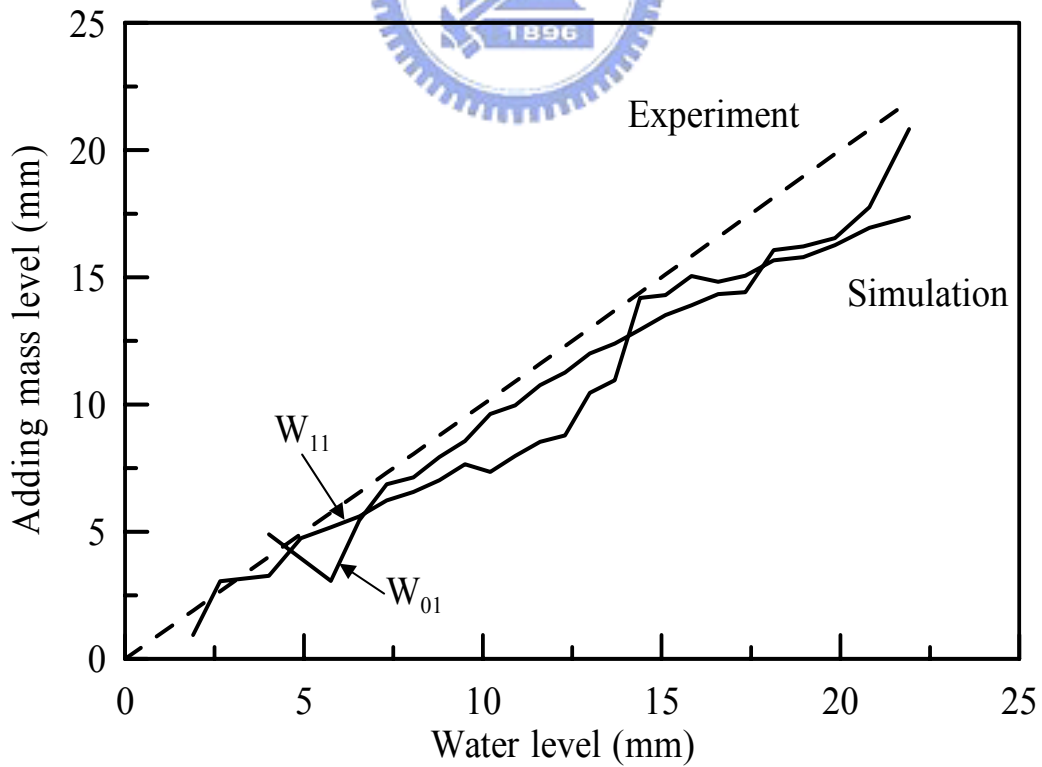


圖 4.20 垂直置放蜂鳴片 W_{01} 及 W_{11} 模態實驗與模擬液面高度關係

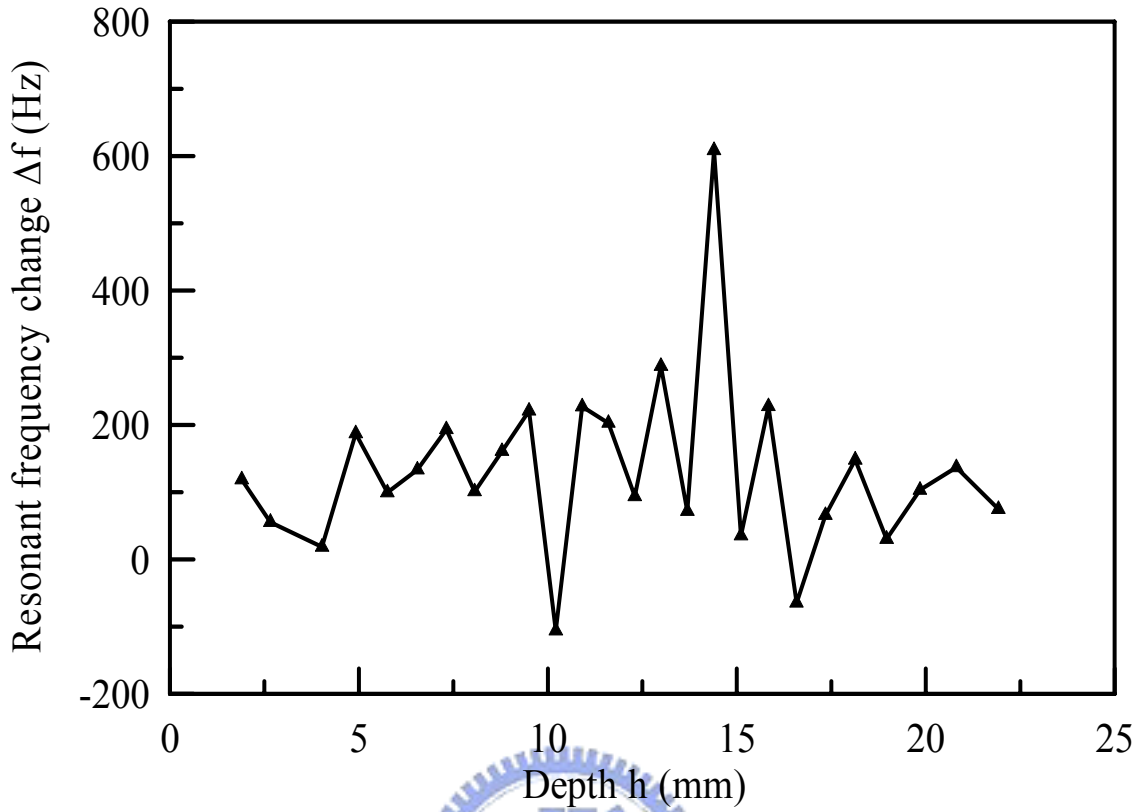


圖 4.21 垂直置放蜂鳴片 W_{01} 模態液面高度與共振頻率變化量

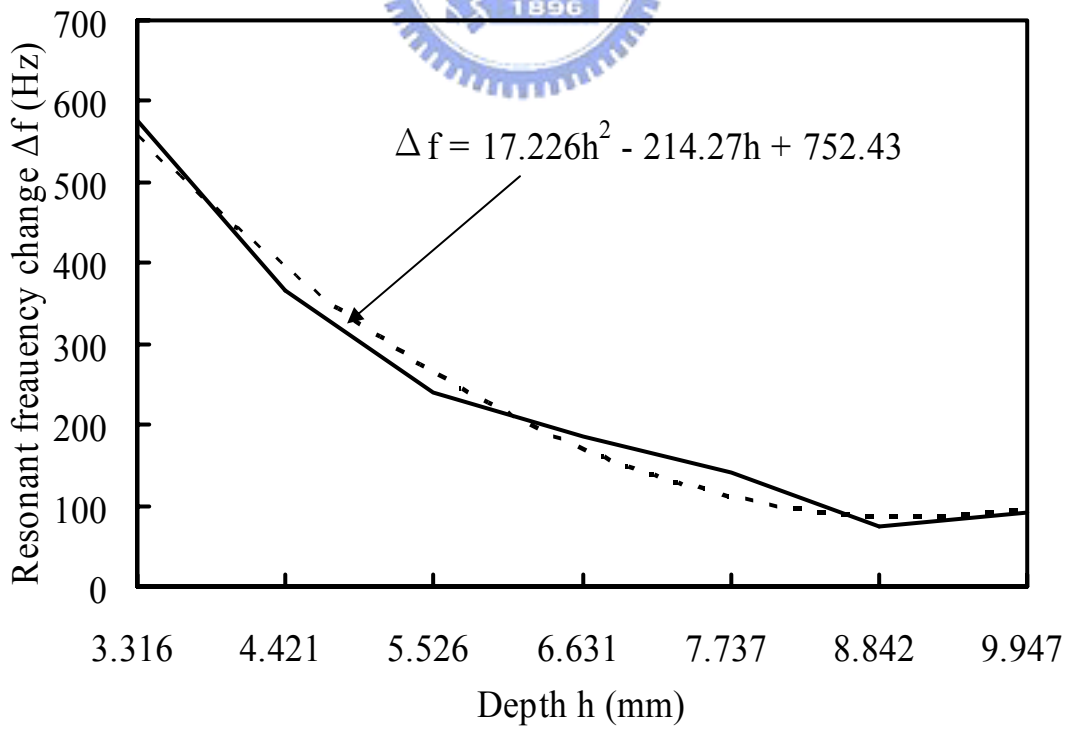


圖 5.1 水平置放蜂鳴片 W_{02} 模態共振頻率變化量趨勢線