

國立交通大學

理學院網路學習學程

碩士論文

虛擬計算機的開發與教學研究
— 以探索數字樣式一般化為例

Research on the development and teaching of a virtual
calculator: Exploring generalisations of number patterns

研究生：劉賢建

指導教授：袁媛 教授

中華民國九十五年七月

虛擬計算機的開發與教學研究

—以探索數字樣式一般化為例

Research on the development and teaching of a virtual
calculator: Exploring generalisations of number patterns

研究生：劉賢建

Student：Hsienzen-chien Liu

指導教授：袁媛

Advisor：Yuan Yuan

國立交通大學
理學院網路學習學程
碩士論文



Submitted to Degree Program of E-Learning

College of Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Degree Program of E-Learning

July 2006

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十五年七月

虛擬計算機的開發與教學研究—以探索數字樣式一般化為例

學生：劉賢建

指導教授：袁 媛 教授

國立交通大學理學院專班網路學習組

摘 要

本研究主要是使用 Flash 開發一台可以提供國中數學教師教學使用及幫助學生進行尋找數字樣式一般式探索活動的虛擬計算機，並將此套虛擬計算機實際運用於國中生數學教學以了解本虛擬計算機使用於教學的可行性，最後探討數字樣式一般化教學實施後對學生學習數字樣式一般化的影響。

本研究採不等組前後測準實驗研究設計，以台北市一所國中的兩個班級 59 位學生為研究樣本，隨機選取一班為實驗組，另一班為控制組，實驗組的學生接受虛擬計算機融入數學教學，控制組的學生接受對等的傳統教室教學，並以研究者自行設計之數字樣式探索測驗及課程意見表為資料收集的主要工具。實驗研究主要發現如下：

- 一、使用虛擬計算機輔助教學與傳統教學實施能夠達到相同的效果。
- 二、使用虛擬計算機輔助教學能增加學生學習的延宕效果。
- 三、使用虛擬計算機輔助教學能提升學生的數學學習態度，帶給學生持續的新奇感，營造輕鬆的學習氣氛，增強學生解題的自信心，並促使學生願意主動學習。
- 四、使用虛擬計算機輔助教學能夠幫助學生澄清錯誤觀念，釐清正負數的概念，填補學生過去學習上的間隙 (gap)，且能有效輔助學生探索等比數列數字樣式的一般式。

最後根據研究結果與發現，提出若干建議以做為教師教學改進與未來研究之參考。

關鍵字：計算機、虛擬教具、數字樣式、一般化

Research on the development and teaching of a virtual calculator: Exploring generalisations of number patterns

Student : Hsien-Chien Liu

Advisors : Dr. Yuan Yuan

Degree Program of E-Learning of College of Science
National Chiao Tung University

ABSTRACT

The study investigates the effects and the feasibility of utilizing a virtual calculator in real mathematical classroom at a junior high school in Taiwan. The virtual calculator was developed by Flash. It is hoped that it can offer mathematical teachers a new kind of supplementary material to help students to explore number patterns and the concept of generalization.

The study applied the nonequivalent-groups pretest-posttest quasi-experimental design. The samples are from two classes (59 students) in the 7th grader of a junior high school in Taipei. The researcher randomly selected one class as the experiment group and the other one as the control group. Students in the experiment group were taught with the use of the virtual calculator. Students in the control group were taught without using the virtual calculator.

Major results of this study are as following:

1. The learning effect in the experiment group was the same as in the control group.
2. There was a carry-over effect in the experimental group.
3. The students in the experiment group have more positive attitudes toward mathematical learning than those in the control group. It was observed that classroom atmosphere was more harmonious in the experimental group. Moreover, using the virtual calculator in class sustained students' curiosity, motivated students' learning interest, promoted students' active learning, and reinforced students' confidence.
4. Using the virtual calculator in class can help the students to clarify the concepts of positive and negative numbers and to bridge the gap of weakness in the past. Moreover, students' performance was better in finding the generalization form of a ratio sequence.

Based on results of this research, suggestions for teaching and future study were provided.

Keyword: calculator, virtual manipulatives, number patterns, generalisation

誌 謝

本研究論文能夠順利完成，首先要感謝我的指導教授袁媛博士對我的細心指導，讓我不只在專業知識上有所成長，也讓我熟悉研究的過程與方法，在此致上最高的敬意與謝意；同時，也感謝中央大學單維彰教授與本校李榮耀教授在百忙之中抽空批閱，改正錯誤，並給予寶貴建議；更感謝交大提供這個進修的機會，讓我在專班教授的引導下學會做學問的精神與態度，尤其是莊祚敏主任、林登松教授、陳明璋教授等人。

研究期間，非常感謝學校同事的支持及專班同學的鼓勵，讓我能夠在這兩年的過程中不但在學業上獲益良多，也在生活及人際關係上獲得很多經驗，特別要感謝專班王智弘學長和台北縣立丹鳳國中的陳燕如老師，在我進行研究及撰寫論文期間，不厭其煩的與我討論，指導我、督促我並不斷鼓勵我，讓我的研究能夠順利的進行而不致有所偏差。

最後要感謝我的家人對我的照顧，讓我在這兩年能夠無後顧之憂，順利完成我的學業。

能夠順利完成碩士論文並取得碩士學位是靠大家的指導、支持與鼓勵，誠心的謝謝大家，並將這份喜悅及成果與所有關心我的人一同分享。

研究生 劉賢建

2006 年七月

目 錄

	頁次
中文摘要	i
英文摘要	ii
誌 謝	iii
目 錄	iv
表目錄	vi
圖目錄	vii
第一章 緒論	1
第一節 研究動機	1
第二節 研究目的	3
第三節 名詞解釋	3
第二章 文獻探討	4
第一節 數字樣式的論述	4
第二節 計算機在教學上的應用	8
第三節 虛擬教具和實體教具的探討	10
第三章 研究設計與方法	15
第一節 研究設計	15
第二節 研究對象	17
第三節 研究工具	18
第四節 虛擬計算機軟體開發	23
第五節 資料分析	30
第四章 結果與討論	31
第一節 教學實施後對學生學習數字樣式一般化的影響	31
第二節 學生學習歷程與意見分析	33
第三節 教師的反省與成長	42
第五章 結論與建議	44
第一節 結論	44
第二節 建議	46
參考文獻	48
中文部份	48
英文部分	49

附件一 數字樣式探索教學設計	52
附件二 教學活動學習單	58
附件三 「數字樣式探索」學習單	61
附件四 「數字樣式探索測驗」前測試題	62
附件五 「數字樣式探索測驗」後測試題	68
附件六 課程意見表	74



表目錄

表 2-3-1 實體教具的分類.....	10
表 2-3-2 虛擬教具的分類.....	12
表 2-3-3 行動研究探討使用虛擬教具學習數學的效果	13
表 3-1-1 不等組前後測準實驗設計	15
表 3-2-1 研究樣本人數統計表	17
表 3-3-1 數字樣式類別及題目	19
表 3-4-1 鍵盤的數字鍵與數字樣式對照表及數字產生之輸入	29
表 3-4-2 鍵盤的字母鍵與例題對照表	29
表 4-1-1 實驗組與控制組前後測分數統計量	31
表 4-1-2 實驗組與控制組前後測差異分數 T 檢定摘要表	31
表 4-1-3 實驗組與控制組前測、延後測統計量	32
表 4-1-4 實驗組與控制組前測、延後測差異分數檢定摘要表	32
表 4-2-1 使用策略分析表.....	38



圖目錄

圖 3-1-1 研究流程圖	16
圖 3-3-1 測驗題本版面	20
圖 3-4-1 虛擬計算機操作介面	23
圖 3-4-2 自動出題(a)與手動出題(b).....	23
圖 3-4-3 題目顯示區	24
圖 3-4-4 自動出題模式(a)和手動出題模式(b)的按鍵區	25
圖 3-4-5 虛擬計算機簡易說明	25
圖 3-4-6 答案區	26
圖 3-4-7 答案的呈現	26
圖 3-4-8 探索規律的提示視窗	27
圖 3-4-9 第十項的提示視窗	28
圖 3-4-10 一般式提示視窗	28



第一章 緒論

雖然不允許我們看透自然界本質的秘密從而認識現象的真理，但我們仍然可以透過一定的觀察推理來解釋許多現象。

— Leonhard Euler

第一節 研究動機

英國數學家哈地（G. H. Hardy, 1877-1947）說過：「數學家就像畫家或詩人，是樣式的創造者，數學樣式就好比畫家的畫或詩人的詩，很美；而概念就像色彩或語言一樣和諧。不美的數學在世界上是找不到永久地位的。」法國數學家何密得（Charles Hermite, 1822-1901）也曾說過：「在一團亂糟糟的事物中，一條小小規律的察覺，宛如黑暗中摸索時的一線光明，常常引導我們到達新的數學天地。這份經過『柳暗花明又一村』帶來的喜悅，就是許多學者窮盡畢生之力，研究純粹科學的內在動機」（黃敏晃，2000），數學追求的目標是想在千變萬化的事物中找出一些規律，使我們能探討事物變化的一些模式，進而預測將來的變化，因此尋找規律、探求樣式可說是數學家畢生的目標，也是數學的本質（曹亮吉，2003）。數學能成爲一門研究抽象事物的科學，依靠的是邏輯而非單單只以觀察就作爲事實標準，觀察、模擬甚至實驗都必須是發現事實的方法（Mathematical Sciences Education Board, 1989, p.31）。樣式和一般化是數學教育中兩個重要的基本概念，樣式的探究是進入代數的重要過程，樣式的一般化有助於引導學生利用代數解決問題，而解決問題就是數學教育的重心（Melanie & Diane & John, 1998）。在九年一貫課程暫行綱要（2000）的「代數」中提到「代數的學習應從學生生活經驗中的數量關係出發探討，培養每位國民觀察數量關係的數學結構之能力」，可見樣式的覺察與一般化在數學教育裡的重要。

在民國八十二年的新數學課程標準與之後的九年一貫課程暫行綱要中都提到要教授計算機的使用，使用計算機來協助學生的數學學習。美國全國數學教師會（The National Council of Teachers of Mathematics：NCTM）的《學校數學的原則與標準》（Principles and Standards for School Mathematics）在2000年也提到「適當的使用科技教學工具，將其融入統整

於數學的學習、教學與評量之中」，其中的「科技教學工具」也包含計算機。也有不少研究也指出使用計算機能夠促進學生的數學成就、解題技能及增進數學概念的了解 (Suydam, 1987)，適當地使用計算機能有助學生學習基本數概念與技巧、提升解題能力及數學態度的改變 (Campbell & Stewart, 1993; Groves & Stacey, 1998; Hembree & Dessart, 1992; Huinker, 2002; Shuard, 1992)，可見計算機在數學教學上的應用有越來越重要的趨勢。多數的計算機具有自動記憶常數運算的功能，這樣的功能有助於學生觀察數字的變化，發現數字樣式的規律。因此運用計算機在樣式探索上最適合不過，只是傳統計算機沒有能夠引導學生將樣式一般化的功能。

不少研究指出使用數學教具有助於學生對數學的理解 (Driscoll, 1983; Greadbell, 1978; Raphael & Wahlstrom, 1989; Sowell, 1989; Suydam, 1985, 1986)，在數學課中使用教具輔助數學教學是被接受的 (Moyer, 2001)。然而隨著科技的進步，將電腦作為協助教師教學及學生學習的一種教學工具已是一種趨勢 (尹玫君, 1993)，數學教具也應有新的變革 (張漢宜, 2002)，懂得軟體技術的數學教師們可以利用電腦將傳統教具予以改造，創造出一種新形式的教學工具，稱之為虛擬教具 (Virtual Manipulatives)。美國國家科學基金會 (National Science Foundation, NSF) 與全國數學教師會 (NCTM) 正致力於虛擬教具的研究開發，我們在 NCTM 的網站中可以看到豐富的成果。儘管如此，研究者在網路上或文獻中找到的虛擬教具應用在數字樣式探索的部份，也大都只引導學生尋找到數字樣式的規律及策略方法 (Melanie, Diane & John, 1998)，很少有能夠進一步引導學生對數字樣式做一般化的虛擬教具。

基於以上的背景因素，研究者希望能夠開發設計一台虛擬計算機輔助學生進行數字樣式探索的學習，引導學生尋求數字樣式的一般式，並希望透過這個虛擬計算機讓學生學得更有趣。

第二節 研究目的

本數字樣式一般化教學研究的目的有三：

- 一、透過軟體(Flash MX 2004)設計，開發一台虛擬計算機提供國中數學教師教學使用及幫助學生進行數字樣式的探索及一般式的尋求的教學活動。
- 二、將此套虛擬計算機實際運用於國中生數學教學，作為軟體修訂的參考，以了解本工具使用於教學的可行性。
- 三、探討數字樣式一般化教學實施後，對學生學習數字樣式一般化的影響。

依據上述的研究目的，本研究採準實驗研究設計，實驗組的學生被實施虛擬計算機融入數學教學，控制組的學生則被施以對等的傳統教室教學。根據上述研究目的三，提出下列問題假設：

- 一、實驗組與控制組的學生在數字樣式探索測驗後測和前測的得分差距上沒有顯著差異。
- 二、實驗組與控制組的學生在數字樣式探索測驗延後測和前測的得分差距上沒有顯著差異。



第三節 名詞解釋

為了使研究更為具體明確，本節針對本研究涉及的重要名詞作說明：

一、數字樣式一般化

指整數規律的察覺活動，觀察數字變化情形找出規律，並將規律以數學符號表示，求得代數式的過程。

二、二階數列

一個數列的連續項的差剛好形成一個等差數列，稱此數列為二階數列。

第二章 文獻探討

本章旨在探討本研究相關之文獻，以做為本研究之理論基礎，並藉以建立本研究之研究架構。全章共分三節，第一節為數字樣式的論述，第二節為計算機在教學上的應用，第三節是虛擬教具與實體教具的探討。

第一節 數字樣式的論述

一、樣式的意義

從巴比倫時代人們學會用數字記帳，古埃及時代為了丈量尼羅河氾濫後的田界發展出幾何學，長久以來，數學一直被認為是研究「數」與「形」的學問。韋德與艾希頓（2004）認為自然界的現象都一再反覆出現，背後一定存在著某種規律，這些無所不在的規律便是「樣式」。「樣式」譯自英文 *pattern* 一詞，泛指通性、風格、式樣、圖案、花樣、典型、大要等等，曹亮吉（2003）將 *pattern* 譯為「胚騰」，意思是說任何一個看似突然或特別的現象，其實背後一定都有其發生的依據及規律。知名數學家史都華（1996）認為樣式標示了物件之間隱藏的規律關係，這些物件並不必然是圖畫式的，也可以是數字、抽象的關係、甚至是思維的方式。Sawyer (1955) 曾說：「數學是所有可能樣式的分類與研究」，簡而言之，數學就是樣式的科學（鄭毓信、李國偉，1999），理查·費曼（2001）說的更直接：「數學就是把樣式找出來。」

數學是為了解決日常生活中觀察到一些現象或問題歸納其規律而成的一門學問（黃敏晃，2000）。數學家從數字間、空間中、電腦裡甚至是從想像中尋找樣式，數學定理便是研究樣式與樣式之間的關係（洪明賢，2003）。因此，我們可以說只要是一再重複出現的事物就是樣式，而如何尋找出樣式，便是數學的主要工作。

二、樣式的類型

規律的特性在數學中涵蓋的層面很廣，從符號、顏色、圖形的排列、奇偶數、數列、級數等，乃至於符號、集合、函數對應等等，都是樣式的一環（曹亮吉，2003）。依據九年一貫課程暫行綱要數學能力指標所提到與國中數學教材較相關之規律型態有「形的規律」、「數列規律」和「形數規

律」(洪明賢, 2003):

1. 形的規律: 圖形具有重複、對稱、旋轉和屬性等結構。
2. 數列規律: 如 0 階、一階、二階和三階等結構。
3. 形數規律: 如三角形數、正方形數、長方形數和五邊形數等結構。

三、樣式的探索

「在一團亂糟糟的事物中, 一條小小規律的察覺, 宛如黑暗中摸索時的一線光明, 常引導我們到達新的數學天地。這份經過『柳暗花明又一村』帶來的喜悅, 就是許多學者窮盡畢生之力, 研究純粹科學的內在動機」(黃敏晃, 2000), 抽取變化中的不變性質, 數學定理於世被創造(謝哲仁, 2002)。也就是說, 數學必須是經由察覺生活周遭千變萬化的樣式規律, 將其公式化或一般化而產生。

人是尋求規律的動物, 數學裡有許許多多的規律可以讓學生去尋求(曹亮吉, 2003)。美國國家研究會議(National Research Council, 1989)指出數學乃尋找規律的學科。數學是使我們理解事物的方法, 它使我們認識規律、了解資料及做小心的推理(陳滿, 2003)。NCTM 在《學校數學的原則與標準》中表示全部學生應該瞭解樣式、關係和函數, 國內九年一貫課程暫行綱要數學能力指標也已經將樣式的教學活動已編入其中, 教師應該設計有價值的教學活動, 藉由數與形的觀察、統整與推理, 察覺出樣式與規律, 讓學生體驗具體到抽象的過程, 促使學生展現解決數學問題的思維能力。

樣式規律是數學的本質, 學會尋求數與形的規律及過程是學習數學的主要目的(曹亮吉, 2003)。那麼尋求樣式規律的過程應如何進行與了解呢? 研究者彙整過去數字樣式探索的相關文獻, 藉以獲得本研究之架構及軟體開發之參考。

(一) 尋求樣式規律的策略

Melanie, Diane & John (1998) 研究發現如果給予足夠的時間, 七至十一歲的學生也會產生自己的探索策略, 學生在面對等差和二階模式的數字樣式的策略如下:

1. 尋找數字間的差。
2. 判斷奇偶數。
3. 尋找倍數關係。
4. 尋找數字差的差。

5. 判斷數字差的奇偶數。
6. 合併某幾項去產生其他項。

(二) 樣式的探索過程

Bishop(2000)研究發現國中七、八年級的學生對於處理線型幾何數樣式的探索過程有四個步驟：

1. 依賴具體物表示：能夠用模型來表示具體樣式，但似乎無法察覺其中「數」的規律性。
2. 用比例表示：學生意識到數和位置有某種關係存在，傾向單純的用乘法倍數關係表達數列的規律。
3. 遞迴地找關係：學生將注意力放在相鄰幾項，來找出數列的規律。
4. 函數性的認知：學生能建立數列中各項的值與項數間的對應關係。

陳滿（2003）在國小五年級的學生面對樣式的探索過程中發現下列現象：

1. 學生在面對圖形樣式與數字樣式較常使用的推理模式均為尋找數字間的差及尋找倍數關係。
2. 學生在做圖形樣式的題目時，會將圖形直接換算成數列模式。
3. 學生會使用有限的資料來做歸納，而不會考慮是否所有的項次皆符合此一規律。

洪明賢（2003）在研究國中生在面對規律探索時有下列發現：

1. 國中生能夠自然察覺單因重複、單因對稱、單因旋轉、零階數列、等差數列的規律。
2. 學生察覺對稱規律的難度明顯高於重複及旋轉規律。
3. 對於形數規律，多數學生並非以圖形擴張放大的思維來觀察，而是以圖形點數的「數字規律」來觀察。
4. 國中生較不易察覺其結構的依序為：三階數列、面積形數與二維屬性規律。

(三) 樣式規律的表達

林政輝（2002）研究學生如何表達自己探索到的規律，歸納出學生在表達規律時有兩種類型：

1. 經驗論：學生會根據探索過程的經驗寫出計算式或舉例來表達自己的想法。

2. 敘述關鍵性質：學生能夠進一步歸納後，在以口語文字的敘述及用算式表示出關鍵性質。

李美蓮（2004）認為圖形表徵能夠提供學生體驗具體到抽象的思維歷程，有助於學生將數列關係一般化。當學生能適當地利用圖形表徵來表達自己的數學想法時，不但能做為與別人溝通的橋樑，同時也能增進對數學概念的理解，並在相關的數學概念之間做連結，讓數學學習有意義且深刻。

綜合分析以上相關文獻，學生在面對不管是數字樣式、圖形樣式或形數樣式都會以「數字規律」來觀察，透過數字樣式的觀察將有助於樣式的一般化，因此本研究將以數字樣式為主要探索內容；從文獻中也發現學生在面對數字樣式所使用的探索策略不外乎「加、減、乘、除」，此外，使用圖形表徵將可以使學習更深刻，因此在軟體開發設計上應提供學生能夠輕易探索的功能，並加強圖形表徵的部份；最後在學生規律表達的部份，研究初期應鼓勵學生根據經驗寫出計算式、舉例或畫圖，研究結束後則期望學生能夠進一步歸納，求得抽象思維的一般式。



第二節 計算機在教學上的應用

隨著科技的進步，許多科技產品已進駐到我們的生活，計算機是一種很普遍且廣泛地被大家使用的工具，許多國家已經將計算機融入數學教育中，國內九年一貫課程暫行綱要也強調計算器已被廣泛使用於生活之中，引導學生對計算器正向且有效的使用已日趨重要，因此應加強有關計算機使用的教學。

計算機是一項教學的輔助工具，它的主要功用是啓發學生思考過程及數學概念形成，並提供更豐富的解題活動（袁媛，2005）。過去有不少研究指出使用計算器能夠促進學生的數學成就、解題技能及增進數學概念的了解（Suydam, 1987），在小學階段適當地使用計算機不但不會降低學生的計算能力，反而可以幫助學生學習基本數概念與技巧、提升解題能力及數學態度的改變（Campbell & Stewart, 1993; Groves & Stacey, 1998; Hembree & Dessart, 1992; Huinker, 2002; Shuard, 1992）。

有學者認為使用計算機會忽略學童自我建構的機會，無法促進學童思考（楊德清，1999），但研究中發現在計算機的情境下的確有助於學童學習。顏杏宜（2003）研究發現國小學生在使用計算機的情境下學習對學生的心理層面和數學學習層面都有助益：

一、學生心理層面

- （一）降低心理壓力：可以減少紙筆計算時擔心計算錯誤產生的心理壓力。
- （二）提供即時回饋：運用計算機可達立即回饋的功能，學童能夠立即得知答案是否正確，進而修正答案。
- （三）增加自信心：因為計算機可以提供學生即時回饋，獲得立即的正確答案，因此可以增加學生的自信心。

二、數學學習層面

- （一）提高計算的效率：運用計算機，只要按幾個按鍵就能得到正確答案，可以加快計算的速度。
- （二）容易進行探索活動：學生可在計算機上不斷的嘗試，透過觀察，最後歸納出結果。
- （三）計算機的自動記憶常數運算功能和即時回饋的功能，可以讓學童進行數字樣式的探索。

袁媛（2005）也認為使用計算機有助於學生學習：

- 一、計算機可以節省學生完成複雜及冗長的計算時間，鼓勵無法完成計算程序的學生完成解題的活動，進一步地加強數學的學習與思考。
- 二、計算機做了低層次的計算工作，可以加速學習過程，讓學生有更多時間把學習的焦點放在概念的學習及了解上，得以有機會經驗數學的意義及價值。
- 三、適當地使用計算機學習數學不但不會損害計算能力的培養，反而因為計算機的使用使學生有機會接觸新的科技產品，了解計算機的優缺點，可提高其使用高科技產品的意願。

可見其關鍵應不在計算機本身，而是在於活動的設計。如能善用計算機立即回饋及自動記憶常數運算的功能，在數字規律的察覺活動上，計算機將會是一項輔助數學學習的有效工具。



第三節 虛擬教具和實體教具的探討

一、實體教具（Physical Manipulatives）的探討

（一）實體教具的意義

實體教具是可以被拿起、旋轉、重新排列，也可以被收集的真實物件（Perl, 1990）。實體教具有操作簡便的特性，長久以來一直是教師用來輔助教學的重要工具，這些實體工具允許教師和學生自由的放置、旋轉或視需要來重新排列，幫助學生藉由操作來了解抽象性的概念。有些時候實體教具還可以有效的提升學生的學習興趣，使得學生在學習過程更加專注。

（二）實體教具的分類

實體教具是實際的物件，看得到也觸摸得到，一般分為平面和立體兩類。如表 2-3-1。

表 2-3-1 實體教具的分類

項目	平面教具	立體教具
內容	圖卡、字卡、圖表等等。	用於數學課的有方瓦、古氏積木、花片、各種立體的模型、數版、釘版，大型的三角版、圓規等等。
功效	這一類的教具對低年級的學生特別有用，尤其是數學啓蒙階段，可以設計情境來幫助學生建構數與量等概念。	這一類的教具提供學生更多樣的操作性，不但可以排列，還可以旋轉、堆疊等，可以幫助學生學習更複雜的概念。
範例	教師可以用卡車的圖卡來呈現卡車的數量。	學生可以藉由堆疊立體的古氏積木探究發現長方體的體積和長、寬、高之間的關係。

（三）實體教具的教學研究

過去許多研究證實實體教具對教師教學是有正面幫助的。Parham（1983）曾經對 64 個學生的成就測驗做過小型的統計研究，發現使用教具學習的學生她們的成就測驗分數顯著高於沒有使用教具的學生。

Suydam 和 Higgins 在 1977 年重新對教具的使用與否再一次研究，判定適當的使用教具確實比不使用教具更可以提高學生在數學方面的學習成就。Moyer & Jones (2004) 研究發現孩童在自己使用教具時，多半是進行與實際學習無關的遊戲，換句話說，如果沒有教師的有效引導，教具通常會變成玩具；但是建議使用教具時只要指引學生方向，不要直接告訴學生該如何操作，應該允許學生試誤並鼓舞學生自己思考，而不應勉強學生倉卒作出抽象的陳述。Char (1989) 認為不同的學生需要不同的幫助，單一類型的教具無法適用於每一個小孩。因此除了教具本身的好壞之外，更需要教師的專業能力選擇教具與引導教學，才能提升教具的實質效益。

教具的使用對學生而言，有老師的專業引導可以達到相輔相成的效果，但是在學校的經驗，一般老師面臨的困境是：現有的教具資源太少、無法取得真正想用的教具，還有使用教具教學時所產生的班級秩序管理問題、教具收納問題等等，都有待克服。

二、虛擬教具 (Physical Manipulatives) 的探討

(一) 虛擬教具的意義

近年來電腦軟體技術日新月異，網際網路的普及，許多數學教師開始嘗試著使用新的科技來幫助數學教學，於是有虛擬教具的產生。虛擬教具可以看作是一套電腦軟體，可以用來呈現許多實體教具所能夠呈現或無法呈現的概念，藉以幫助學生建構數學的抽象概念的學習工具。虛擬教具是利用電腦技術產生的數位影像，看得到但無法實際觸摸，不過，實際運用時卻比可觸摸的實體教具來得更有彈性。

(二) 虛擬教具的分類

Moyer, Bolyard, & Spikell (2002) 將網際網路上的虛擬教具分為兩大類：一類是靜態的虛擬教具 (Static Visual Representations of Concrete Manipulatives)；另一類是動態的虛擬教具 (Dynamic Visual Representations of Concrete Manipulatives)，如表 2-3-2。

表 2-3-2 虛擬教具的分類

項目	靜態的虛擬教具	動態的虛擬教具
呈現方式	將傳統的圖像投射在投影布幕，或是繪製於黑板。	用軟體呈現，可以透過鍵盤、滑鼠，對它像對實體教具一般進行實作。
表徵	是藉由電腦軟體技術所繪製出來的虛擬影像。學生無法對靜態的虛擬影像進行操作，因此 Moyer 認為靜態的虛擬圖像並非真正的虛擬教具。	是一個可以被移動、翻轉、旋轉等操作的虛擬物件，甚至於實體教具無法複製、放大、縮小等限制，虛擬教具都可以辦到。
範例	教師以 PowerPoint 顯示卡車的圖卡來呈現命題。	教師利用電腦軟體製作積木軟體，讓學生可以藉由拖曳積木探究發現長方體的體積和長、寬、高之間的關係。

(三) 虛擬教具的教學研究

Izydorczak (2003) 整理出虛擬教具的八大優點：

1. 虛擬教具可以監控學習活動。
2. 虛擬教具比實體教具更有擴張性。
3. 虛擬教具能呈現出比實體教具更細微的概念。
4. 虛擬教具比實體教具更易於操作。
5. 虛擬教具比實體教具更適合用於大團體的教學。
6. 有些虛擬教具透過輔助說明的連結，可以更清楚的表徵數學符號和程序。
7. 購買實體教具往往有經費的限制，而虛擬教具可以解決經費不足的問題。
8. 虛擬教具比傳統的實體教具所產生的班級管理問題較少。

虛擬教具雖然有眾多的優點，但到目前為止，教室中使用虛擬教具的教學研究仍十分有限，一個可能的原因是教師欠缺使用虛擬教具從事數學教學的知能 (Reimer & Moyer, 2005)。最近 Moyer, Niezgodna & Stanley (2005) 以兩個行動研究探討使用虛擬教具學習數學的效果。這

兩篇研究報告的出現，為使用虛擬教具學習數學提供了一些實證研究結果。如表 2-3-3。

表 2-3-3 行動研究探討使用虛擬教具學習數學的效果

研究者	研究主題	研究對象	研究結果
Moyer, Niezgoda & Stanley (2005)	探討幼稚園兒童的類型製造活動	18位上全日班的幼稚園兒童	顯示使用虛擬教具時，兒童能表現出較多的創作類型，每個類型所使用的積木數也較多，因此全部使用的積木數也較多。研究觀察者也注意到使用虛擬教具時兒童創作出的類型較多元且有變化，肯定使用虛擬教具確能提供兒童創作類型的學習機會。
Moyer, Niezgoda & Stanley (2005)	探討二年級兒童使用虛擬十進位積木的成效。	19位國小二年級兒童	發現兒童確實能透過虛擬教具的視覺印象掌握十位數及個位數的位值概念，兒童在使用虛擬教具後的解題策略也趨向一致。

在這兩個行動研究中，兩位老師都在使用虛擬教具前，先使用實體教具進行教學概念，虛擬教具在教學過程中扮演表徵抽象概念的三種表徵（具體物、圖形及符號）的橋樑，尤其在這兩個研究中發現對以學習英語為第二外語的兒童而言，虛擬教具提供其表達概念了解及學習的機會。

綜觀而言，國外相當重視虛擬教具的開發，有大學、教師協會等大型學術單位全力發展以及專業的設計人員（包含教師），因此架構完整，內容豐富，支援的課程涵蓋幼稚園到 12 年級，而且每一個虛擬教具都提供說明文件及教學指導，數學教師相當容易學習並且實際運用於教學。反觀國內對虛擬教具的研究還是以單打獨鬥者（在職教師）為主，缺少系統性的開發計畫，課程內容以國高中階段居多，而且大都偏重在以 GSP（The Geometer's Sketchpad）為主的幾何數學，對於國民中小學基礎教育的關注程度遠遠落後於國外。希望未來國內也能有大型的學術機構投入研發，相信對國內的數學教育會有實質的幫助。

綜合以上文獻，樣式的探索有助於學生從具體思維到抽象思維，進而學習更高深的數學，計算機的特殊功能可以有效輔助樣式的探索，但要在教學上用的更深、更廣則還需要教學活動的配合，且若真的要在教室操作計算機，費用將會是一個問題，因此本研究將以文獻分析結果做為開發設計虛擬計算機之依據，設計相關教學活動，以建立本研究之研究架構。



第三章 研究設計與方法

根據本研究之研究目的，研究者設計一教學實驗。本章針對相關實驗之研究設計與方法進行探討，全章共分為五節，第一節主要探討研究設計與實驗流程，第二節介紹研究樣本與教學教師，第三節為研究之相關工具之發展，第四節為虛擬計算機軟體之開發與說明，最後第五節為資料分析。

第一節 研究設計

本研究目的之一是探討虛擬計算機運用於教學國中生數字樣式一般化教學的學習成效。由於無法隨機選取受試者，因此本研究採取不等組前後測準實驗設計，如表 3-1-1。

表 3-1-1 不等組前後測準實驗設計

自變項	前測	實驗處置	後測	延後測
實驗組	T1	X	T2 T3	T2
控制組	T1		T2	T2

註：T1、T2 為數字樣式探索測驗，T3 為課程意見表。

實驗組與控制組學生均接受前測（數字樣式探索測驗），兩組學生在前測後，分別實施以數字樣式一般化為學習內容的虛擬計算機融入數學教學與對等的傳統教室教學。教學結束後，實驗組與控制組的學生再進行後測，前後測的測驗內容相當，相關係數達.98，實驗組的學生需加填一份課程意見表以了解實驗組學生對於虛擬計算機融入數學教學課程之心得與意見，控制組學生則不需填寫此意見表。實驗結束兩週後進行延後測，延後測與後測使用相同的試卷。施測完畢之後，分別以後測得分和延後測得分減去前測得分所得的差異分數做為檢定變數，以 T 檢定考驗分析兩組後測成績與延後測成績是否有顯著差異；另外研究者從教學過程中觀察學生課堂反應和教學後的課程意見表回答意見做為質性的研究分析，藉以更深入了解虛擬計算機融入數字樣式一般化教學之後對於學生學習的影響。詳細流程如圖 3-1-1:

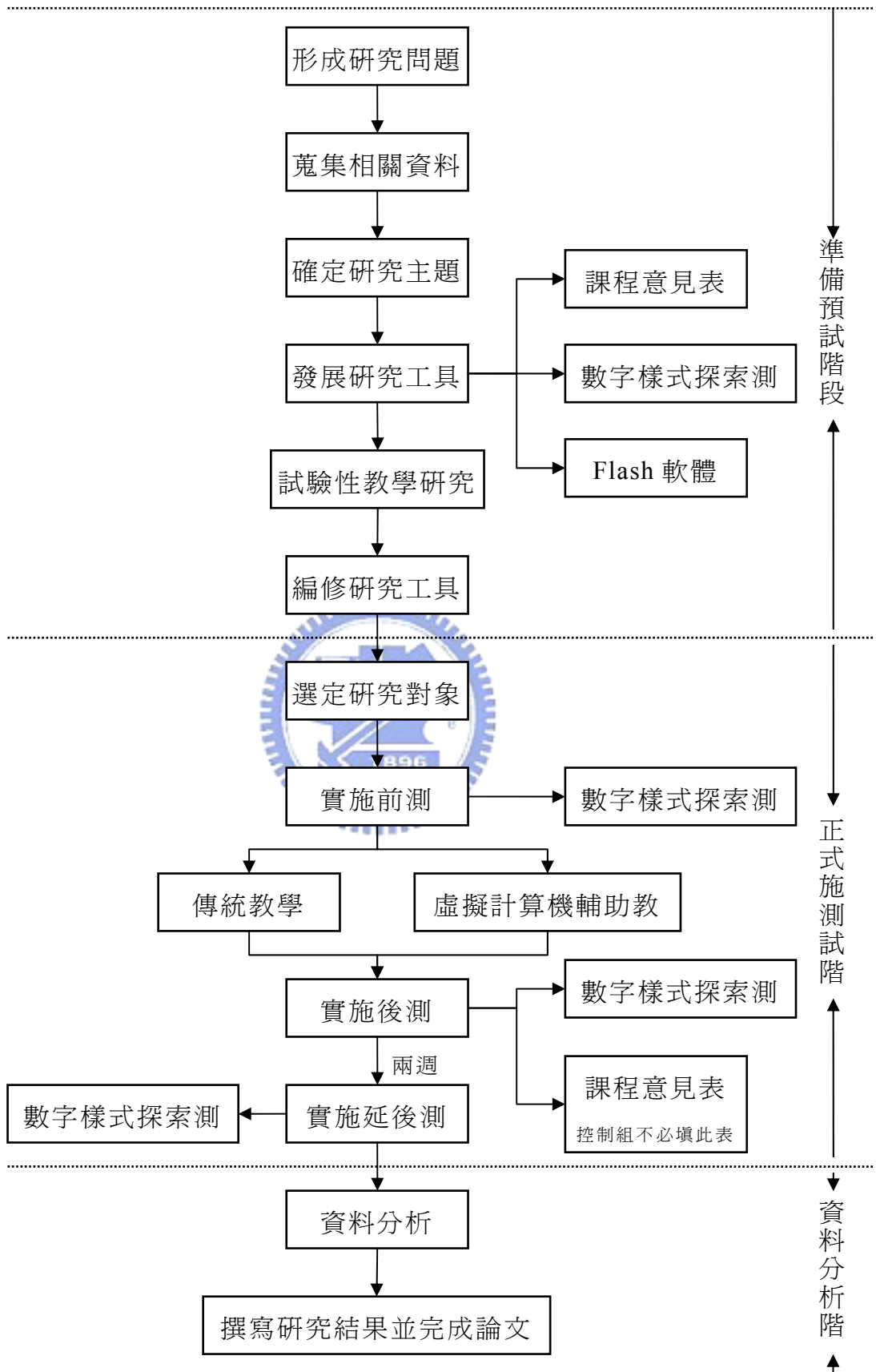


圖 3-1-1 研究流程圖

第二節 研究對象

本研究原本希望以國中八年級學生為研究對象，但因實驗學校八年級各班數學教師有教學進度的壓力，以及學生的課業壓力，因此本研究改以國中七年級的學生為研究對象，經研究者與數學教師討論，以及考量實驗學校的電腦教室借用情況，僅能選取台北市某市立國民中學兩班七年級學生為實驗研究對象。這兩班七年級為研究者為本研究教學實驗而借用，研究者並非這兩班七年級學生原來的數學教師，學生對研究者亦不熟識。該校採常態男女合班的模式教學，研究者隨機選取一班為實驗組（35人），另一班為控制組（30人）。在實驗期間，實驗組有兩位同學請假，控制組有兩位同學轉學，兩位同學請假。考量學生接受實驗的完整性，故最後各組資料分析人數資料分析如表 3-2-1。

表 3-2-1 研究樣本人數統計表

組別	人數（男生，女生）	有效樣本（男生，女生）
實驗組	35（18，17）	33（17，16）
控制組	30（17，13）	26（16，10）
合計	65（35，30）	59（33，26）

擔任本實驗研究教學的教師為研究者本人，具有 13 年的數學科教學經驗，對於電腦輔助教學有較深入的研究與興趣，本研究所使用之「虛擬計算機」即是由研究者本人所自行開發與設計的。實驗組與控制組都是同一位教師進行教學活動，學生於電腦自行操作前均接受教學教師指引，按部就班的熟悉虛擬計算機的操作方式。

第三節 研究工具

一、數字樣式探索測驗（見附件三、附件四）

（一）測驗目的

本測驗希望了解學生在數字樣式一般化教學實施之後的學習成效，測驗時間45分鐘。

（二）題目內容

本研究之目的在利用虛擬教具引導學生對數字樣式進行一般化。在題目設計部分，根據文獻，常用「數字樣式」有以下模式：

1. 自然數列
2. 單調數列
3. 奇數數列
4. 等差數列
5. 等比數列
6. 遞加數列
7. 遞乘數列
8. 二因數列（分數）
9. 二階數列（加法）
10. 二階數列（乘法）
11. 平方數
12. 三階數列



考量數字樣式一般化的模式是否是國中學生能夠寫出一般式的數列模式，選擇「等差數列」、「等比數列」和「二階數列」三種模式的數字樣式作為題目內容，每種模式又分為兩種類別，共六種類別，每種類別設計三題，共 18 題（如表 3-3-1）。正式的「數字樣式探索測驗」共有六題，每題四分，總分為 24 分。

表 3-3-1 數字樣式類別及題目

類別	題號	題目	第 n 項
等差數列 (正公差)	1	3, 5, 7, 9, 11, ?	$a_1 + (n-1)d$
	2	2, 5, 8, 11, 14, ?	
	3	5, 9, 13, 17, 21, ?	
等差數列 (負公差)	4	3, 1, -1, -3, -5, ?	$a_1 + (n-1)d$
	5	15, 11, 7, 3, -1, ?	
	6	13, 10, 7, 4, 1, ?	
等比數列 (正公比)	7	1, 2, 4, 8, 16, ?	$a_1 \times r^{(n-1)}$
	8	-3, -9, -27, -81, -243, ?	
	9	2, 6, 18, 54, 162, ?	
等比數列 (負公比)	10	2, -4, 8, -16, 32, ?	$a_1 \times r^{(n-1)}$
	11	5, -5, 5, -5, 5, ?	
	12	3, -6, 12, -24, 48, ?	
二階數列	13	1, 4, 17, 40, 73, ?	$a(n-1)^2 + b(n-1) + c$
	14	2, 5, 18, 41, 74, ?	
	15	3, 5, 9, 15, 23, ?	
多邊形數	16	1, 3, 6, 10, 15, ?	$a(n-1)^2 + b(n-1) + c$
	17	1, 4, 9, 16, 25, ?	$a(n-1)^2 + b(n-1) + c$
	18	1, 5, 12, 22, 35, ?	$a(n-1)^2 + b(n-1) + c$

(三) 測驗題本

每個測驗題目含有問答題為主的四個問題，要求學生說明答案的理由或想法，以利於質性的研究分析。題幹部份會出現五個數字和一個問號，接著學生會被問到四個問題：

問題一、你認為『?』應該是什麼數字嗎？請說明你的想法。

問題二、你有發現到數字的規律嗎？請說明你的發現。

問題三、你認為第20個數字應該是多少？請解釋你的理由。

問題四、你認為第n個數字應該怎麼表示？請解釋你的理由。

題本版面設計參考文獻（Melanie, Diane & John, 1998），以「圖說文字框」和「圖說泡泡框」呈現，鼓勵學生盡量寫出自己的想法。如圖 3-3-1。

下面是一組有規律的數字，請你仔細觀察並回答下列問題。

3, 5, 7, 9, 11, ?

問題一、你認為『?』應該是什麼數字嗎？請說明你的想法。

問題二、你有發現到數字的規律嗎？請說明你的發現。

問題三、你認為第 20 個數字應該是多少？請解釋你的理由。

問題四、你認為第 n 個數字應該怎麼表示？請解釋你的理由。

圖 3-3-1 測驗題本版面

學生作答符合下列情況即算正確：

問題一、你認為『?』應該是什麼數字嗎？請說明你的想法。

得分指標：能正確推算出『?』的答案。

想法可用文字敘述、算式或圖示的方式呈現。

問題二、你有發現到數字的規律嗎？請說明你的發現。

得分指標：能以文字敘述、算式或圖示的方式正確將發現呈現出來。

問題三、你認為第 20 個數字應該是多少？請解釋你的理由。

得分指標：能正確推算出第 20 個數字的答案（不一定要化到最簡）。

問題四、你認為第 n 個數字應該怎麼表示？請解釋你的理由。

得分指標：能夠正確寫出第 n 個數字的一般式（不一定要化簡）。

（四）預試

2006年5月12日進行預試以便完成前後測題本。

1. 實施對象

考量測驗時間較長，施測對象選取實驗學校八年級趣味數學研究社的學生，該社團學生共32人。

2. 預試題目

每種類型的題目測驗各設計三題，六種類型共18題。

3. 預試時間

因為測驗為問答題，希望能給學生足夠的時間作答，因此預試時的測驗時間給予110分鐘。所有參與預試的學生均能在時間內完成。

4. 測驗結果

試卷收回後，將學生的回答逐一審查，學生作答結果「正確」得1分，「錯誤或空白」得0分。

本測驗共有六種類別，每種類別各三題，依據四個問題的答題情況，在每一種類別的三道題目中，選取學生回答正確及回答錯誤次數接近的兩道題目，如題號4、5、6的三題中，第4題和第5題的四個問題的答對次數均相同；題號16、17、18的三題中，第17題的四個問題的答對次數均高於第16題和第18題，第16題和第18題四個問題的答對次數比較接近，因此刪掉第17題。

將不要的試題刪掉後，每種類別的題目各剩下兩題，分別為題號1、3、4、5、7、8、10、12、13、14、16、18的十二題，依不同類別分成「前測試題」和「後測試題」兩份試卷，每份試卷各六題。兩份試題的相關係數達.98。

（五）正式測驗信度

最後正式測驗題本共兩份，每份六個題目。在後測施測之後分析試題的信度，得到整份題本的 α 信度值為.8613。

二、課程意見表（見附件六）

爲了了解實驗組的學生在數字樣式一般化教學實施之後對於使用虛擬計算機融入教學的意見，研究者設計一份「課程意見表」，意見表的題目分爲兩個部份，第一個部份爲學生基本資料，第二個部份爲相關問題，有四題開放性問題：

1. 你覺得教師使用這個數學軟體對你學習『數字樣式』這個主題有幫助嗎？請說明。
2. 你覺得操作這個數學軟體對你學習『數字樣式』這個主題有幫助嗎？請說明。
3. 你覺得這個軟體設計還有哪些可以改善的地方？
（操作說明、版面、內容、互動等方面）
4. 你會希望教師以後再使用類似的軟體輔助教學嗎？請說明。

本問卷施測時間爲25分鐘，學生在此開放性問題的作答回應將做爲質性研究分析的資料。

三、試驗性教學（見附件一）

1. 實施目的

爲了了解研究者設計之教學設計與自行開發設計的虛擬計算機是否需要修訂，另外選擇一班學生進行試驗性教學。

2. 實施對象

本研究爲虛擬計算機輔助教學，教學中必須用到電腦教室，爲配合電腦教室的使用時間和研究者的時間，無法找到另外一班七年級進行試驗性教學，只能以研究者自己任教的八年級學生爲對象進行教學，全班共有31人。

3. 教學時間

2006年5月15、16日進行兩節課的計算機輔助教學。第一節在教室由研究者使用虛擬計算機輔助教學，第二節到電腦教室由學生自行操作虛擬計算機。

4. 教學結果

發現教學活動流程太過緊湊，造成學生無法自己思考、消化吸收，因此減少研究者上課講述例題，由三種模式各兩題例題減少爲三種模式各一題例題，將減少的題目增加到學生自行操作練習的例題，控制組的活動也是一樣，將教師演示減少的題目增加到學生自行練習的例題。

第四節 虛擬計算機軟體開發

一、虛擬計算機軟體開發目的

爲了提供探索數字樣式一般化教學使用，引導學生尋找數字樣式的一般式，研究者以Flash MX 2004爲開發工具，自行設計了一套虛擬計算機軟體，以供數學教師在資訊科技融入教學及設計相關數學電子教材時可以參考使用。

二、虛擬計算機軟體介面與使用說明

研究者所開發設計的虛擬計算機功能與說明如下。

(一) 軟體介面與設計理念

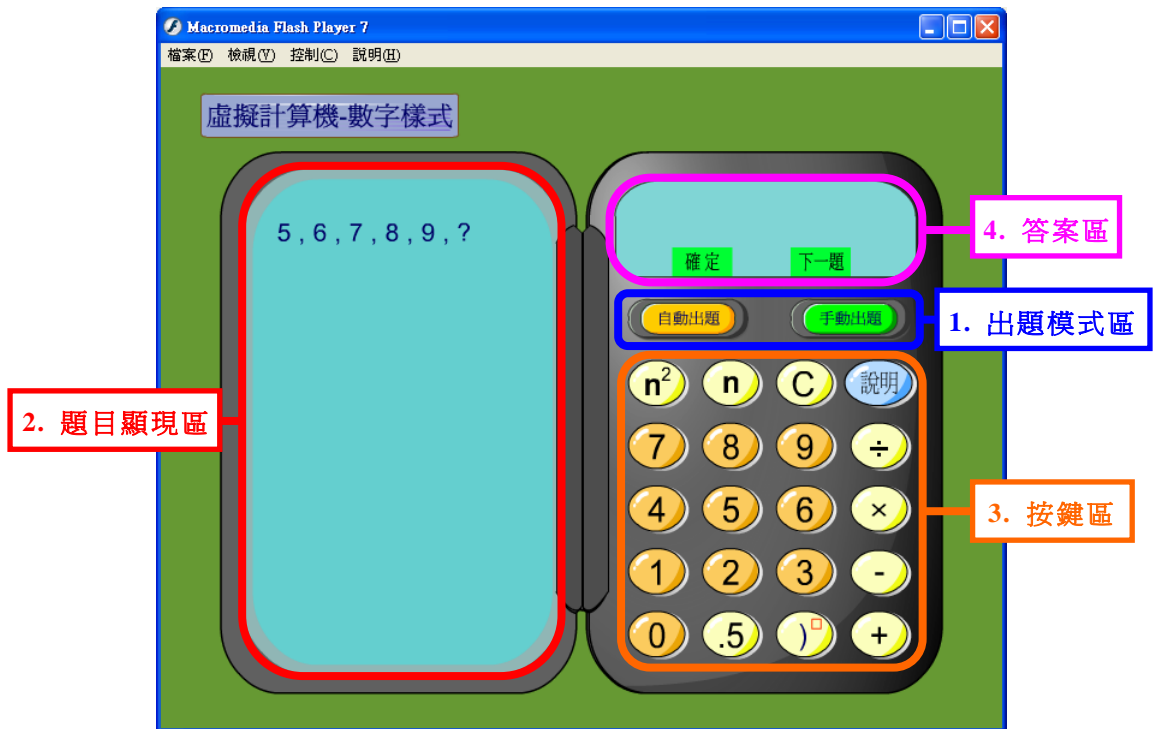


圖 3-4-1 虛擬計算機操作介面

本虛擬計算機共分爲四區：

1. 出題模式區

爲了使虛擬計算機在教學上能夠更彈性被運用，研究者設計出「自動出題」和「手動出題」兩種模式（如圖3-4-2）：



(a)

(b)

圖 3-4-2 自動出題(a)與手動出題(b)

- (1) 「自動出題」模式：軟體會隨機選取研究者事先設計好的數字樣式，並依模式隨機出題，每次出題時，樣式都會再重新選取。此模式適合教師課堂教學和學生自己學習使用。
- (2) 「手動出題」模式：本模式修改自傳統計算機的「自動記憶常數運算功能」。軟體不會主動出題而是由使用者自行出題，使用者必須先選擇好題目的數字樣式，再輸入題目的部份數字，接下來就由軟體根據使用者選擇的樣式依序出現數字。此模式因為要選擇樣式，因此必須配合鍵盤使用，適合教師課堂上教學使用。

2. 題目顯現區

本虛擬計算機在「自動出題」模式下是以逐步出題的方式引導學生思考，進而探索數字樣式的一般式，如圖3-4-3所示。

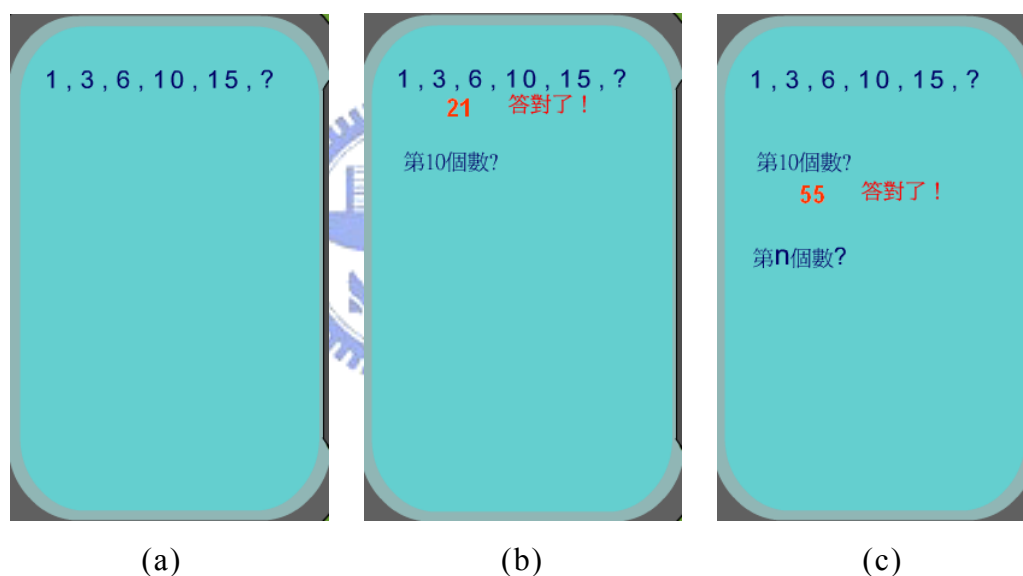


圖 3-4-3 題目顯示區

- (1) 第一步希望學生能先經過觀察，尋找數字樣式的規律並輸入下一項。如圖3-4-3(a)。
- (2) 為引導學生逐步進入抽象思維，當學生能夠正確輸入下一項時，希望學生能夠思考要如何跳到第十項。如圖3-4-3(b)。
- (3) 當學生能夠正確寫出第十項，接著馬上讓學生依經驗思索如何跳到第 n 項，進而得到數字樣式的一般式。如圖3-4-3(c)。

3. 按鍵區

本區有數字鍵、運算符號鍵、說明鍵和其他按鍵。為了使本虛擬計算機在不同的模式下都能夠使用，部分按鍵依需求做了調整，如圖3-4-4所示。

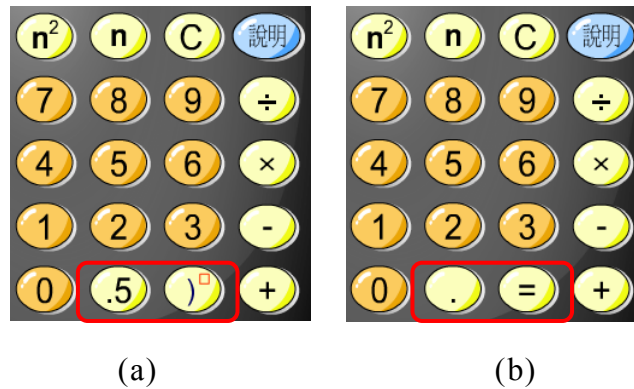


圖 3-4-4 自動出題模式(a)和手動出題模式(b)的按鍵區

- (1) 數字鍵：數字「0」到「9」的按鍵。
- (2) 運算符號鍵：即「+」、「-」、「×」、「÷」按鍵，在不能輸入運算符號時按這些按鍵軟體不會做任何反應。
- (3) 說明鍵：按下「說明」，會出現簡易說明。如圖3-4-5。

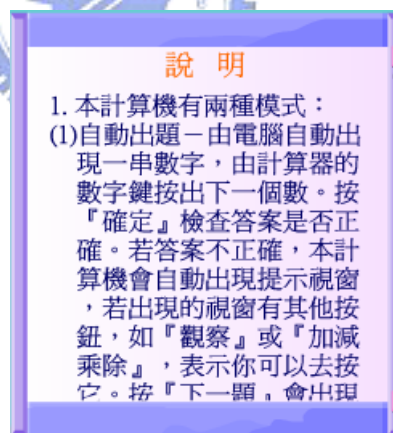


圖 3-4-5 虛擬計算機簡易說明

- (4) 其他按鍵：自動出題模式主要目的是引導學生尋找出數字樣式的一般式，因此在答案輸入的部份就會需要「n」、「n²」和「()[□]」的按鍵。另外，由於此模式是軟體出題，最後的一般式的係數有可能會出現分數，不過只有分母為2的分數（因為等差級數的關係），因此直接將「.」改為「.5」，而「=」在此模式並不會用到。在手動出題模式下，必須按「=」來讓軟體出現下一個數字，「n」、「n²」、「()[□]」和「.5」則不會被用到。

4. 答案區

本區又分為「答案顯現區」、「確定」和「下一題」。如圖3-4-6。

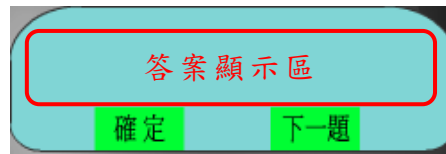


圖 3-4-6 答案區

(1)「答案顯現區」：為學生輸入答案呈現的地方，必須能夠配合呈現學生輸入的數字或代數式。如圖3-4-7。

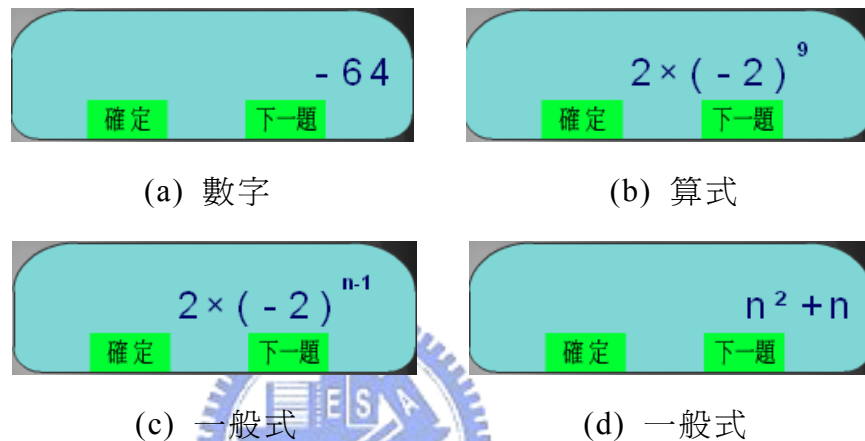


圖 3-4-7 答案的呈現

(2)「確定」：檢查輸入的答案是否正確。

(3)「下一題」：軟體自動出下一題。

(二) 使用說明

本虛擬計算機設定有六種數字樣式：

- (1) 等差數列
- (2) 等比數列
- (3) 二階數列
- (4) 多邊形數
- (5) 費氏數列
- (6) 質數

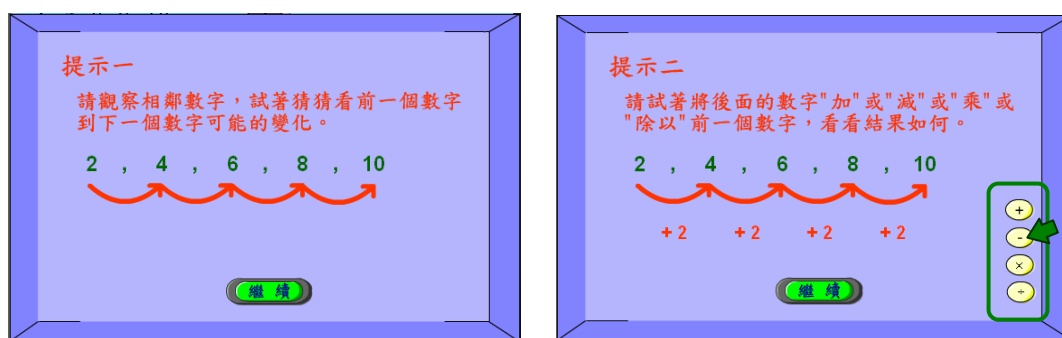
本研究以等差數列、等比數列和二階數列等數字樣式為研究教學內容，故說明以這三種數字樣式為例。

1. 自動出題模式

(1) 軟體開啓後，虛擬計算機會自動出題（如圖3-4-3(a)），此時需要由數字鍵輸入答案，然後按「確定」。

(2) 若輸入為正確答案，虛擬計算機會出現「答對了！」表示正確，並出現「第10個數？」，如圖3-4-3(b)所示。若輸入的答案不正確，則虛擬計算機會立刻出現「提示視窗」（如圖3-4-8）。

- ① 第一次錯誤會出現提示一。提示一是以簡單的動畫和文字提醒學生觀察相鄰數字之間的變化。了解後按「繼續」再次回答。如圖3-4-8(a)。



(a) 提示一

(b) 提示二



(c) 提示三

圖 3-4-8 探索規律的提示視窗

- ② 第二次的答案輸入如果還是不正確，則虛擬計算機會出現「提示二」的提示視窗。提示二是進一步讓學生知道觀察數字樣式時可以利用加、減、乘、除等運算來觀察相鄰數字之間的關係，因此在視窗中比提示一的視窗多了加、減、乘、除的四個按鍵，方便學生觀察使用。如圖3-4-8(b)。

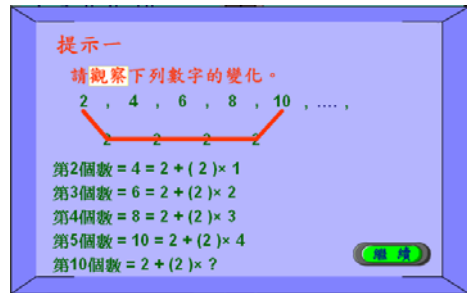
- ③ 若第三次還是錯誤，則虛擬計算機在提示三就會直接給予正確答案，但還是希望學生能夠思考一下數字樣式的規律，因此加、減、乘、除的四個按鍵還是會在提示三的視窗出現。如圖3-4-8(c)。

(3) 接著第十項若輸入為正確答案，虛擬計算機會出現「答對了！」表示正確，並出現「第n個數？」，如圖3-4-3(c)所示。若輸入的

答案不正確，則虛擬計算機會立刻出現「提示視窗」（如圖 3-4-9(a)）。按下視窗提示文字中的「觀察」，則會出現提示動畫引導學生觀察項數與數字的關係，如圖 3-4-9(b)(c)(d)。



(a) 按下「觀察」



(b) 等差數列

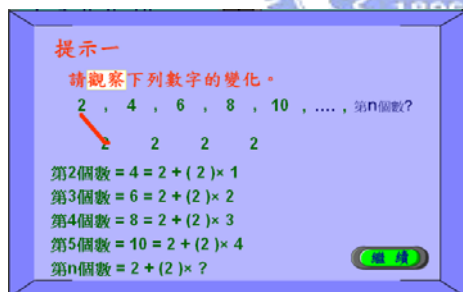


(c) 等比數列



(d) 二階數列

圖 3-4-9 第十項的提示視窗



(a) 等差數列



(b) 等比數列



(c) 二階數列提示一



(d) 二階數列提示二

圖 3-4-10 一般式提示視窗

(4) 接著第n項的一般式，若輸入為正確答案，虛擬計算機會出現「答對了！」表示正確，完成該數字樣式一般式的探索。若輸入的答案不正確，則虛擬計算機會立刻出現「提示視窗」（如圖3-4-10）。按下視窗提示文字中的「觀察」，則會出現提示動畫引導學生觀察項數與數字的關係，如圖3-4-10(a)(b)(c)(d)。

2. 手動出題模式

(1) 進入手動模式後（如圖3-4-2(b)），使用者必須從鍵盤上選擇數字樣式，鍵盤上的數字鍵「1」到「5」分別代表不同的數字樣式。如表3-4-1。

表 3-4-1 鍵盤的數字鍵與數字樣式對照表及數字產生之輸入

數字鍵	數字樣式	數字產生之輸入
「1」	等差數列	「首項」→「+」或「-」→「公差」→「=」
「2」	等比數列	「首項」→「x」→「公比」→「=」
「3」	二階數列	「首項」→「+」→「前兩數的差」→「=」
「4」	費氏數列	「首項」→「+」→「前兩數的差」→「=」
「5」	質數	「=」

(2) 選定數字樣式之後，依該樣式所需要輸入的初始值輸入，接著只要按虛擬計算機上的「=」鍵，就會有數字產生。

3. 說明

虛擬計算機操作中按「說明」，可以得到簡易說明。如圖3-4-5。

本虛擬計算機為本研究之教學實驗輔助工具，研究者已將教學活動之例題及學習單的練習題事先做好設定以為方便教學活動進行，使用者在自動出題模式下可以按鍵盤上的「A」到「I」得到特定的題目。如表3-4-2。

表 3-4-2 鍵盤的字母鍵與例題對照表

字母鍵	例題	字母鍵	例題
A	例題1	F	類題3
B	類題1	G	學習單1
C	例題2	H	學習單2
D	類題2	I	學習單3
E	例題3		

第五節 資料分析

在量的分析方面，待收集到前測、後測與延後測的測驗分數之後，本研究使用軟體SPSS for Windows 10進行統計結果的分析，將統計的 α 值(顯著水準)設定為.05。根據本研究之問題假設，設計下列相對應的研究分析方法：

- 一、實驗組與控制組的學生在數字樣式探索測驗後測和前測的得分差距上沒有顯著差異。此問題假設要考驗兩組學生在前後測得分差距上的差異，因此使用直接差異分數檢定法，以後測得分減掉前測得分所得的分數差距來進行獨立樣本 T 檢定考驗。
- 二、實驗組與控制組的學生在數字樣式探索測驗延後測和前測的得分差距上沒有顯著差異。此問題假設要考驗兩組學生在兩週後得分差距上的差異，因此使用直接差異分數檢定法，以延後測得分減掉前測得分所得的分數差距來進行獨立樣本 T 檢定考驗。

在質性的研究分析方面，除了前測、後測與延後測的測驗外，輔以課程意見表和研究者在教學時的教室觀察等資料加以分析，藉此了解學生對於將虛擬計算機融入數學科教學與學習的看法為何。

第四章 結果與討論

本章主要在分析討論數字樣式一般化教學實施後對於學生學習的影響。本章共分三節，第一節主要在探討數字樣式一般化教學實施後對學生學習數字樣式一般化的影響，第二節主要從研究者教學時的教室觀察、學生測驗題本和課程意見表分析虛擬計算機對學生學習歷程的影響，最後的部份為研究者本身在研究之後的反省所獲得的成長。

第一節 教學實施後對學生學習數字樣式一般化的影響

本研究在教學實施前，依前測得分結果，以 Levene 檢定兩組變異數的同質性，分析結果，兩組學生平均數各為 13.00（實驗組）與 12.77（控制組），變異數同質性檢定未達顯著差異（ $F=.163$ ， $p=.688>.05$ ），表示兩組在研究之前是具有同質性的。

以下依據本研究欲分析比較的問題逐題分析與討論研究結果。

一、研究假設：實驗組與控制組的學生在數字樣式探索測驗後測和前測的得分差距沒有顯著差異。

本研究假設使用直接差異分數檢定法，以後測得分減去前測得分所得的差異分數做為檢定變數，以獨立樣本 T 檢定考驗不同組別在數字樣式探索測驗後測得分是否有顯著差異。如表 4-1-1 和表 4-1-2 所示。

表 4-1-1 實驗組與控制組前後測分數統計量

組別	個數	前測平均	前測標準差	後測平均	後測標準差
實驗組	33	13.00	2.95	15.94	4.66
控制組	26	12.77	3.08	14.69	5.21

表 4-1-2 實驗組與控制組前後測差異分數 T 檢定摘要表

	平均數	標準差	t 值	p 值
實驗組（後測-前測）	2.94	4.55	.926	.358
控制組（後測-前測）	1.92	3.65		

兩組學生前測和後測得分的差異分數平均各為 2.94 和 1.92，實驗組學生在差異分數平均上高於控制組，此一獨立樣本檢定的 t 值為 .926，顯著

性為.358，並未達顯著差異，顯示兩組學生在教學模組之後馬上進行後測的進步程度是沒有顯著差異的，也就是說使用虛擬計算機輔助教學與傳統教學可以達到同樣的效果。

二、研究假設：實驗組與控制組的學生在數字樣式探索測驗延後測和前測的得分差距沒有顯著差異。

本研究假設使用直接差異分數檢定法，以延後測得分減去前測得分所得的差異分數做為檢定變數，以獨立樣本 T 檢定考驗不同組別在數字樣式探索測驗延後測得分是否有顯著差異。如表 4-1-3 和表 4-1-4 所示。

表 4-1-3 實驗組與控制組前測、延後測統計量

組別	個數	前測平均	前測標準差	延後測平均	延後測標準差
實驗組	33	13.00	2.95	15.24	4.91
控制組	26	12.77	3.08	11.92	6.23

表 4-1-4 實驗組與控制組前測、延後測差異分數檢定摘要表

	平均數	標準差	t 值	p 值
實驗組（延後測-前測）	2.24	4.68	2.391	.02
控制組（延後測-前測）	-.85	5.22		

兩組學生前測和延後測得分的差異分數平均數各為 2.24 和-.85，實驗組學生在差異分數平均上高於控制組，此一獨立樣本檢定的 t 值為 2.391，顯著性為.02 (<.05)，達顯著差異，表示使用虛擬計算機輔助教學可以有較好的延宕效果，也就是說使用虛擬計算機輔助教學比傳統教學更可以讓學生的學習記得更久。

本節主要在考驗兩組學生在「數字樣式一般化課程」教學模組實施後，對學生學習數字樣式一般化的影響，經研究發現，學生在虛擬計算機輔助教學和傳統教學兩種教學之後表現出相似的效果，顯示使用研究者自行開發設計的虛擬計算機可以達到和傳統教學一樣的進步效果，且在兩週之後，實驗組的學生的表現明顯比控制組要好，表示使用虛擬計算機輔助教學可以加深學生印象，使學生有較好的延宕效果。

第二節 學生學習歷程與意見分析

學習應以學生為主體，學生學習歷程的反應和學習意見應該受到重視，因此本節研究者將透過研究過程中觀察及整理學生的課程意見表分析探討使用虛擬計算機輔助教學對學生學習產生的影響。在教學研究實施前，研究者與兩班導師交談藉以了解實驗組和控制組的學生對數學學習的態度，作為往後教室觀察及分析的依據。為使研究方便記錄與描述，並保護個人隱私，學生姓名均以化名呈現。

一、虛擬計算機輔助教學對學生數學學習態度的影響

(一) 虛擬計算機帶給學生持續的新奇感

教學前，研究者調查知道實驗組有三分之一的學生在小學曾經上過資訊融入教學的課程，小學教師大多以PowerPoint輔助教學，對於使用Flash軟體設計的電子教材都是第一次，因此當研究者開啓虛擬計算機進行教學時，研究者觀察發現學生已經出現期待的眼神；在教學中，每當研究者操作一個步驟，都會觀察到學生流露出驚訝和新奇的表情，有一股想要自己動手試試看的衝動。在教學課程結束後的課程意見表中，學生提到：

小 慧：有許多是原本計算機中沒有的…

小 瑩：找出規率的速度比較快，好玩又能學習。（「率」為小瑩寫的錯別字）

小 瑜：這樣的話，可以練習很多題目

第二節課，研究者將實驗組帶到電腦教室讓學生自己動手操作，學生都迫不及待的想自己動手操作。剛開始會先模仿教師的操作流程，接著會嘗試用自己不同的想法練習解題，並不時提出問題：

小 源：老師，怎麼讓老師出的題目出來啊？

研究者：按鍵盤上的『B』鍵就會出現類題一了。

.....

小 芳：老師，我的動畫怎麼不會出來啊？

研究者：你有沒有按題是面板的「觀察」啊？

小 芳：啊！出來了。

.....

相較於控制組，開始實施教學時，學生對於不同的數學教師上不一樣的單元感到非常好奇，這股好奇的動力讓學生在開始時非常認真學

習，研究者觀察學生表情發現，其餘同學在30分鐘之後，好奇的動力就消失不見，只是平常心的在聽課，偶而會有同學提問，跟老師互動。

經研究者的觀察發現，實驗組的學生一直處於充滿期待的狀態，而控制組的學生在新奇感消失之後，學習的動機隨即減弱。「好奇」是本研究學生學習數學的主要動力，除了來自「不同的數學教師上不一樣的單元」的新鮮感外，虛擬計算機在探索數字樣式的過程中會利用動畫或問句提示下一步，讓學生在學習過程中有種期待，使學生能夠一直維持學生學習數學的興趣。

（二）虛擬計算機營造學生輕鬆的學習氣氛

教學中，經研究者觀察發現實驗組的學生比控制組的學生積極學習，實驗組的學生上課時對於教師提問的問題會主動、大聲回答，對探索過程中所遇到的問題也會主動與教師討論，也會提出一些自己的想法和教師、同學一起討論。在教學活動之後，課程意見表中問到學生是否希望教師再使用軟體輔助教學，在收回的課程意見表32份中，有25位同學的意見是希望能再使用軟體輔助教學，部分學生回應如下：

阿 豪：希望，用軟體教學老師和學生的互動變多。

小 瑩：用軟體比較有趣。

小 莉：是的。這樣的數學課才不會太無聊。

阿 仁：希望，可以讓我們更快樂學習。

在教學過程中，學生積極參與討論，顯示學生在這樣的上課環境能夠沒有壓力、輕鬆的學習，因此有些同學在課程意見表中提到「這樣的數學課才不會太無聊」、「可以讓我們更快樂學習」。使用虛擬計算機進行教學，讓學生覺得數學和軟體都是有趣的，教師和學生互動變多，教室內參與討論的學生增加，學生沒有壓力，便能營造出輕鬆的學習環境，達到好的學習效果。

（三）虛擬計算機增強學生解題的自信心

依據研究者的教室觀察及分析課程意見表的資料發現，學生在自己操作過虛擬計算機之後，對於自己的解題及想法有正向的回應：

小 芳：比較容易就把數字算出來，遇到不會的題目，只要一看就會了。

小 莉：之前我對這種東西都搞不清楚，想了半天還是想不出來，可是用了以後就好多了。

小 容：我現在比較有數字排列的概念。

阿倫：因為有了軟體就可以不用一個一個算，自行操作時會比較知道錯在哪裡。

小詩：現在比較會算了，也進一步的了解數字樣式該如何解。

阿浩：使用虛擬計算機讓我增進一些數學能力。

小貞：不斷練習，可較熟練，有助學習。

讓學生自己動手練習，的確增加學生對數字樣式探索的信心。研究者從學生測驗中觀察及測驗題本的作答過程發現，兩班在前測時，測驗時間過了十五分鐘後，教室裡發呆、沉思、轉筆和東張西望的學生變多，面對第一次遇見的數字樣式，學生頂多只是思考，都不願意去「試試看」，即使研究者告訴學生「盡量寫，不一定要完整的句子，用算式或畫圖表示也可以」，但學生還是不敢下筆去寫。到後測時，實驗組的學生對於他們可以輕易觀察到規律的數字樣式大都能夠輕鬆的將他們的規律寫出來，而且會試著將思考的過程用式子寫出來，對於不能輕易觀察到規律的數字樣式，也會試著自己去探尋；相較於控制組的學生在面對不能輕易觀察到規律的數字樣式時，表現的結果與前測的表現沒有太大的不同。這似乎表示使用虛擬計算機教學能讓學生更了解數字樣式一般化的探索過程，經過自己操作練習，面對數字樣式一般化時會更有自信能夠完成解題。

（四）虛擬計算機促使學生願意主動學習

研究者在電腦教室觀察發現，開始時，學生非常專心地操作虛擬計算機，努力將研究者安排的數字樣式探索問題一一解決，當學生完成研究者安排的練習之後，學生會主動向研究者要求再作多一點的練習：

小莉：老師，我做完了，有沒有別的題目？

研究者：你試著按『下一題』，就會出現新的題目了。

小莉：真的有耶！

小貞：真的好多題目哦！（小貞一直按「下一題」）

研究者在課程意見表的資料中發現，學生在自行操作過虛擬計算機之後，會希望能再多做一些練習，甚至回家後還能夠練習，例如有些學生提到：

小貞：不斷練習，可較熟練，有助學習。

阿元：題目很多，讓我了解許多數字的規律。

阿聖：如果我不會的題目他會提示我。（「他」是指虛擬計算機）

小麗：不小心答錯時還可以有提示，這樣就可以在家自己玩啦~順便上數學。

在回收的32份課程意見表中，有22位學生表示經由操作虛擬計算機有助於他們的學習。大部分學生都知道經過不斷的練習有助於學習，研究者自行開發設計的虛擬計算機因為提供「提示」功能，在學生不知如何思考或是答錯時，都能夠提供提示，讓學生能夠繼續探索下去。虛擬計算機的「提示」和「自動出題」的功能，剛好可以引發學生主動學習的意願，這對以學生為主體的學習來說是很重要的。

二、虛擬計算機輔助教學對學生解題歷程的影響

(一) 虛擬計算機幫助學生澄清錯誤觀念

研究者分析學生在前測、後測和延後測的測驗作答結果，發現兩組的學生在前測探索數字樣式的一般式時常常會出現一個迷思概念，即學生對於數字樣式的項數和數字經常混淆，例如：

阿霖：“規律就是 加2後就變成下一個數。

第n個數應該是 $n+2$ ”

經過教學之後，兩組學生在後測的作答反應都顯示這個迷思概念獲得釐清，特別是實驗組的學生。實驗組的學生在探尋數字樣式一般化的模式時，會依序從第二個數開始，尋找數字和項數之間的關係，再將項數改為「n」，因而得到正確的一般式，例如：

題目二 下面是一組有規律的數字，請你仔細觀察並回答下列問題：

15, 11, 7, 3, -1, ?

阿捷：“我發現規律是將每個數都減4。

∴ 第二個數=15-(2-1)×4

第三個數=15-(3-1)×4

第四個數=15-(4-1)×4

∴ 第n個數=15-(n-1)×4”

這個過程就跟虛擬計算機的「提示」功能和步驟的程序是一致的，可能是學生在經過自己操作虛擬教具練習時留下深刻的印象，在後測時不再出現剛開始的迷思概念；在延後測時，實驗組的學生也不沒有出現這個迷思概念。在課程意見表中，學生也表示：

小萍：對數字概念更清楚了。

小晴：現在比較會算了，也進一步的了解數字樣式該如何解。

小婷：學會如何破解數學規律性的題型。

同樣的，控制組的學生在後測時也會注意到數字和項數的不同，但是有部分學生卻出現另一個錯誤觀念，例如：

阿 文：“規律是 都-4。

第n個數應該是 $-4n+15$ ”（正確答案是 $-4n+19$ ）

根據研究者的教學經驗，這是學生常有的錯誤觀念，認為「第n項的一般式就是將項數乘上公差再加上第一個數」，但這個錯誤觀念在實驗組的作答中並沒有發現。

研究者發現控制組的學生的在後測還有另一個觀念上的迷思。在等比數列的數字樣式中，公比為負數時，實驗組的學生大都能夠正確處理「負號」的問題，控制組有部分學生則會認為「乘上正數的結果是正數，乘上負數的結果是負數」的錯誤觀念，例如：

阿 文：“（規律）都同乘 -2

第n個數是 -3×2^n ”（正確答案是 $3 \times (-2)^{n-1}$ ）

這個錯誤在實驗組學生的後測作答中也沒有被發現，可能是虛擬計算機具有立即回饋的優勢，學生在練習時可以從虛擬計算機的回饋立刻更正自己的錯誤觀念，相對的，控制組聽完研究者示範，以及在自行練習後研究者課堂講解時，可能會遺漏這些細微的地方。虛擬計算機因為要做到「立即回饋」，當學生在細微的部份發生錯誤，虛擬計算機會立刻讓學生知道答案錯誤，在經過幾次的思考、驗證，迷思的概念便能獲得澄清。

（二）使用虛擬計算機教學數學對學生解題策略的改變

本研究的教學目的是引導學生尋找數字樣式的一般式，這與學生探索規律所使用的策略有關，因此希望學生在教學後能夠學會選擇使用適當的策略，以利尋找一般式。研究者分析學生前測、後測和延後測資料，整理出學生尋找規律時使用的策略，如表4-2-1。

表 4-2-1 使用策略分析表

題目	使用策略	前測		後測		延後測	
		實驗組	控制組	實驗組	控制組	實驗組	控制組
題目一	尋找數字間的差	80%	76.92%	100%	100%	100%	84.62%
(等差)	判斷奇偶數	20%	23.08%	---	---	---	---
(公差+)	尋找一般式	48.48%	50%	57.58%	46.15%	57.58%	46.15%
題目二	尋找數字間的差	94.29%	88.46%	97.14%	92.31%	94.29%	76.92%
(等差)	判斷奇偶數	5.71%	11.54%	2.86%	---	2.86%	---
(公差-)	尋找一般式	36.36%	23.08%	57.58%	46.15%	51.52%	42.31%
題目三	尋找數字間的差	5.71%	---	2.86%	---	2.86%	---
(等比)	判斷奇偶數	---	---	---	---	---	---
(公比+)	尋找倍數關係	91.43%	92.31%	96.15%	96.15%	94.29%	80.77%
	尋找一般式	15.15%	30.77%	54.55%	50%	51.52%	23.08%
題目四	尋找數字間的差	5.71%	3.85%	2.86%	---	---	---
(等比)	判斷奇偶數	2.86%	---	---	---	---	---
(公比-)	尋找倍數關係	77.14%	80.77%	88.57%	88.46%	88.57%	76.92%
	尋找一般式	---	3.85%	45.45%	42.31%	39.39%	26.92%
題目五	尋找數字間的差	11.43%	3.85%	---	7.69%	---	---
(二階)	尋找數字差的差	51.43%	57.69%	82.86%	88.46%	74.29%	24.31%
	尋找一般式	---	---	3.03%	---	3.03%	---
題目六	尋找數字間的差	5.72%	11.54%	---	3.85%	2.86%	3.85%
(二階)	尋找數字差的差	51.43%	50%	82.86%	80.77%	68.57%	50%
	尋找一般式	3.03%	3.85%	6.06%	3.85%	---	---

根據表4-2-1所示，研究者分析發現學生在解題策略上的表現有所改變：

1. 教學前，八成以上的學生在探索等差數列（題目一、二）和等比數列（題目三、四）模式的規律時能夠使用適當的策略，這可能是學生在國小五年級就學過「數量關係」單元，因此在策略使用上已經有了初步的認識，在探索國小沒有接觸過的二階數列（題目五、六）

模式的規律時，也有約五成的學生能夠使用適當的策略。經過教學後，不論是等差數列、等比數列或二階數列的數字樣式的規律，都有八成以上的學生能夠使用適當的策略，在國小就已經接觸過的等差數列和等比數列模式的策略使用更高達九成以上，甚至百分之百。在延後測的作答中，實驗組的學生在探索等差數列和等比數列數字樣式模式時使用的策略上依然有高達九成的學生會使用適當的策略，控制組的學生則僅剩約八成的學生會使用適當的策略來探索數字樣式；在二階數列的部份，顯然實驗組和控制組的學生都已經逐漸遺忘探索數字樣式一般化的適當策略，但實驗組的學生仍有約七成的學生能夠使用適當的策略，而控制組的學生則只剩五成，甚至不到五成。這顯示虛擬計算機不只能夠幫助學生順利填補過去學習上的間隙（gap），還能讓學生有較深刻的印象，使學習效果保留比傳統教學更久。

2. 在探索等差數列數字樣式一般式的部份，教學前已有約五成的學生能夠寫出公差為正的等差數列數字樣式（題目一）的一般式，研究者於教學時在課堂上問學生是如何找到等差數列的一般式，部分學生回答「國小老師教的」，另一部份的學生表示「猜的」，其餘學生則沒有回應；而在教學前能夠正確寫出公差為負的等差數列數字樣式（題目二）一般式的學生則約有二至三成的學生，顯示學生在尋找數字樣式的一般式時會受公差為正數或負數所影響。經過教學之後，實驗組的學生寫出題目一和題目二的數字樣式一般式的達到相同的比例，實驗組的學生（57.58%）比控制組的學生（46.15%）表現要好一些。這個結果顯示在經過教學之後學生能夠解除對公差為正或公差為負時的疑慮，在探索等差數列數字樣式一般式時會更有信心。
3. 在探索等比數列數字樣式一般式的部份，教學前只有少部分的學生能夠寫出一般式，研究者於教學時在課堂上問學生是如何找到等比數列的一般式，只有一、兩位學生回答「以前學過」和少數學生以很小的聲音回答「慢慢看出來的」；實驗組能寫出公比為正的數字樣式一般式的學生有15.15%，公比為負的數字樣式一般式則沒有學生能夠寫出，控制組能寫出公比為正的數字樣式一般式的學生有30.77%，能寫出公比為負的數字樣式一般式的學生則只有3.85%，

顯示公比為正或公比為負對學生的表現同樣也有影響。經過教學之後，實驗組和控制組都有約四、五成的學生能夠順利寫出等比數列數字樣式的一般式，而實驗組的學生（54.55%，45.45%）比控制組的學生（50%，42.31%）要好一些，顯示虛擬計算機在引導學生探索等比數列數字樣式的一般式有很好的效果。

4. 在探索二階數列數字樣式的一般式的部份，很顯然數字樣式一般化的教學並沒有讓學生在尋找一般式的部分有太大的進步。

綜合以上分析，使用虛擬計算機輔助數字樣式一般化的教學讓學生在解題策略的使用上有很好的效果，八成以上的學生都能使用適當的策略，在等差數列和等比數列數字樣式的一般式的探索也有五成的學生能夠順利寫出數字樣式的一般式，但在二階數列數字樣式一般式的探索上卻未達預期。研究者分析學生的後測作答結果和課程意見表的回答反應，並檢討研究者設計的教學活動，歸納其可能原因如下：

1. 教學活動時間不足：本研究教學活動時間為兩節課，學生所要學習探索的模式有三類，三種模式使用的策略和尋找一般式的方法都不一樣，特別是二階數列的數字樣式一般式的探索較為複雜，探索過程中學生必須能夠先尋找出等差數列數字樣式的一般式作為探索關鍵，應該讓學生有足夠的時間先熟悉等差數列數字樣式的一般式，再繼續探索二階數列數字樣式的一般式。因此教學活動時間不足可能是造成本研究在探索二階數列數字樣式一般式效果不好的原因之一。
2. 學校正規課程的限制：在本研究進行教學實驗的這一學年，八年級的課程是配合九年一貫能力指標，數字樣式一般化的探索在該年級生七年級時就已經上過；而七年級的課程則因課程改革，改為配合課程綱要，國小五年級上過「數量關係」，只尋找樣式的規律，探索數字樣式一般式的「等差數列和等差級數」單元則在八年級時才會上到。因此探索數字樣式一般化的學習活動並非本學期之學習單元。對於學校不考的單元，自然不會在課後做復習的工作；同時在研究的過程中，學生的數學課程仍有原本的進度與測驗，因此造成最後的結果不彰。
3. 虛擬計算機的提示不完整：在探索二階數列數字樣式一般式的過程中，學生必須先學會等差級數，研究者在開發設計虛擬計算機時未

考慮到在教學過程中有許多學生是第一次探索等差數列數字樣式的一般式，學生不可能在短時間內即能應用，在探索二階數列數字樣式一般化的提示部分，只設計等差級數樣式的提示，而未持續在等差數列數字樣式一般式的探索上引導，造成學生能夠寫出等差級數樣式一般式的樣子卻無法得到正確的二階數列數字樣式的一般式。在課程意見表中問到學生有關軟體需要改進的地方，有學生提到：

阿 倫：提示部分還要在改善。（「在」為阿倫的錯別字）

小 貞：提示部份可以詳細些。

4. 虛擬計算機的動畫不夠細膩流暢：研究者自行開發的虛擬計算機是針對數字樣式一般化課程所設計，雖然不是研究者撰寫的第一個程式，但在動畫的處理上研究者的經驗還是不足。學生在教學活動中反應：

阿 薰：老師，提示的動作一格一格的，好奇怪喔！

小 維：對啊，這樣有點看不懂耶。

在課程意見表中問到學生有關軟體需要改進的地方，有同學提到：

阿 源：動畫可以再好一點！

阿 勳：提示的動畫，可以再更清楚。

小 臻：速度太慢。

由此可知，動畫的呈現不夠流暢造成學生無法完全了解研究者所要表達的提示意義，可能因此造成學生在二階數列數字樣式一般式的探索上的學習效果不佳。

本節主要根據研究者透過教室觀察及學生的測驗作答結果和課程意見表中學生的回答反應進行綜合分析，結果顯示虛擬計算機輔助學習對學生的學習態度是有幫助的，使用虛擬計算機有助於改善教室的教學氣氛，引發學生的學習動機及維持學習數學的興趣，願意主動學習，增加學生對自己的自信心，澄清學生的部分錯誤觀念，對於填補學生過去學習上的間隙也有幫助；在學生探索數字樣式一般式的部份，虛擬計算機對探索等差數列和等比數列數字樣式一般式有不錯的效果，但在探索二階數列數字樣式的一般式則沒有出現研究者預期的效果，歸納可能是因為本研究未能與學校學習單元相配合，造成學生的練習時間不夠，再加上研究者自行設計的虛擬計算機還有不足的地方等原因所導致。

第三節 教師的反省與成長

本研究之前，研究者在平時就會依單元性質選擇性的使用電腦輔助教學，而真正以自行開發之虛擬教具輔助教學進行研究是第一次，在本研究的整個過程，有許多出乎意料的結果，希望在進行檢討後，在未來以自行開發之虛擬教具進行研究時能有幫助。

一、虛擬教具的開發

研究者大學時曾經修過程式設計的課程，當時是在DOS的環境下執行，對圖形及動畫的處理並不方便，因此研究者在動畫的設計能力十分弱；進入研究所之後，研究者開始自行學習Flash MX 2004程式設計約一年的時間，在程式的處理上漸漸熟悉，但時間軸動畫依舊是研究者最薄弱的部份。經由本次研究讓研究者了解到應該將動畫與程式結合，試著將互動以具體的圖像動畫呈現，讓學習能夠更生動活潑，也能更清楚表達研究者的想法。

虛擬教具的開發應該以理論為基礎，同時參考相關文獻，而不是自己關起門來做。研究者在開發虛擬計算機時一直是從研究者的角度切入，所以在設計的時候，主觀的認為學習重點應該放在課程的重要概念上而沒有考慮到學生的學習情況，造成學生在學習之後的效果沒能展現出來。現在的教育是以學生為本位，學習的主體是學生，因此學生學習時的瓶頸或關鍵點應該也要考慮。未來在自行設計教學用的虛擬教具時，要以這次的研究為警惕，多以學生角度思考，相信一定會做的更好。

二、教學活動的反省

本研究因為實驗學校電腦教室借用不易與學校正式課程進度的關係，研究者只能以自己任教的八年級生進行試驗性教學研究，而且未注意到課程改革，八年級的學生已經在七年級時就學過數字樣式的探索活動，因此在試驗性教學研究時並未出現所有不適當的部份，造成在七年級進行正式教學研究時，還是有些瑕疵。

雖然試驗性教學研究設計不盡理想，研究者還是發現教學活動設計部份需要改進的地方，例如在未能留給學生足夠的時間練習，練習應該也是學習的一部分，光光只有課堂上的練習是不夠的，再加上本研究活動的內容有三個主題，只安排兩節課的時間是有點趕，而教學活動要使用電腦，包括在教室使用投影機和到電腦教室進行教學，因此在教學流程的安排上也應該一併考量。如果能夠以給予足夠的時間來進行，應該可以讓學生學

的更紮實。未來再進行研究時對於研究對象、適用課程、課程內容及教學時間的控制上應該多考慮，相信一定可以做的更好。

三、學生回饋帶來的欣慰

研究者在進行教室實驗時，剛開始的心情是帶點緊張，研究對象的班級學生及該班的數學教師都有課業壓力，這讓研究者的壓力頓時變大，因為這個研究將會耽誤到他們的進度，雖然數學教師安慰研究者不用擔心他們的進度，但這壓力始終揮不去。直到真正進入教室開始教學，壓力瞬間消失，學生上課的反應熱烈，讓研究者感覺到這個教學是成功的。在進行課程意見表的意見調查時非常擔心收不到學生的任何回饋，因為通常學生遇到開放性的問題都會以簡答的方式回答「Yes」或「No」，結果收回的意見表，學生試著寫了一些感想，內容更是增強了研究者對這次教學的信心。除了教學，從學生的回饋中也發現學生非常喜歡這樣的虛擬計算機，這是一台市面上沒有的計算機，雖然在動畫呈現上不盡理想，但在提示和自動出題的功能上都讓學生感覺到可以幫助他們學習。這些都讓人感到欣慰。

四、未來的自我期許

過去雖然研究者在平時就會以電腦輔助教學，但僅止於上課而沒有進一步探討成效及改進的地方，這對研究者個人教學的成長來說完全沒有幫助，也非常可惜。經過本次研究讓研究者體認到研究隨手可得，研究不一定要有多大貢獻的研究，即使只是小小的能夠改善自己教學的研究也是非常有意義的，未來研究者應善加利用在學校使用電腦輔助教學的機會讓自己成長。

第五章 結論與建議

本研究主要在探討虛擬計算機輔助數字樣式一般化課程教學實施後，對學生學習數字樣式一般化的影響。以下依據研究結果歸納結論，並提出建議，作為未來相關研究之參考。

第一節 結論

本節主要根據教學後的分析結果進行歸納。

一、使用虛擬計算機輔助教學與傳統教學實施能夠達到相同的效果

經過教學之後，學生在探索數字樣式一般化的學習上有明顯的效果，但使用虛擬計算機輔助教學的效果和傳統教學並沒有顯著差異

($p=.358>.05$)，表示在實施虛擬計算機輔助教學雖然沒有得到比傳統教學還要好的效果，但至少我們可以說實施虛擬計算機輔助教學可以達到跟傳統教學一樣的效果。

二、使用虛擬計算機輔助教學能增加學生學習的延宕效果

使用虛擬計算機輔助教學的延宕效果明顯比傳統教學來的好

($p=.020<.05$)，顯示學生透過動手操作虛擬計算機確實加深學習的印象，表示學生在使用過虛擬計算機之後確實可以有效延長學生對學習的記憶。

三、使用虛擬計算機輔助教學能提升學生的數學學習態度

由學生的測驗題本和課程意見表等資料分析發現，使用虛擬計算機輔助教學確實可以提升學生的學習興趣。

(一) 虛擬計算機帶給學生持續的新奇感

虛擬計算機具有提示功能，能夠跟學生產生互動，因此能夠持續學生的學習動機，使學生不覺得無聊。

(二) 虛擬計算機營造學生輕鬆的學習氣氛

使用虛擬計算機作為輔助教具，可以增加學生和教師的互動，減輕學生上課的壓力，讓學生能夠在輕鬆的氣氛中學習。

(三) 虛擬計算機增強學生解題的自信心

虛擬計算機的立即回饋功能能夠讓學生立刻知道正確答案，因此可以增加學生的自信心。這個研究結果與顏杏宜的研究結果相符合。

(四) 虛擬計算機促使學生願意主動學習

虛擬計算機的自動出題功能及趣味性可以讓學生學習的意願提高。

四、使用虛擬計算機輔助教學對學生解題歷程的改變

(一) 虛擬計算機幫助學生澄清錯誤觀念

虛擬計算機提供立即回饋的功能，當學生觀念錯誤得不到正確答案，虛擬計算機就會立即回應，並給予適當的提示，在學生的觀念澄清上具有很好的效果。這個研究結果與顏杏宜的研究結果相符合。

(二) 使用虛擬計算機教學數學對學生解題策略的影響

1. 虛擬計算機能夠順利填補學生過去學習上的間隙

虛擬計算機提供動畫及探索數字樣式規律時可能使用策略的探索工具，讓學生在探索數字樣式規律時的使用策略能夠更清楚，修補學生在國小數量關係探索學習活動中所學到的策略的不足。這個研究結果與顏杏宜以及Moyer等人的研究結果相符合。

2. 虛擬計算機幫助學生釐清正負數的概念

虛擬計算機的立即回饋功能能夠立即讓學生知道輸入的答案是否正確，進而修正自己的觀念，尤其是在正負數的觀念。

3. 虛擬計算機有效輔助學生探索等比數列數字樣式的一般式

虛擬計算機在等比數列數字樣式的答案輸入部分提供學生可以直接輸入數字或直接以一般式的形式輸入，讓學生在探索等比數列數字樣式時能夠比較正確地寫出一般式。

4. 虛擬計算機對學生探索二階數列數字樣式一般式並沒有太大的助益

使用虛擬計算機輔助教學之後，學生確實能夠正確尋找出二階數列數字樣式的規律，但在進一步要探索一般式時，由於必須先正確寫出等差級數數字樣式的一般式才能正確寫出二階數列數字樣式的一般式，而本虛擬計算機並未提供等差級數數字樣式一般化的相關探索活動，導致學生無法正確寫出一般式。

第二節 建議

本節根據研究者在整個研究的經歷與感受，在教學、軟體開發及未來研究上提出下列幾點建議。

一、教學上的建議

- (一) 本研究提供一個虛擬計算機輔助教學的一個範例以提供其他教師參考，希望未來能有更多教師在教室進行虛擬計算機輔助教學。
- (二) 利用行動研究模式進行教學實驗，可以有效地檢驗開發軟體的教學應用情形，以規劃完善的教學活動。
- (三) 在教學活動設計上應考量學生素質及學生理解力的不同，設計不同的虛擬計算機的教學活動，以適用於不同程度的學生。

二、軟體開發上的建議

- (一) 本研究提供研究者自行開發之虛擬計算機供其他老師參考，希望未來能有更多教師投入虛擬教具之開發。
- (二) 本虛擬計算機是針對虛擬計算機探索數字樣式一般化所設計，未來可以再開發設計以計算機教學相關的虛擬計算機。
- (三) 本研究之軟體為自行開發，在功能上受研究者本身資訊能力限制，未來可與有資訊專長的教師或工程師共同合作開發軟體。
- (四) 未來在開發虛擬教具時，除軟體開發與提供使用說明之外，更應提供使用該虛擬教具之教案或教學建議，以便讓更多教師方便使用。

三、未來相關研究的建議

- (一) 本研究非隨機選取兩班學生為對象，且教學時間只有兩節，因此有樣本過小及教學研究時間過短的研究限制。未來有意進行相關研究者可以在這兩點加以突破，以取得更具代表性的研究結果。
- (二) 本研究的研究結果發現七年級學生在使用虛擬計算機探索等差數列和等比數列等數字樣式一般化的規律時已經能夠使用適當的策略；九年一貫能力指標將國小六年級與國中七年級的學生視為同一階段，因此建議未來研究可以針對國小六年級的學生學生進行虛擬計算機輔助等差數列和等筆數列數字樣式一般式的探索活動，了解國小六年級的學生在數字樣式一般化的學習成效。

- (三) 本研究的研究結果發現二階數列數字樣式一般化的探索活動應該在學生熟悉等差數列及等差級數數字樣式一般化的探索之後再來進行，建議未來可以針對二階數列數字樣式一般化的加強教學活動設計進行研究。
- (四) 本研究以數字樣式為主題，建議未來可以針對其他主題設計虛擬計算機進行研究，如形的樣式和形數樣式的一般化。



參考文獻

中文部份

- 尹玫君 (1993)。練習式及指導式電腦輔助教學軟體之探討。國立台南師範學院初等教育學報，6，117-130頁。
- 史都華 (1996)。大自然的數學遊戲。(葉李華譯)。臺北市：天下文化。(原著出版年：1995年)。
- 李美蓮 (2004)。一位國二學生在等差數列解題表現之研究。國立嘉義大學數學教育研究所碩士論文 (未出版)。
- 周筱亭 (1990)。電子計算對於國民小學小數運算學習之影響。國教學報，3，273-295頁。
- 林政輝 (2002)。國中生討論數樣式關係時表達理由能力之成長探究。國立台灣師範大學數學系碩士班碩士論文 (未出版)。
- 洪明賢 (2003)。國中生察覺數形規律的現象初探。國立台灣師範大學數學系在職進修碩士班碩士論文 (未出版)。
- 韋德、艾希頓 (2004)。胚騰—無所不在的模式 (蔡承志譯)。台北：天下遠見出版股份有限公司。(原著出版年：2003年)。
- 袁媛 (2005)。計算機 (Caculator) 適合應用於國小數學的學習嗎？—談如何使用計算機作為兒童探討數概念的學習工具。2005國立臺北教育大學94年度地方教育輔導叢書—「傳承與變革」，213-218頁。
- 教育部 (2000)。國民中小學九年一貫課程暫行綱要—數學學習領域。台北市：教育部。
- 曹亮吉 (2003)。阿草的數學聖杯。台北市：天下遠見出版社。
- 理查·費曼 (2001)。費曼的主張。(尹萍、吳程遠、王碧、師明睿譯)。臺北市：天下文化。(原著出版年：1999年)。
- 陳滿 (2003)。國小五年級學童數學推理能力之研究~以BBS為工具。臺中師範學院數學教育學系在職進修教學碩士學位班碩士論文 (未出版)。
- 黃敏晃 (2000)。規律的尋求。台北市：心理出版社。
- 楊德清 (1999)。探討澳洲美國與台灣等三國學生之數字常識表現。教師之友，40 (5)，24-31頁。
- 劉祥通 (1994)。整合電子計算器於國小數學教育的探究。嘉義師院學報，8，313-336頁。
- 鄭毓信、李國偉 (1999)。數學哲學中的革命。台北市：九章。

謝哲仁 (2002)。動態電腦幾何教學建構之設計實例與理論探析。國立嘉義大學數學教育研究所：革新國民中國小數學教育議題， 225-244 頁，高雄：複文出版社

顏杏宜 (2003)。運用計算機覺察整數規律與使用解題策略關係之研究－以國小學童為例。臺中師範學院國民教育研究所碩士論文 (未出版)。

英文部分

Bishop, J.(2000). Linear geometric number patterns: middle school students' strategies. *Mathematics Education Research Journal*, 12(2), 107-126.

Campbell, P. F., & Stewart, E. L. (1993). Calculator and computers. In Jensen, R. (Ed.), *Early childhood mathematics. NCTM Research Interpretation Project*. New York: Macmillan Publishing Company, 251-268.

Char, C. A. (1989). *Computer graphics feltboard: New soft-ware approaches for young children's mathematical exploration*. San Francisco: American Education Research Association.

Driscoll, M. J. (1983). *Research within reach: Elementary school mathematics and reading*. St. Louis: CEMREL, Inc.

Greabell, L. C. (1978). The effect of stimuli input on the acquisition of introductory geometry concepts by elementary school children. *School Science and Mathematics*, 78, 320-326.

Groves, S., & Stacey, K. (1998). Calculator in primary mathematics: exploring number before teaching algorithms. In L. J. Morow (Eds.), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics*, pp.120-129. (1998 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics). Reston, Va.: NCTM.

Hembree, R., & Dessart, D. J. (1992). Research on calculators in mathematics education. In J. T. Fey (Eds.), *Calculators in mathematics*, pp.23-32. (1992 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics). Reston, Va.: NCTM.

Huinker, D. (2002). Calculators as learning tools for young children's explorations of number. *Teaching children mathematics*, 316-321.

- Izydorczak, A. E. (2003). *A study of virtual manipulatives for elementary mathematics*. Retrieved November 20, 2005, from <http://proquest.umi.com/pqdlink?did=765118631&sid=2&Fmt=2&clientId=23855&RQT=309&VName=PQD>.
- Melanie, H., Diane, S. T., & John, T. (1998). Children's strategies with number patterns. *Educational Studies*, 24(3), 315-331.
- Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teacher use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 175-197.
- Moyer, P. S., Bolyard, J. J. & Spikell, M. A. (2002). What are virtual manipulatives? *Teaching Children Mathematics*. 8(6), 372-377.
- Moyer, P. S., & Jones, M. G. (2004). Controlling choice: Teacher, student, and manipulatives in mathematics classroom. *School Science and Mathematics*, 104(1), 16-31.
- Moyer, P. S., Niezgoda, D. & Stanley, J. (2005). Young children's use of virtual manipulatives and other forms of mathematics representations. In P. C. Elliott (Eds.), *Technology-supported mathematics learning environments (Sixty-seven yearbook)*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teacher of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teacher of Mathematics.
- Parham, J. L. (1983). A meta-analysis of the use of manipulative materials and student achievement in elementary school mathematics. *Dissertation Abstracts International*, 44A: 96.
- Perl, T. (1990). Manipulatives and the computer: A powerful partnership for learners of all ages. *Classroom Computer Learning*, 10(6), 20-29.
- Raphael, D., & Wahlstrom, M. (1989). The influence of instructional aids on mathematics achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*. 20(2), 173-190.
- Reimer, K., & Moyer, P. S. (2005). Third-graders learn about fractions using virtual manipulatives: A classroom study. *The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 24(1), 5 – 25.
- Sawyer, W. W. (1955). *Prelude to Mathematics*. Baltimore : Penguin Books.

- Shuard, H. (1992). Can: calculator use in the primary grades in England and Wales. In Fey, J. T. (Ed.), *Calculator in Mathematics Education*, pp. 33-45. NCTM 1992 yearbook. Reston, Va: NCTM.
- Sowell, E. J. (1989). Effects of manipulative materials mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*. 20(5), 498-505.
- Suydam, M. N., & Higgins, J. L. (1977). *Activity-based learning in elementary school mathematics: Recommendations from research*. Columbus: ERIC Center for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Suydam, M. N. (1985). *Research on instructional materials for mathematics*. Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education. (ERIC Document Reproduction Service No.276569).
- Suydam, M. N. (1986). Manipulative materials and achievement. *Arithmetic Teacher*, 33(6), 10, 32.
- Suydam, M. N. (1987). *Research on instruction in elementary school mathematics: a letter to teachers*. Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 293 728).

附件一 數字樣式探索教學設計

課程簡介：

課程名稱：探索數字樣式一般化

學習領域：數學教育

學習範疇：代數

適用年級：七、八年級

教學時間：兩小時

教學資源：電腦、投影機、虛擬計算機軟體

教學程序：

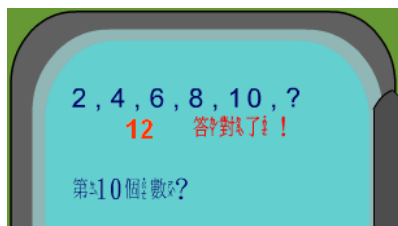
教師的活動	學生可能的活動	教材 / 備註
準備工作： 架設電腦、投影機。		
1. 引起動機： ■ 教師在黑板上佈題： “1, 3, 6, 10, 15, __” 「某一期樂透彩開獎時，先出現了這五個號碼，各位猜猜看，第六個號碼可能是什麼？」 ■ 教師提問：有沒有看過人家算明牌？ ■ 教師提問：你們覺得會不會有規則呢？有沒有公式啊？ ■ 教師提問：假設它真的有公式，我們一起來找找看好不好？	■ 學生回答：1~38 的任何一個數，除了 1, 3, 6, 10, 15 之外。 ■ 學生回答：有。 ■ 學生回答：可能有。 ■ 學生回答：好。	■ 從生活中的樂透彩進入有規律的數字樣式。
2. 教學活動： ■ 教師佈題：執行數字樣式軟體，並按鍵盤上的字母「A」，前方布幕出現 ”2, 4, 6, 8, 10, ?”		■ 使用電腦輔助教學。 ■ 例 ”2, 4, 6, 8, 10, ?”

■ 教師提問：你們覺得『?』的地方應該是什麼數字呢？

■ 教師提問：為什麼？我們找同學來問問看。（當場點 2 位同學說說他們的想法）

■ 教師說明：我們來看看對不對。（以滑鼠按軟體的”12”，再按”確定”）

■ 畫面出現

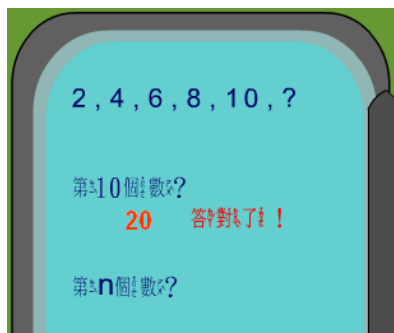


■ 教師提問：那麼第 10 個數字應該是多少呢？

■ 教師提問：為什麼？有沒有人能告訴我們呢？（點有回答的同學來告訴大家他的想法）

■ 教師說明：我們來看看對不對。（以滑鼠按軟體的”20”，再按”確定”）

■ 出現畫面：



■ 教師提問：那麼如果是第 n 個數呢？用 n 該怎麼表示？

■ 學生回答：12。

■ 學生回答：”都是偶數”、”相差 2”。

■ 學生回答：20。

■ 學生回答：因為第一個數是 2，第二個數是 4，...，依此類推，第 10 個數就是 20 啦。

■ 學生回答： $2n$ 。

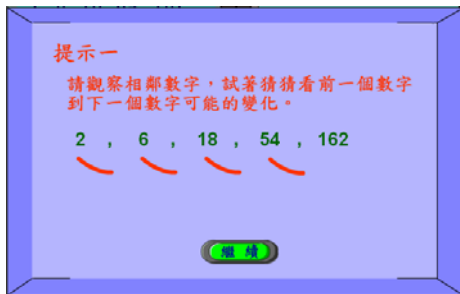
■ 教師佈題：按鍵盤上的字母「C」，前方布幕出現

”2, 6, 18, 54, 162, ?”

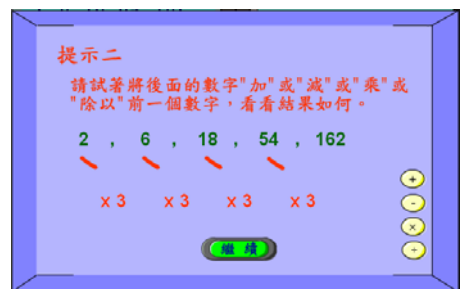
■ 教師提問：你們在猜猜看，現在這個『?』應該是哪一個數字呢？

■ 教師提問：為什麼？（鼓勵學生發表自己的看法）

■ 教師說明：（按『確定』使用提示）「觀察相鄰數字，猜猜看數字的變化」



■ 教師說明：（按『確定』使用提示）教師試著按『+』『-』『×』『÷』讓學生觀察數字之間的關係。



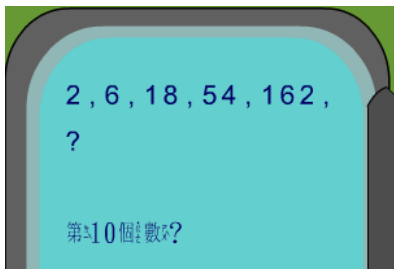
■ 教師提問：那麼第 10 個數字應該是多少？

■ 學生回答：486

■ 學生回答：後面的數字是前面數字的 3 倍。

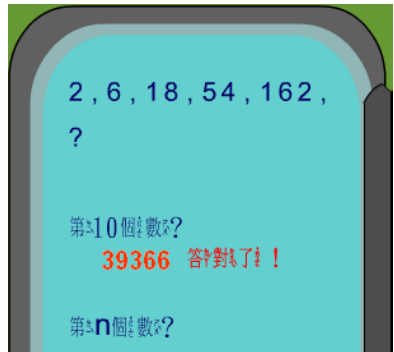
■ 例 ”2, 6, 18, 54, 162, ?”

■ 學生回答： 2×3^9
(39366)

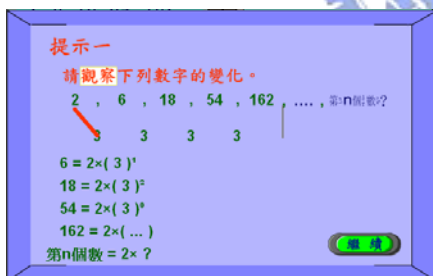


■ 教師提問：第 n 個數呢？用 n 該怎麼表示？

■ 學生回答： $2 \times 3^{(n-1)}$



■ 教師說明：（按『確定』使用提示）按『觀察』，請學生仔細觀察動畫呈現，注意『位置』與『數字』的關係。



■ 教師佈題：按鍵盤上的字母「E」，前方布幕出現

”2, 6, 12, 20, 30, ?”

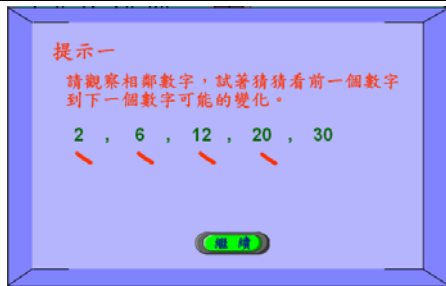
■ 學生回答：這個好難喔！

■ 教師提問：你們在猜猜看，現在這個『?』應該是哪一個數字呢？

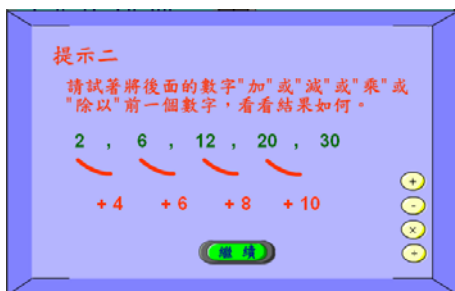
■ 學生回答：看不出來。

■ 教師提示：（按『確定』使用提示）請觀察數字之間的關係。

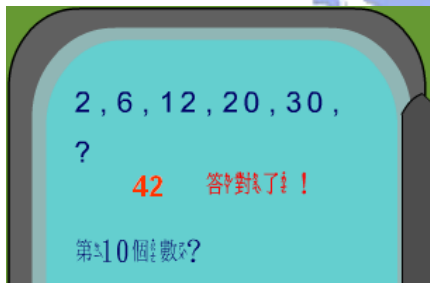
■ 例 ”2, 6, 12, 20, 30, ?”



■ 教師提示：(按『確定』使用提示) 教師按『+』『-』『×』『÷』讓學生觀察數字之間的關係。



■ 教師提問：所以下一個數應該是幾呢？



■ 教師提問：那麼依這樣的規律，第 10 個數字應該是幾？大家試試看吧！

(給學生時間試試看)

■ 教師提問：第 n 個數呢？用 n 該怎麼表示？

■ 教師提示：按『觀察』，請學生仔細觀察動畫呈現，注意『位置』與『數字』的關係。

■ 學生回答：兩數相減後得到連續偶數。

■ 學生回答：下一個差應該是 12，所以下一個數是 42。

■ 學生回答：110。

■ 學生回答：這個更難。

■ 學生回答：雖然知道規律，可是第 n 個數字該怎麼求啊？



■ 教師提示：按『觀察』，請學生注意動畫。

「有沒有看出來這些差的和怎麼求？」



■ 教師追問：對啊，剛好是梯形公式。你們知道最後一個差是多少嗎？

■ 教師追問：那麼第 n 個數字應該怎麼表示呢？

■ 學生回答：代表『差』的長條倒過來相加，剛好都變成一樣的長度，所以總和可以用第一個差加上最後一個差，乘上間格數在除以 2 就可以得到差的和。這不就是梯形公式嗎？

■ 學生回答：前面好像有這個類型的數字樣式，最後一個差應該是第 n-1 個數，所以是“2n”吧。

■ 學生回答：應該是

$$2 + \frac{(4 + 2n)(n - 1)}{2}$$

(整理後為 $n^2 + n$)

3. 學生自行操作軟體

■ 教師發放「數字樣式探索」學習單及「虛擬計算機」軟體

■ 請學生依序練習上課類題及學習單上的題目

教師在電腦教室巡視，回答學生問題

■ 學生在電腦教室練習

■ 學生認真練習

■ 「數字樣式探索」學習單及「虛擬計算機」軟體

附件二 教學活動學習單

數字樣式探索

世界各國幾乎都有發行「樂透彩」，頭獎獎金都足以讓人一夜致富。人人都想成爲富翁，我們經常可以在新聞報導中聽到有人到廟裏『求』明牌，或是在傳統市場、大樹下、及一些商店裡看到有人在『算』明牌，這些明牌真的可以算嗎？

記得之前曾經學過「數量關係」和「數形關係」，我們已經能夠從幾個有規律的數字去求得（或算出）下一個數，這跟『明牌』會不會有關係呢？我們就來探索一下這些數字的規律吧！

例 1. 試找出數列「**2, 4, 6, 8, 10, ?**」中的「?」、第 10 個數及第 n 個數。

解：(1) 觀察這些數字，我們會發現這些數字的規則有



所以 數列中的「?」應該是 _____。

(2) 依照上面我們所發現的規則，

第 10 個數字應該是 _____。

(3) 我們會發現如果我們將每一個數字的算式寫出來：

所以 第 n 個數可以寫成 _____

類題：試找出數列「**13, 10, 7, 4, 1, ?**」中的「?」、第 10 個數及第 n 個數。

例 2. 試找出數列「**2, 6, 18, 54, 162, ?**」中的「?」、第 10 個數及第 n 個數。

解：(1) 觀察這些數字，我們會發現這些數字的規則有

所以 數列中的「?」應該是 _____。

(2) 依照上面我們所發現的規則，



第 10 個數字應該是 _____。

(3) 我們會發現如果我們將每一個數字的算式寫出來：

所以 第 n 個數可以寫成 _____

類題：試找出數列「**2, -4, 8, -16, 32, ?**」中的「?」、第 10 個數及第 n 個數。

例 3. 試找出數列「**2, 6, 12, 20, 30, ?**」中的「?」、第 10 個數及第 n 個數。

解：(1) 觀察這些數字，我們會發現這些數字的規則有

所以 數列中的「?」應該是 _____。

(2) 依照上面我們所發現的規則，

第 10 個數字應該是 _____。

(3) 我們會發現如果我們將每一個數字的算式寫出來：



所以 第 n 個數可以寫成 _____

類題：試找出數列「**1, 3, 6, 10, 15, ?**」中的「?」、第 10 個數及第 n 個數。

「數字樣式探索」學習單

____年__班__號 姓名：_____

執行軟體 “number patterns.exe” 完成下列問題：

1. 在『自動出題』模式下，按鍵盤上的「G」，則：

(1) 出現的數字為：_____

(2) 『?』所代表的數字為：_____

(3) 第 n 個數字是多少？請用 n 表示。

2. 在『自動出題』模式下，按鍵盤上的「H」，則：

(1) 出現的數字為：_____

(2) 『?』所代表的數字為：_____

(3) 第 n 個數字是多少？請用 n 表示。



3. 在『自動出題』模式下，按鍵盤上的「I」，則：

(1) 出現的數字為：_____

(2) 『?』所代表的數字為：_____

(3) 第 n 個數字是多少？請用 n 表示。

4. 以滑鼠點選『手動出題』。在『手動出題』模式下，按鍵盤上的數字鍵「5」，再以滑鼠依序按「1」、「+」、「3」、「=」、「=」、「=」、「=」，則：

(1) 出現的數字為：_____

(2) 第 n 個數字是多少？請用 n 表示。

附件四 「數字樣式探索測驗」前測試題

1. 下面是一組有規律的數字，請你仔細觀察並回答下列問題。

3, 5, 7, 9, 11, ?

問題一、你認為『?』應該是什麼數字嗎？請說明你的想法。

問題二、你有發現到數字的規律嗎？請說明你的發現。

問題三、你認為第 20 個數字應該是多少？請解釋你的理由。

問題四、你認為第 n 個數字應該怎麼表示？請解釋你的理由。

2. 下面是一組有規律的數字，請你仔細觀察並回答下列問題。

3, 1, -1, -3, -5, ?

問題一、你認為『?』應該是什麼數字嗎？請說明你的想法。



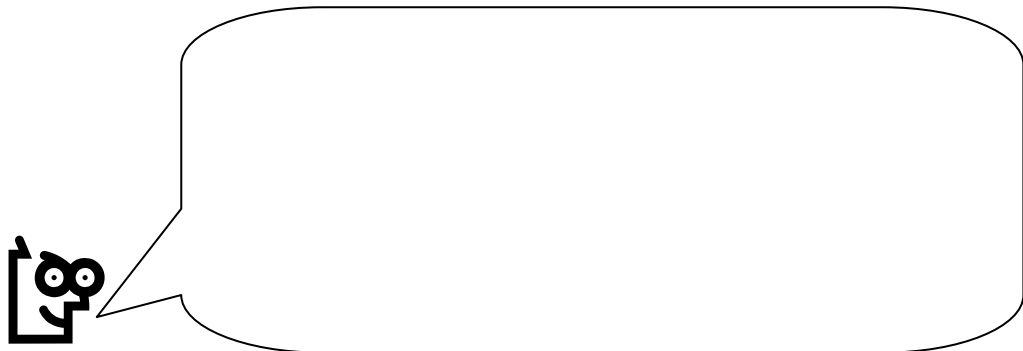
問題二、你有發現到數字的規律嗎？請說明你的發現。



問題三、你認為第 20 個數字應該是多少？請解釋你的理由。



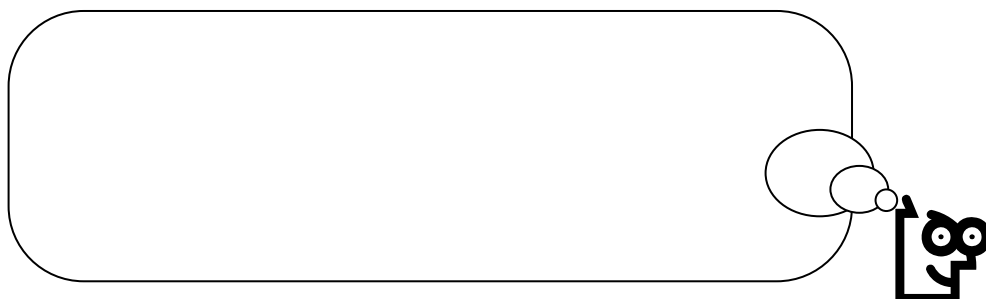
問題四、你認為第 n 個數字應該怎麼表示？請解釋你的理由。



3. 下面是一組有規律的數字，請你仔細觀察並回答下列問題。

1, 2, 4, 8, 16, ?

問題一、你認為『?』應該是什麼數字嗎？請說明你的想法。



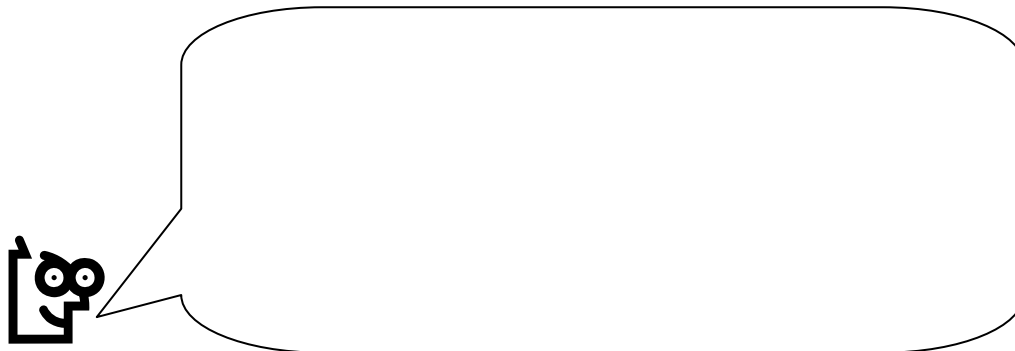
問題二、你有發現到數字的規律嗎？請說明你的發現。



問題三、你認為第 20 個數字應該是多少？請解釋你的理由。



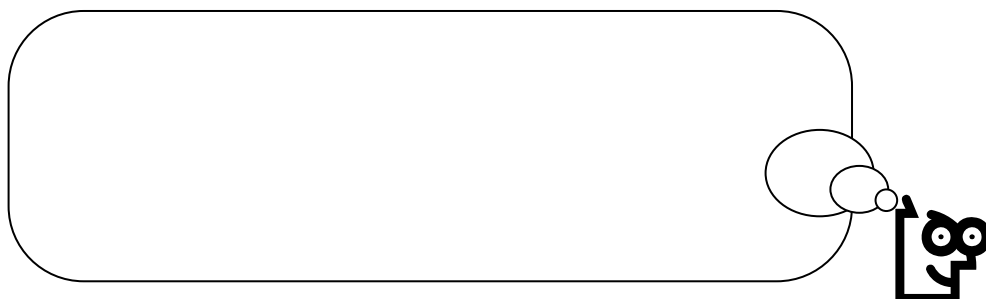
問題四、你認為第 n 個數字應該怎麼表示？請解釋你的理由。



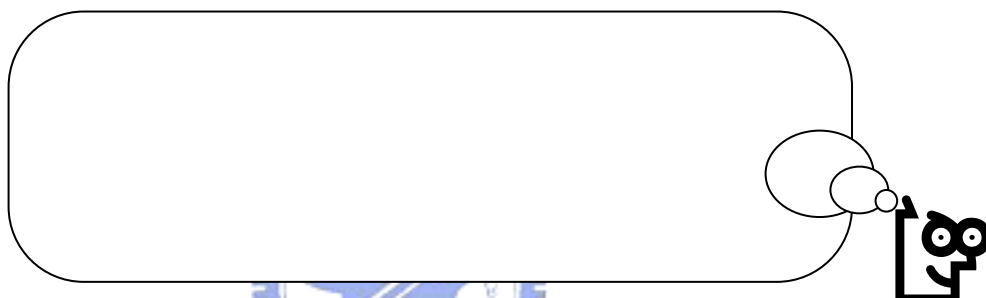
4. 下面是一組有規律的數字，請你仔細觀察並回答下列問題。

2, -4, 8, -16, 32, ?


問題一、你認為『?』應該是什麼數字嗎？請說明你的想法。



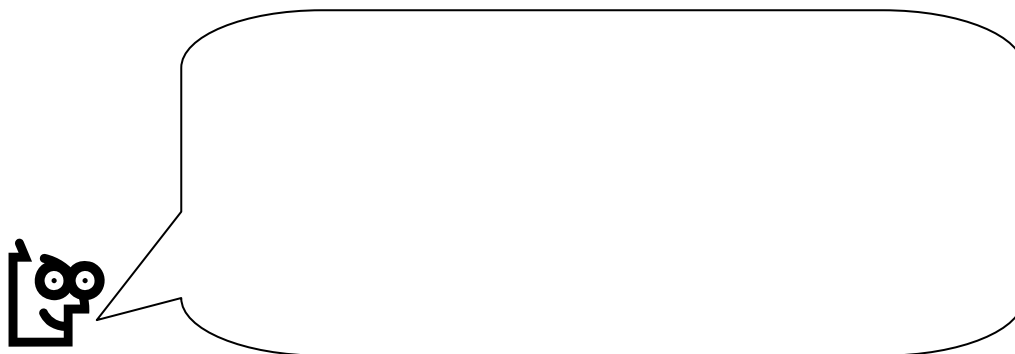
問題二、你有發現到數字的規律嗎？請說明你的發現。



問題三、你認為第 20 個數字應該是多少？請解釋你的理由。



問題四、你認為第 n 個數字應該怎麼表示？請解釋你的理由。



5. 下面是一組有規律的數字，請你仔細觀察並回答下列問題。

1, 4, 17, 40, 73, ?

問題一、你認為『?』應該是什麼數字嗎？請說明你的想法。



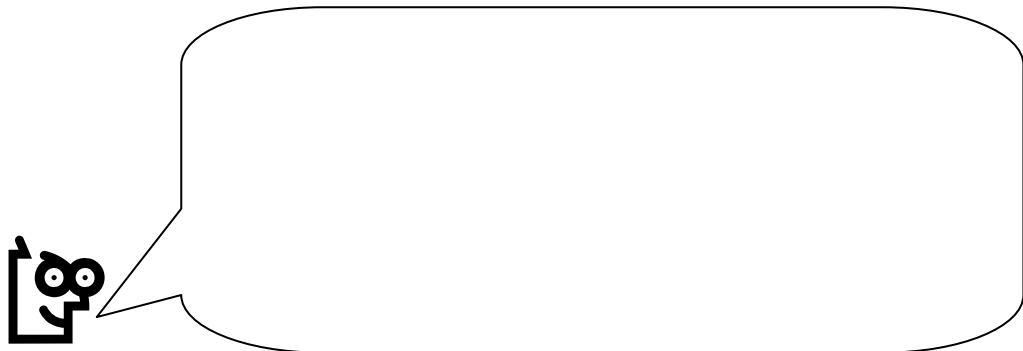
問題二、你有發現到數字的規律嗎？請說明你的發現。



問題三、你認為第 20 個數字應該是多少？請解釋你的理由。



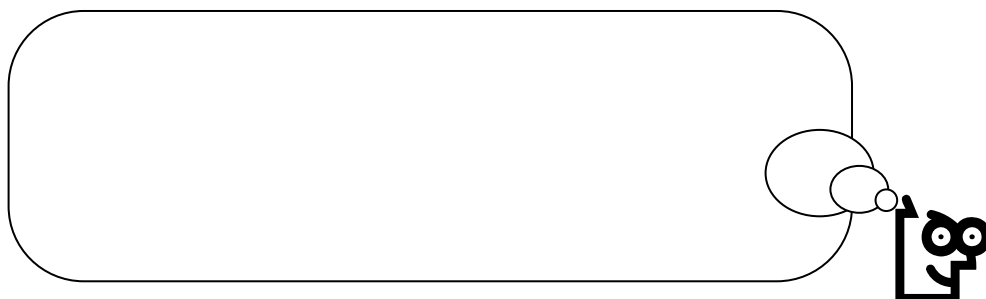
問題四、你認為第 n 個數字應該怎麼表示？請解釋你的理由。



6. 下面是一組有規律的數字，請你仔細觀察並回答下列問題。

1, 3, 6, 10, 15, ?


問題一、你認為『?』應該是什麼數字嗎？請說明你的想法。



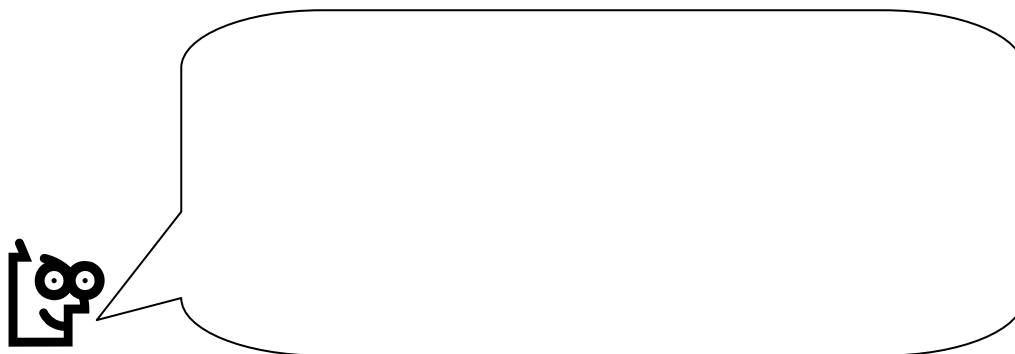
問題二、你有發現到數字的規律嗎？請說明你的發現。



問題三、你認為第 20 個數字應該是多少？請解釋你的理由。



問題四、你認為第 n 個數字應該怎麼表示？請解釋你的理由。



附件五 「數字樣式探索測驗」後測試題

1. 下面是一組有規律的數字，請你仔細觀察並回答下列問題。

5, 9, 13, 17, 21, ?

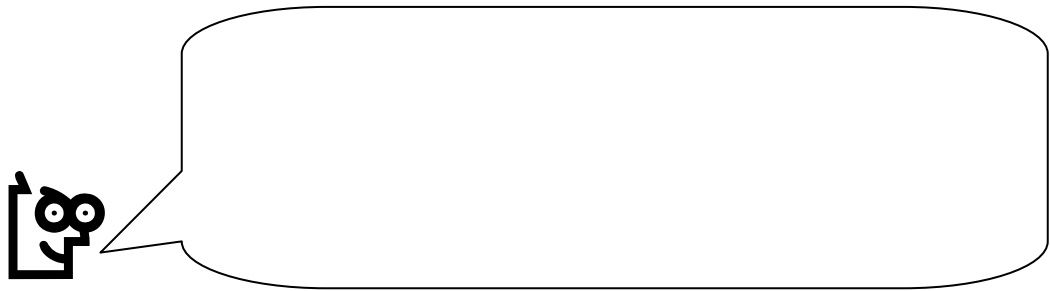
問題一、你認為『?』應該是什麼數字嗎？請說明你的想法。



問題二、你有發現到數字的規律嗎？請說明你的發現。



問題三、你認為第 20 個數字應該是多少？請解釋你的理由。




問題四、你認為第 n 個數字應該怎麼表示？請解釋你的理由。



2. 下面是一組有規律的數字，請你仔細觀察並回答下列問題。

15, 11, 7, 3, -1, ?

問題一、你認為『?』應該是什麼數字嗎？請說明你的想法。



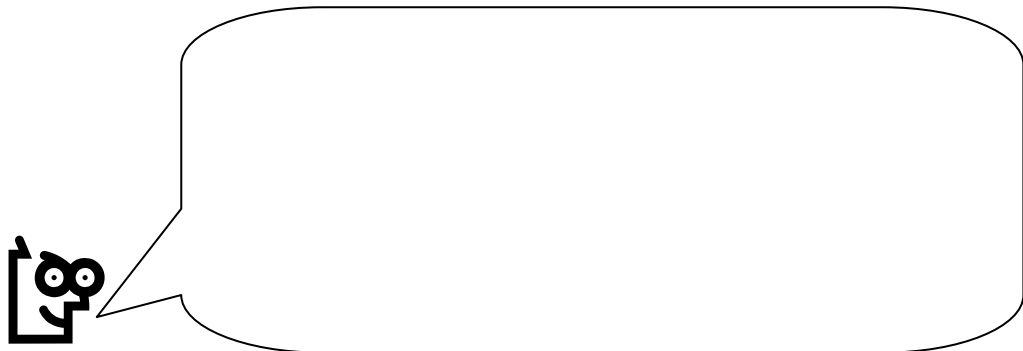
問題二、你有發現到數字的規律嗎？請說明你的發現。



問題三、你認為第 20 個數字應該是多少？請解釋你的理由。



問題四、你認為第 n 個數字應該怎麼表示？請解釋你的理由。



3. 下面是一組有規律的數字，請你仔細觀察並回答下列問題。

-3, -9, -27, -81, -243, ?

問題一、你認為『?』應該是什麼數字嗎？請說明你的想法。



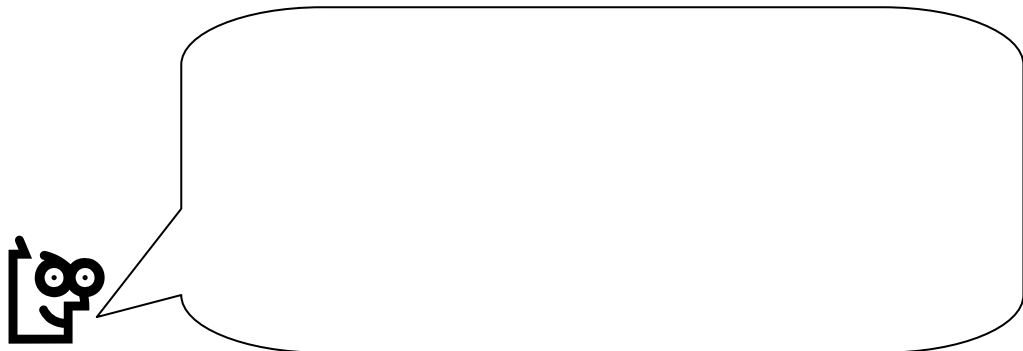
問題二、你有發現到數字的規律嗎？請說明你的發現。



問題三、你認為第 20 個數字應該是多少？請解釋你的理由。



問題四、你認為第 n 個數字應該怎麼表示？請解釋你的理由。



4. 下面是一組有規律的數字，請你仔細觀察並回答下列問題。

3, -6, 12, -24, 48, ?

問題一、你認為『?』應該是什麼數字嗎？請說明你的想法。



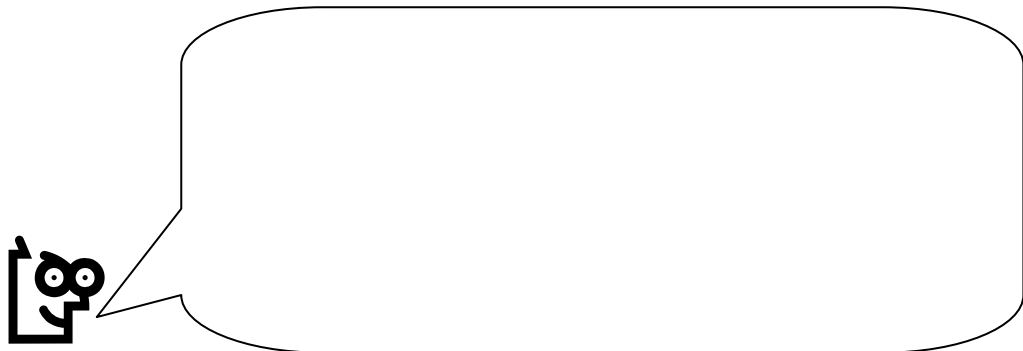
問題二、你有發現到數字的規律嗎？請說明你的發現。



問題三、你認為第 20 個數字應該是多少？請解釋你的理由。



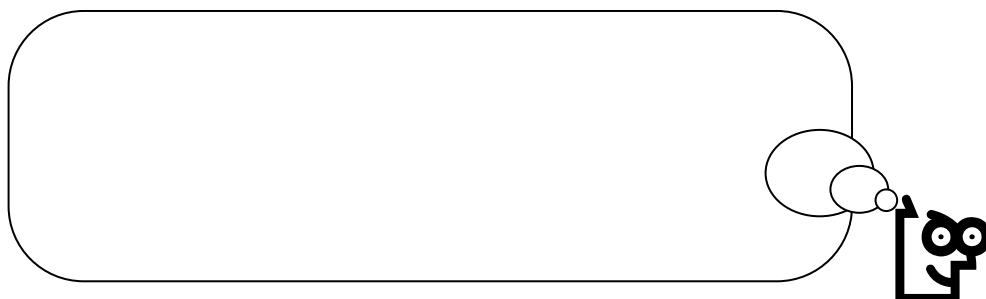
問題四、你認為第 n 個數字應該怎麼表示？請解釋你的理由。



5. 下面是一組有規律的數字，請你仔細觀察並回答下列問題。

2, 5, 18, 41, 74, ?

問題一、你認為『?』應該是什麼數字嗎？請說明你的想法。



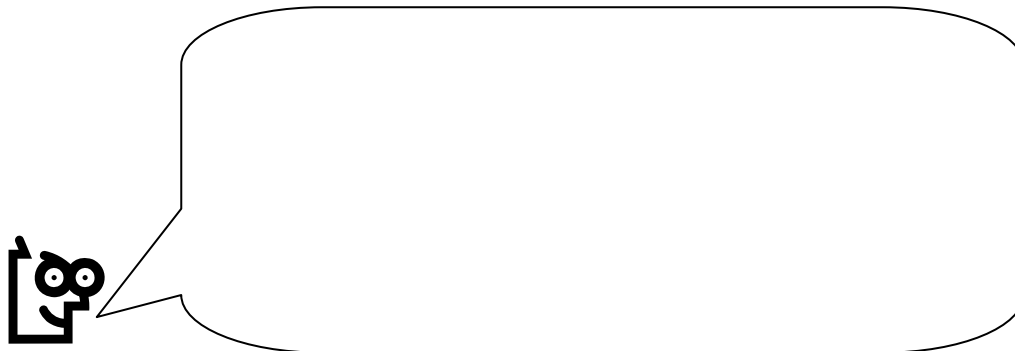
問題二、你有發現到數字的規律嗎？請說明你的發現。



問題三、你認為第 20 個數字應該是多少？請解釋你的理由。



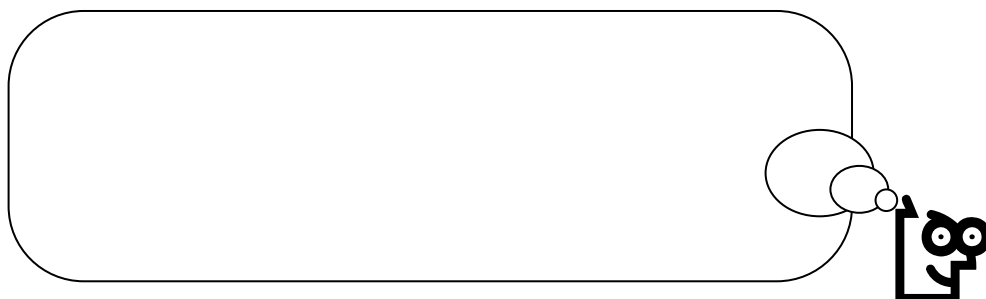
問題四、你認為第 n 個數字應該怎麼表示？請解釋你的理由。



6. 下面是一組有規律的數字，請你仔細觀察並回答下列問題。

1, 5, 12, 22, 35, ?

問題一、你認為『?』應該是什麼數字嗎？請說明你的想法。



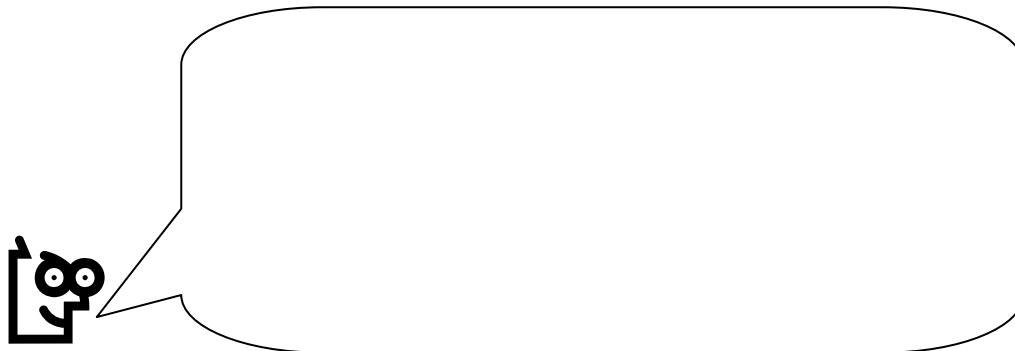
問題二、你有發現到數字的規律嗎？請說明你的發現。



問題三、你認為第 20 個數字應該是多少？請解釋你的理由。



問題四、你認為第 n 個數字應該怎麼表示？請解釋你的理由。



附件六 課程意見表

一、基本資料：

- 1.姓名：_____ 性別：男 女
- 2.就讀學校：_____ 就讀年級：一年級 二年級 三年級
四年級 五年級 六年級
七年級 八年級 九年級
- 3.曾經上過類似軟體教學：有 無

二、相關問題：

- 1、你覺得教師使用這個數學軟體對你學習『數字樣式』這個主題有幫助嗎？請說明。

- 2、你覺得操作這個數學軟體對你學習『數字樣式』這個主題有幫助嗎？請說明。



- 3、你覺得這個軟體設計還有哪些可以改善的地方？
(操作說明、版面、內容、互動等方面)

- 4、你會希望教師以後再使用類似的軟體輔助教學嗎？請說明。

非常謝謝您耐心的填寫此問卷。