

# 國立交通大學

## 理學院網路學習學程

### 碩 士 論 文

透過網路環境探討數量估計內容對國中生數量學習之影響

The Impact of web-based number estimation on middle school  
students' learning

研 究 生：游志文

指導教授：余曉清 教授

中 華 民 國 九 十 七 年 一 月

透過網路環境探討數量估計內容對國中生數量學習之影響  
The Impact of web-based number estimation on middle school students'  
learning


研 究 生：游志文

Student：Chih-Wen Yu

指導教授：余曉清

Advisor：Hsiao-Ching She

國立交通大學  
理學院網路學習學程  
碩 士 論 文



A Thesis  
Submitted to Degree Program of E-Learning  
College of Science  
National Chiao Tung University  
in partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master  
in

Degree Program of E-Learning

Jan 2008

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十七年一月

# 透過網路環境探討數量估計內容對國中生數量學習之影響

學生：游志文

指導教授：余曉清教授

國立交通大學理學院網路學習學程碩士班

## 摘要

本實驗以國中生為研究對象，探究網路化數量估計的學習成效。研究對象為國中七年級和九年級的學生，均接受線上數量估計測驗的前測和後測，並從各班估計測驗後測成績中選擇進步最多、高分、中分與低分的學生男女生各2位，共48人，進行晤談分析，以更深層瞭解學習成效的意義。本研究採準實驗設計，將各年級三班學生，分成兩個實驗組與一個對照組，實驗組分為群組估計組與乘法估計組，對其分別施予估計策略的教學課程，此一課程教導學生如何以「群組」（分解-結合）和「乘法」兩種策略，進行數量估計，人數分別為70人、69人；對照組並不給予任何有關估計策略的教學課程，而只單純讓其進行數量估計練習，共67人。在實驗中，一一記錄每位受試者在線上估計測驗的答題狀況，且驗證其回答的準確度，進而利用訪談所得資料瞭解受試者在進行估計時所使用的策略為何。分析方法則以年級和組別為自變項，數量估計的後測成績為依變項，進行單因子共變數分析；訪談資料則進行質性分析。

從實驗的結果顯示，群組估計組在學習成效上優於乘法估計組，同時，群組估計組與乘法估計組兩個實驗組亦優於對照組且均達顯著，表示在數量估計教學之後，學生的估計能力有所提升。從質性分析中顯示，群組估計組不論對小數量(10~16個)或較大數量(18~50個)進行估計時，結果都較乘法估計組準確；相較之下，乘法估計組對小數量進行估計時，準確性較低。有趣的是，在進行大數量(30~50個)估計時，九年級(平均年齡15歲)在學習成效顯著優於低年級(平均年齡13歲)。此外，結果也顯示，學生中較擅於估計者，他們的空間記憶成績與數學段考成績也較高。

關鍵字：數量估計、群組估計、乘法估計、空間工作記憶

# The Impact of web-based Number Estimation on Middle School Students' Learning

Student : Chih-Wen Yu

Advisor : Dr. Hsiao-Ching She

National Chiao Tung University, College of Science Degree program of E-learning

## Abstract

The purpose of this study is to explore middle school students' learning of number estimation through the use of the web-based number estimation learning content. There were 206 7<sup>th</sup> and 9<sup>th</sup> grades students from a middle school were involved in the study. A quasi-experimental design used in this study which recruit two classes as experimental (treatment) groups and one class as control group for each grade. For experimental groups, one group of students receive grouping estimation strategy for learning of number estimation (70 students), and the other group of students receive multiplication estimation strategy for learning of number estimation (69 students). For control group, students simply go through the number estimation content without any special strategy learning. All students received pre- and post- test of number estimation on-line test. In addition, qualitative data also were collected through interview with students.

Results indicated grouping estimation group perform significantly better than multiplication estimation group students, and both grouping estimation and multiplication estimation group perform significantly better than control group. The qualitative data showed that the accuracy is low while students used multiplication estimation in the small number of estimation. On the other hand, the grouping estimation is more accurate, regardless for using on the large or small number of estimation. Interestingly, the grade 9<sup>th</sup> students performed significantly better than 7<sup>th</sup> grade students while estimating large numbers. In addition, results also indicated the best predictor for students number estimation scores were spatial-working memory scores followed by math achievement test scores.

keywords : number estimation, multiplication estimation, grouping estimation, spatial working memory

## 誌 謝

從沒想過要考研究所，要感謝賢建的大力鼓吹，讓我抱著姑且一試的心情在毫無準備的情形下，居然考上了交大。

感謝采虹在我人生最低潮的時候，不斷的鼓勵我，還不時的要充當我的司機，讓我完成修學分的階段。

在修完學分後，因為一些重大的變故，我休學了一學期，感謝佘老師不嫌棄我，不但沒有給我壓力，還用您開朗的笑聲讓我願意再試試將這個不可能的任務完成，感謝老師這段時間來不斷地幫我寫的亂七八糟的論文一再修改，為的就是讓我早點畢業。

感謝孟龍學長不辭辛勞，在你極度忙碌之餘，讓我可以有常常麻煩你的權利，不時給我指導，甚至幫我修改給我意見，我很幸運有兩個很有耐心的指導老師。

感謝乙榮大哥，不吝嗇地分享您寶貴的數鷹經驗，才讓我們得以設計出這樣成功的教學平台。

感謝我最深愛的女友丸子，為我捨棄了無數吃喝玩樂的機會，不斷在我身邊加油打氣卻又不給我壓力，讓我無後顧之憂，一點一滴將論文完成。

感謝丸子和我的可愛家人們，總是在我需要支援時，毫不猶豫的對我伸出溫暖的雙手。

感謝 910 的孩子們，你們的體貼懂事，才能讓老師放心求學去，祝福你們今年的基測可以順利。

感謝金成、國銘、格瑜在課業上給我的幫忙，有你們的協助，才讓我的論文得以完整的呈現。

感謝思瑋、裕仁、富修總在接完電話後的第一時間就解決我的問題。

感謝欣怡為我的口試流程，完成不可能的任務。

感謝健文、威佑花了無數的時間，改了不下數十次，成功地建構了網路學習平台。

感謝校方在我請假階段，給我無數方便與幫忙的同事。

感謝心怡姊、瑞祥哥一家人、佳蓉和教會的許多弟兄姊妹，一起陪我走過這段歲月中的許多日子，還有生命中許多的人，謹將此份喜悅一同與你們分享。

畢業前夕，還意外住了院，感謝鄭益和醫生和 7A 病房全體的護理人員你們的細心照料與祝福。

# 目 次

中文摘要.....	I
英文摘要.....	II
誌謝.....	III
目次.....	IV
表次.....	V
圖次.....	VII
第一章 緒論.....	1
第一節 研究背景和目的.....	1
第二節 研究的重要性.....	4
第三節 研究問題.....	5
第四節 名詞釋義.....	6
第五節 研究範圍限制.....	6
第二章 文獻探討.....	7
第一節 數量估計的相關研究.....	7
第二節 認知負荷與多媒體設計原則.....	12
第三節 數學與網路學習.....	17
第三章 研究方法.....	21
第一節 研究對象.....	21
第二節 研究設計.....	22
第三節 教學策略.....	23

第四節 研究流程.....	25
第五節 研究工具.....	26
第六節 資料蒐集與分析.....	29
第四章 研究結果與討論.....	30
第一節 估計策略教學成效分析.....	30
第二節 晤談分析.....	41
第三節 綜合分析.....	47
第五章 結論與建議.....	54
第一節 結論與討論.....	54
第二節 對教學上的建議.....	57
參考文獻.....	59
一、中文部分.....	59
二、英文部分.....	59
附件.....	62
附錄 1：課程設計.....	62
附錄 2：預試.....	62
附錄 3：前測.....	64
附錄 4：學習.....	73



## 表 次

表 3.1.1 七、九年級實驗組與對照組學生數學科期中考之分析結果.....	21
表 3.2.2 群組估計組、乘法估計組及對照組的分組人數情形.....	22
表 3.5.1 各項測驗信度值.....	27
表 4.1.1 「不同教學模式」與「不同年級」估計測驗之敘述性統計.....	30
表 4.1.2 不同教學模式與年級分組在估計測驗後測總分二因子單變量共變數 分析.....	31
表 4.1.3 不同教學模式之主要效果摘要表.....	31
表 4.1.4 不同教學模式與年級分組在估計測驗後測-易組總分二因子單變量共 變數分析.....	32
表 4.1.5 不同教學模式之主要效果摘要表.....	33
表 4.1.6 不同教學模式與年級分組在估計測驗後測-中組總分二因子單變量共 變數分析.....	33
表 4.1.7 不同教學模式之主要效果摘要表.....	34
表 4.1.8 不同教學模式與年級分組在估計測驗後測-難組總分二因子單變量共 變數分析.....	34
表 4.1.9 不同教學模式之主要效果摘要表.....	35
表 4.1.10 雙變數相關.....	36
表 4.1.11 估計測驗後測的逐步迴歸法估計結果與模式摘要.....	36
表 4.1.12 群組估計組(70 人)前後測答題比例.....	38
表 4.1.13 乘法估計組(69 人)前後測答題比例.....	39
表 4.1.14 對照組(67 人)前後測答題比例.....	40

## 圖 次

圖 3.2.1 研究架構.....	22
圖 3.3.1 群組估計策略示範教學.....	24
圖 3.3.2 群組估計網路課程學習.....	24
圖 3.3.3 乘法估計策略示範教學.....	25
圖 3.3.4 乘法估計網路課程學習.....	25
圖 3.4.1 研究流程.....	26
圖 3.5.1 學習課程.....	28



# 第一章 緒論

本章共分為四節，將就研究背景與目的、研究的重要性、研究問題、研究範圍與限制等分別說明之。

## 第一節 研究背景和目的

生活中很多話題總和”數字”脫離不了關係，而數字神奇和迷人的地方，就在於它能以簡單的語言來溝通，呈現概念。數字與人類的生活息息相關，從簡易的數數、買賣、交易的需求中，人類創造了數字。藉由學習，使生活變得文明。透過不斷的使用，累積出經驗，漸漸對數字有具體的概念。然而，3 個以下的物體可以直觀不需要數就能知道物體的個數，3 個以上物體進行估計時，往往由於數量過於龐大且缺乏能有效估計的策略，所以需要相當的時間，才能完成。(Baroody, 1991)

「估計」係指近似地猜測事物數量的行為，估計能力是指個體懂得在什麼情況下無法或不必要做出精確的數字處理或數字運算，而應用相關數學知識和策略給出近似答案的能力。我們常常有規律地使用估計來解決諸如多少、多重、多高、多滿等問題。Hogan, T. P., & Brezinski, K. L. (2003)指出估計分為三類，測量估計、計算估計與數量估計，3種估計類型中，有關數量估計的研究最少，但數量估計在生活上的實用性卻不可缺少，數量估計能力的提升，將有助於更快速地掌握數量。以下列舉兩例有關數量估計的例子，反應估計在數量方面的實用性：

每每選舉將近，參與造勢的人數，便成了各家媒體爭相報導的焦點，然而人數的多寡，沒有人能知道答案，但人們對媒體卻報以極大的期待。在報導的同時，如何讓數據能說服人，便在於準確性。以下列舉兩個實例，說明估計在日常生活中的應用：

2007 年 3 月 18 日，香港大學民意研究計劃主任鍾庭耀為估計『爭取普選改善民生』遊行人數，擬定了具體的計算方法，並進行多次隨機抽樣電話調查，計算當日通過當時點算地方的比例，進而估計遊行總人數介乎 4,000 至 4,700 人之

間。只是近 5000 人的估計，就必須耗費極大的人力，足見大數的估計需要極大的社會成本，即使如此，所能得到的答案尚未必滿意，顯示人類在數量估計的領域中，尚沒有一個有效的策略，可以縮短估計的時間與增加其準確性。反觀學生在求學的過程中，亦沒有任何有關數量估計的學習課程，所以我們有必要發展數量的估計策略，以解決估計耗時、不精準的問題。

另一個有趣的例子，由於台灣是一個島嶼，生態十分豐富，政府於一九八二年成立墾丁國家公園，是我國第一座國家公園，因為地理位置適中，又位於台灣的最南端，每年南來北往經過園區或到園區過冬的候鳥，多達兩百多種。而秋季過境的日行性猛禽，是其中最為壯觀者。九月中旬，體型較小的赤腹鷹會匯集到墾丁地區，平均每年有七萬多隻，不斷從鵝鑾鼻方向往北湧入，集結休息之後，再大量通過社頂公園上空往南飛。九月到十月的「起鷹」，成了社頂公園的特殊生態景觀。為記錄飛過社頂公園上空猛禽的數量，蔡乙榮先生有莫大的貢獻。

每年的九月一日到十月三十一日，從清晨五點半到十一點半，墾丁國家公園管理處保育研究課技士蔡乙榮先生，便會站在凌霄亭上，紀錄下所觀察到的一切，紀錄飛過社頂公園上空猛禽的數量。當了十多年的「數鷹人」，全亞洲中除了另一位日本人，就屬蔡乙榮的資料最持續完整、誤差最小。經 email 與蔡乙榮先生分享實地估計的經驗如下：

### 【墾丁過境猛禽調查方法】

- 1.以肉眼及雙筒望遠鏡搜尋鷹蹤，發現之後，先行確定範圍再進行計算。
- 2.計算方式：
  - (1)量少及密度低時，以 1 或 2 為計算基數；量多（500 以上）或密度高時，視情形以 5、10 或 50（此一基數用過一次來計算三千隻以上的鷹群）為基數。
  - (2)以計數所得數量乘以基數，再加上未達基數之餘數，即得一筆紀錄數量。
  - (3)將自上午 0530 至 1130 間六小時觀察所得之紀錄加總，即得當天之過境數量。
  - (4)每筆紀錄，包括：時間、種類、數量、飛行方向等資料，可以用來過濾

是否為同一群體？以減少重複計算的可能。

### 3.計數方法：

(1)盤旋時先不計數，俟朝一定方向飛出時，才進行計數；成群滑翔時，自最前端向後端計數。

(2)計數時，在空中設定一條假想線，以假想線為界，經過此線就加以計數，或以由前端向後端清點計數。

### 4.依靠經驗：

經與蔡乙榮先生分享估計經驗中他多次提到，這些方法完全是經驗的累積，基於蔡乙榮先生在估計方面有相當豐富的經驗，於是本研究將參考他所提以群組來計數的想法做基礎發展估計策略，並以網路為學習平台，期許學生能透過估計策略的學習，提升在數量上的估計能力。

國小時，為了讓學生對大數更具體的概念，透過四捨五入法的學習，使用概數表示，讓學生能在極短的時間中，便能解讀數字背後所代表的意義，如：台灣在 2007 年六月，總人口數有 22,901,897 人，這樣的描述在閱讀上缺乏親和力且無法有具體的印象，若我們選擇以 100 萬人為單位，則 2300 萬便能讓人有具體的概念。透過概數的方式，數字便能讓人們能更容易地接收其所傳達的訊息，方便我們掌握更多瞬息萬變的資訊。

國中概數的概念，讓我們了解估計、誤差的意義，科學亦須具備估計、誤差的概念。然而國小與國中兩階段，也僅只於透過概數的學習來表達一個複雜的數字，至於如何能有效的計數，課程中均尚未提及。96 年國小五年級數學課程能力指標，在估計方面提到：能用四捨五入、進位、捨去等方式對一個數量取概數，並利用概數作簡單的估算；國小六年級數學課程能力指標，在估計方面提到：能對非直線形的平面區域，選定適當的正方形單位，估計其概略面積，並檢驗圓面積公式，關於數量估計的部分並未提及。在對象的選取上，為了探討不同的認知發展階段是否會影響估計的學習成效，是以本研究以七年級與九年級為研究對象。本研究的目的是如下：

### 1.探討不同教學策略(群組估計策略、乘法估計策略與對照組)對不同年級在估

計能力上的影響。

2.檢視台灣地區七、九年級學生在數量估計方面的表現。

3.可否透過適當的估計策略教學，提升估計能力。

4.分析各組學生(群組估計組、乘法估計組與對照組)在學習前後進行估計時，估計策略的使用與表現的情形。

## 第二節 研究的重要性

在很多的研究中，因人類在進行數量估計時缺乏有效的估計策略，使得研究的時間在無形中成為成本增加的因素之一。回想我們在學習的過程中，數量的估計的確是一個陌生的領域，為了使學生能在估計時能更快速、又不失精準，進而降低成本又能解決問題，所以有發展數量估計策略的需求。我們嘗試以電腦為平台發展訓練課程，期望學習者透過學習平台學習估計策略，並藉由完整的課程練習，以較科學的方式取代傳統的計數，縮短數數的時間並能有效的控制誤差，在誤差不大又能快速估計的前提下，估計的結果便具代表性。

文獻中所提到的估計層面，不外乎數量、測量與計算三方面（Hogan, T. P., & Brezinski, K. L., 2003）。其中關於測量與計算方面的估計，我們較不陌生，生活中我們常常有機會接觸，但關於數量上的估計，我們卻因缺乏實際練習的機會，使我們經常只能以 1 個 1 個的方式來計數，雖然 1 個 1 個數的方式，可以在數量的答案上達到精準，但往往需要耗費許多時間，在很多的場合中，我們有時要的只是一個概略的數字，便足以符合所需，並不需要 100% 的精準。

基於現階段教學現場在估計策略教學上的不足與為能在現實生活中，提供更有效率的估計用以解決問題，試著不採取傳統 1 個 1 個數的方式來計數，嘗試發展估計策略，期望透過估計策略的學習，讓我們在有估計的需求時，能比傳統計數以更短的時間便能得到具代表性的結果，研究目標便是發展數量的估計策略，對 50 以內的數量進行估計時，時間為傳統計數的二分之一，誤差在 10% 以內。

自推行教改以來，學生學習模式不再單一，在資訊日新月異的時代中，網路化的學習環境，一方面可因應資訊科技的快速發展，另一方面也提供特殊需求的

學習環境，讓傳統教學中不易進行的課程，能以網路呈現。因此本研究選取以網路為學習課程的平台。

### 第三節 研究問題

為了探討學生在進行估計策略教學後，估計能力表現的狀況，本研究採用「估計測驗」測量工具來進行評量，以獲得教學前後相關改變的狀況。

其次為了分析學生在估計策略教學課程學習前後使用策略進行估計的狀況，本研究選取進步最多、最高分、中分、最低分的學生進行晤談分析，以前後測進行估計時方法的改變與後測中使用策略進行估計的比例來探討學生的估計方法的改變。

研究過程中，我們試著揣摩：估計的學習過程，怎麼樣是最自然的，怎樣的估計策略能在數數時能兼顧效率與準確性。估計中，視覺的判斷扮演重要的角色，基於教學現場的考量，所以決定訓練課程以電腦為學習平台，過程中亦需要不斷的短期記憶，進行訓練後的成效是否與短期記憶工作區大小有關，變成了另一個研究問題，其中我們以視覺記憶測驗與空間記憶測驗來測量短期記憶工作區的能力。

研究的主題，在於討論在進行訓練課程後，學習者對於估計是否有顯著的進步，且達到預期的學習目標，並將題目難易度分為難中易三級逐一討論，進而討論估計與學習者本身的年齡與短期記憶工作區大小是否會影響學習成效。

基於研究背景和目的，本研究的問題如下：

1. 不同教學策略(群組估計組、乘法估計組、對照組)與不同年級(七年級、九年級)，對學生在估計學習成就上有何差異？
2. 不同教學策略(群組估計組、乘法估計組、對照組)、不同難度(易組、中組、難組)與不同年級(七年級、九年級)，對學生在估計學習成就上有何差異？
3. 數學段考成績、視覺記憶測驗與空間記憶測驗等變項與估計的學習是否有關？

4. 透過訪談，分析各組學生在教學前後進行估計時有何不同。

## 第四節 名詞釋義

### 一、工作記憶(working memory)

工作記憶的概念由 Baddeley(1974)等人提出，用來描述人腦對於資訊的暫時性儲存與處理。工作記憶分包含：(1)中央執行系統(central executive)，協調有關注意力的活動與支配反應(2)視覺空間模板(visualspatial sketchpad)，短暫地保留一些視覺影像(3)語音迴路(phonological loop)，短暫的保留語文理解與聽覺複誦時的內在語言(4)事件緩衝器(episodic buffer)，整合來自工作記憶中不同部分的訊息，使訊息變得有意義。

### 二、數量估計

利用不同集合的基數值進行大致的估算，數量需為不連續量。(Sowder, J. T., 1992)

### 三、群組估計

將物體以 2 個、3 個或 5 個為一單位，以群組概念進行數量估計。

### 四、乘法估計

依物體所在平面的橫縱軸上，適當地選擇能代表數量的數字，以乘法原理進行數量估計。

### 五、網路學習(e-learning)

學習者透過設計良好的網路工具進行之有意義的學習活動，本研究即採用網路學習。

## 第五節 研究範圍限制

本研究的對象為台北市某國中七年級與九年級各三個班，不具有全體國中學生的代表性，課程內容為數量估計，教學平台為網路，若在資訊較不發達的區域，可能有實施上的困難。

## 第二章 文獻探討

本章分為三小節，從估計的相關研究開始，第一節整理學者們在數量估計方面的相關研究。第二節整理認知負荷。第三節則整理學者認為符合建構主義教學的網路學習課程應具有的特色及相關理論，為本研究採用網路學習教學方式提供了理論的基礎。

### 第一節 數量估計的相關研究

大部分的估計議題，都環繞在測量的估計（estimation in measurement，例如：從台北到台中有多遠？）與算數的估計（estimation in computation，例如： $299 \times 301$ 大約是多少？），而數量估計（estimation in numerosity，例如：操場上跑步的人數大約有多少？）的實證研究則相當缺乏（Brade, 2003），且少有實證研究探討相關的估計議題（例如：什麼時候是估計教學的最適當時間），是以本研究將透過估計策略教學，探討何種方法可以有效的提升國中生數量估計的能力。

過去的研究針對數量估計的議題採用以下幾種研究方法，詳述於下。

Baroody & Gatzke (1991) 指出，學童（特別是學齡前的兒童與低年級的學生）具備哪些數量估計的能力，並不是非常清楚；Baroody & Gatzke也認為因為不知道孩童的估計能力的發展情形，所以當教師在設計數量估計的教學時，無所依據。其研究十八個高智商的學齡前兒童（4歲11個月到6歲5個月）數量估計的能力。對象之所以為高智商學前兒童主要有兩個原因：

- 1.如果甚至連高智商學前兒童在進行估計訓練後仍缺乏數量估計的基本技巧與能力，就表示數學課程中絕對不能忽視估計的重要性，因為程度更差的兒童很有可能表現的更不好，所以就更需要加入數量估計的課程；
- 2.反之，若高智商兒童能從中學習某些估計技巧，就表示至少對於高智商學前兒童而言，在設計估計課程時，便能以此為基礎。

Baroody & Gatzke (1991) 的研究中，更針對哪個範圍的數量比較適合最初的估計教學、以及哪一種數量估計測量的方法比較適合，結果顯示在設計估計課程時，數量大小應該設定在5個以上；在早期的研究中發現，學前兒童對5個以下的物體可立即地以直觀的方式便能得知數量，但當數量增加到6至12個時，便需要透過數數的動作，才能獲知數量的大小。Douglass (1925) 在研究中指出，對於大部分的高智商學前兒童是否能準確地估計範圍6~12的數量，並不十分清楚（並持有懷疑的態度），當數量增加至13或是更大的數量如30的時候，結果更無從得知。

於是Baroody & Gatzke (1991) 所採用的數量大小，決定以3、8、15、25、35進行研究，藉由檢視兒童在這五個數量的估計情形，判斷哪個範圍的數量最適合進行估計的教學（註：觀察兒童能成功的估計到數量多大的時候）。

Baroody & Gatzke (1991) 對受試者進行3個數量估計任務 (tasks)，分別為：

1. 開放性任務 (open-ended task)：

在這一個任務中，使用的材料是估計卡；估計卡片上黑點的數量，有3個，8個，15個，25個，以及35個五種，針對每一種數量，都有三個不同的排列方式，所以一共有15小題（五種數量×三種排列方式），採隨機排列。進行實驗時，施測者將每張卡片呈現給兒童約2秒鐘的時間，兒童需要在時間內（即2秒中）判斷卡片的黑點有多少個。

2. 數字參照任務 (reference-number task)：

數字參照任務的做法與開放性任務大部分都一樣，唯有不一樣的是，兒童需要告訴施測者卡片中的點數是多於x（例如：5，10，15），還是少於x（5，10，15），x 是參照點。

3. 數量順序與範圍任務 (order-of-magnitude task)：

這個任務與數字參照任務大同小異，不一樣的是，使用兩個參照點估計（例如：比10小，在10~20之間，或比20大）。

當解讀估計結果時，研究者針對學生在估計的表現，分別就誤差在0%、25%、50%、100%進行討論。研究者發現，兒童估計的準確度會隨所估計數量的增大而劇烈下降。物體的數量是3個時，兒童能目測；物體的數量是8個時，兒童的答案

落在實際值 $\pm 25\%$ 之間，仍視為有效的估計；但物體的數量大於15個時，表現便大幅下降。因此，即使是某些高智商的兒童，也僅能從數量稍小於10的估計教學中獲益。結果也發現，成功率取決於數量的大小與參照數和數量間接近的程度。

在測量數量估計方法上，Baroody & Gatzke (1991) 則建議：數字參照任務 (reference-number task) 與數量順序與範圍任務 (order-of-magnitude task) 是較適合的數量估計教學法；Baroody & Gatzke 比較不建議採用開放性任務的方法，因為他們認為開放性任務的教學很容易強調正確的數目，而直接或間接的降低兒童想嘗試估計的意願。

Baroody & Gatzke的研究相當有趣，但仍舊有改善的空間。他們採用的是估計卡片點數的方法，方法分為開放性的任務與參照點的任務。但對學前兒童來說，卡片上的點數仍是比較抽象的符號，脫離實際生活情境。卡片上的點是一種平面排列，缺乏空間立體性，兒童只能從分佈面積和密度上觀察，且參照點是抽象的數字，使兒童缺乏對估計數量進行分解和重組的可能性。

另外，在開放性任務中，研究者並沒有因為卡片上的數量增加而稍微延長作答時間，即是從小到3個黑點，大到35個黑點的數量，都是2秒中的時間，本人認為這部分應該稍做修正讓研究能更精緻化。

Siegel, Goldsmith, & Madson (1982) 進行一個估計的研究，目的是想要了解不同發展階段的學生的數量估計能力的差異情形，以及檢視過去的研究所提出的估計策略。過去的估計研究提出兩種估計策略，即是所謂的參照點估計（就是指出估計量的範圍），以及數量分解與合成的策略（將估計的數量分解成幾個可以心算處理的數量，再把這些分解過後的小數量加起來）。

受試者是二年級到八年級的學生，實驗者請他們估計的題目的題型有六種，包括範圍的估計 (benchmark) 到數量分解與合成 (decomposition & recomposition)；受試者可以大聲說出所估計的答案，並要解釋他們為什麼會得出這個答案。當估計的答案在正確答案的加減百分之五十 (50%) 的範圍內時，實驗者認為是合理的估計數目。

結果發現，學生們估計的正確率與她們所聲稱採用的估計策略的關係並不是很高。比較年輕的學生有67%的時候採取純粹用眼睛看的方式（perceptually-based strategies）；而比較年長的學生則有50%的時候採取純粹用眼睛看的方式。結果也發現從二年級到八年級的學生，都或多或少能學習到利用數量分解合成的方式，來做數量的估計。

近年來的研究越來越強調學生在估計時的所使用的策略，許多著名的組織也建議估計應在數學教育中成為重要的一環。Siegel et al.（1982）的研究以發展估計流程的模型與學生會使用哪些估計策略為目標。Crites（1992）以Siegel等人（1982）的研究發現作為基礎，探索擅長估計與不擅長估計者，習慣以何種策略進行估計為研究重點，提出一個實驗設計：

Crites（1992）針對擅長估計與不擅長估計的3、5、7年級學生共401位，在估計時所使用的策略進行研究，包括：

#### 1.開放性任務：

Crites設計了兩個版本的估計測驗，兩個版本的題目相同，只差有沒有選項，其中一份為4選1的選擇題，另一份為開放性問題。401位學生中，219位的估計題目為開放性作答，182位的估計題目為選擇題，施測者隨意決定給什麼版本的題目。

#### 2.面談任務：

為深入瞭解學生如何進行估計以解決問題，Crites另外設計了題型為4選1的選擇題，共計20題，以面談方式進行，例如：你認為你已經活幾天了？有些問題需與施測者互動，例如：施測者會拿一個裝滿豆子的瓶子給學生，你認為瓶中有多少豆子？透過面談的方式，整理學生解決估計問題所用的策略。

當解讀估計結果時，Crites針對學生在估計的表現，誤差若在實際值 $\pm 50\%$ 之間，則可被視為合理的估計。研究結果顯示，估計策略中最常（約佔三分之二）被使用的為基準比較、眼球效應（例如：“看起來像那麼多”的知覺描述）和分解—重組3種策略，面談測驗中發現：（1）成功的估計者趨向於使用分解—重組和多

重基準策略，而不擅於估計者則使用基於知覺的策略。（2）較有技巧的估計者在對大數進行估計時較易成功。（3）特定策略的使用是與較高的可接受估計的百分比相聯繫的，導致可接受估計的策略至少50%的時間在使用多重基準和分解—重組策略。（Crites, 1992）

Crites認為大部分的學生並沒有充分的數量估計的經驗，所以當她們嘗試想判斷兩個數量的大小時，沒有足夠的估計能力。Crites建議學生一定要透過實際練習的機會，才能獲得數量估計的技巧，甚至能發展出屬於自己獨特的數量估計策略。（Crites, 1992）

有學者研究的重點主張測量估計的能力可以被轉移到數量估計上。Bright（1976）指出將測量估計練習放入數學課程最主要的目的，是幫助學生發展在測量實物大小時能作為參考比較的心智結構。這主張也適用於數量估計上，亦即學生只要透過數量估計練習，便能對特定的數量，如5、10、25或100有一定的心智模式，做更準確的數量估計。

Brade（2003）對學前班和一、二年級的兒童。每個年級有一個班作為實驗組進行教學，引導兒童解決某些基於假設性理論學習軌道的數量估計能力的問題。她依據數量估計的策略水準，把估計發展分為9個階段：

階段0是“前估計”階段，即兒童不數數就無法估計；階段1也是“前估計”階段，兒童無策略，或僅是大膽猜測；階段2是空間範圍，兒童能感受數量大小，以小數字（例如：1~4）描述小數量，以大數字（例如：20）描述大數量；階段3是空間範圍的擴展，對於數量為4~6時，亦能精準的估計；階段4是直覺式的數量化掃描，即估計是基於一種直覺的數量化過程，亦即對於某個範圍大小的數量是具備數量的概念的，對於大數則缺乏精準度；階段5是基準式的掃描，即用與直覺式的數量化掃描相似的基準，兒童在這個階段會發展出一個或多個基準，例如：能知道10大概是幾個；階段6是規則排列的組合，即兒童使用一個目測的集合或想像的基準，進行反覆數數以產生估計值；階段7是不規則排列的組合，兒童在不規則分佈的目標任務上使用與階段6相似的策略，需增加心智上的靈活度；階段8是分解與重組，兒童先把目標的數量分解為樣本，然後通過數數或與基準比較而量化樣本，

最後重組樣本得到估計值。

Brade (2003) 稍微修正 Baroody & Gatzke (1991) 的實驗設計，進行研究。Brade (2003) 從學齡前兒童 (pre-K) 至2年級這4個年級中各挑選4個學生，共15位學生 (pre-K只有3位)，進行了數量估計的前測和後測約3個月，且數量大小上增加了83，以3、8、15、25、35、83進行研究，並對兒童進行2個數量估計任務，分別為開放性任務與數字參照任務。研究結果沒有任何班級的兒童能從教學中受益，但發現策略和估計精確度間存在正相關；她也間接建議數量估計的教學在二年級以下的學童，所收到的結果是相當有限的。與上述 Baroody (1991) 的類似，但 Brade (2003) 的實驗對象由老師自行挑選，學生在估計的表現上沒有標準依據，另外，由於人數不多，可能無法更具體說明各階段的發展情形。是故本研究的對象設定為國中生(206位)，為觀察不同認知發展階段是否會對估計學習造成影響，對象設定為七、九年級。

## 第二節 認知負荷與多媒體設計原則

「認知負荷」(Cognitive Load) 源自於歐美的人體工學與人因工學領域，從心理、生理與認知層面，探討工作與任務對執行者的影響與適合性。最早應用在軍事訓練及各種企業上，稱為「心智工作負荷」(mental workload) (Hancock, 1988)，並以此為指標作為任務、工作或操作系統設計上的參考，盡量減少任務與工作對執行者的心智負荷，以增加執行時的績效。

Sweller (1988) 發現學生要由初學者變成熟練者，最重要的是在學習過程中，要能獲得學習的概念，形成學習概念的基模，從而建立自己的解題策略與模式；然而在學習的過程中，有其他的因素會影響到基模與策略的形成，那就是一些與學習內容無關的資訊，會佔據「短期記憶」，而造成認知上的負荷。因此，他致力於探討學習者的認知層面，因教學方法、教學內容而產生的「認知負荷」，在學習過程中對概念獲得的負面影響，從而建立了「認知負荷理論」。

Sweller認為認知負荷與短期記憶和工作記憶所能負荷的記憶單位數目有關，如果學習內容遠超過學習者的工作記憶，那麼學習者的理解力和學習能力將下

降。Paas (1992) 提出會產生學習者認知負荷的原因，是學習者在心智上所耗費的「努力」強度，努力愈多的，學習內容愈難理解的，認知負荷愈大。對於熟悉且已經融會貫通的課程，學習者的認知負荷量是低的。Marcus (1996) 指出在教學過程中，學習者的先備經驗若能和新資訊整合，降低工作記憶的負荷則可以減低認知負荷，進而幫助學習效果。

認知負荷理論對人類認知架構有四項基本假設 (Mousavi, Low, & Sweller, 1995; Sweller, 1998)：

1. 工作記憶 (Working Memory) 的容量是有限的：

對於新資訊的接收，必須依賴工作記憶對資訊作更深入的認識與理解，理解之後刻意予以保留，使之轉換為長期記憶。若待處理的訊息或材料本身的內部成分相互關連性很強，要相互參照才能了解，則更耗費短期記憶容量，因而產生更大的認知負荷，造成學習困難。

2. 長期記憶 (Long-Term Memory) 本身沒有容量的限制：

人類的長期記憶所儲存無盡的知識內容，是專家和生手差別的主要來源。專家在長期記憶中儲存了龐大的特定問題狀態知識，以及相對應的解題策略。在面對問題時，專家可以立即提取相對應的解題策略，但生手卻無法立即接觸到有效的解題策略，因此需要在短期記憶中進行推理和搜索，因而需耗費工作記憶的容量，較易產生認知負荷，造成學習困難。

3. 長期記憶中之內容主要以基模 (Schema) 的型態儲存：

基模包含了訊息的成分，它由簡單到複雜，由粗略到精緻的建構過程，亦即專門知能發展的過程。因為許多佔用記憶容量的訊息成分，可以融合成一個複雜的基模，而變成一個單一的處理單位，所以，基模除了在長期記憶中可以發揮組織和儲存訊息的功能外，亦可以在工作記憶區發揮降低記憶負荷的功能。

4. 基模運作自動化 (Schema Automation) 是基模建構的重要過程：

人類處理訊息的方式有二，一為發生在意識的層面控制式處理，佔用許多工作記憶的空間；另一為較少為意識所監控自動式處理，佔用極少的工作記憶空間。自動化的訊息處理可降低工作記憶的負荷，若藉由充分的練習可

以將基模的運作自動化，當基模運作自動化後，可以節省許多工作記憶區的空間，進而降低工作記憶區之負荷，便可同時對更多訊息作同時或更深入的處理。

是以本研究想了解學生在數量估計上的表現與大腦認知負荷間的關係是否相關，Marcus, Cooper, & Sweller (1996) 指出，在教學過程中，影響認知負荷的因素，分別為「學習者的先備經驗」、「教材的本質」與「教材的組織」，簡述如下：

#### 1.學習者的先備經驗 (Prior Experience)：

相同的教材對不同的學習者會有不同的認知負荷，原因便在於學習者的先備經驗有所不同。個體的先備經驗會在學習記憶區形成基模，學習者是否能夠瞭解學習內容的關鍵在於資訊量是否超出工作記憶區的負荷，若能將新的資訊與自動化的基模作整合，將可降低工作記憶區的負荷。因此，先備經驗的有無，可說是認知負荷的首要來源，藉由適當的基模可以降低認知負荷、幫助學習。

#### 2.教材的組織 (Organization)：

因應不同資訊的特性，應以適當的方式來呈現，不當的使用，將造成學習者無謂的認知負荷。例如，圖形利於空間關係的呈現、文字適合以循序的方式來處理。

#### 3.教材的本質 (Nature of the Material)：

教材元件相關連的程度是造成認知負荷的另一個原因。對學習者來說，低元件關連的教材較易於瞭解，原因在於該元件可以獨立的被處理，而不需參照其他資訊來源；但面對高元件關連程度的教材時，儘管元件的數量與前者相同或更少，亦可能難於瞭解，其原因在於學習者必須將較多的元件同時置入工作記憶區中來思考，如此將造成較高的認知負荷而阻礙學習。

Sweller等人 (1998) 則以教材設計的觀點，將認知負荷的來源分「內在認知負荷 (Intrinsic cognitive Load)」、「外在認知負荷 (Extraneous cognitive load)」及「增生認知負荷 (Germane cognitive load)」三類，簡述如下：

- 1.內在認知負荷主要和教材的本身的難易度、教材元件間的相關連程度及學習者的先備經驗有關。
- 2.外在認知負荷與教材的組織和呈現方式有關，不同的教材組織與呈現方式會有不同大小的外在認知負荷。藉由資料呈現、資訊組織等方面的設計，妥善安排教材，可以降低外在認知負荷，讓學習者更能善用有限的工作記憶區來處理與學習內容相關的資訊。
- 3.增生認知負荷為幫助學習者建立基模的過程所增加的負荷。其必須在總認知負荷量（內在認知負荷、外在認知負荷和增生認知負荷之總合）不超過學習者所能承受的範圍內，適當的引入增生認知負荷才有意義。

Sweller等人（1998）歸納以認知負荷理論為主題的實證研究，進而提出教學設計之原則，可分為七種效果，包含：開放目標效果（Goal-Free Effect）、示例效果（Worked Example Effect）、完成問題效果（Completion Problem Effect）、分散注意力效果（Split-Attention Effect）、形式效果（Modality Effect）、重複效果（Redundancy Effect）、變化效果（Variability Effect）。以下僅就形式效果、分散注意力效果、重複效果及示例效果進行探討。

#### 1.形式效果：

讓學習者同時藉由不同的感官刺激（視覺與聽覺）來接收資訊，例如：圖形解說與聲音旁白的呈現，將可增加工作記憶區的空間，這些增加的空間可降低認知負荷程度，進而提升學習成效。當資訊以雙重感官的方式呈現，會增加工作記憶區的容量，因此當資訊以視覺及聽覺夾雜時，其效果會比只有視覺或純聽覺來的好（Mousavi et al., 1995; Sweller et al., 1998）。若是文字與聲音旁白同時出現，則因為文字與聲音所在工作記憶區同屬於語文系統所以兩者同時出現反而會增加工作記憶的負荷。此外，若資訊結合不同的感官刺激但以循序的方式來呈現，則無法達到形式效果（Mayer, 1997; Tiene, 2000）。

#### 2.分散注意力效果：

當學習者必須將多重訊息互相參照整合才能理解學習內容時，如果這些訊息安排在分散的位置（例如圖形和文字解說分開放置）或出現時間不一致

(如動畫和旁白分開出現)，則會導致學習者需將注意力分散到各處，增加了認知負荷，也降低學習效果。將相同內容的資訊以整合方式呈現，會比花費心力將不同來源資訊整合起來，較有效地獲得資訊。例如：數學教材中，如果將角度或長度都標示在圖形上，會比僅以文字敘述來得容易學習；又如將文字的解釋放在該文字的旁邊或同一頁面，會比翻頁對照來得容易學習。此和Mayer & Anderson (1992) 所提出的連續原理相符，該原理指出：當文字和圖片在時間、空間上連續呈現時，多媒體的教學效果會增加。

### 3.重複效果：

當學習者面對由多種方式呈現的資訊時，如果僅由單一的呈現方式即可完整的傳達意義，但卻將相同的資訊，以不同方式同時呈現時，則會發生重複效果。此時，大量訊息同時進入到工作記憶將會導致其過度負荷，降低了學習效果。若將重複的資訊整合入主要的資訊中，學習者會無可避免的去處理所有的資訊，如此亦會增加認知上的負荷。有學者發現當圖片與文字分別都能解釋內容時，若二者同時放置一起，將強迫讀者去建立二者間的關聯，這多此一舉的現象非但不能加強學習效果，反而會造成認知負荷。

### 4.示例效果：

教師在教導程序性知識前，若能呈現適當的解題例子，將可協助學生對於問題狀態和解題步驟建構出較完整的基模，也可協助降低外在認知負荷。

應用認知負荷理論所發展的多媒體系統設計原則，主要考量到人類的認知架構，及其處理資訊的能力。由上一節的理論中，衍生了以下幾項多媒體設計原則：

- 1.分析學習過程中，對教材元件 (elements) 思索的需求，若同時呈現過量必須思索的資訊，將造成認知負荷。
- 2.使用單一且密合的表示方法，以減少注意力的分散。不當的位置配當、聲音、動畫，皆會引起注意力分散之情形。
- 3.移除重複的內容，減少認知負荷。例如：當資訊可由文字或圖表單獨且完整的表達時，文字或圖表擇一即可。
- 4.動畫與聲音 (或文字) 同時呈現，較循序呈現為佳。
- 5.資訊的呈現結合不同的感官刺激 (視覺、聽覺、觸覺)，可降低認知負荷。

上述幾項原則為多媒體設計時可利用的技巧，主要目的在於降低學習者外在認知負荷（Extraneous Cognitive Load），讓學習者能有效率的處理資訊內容。除此之外，學習者的經驗、動機、學習型態、先備知識等因素，也是影響學習效果的原因。相關研究指出多媒體設計若同時使用語音、文字與圖片，將可能降低學生的學習效果，由於學生在估計課程的學習中會使用大量的工作記憶，為避免造成額外的認知負荷，以致降低學習成效，是以本研究的教學設計中，只有圖片與文字說明。

### 第三節 數學與網路學習

電腦科技及網際網路具有多媒體、超越時空限制、及資源快速共享的特性，使得數位學習成為一種新的學習模式。電腦網路教學經過許多不同的發展階段，從最早期的以行為主義為設計理念基礎的電腦輔助教學（Computer-assisted Instruction, CAI），逐漸改變到以認知理論為主的電腦輔助學習（Computer-assisted Learning）、線上學習（Networked Learning），進展到目前以建構論為理念的網路化教學（Web-based Instruction）、網路化學習（Web-based Learning）及網路社群學習（Web-based communities learning）等不同型式。

美國學者Taylor（1980）指出電腦在教育的应用角色可分為三類：

- 1.把電腦當作教師（Computer as the tutor）：由電腦扮演教師，讓學生接受電腦的指導、訓練、模擬與問題解決等活動。
- 2.把電腦當作徒弟（Computer as the tutee）：使用者需撰寫程式與電腦溝通，由使用者控制電腦執行預定的工作。
- 3.把電腦當作工具（Computer as the tool）：把電腦當作教學與學習的工具，提供教師與學生多元呈現學習的過程及結果。

Shafer, Lahner, Calderone, Davis, & Petrie（2002）指出網路學習可以促進學生自我學習，並且擁有較好的學習策略以獲得較佳的學習成效；She & Fisher（2003）在網路多媒體動畫科學學習課程研究中，顯示不同學習風格與年級的學生在認知學習與情意學習上均有顯著的成效。She & Lee（in press）顯示網路化學習可有效

提升學生科學學習成就與推理能力，同時並促進概念改變。Leung (2003) 指出網路具有許多優良的學習特性如打破時空限制、具有高彈性的課程設計等，也因為這許多特性才促成學生在學習上有較佳的成效。由此可見網路學習與傳統教學模式相較起來，具有較高的學習成效，是值得嘗試的教學模式，也是未來教育發展的趨勢。

數學是一門令很多學生極為傷腦筋的科目，主要原因在於，數學是屬於較抽象的知識。學生在符號表徵的世界（知識）、實體的生活世界（行動）、以及意念思維的世界（省思）之間，無法達到互動的體會與認知。數學教師應該考慮運用現代資訊科技，營造生動的學習環境，幫助學生的數學學習（盧憲基，民93）。

由於網際網路為一開放性架構，當學習者在網路中進行學習時，可以自行控制欲瀏覽之學習資源，然而Snow (1980) 的研究指出，學習者必需在明瞭自己對知識的需求以及能對這些資訊作適當的操作下，才能發揮功能。所以在學習管理平台中，若沒有適當的提示以及輔助，學習者很容易在學習的過程中偏離方向或效率不彰，造成與教學者設計的教學目標有著極大的差異（謝章冠，民91）。因此，網路教學系統需要能提供學習路徑的控制機制，讓教材編輯者預先設定學習者的學習順序，根據學習者的能力進行導覽，以顧及個別化教學的需求。

在網路的開放環境中，教師應能透過網路的功能，讓學生在網路的環境中更容易有個別化的思考，獨立學習的優點。例如：Sankaran & Rajan (2005) 指出他們在2000年發現全球普遍存在的一個問題，教學缺乏創造力，其表示數學教學大多只是計算流程、靜態內容、既不生動也缺乏創造力，激不起孩童的學習動機，更讓大多數學老師們因缺乏多媒體輔助工具而深感無力。HeyMath!學習系統的原型，大量運用生活化的內容和互動式的動畫，不但破除學童對數學的恐懼，更讓數學變得有趣、生動。

綜合三節文獻，Douglass (1925) 在數量估計研究中指出，對於大部分的高智商學前兒童是否能準確地估計範圍6~12的數量，並不十分清楚，於是Baroody & Gatzke (1991) 所採用的數量大小，決定以3、8、15、25、35進行研究，藉由檢視兒童在這五個數量的估計情形，判斷哪個範圍的數量最適合進行估計的教學。在

實施估計教學上，採開放性、數字參照、數量順序與範圍任務，在開放性任務中，研究者並沒有因為卡片上的數量增加而稍微延長作答時間，都是2秒中的時間。研究結果Baroody & Gatzke (1991) 比較不建議採用開放性任務的方法，Baroody & Gatzke 認為開放性任務的教學很容易強調正確的數目，而直接或間接的降低兒童想嘗試估計的意願。誤差就 $\pm 25\%$ 、 $\pm 50\%$ 、 $\pm 100\%$ 進行分析討論。

近年來的研究越來越強調學生在估計時所使用的策略，Siegel等人 (1982) 的研究以發展估計流程的模型與學生會使用哪些估計策略為目標。Crites (1992) 以 Siegel等人 (1982) 的研究發現作為基礎，探索擅長估計與不擅長估計者，習慣以何種策略進行估計為研究重點。針對學生在估計的表現，誤差若在實際值 $\pm 50\%$ 之間，則可被視為合理的估計。為深入瞭解學生如何進行估計以解決問題，Crites安排了面談任務，研究結果Crites認為大部分的學生並沒有充分的數量估計的經驗，所以Crites建議學生一定要透過實際練習的機會，才能獲得數量估計的技巧，甚至能發展出屬於自己獨特的數量估計策略。

在實驗對象的選取上，年紀小的在學習上有較多先天上的限制，語言的表達較不豐富，也較缺乏估計的經驗，隨著年紀的成長，估計的能力也隨之不同，故本研究以國中七年級與九年級學生為實驗對象。在數量估計的範圍上，國中生相較於小學生與學前兒童而言年紀較大，我們決定數量估計的範圍為10~50，文獻中未提及國中生能對多大的數量作有效的估計，所以我們以學者的研究為基礎，決定以50為最大的數量估計範圍。在估計的任務上，開放性任務的教學很容易強調正確的數目，致降低學生估計的意願，所以本研究結合開放性、數字參照、數量順序與範圍任務的優點，以半開放性任務為主，選項在設計上便包含了不同程度的誤差；為能更深入瞭解學生使用策略的學習歷程，以面談任務為輔，在學習結束後，篩選學生進行晤談分析。

在數量估計的時間上，我們認為估計的時間應隨著數量改變而稍做調整，否則容易造成對大數量進行估計時，只能猜完全無法進行估計的情形。本研究為精準訂定估計各種不同數量所需時間，在進行課程前，隨機選取非實驗對象的學生數十位，年級不拘，紀錄學生精確答對各種數量所需的時間，以此時間為依據，

此時間的1/2為給予實驗學生估計的時間，若學生能以一半的時間便能做有效估計，便達到教學的效果。在誤差上，我們認為最小誤差訂為 $\pm 25\%$ 有些太大，最大誤差訂為 $\pm 100\%$ 亦太大，所以將誤差縮小至 $\pm 10\% \sim \pm 50\%$ 進行研究分析。在估計策略的選取上，設計靈感來自蔡乙榮先生多年來的數鷹經驗，以群組的方式為基礎，配合Siegel et al. (1982)、Crites (1992) 的研究，將估計策略中—數量分解與合成，發展為群組估計與乘法估計策略進行教學。在學習環境上，我們以網路為估計學習平台，網路平台克服了傳統教室空間的限制，老師能透過廣播功能，一次性的對大範圍學生進行更有效的示範，為讓學生能較有效的學習，學生在操作系統進行學習時，沒有時間的限制，學生均可在有限的上課時間完成每階段的學習。學生在操作過程中，每完成一個學習階段，系統便會自動關閉這階段的學習課程，然後開啟下階段學習選單，確保學生完成每個學習階段。



### 第三章 研究方法

本研究是以電腦為學習平台的網路學習環境，透過估計策略教學，協助國中學生學習策略在估計上的運用，在數量上能更有效的「進行估計」。研究採用準實驗設計中的單組前測後測實驗設計方式進行。本章以研究對象、研究設計、教學策略、研究流程、研究工具、資料蒐集與分析等六節分別敘述。

#### 第一節 研究對象

本研究是以台北市某國民中學七、九年級入學以來數學段考成績總表現無顯著差異的學生為對象，各年級選三班，學生人數共206人，學生家庭社經背景為富裕到小康，分班方式為常態編班。參與教學實驗的教師1人，為五年以上教學經驗之數學領域教師。

本研究將各年級三班學生，分成實驗組兩個班級與對照組一個班級，實驗組分為群組估計組與乘法估計組，各採不同教學策略在電腦教室進行網路課程學習，人數分別為70人、69人；對照組只於電腦教室以反覆操作方式進行練習，不採任何教學策略，共67人。

七、九年級學生在「數學期中考成績」未達顯著性差異，分析的結果如表 3.1.1：

表3.1.1 七、九年級實驗組與對照組學生數學科期中考之分析結果

測驗種類	群組估計組		乘法估計組		對照組		平均差	F 檢定	p 值
	Mean	S.D.	Mean	S.D.	Mean	S.D.			
七年級							G-M：.81	.033	.968
	61.76	20.90	60.94	21.94	60.41	21.82	M-對：.53		
							G-對：1.35		
							G-M：.36		
九年級	59.61	22.26	59.25	21.38	59.53	20.10	M-對：-.27	.003	.997
							G-對：.09		

## 第二節 研究設計

本研究採用準實驗設計法，國中七年級部分，以一個班為群組估計組(N=33)、一個班為乘法估計組(N=35)與一個班為對照組(N=34)；國中九年級部分，以一個班為群組估計組(N=37)、一個班為乘法估計組(N=34)與一個班為對照組(N=33)。研究的自變項為教學策略，分別為群組估計(Grouping)、乘法估計(Multiplication)與對照組、年級分組(七年級、九年級)，依變項為「估計測驗」及「學生晤談內容結果」。研究架構如圖 3.2.1

圖 3.2.1 研究架構



### 1. 自變項：

本研究的自變項為教學策略，分別為群組估計(Grouping)、乘法估計(Multiplication)與對照組、年級分組(七年級、九年級)。群組估計組採群組估計策略教學；乘法估計組採乘法估計策略教學；對照組於前測後的三週內，由老師播放投影片，請學生回答投影片上圖案的數量，老師沒有使用任何估計策略進行教學，每次練習時間約25~30分鐘。群組估計組、乘法估計組及對照組各組自前測到後測均為四堂課，其中包含前測、學習、後測，分組人數情形如表3.2.2：

表 3.2.2 群組估計組、乘法估計組及對照組的分組人數情形

各分組類別變項	群組估計組 (群組估計策略)	乘法估計組 (乘法估計策略)	對照組
年級分組			
七年級	33 人	35 人	34 人
九年級	37 人	34 人	33 人

## 2.依變項：

依變項為學生之估計測驗後測成績，後測結束後篩選學生進行訪談。各組篩選8位學生，共48位，8位學生分別為：將估計測驗後測成績排序，在高分群中選取進步幅度最大的男女生各一位；前、後測成績差異不大，且平均都很高的男女生各一位；前、後測成績差異不大，且平均位居該班中間位置的男女生各一位；前、後測成績差異不大，且平均最低的男女生各一位，並進一步分析各組學生在教學前、後的差異，特別針對後測成績較前測進步許多且高分的學生，在學習前後進行估計時，方法有否改變。

## 第三節 教學策略

群組估計組與乘法估計組各採不同估計策略進行教學，教學策略如下：

### 1.群組估計策略：

#### (1)示範教學，播放教學檔案：

播放以2個單位為一數的20個gif動態圖檔。螢幕中的圖案先以浮水印呈現。畫面中，以2個單位為一數，逐步上色，讓學生在數數時，建立以群組方式進行估計的概念，進而可用較短的時間作估計，播放過程中，配合字幕與老師講解。播放結束後，再將20個gif動態圖檔改以3個單位、5個單位為一數播放一次，時間約五分鐘。如圖3.3.1

#### (2)網路課程學習：

學生透過網路平台進行估計練習，練習共分為三階段，圖案個數由少到多，依據個數的不同，難度分別為易、中、難。配合群組估計策略，每題的問題中皆包含兩個問題，讓學生能確實使用估計策略進行練習，在每題作答後，予以文字回饋，提供學生作答參考。每個階段中各有兩次練習，練習題目相同，題目、選項採隨機排列，依照學生學習發展，

第一次練習時間較長，每題作答時間為預試時間的 $\frac{2}{3}$ (課程設計詳見附

件)，第二次練習時間則縮短為預試時間的 $\frac{1}{2}$ 。第一階段的圖案個數為

10~16個，第二階段為18~28個，第三階段為30~50個，每階段練習時間約為25~30分鐘。如圖3.3.2

## 2.乘法估計策略：

### (1)示範教學，播放教學檔案：

螢幕中的圖案先以浮水印呈現。接著自左下角起，在縱向方向上，陸續將圖案上色，後標以箭頭方向和數字，數字表示在縱的方向上的個數。在橫向方向上，亦陸續將圖案上色，並標以箭頭方向和數字，數字表示在橫的方向上的個數，讓學生在數數時，建立以乘法方式進行估計的概念，進而可用較短的時間作估計，播放過程中，配合字幕與老師講解，時間約五分鐘。如圖3.3.3

### (2)網路課程學習：

與群組估計組相同，配合乘法估計策略，每題的問題中亦包含兩個問題。如圖3.3.4

圖 3.3.1 群組估計策略示範教學

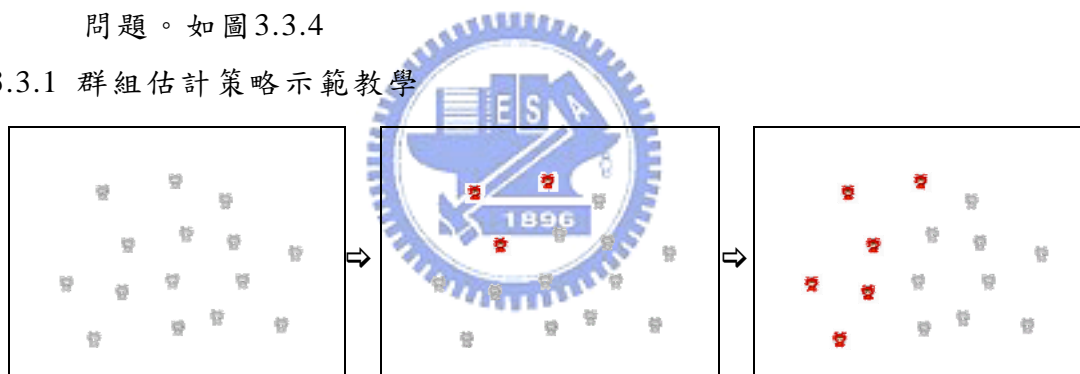


圖 3.3.2 群組估計網路課程學習



圖 3.3.3 乘法估計策略示範教學

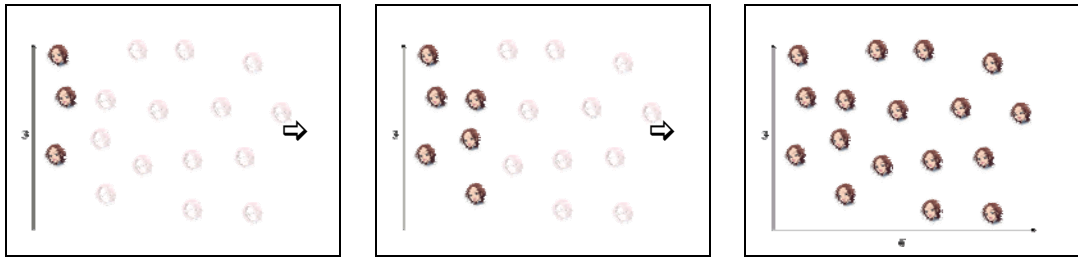


圖 3.3.4 乘法估計網路課程學習



## 第四節 研究流程

研究歷程分為三個階段，依序為研究準備階段、教學階段及資料分析階段。

### 1. 研究準備階段：

研究問題確立後，進行教學策略的討論，配合本研究學習模式設計學習事件，剪輯編修教學所需多媒體影音資料，建構網路學習課程平台。實施預試，建立學生前測時間。

### 2. 教學階段：

接著在教學前針對學生估計(估計測驗)、工作記憶(視覺記憶測驗、空間記憶測驗)實施前測。群組估計組學生進行群組估計策略網路課程學習，乘法估計組學生進行乘法估計策略網路課程學習，對照組學生則沒有任何特殊估計教學策略。三週後以同樣試題對各組學生進行後測並篩選晤談。

### 3.資料分析階段：

將研究期間所蒐集到的資料進行分析，完成結論報告。研究流程如圖 3.4.1。

圖 3.4.1 研究流程



## 第五節 研究工具

本研究所使用的工具有「估計測驗」、「視覺記憶測驗」、「空間記憶測驗」、「估計網路學習平台」、「訪談工具」等。

### 1.估計測驗：

以 Barody & Gatzke (1991) 的研究為基礎設計半開放式的估計測驗，題型為七選一的選擇題，共 30 題，每題的圖案個數從 10~50 不等，分別有 10、11、12、14、15、16、18、20、21、24、25、28、30、32、35、40、50 個，平均分散在 30 題中，題目、選項均隨機排列，7 個選項分別為：正確答案、正確答案±10%、正確答案±25%、正確答案±50%，選項代表不同的估計誤差：10%、25%、50%。計分時，分別依據誤差給予 10 分、9 分、7.5 分、5 分，總分共計 300 分。估計測驗前測 Cronbach's  $\alpha = .867$ ，後測 Cronbach's  $\alpha = .873$ 。其中，將估計測驗分為難、中、易組，進行時間各約 25~30 分鐘，Cronbach's  $\alpha$  如表 3.5.1。

表 3.5.1 各項測驗信度值

信度值(Cronbach's $\alpha$ )	前測信度	後測信度
估計測驗-易組	.749	.738
估計測驗-中組	.716	.733
估計測驗-難組	.691	.749

### 2.視覺記憶測驗：

由鄭淑芬與余曉清(2007)發展出來，題型為二選一的選擇題，除了 3 題預備題，共 30 題，判斷前後兩頁的圖案是否相同。2 個選項分別為相同、不相同。每個難度有三題，共計十個難度。計分時，每等級的 3 題，只答對一題給 1/3 分；對兩題給 1/2 分；三題全對給一分，計算總分時，累計每個等級的得分直至某等級得分不為 1 分時即停止。Cronbach's  $\alpha = .800$

### 3.空間記憶測驗：

由鄭淑芬與余曉清(2007)發展出來，題型為二選一的選擇題，除了 3 題預備題，共 30 題，判斷前後兩頁 5×5 方格中，著色方格的位置是否相同。2 個選項分別為相同、不相同。每個難度有三題，共計十個難度。計分方式同視覺記憶測驗。Cronbach's  $\alpha = .951$

### 4.估計網路學習平台：

估計網路學習平台於研究期間，架設於交通大學電子計算機中心伺服

器，網址為 <http://esciedu.nctu.edu.tw/examlist.php>。本研究設定學生必須依照順序，依序學習，學生在輸入帳號密碼登入系統後，便可點選進入學習課程(如圖 3.5.1)。本研究進行的學習活動共分為三個階段，依序分別為：階段一：教學活動、小數估計練習(難度：易→難)，階段二：中數估計練習(難度：易→難)，階段三：大數估計練習(難度：易→難)。為讓學生在教學活動中自然植入估計策略，在每一個學習事件後提問一個問題，以強化估計策略的運用。問題分為兩部分：第一部分要求學生就問題回答如何使用估計策略，第二部分則讓學生回答估計後的結果。其中因實驗組有兩組，所以就估計策略的不同，第一個問題也有所不同(如圖 3.3.2、圖 3.3.4)。每一學習事件結束後會提供文字回饋，讓學生瞭解自我學習狀態，透過問題的提問，強化估計策略的運用。

圖 3.5.1 學習課程



#### 5.訪談工具：

配合本研究目的，訪談採半結構式進行，問題結構大致相同，訪談問題會依學生的回答略有不同，訪談結構如下：

(1)請學生分享在估計測驗前後測中，是如何進行估計的。

(2)對於在後測中分享新策略或答題技巧的學生，深入瞭解原因。當學生回答的策略非老師所教或能使用靈活的答題技巧時，會要求學生詳細說明過程與原因。列舉一例如下：(I：interviewer，S：student)

I：請你分享在前後測中，你是怎麼進行估計的？

S：前測時，我使用 A 方法，後測時，我使用 B 方法。

I：為何你在後測時，會使用 B 方法而非 A 方法進行估計 or 能不能將 B 方法說得清楚一點。

(3)對於在後測中未使用所學策略的學生，深入瞭解原因。當學生未將所學策略用於答題時，會要求學生說明原因。列舉一例如下：

I：請你分享在前後測中，你是怎麼進行估計的？

S：前測時，我使用 A 方法，後測時，我使用 A 方法。

I：後測時有沒有考慮過使用 B 方法呢？(B 方法為所學策略)

## 第六節 資料蒐集與分析

本研究期間所蒐集的資料有「估計測驗」、「視覺記憶測驗」、「空間記憶測驗」和學生晤談內容等。

測驗結果的統計分析主要是以 SPSS 12.0 套裝軟體進行，研究者逐一分析受測者在網路學習平台中所選擇的選項，整理出受測者的綜合表現，並進行統計分析探討。

### 1.估計測驗：

以估計測驗前測成績為共變項，進行 ANCOVA 分析比較教學策略(群組估計組、乘法估計組、對照組)、年級(七年級、九年級)在後測成績上有什么差異。

### 2.視覺記憶測驗：

與空間記憶測驗、數學學業成就表現、估計測驗前測成績、估計測驗後測成績進行雙變數相關分析，探討兩兩之間的相關性。

### 3.空間記憶測驗：

與視覺記憶測驗、數學學業成就表現、估計測驗前測成績、估計測驗後測成績進行雙變數相關分析，探討兩兩之間的相關性。

## 第四章 研究結果與討論

### 第一節 估計策略教學成效分析

為了回答研究問題一(不同教學模式、不同年級，對學生在估計學習成就有何差異?)，研究者將七、九年級學生均分為實驗組、對照組，其中實驗組又分為群組估計組、乘法估計組兩組，將測驗結果的分析整理如下：

#### 1.不同教學模式與年級分組的估計測驗之敘述性統計及配對T檢定分析：

將群組估計組、乘法估計組、對照組的估計測驗成績(前測、後測)，依照年級分組(七年級、九年級)，將敘述性統計整理如表 4.1.1：

表 4.1.1 「不同教學模式」與「不同年級」估計測驗之敘述性統計

		人數	估計測驗前測		估計測驗後測		後測－前測	
		N	Mean	S.D.	Mean	S.D.	平均差	t 值
群組 估計 組	七年級	33	267.83	12.19	282.59	12.64	14.76	7.56***
	九年級	37	273.74	18.40	286.22	11.93	12.47	6.13***
	全體	70	270.79	15.95	284.51	12.32	13.55	9.60***
乘法 估計 組	七年級	35	271.86	17.05	276.34	14.42	4.49	1.83
	九年級	34	268.01	18.22	276.99	14.07	8.97	3.18**
	全體	69	269.96	17.61	276.66	14.15	6.70	3.58***
對 照 組	七年級	34	267.38	18.41	265.85	15.44	-1.53	-.63
	九年級	33	270.68	17.87	273.67	17.80	2.98	.99
	全體	67	269.01	18.08	269.70	16.98	.69	.36

N=206

從年級分組的角度來看，群組估計組的七、九年級學生，後測成績均較前測成績進步，t值均達顯著水準；乘法估計組的七年級學生，前測到後測成績未達顯著水準，乘法估計組的九年級學生，後測成績較前測成績進步，t值均達顯著水準；對照組的七、九年級學生，前測到後測成績均未達顯著水準。

由此結果可以得知，群組估計組在進行估計策略教學後，七、九年級的學生均有顯著的進步；乘法估計組在進行估計策略教學後，只有九年級的學生有顯著的進步，七年級學生雖有進步，但不顯著，以全體學生來看，前後測成績進步仍達顯著；對照組沒有特殊的估計策略，只進行一般性練習，無任何策略教學，學生無法在估計上建構概念，獲得有效學習成果。

## 2.不同教學模式與年級分組在估計測驗後測總分二因子單變量共變項推論統計分析：

將教學模式、年級分組兩變項與估計測驗進行單因子共變數分析，以「教學模式」、「年級分組」為自變項，控制變項為「估計測驗前測成績」，依變項為「估計測驗後測成績」，結果如表 4.1.2：

表 4.1.2 不同教學模式與年級分組在估計測驗後測總分二因子單變量共變數分析

變異來源	df1	df2	F 檢定	p 值	淨相關 Eta 平方
共變數：估計測驗前測	1	199	108.768	.000***	.353**
教學模式	2	199	23.83	.000***	.193***
年級分組	1	199	3.70	.056	.018*

註：df1 為假設自由度，df2 為誤差自由度；\*  $p < .05$ ，\*\*  $p < .01$ ，\*\*\*  $p < .001$

淨相關 Eta 平方- $\eta^2$ ：\*  $\eta^2 > .0099$ (small)，\*\*  $\eta^2 > .0588$ (medium)，\*\*\*  $\eta^2 > .1379$ (large)

由表 4.1.2 中顯示，估計測驗後測，在不同教學模式達顯著水準( $p = .000$ )。由於自變項各因子(教學模式、年級分組)之間交互作用未達顯著水準，因此針對教學模式進行主要效果分析，再依其顯著性與否進行單因子單變量共變數分析，結果如表 4.1.3：

表 4.1.3 不同教學模式之主要效果摘要表

變異來源	單變量 後測 F 值	事後比較
教學模式	23.76***	後測：群組估計組>乘法估計組( $p = .000$ ) 乘法估計組>對照組( $p = .002$ ) 群組估計組>對照組( $p = .000$ )

F 值：\*  $p < .05$ ，\*\*  $p < .01$ ，\*\*\*  $p < .001$

由表 4.1.3 中顯示「不同教學模式分組因子」對「估計測驗成績」的主要效果達顯著水準( $p=.000$ )，於是再以單因子單變量共變數分析進行事後檢定，結果顯示：不同教學模式後測達顯著水準( $F=23.76$ ,  $p=.000$ )，事後檢定顯示群組估計組的表現優於乘法估計組( $p=.000$ )，乘法估計組的表現優於對照組( $p=.002$ )，群組估計組的表現優於對照組( $p=.000$ )。

估計測驗共計 30 題，依圖案個數多寡將題目難度分為難、中、易三個等級，每個等級各 10 題。以下就「易組」、「中組」、「難組」進行二因子單變量共變項分析，探討學生在不同難度中的學習狀況。

3.不同教學模式與年級分組在估計測驗後測-「易組」總分二因子單變量共變項推論統計分析：

將教學模式、年級分組兩變項與估計測驗後測-「易組」進行單因子共變數分析，以「教學模式」、「年級分組」為自變項，控制變項為「估計測驗前測-「易組」成績」，依變項為「估計測驗後測-「易組」成績」，結果如表 4.1.4：

表 4.1.4 不同教學模式與年級分組在估計測驗後測-易組總分二因子單變量共變數分析

變異來源	df1	df2	F 檢定	p 值	淨相關 Eta 平方
估計測驗前測-易	1		42.003	.000***	.174
教學模式	2	199	5.398	.005**	.051
年級分組	1	199	.001	.982	.000

註：df1 為假設自由度，df2 為誤差自由度；\*  $p<.05$ ，\*\*  $p<.01$ ，\*\*\*  $p<.001$

淨相關 Eta 平方- $\eta^2$ ：\*  $\eta^2>.0099$ (small)，\*\*  $\eta^2>.0588$ (medium)，\*\*\*  $\eta^2>.1379$ (large)

由表 4.1.4 中顯示，估計測驗後測-易組，在不同教學模式達顯著水準( $p=.005$ )，由於自變項各因子(教學模式、年級分組)之間交互作用未達顯著水準，因此針對教學模式進行主要效果分析，再依其顯著性與否進行單因子單變量共變數分析，結果如表 4.1.5：

表 4.1.5 不同教學模式之主要效果摘要表

變異來源	單變量	事後比較
	後測 F 值	
教學模式	5.340 <sup>**</sup>	後測：群組估計組>對照組

F 值：\*  $p < .05$ ，\*\*  $p < .01$ ，\*\*\*  $p < .001$

由表 4.1.5 中顯示「不同教學模式分組因子」對「估計測驗-「易組」成績」的主要效果達顯著水準( $p = .005$ )，於是再以單因子單變量共變數分析進行事後檢定，結果顯示：不同教學模式後測達顯著水準( $F = 5.340$ ， $p = .005$ )，事後檢定顯示群組估計組的表現優於對照組( $p = .001$ )，乘法估計組對對照組與群組估計組對乘法估計組在後測無顯著差異。

4.不同教學模式與年級分組在估計測驗後測-「中組」總分二因子單變量共變項推論統計分析：

將教學模式、年級分組兩變項與估計測驗後測-「中組」進行單因子共變數分析，以「教學模式」、「年級分組」為自變項，控制變項為「估計測驗前測-「中組」成績」，依變項為「估計測驗後測-「中組」成績」，結果如表 4.1.6：

表 4.1.6 不同教學模式與年級分組在估計測驗後測-中組總分二因子單變量共變數分析

變異來源	df1	df2	F 檢定	p 值	淨相關 Eta 平方
估計測驗前測-中	1		68.752	.000 <sup>***</sup>	.257
教學模式	2	199	1.124	.000 <sup>***</sup>	.092
年級分組	1	199	.758	.385	.004

註：df1 為假設自由度，df2 為誤差自由度；\*  $p < .05$ ，\*\*  $p < .01$ ，\*\*\*  $p < .001$

淨相關 Eta 平方- $\eta^2$ ：\*  $\eta^2 > .0099$ (small)，\*\*  $\eta^2 > .0588$ (medium)，\*\*\*  $\eta^2 > .1379$ (large)

由表 4.1.6 中顯示，估計測驗後測-中組，在不同教學模式達顯著水準( $p = .000$ )，由於自變項各因子(教學模式、年級分組)之間交互作用未達顯著水準，因此針對教學模式進行主要效果分析，再依其顯著性與否進行單因子單變量共變數分析，結果如表 4.1.7：

表 4.1.7 不同教學模式之主要效果摘要表

變異來源	單變量	事後比較
	後測 F 值	
教學模式	1.364***	後測：群組估計組>乘法估計組 乘法估計組>對照組 群組估計組>對照組

F 值：\*  $p < .05$ ，\*\*  $p < .01$ ，\*\*\*  $p < .001$

由表 4.1.7 中顯示「不同教學模式分組因子」對「估計測驗-「中組」成績」的主要效果達顯著水準( $p = .000$ )，於是再以單因子單變量共變數分析進行事後檢定，結果顯示：不同教學模式後測達顯著水準( $F = 1.364$ ， $p = .000$ )，事後檢定顯示群組估計組的表現優於乘法估計組( $p = .011$ )，乘法估計組的表現優於對照組( $p = .048$ )、群組估計組的表現優於對照組( $p = .000$ )。

5.不同教學模式與年級分組在估計測驗後測-「難組」總分二因子單變量共變項推論統計分析：

將教學模式、年級分組兩變項與估計測驗後測-「難組」進行單因子共變數分析，以「教學模式」、「年級分組」為自變項，控制變項為「估計測驗前測-「難組」成績」，依變項為「估計測驗後測-「難組」成績」，結果如表 4.1.8：

表 4.1.8 不同教學模式與年級分組在估計測驗後測-難組總分二因子單變量共變數分析

變異來源	df1	df2	F 檢定	p 值	淨相關 Eta 平方
估計測驗前測-難	1		53.922	.000***	.213
教學模式	2	199	3.82	.000***	.236
年級分組	1	199	13.001	.000***	.061

註：df1 為假設自由度，df2 為誤差自由度；\*  $p < .05$ ，\*\*  $p < .01$ ，\*\*\*  $p < .001$

淨相關 Eta 平方- $\eta^2$ ：\*  $\eta^2 > .0099$ (small)，\*\*  $\eta^2 > .0588$ (medium)，\*\*\*  $\eta^2 > .1379$ (large)

由表 4.1.8 中顯示，估計測驗後測-難組，在不同教學模式與不同年級均達顯著水準( $p = .000$ )。由於自變項各因子(教學模式、年級分組)之間交互作用未達顯著

水準，因此針對教學模式、年級分組進行主要效果分析，再依其顯著性與否分別進行單因子單變量共變數分析，結果如表 4.1.9：

表 4.1.9 不同教學模式之主要效果摘要表

變異來源	單變量	事後比較
	後測 F 值	
教學模式	3.82***	後測：群組估計組>乘法估計組 乘法估計組>對照組 群組估計組>對照組
年級分組	13.001***	後測：九年級>七年級

F 值：\*  $p < .05$ ，\*\*  $p < .01$ ，\*\*\*  $p < .001$

由表 4.1.9 中顯示「不同教學模式分組因子」對「估計測驗-「難組」成績」的主要效果達顯著水準( $p = .000$ )，不同年級分組對「估計測驗-「難組」成績」的主要效果亦達顯著水準( $p = .000$ )，於是再以單因子單變量共變數分析進行事後檢定，結果顯示：

- 1.不同教學模式後測達顯著水準( $F = 3.82$ ， $p = .000$ )，事後檢定顯示群組估計組的表現優於乘法估計組( $p = .000$ )，乘法估計組的表現優於對照組( $p = .001$ )、群組估計組的表現優於對照組( $p = .000$ )。
- 2.不同年級分組後測達顯著水準( $F = 13.001$ ， $p = .000$ )，事後檢定顯示九年級的表現優於七年級( $p = .001$ )。

## 6.相關與迴歸

### (1)相關：

為了釐清視覺記憶測驗成績、空間記憶測驗成績、數學段考成績三個變項是否能夠用來解釋依變項-估計測驗後測成績，採用同時迴歸分析。因同時迴歸為解釋型迴歸，第一個工作是檢視各變項的特性與相關情形。見表 4.1.10。

表 4.1.10 雙變數相關

變項	相關				
	視覺記憶 測驗成績	空間記憶 測驗成績	數學段考 成績	估計測驗 前測成績	估計測驗 後測成績
視覺記憶測驗成績	1.00				
空間記憶測驗成績	.117	1.00			
數學段考成績	.137*	.085	1.00		
估計測驗前測成績	.243**	.229**	.135	1.00	
估計測驗後測成績	.136	.298**	.240**	.567**	1.00

由表 4.1.10 數據顯示，空間記憶測驗成績、數學段考成績兩個變項與依變項相關達顯著，分別為.298( $p=.000$ )與.240( $p=.001$ )，兩個變項間並無高度相關，故無共線性的問題。

## (2)迴歸分析

以估計後測成績為依變項，空間記憶測驗成績與數學段考成績為自變項，進行逐步迴歸分析，結果如表 4.1.11。

表 4.1.11 估計測驗後測的逐步迴歸法估計結果與模式摘要

估計後測成績	B	Standard error	Beta	t	p	R <sup>2</sup>	Collinearity Statistics	
							Tolerance	VIF
常數	259.242	3.512		73.823	.000			
空間記憶測驗成績	1.277	.299	.279	4.264	.000	.089	.993	1.007
數學段考成績	.160	.049	.216	3.296	.001	.135	.993	1.007
整體模型	F(2,203)=15.836 ( $p=.000$ )							

表 4.1.11 列出以逐步迴歸法所得到模型摘要與參數估計結果，整個模型可以解釋依變項的 13.5%。

進一步檢視各變項的個別解釋力，發現空間記憶測驗成績與數學段考成績具有顯著的解釋力，空間記憶測驗成績 beta 係數為.279， $t(203)=4.264$ ， $p=.000$ ；數

學段考成績 beta 係數為.216， $t(203)=3.296$ ， $p=.001$ ，當空間記憶測驗成績、數學段考成績越高者，估計後測成績越高，視覺記憶測驗成績的解釋力則未達顯著，所以在逐步分析中此變項遭剔除。

總結逐步迴歸分析得到的結果發現，空間記憶測驗成績與數學段考成績兩個變項對於估計測驗後測成績有一定的解釋力，解釋力分別為 8.9%與 4.6%，空間記憶測驗成績為主要解釋變項，而視覺記憶測驗成績的邊際解釋力並沒有統計顯著性。

下表 4.1.12、4.1.13、4.1.14 整理所有學生前後測答題狀況，我們以誤差 10% 進行討論，評估學生在教學過後的估計能力。



表 4.1.12 群組估計組(70 人)前後測答題比例

數量	前測誤差範圍				後測誤差範圍				後-前	
	-10%	0%	10%	±10%	-10%	0%	10%	±10%	±10%	0%
10	7.1	80.0	5.7	92.8	2.9	94.3	1.4	98.6	5.8	14.3
10	8.6	77.1	11.4	97.1	0.0	95.7	2.9	98.6	1.5	18.6
11	1.4	75.7	15.7	92.8	0.0	88.6	7.1	95.7	2.9	12.9
12	0.0	77.1	12.9	90.0	0.0	88.6	7.1	95.7	5.7	11.5
14	7.1	67.1	14.3	88.5	8.6	77.1	5.7	91.4	2.9	10.0
14	4.3	71.4	14.3	90.0	4.3	81.4	8.6	94.3	4.3	10.0
15	7.1	57.1	20.0	84.2	4.3	80.0	8.6	92.9	8.7	22.9
15	5.7	52.9	25.7	84.3	5.7	78.6	8.6	92.9	8.6	25.7
16	10.0	58.6	15.7	84.3	4.3	77.1	5.7	87.1	2.8	18.5
16	8.6	55.7	21.4	85.7	1.4	72.9	20.0	94.3	8.6	17.2
18	12.9	47.1	17.1	77.1	11.4	60.0	11.4	82.8	5.7	12.9
18	12.9	35.7	20.0	68.6	12.9	52.9	21.4	87.2	18.6	17.2
20	10.0	55.7	18.6	84.3	8.6	74.3	7.1	90.0	5.7	18.6
20	12.9	57.1	15.7	85.7	11.4	70.0	7.1	88.5	2.8	12.9
21	12.9	52.9	18.6	84.4	4.3	68.6	18.6	91.5	7.1	15.7
24	10.0	21.4	47.1	78.5	14.3	58.6	20.0	92.9	14.4	37.2
24	17.1	40.0	21.4	78.5	7.1	55.7	24.3	87.1	8.6	15.7
25	11.4	50.0	24.3	85.7	12.9	64.3	17.1	94.3	8.6	14.3
25	15.7	42.9	28.6	87.2	5.7	72.9	15.7	94.3	7.1	30.0
28	12.9	32.9	27.1	72.9	20.0	55.7	11.4	87.1	14.2	22.8
30	28.6	27.1	24.3	80.0	27.1	47.1	18.6	92.8	12.8	20.0
32	15.7	35.7	21.4	72.8	21.4	54.3	17.1	92.8	20.0	18.6
32	18.6	35.7	15.7	70.0	15.7	58.6	12.9	87.2	17.2	22.9
35	15.7	28.6	28.6	72.9	11.4	67.1	14.3	92.8	19.9	38.5
35	11.4	30.0	30.0	71.4	15.7	54.3	22.9	92.9	21.5	24.3
35	14.3	37.1	18.6	70.0	14.3	58.6	17.1	90.0	20.0	21.5
40	24.3	21.4	30.0	75.7	32.9	44.3	15.7	92.9	17.2	22.9
40	31.4	15.7	20.0	67.1	37.1	38.6	11.4	87.1	20.0	22.9
50	30.0	17.1	12.9	60.0	34.3	37.1	12.9	84.3	24.3	20.0
50	20.0	34.3	15.7	70.0	32.9	40.0	11.4	84.3	14.3	5.7
平均									11.1	19.2

Note：-10%：代表誤差為 10%，估計結果比正確值小；0%：代表零誤差；10%：代表誤差為 10%，估計結果比正確值大。

從數據中顯示，後測誤差在±10%內的累積百分比，較前測的累積百分比高(平均：11.1%)，且 30 題的累積百分比皆為正數，顯示學生估計誤差在±10%內的人數變多了；其中零誤差，亦即 100%精準的比例也提高了(平均：19.2%)，整體顯示在估計教學後，群組估計組的學生估計能力有所提升。

表 4.1.13 乘法估計組(69 人)前後測答題比例

數量	前測誤差範圍				後測誤差範圍				後-前	
	-10%	0%	10%	±10%	-10%	0%	10%	±10%	±10%	0%
10	10.1	81.2	2.9	94.2	1.4	91.3	1.4	94.1	-0.1	10.1
10	5.8	71.0	11.6	88.4	0.0	98.6	0.0	98.6	10.2	27.6
11	2.9	79.7	8.7	91.3	2.9	87.0	5.8	95.7	4.4	7.3
12	4.3	73.9	11.6	89.8	2.9	87.0	4.3	94.2	4.4	13.1
14	7.2	62.3	7.2	76.7	8.7	65.2	10.1	84.0	7.3	2.9
14	5.8	69.6	17.4	92.8	4.3	69.6	15.9	89.8	-3.0	0.0
15	4.3	63.8	10.1	78.2	10.1	71.0	8.7	89.8	11.6	7.2
15	7.2	58.0	18.8	84.0	11.6	63.8	11.6	87.0	3.0	5.8
16	8.7	58.0	14.5	81.2	5.8	71.0	11.6	88.4	7.2	13.0
16	11.6	53.6	15.9	81.1	2.9	69.6	20.3	92.8	11.7	16.0
18	8.7	40.6	23.2	72.5	13.0	58.0	8.7	79.7	7.2	17.4
18	21.7	29.0	14.5	65.2	13.0	44.9	13.0	70.9	5.7	15.9
20	7.2	49.3	21.7	78.2	13.0	60.9	8.7	82.6	4.4	11.6
20	5.8	50.7	1.4	57.9	10.1	59.4	13.0	82.5	24.6	8.7
21	11.6	40.6	23.2	75.4	13.0	52.2	20.3	85.5	10.1	11.6
24	8.7	31.9	30.4	71.0	13.0	52.2	11.6	76.8	5.8	20.3
24	8.7	36.2	33.3	78.2	14.5	49.3	27.5	91.3	13.1	13.1
25	10.1	40.6	24.6	75.3	7.2	62.3	14.5	84.0	8.7	21.7
25	17.4	49.3	20.3	87.0	14.5	53.6	13.0	81.1	-5.9	4.3
28	13.0	33.3	17.4	63.7	20.3	33.3	23.2	76.8	13.1	0.0
30	17.4	39.1	29.0	85.5	23.2	39.1	15.9	78.2	-7.3	0.0
32	8.7	31.9	30.4	71.0	13.0	50.7	15.9	79.6	8.6	18.8
32	17.4	36.2	23.2	76.8	11.6	52.2	17.4	81.2	4.4	16.0
35	10.1	37.7	33.3	81.1	13.0	39.1	15.9	68.0	-13.1	1.4
35	10.1	34.8	24.6	69.5	21.7	44.9	18.8	85.4	15.9	10.1
35	17.4	27.5	20.3	65.2	20.3	47.8	13.0	81.1	15.9	20.3
40	26.1	27.5	24.6	78.2	36.2	20.3	18.8	75.3	-2.9	-7.2
40	29.0	23.2	31.9	84.1	31.9	23.2	17.4	72.5	-11.6	0.0
50	42.0	10.1	18.8	70.9	36.2	24.6	15.9	76.7	5.8	14.5
50	33.3	21.7	8.7	63.7	33.3	26.1	14.5	73.9	10.2	4.4
平均									5.6	10.2

Note：-10%：代表誤差為 10%，估計結果比正確值小；0%：代表零誤差；10%：代表誤差為 10%，估計結果比正確值大。

從數據中顯示，後測誤差在±10%內的總百分比，雖未 30 題的累積百分比皆為正數，但平均仍較前測所佔的比例高(平均：5.6%)；其中零誤差，亦即 100%精準的比例也提高了(平均：10.2%)，雖在數量為 40 時，所佔比例降低了，但整體而言，增加的比例佔大多數。以±10%以內的累積百分比與零誤差的所佔百分比來比較，乘法估計組表現不如群組估計組，但估計誤差在 10%以內的學生也變多了，整體顯示在估計教學後，乘法估計組的學生估計能力亦有所提升。

表 4.1.14 對照組(67 人)前後測答題比例

數量	前測誤差範圍				後測誤差範圍				後-前	
	-10%	0%	10%	±10%	-10%	0%	10%	±10%	±10%	0%
10	3.0	88.1	3.0	94.1	1.5	88.1	3.0	92.6	-1.5	0
10	3.0	82.1	6.0	91.1	3.0	89.6	3.0	95.6	4.5	7.5
11	6.0	79.1	3.0	88.1	1.5	85.1	6.0	92.6	4.5	6
12	3.0	79.1	7.5	89.6	3.0	80.6	6.0	89.6	0	1.5
14	6.0	67.2	16.4	89.6	0.0	68.7	17.9	86.6	-3	1.5
14	3.0	65.7	17.9	86.6	3.0	71.6	13.4	88.0	1.4	5.9
15	4.5	64.2	14.9	83.6	7.5	61.2	16.4	85.1	1.5	-3
15	4.5	65.7	17.9	88.1	4.5	59.7	14.9	79.1	-9	-6
16	10.4	46.3	25.4	82.1	11.9	62.7	13.4	88.0	5.9	16.4
16	11.9	55.2	17.9	85.0	9.0	65.7	11.9	86.6	1.6	10.5
18	13.4	37.3	25.4	76.1	11.9	49.3	14.9	76.1	0	12
18	7.5	31.3	29.9	68.7	13.4	41.8	22.4	77.6	8.9	10.5
20	14.9	38.8	29.9	83.6	14.9	38.8	23.9	77.6	-6	0
20	13.4	47.8	23.9	85.1	17.9	52.2	20.9	91.0	5.9	4.4
21	7.5	38.8	19.4	65.7	10.4	41.8	20.9	73.1	7.4	3
24	13.4	26.9	29.9	70.2	11.9	35.8	31.3	79.0	8.8	8.9
24	11.9	41.8	22.4	76.1	13.4	43.3	17.9	74.6	-1.5	1.5
25	11.9	52.2	20.9	85.0	14.9	46.3	25.4	86.6	1.6	-5.9
25	11.9	43.3	29.9	85.1	13.4	44.8	19.4	77.6	-7.5	1.5
28	20.9	31.3	22.4	74.6	19.4	29.9	23.9	73.2	-1.4	-1.4
30	22.4	20.9	20.9	64.2	13.4	25.4	23.9	62.7	-1.5	4.5
32	22.4	23.9	35.8	82.1	17.9	31.3	10.4	59.6	-22.5	7.4
32	11.9	35.8	22.4	70.1	22.4	32.8	14.9	70.1	0	-3
35	11.9	34.3	23.9	70.1	14.9	35.8	19.4	70.1	0	1.5
35	14.9	28.4	25.4	68.7	13.4	20.9	29.9	64.2	-4.5	-7.5
35	7.5	37.3	31.3	76.1	14.9	31.3	25.4	71.6	-4.5	-6
40	31.3	23.9	25.4	80.6	32.8	28.4	16.4	77.6	-3	4.5
40	32.8	19.4	20.9	73.1	32.8	23.9	16.4	73.1	0	4.5
50	25.4	16.4	20.9	62.7	40.3	11.9	20.9	73.1	10.4	-4.5
50	26.9	14.9	20.9	62.7	25.4	19.4	13.4	58.2	-4.5	4.5
平均									-2.27	2.69

Note：-10%：代表誤差為 10%，估計結果比正確值小；0%：代表零誤差；10%：代表誤差為 10%，估計結果比正確值大。

根據數據顯示，相較於群組、乘法估計組，對照組在後測的表現中，誤差在±10%內的累積百分較無明顯進步(平均：-.27%)。雖零誤差所佔的百分比略有提升(平均：2.69%)，但增加人數較群組、乘法估計組少了許多，整體而言，對照組在前後測的表現無太大差異，顯示學生的估計能力無明顯改變。

## 第二節 晤談分析

為了探索各組學生不同學習成效的學習狀況，在估計測驗後測後，自群組估計組、乘法估計組、對照組各組中挑選 8 位學生，8 位學生分別為：將估計測驗後測成績排序，在高分群中選取進步幅度最大的男女生各一位；前、後測成績差異不大，且平均都很高的男女生各一位；前、後測成績差異不大，且平均位居該班中間位置的男女生各一位；前、後測成績差異不大，且平均最低的男女生各一位。透過訪談，分析各組學習成效不同的學生在教學前後進行估計時有何不同，整理訪談資料如下：

### 1. 進步組：

從群組估計組、乘法估計組與對照組中，挑選後測分數很高且進步幅度最大的男女生各一名，共 12 位，分析在前後測中進行估計時所使用的策略並討論之：

在前測中，有 10 位學生採群組估計策略進行估計，使用的群組單位為 1~3 個不等，多數學生在數量較多時都有數不完的情形，學生在答題時分別有不同的策略解決問題。學生 A 表示在透過學習後，能將估計估計做的更好。(I：interviewer，S：student)

I：你在第四週的後測中得到很高的分數，相對於第一週的前測成績，你進步非常多，能不能分享你在這兩次測驗中你是如何進行估計的？

S<sub>A</sub>：第一週，我兩個兩個數。第四週，我會三個三個數。

I：為什麼？

S<sub>A</sub>：因為三個三個數比較快。

I：那第一週為什麼沒有三個三個數？

S<sub>A</sub>：老師沒有教之前，不知道可以這樣看。

I：那數量大的時候，你數得完嗎？

S<sub>A</sub>：數不完，但是選答案的時候，我會選比較接近的，然後大一點的。

I：接近什麼？

S<sub>A</sub>：就是我自己已經數到的。

相較於學生 A，學生 B 在經過練習後，估計速度變快了。

I：你在第四週的後測中得到很高的分數，相對於第一週的前測成績，你進步非常多，能不能分享你在這兩次測驗中你是如何進行估計的？

S<sub>B</sub>：我都兩個兩個數。

I：所以你兩次的方法都一樣？

S<sub>B</sub>：對，但是我看得速度變快了。

I：都看得完嗎？

S<sub>B</sub>：大部分都可以，看不完就猜比較接近的。

學生 C 甚至改良了原有的估計策略發展出新的策略進行估計。

I：你在第四週的後測中得到很高的分數，相對於第一週的前測成績，你進步非常多，能不能分享你在這兩次測驗中你是如何進行估計的？

S<sub>C</sub>：我都兩個兩個數。

I：你可以稍微比一下嗎？(Interviewer 手指螢幕)

S<sub>C</sub>：這樣這樣(student 自螢幕左上角起以直線方式往下，兩個兩個一數，再往上)

I：你兩週都這樣數嗎？

S<sub>C</sub>：沒有，第一個禮拜我就兩個兩個數。

I：你的意思是沒有照順序嗎？

S<sub>C</sub>：對，我選比較接近的圖案，然後兩個兩個一數。

I：那你第四個禮拜怎麼會這樣數？

S<sub>C</sub>：因為我覺得這樣數比較不會弄錯。

I：你是怎麼想到的？

S<sub>C</sub>：練習到最後的時候發現的。

學生 D 從學習中累積經驗，使得進行作答時能更具技巧性，透過些微的修正，縮小誤差。

I：你在第四週的後測中得到很高的分數，相對於第一週的前測成績，你進步非常多，能不能分享你在這兩次測驗中你是如何進行估計的？

S<sub>D</sub>：都用乘的

I：能不能說仔細一點？

S<sub>D</sub>：我就看這邊(螢幕左側縱向)大概有幾個，這邊(螢幕下方橫向)大概有幾個。

I：然後乘起來？

S<sub>D</sub>：對

I：兩次(指前後測)都這樣做？

S<sub>D</sub>：後面那一次乘完後我會看情形選答案。

I：你指的情形是？

S<sub>D</sub>：看圖形多不多。

I：你怎麼會這樣做？

S<sub>D</sub>：從練習中(指 200 題)知道的，電腦會告訴我結果(指文字回饋)。

I：所以如果圖形多一點，你會怎麼做？

S<sub>D</sub>：乘完之後，再加個 1 或 2 之類的，看密不密。

I：所以如果圖形少一點，你會乘完後減一點？

S<sub>D</sub>：不一定，如果分佈比較均勻就不用。

值得注意的是，乘法估計組中有兩位學生仍同前測採群組估計，而非乘法估計。學生 E 在練習過程中，從文字回饋得知：對小數進行估計時，乘法估計策略會產生較大的誤差，因此在後測中並沒有採用此策略進行估計以避免較大的誤差。

I：你在第四週的後測中得到很高的分數，相對於第一週的前測成績，你進步非常多，能不能分享你在這兩次測驗中你是如何進行估計的？

S<sub>E</sub>：我的方法都一樣，兩個兩個數。

I：後測中還有別的方法嗎？

S<sub>E</sub>：沒有。

I：你有考慮過使用乘法嗎？

S<sub>E</sub>：有。

I：不好用嗎？

S<sub>E</sub>：恩，不是，有時候我覺得誤差比較大，所以就不用了。

## 2. 高分組：

從群組估計組、乘法估計組與對照組中，挑選前、後測成績都很高的男女生各一名，共 12 位，分析在前後測中進行估計時所使用的策略並討論之：

在前測中，12 位學生均採群組估計策略進行估計，且使用的群組單位皆為 1 個或 2 個，顯示以群組的方式進行估計是一種本能。多數學生在數量較多時亦有數不完的情形，不同於進步組的，學生在答題前，能以特殊的策略應變，技巧性地縮小誤差，使得學生能在前測中便有非常好的表現。學生 A、B 詳細的敘述了他們估計的方式。

I：你在第一週和第四週都得到非常高的分數，可以分享一下你在這兩次測驗中你是如何進行估計的嗎？

S<sub>A</sub>：我都兩個兩個數。

I：都數得完嗎？

S<sub>A</sub>：數量多的時候不行。

I：那你會怎麼做？

S<sub>A</sub>：看時間快到時，我會記住那些沒數完的位置。

I：然後再把它加上去？

S<sub>A</sub>：對。

I：你會怎麼記位置？

S<sub>A</sub>：用眼睛。S<sub>B</sub>：用手(學生 B：用 10 根手指頭放在螢幕未數完的圖案上，看用了幾根手指頭，寫答案的時候再加上去。)



在後測中，群組估計組有 2 位學生所使用的群組單位變大了，對照組學生使用的群組單位則完全沒有改變，學生 C 表示是在進行教學後，才知道能以更大的群組單位進行估計，且誤差不致於太大。

I：你在第一週和第四週都得到非常高的分數，可以分享一下你在這兩次測驗中你是如何進行估計的嗎？

S<sub>C</sub>：：第一次我一個一個數，後來那一次我兩個兩個數。

I：為什麼後來會兩個兩個數？

S<sub>C</sub>：因為比較快。

I：那第一週怎麼沒兩個兩個數？

S<sub>C</sub>：本來不會這樣看，老師你教的。

值得注意的是，在後測中，學生 D(乘法估計組)採群組、乘法估計混用的方式進行估計，視題目情形混和使用兩種策略，並提出以下說明：

I：你在第一週和第四週都得到非常高的分數，可以分享一下你在這兩次測驗中你是如何進行估計的嗎？

S<sub>D</sub>：第一週我用數的，最後那一次有用乘的。

I：有用乘的？

S<sub>D</sub>：就是比較少的時候，我用數的，兩個兩個一數，多的時候我就用乘的。

I：為什麼沒有用一樣的方法？

S<sub>D</sub>：多的時候用數的太慢了，少的時候用數的比較準。

學生 D 以群組估計策略進行小數估計以避免較大的誤差，以乘法估計策略進行大數估計以縮短時間，並於答題時再稍做加減修正以減少誤差。

### 3. 中分組：

從群組估計組、乘法估計組與對照組中，挑選前後測成績差異不大，且平均位居該班中間位置的男女生各一位，共 12 位，分析在前後測中進行估計時所使用的策略並討論之：

在前測中，學生遇到數量多的題目，往往也有未能數完的問題，有別於進步組、高分組，即使在進行估計教學後，在數不完時要選答案時，學生 A、B 幾乎全憑知覺，無特殊的方法輔助答題。

I：你在前後測中均有不錯的表現，能分享一下你在這兩次測驗中你是如何進行估計的嗎？

S<sub>A</sub>：我都兩個兩個一數。

I：數量大的時候數得完嗎？

S<sub>A</sub>：沒辦法。

I：那你會怎麼辦？

S<sub>A</sub>：就選我覺得看起來比較像的。

I：你在前後測中均有不錯的表現，能分享一下你在這兩次測驗中你是如何進行估計的嗎？

S<sub>B</sub>：我都三個三個一數。

I：數量大的時候數得完嗎？

S<sub>B</sub>：不一定。

I：數不完的時候，你怎麼選答案？

S<sub>B</sub>：看那個答案比較接近，就選哪一個。

I：有什麼根據嗎？

S<sub>B</sub>：沒有。

值得注意的是，學生 C(乘法估計組)在進行教學後，全採乘法估計策略作答，即使數量小的時候，亦沒有一個一個或兩個兩個一數。

I：你在前後測中均有不錯的表現，能分享一下你在這兩次測驗中你是如何進行估計的嗎？

S<sub>C</sub>：第一次我用數的，最後一次我用乘的。

I：為什麼後來會用乘的？

S<sub>C</sub>：老師你教我們用乘的。

I：那數字小的時候，你也用乘的嗎？

S<sub>C</sub>：對，因為用乘的比較快。

#### 4.低分組：

從群組估計組、乘法估計組與對照組中，挑選前後測成績差異不大，且平均位居該班最後的男女生各一名，共 12 位，分析在前後測中進行估計時所使用的策略並討論之：

在前測中，學生遇到數量多的題目，往往也有未能數完的問題，在未能數完時，有別於中分組的同學，學生 A、B 在選答案時以直覺的方式猜測，完全沒有依據。

I：你在前後測中均有不錯的表現，能分享一下你在這兩次測驗中你是如何進行估計的嗎？

S<sub>A</sub>：我都兩個兩個一數。

I：數得完嗎？

S<sub>A</sub>：有時候數不完。

I：那數不完的時候，你怎麼選答案？

S<sub>A</sub>：不知道，就隨便選一個。S<sub>B</sub>：就猜啊。

學生 C 雖然混和使用了策略，但依舊未能有效解決未能數完時該如何答題的困難。

I：你在前後測中均有不錯的表現，能分享一下你在這兩次測驗中你是如何進行估計的嗎？

S<sub>C</sub>：第一週我用數的，後測數的、乘的都有。

I：那什麼時候你會用數的，什麼時候你會用乘的？

S<sub>C</sub>：我不確定，憑感覺吧。

本節所做晤談分析，係為深入瞭解學生在學習後，進行估計時所使用的策略與學習前有何差異，是否能提供數據有力的解釋，結果發現，進步組與高分組的學生在估計策略上趨向於使用分解—重組和多重基準策略，而低分組則使用基於知覺的策略，與 Crites (1992) 的研究有一致的結果，下一節就量化與訪談的資料做整合，分析學生的綜合表現。

### 第三節 綜合分析

#### 一、群組估計組、乘法估計組與對照組的綜合表現

從推論性統計分析中，可以發現群組估計組的學生，在估計測驗後測上，進

步達顯著。乘法估計組中七年級組的學生，在估計測驗前後測上未達顯著，九年級組的學生則達顯著。對照組的成績在後測時的差異均未達顯著水準。不同教學模式後測達顯著水準( $F=23.76$ ， $p=.000$ )，事後檢定顯示群組估計組的表現優於乘法估計組( $p=.000$ )、乘法估計組的表現優於對照組( $p=.002$ )、群組估計組的表現優於對照組( $p=.000$ )。整合晤談分析的結果，其可能的原因如下：

(1)群組估計組比乘法估計組在後測有更好的表現，在學習後表現較優，並達顯著性。訪談資料顯示，群組估計組的學生比乘法估計組的學生更能有效接近正確數量。經過練習後，群組估計組多半能更快速的進行估計，大幅縮小了因數不完需要猜測的誤差，乘法估計組的學生，在選答案時相較缺乏基準，以下列舉晤談的結果：

I：你在第四週的後測中得到很高的分數，相對於第一週的前測成績，你進步非常多，能不能分享你在這兩次測驗中你是如何進行估計的？

S：第一週，我兩個兩個數。第四週，我會三個三個數。

I：為什麼？

S：因為三個三個數比較快。

I：那第一週為什麼沒有三個三個數？

S：老師沒有教之前，不知道可以這樣看。

I：那數量大的時候，你數得完嗎？

S：數不完，但是選答案的時候，我會選比較接近的，然後大一點的。

I：接近什麼？

S：就是我自己數到的。

(2)乘法估計策略雖然可以協助學生用較快的時間完成估計的動作，但由於教學過程中，老師未與學生討論在數量較少或圖案密度較低時，乘法估計策略是否存在誤差較大的問題，致使有部分學生全程均使用乘法估計策略，進行小數估計時，產生了不小的誤差。而臨場表現能靈活運用估計策略的學生，能在後測中有好的表現，以下列舉晤談的結果：

I：你在前後測中均有不錯的表現，能分享一下你在這兩次測驗中你是如何進行估計的嗎？

S<sub>1</sub>：第一次我用數的，最後一次我用乘的。

I：為什麼後來會用乘的？

S<sub>1</sub>：老師你教我們用乘的。

I：那數字小的時候，你也用乘的嗎？

S<sub>1</sub>：對，因為用乘的比較快。

I：你在第一週和第四週都得到非常高的分數，可以分享一下你在這兩次測驗中你是如何進行估計的嗎？

S<sub>2</sub>：第一週我用數的，最後那一次有用乘的。

I：有用乘的？

S<sub>2</sub>：就是比較少的時候，我用數的，兩個兩個一數，多的時候我就用乘的。

I：為什麼沒有用一樣的方法？

S<sub>2</sub>：多的時候用數的太慢了，少的時候用數的比較準。

(3)對照組訪談的學生中，後測同前測全數採數的方式，實驗過程中，雖缺乏估計教學策略，但仍有估計練習題目，後測與前測成績無顯著差異。

以下分別就估計測驗在不同難度下的綜合表現進行討論。

## 二、群組估計組、乘法估計組與對照組在易組的綜合表現

從推論性統計分析中，在估計測驗前後測-易組成績中顯示，群組估計組的表現顯著優於對照組，群組估計組與乘法估計組間並無明顯差異，整合晤談分析的結果，其可能的原因是：在後測時，群組估計組對數量較少(易組：圖案個數 10~16 個)的圖案進行估計時，群組單位變大了，原本 1 個 1 個數或 2 個 2 個數，後來會 3 個 3 個數，進行估計的速度也變快了，減少了誤差，而乘法估計組的學生，則因在學習過程中，藉由文字回饋得知，在數量較少時，使用乘法估計策略經常不能得到滿意的結果，在網路課程的安排下，學生又被強迫使用乘法估計策略，所以在後測中，學生為求精準，反以數的方式進行估計，而非乘法估計策略，在表現上可能由於數量不大，群組估計組與乘法估計組並無明顯差異；但群組估計組的學生用於後測的方法，即為所學的策略，是以在易組中的表現只有群組估計組

明顯優於對照組。以下列舉晤談的結果：

I：你在第四週的後測中得到很高的分數，相對於第一週的前測成績，你進步非常多，能不能分享你在這兩次測驗中你是如何進行估計的？

S<sub>1</sub>：我的方法都一樣，兩個兩個數。

I：後測中還有別的方法嗎？

S<sub>1</sub>：沒有。

I：你有考慮過使用乘法嗎？

S<sub>1</sub>：有。

I：不好用嗎？

S<sub>1</sub>：恩，不是，有時候我覺得誤差比較大，所以就不用了。

I：你在第一週和第四週都得到非常高的分數，可以分享一下你在這兩次測驗中你是如何進行估計的嗎？

S<sub>2</sub>：第一次我一個一個數，後來那一次我兩個兩個數。

I：為什麼後來會兩個兩個數？

S<sub>2</sub>：因為比較快。

I：那第一週怎麼沒兩個兩個數？

S<sub>2</sub>：本來不會這樣看，老師你教的。



### 三、群組估計組、乘法估計組與對照組在中組的綜合表現

從推論性統計分析中，在估計測驗前後測-中組成績中顯示，群組估計組的表現優於對照組達顯著，乘法估計組的表現優於對照組達顯著，群組估計組的表現亦優於乘法估計組達顯著，整合晤談分析的結果，其可能的原因是：當數量變得較大(中組：圖案個數 18~28 個)時，乘法估計組的學生使用乘法估計策略的比例可能變高，因為在訓練過程中，乘法估計組的學生在中組階段的成就感較高，他們可以用很快的速度就得到不錯的文字回饋，雖然有時會例外，但卻使得學生在進行後測時，願意使用乘法估計策略進行估計。但由於乘法估計策略中，從橫縱軸選擇代表性的數字其彈性空間很大，所以無可避免地造成比群組估計策略因數不完而產生較大的誤差，這可能是在中組中，群組估計組的表現能優於乘法估計

組的原因。從晤談的學生中，我們發現群組估計組與乘法估計組的部分學生，可以從學習的經驗中，改善答題的技巧，進行更有效的估計，策略的學習與使用可能是群組估計組與乘法估計組皆顯著優於對照組的原因。以下列舉晤談的結果：

I：你在第四週的後測中得到很高的分數，相對於第一週的前測成績，你進步非常多，能不能分享你在這兩次測驗中你是如何進行估計的？

S<sub>1</sub>：都用乘的

I：能不能說仔細一點？

S<sub>1</sub>：我就看這邊(螢幕左側縱向)大概有幾個，這邊(螢幕下方橫向)大概有幾個。

I：然後乘起來？

S<sub>1</sub>：對

I：兩次(指前後測)都這樣做？

S<sub>1</sub>：後面那一次乘完後我會看情形選答案。

I：你指的情形是？

S<sub>1</sub>：看圖形多不多。

I：你怎麼會這樣做？

S<sub>1</sub>：從練習中(指 200 題)知道的，電腦會告訴我結果(指文字回饋)。

I：所以如果圖形多一點，你會怎麼做？

S<sub>1</sub>：乘完之後，再加個 1 或 2 之類的，看密不密。

I：所以如果圖形少一點，你會乘完後減一點？

S<sub>1</sub>：不一定，如果分佈比較均勻就不用。

I：你在第一週和第四週都得到非常高的分數，可以分享一下你在這兩次測驗中你是如何進行估計的嗎？

S<sub>2</sub>：我都兩個兩個數。

I：都數得完嗎？

S<sub>2</sub>：數量多的時候不行。

I：那你會怎麼做？

S<sub>2</sub>：看時間快到時，我會記住那些沒數完的位置。

I：然後再把它加上去？



S<sub>2</sub>：對。

I：你會怎麼記位置？

S<sub>2</sub>：用眼睛。S<sub>3</sub>：用手(用 10 根手指頭放在螢幕未數完的圖案上，看用了幾根手指頭，寫答案的時候再加上去。)

#### 四、群組估計組、乘法估計組與對照組在難組的綜合表現

從推論性統計分析中，在估計測驗前後測-難組成績中顯示，群組估計組的表現優於對照組達顯著，乘法估計組的表現優於對照組達顯著，群組估計組的表現亦優於乘法估計組達顯著。值得重視的是，九年級的表現優於七年級達顯著，訪談的學生中，在策略與答題技巧上有明顯進步的，均為九年級的學生，這表示高年級的學生可能因年齡較大，學習效果較佳。整合晤談分析的結果，其可能的原因如下：當數量變得更大(難組：圖案個數30~50個)時，群組估計組的學生可能從學習的需要中，開始發展出更適性化的群組估計策略，以縮小因數量變大而數不完造成的誤差；但乘法估計策略卻沒有這樣的限制，因此在乘法估計組訪談的學生中，最大的進步也僅止於靈活運用所學策略--小數用數的，大數才用乘的，沒能發展出更適性化的乘法估計策略。在學習過程中，由於群組估計組比乘法估計組可能存在較大的瓶頸，使得學生在無形中發展出更適性化的群組估計策略，這可能是難組中，群組估計組的學習顯著優於乘法估計組，且強度略高於中組的原因。Crites (1992) 建議學生一定要透過實際練習的機會，才能獲得數量估計的技巧，甚至能發展出屬於自己獨特的數量估計策略。以下列舉晤談的結果：

I：你在第四週的後測中得到很高的分數，相對於第一週的前測成績，你進步非常多，能不能分享你在這兩次測驗中你是如何進行估計的？

S：我都兩個兩個數。

I：你可以稍微比一下嗎？(Interviewer 手指螢幕)

S：這樣這樣(student 自螢幕左上角起以直線方式往下，兩個兩個一數，再往上)

I：你兩週都這樣數嗎？

S：沒有，第一個禮拜我就兩個兩個數。

I：你的意思是沒有照順序嗎？

S：對，我選比較接近的圖案，然後兩個兩個一數。

I：那你第四個禮拜怎麼會這樣數？

S：因為我覺得這樣數比較不會弄錯。

I：你是怎麼想到的？

S：練習到最後的時候發現的。

## 五、進步組、高分組、中分組、低分組的表現分析

群組估計組與乘法估計組中的進步組是後測成績進步的重要關鍵，從訪談中得知，進步組與高分組在策略與答題技巧上均有明顯的成長，基於策略使用上群組估計組比乘法估計組有較大的瓶頸，這使得乘法估計組的學生成長空間反而縮小了，因此群組估計組較乘法估計組有更顯著的進步。整體來說，群組估計組與乘法估計組在進行教學後，均能更有效縮小誤差，雖然中分組與低分組的表現不如進步組與高分組，但學生卻能使用所學策略，這可能是群組估計組與乘法估計組整體表現均優於對照組的原因。

I：你在前後測中均有不錯的表現，能分享一下你在這兩次測驗中你是如何進行估計的嗎？

S：第一次我用數的，最後一次我用乘的。

I：為什麼後來會用乘的？

S：老師你教我們用乘的。

I：那數字小的時候，你也用乘的嗎？

S：對，因為用乘的比較快。



## 第五章 結論與建議

本章共分為兩節，第一節主要就本研究之結果進行整理彙整以做出結論，第二節就本研究結論出對教學上的建議。

### 第一節 結論與討論

本節整理第四章研究結果與討論的部分，就教學前後「估計」學習成就分析，將測驗結果的分析整理如下：

#### (一) 教學前後「估計」學習成就分析：

估計測驗的結果分析中，顯示群組估計組的七、九年級學生，後測成績均較前測成績進步達顯著，乘法估計組則只有九年級學生進步達顯著，而對照組的七、九年級學生，前測到後測成績均未達顯著水準。Baroody & Gatzke (1991) 的研究中指出，即使是某些高智商的兒童，也僅能從數量稍小於 10 的估計教學中獲益，效果不佳，且對於何時適合教估計並不清楚，本研究為探索不同的認知發展階段是否影響估計學習，所以選擇七、九年級學生為研究對象，結果發現在進行大數估計時，九年級的學生發展出新的策略，而七年級的學生則無。

以 ANCOVA 分析不同教學模式與年級分組兩變項對估計學習成就的影響，結果顯示在進行估計教學後，在估計測驗後測中，群組估計組學生的成績優於乘法估計組學生達顯著，且群組估計組與乘法估計組學生的成績亦都高於對照組達顯著。這表示缺乏策略的數量估計，學生無法在估計上建構概念，獲得有效學習成果。另外在不同的教學策略中，群組估計組學生的後測成績優於乘法估計組，這可能是使用乘法估計策略進行估計時，有較多的因素容易造成較大的誤差，因而在學習成效上低於群組估計組。

由訪談顯示，學生在進行小數估計時，群組估計組的學生在經過教學與練習後，能利用更大的群組單位進行估計，有效縮小因數不完而產生的誤差；乘法估計組的部分學生在練習過程中，經由文字回饋察覺小數使用乘法

估計策略反而較易產生誤差，所以在進行小數估計時，仍一個一個或兩個兩個數以增加精確性，但仍有部分學生，在學習乘法估計後，便以乘法估計策略進行估計，忽略了可能產生的誤差，這可能是乘法估計組的學生在學習成效上無法對對照組學生成績達顯著差異的原因。大部分受訪的學生表示，在數量變得較大時，經常有數不完的情形，群組估計組與乘法估計組中，進步組與高分組的學生能在答題時靈活的將所學的估計策略發揮出來，中分組與低分組的學生雖較未能從學習中獲益，但不致退步，所以群組估計組與乘法估計組相對於對照組，學習成效均達顯著，但乘法估計策略可能存在較大誤差問題，所以成效上仍略小於群組估計策略。

從實驗的結果得知，進行估計時，使用群組估計策略與乘法估計策略的實驗組較沒有任何特殊估計策略的對照組有效並達顯著，表示在估計策略教學之後，學生能進行小誤差的估計且變的更有效率。當對較大的數量進行估計時，群組估計策略較乘法估計策略有效達顯著，表示利用群組估計策略進行估計時，較乘法估計策略誤差更小。為避免“練習”成為另一項變因，實驗組與對照組的學生均給予一樣多(200題)的練習題目。

同時從晤談分析中發現，在估計測驗後測中能進步很多且得到高分的學生，能有效的將老師教的估計策略做靈活的運用，或在作答中能以較技巧性的方式作答。前後測均得到高分的同學，在策略靈活度上較進步組少，訪談中發現，高分組的同學較常運用記憶的方式作答，可能與工作記憶大小有關。中分組的同學在面對大數估計時，偏向知覺模式，準確度相對偏低，雖然也運用了估計策略，但成效卻不明顯。低分組的同學在面對大數估計時，亦偏向使用知覺模式，但層次更低，以猜或直覺的方式進行估計。

(二)估計測驗前後測-易組成績中，群組估計組與乘法估計組中，只有群組估計組的成績表現顯著優於對照組，群組估計組與乘法估計組間並無明顯差異，整合晤談分析的結果，其可能的原因如下：在後測時，對數量較少(易組：圖案個數 10~16 個)的圖案進行估計時，群組估計組學生的表現反應了教學成果，學生的群組單位變大了，進行估計的速度變快了，減少了誤差，而乘法估計

組的學生，則因在學習過程中，藉由文字回饋得知，在數量較少時，使用乘法估計策略經常不能得到滿意的結果，在網路課程的安排下，學生又被強迫使用乘法估計策略，所以在後測中，學生為求精準，反以數的方式進行估計，而非乘法估計策略，在表現上可能由於數量不大，群組估計組與乘法估計組並無明顯差異；但群組估計組的學生用於後測的方法，即為所學的策略，是以在易組中的表現只有群組估計組明顯優於對照組。

(三)在估計測驗前後測-中組成績中，群組估計組的表現優於對照組達顯著，乘法估計組的表現優於對照組達顯著，群組估計組的表現亦優於乘法估計組達顯著，整合晤談分析的結果，其可能的原因如下：當數量變得較大(中組：圖案個數 18~28 個)時，乘法估計組的學生使用乘法估計策略的比例可能變高，因為在訓練過程中，乘法估計組的學生在中組階段的成就感較高，他們可以用很快的速度就得到不錯的文字回饋，雖然有時會例外，但卻使得學生在進行後測時，願意使用乘法估計策略進行估計。但由於乘法估計策略中，從橫縱軸選擇代表性的數字其彈性空間很大，所以無可避免地造成比群組估計策略因數不完而產生較大的誤差，這可能是在中組中，群組估計組的表現能優於乘法估計組的原因。從晤談的學生中，我們發現群組估計組與乘法估計組的部分學生，可以從學習的經驗中，改善答題的技巧，進行更有效的估計，策略的學習與使用可能是群組估計組與乘法估計組皆顯著優於對照組的原因。

(四)在估計測驗前後測-難組成績中，群組估計組的表現優於對照組達顯著，乘法估計組的表現優於對照組達顯著，群組估計組的表現亦優於乘法估計組達顯著。值得重視的是，九年級的表現優於七年級達顯著，訪談的學生中，在策略與答題技巧上有明顯進步的，均為九年級的學生，這表示高年級的學生可能因年齡較大，學習效果較佳。整合晤談分析的結果，其可能的原因如下：當數量變得更大(難組：圖案個數 30~50 個)時，群組估計組的學生可能從學習的需要中，開始發展出更適性化的群組估計策略，以縮小因數量變大而數不完造成的誤差；但乘法估計策略卻沒有這樣的限制，因此在乘法估計組訪談的學生中，最大的進步也僅止於靈活運用所學策略--小數用數的，大數才用乘的，沒能發展出更適性化的乘法估計策略。在學習過程中，由於群組估

計組比乘法估計組在策略上有較更大的瓶頸，因此可能讓學生在無形中已發展出多種適性化的群組估計策略，使得在難組中，群組估計組的學習顯著優於乘法估計組，且強度略高於中組。

#### (五)相關與迴歸分析：

在相關分析中，與估計前測成績相關達顯著的變項為估計測驗後測成績、視覺記憶測驗成績、空間記憶測驗成績；與估計後測成績相關達顯著的變項為空間記憶測驗成績、數學段考成績，這表示未學習前數量估計的表現可能與工作記憶的大小有關，經過學習後，數學能力較強的學生，更能有效從估計學習中獲益。

以逐步迴歸分析，其中估計後測測驗成績中，獨變項「空間記憶測驗成績」最具解釋力，其次為「數學段考成績」，兩變項總計可以解釋依變項13.5%的變異量，以F考驗結果，此一解釋力具有統計意義。

## 第二節 對教學上的建議

本節將針對結合數學教學的互動式網路學習課程設計，提出建議作為日後研究與教學的參考。

### 一、對估計教學的建議：

從研究結果中得知，學生在估計學習上非常缺乏經驗，雖然兩個實驗組的同學均能從學習中獲益，但中分組與低分組的同學，卻因無法靈活運用所學估計策略，所以未能在學習中有明顯的進步。

學生透過網路平台學習估計，之所以能有很不錯的表現，主要歸因於課程的設計與老師的教學。在設計教學課程時，參考了 Baroody & Gatzke (1991)、Crites (1992) 的做法，避免了可能導致教學成效不彰的缺點，選擇網路作為學習平台，並非要探討網路學習是否成效更佳，目的是進行數量估計時，網路較一般傳統教學更能提供一個靈活的环境供學生操作學習。老師的教學更是學生表現能如此優異的重要關鍵，之所以沒有以網路完全取代老師，主要考量為若在平台上加入語音講解，可能會有認知負荷的問題，影響估計的學習成效。透過老師親自教學，

學生更能清楚的瞭解課程，學生發問的彈性空間也較大。

如同一般在課堂上的數學學習，在設計教學時，老師應將具思考性的問題穿插在課程中，激發學生發展新策略解決問題，機械式的練習只能應付一部份的問題，缺乏解決新問題的能力。在設計估計教學課程時，可加入特殊排列的圖形，讓學生思考較佳的策略，從中可能發展出有別於老師教授的估計策略，由於數量估計在估計的領域中，研究相對較少，可透過學生的學習發掘更多的可能性。

課堂中應讓學習表現較優的學生分享成功的經驗，不應忽視，表現較差的學生便能透過模仿從中吸取更多成功的經驗；更不該視數量估計的學習是簡單的，凡是學習就存在困難，老師應就可能的瓶頸，將教學活動更精緻的擺放在課程中。本研究中，學生之間彼此缺乏討論，亦沒有互動式的交流，雖有平台提供練習，但在練習過程中，學習成效不佳時，沒辦法即時提供學生有效的輔助。

## 二、對網路化學習環境的建議：

本研究針對估計學習，選擇以網路為學習平台，學生在學習動機與成效上均有不錯的表現，因此對設計及使用網路有以下幾點建議：

- (1)在設計時，因為數量估計需要大量的工作記憶，所以挑選圖案時，顏色避免過度複雜，圖案力求簡單勿過度吸引學生，影響學生作答。
- (2)在每節課程中，加入特殊排列的圖形，增加學生解題的技巧，發掘新的估計策略的可能性，避免流於機械式練習，學生在進行數量估計時，能更靈活的將自己習得的估計策略發揮出來。
- (3)在練習過後，電腦能立即試算成績，讓表現較佳的學生有機會與同學分享，增加學習成效，本研究在設計時，並沒有提供立即試算的功能，往往在學習的時效性上便打了折扣，學生亦未能精確知道每個學習階段的表現，若能加上成績參照，學生更能掌握學習的弱點，進而改進。

## 參考文獻

### 一、中文部分

- 盧憲基 (民93)。高中數學之網路教學研究—以雄中ET數位學園網路開課為例。國立高雄師範大學數學系碩士班碩士論文 (未出版)。
- 謝章冠 (民91)。網路學習之學習路徑控制機制。國立中山大學資訊管理研究所碩士論文 (未出版)。

### 二、英文部分

- Baroody, A. J., & Gatzke, M.R. (1991). The estimation of set size by potentially gifted kindergarten-age children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(1), 59-68.
- Brade, G. A. (2003). *The effect of a computer activity on young children's development of numerosity estimation skills*. Unpublished doctoral dissertation, State University of New York at Buffalo.
- Crites, T. (1992). Skilled and less skilled estimators' strategies for estimating discrete quantities. *Elementary School Journal*, 92(5), 601-619.
- Douglass, H. R. (1925). The development of number concepts in children of pre-school and kindergarten ages. *Journal of Experimental Psychology*, 8, 443-470.
- Hancock, P. A. (1988). The effect of gender time of day upon the subjective estimate of mental workload during the performance of a simple task. In P. A. Hancock & N. M. Meshkati (Eds.), *Human mental workload*, 239-250. Amsterdam: Elsevier.
- Hogan, T. P., & Brezinski, K. L. (2003). Quantitative estimation: one, two, or three abilities? *Mathematical thinking and learning*, 5(4), 259-280.
- Leung, H. K. N. (2003). Evaluating the effectiveness of e-learning. *Computer Science Education*, 13(2), 123-136.
- Making maths fun, worldwide. (2005, October 10). Retrieved December 1, 2007, from <http://www.rediff.com/news/2005/oct/10shobha.htm>
- Marcus, N., Cooper, M., & Sweller, J. (1996). Understanding instructions. *Journal of*

- Educational Psychology*, 88(1), 49-63.
- Mayer, R. E., & Anderson, R. B. (1992). The instructive animation: helping students build connections between words and pictures in multimedia learning. *Journal of Educational Psychology*, 84, 444-452.
- Mayer, R.E. (1997). Multimedia learning: are we asking the right questions? *Educational Psychologist*. 32(41), 1-19.
- Mousavi, S. Y., Low, R., & Sweller, J. (1995). Reducing cognitive load by mixing auditory and visual presentation modes. *Journal of Educational Psychology*, 87(2), 319-334.
- Paas, F. G. W. C. (1992). Training strategies for attaining transfer of problem-solving skill in statistics: a cognitive load approach. *Journal of Educational Psychology*, 84, 429- 434.
- Shafer, M. E., Lahner, J. M., Calderone, W. K., Davis, J. E., & Petrie, T. A. (2002). The use and effectiveness of a web-based instructional supplement in a college student success program. *Journal of College Student Development*, 43(5), 751-757.
- She, H. C., & Fisher, D. (2003). Web-based e-learning environment in Taiwan: the impact of the online science flash program on students' learning. In M. S. Khine,, & D. Fisher (Eds.), *Technology-rich learning environments: a future perspective*, 343-368. Singapore: World Scientific.
- She, H. C., & Lee, C. Q. (in press). SCCR digital learning system for scientific conceptual change and scientific reasoning. *Computers & Education*.
- Siegel, A. W., Goldsmith, L. T., & Madson, C. R. (1982). Skill in estimation problems of extent and numerosity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13, 211-232.
- Snow, R. E. (1980). Aptitude, learner control, and adaptive instruction. *Educational Psychologist*, 15(3), 151-158.
- Sowder, J. T. (1992). Estimation and number sense. In: Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers

of Mathematics. Grouws, Douglas A., New York, NY'England: Macmillan Publishing Co, Inc, :371-389

Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: effects on learning. *Cognitive Science*, 12, 257-285.

Sweller, J., & Chandler, P. (1994). Why some material is difficult to learn. *Cognition and Instruction*, 12(3), 185-233.

Sweller, J., van Merriënboer, J. J. G., & Paas, F. G. W. C. (1998). Cognitive architecture and instructional design. *Educational Psychology Review*, 10, 251-296.

Taylor, R. P. (1980). Introduction. In Taylor, R. P. (Ed.), *The computer in the school: tutor, tool, tutee*, pp. 1-10. New York: Teachers College Press.

Tiene, D. (2000). Sensory mode and “Information Load”: examining the effects of timing on multisensory processing. *International Journal of Instructional Media*, 27(2), 183-198.



## 附件

### 附錄1：課程設計

實驗設計共分為四階段：預試、前測、學習、後測，如附表 1 所示

附表1：學習概要

階段	素材
1. 預試	決定學生在後續課程訓練中，所需時間的參考依據 碼錶
2. 前測	在訓練前施測，瞭解學生在學習前的起點 30 道估計數量的題目(以電腦為介面)
3. 學習	群組估計組：播放教學檔案，老師配合講述(約 5~10 分鐘)， 教學策略：grouping 再施以三階段訓練(各約 25 分鐘)
	乘法估計組：播放教學檔案，老師配合講述(約 5~10 分鐘)， 教學策略：multiplication 再施以三階段訓練(各約 25 分鐘)
	對照組：由老師隨機播放測驗題供學生練習(每節約 25 分鐘)，過程中無任何講述、教學活動 教學策略：none
4. 後測	在訓練後施測，觀察學生在學習後的改變 30 道估計數量的題目(題目同前測，隨機排列)

### 附錄2：預試

為能有效檢驗學生是否能因透過訓練而提升估計能力，給予學生多少時間作答，便成了重要的關鍵因素。預試的進行，我們讓學生以一般的速度，計算電腦

螢幕上每個畫面圖案的個數，老師在旁以碼錶記時，當學生答完一題，老師在旁以紙筆紀錄並按鍵盤空白鍵進行下一題。在學生答完一輪（8 題）後，老師會讓學生重做答錯的題目，為取得正確的作答時間，且避免掉猜測的可能，所以讓學生反覆做到正確為止，最後記錄下答對的時間。答對的時間做為學生在前測、訓練、後測中，所需時間的參考依據。實施細節如下：

#### 1.施測對象：

隨機挑選七、九年級學生共約 10 人，年齡分別為 13、15 歲，施測結果如附表 2。

附表 2：預試施測結果

個數	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>	A <sub>10</sub>	平均時間(秒)
10	2.56	2.65	3.41	2.95	2.62	3.56	3.44	3.24	2.59	3.27	3.03
15	3.66	3.92	4.44	5.56	3.53	4.27	4.50	4.48	3.47	4.19	4.20
20	3.87	8.84	5.25	6.80	4.60	5.72	4.39	6.06	5.71	8.38	5.96
25	5.87	7.06	6.75	7.69	6.04	7.55	6.24	7.53	10.16	8.40	7.33
30	6.50	11.59	7.92	9.96	8.37	10.31	8.78	9.94	10.62	10.56	9.46
35	7.35	12.01	10.31	13.19	10.40	13.09	11.79	11.69	12.69	20.06	12.26
40	10.70	13.49	12.31	16.81	12.91	18.66	11.77	11.34	17.27	16.05	14.13
50	11.54	20.13	16.83	20.44	15.31	19.89	15.59	14.99	21.95	23.72	18.04

#### 2.施測題數：

每位受測學生皆為八題。

#### 3.施測題目：

題目以電腦呈現，每個畫面都有數量不等的相同圖案若干個供學生作答。

##### (1)圖案個數：

八題的圖案數量計有 10、15、20、25、30、35、40、50，圖案間不重複、受測者間的圖案亦不重複。

##### (2)圖案大小：

約為 1.5 cm×1.5 cm，但因圖案形狀不同，會略有差異。

(3)圖案樣式：

取材動物、水果、人物等等。

4.施測時間：

以碼錶紀錄每位學生答對時所花的時間，過程中若數量不正確，則請學生重新計算，直至正確為止。

5.預試結果：

10 位學生答對時間平均值，如附表 1：我們將此平均時間的  $\frac{1}{2}$  作為前、後測的作答時間，平均時間的  $\frac{2}{3}$  作為第一階段訓練的作答時間，平均時間的  $\frac{1}{2}$  作為第二階段訓練的作答時間。

### 附錄3：前測

1.施測目的：

為評估學生在接受訓練前後，估計數量的能力是否有所提升，我們施以前測。

2.施測對象：

在七、九年級中，以入學之後各次數學段考平均成績為主要參考依據，挑選總平均彼此相差在 1 分以內的班級各 3 班，避免學習成就這項變因影響實驗結果。

#### 七年級

七年級在入學後，至施測時間為止，只有一次段考，為增加選班的客觀性，我們以入學智力測驗成績為次參考依據。三個班級的數學段考表現在全年級(共 21 班)中，分別為第 9、11、12 名

#### 九年級

九年級三個班級的 12 次數學段考成績在全年級(共 22 班)中，分別為第 9、11、12 名，由於次數夠多，只以數學段考平均成績為選班依據。

3.施測題目：

題型為七選一的選擇題，共 30 題(如圖 3)，每題的圖案個數從 10~50 不等，

分別有 10、11、12、14、15、16、18、20、21、24、25、28、30、32、35、40、50 個，平均分散在題目中，選項隨機出現，以下是所提供的選項：

- (1)正確答案 $\times 1.5$
- (2)正確答案 $\times 1.25$
- (3)正確答案 $\times 1.1$
- (4)正確答案
- (5)正確答案 $\times 0.9$
- (6)正確答案 $\times 0.75$
- (7)正確答案 $\times 0.5$

選項代表不同的估計誤差：50%、25%、10%，其中答案皆取高斯值，目的在減少誤差。

#### 4. 圖案個數：

數量 10~50 個不等，圖案不重複。

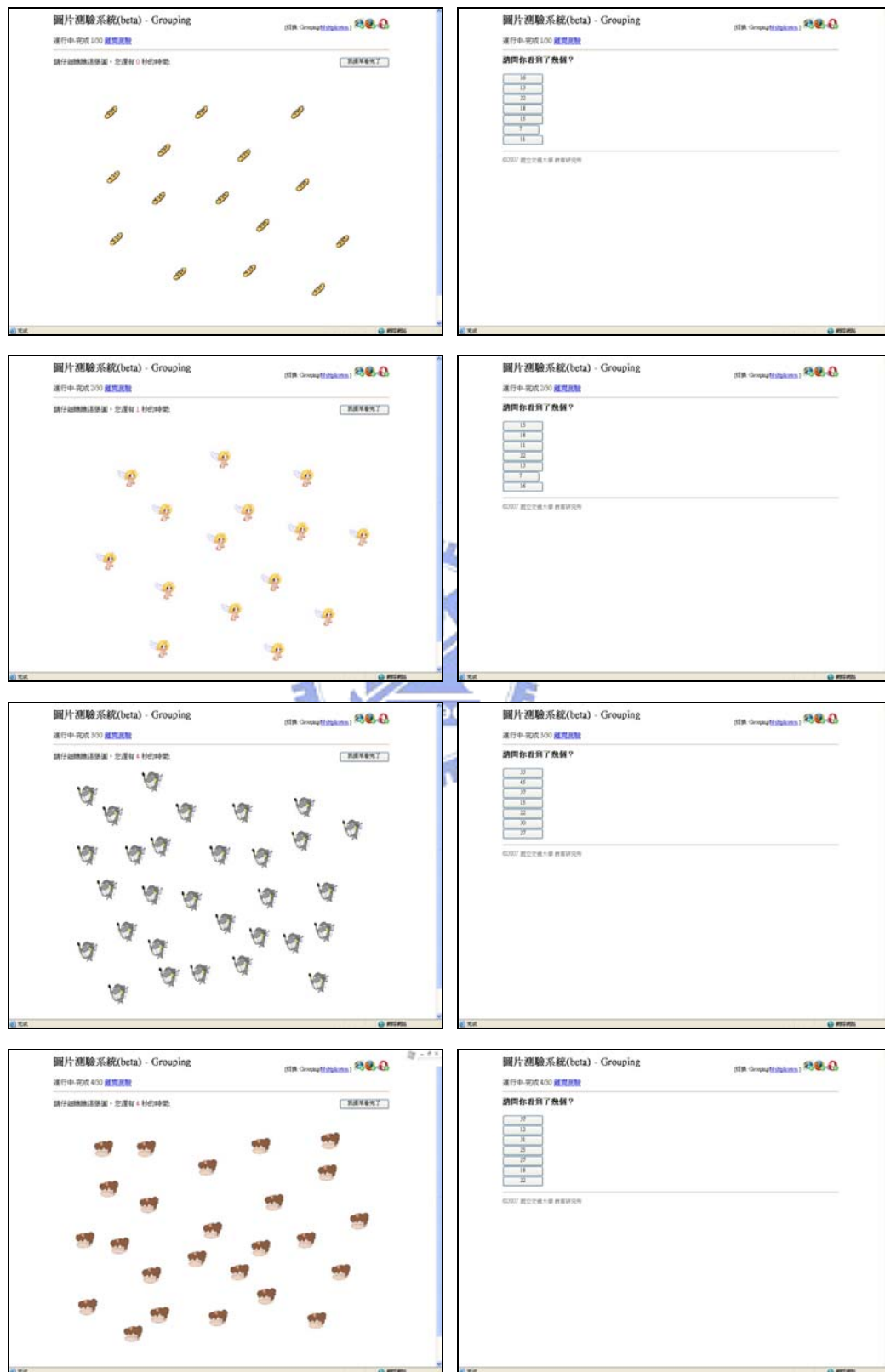
#### 5. 施測時間：

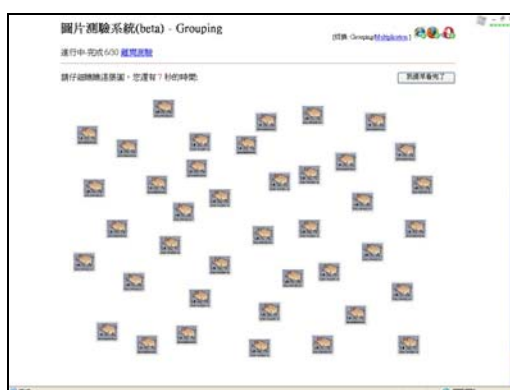
將附表 1 中的時間乘以  $\frac{1}{2}$ ，小數點四捨五入後，即為前測中給予學生的作答時間。組距為 5 個，如附表 3 所示：

附表 3：前測時間

個數	前測作答時間(秒)
10~14	2
15~19	2
20~24	3
25~29	4
30~34	5
35~39	6
40~44	7
45~50	9

圖3：前測30題

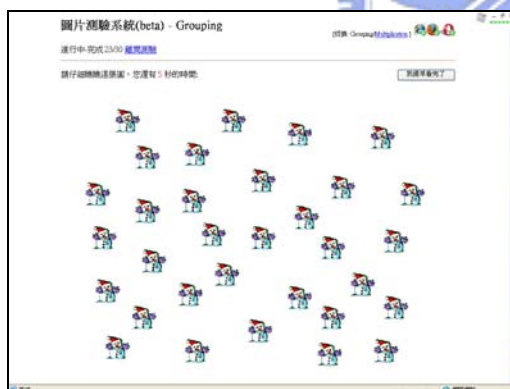
















進行前測後，於同一時間，再進行視覺記憶測驗、空間記憶測驗，題目各為33題。

## 附錄 4 學習

在群組估計組、乘法估計組與對照組於第一節課進行前測、視覺記憶測驗、空間記憶測驗後，於第二節到第四節進行教學活動：

群組估計組與乘法估計組學習流程：

第二節課：播放教學動畫檔→進行小數量估計練習

第三節課：進行較大數量估計練習

第四節課：進行更大數量估計練習→後測

一、群組估計組：

1.教學策略：grouping

2.教學設計：

- (1)以簡報軟體 PowerPoint 製作 20 張投影片，投影片上的圖案個數為 6~29 不等，圖案個數、樣式不重複。
- (2)以螢幕擷取軟體 HyperSnap，擷取播放中的 ppt 檔，另存圖片。
- (3)再以製作 gif 的 GifAnimator 軟體，將已存圖片轉為圖形交換格式(gif 檔)，共 60 個 gif 動態圖檔。
- (4)以簡報軟體 PowerPoint 另作 100 張投影片，再轉存為 gif 檔，投影片上的圖案個數為 10~50 不等，圖案樣式不重複。
- 3.學習活動：共分三節課，以班為單位，利用午休時間，約 45 分鐘
- (1)播放教學動畫檔，如圖 4.1.1：
- ①播放以 2 個單位為一數的 20 個 gif 動態圖檔。
- ②螢幕中的圖案先以浮水印呈現。畫面中，以 2 個單位為一數，逐步上色，讓學生在數數時，能使用兩個一數的策略進而可用較短的時間作估計，播放過程中，配合字幕與老師講解。
- ③播放結束後，再播放 3 個單位、5 個單位為一數的 20 個 gif 動態圖檔。
- (2)進行小數量估計測驗 60 題，流程為學習 2-易(30 題)→學習 3-易(30 題)，如圖 4.1.2。學習 2 與學習 3 都有難中易三種等級，難易度以圖案個數決定，如附表 4.1.1，學習 2 與學習 3 的差別在於給予學生的作答時間，學習 2 每題作答時間為預試時間的  $\frac{2}{3}$ ，學習 3 每題作答時間為預試時間的

$\frac{1}{2}$ ，進行流程如下：

第二節課：學習 2-易(30 題)→學習 3-易(30 題)

第三節課：學習 2-中(40 題)→學習 3-中(40 題)

第四節課：學習 2-難(30 題)→學習 3-難(30 題)→後測

學生在每節課的練習均在同個難度下進行，但作答的時間上則由多變少。後測與前測題目相同，唯題目順序因隨機出現，會有不同。

圖 4.1.1：群組估計教學動畫示意圖

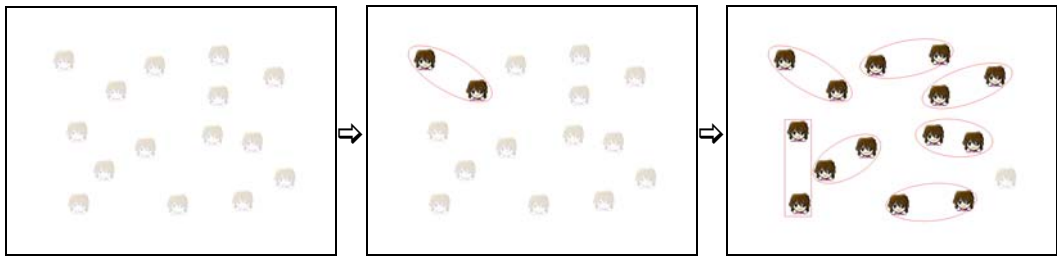


圖 4.1.2：數量估計練習



附表 4.1.1：

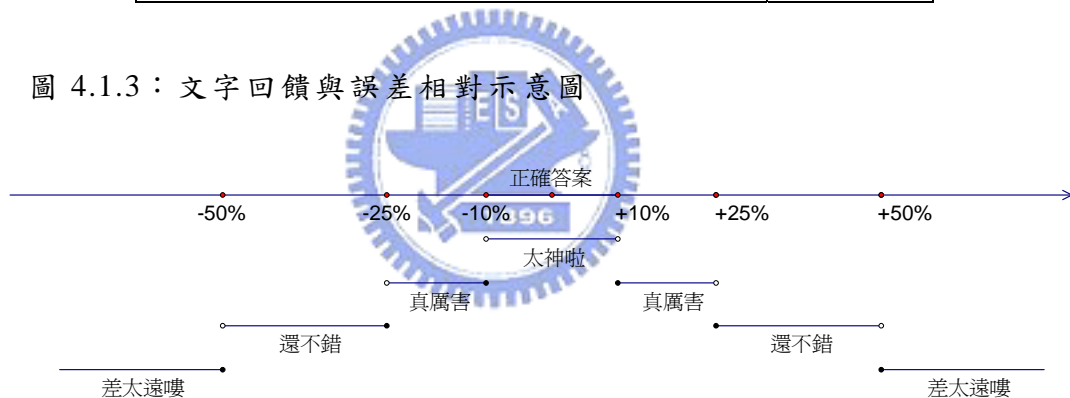
題號	圖案個數(個)	難易度
1~30	10~16	易
31~70	18~28	中
71~100	30~50	難

學生作答時共計兩部分，第一部分：回答估計時，幾個一數？第二部分：回答估計的數量？在學生作答後，給予文字回饋，整理如下，見附表 4.1.2，示意如圖 4.1.3：

附表 4.1.2：文字回饋

估計結果	文字回饋
$\text{正確答案} \times 0.9 < \text{估計結果} < \text{正確答案} \times 1.1$	太神啦
$\text{正確答案} \times 0.75 < \text{估計結果} \leq \text{正確答案} \times 0.9$ or $\text{正確答案} \times 1.1 \leq \text{估計結果} < \text{正確答案} \times 1.25$	真厲害
$\text{正確答案} \times 0.5 < \text{估計結果} \leq \text{正確答案} \times 0.75$ or $\text{正確答案} \times 1.25 \leq \text{估計結果} < \text{正確答案} \times 1.5$	還不錯
$\text{估計結果} \leq \text{正確答案} \times 0.5$ or $\text{正確答案} \times 1.5 \leq \text{估計結果}$	差太遠嘍

圖 4.1.3：文字回饋與誤差相對示意圖



下圖 4.1.4，各列舉一例，以示難中易的數量估計練習題。

圖 4.1.4：群組數量估計練習題

易



中



難



## 二、乘法估計組：

1.教學策略：multiplication

2.教學設計：

與群組估計組利用相同軟體，製作教學動畫檔。

3.教學活動：

(1)播放教學動畫檔，如圖 4.2.1：

- ①螢幕中的圖案先以浮水印呈現。接著自左下角起，在縱向方向上，陸續將圖案上色，後標以箭頭方向和數字，表示上色圖案個數。
  - ②在橫向方向上，亦陸續將圖案上色，並標以箭頭方向和數字，表示上色行數。讓學生在數數時，建立 multiplication 的概念，進而可用較短的時間作估計，播放過程中，配合字幕與老師講解。
- (2)進行小數量估計測驗，流程與群組估計組相同，唯作答部分不同：第一部分：回答估計時，是幾成幾，螢幕中要學生在( )填入答案，第二部分：回答估計的數量，圖 4.2.2 各列舉一例，以示難中易的數量估計練習題。

圖 4.2.1：乘法估計教學動畫示意圖

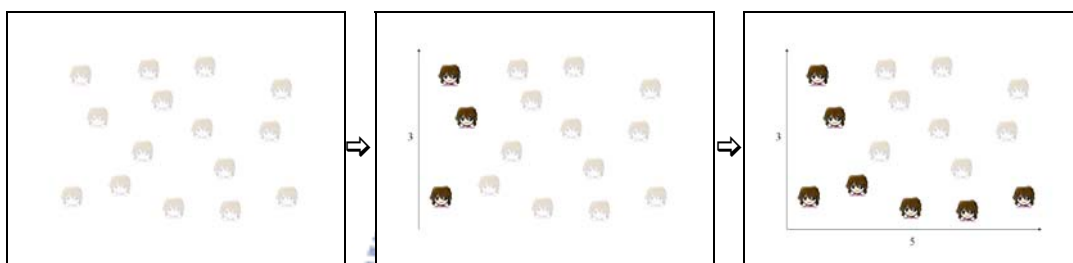


圖 4.2.2：乘法數量估計練習題



難



### 三、對照組：

學生只於第一節、第四節參與前後測，第二節、第三節則沒有任何估計策略教學活動，學生只與老師透過廣播系統進行互動式估計練習。

