

國立交通大學

電子工程學系 電子研究所碩士班

碩士論文

應用於行動通訊中以空間特徵結構為設計基礎
之 MIMO-OFDM 波束形成技術

Spatial Eigenstructure Based MIMO-OFDM Beamforming

Techniques for Mobile Communications

研究 生：李飛群

指 導 教 授：陳紹基 博 士

中華民國九十六年九月



應用於行動通訊中以空間特徵結構為設計基礎 之 MIMO-OFDM 波束形成技術

Spatial Eigenstructure Based MIMO-OFDM Beamforming

Techniques for Mobile Communications

研究 生：李飛群

Student : Fei-Chun Li

指導 教授：陳紹基 博士

Advisor : Sau-Gee Chen

國 立 交 通 大 學

電子工程學系 電子研究所碩士班



Submitted to Department of Electronics Engineering & Institute of Electronics

College of Electrical and Computer Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Electronics Engineering

September 2007
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年九月



應用於行動通訊中以空間特徵結構為設計基礎 之 MIMO-OFDM 波束形成技術

學生：李飛群

指導教授：陳紹基 博士

國立交通大學

電子工程學系 電子研究所碩士班

摘要

波束形成技術是一種能夠有效增加系統容量和提升訊號對干擾雜訊比的策略，常見的通道模型如通道狀態資訊(CSI)和瑞雷衰減通道雖然能夠模擬整個通道行為，然而這類型的通道模型並不能完全解釋波束形成技術和空間通道之間的關聯性。在實際的戶外行動通訊中，通道一般會呈現所謂的半相關度的特性，上述的特性造成整個基地台和行動台的通訊環境並非呈現對稱關係，這造成傳送和接收端所使用的波束形成技術會有很大的差異性存在。

本篇論文主要分為兩個研究方向，首先將正交分頻多工的概念導入半相關度通道模型中，提出一種適用於波束形成技術的空間特徵結構通道模型。整個通道的空間特徵結構可分離成數個路徑群組的等效路徑增益、等效傳送角度、組合簽名向量和路徑延遲時間，並且利用探測信號和事先設定的測試權重向量可以準確地估測出這些通道參數值。接著藉由所提出的通道模型，傳送和接收端波束形成器架構將採用獨立分離的設計方式。在基地台傳送端採用統計型式的傳送波束形成技巧，如此可以確保接收端能夠得到穩定的接收功率且避免因回授和路徑延遲所造成回授通道資訊過時的現象。除此之外，所提出對路徑群組路徑增益向量做編碼設計的方式能夠達到低回授量的頻寬需求。來自於行動台必須處理即時性的通道資訊，所以在接收端波束形成器設計上，兩種新的適應性權重向量更新方式將被提出用來提升接收功率和解決同頻干擾的問題。可以證明在時變半相關度通道的情況下，傳送和接收端使用獨立分離的波束形成設計方式，可以提升系統的整體效能。

Spatial Eigenstructure Based MIMO-OFDM Beamforming Techniques for Mobile Communications

Student: Fei-Chun Li

Advisor: Dr. Sau-Gee Chen

Department of Electronics Engineering &
Institute of Electronics
National Chiao Tung University

ABSTRACT

Beamforming technique is an efficient strategy for enhancing the system capacity and increasing signal to interference plus noise ratio (SINR). Typical channel models, such as channel state information (CSI), i.i.d. Rayleigh fading channel, and etc., well describe the characteristics of wireless communications. Unfortunately, these existing channel models cannot appropriately describe the connections between MIMO beamforming and spatial channels. The semi-correlated channel is a proper model for outdoor mobile communications due to the asymmetric features of geometric structure of signal propagation at both sides of link. This implies that the beamformers at the transmitter and receiver should adopt different design methods.

In this thesis, two main topics will be discussed. In the first part, a new spatial eigenstructure channel model combining OFDM concepts with semi-correlated channels will be proposed for the optimal beamforming algorithms. Overall spatial eigenstructure consists of several resolvable clusters modeled by path gain, direction of departure (DOD) of path, composite signature vector (CSV), and path delay time. Besides, an efficient and realizable estimation method will be proposed to obtain these channel parameters of spatial eigenstructure mentioned above by sending training signal and using probing weight vectors. In the second part, we will propose new beamforming algorithms according to spatial eigenstructure channel model. The transmit beamformer at the BS will use statistical channel information to supply the receiver with stable transmitting power. It avoids using the out-of-date channel information caused largely by the feedback delay and processing delay. A novel

codebook design applied in cluster path amplitude vector will also be implemented to achieve bandwidth-limited feedback. From the receiver's point of view, the MS must operate based on the real-time channel information. In the design of receiver-end beamformers, two new adaptive algorithms applied in weight vector update will be exploited to enhance the received power and suppress the co-channel interference (CCI). In semi-correlated and time-varying channels, it will be shown that system yields good performances by using different beamforming design methods at the transmitter and receiver.



誌謝

本論文可以順利完成，首先要感謝我的指導教授陳紹基博士，兩年中不斷幫我釐清許多觀念，對研究方面提供很多的協助與建議，在此致上由衷的感謝。

此外要感謝的是實驗室 428 的同學們，很高興有思衡、宜融、致良、瑞徽、曉嵐這一群很好的夥伴陪我渡過這兩年的碩士班生活，有了你們實驗室裡就會充滿著歡樂和溫馨，感謝你們陪伴著我這樣一路走來，畢業後，希望你們都可以利用所學擁有更充實、更精彩的生活；還要感謝建全學長，謝謝建全學長常常不吝惜的分享他豐富的社會經驗，讓我對未來的方向有更深一層的了解；還要感謝其他學長、學弟讓實驗室充滿人氣。

最後，要感謝我的家人，因為有你們的支持和鼓勵，我才能完成這兩年的碩士學業。在未來的人生旅途中，我將帶著這份美好的回憶，繼續努力不懈的前進。



目錄

中文摘要	I
英文摘要	II
誌謝	IV
目錄	V
表目錄	VIII
圖目錄	IX
第一章 緒論	1
1.1 研究動機	1
1.2 研究目標	4
1.3 論文架構	4
第二章 陣列信號處理和智慧型天線	6
2.1 陣列信號處理	6
2.1.1 均勻間距線性陣列	6
2.1.2 均勻間距線性陣列的特性	8
2.1.2.1 旁瓣輻射現象	9
2.1.2.2 波束寬度和波束擴散效應	10
2.1.3 空間耐奎斯特取樣定理	11
2.2 波束形成器	13
2.3 智慧型天線之基本概念	14
2.3.1 智慧型天線對系統的改善及主要用途	15
第三章 正交分頻多工技術	18
3.1 正交分頻多工技術基本原理	18
3.2 符元間干擾、保護區間與載波正交性	20
3.3 正交分頻多工系統之優缺點	22
第四章 波束形成技術	23
4.1 應用於接收端的波束形成技術	23
4.1.1 切換波束式天線陣列	23

4.1.2	以信號抵達角度為設計基礎的天線陣列.....	25
4.1.2.1	傅立葉波束形成器	26
4.1.2.2	最小變異無失真響應波束形成器	27
4.1.3	適應性天線陣列.....	28
4.1.3.1	最小平均平方演算法	29
4.1.3.2	遞迴最小平方演算法	30
4.2	應用於正交分頻多工系統之波束形成技術.....	31
4.2.1	前置-快速傅立葉轉換型天線陣列.....	31
4.2.2	後置-快速傅立葉轉換型天線陣列.....	33
4.3	傳送波束形成技術.....	35
4.4	利用權重向量編碼設計降低回授量的技巧.....	38
4.4.1	應用球形向量量化技巧於編碼簿設計.....	40
4.4.2	應用 Grassmannian line packing 的觀念於編碼簿設計...	41
4.4.3	利用 generalized Lloyd algorithm 設計最佳化編碼簿...	43
4.5	適用於多重用戶傳送波束形成的技巧.....	44
第五章	通道模型的特性.....	48
5.1	SISO 通道模型	48
5.1.1	在正交分頻多工系統下載波間干擾效應的分析.....	50
5.2	MIMO 通道模型	52
5.2.1	通道統計模型的探討.....	52
5.2.2	空間通道模型.....	54
第六章	以空間特徵結構為設計基礎之新式 MIMO-OFDM 波束形成器	56
6.1	空間特徵結構的估測.....	57
6.1.1	空間特徵結構的定義.....	57
6.1.2	路徑群組等效路徑增益的估測.....	60
6.1.3	路徑群組等效傳送角度的估測.....	62
6.1.4	路徑群組組合簽名向量的估測.....	67
6.2	傳送權重向量的估測.....	70
6.2.1	MISO 傳送權重向量的估測.....	71
6.2.2	MIMO 傳送權重向量的估測.....	73
6.3	利用空間特徵結構於傳送權重向量編碼設計上.....	78

6.4 利用空間特徵結構於多重用戶時間槽排程演算法.....	85
6.5 所提出快速傅立葉轉換型接收端波束形成器.....	98
6.5.1 所提出低複雜度前置-快速傅立葉轉換型波束形成器.....	100
6.5.2 所提出混合式-快速傅立葉轉換型波束形成器.....	106
第七章 效能和複雜度的分析.....	113
7.1 所提出路徑群組等效傳送角度的模擬分析.....	113
7.2 在時變和非時變通道情況下，傳送權重向量最佳化的模擬分析.....	118
7.2.1 在非時變通道下，傳送波束形成技術的模擬分析.....	118
7.2.2 在時變通道下，傳送波束形成技術的模擬分析.....	121
7.3 所提出的空間特徵結構對傳送權重向量編碼設計的影響.....	125
7.4 所提出多重用戶時間槽排程演算法的效能分析.....	128
7.5 所提出快速傅立葉轉換型接收端波束形成器的效能和複雜度分析...	131
7.5.1 所提出接收端波束形成器的效能分析.....	132
7.5.2 所提出接收端波束形成器的運算複雜度分析.....	139
第八章 結論與未來工作展望.....	141
參考文獻	143



表目錄

表5.1 路徑群組下子路徑DOD和DOA偏移量	55
表7.1 系統參數設定	113
表7.2 天線陣列參數設定	114
表7.3 空間通道參數設定	114
表7.4 多重用戶時間槽排程系統參數設定	128
表7.5 各式接收端波束形成器的複數乘法量	139



圖 目 錄

圖2.1 (a)線性天線陣列	6
圖2.1 (b)平面天線陣列	6
圖2.1 (c)圓形天線陣列	6
圖2.2 均勻間距線性陣列	7
圖2.3 旁瓣輻射現象	9
圖2.4 波束寬度的定義	10
圖2.5 窄波波束形成器	13
圖2.6 傳送端波束形成示意圖	15
圖3.1 多載波傳輸示意圖	18
圖3.2 類比式正交分頻多工系統傳送端調變器示意圖	19
圖3.3 正交分頻多工系統之保護區間示意圖	21
圖3.4 傳輸延遲延展小於保護區間示意圖	21
圖4.1 波束對於信號不同抵達角度的正規化波束場型	24
圖4.2 前置-快速傅立葉轉換型天線陣列	32
圖4.3 後置-快速傅立葉轉換型天線陣列	33
圖4.4 應用於MIMO通道上的波束形成系統	36
圖4.5 傳送權重向量編碼設計系統模型	39
圖4.6 多重用戶傳送波束形成系統	45
圖5.1 計算都卜勒頻率示意圖	49
圖5.2 半相關度通道模型	54
圖6.1 利用波束場型的特性估測路徑群組等效傳送角度	65
圖6.2 多重用戶的空間特徵結構	87
圖6.3 尋找最大傳送能量的搜尋區間	88
圖6.4 傳送角度區間的定義	88
圖6.5 角度區間指標的更新	89
圖6.6 所提出低複雜度前置-快速傅立葉轉換型波束形成器架構	102
圖6.7 所提出Hybrid-FFT型波束形成器	110
圖7.1 在非時變通道下，子路徑間的傳送角度擴展對路徑群組等效傳送角	

度估測所造成影響性	115
圖7.2 在時變通道下，子路徑間的傳送角度擴展對路徑群組等效傳送角度估測所造成影響性	116
圖7.3 在時變通道下，載波間干擾效應對於路徑群組等效傳送角度的估測所造成影響性	117
圖7.4 非時變通道下路徑群組較少時，各種傳送波束形成技巧在效能上的比較	119
圖7.5 非時變通道下路徑群組較多時，各種傳送波束形成技巧在效能上的比較	120
圖7.6 時變通道下($f_{nd} = 0.021$)路徑群組數為3組，各種傳送波束形成技巧在效能上的比較	122
圖7.7 時變通道下($f_{nd} = 0.083$)路徑群組數為3組，各種傳送波束形成技巧在效能上的比較	123
圖7.8 時變通道下($f_{nd} = 0.021$)路徑群組數為6組，各種傳送波束形成技巧在效能上的比較	124
圖7.9 時變通道下($f_{nd} = 0.083$)路徑群組數為6組，各種傳送波束形成技巧在效能上的比較	124
圖7.10 傳送端天線陣列採用4根傳送天線，路徑群組數為4的情況下，對於不同權重向量編碼方式所產生的影響	125
圖7.11 傳送端天線陣列採用8根傳送天線，路徑群組數為4的情況下，對於不同權重向量編碼方式所產生的影響	126
圖7.12 傳送端天線陣列採用4根傳送天線，路徑群組數為6的情況下，對於不同權重向量編碼方式所產生的影響	126
圖7.13 傳送端天線陣列採用8根傳送天線，路徑群組數為6的情況下，對於不同權重向量編碼方式所產生的影響	127
圖7.14 達成所有用戶最低 $SINR_i$ 要求的條件下，時間槽排程的效能表現	129
圖7.15 在限制最低臨界干擾 $I_{threshold}$ 值的條件下，時間槽排程的效能表現	130
圖7.16 在限制最大傳送總功率 p_{max} 的條件下，時間槽排程的效能表現	131
圖7.17 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0$ ，路徑群組最大延遲邊界為1/16符元時間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果	133
圖7.18 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0.01$ ，路徑群組最大延遲邊界為1/16符元	

時間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果

133

圖7.19 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0.02$ ，路徑群組最大延遲邊界為1/16符元

時間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果

134

圖7.20 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0$ ，路徑群組最大延遲邊界為1/8符元時

間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果

134

圖7.21 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0.01$ ，路徑群組最大延遲邊界為1/8符元

時間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果

135

圖7.22 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0.02$ ，路徑群組最大延遲邊界為1/8符元

時間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果

135

圖7.23 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0$ ，路徑群組最大延遲邊界為1/4符元時

間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果

136

圖7.24 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0.01$ ，路徑群組最大延遲邊界為1/4符元

時間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果

136

圖7.25 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0.02$ ，路徑群組最大延遲邊界為1/4符元

時間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果

137





第一章 緒論

1.1 研究動機

1990 年代，無線通訊開始迅速的發展，也由於現今通訊所需傳輸的資料包括影像、聲音以及多媒體等，因此更大的頻寬需求是必然的趨勢，如第四代行動通信(4G)在室內傳輸速率要求為 1Gb/s ，室外傳輸速率要求 100Mb/s ，是一個相當高速的無線通訊系統。

多輸入多輸出(Multi-Input Multi-Output, MIMO)無線通訊系統能夠利用發射端的多根天線各自獨立發送信號，同時在接收端用多根天線接收並恢復原信息。MIMO 能夠在不需要增加總發送功率耗損(transmit power expenditure)的情況下大幅地增加系統的資料吞吐量(throughput)及傳送距離，使得此技術於近幾年受到許多矚目。而 MIMO 的核心概念為利用多根發射天線與多根接收天線所提供之空間自由度來有效提升無線通訊系統之頻譜效率，以提升傳輸速率並改善通訊品質。

根據收發兩端天線數量，相對於傳統的的單輸入單輸出系統(Single-Input Single-Output, SISO)，MIMO 此類多天線技術尚包含早期所謂的「智慧型天線」[1]，亦即單輸入多輸出系統(Single-Input Multi-Output, SIMO)和多輸入單輸出系統(Multiple-Input Single-Output, MISO)。智慧型天線工作型態可大致區分為兩種類型，第一類型為將智慧型天線系統應用於發射端，根據使用者所在位置的不同形成特定的波束，使其發射端有方向性的傳送信號；第二種類型為將智慧型天線系統應用於接收端，使其接收端有方向性的接收信號。上述智慧型天線系統一般採用較窄的天線間距來實作此波束，一般以發送訊號之一半波長做為實體的天線間距，以滿足空間上的取樣定理[2]且避免旁瓣輻射(grating

lobes) [3]，亦即空間上的混疊。

然而波束形成技術的缺點乃是在都市的環境中，信號容易朝向建築物或移動的車輛等目標分散，因而模糊其波束的集中特性。然而此項缺點卻隨著空間多樣及空間多工的技術在 1990 年代末的發展而突然轉變為優勢，這些方法利用多重路徑傳遞(multipath propagation) 現象來增加資料吞吐量、傳送距離或減少位元錯誤率。這些型態的系統在選擇實體的天線間距時，通常以大於被發送信號的波長距離為實作，以確保 MIMO 通道間的低關聯性(correlation)及高多樣階數(diversity order)。

MIMO 通訊技術包括以下領域：

- 空間多工 (spatial multiplexing): 工作在 MIMO 天線系統下，能夠在不增加頻寬的條件下，相比 SISO 系統成倍地提升信號傳輸速率，因而提高了頻譜利用率。在發射端，高速率的數據流被分割為多個較低速率的子數據流，不同的子數據流在不同的發射天線上在相同頻段上發射出去。如果發射端與接收端的天線陣列之間構成的空間通道足夠不同，即能夠在時域和頻域之外額外提供空域的維度，使得在不同發射天線上傳送的信號之間能夠相互區別，因此接收機能夠區分出這些並行的子數據流，而不需付出額外的頻率或者時間資源。空間復用技術在高訊雜比條件下能夠極大提高通道容量，並且能夠在發射端無法獲得通道資訊的條件下使用。Foschini 等人提出的「貝爾實驗室分層空時」(BLAST) 是典型的空間復用技術。
- 空間多樣 (spatial diversity): 利用發射或接收端的多根天線所提供的多重傳輸途徑發送相同的資料，以增強資料的傳輸品質。
- 波束形成 (beamforming): 藉由多根天線產生一個具有指向性的波束，將能量集中在欲傳輸的方向上，增加訊號品質並減少對於其他用戶的干擾。
- 預編碼 (precoding): 傳送端利用已知的通道矩陣資訊，不同的子數據流可以藉由不同的傳送和接收權重向量同時獨立傳送於相同的通道中，如同空間多工的優點，能夠大幅提升信號傳輸速率。

以上 MIMO 相關技術並非相斥，而是可以相互配合應用的，如一個 MIMO 系統可以同時包含空間多工和多樣的技術。

MIMO 此技術與平坦衰減通道 (flat fading channel) 兼用時可以達到最佳的效果，能夠降低接收端通道等化器之複雜度及維持接收端的低功率耗損。而正交分頻多工(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)系統為多子載波的系統，可將信號分配到不同子載波上，利用分頻多工的概念可以滿足高速傳輸的需求，且由於每個子載波使佔用的頻帶相當小所以可視為平坦衰減通道，故能夠有效對抗多重路徑產生的失真與干擾等種種優勢。也因此 MIMO 多半與正交分頻多工結合為複合技術。MIMO-OFDM 同時為 IEEE 802.16 及 IEEE 802.11n HT 的採用標準之一。WCDMA 的系統，如 HSDPA，亦進行將 MIMO 技術標準化的動作。

然而事實上並非所有的 MIMO 技術都能適用於任何的通道情況，特別是在低訊雜比且空間通道並沒有提供足夠多樣性(diversity)的條件下，波束形成是唯一能提供高品質通訊的多天線技術[18]。有別於一般對波束形成的研究所採用的無相關度瑞雷衰減(uncorrelated Rayleigh fading)通道模型[26]，在實際的戶外行動通訊中，通道一般會呈現所謂的半相關度(semi-correlated)[29]的特性。從傳送端的觀點來看，傳送角度有很低的角度擴展(angle spread, AS)性；然而從接收端的觀點來看，來自於信號遭受到鄰近障礙物所造成高度反射和散射的影響，接收角度會呈現很高的角度擴展性。上述的特性造成整個通道並非呈現對稱關係，這造成傳送和接收端所使用的波束形成技術會有很大的差異性存在。

本研究主要探討如何將波束形成技術有效應用於正交分頻多工系統中，特別針對下鍵(downlink)傳輸的通訊模式，也就是信號由基地台傳送至個別用戶端的情況。分別針對時變和非時變的半相關度通道模型，找出傳輸通道和波束形成之間的關聯性，進而提出最佳化的波束形成策略和相對應的演算法。

1.2 研究目標

本研究將從對半相關度通道模型的探討為出發點，提出一種以空間特徵結構為基礎的 MIMO-OFDM 波束形成技術。從空間的特徵結構性分析整個傳輸通道，可以證明在時變通道的情況下，傳送和接收所使用波束形成可以獨立分離設計且不會降低系統的整體效能。在發射端採用一種稱為傳送波束形成(transmit beamforming)[18][19][23]的技巧，這種技術類似於預編碼的方式，發射端是利用已知的通道矩陣資訊做最佳化的波束形成，而唯一的不同處是預編碼為多重子數據流而傳送波束形成卻為單一數據流的情況。而針對於接收端的波束形成，將提出一種新的演算法，在頻域(frequency domain)上分別針對干擾的消除和通道的等化做信號處理。

執行傳送波束形成的技巧必須事先知道整個通道的狀態，所以接收端必須將所估測到的通道訊息回傳給發射端，然而如此的回授量是相當耗費頻寬資源。為了避免因回授通道資訊所佔用的通道資源，通常採用一種稱為權重向量編碼設計(codebook design)[17][20][21]的方式來降低回授資訊量。本篇論文將所提出的通道空間特徵結構概念應用於權重向量編碼設計上，並且分析因編碼設計上的差異所產生相對應的效能影響。

所提出的通道空間特徵結構概念，也能應用於多重使用者傳送波束形成的技術中。不同於大部份的演算法只針對在單一時間槽中做最佳化的探討，本篇論文將提出結合多重使用者傳送波束形成[24][25]和時間槽排程的觀念，利用所提出的通道空間特徵結構找出最佳化的時間空間使用者排程組合。

1.3 論文架構

本論文分為八章

第一章：介紹研究動機和研究目標。

第二章：說明智慧型天線的原理及介紹天線陣列信號處理的技巧。

第三章：介紹正交分頻多工系統的基本概念。

第四章：介紹基礎的傳送和接收波束形成技術。

第五章：討論在行動通訊中所使用的通道模型特性。

第六章：根據所提出的通道空間特徵結構概念，設計新式波束形成器。

第七章：模擬分析、效能和複雜度的比較。

第八章：結論與未來展望。



第二章 陣列信號處理和智慧型天線

2.1 陣列信號處理

陣列信號處理是利用數根天線排成特定的形狀接收來自空間傳遞的信號，進行訊號處理之後達到空間濾波(spatial filter)的機制。

三種最常見天線陣列幾何排列形式為線性天線陣列(linear antenna array)、平面天線陣列(planar antenna array) 以及圓形天線陣列(circular antenna array)，如圖2.1所示。其中均勻間距線性天線陣列(uniformly spaced linear antenna array, ULA)是由一組等距直線擺放成的天線所構成，因為簡單而且易於實現，在本論文中所採用的天線陣列皆為此種架構。

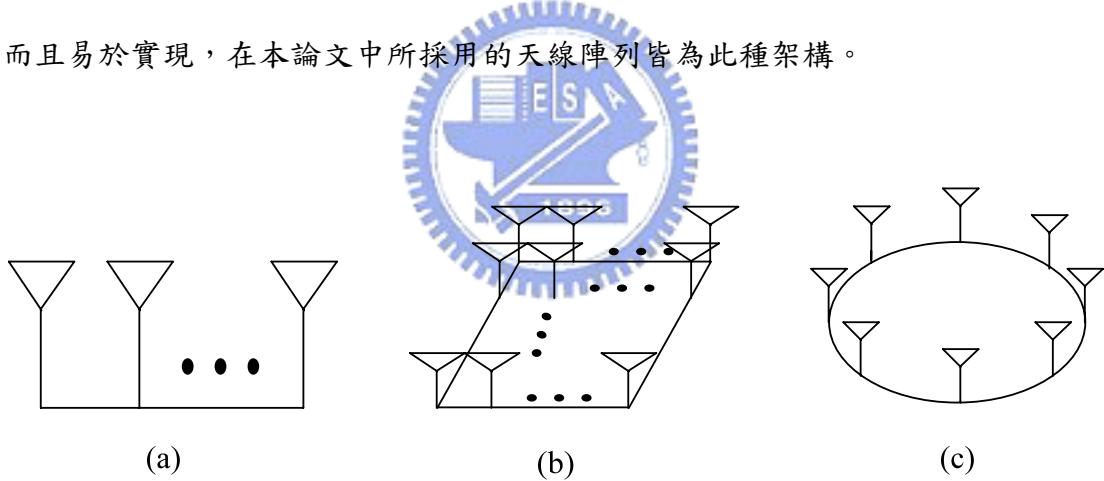


圖2.1 常見天線陣列(a)線性天線陣列(b)平面天線陣列(c)圓形天線陣列

2.1.1 均勻間距線性陣列

圖2.2為一組均勻間距線性陣列[2]，其中包含了 M_r 根相同的全向性天線且最左邊的天線視為參考單位。

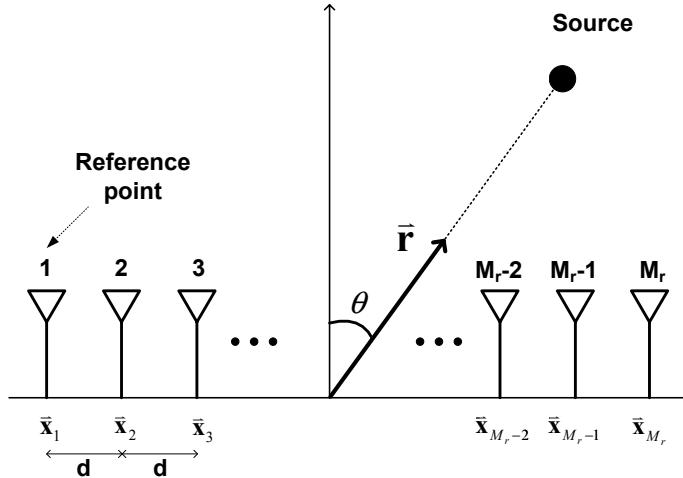


圖2.2 均匀間距線性陣列

假設單一的信號由遠端傳送過來，接收信號 $r(t)$ 可以視為一個平面波且與天線陣列形成一個夾角 θ ， $r(t)$ 能表示成下面的型式

$$\begin{aligned}
 r(t) &= a(t) \cos(\omega_c t + \phi(t)) \\
 &= u(t) \cos \omega_c t - v(t) \sin \omega_c t \\
 &= R_e \{ s(t) e^{j\omega_c t} \}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

其中 $\omega_c = 2\pi f_c$ 且 f_c 為載波頻率 (carrier frequency)， $u(t) = a(t) \cos \phi(t)$ 為同相 (in-phase) 成份、 $v(t) = a(t) \sin \phi(t)$ 為正交 (quadrature) 成份，則 $s(t) = u(t) + jv(t)$ 可表示為 $r(t)$ 的複數封包 (complex envelope)，一個實數窄波訊號可以完全由低通複數封包表示式來表示。假如波前 (wavefront) 抵達到參考點的時間為 t_0 則抵達到第 i 個天線成員的時間為 $t_0 - \frac{\bar{\mathbf{x}}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}}{c}$ ，其中 $\bar{\mathbf{r}}$ 為指向訊號源的單位向量， $\bar{\mathbf{x}}_i$ 為第 i 個天線陣列元素相對於參考點的位置向量， $c = 3 \times 10^8 \text{ (m/s)}$ 為電磁波在空氣中傳播速度。則第 i 個天線陣列元素所接收到的訊號可表示為 (2.2)式，其相對應的低通複數封包可表示為 (2.3)式。

$$r_i(t) = r(t + \frac{\bar{\mathbf{x}}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}}{c}) \tag{2.2}$$

$$\begin{aligned}
&= R_e \left\{ s(t + \frac{\bar{\mathbf{x}}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}}{c}) e^{jw_c(t + \frac{\bar{\mathbf{x}}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}}{c})} \right\} \\
&= R_e \left\{ s(t + \frac{\bar{\mathbf{x}}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}}{c}) e^{jw_c \frac{\bar{\mathbf{x}}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}}{c}} e^{jw_c t} \right\} \\
s_i(t) &= s(t + \frac{\bar{\mathbf{x}}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}}{c}) e^{jw_c \frac{\bar{\mathbf{x}}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}}{c}}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

假設 B 為訊號頻寬(signal bandwidth)，那麼只要 $B \left| \frac{\bar{\mathbf{x}}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}}{c} \right| \ll 1$ 即窄頻(narrowband)的條件成立，則下列近似條件成立。

$$s(t + \frac{\bar{\mathbf{x}}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}}{c}) \cong s(t) \tag{2.4}$$

則第 i 個天線陣列元素所收到的訊號在基頻(baseband)的表示式為

$$s_i(t) \cong s(t) e^{jw_c \frac{\bar{\mathbf{x}}_i \cdot \bar{\mathbf{r}}}{c}} \tag{2.5}$$

由此得知若訊號頻寬遠小於載波頻率，則窄波信號模型(narrowband signal model)將可以被使用，則微小的傳遞延遲將被表示成一個簡單地相角位移。由於天線陣列為均勻間距線性陣列，設 d 為天線間距、 λ_c 為載波波長，則第 i 根天線所接收的信號可表示為

$$\begin{aligned}
s_i(t) &= s_1(t) e^{j \frac{2\pi}{\lambda_c} (i-1) d \sin \theta} \\
&= s_1(t) e^{j k_c (i-1) d \sin \theta}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

天線陣列所收到的訊號亦可用向量的形式來表示

$$\mathbf{s}(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) & s_2(t) & \cdots & s_{M_r}(t) \end{bmatrix}^T = s_1(t) \mathbf{a}(\theta) \tag{2.7}$$

其中 $\mathbf{a}(\theta) = [1 \quad e^{j \frac{2\pi}{\lambda_c} d \sin \theta} \quad \dots \quad e^{j \frac{2\pi}{\lambda_c} (M_r - 1) d \sin \theta}]^T$ 稱為陣列響應向量(array response vector)或陣列引導向量(array steering vector)。

2.1.2 均勻間距線性陣列的特性

天線陣列會隨著訊號源的方位角度(azimuth angle)、載波波長和天線間距

的改變產生不同的特性，在此以均勻間距線性陣列為例。

2.1.2.1 旁瓣輻射(grating lobes)[3]現象

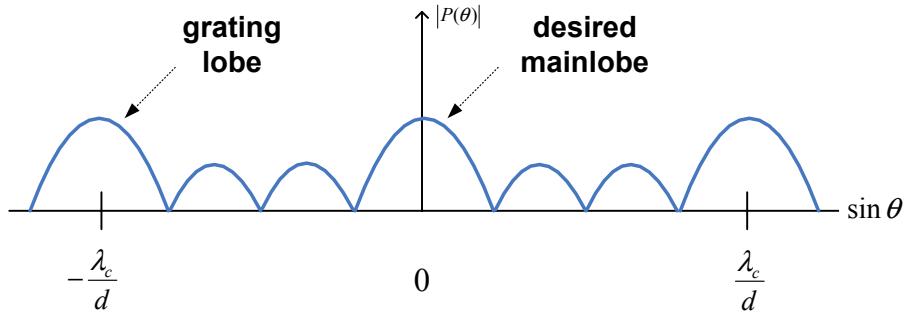


圖2.3 旁瓣輻射(grating lobes)現象

假設將天線所接收到的訊號相加，所得到的陣列場型(array pattern)可表示如下

$$\begin{aligned}
 P(\theta) &= \sum_{i=1}^{M_r} e^{j k_c (i-1) d \sin \theta} \\
 &= \frac{e^{j k_c M_r d \sin \theta} - 1}{e^{j k_c d \sin \theta} - 1} \\
 &= e^{j \frac{k_c (M_r - 1) d}{2} \sin \theta} \frac{\sin(\frac{k_c M_r d}{2} \sin \theta)}{\sin(\frac{k_c d}{2} \sin \theta)}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

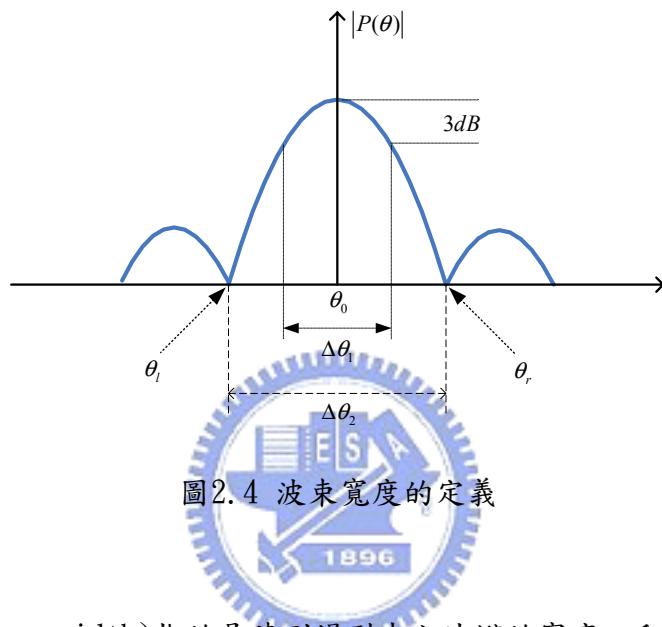
其中

$$|P(\theta)| = \left| \frac{\sin(\frac{k_c M_r d}{2} \sin \theta)}{\sin(\frac{k_c d}{2} \sin \theta)} \right| \tag{2.9}$$

從(2.9)式可以發現 $|P(\theta)|$ 在橫座標軸為 $\sin \theta$ 時會呈現週期為 $\frac{\lambda_c}{d}$ 的變化，如圖2.3所示。由於一般接收的角度範圍為 $-90^\circ, \dots, 90^\circ$ ，如果 $\sin \theta = \frac{\lambda_c}{d} \leq 1$ ，這會造成在天線陣列的視角範圍內會產生多個主波瓣(mainlobe)，此種現象即稱為旁

瓣輻射(grating lobes)效應。如果此時干擾或雜訊剛好出現在旁瓣輻射的位置上，則會顯示不出天線陣列的效果，為了避免這個問題只要滿足 $\frac{\lambda_c}{d} > 1$ 的條件即可。

2.1.2.2 波束寬度與波束擴散效應



波束寬度(beamwidth)指的是陣列場型中主波瓣的寬度，和時域濾波器一樣會有濾波器的通帶範圍。當然波束寬度的定義有很多種，兩個較常使用的波束寬度量測方法如圖2.4所定義：

- 3-dB beamwidth $\Delta\theta_1$: $\left|P(\theta_0 \pm \frac{\Delta\theta_1}{2})\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}|P(\theta_0)|$
- Null-to-Null beamwidth $\Delta\theta_2$: smallest $\Delta\theta_2$ such that $P(\theta_0 \pm \frac{\Delta\theta_2}{2}) = 0$

假設天線陣列指向角度 θ_0 ，利用(2.8)和(2.9)式可定義出Null-to-Null波束寬度為[3]

$$\sin\left(\frac{k_c M_r d}{2}(\sin\theta - \sin\theta_0)\right) = 0 \quad (2.10)$$

假設 θ_r 、 θ_l 分別為波束寬度零(null)點的角度位置，如圖2.4所示。定義角度區間 $\frac{\Delta\theta_2}{2} = \theta_r - \theta_0 \cong \theta_0 - \theta_l$ ，則可以得到下列的近似結果[3]

$$\sin \theta_r - \sin \theta_i \cong \Delta \theta_2 \cos \theta_0 = \frac{\lambda_c}{2M_r d} \quad (2.11)$$

$$\Delta \theta_2 \cong \frac{\lambda_c}{2M_r d \cos \theta_0} \quad (2.12)$$

從上述的結果可以得到以下的結論：

I. $\theta_0 = 0^\circ$ 時，擴散效應最小； $\theta_0 = 90^\circ$ 時，擴散效應最大。

II. θ_0 從 0° 變到 90° 的過程中，擴散就會越來越嚴重。

以上的結論即是波束擴散效應，較大的波束其相對應的解析度較不好，當兩個訊號來源很接近的時候並沒有辦法很明顯分出兩者。

2.1.3 空間耐奎斯特取樣定理(spatial Nyquist sampling

rate)



空間濾波器的概念相當接近於時間濾波器(temporal filter)的概念，時間濾波器是在時域上對接收信號做處理，進而區分出使用者的信號以及干擾信號，而空間濾波器則是利用空間的特性進行信號的濾波。

通常可以使用分接式延遲線濾波器(tapped-delay-line filter)來實現時間濾波器。現在考慮一組由 K 個特定頻率的弦波所組成的波形。假設輸入分接式延遲線濾波器的信號可表示為

$$x(t) = \sum_{k=1}^K a_k \exp\{j(2\pi f_k t + \phi_k)\} + n(t) \quad (2.13)$$

其中 f_k ， a_k 以及 ϕ_k 分別代表第 k 個弦波之頻率，振幅和相角。假設對輸入信號做取樣，取樣頻率為 $1/T_s$ ， $x(i)$ 、 $n(i)$ 分別定義為在時間點 iT_s 的信號和雜訊，則經過取樣的輸入信號可以表示為

$$x(i) = \sum_{k=1}^K a_k \exp\{j(2\pi f_k (iT_s) + \phi_k)\} + n(i) \quad (2.14)$$

信號經過含有 $P-1$ 個延遲元素之分接式延遲線濾波器後，在第 i 個取樣的瞬

間可表示為

$$\mathbf{x}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}(f_k) s_k(i) + \mathbf{n}(i) \quad (2.15)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(i) &= [x(i) \quad x(i-1) \quad \dots \quad x(i-P+1)]^T \\ \mathbf{n}(i) &= [n(i) \quad n(i-1) \quad \dots \quad n(i-P+1)]^T \\ \mathbf{a}(f_k) &= [1 \quad e^{-j2\pi f_k T_s} \quad \dots \quad e^{-j2\pi f_k (P-1) T_s}]^T \end{aligned} \quad (2.16)$$

$s_k(i)$ 為第 k 個複數弦波之第 i 個瞬時取樣點，可表示為

$$s_k(i) = a_k \exp\{j(2\pi f_k i T_s + \phi_k)\} \quad (2.17)$$

現在改以天線陣列做為說明如何去處理空間中的訊號。假設現在在空間中有 L 個信號同時抵達接收端，且信號受可加性白色高斯雜訊 $n(t)$ 所影響，則接收信

號的複數封包表示式為

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{l=1}^L \mathbf{a}(\theta_l) s_l(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2.18)$$

其中 L 為所接收訊號總數、 θ_l 為第 l 個信號的到達角度(direction of arrival, DOA)、 $s_l(t)$ 為第 l 個傳送信號、 $\mathbf{n}(t)$ 為 $M \times 1$ 的雜訊向量，且

$$\mathbf{a}(\theta_l) = [1 \quad e^{j\frac{2\pi}{\lambda_c} d \sin \theta_l} \quad \dots \quad e^{j\frac{2\pi}{\lambda_c} (M-1) d \sin \theta_l}]^T \quad (2.19)$$

假設時間濾波器能夠從 K 個弦波中提取出特定頻率的弦波，相對的空間濾波器也必須從一個由 L 個陣列引導向量所組成的空間信號中，提取出特定方向的信號。比較(2.15)、(2.16)、(2.18)及(2.19)式可以得到以下關係[4]：

- 在空間濾波器中之 $\frac{d}{\lambda_c}$ 項相當於時間濾波器中之 T_s 項
- 在空間濾波器中之 $-\sin \theta_l$ 項相當於時間濾波器中之 f_k 項

根據耐奎斯特取樣定理[5]，時間濾波器為了避免 aliasing 發生，取樣頻率至少要大於信號頻寬 2 倍以上。同理，若應用上述觀念於空間濾波器上，稱之為

空間耐奎斯特取樣定理[2]。由於空間濾波器之 $\frac{\lambda_c}{d}$ 對應於時間濾波器之取樣頻率，且空間濾波器的最高頻率值為 1 (因為 $\sin \theta_l$ 的最大值為 1)，則空間耐奎斯特取樣定理可表為

$$\frac{\lambda_c}{d} \geq 2 \times 1 \quad (2.20)$$

或者

$$d \leq \frac{\lambda_c}{2} \quad (2.21)$$

因此為了避免 aliasing 現象的發生，天線間擺放距離必須小於或等於輸入信號波長的 $\frac{1}{2}$ 。實際應用上一般會選擇 $d = \frac{\lambda_c}{2}$ ，這代表空間耐奎斯特取樣率和在時間取樣率中取樣週期為 $T_s = \frac{1}{2f_k}$ 是類似的道理。

2.2 波束形成器(beamformer)

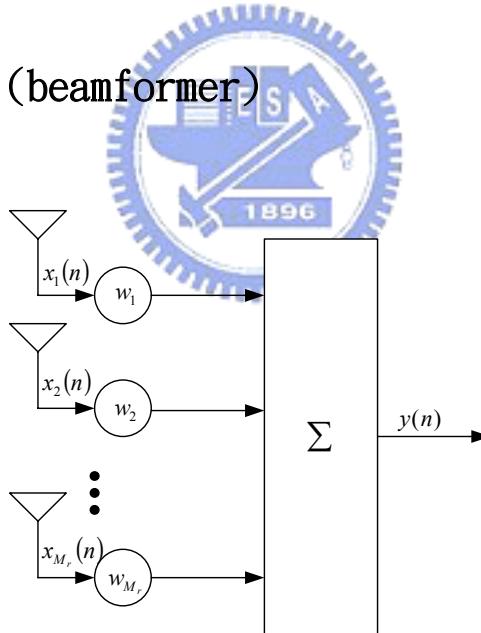


圖2.5 窄波波束形成器

假設 $x_i(n)$ 為第 i 根天線之第 n 個取樣時間的接收信號複數封包表示式，那麼在訊號進入個別天線之後乘上相對應的複數權重 w_i ，再將這些訊號相加起來成為 $y(n)$ ，這個運算動作就稱為波束形成(beamforming)，而相對應的架構即為波束形成器。藉由調整不同的權重值可以得到不同的對應輸出，圖2.5為波束形成

器的基本架構[6]，可用向量的形式來表示

$$y(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) \quad (2.22)$$

其中

$$\mathbf{w} = [w_1^* \quad w_2^* \quad \dots \quad w_{M_r}^*]^T$$
$$\mathbf{x}(n) = [x_1(n) \quad x_2(n) \quad \dots \quad x_{M_r}(n)]^T$$

波束形成的功能是為了要接收空間中特定角度的訊號同時削減其它方向的干擾，形成波束(beam)就像是專門接收空間中特定方向的入射能量。一般的天線系統在接收空間中傳遞的訊號經常會遭遇到干擾訊號的影響，干擾源通常來自空中不同的方位，這時分割空間就可以將訊號抽取出來。波束形成理論可以計算空間中訊號的來源角度，調整每根天線各自所對應的權值(weighting)，利用波束形成器可以將天線所接收到的訊號資料與權值相乘，這樣就可以得到空間濾波的效果，所以波束形成器可以視為空間濾波器。



2.3 智慧型天線之基本概念

智慧型天線系統的定義如下[1]：「智慧型天線是由一組採特定幾何排列形式的天線元件所組成，利用切換式、掃描式或適應性的方式控制主動性元件達成改變無線電波輻射的場型，具有提升訊號干擾比、服務區域範圍、通道容量等系統操作參數的功能。」

最初智慧型天線技術主要應用於雷達、聲納、軍事用途等，用來完成空間濾波和定位等，90年代以來，陣列信號處理技術逐漸被引入無線通訊領域。

智慧型天線系統是利用波束形成的原理以達到空間分隔多工的概念，可用來做為有效傳送及接收信號能量，進而增加通道容量和提高通訊品質的目標。如圖2.6所示，基地台利用一組天線陣列傳送信號，透過形成不同的波束將個別用戶訊號傳送指向給不同方位的使用者，利用空間分隔多工存取的特性提升系統的通

道容量。不同於單一天線使用全向性的傳輸模式，使用固定的傳送方向除了可讓接收端接收到最大的能量之外，同時也會對其它接收設備產生較小的干擾。相同地在接收端也可以藉由波束形成的技巧，將波束指向能接收最大傳輸功率的方向藉此提高接收能量，同時可以抑制落於該窄波束以外的干擾信號源，達到最大的訊號干擾雜訊比(maximum signal-to-interference-plus-noise ratio·MSINR)。



圖2.6 傳送端波束形成(beamforming)示意圖

2.3.1 智慧型天線對系統的改善及主要用途

智慧型天線系統利用控制主動元件來改變電波輻射場型，除了增加發射效率、系統涵蓋範圍及達到改善通訊品質的優點外，藉由空間分隔多重進接存取(Space Division Multiple Access，SDMA)的概念可以達到系統通道容量的增加。此外智慧型天線系統也可以改善由多重路徑衰減(multipath fading)所造成的影響，下面將對各項智慧型天線的優點加以描述與分析：

- **有效發射和接收傳送功率**

由於智慧型天線不同於全向性天線(omni-directional antenna)，它具有在特定方向上形成較大的天線增益之特性，因此在相同細胞(cell)大小條件之下，基地台可以降低發射機的功率。倘若行動用戶端能同時使用智慧型天線架構，亦能增加對傳送訊號功率的接收。

- **增加系統涵蓋範圍**

使用傳統單一全向性天線之系統，在傳送信號時會對 360° 進行全方位傳送，因此容易造成功率的浪費。而智慧型天線系統只對使用者所在的特定方位進行傳送，因此在相同發射功率的條件下，使用者能在較遠的距離接收到由基地台所發射的訊號，使得基地台的服務區域擴大而增加系統的涵蓋範圍。

- **改善通道容量及頻譜再使用率**

在無線通訊系統中如何改善通道容量以及有效利用頻譜資源是個重要的議題。在不降低通訊品質為前題之下，增加用戶數量可以提高頻譜使用率，使得通道容量越大且頻譜使用效率越高，亦即增加通道容量可以使更多用戶以相同的資料傳輸速率進行通訊，進而增加頻譜使用效率。利用智慧型天線波束形成技術，系統的操作功率比傳統系統低，可增加載波干擾比(carrier-to-interference ratio, CIR)。此外利用空間分隔多重進接存取的技術能提高通道頻譜的再使用率，進而增加系統容量。



- **降低多重路徑衰減的影響**

由於電波的多重路徑傳播特性，將造成接收天線所收到的信號為各路徑成份的加成，而每個路徑成份則會因其傳播路徑長度、遮蔽物特性等不同因素影響，造成其振幅大小、訊號相位、到達時間、到達方向等的變化。智慧型天線系統可使用波束形成技術來抑制多重路徑成份，進而減少因多重路徑效應所造成的影响。智慧型天線會依據使用者所在位置產生一特定方向的窄波束來傳遞訊號，因此基地台將傳送方向較集中且功率較大的信號，而其它方向則會因為波束場型(beam pattern)的限制而降低其傳送功率，利用此多重路徑消除(multipath cancellation)方式，可使得接收端在接收信號時能減少多重路徑數目及有效降低路徑延遲效應。

● 提升通訊品質

在通訊系統中，分析通訊品質的方法通常是在一定訊雜比的條件下分析位元錯誤率(bit error rate, BER)或符元錯誤率(symbol error rate, SER)，或是在一定的位元錯誤率或符元錯誤率條件下比較訊雜比的需求。一般來說，增加通訊品質的做法是利用提高訊雜比的方式來達到所要求的位元錯誤率或符元錯誤率。智慧型天線系統可利用其所產生之特定波束場型來提升接收端對功率的接收，此外在傳送端使用智慧型天線可以在不增加發射功率的前題下增加訊雜比，同時有效控制傳送方向降低對其它鄰近細胞的用戶所造成同頻干擾(cochannel interference, CCI)問題，提高訊號干擾比而達到提升通訊品質的目的。



第三章 正交分頻多工技術

3.1 正交分頻多工技術基本原理

正交分頻多工(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)系統的基本原理，是將原有的資料傳輸序列分配在多個不同的子載波(subcarrier)上平行傳送，如圖3.1所示。

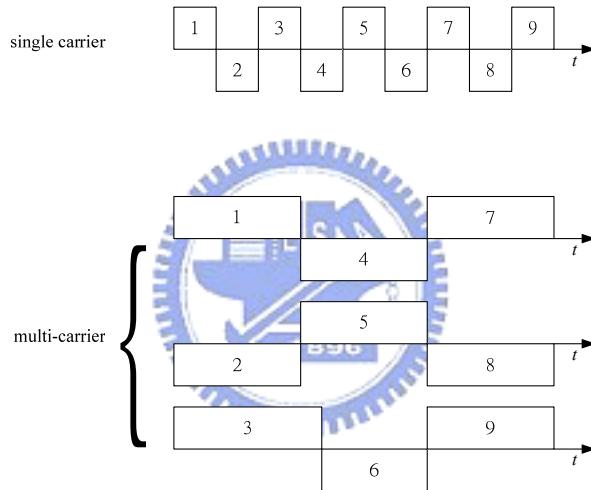


圖3.1 多載波傳輸示意圖

因此在時域上每一子載波上的傳輸時間間隔增為原本時間間隔的數倍，使得在每個子載波上的符元持續時間(symbol duration time)增加，因此可以降低由多重路徑延遲擴散所引起的符際干擾(Inter Symbol Interference, ISI)。在頻域上，若共使用 N 個子載波，則相對於原本串列傳輸而言，各個子載波的頻寬相對變小 N 倍，於是在遭遇到多重路徑衰減通道時，通道之同調頻寬(coherence bandwidth)便大於子載波的頻寬，因此對於個別的子載波而言，可視為平坦衰減(flat fading)的通道。

正交分頻多工系統中，子載波上所傳送的符元(symbol)調變方式通常使用相移鍵(Phase-Shift Keying, PSK)或正交振幅調變(Quadrature-Amplitude Modulation, QAM)，所有子載波的符元一起構成一個正交分頻多工區塊，其時域信號為所有調變後的子載波總合所組成，其在基頻信號 $s(t)$ 數學表示式為

$$s(t) = \begin{cases} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} X(k) \phi_k(t) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.1)$$

$$= \left(\sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} X(k) \phi_k(t) \right) u_T(t)$$

其中

$$\phi_k(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} e^{j2\pi f_k t}$$

$$u_T(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$X(k)$ 為第 k 個子載波上所傳送的複數符元、 N 為子載波的總數、 T 為符元持續時間、 $\phi_k(t)$ 為頻率 $f_k = k/T$ 第 k 個子載波， $u_T(t)$ 為時間窗口函數(time windowing function)。

在時域中正交分頻多工信號可以視為由多個擁有整數個週期且不同頻率的正交子載波疊加所組成，圖3.2為類比式正交分頻多工傳送端調變器示意圖。

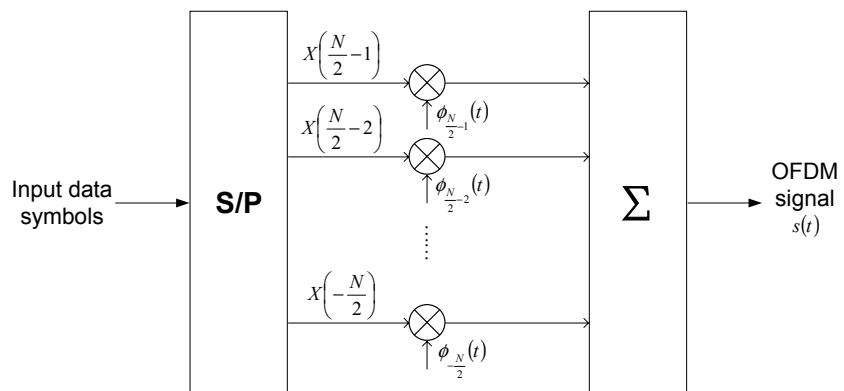


圖3.2 類比式正交分頻多工系統傳送端調變器示意圖

上述基本的類比式正交分頻多工系統需要多組的振盪器傳送正交分頻多工信號，然而要同時設計多組的振盪器複雜度太高，不利於硬體實現。因此實際上要實現正交分頻多工系統，是採用數位式的快速傅立葉轉換(IFFT/FFT)的方式，如(3.2)式所示

$$s(n) = s(t) \Big|_{t=nT_d} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} X(k) e^{j2\pi \frac{k}{N} n} & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (3.2)$$

$$= IFFT\{X(k)\}$$

其中 $s(n)$ 為傳送信號 $s(t)$ 在取樣週期 $T_d = \frac{T}{N}$ 上的取樣點，其等效於 N 個子載波上資料符元 $X(k)$ 經過 IFFT 運算過後所得到的資料。

從時域與頻域的觀點來看正交分頻多工信號， $s(n)$ 為時域的類比波形取樣點，而符元 $X(k)$ 則為頻域上每個子載波的信號，因此正交分頻多工系統可用傅立葉轉換之方式實現。



3.2 符元間干擾、保護區間與載波正交性

信號由傳送端到接收端之間，由於阻礙物的影響信號可能被衰減、反射和折射而造成不同的延遲路徑，因此也造成信號的重疊現象。這種由於多重路徑傳輸所引起延遲效應會所造成所謂的載波間干擾(Inter Carrier Interference, ICI)的問題。除此之外多重路徑傳輸延遲也會造成正交分頻多工系統中不同符元間的干擾(Inter Symbol Interference, ISI)。

為了消除此干擾，在每一正交分頻多工區塊中加入保護區間，如圖3.3所示。保護區間通常是由一個符元的循環字首(cyclic prefix, CP)所構成，亦即將符元後面部份資料複製至符元之前。當最大路徑延遲不超過保護區間的長度時，系統能夠確保正交分頻多工區塊不會受到上一個正交分頻多工區塊的干擾。

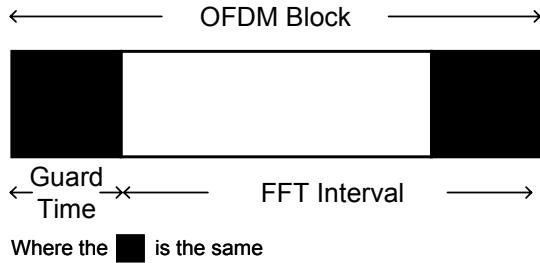


圖3.3 正交分頻多工系統之保護區間示意圖

除此之外，複製符元後面部份資料至保護區間，只要最大路徑傳輸延遲小於保護區間，則在一個完整快速傅立葉轉換之區間中總是有整數倍週期的弦波，如此可以維持子載波間的正交性，可以避免造成引起載波間干擾的問題。以圖3.4 [8]為例子做說明。

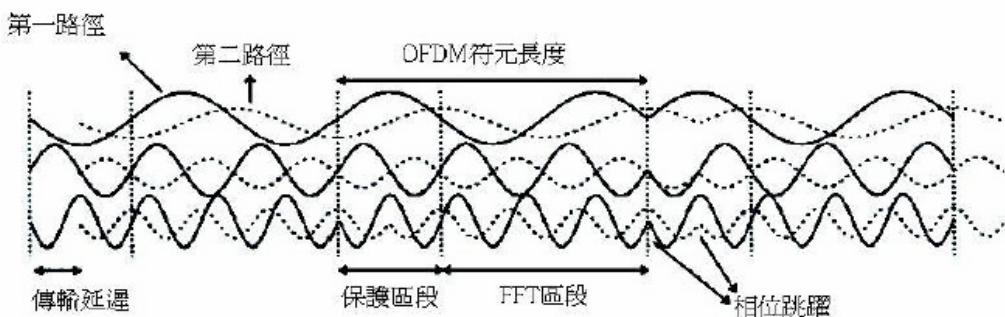


圖3.4 傳輸延遲延展小於保護區間示意圖[8]

當通道有兩條路徑傳輸時，實線部份代表第一路徑，而虛線部份代表第二路徑，第二路徑為第一路徑的延遲信號。注意在正交分頻多工符元邊界處會發生相位跳躍的情形，用來表示不同符元之間的不連續。對於虛線信號而言，其相位跳躍發生在第一個路徑之後的某一特定延遲，當此延遲小於保護區間，則在完整的快速傅立葉轉換區間中不會有相位跳躍的情況發生，雖然延遲信號在快速傅立葉轉換後仍會造成子載波相位偏轉(phase rotation)，然而因為有週期延伸的保護區間存在，使得載波之間仍然維持正交性。相位偏轉可利用通道估測的方式加以補償，因此接收端仍可做正確的解調變。

3.3 正交分頻多工系統之優缺點

正交分頻多工系統主要的優點如下：

- 正交分頻多工系統藉由複製符元後面部份資料至保護區間可以簡單地克服延遲擴散所引起的信號干擾，所以正交分頻多工系統能抵抗多路徑傳輸的干擾，所以不需要複雜的時域等化器，可降低複雜度。
- 由於窄頻干擾只能影響很少比例的載波數目，正交分頻多工系統能將信號分散至不同的子載波上，所以具有頻率分集(frequency diversity)的作用，比傳統單載波更能夠對抗窄頻干擾。

然而正交分頻多工系統也有兩個主要的缺點待克服：

- 功率峰對平均值(Peak-to-Average Power Ratio, PAPR)問題：
正交分頻多工系統經過快速傅立葉轉換後會將數個子載波相加，這會造成嚴重的功率峰對平均值問題，造成功率放大器非線性失真，使得放大器的設計複雜度提升。
- 正交分頻多工系統對於載波頻率偏移、取樣頻率偏移相當敏感，而這些偏移會造成子載波正交性被破壞而造成載波間干擾，因此對同步要求相當嚴格。

第四章 波束形成技術

不論在發射端或接收端，利用不同的權重值去有效控制天線陣列的波束場型來達到提升系統容量和通訊品質的技巧，都可被稱為智慧型天線，而表現在實際的應用上則稱為波束形成(beamforming)技術。本章內容先介紹傳統上波束形成的方法及如何將其應用於正交分頻多工系統上。接著探討一種利用回授(feedback)下鏈(downlink)通道狀態資訊(Channel State Information, CSI)稱為傳送波束形成(transmit beamforming)的技術，及一種將傳送權重向量以編碼設計(codebook design)的方式降低回授量的技巧。最後探討利用多重用戶(multiuser)通道狀態資訊配合功率控制(power control)的方式，稱為多重使用者傳送波束形成(multiuser transmit beamforming)的技術。

4.1 應用於接收端的波束形成技術



應用於接收端的天線陣列技術可依據其特性和智慧型程度區分為三大類，切換波束式天線陣列(switted beam antenna array)、以信號抵達角度為設計基礎的天線陣列(DOA-based antenna array)和適應性天線陣列(adaptive antenna array)。

4.1.1 切換波束式天線陣列

切換波束式天線陣列是由事先設計好幾組固定波束所形成，這些波束的特性

是由各自的權重向量所決定，每個波束會分別負責所指定的方向以及範圍。一般來說基地台會事先設計好幾組權重向量，再依據使用者信號的到達角度選擇出一組最佳的權重向量，此組權重向量會使接收到的信號能量強度為最大。

設計一組含有 M_r 根天線、四組權重向量之切換波束式天線陣列[9]，

$\mathbf{w}_i = [w_{i,1}^* \quad w_{i,2}^* \quad \dots \quad w_{i,M_r}^*]^T \quad (i=1,2,3,4)$ ，對於均勻間距線性天線陣列而言，

$w_{i,k} = e^{-jk_c(k-1)d_r \sin \theta_i} \quad (k=1,2,\dots,M_r)$ ，其中 θ_i 代表第 i 組波束的指向方向、 d_r 為接收端天線間距。圖 4.1 為 $M_r = 4$ 時，波束對於信號不同抵達角度的正規化波束場形(normalized beam pattern)之示意圖。其中 $\theta_1 = -45^\circ$ 、 $\theta_2 = -15^\circ$ 、 $\theta_3 = 15^\circ$ 、 $\theta_4 = 45^\circ$ 。

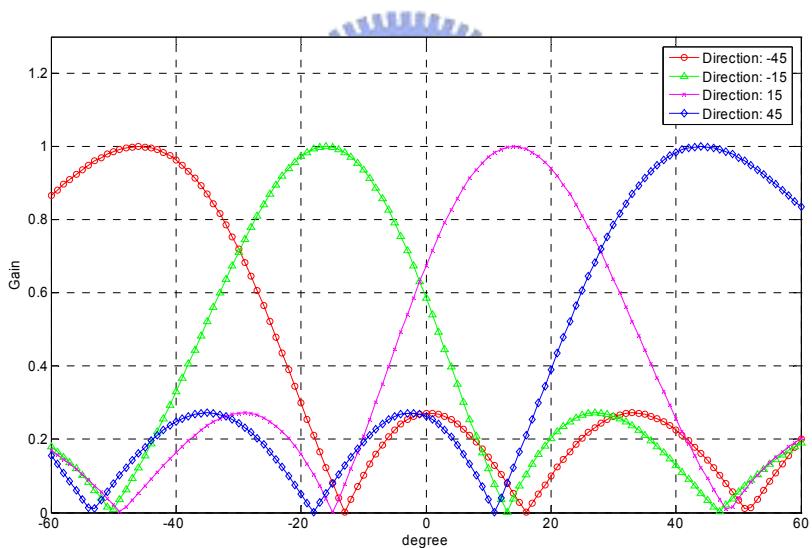


圖 4.1 波束對於信號不同抵達角度的正規化波束場型

接著此時必須從四組預先定義的權重向量中選擇一組 \mathbf{w}_i ，使接收到的信號能量強度為最大，此選擇法則如下

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= \arg \max_{\mathbf{w}_i} \sum_{n=0}^{P-1} |\mathbf{w}_i^H \mathbf{x}(n)|^2 \\ &= \arg \max_{\mathbf{w}_i} \sum_{n=0}^{P-1} |r_i(n)|^2, \quad i=1,2,3,4 \end{aligned} \quad (4.1)$$

其中 $\mathbf{x}(n) = [x_1(n) \ x_2(n) \ \cdots \ x_{M_r}(n)]^T$ 為接收端天線陣列在時間點 n 所收到的信號， P 為觀察區間。如同(4.1)式所示，必須從四組不同的接收信號能量 $\sum_{n=0}^{P-1} |r_1(n)|^2, \sum_{n=0}^{P-1} |r_2(n)|^2, \sum_{n=0}^{P-1} |r_3(n)|^2, \sum_{n=0}^{P-1} |r_4(n)|^2$ 中找出最大的值，並藉此決定相對的權重向量 \mathbf{w}_i ，此種方法即為最大能量法。當 \mathbf{w} 決定之後，天線陣列便使用此組權重向量做為信號的接收，經過處理後的接收信號能量可表示為：

$$r(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) \quad (4.2)$$

此種切換波束式方法具有低複雜度的特性，在硬體實現上以及經濟成本的考量下有很大的優勢。但是使用者信號抵達方向並非每次都落於波束的中心，若使用者信號抵達方向位於波束邊緣而干擾的信號源卻落於波束中心，此時接收效果會最差。此外在多重路徑的考量下，切換波束式天線陣列因其波束為固定式，所以無法針對每個路徑的信號提供個別處理，因此容易降低系統的效能。



4.1.2 以信號抵達角度為設計基礎的天線陣列

以信號抵達角度為設計基礎的天線陣列所採用方式是以信號的入射抵達角度(Direction of Arrival, DOA)為設計基準，不同於切換波束式天線陣列是由幾組固定波束所形成，以信號抵達角度為設計基礎的天線陣列，會隨著信號入射抵達角度的不同形成不同的波束場型，以達到接收最大信號能量的目的，同時對於干擾的信號源也能用零(null)點角度的方向去指向干擾源。此種方法能有效隨著信號源抵達方向的不同適當地改變權重向量值，更有效率地去接收信號同時達到抑制干擾信號的效果。

一般在求取以信號抵達角度為設計基礎的波束形成器的最佳化權重向量前，要先估測信號源的抵達角度。兩種常見的信號源抵達角度估測法為 Multiple Signal Classification method(MUSIC)與 Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique(ESPRIT)演算法[3]。當信號的抵達角度

被估測出來後，再利用信號在統計上的相關特性，便可以求出最佳化的權重向量。已經有相當多利用訊號源抵達角度做為設計基礎的波束形成演算法，下面將討論兩種此類最基本的波束形成器，傅立葉(Fourier)波束形成器和最小變異無失真響應(Minimum Variance Distortionless Response，MVDR)波束形成器[3]。

4.1.2.1 傅立葉波束形成器

假設接收端為 M_r 根天線陣列，信號源 $s_1(n)$ 的抵達角度為 θ_1 ，則接收端在時間點 n 所收到信號向量 $\mathbf{x}(n)$ 可表示為

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{a}(\theta_1)s_1(n) + \mathbf{n}(n) \quad (4.3)$$

其中 $\mathbf{a}(\theta_1)$ 為陣列引導向量， $\mathbf{n}(n) = [n_1(n) \ n_2(n) \ \dots \ n_{M_r}(n)]^T$ 其元素為 *i.i.d.* 複數高斯雜訊。接收到的信號向量 $\mathbf{x}(n)$ 在經過波束形成器的權重向量 $\mathbf{w} = [w_1^* \ w_2^* \ \dots \ w_{M_r}^*]^T$ 處理後所得到的輸出信號可表示為

$$y(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_1)s_1(n) + \mathbf{w}^H \mathbf{n}(n) \quad (4.4)$$

現在考慮天線陣列中第 i 根天線，則其輸出的訊雜比 SNR_i 可以表示成(4.5)式，而在波束形成器的輸出訊雜比 SNR_o 則可表示成(4.6)式，兩者的訊雜比增益 $SNRG$ 則如(4.7)式所示。

$$SNR_i = \frac{E\left\{ \left| e^{j k_c (i-1) d_r \sin \theta_1} s_1(n) \right|^2 \right\}}{E\left\{ |n_i(n)|^2 \right\}} = \frac{E\left\{ |s_1(n)|^2 \right\}}{\sigma_n^2} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} SNR_o &= \frac{\left| \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_1) \right|^2 E\left\{ |s_1(n)|^2 \right\}}{E\left\{ \left| \mathbf{w}^H \mathbf{n}(n) \right|^2 \right\}} \\ &= \frac{E\left\{ |s_1(n)|^2 \right\} \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}^H(\theta_1) \mathbf{w}}{\sigma_n^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w}} \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$SNRG = \frac{SNR_o}{SNR_i} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}^H(\theta_1) \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{w}} \quad (4.7)$$

其中 d_r 為天線間距、 σ_n^2 為雜訊能量。為了得到最大訊雜比增益，波束形成器必須調整權重向量使訊雜比增益最大化，整個描述可以表示為

$$\max_{\mathbf{w}} \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}^H(\theta_1) \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{w}} \quad (4.8)$$

上式相對應的等效式可以表示為

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}} & \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}^H(\theta_1) \mathbf{w} \\ \text{subject to} & \mathbf{w}^H \mathbf{w} = \frac{1}{M_r} \end{aligned} \quad (4.9)$$

藉由 Lagrange multiplier method 可以得到最佳化的權重向量為

$$\mathbf{w}_F = \frac{1}{M_r} \mathbf{a}(\theta_1) \quad (4.10)$$

將上面最佳化的權重向量代入(4.7)式可以得到

$$\begin{aligned} SNRG &= \frac{\frac{1}{M_r^2} \mathbf{a}^H(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}^H(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_1)}{\frac{1}{M_r^2} \mathbf{a}^H(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_1)} \\ &= \mathbf{a}^H(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_1) \\ &= \sum_{i=1}^{M_r} e^{-jk_c(i-1)d_r \sin \theta_1} e^{jk_c(i-1)d_r \sin \theta_1} \\ &= M_r \end{aligned} \quad (4.11)$$

由上面的結果可以看出，透過波束形成器的作用後可以提升 M_r 倍訊雜比，這結果等效於匹配濾波器(matched filter)的效果。

4.1.2.2 最小變異無失真響應波束形成器

MVDR 波束形成器演算法的基本假設有兩個，第一個條件是將信號源入射角度的訊號能量維持在 0dB 的狀態，第二個條件為要讓收到的整體訊號能量被降到最低，這兩個假設組合在一起就能達到去除干擾的效果。假設現在接收端收到的訊號能量能夠表示為

$$\begin{aligned}
E\left\{ |y(n)|^2 \right\} &= E\left\{ \left| \mathbf{w}_{MV}^H \mathbf{x}(n) \right|^2 \right\} \\
&= \mathbf{w}_{MV}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_{MV}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

其中 \mathbf{R}_{xx} 為信號源 $\mathbf{x}(n)$ 的自相關 (auto-covariance) 矩陣， \mathbf{w}_{MV} 為 MVDR 波束形成器的權重向量。整個問題可以描述為有限制條件的最佳化問題。

$$\begin{aligned}
&\min_{\mathbf{w}_{MV}} \mathbf{w}_{MV}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_{MV} \\
&\text{subject to } \mathbf{w}_{MV}^H \mathbf{a}(\theta_1) = 1
\end{aligned} \tag{4.13}$$

在此假設 \mathbf{R}_{xx} 為非奇異 (nonsingular) 矩陣，同樣藉由 Lagrange multiplier method 可以得到最佳化的權重向量為

$$\mathbf{w}_{MV} = \lambda \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\theta_1) \tag{4.14}$$

其中

$$\lambda = \mathbf{w}_{MV}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_{MV} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta_1) \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\theta_1)} \tag{4.15}$$

很明顯地傳立葉波束形成器只考慮了訊號源入射角度的資訊，只有針對入射角度的訊號做匹配的動作，而並沒有抑制干擾訊號，所擷取出的訊號因遭受到干擾源的影響會造成較差的輸出品質。相對地 MVDR 演算法除了使用訊號源抵達角度的資訊外，還考量了接收端信號自相關矩陣所提供的資訊，不但保留了原本訊號源所傳送的能量，更有效抑制來自於其它方向入射干擾能量，讓接收到的訊號有更好的輸出品質。

4.1.3 適應性天線陣列

適應性演算法的優點在於可以隨著時間不斷地更新權重向量，透過權重向量的不斷調整，可以使得系統效能更加接近於最佳化的結果。以下介紹兩種經常應用於波束形成的適應性演算法，最小平均平方 (Least Mean Square, LMS) 演算法和遞迴最小平方 (Recursive Least Square, RLS) 演算法。

4.1.3.1 最小平均平方演算法[10]

最小平均平方法是建立在最陡峭法(steepest descent method)上，且利用遞迴的方式計算並更新權重向量：

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{1}{2} \mu [-\nabla J(n)] \quad (4.16)$$

其中 $\nabla J(n)$ 為梯度向量， μ 為收斂因子(convergence factor)，用來控制收斂速度。要精確地計算出梯度向量(gradient vector)是非常困難的，必須事先知道自相關矩陣 \mathbf{R} 和互相關向量 \mathbf{p} 。可以利用估測的梯度向量 $\hat{\nabla}J(n)$ 取代梯度向量 $\nabla J(n)$ ，其數學表示式為

$$\hat{\nabla}J(n) = -2\hat{\mathbf{p}}(n) + 2\hat{\mathbf{R}}(n)\mathbf{w}(n) \quad (4.17)$$

其中

$$\hat{\mathbf{R}}(n) = \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n) \quad (4.18)$$

$$\hat{\mathbf{p}}(n) = \mathbf{x}(n)d^*(n) \quad (4.19)$$

為時間點 n 的瞬時估測。將(4.17)、(4.18)以及(4.19)式代入(4.16)式中，可以得到

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}(n+1) &= \hat{\mathbf{w}}(n) + \mu[\hat{\mathbf{p}}(n) - \hat{\mathbf{R}}(n)\hat{\mathbf{w}}(n)] \\ &= \hat{\mathbf{w}}(n) + \mu\mathbf{x}(n)[d^*(n) - \mathbf{x}^H(n)\hat{\mathbf{w}}(n)] \\ &= \hat{\mathbf{w}}(n) + \mu\mathbf{x}(n)e^*(n) \end{aligned} \quad (4.20)$$

上述即為最小平均平方演算法。收斂因子 μ 較小時，收斂速度較為緩慢；收斂因子 μ 較大時，收斂速度較快，但是只能得到較為粗略的梯度向量估測值。收斂速度也會和特徵值擴散(eigenvalue spread) $\chi(\mathbf{R})$ 有關，其數學表示式為

$$\chi(\mathbf{R}) = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \quad (4.21)$$

其中 λ_{\max} 為 \mathbf{R} 之最大特徵值， λ_{\min} 為 \mathbf{R} 之最小特徵值。

4.1.3.2 遲迴最小平方演算法[10]

假設在瞬時時間點 i ，正確的信號值 $d(i)$ 和波束形成器的輸出值 $\mathbf{w}^H(n)\mathbf{x}(i)$ 間的誤差可表示為

$$e(i) = d(i) - \mathbf{w}^H(n)\mathbf{x}(i) \quad (4.22)$$

則若將時間點 n 之前 n 點平方誤差做加權的相加則可以表示為

$$\begin{aligned} \xi(n) &= \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} |e(i)|^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} [d(i) - \mathbf{w}^H(n)\mathbf{x}(i)] [d^*(i) - \mathbf{x}^H(i)\mathbf{w}(n)] \end{aligned} \quad (4.23)$$

其中 λ 為遺忘因子(forgetting factor)，其範圍為 $0 < \lambda \leq 1$ ， n 為觀察區間上限且 $1 \leq i \leq n$ 。若(4.23)式對 $\mathbf{w}^H(n)$ 做梯度向量微分且其微分後的結果設為零，則可以得到下列的結果

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{R}^{-1}(n)\mathbf{p}(n) \quad (4.24)$$

其中

$$\mathbf{R}(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{x}(i)\mathbf{x}^H(i) \quad (4.25)$$

$$\mathbf{p}(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{x}(i)d^*(i) \quad (4.26)$$

根據上面(4.25)以及(4.26)式，可以透過遶迴的方式更新 $\mathbf{R}(n)$ 及 $\mathbf{p}(n)$

$$\mathbf{R}(n) = \lambda \mathbf{R}(n-1) + \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n) \quad (4.27)$$

$$\mathbf{p}(n) = \lambda \mathbf{p}(n-1) + \mathbf{x}(n)d^*(n) \quad (4.28)$$

應用反矩陣輔助定理(inversion lemma)可得到

$$\mathbf{R}^{-1}(n) = \lambda^{-1} [\mathbf{R}^{-1}(n-1) - \mathbf{q}(n)\mathbf{x}^H(n)\mathbf{R}^{-1}(n-1)] \quad (4.29)$$

其中

$$\mathbf{q}(n) = \frac{\lambda^{-1} \mathbf{R}^{-1}(n-1) \mathbf{x}(n)}{1 + \lambda^{-1} \mathbf{x}^H(n) \mathbf{R}^{-1}(n-1) \mathbf{x}(n)} \quad (4.30)$$

為增益向量(gain vector)。重新整理(4.29)式則

$$\mathbf{R}^{-1}(n) = \lambda^{-1} \mathbf{R}^{-1}(n-1) - \lambda^{-1} \mathbf{q}(n) \mathbf{x}^H(n) \mathbf{R}^{-1}(n-1) \quad (4.31)$$

將(4.28)和(4.31)式代入(4.24)式可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(n) &= \mathbf{w}(n-1) + \mathbf{q}(n) \left[d^*(n) - \mathbf{x}^H(n) \mathbf{w}(n-1) \right] \\ &= \mathbf{w}(n-1) + \mathbf{q}(n) e_p^*(n) \end{aligned} \quad (4.32)$$

其中 $e_p(n)$ 為事前估測誤差(prior estimation error)。

遞迴最小平方演算法相較於最小平均平方演算法會有較快的收斂速度，但是相較於最小平均平方演算法需要較複雜的數學運算。

由於適應性波束形成演算法能夠藉由使用最小平均平方誤差法更新權重向量，在接收所有的信號能量時也能夠達到抑制干擾的效果。比起切換波束式天線陣列和以信號抵達角度為設計基礎的波束形成器會有最好的效能表現，但其缺點是需要訓練訊號(training signal)去幫助權重向量的更新。



4.2 應用於正交分頻多工系統之波束形成技術

由多重路徑傳遞所產生的路徑延遲，會造成前述使用信號抵達角度為設計基礎或適應性的波束形成器在時域的操作上會有很嚴重的影響性。利用正交分頻多工系統在頻域上的子載波通道可視為平坦衰減(flat fading)的特性，則 4.1 節所提的波束形成技機能夠在每個子載波上維持正常的運作。本節中將討論如何將智慧型天線技術應用於正交分頻多工系統上。

使用智慧型天線接收正交分頻多工信號，可根據系統結構不同區分成兩種型態，第一種類型是前置-快速傅立葉轉換型(Pre-FFT type)，第二種是後置-快速傅立葉轉換型(Post-FFT type)。

4.2.1 前置-快速傅立葉轉換型天線陣列

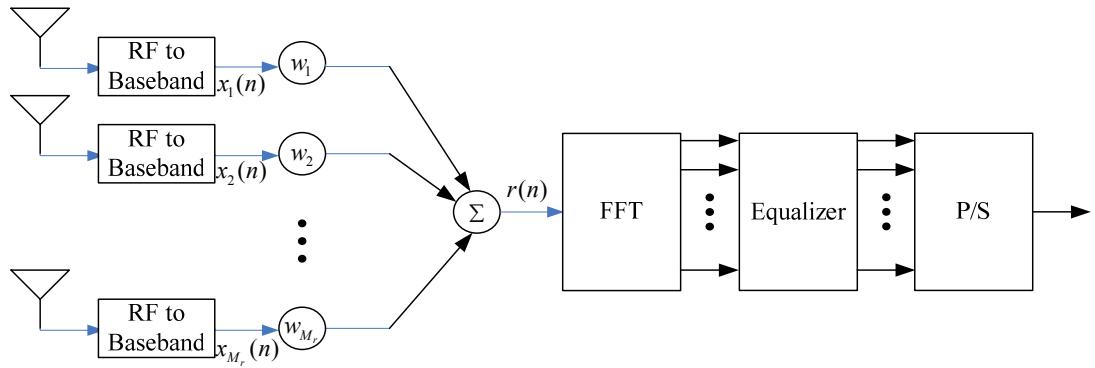


圖 4.2 前置-快速傅立葉轉換型天線陣列

前面 4.1 節所提到的波束形成演算法是在時域上對信號做處理，同樣地前置-快速傅立葉轉換型波束形成器也是處理時域上的信號，而最大的不同點在於經過接收端權重向量處理後的資料，還必須做快速傅立葉轉換後才能在頻域上做通道等化的處理。所以其基本原理也是採用一組複數的權重向量 \mathbf{w} 來調整無線電波的波束場型，使用適當的輻射場型收發訊號，來增強訊號強度與抑制雜訊及同頻干擾。由於權重向量置於快速傅立葉轉換之前，所以稱為前置-快速傅立葉轉換型，其結構如圖 4.2 所示。

關於前置-快速傅立葉轉換型天線陣列的相關演算法已被提出[11][12][13]，而各種演算法都有其優缺點。其中若使用切換波束式的做法，則必須預先設計好幾組固定波束，每個波束的特性是由其各自的權重向量所決定，每個波束負責各自的方向以及範圍。而接收端會根據(4.1)式最大能量決定法則決定最佳化權重向量。

前置-快速傅立葉轉換型結構採用切換波束式的做法，由於只需要一組權重向量且不需要複雜的演算法所以可以滿足低複雜度的要求，且能夠有效提升系統效能。然而其最大的缺點在於若使用者信號的到達角度和干擾信號的到達角度差異很小時，切換波束式天線陣列無法有效區分使用者信號與干擾信號，此時與單天線接收狀況相同，無法有效改善系統效能。

4.2.2 後置-快速傅立葉轉換型天線陣列

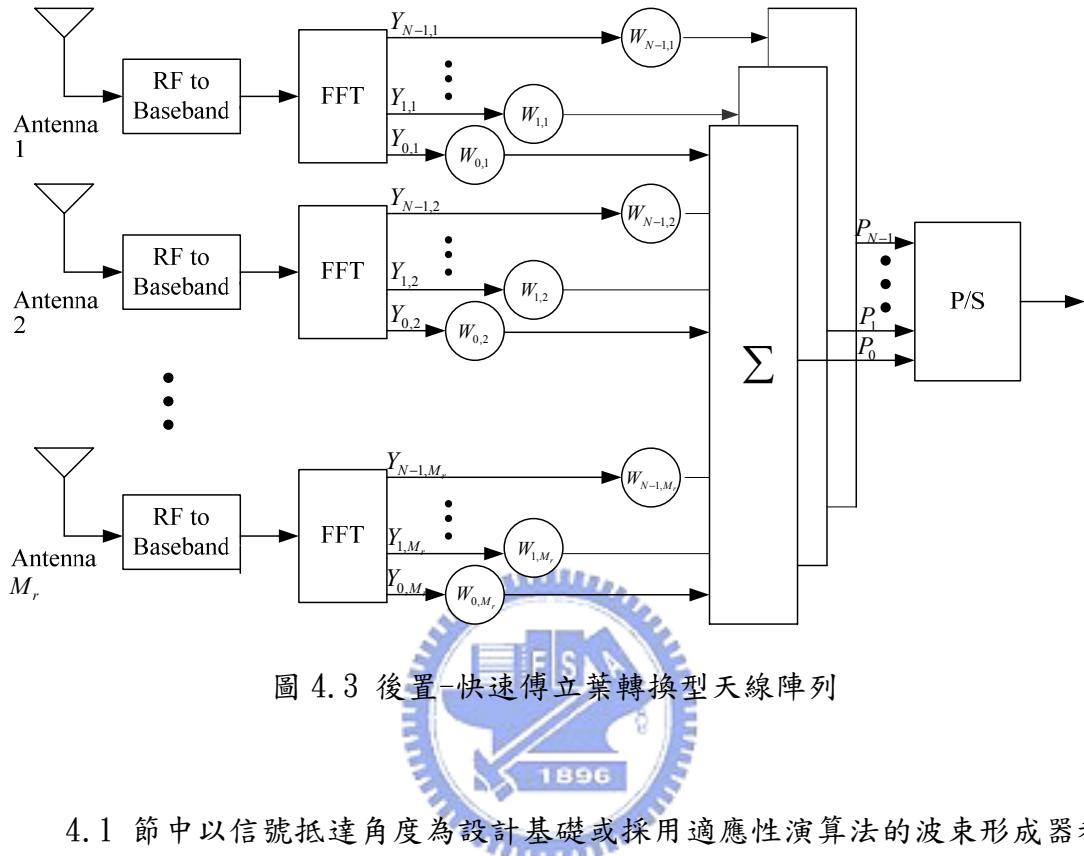


圖 4.3 後置-快速傅立葉轉換型天線陣列

4.1 節中以信號抵達角度為設計基礎或採用適應性演算法的波束形成器都是操作在時域上，然而由於多重路徑的傳輸延遲，波束形成演算法除了會受到空間的效應外還會受到多重路徑延遲的影響。採用正交分頻多工系統可以解決上述多重路徑所造成的問題，雖然整個通道在頻域上仍舊會呈現選擇性衰減 (selective fading)的情況，然而在頻域上的每個單一子載波可被視為窄頻信號，所以實際上仍可被視為平坦衰減 (flat fading) 的通道，所以 4.1 節中所提的波束形成技巧依然能夠在每個單一子載波上正常運作。

後置-快速傅立葉轉換型天線陣列 [14] 其架構如圖 4.3 所示，每根天線擁有自己的快速傅立葉轉換結構，且權重向量位於快速傅立葉轉換結構之後，相當於在頻域上做信號處理。針對每個位於不同頻帶上的子載波分開進行處理，所以每個子載波擁有自己的波束形成器，第 n 個子載波的波束形成器之數學表示式為

$$P_n = \sum_{k=1}^{M_r} W_{n,k} Y_{n,k}, \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (4.33)$$

其中 $W_{n,k}$ 為第 k 根天線上之第 n 個子載波之權重值， $Y_{n,k}$ 為第 k 根天線上之第 n 個子載波之信號。

適應性天線陣列波束形成演算法常被用來做為後置-快速傅立葉轉換型天線陣列的權重更新演算法，其最大的優點為可以省略等化器，這是一個很大的優勢，因為要設計性能良好的等化器，必須估測通道之頻率響應，而在干擾嚴重的環境之下，要精確估測使用者之通道頻率響應並不容易達成。因此在干擾嚴重的環境下，可以使用後置-快速傅立葉轉換型天線陣列，來避免遭遇通道估測的問題。

針對每個位於不同頻帶上的子載波使用各自的波束形成器，還有一項另外的優勢，就是能有效抑制窄頻帶干擾。窄頻帶干擾只會影響在信號頻寬之內部份特定頻率的信號，也就是只會影響幾個特定的子載波。因此使用多個波束形成器可以擁有較大的彈性，因為可針對每個子載波面臨的環境以及所遭受的干擾而產生各自的最佳化權重向量。

後置-快速傅立葉轉換型天線陣列雖然可以有效提升系統效能，但是針對個別子載波的權重向量做最佳化運算，其結構需要龐大的運算量。為了解決上述的問題，有兩種策略可以降低系統的複雜度。

● 子載波群組化[15]的概念

對於正交分頻多工信號而言，若在給定固定信號頻寬之下，當使用的子載波數目越多，則相鄰子載波上的通道頻率響應會越相似。因此可將相鄰的幾個子載波視為同一個群組，並使用同一個波束形成器，稱為子載波群組化。

在平坦衰減的通道之中，使用子載波群組化的結構，由於每個子載波上所受到的通道效應非常類似，所以多個相鄰的子載波可以共用相同權重向量，相對地可大幅簡化運算量。

在頻率選擇性衰減通道之中，由於每個子載波的通道效應會有所差異，因此

針對每個子載波個別處理會得到較好效能，所以相鄰子載波共用相同的權重向量的數量必須要降低以確保系統效能維持在所要求的規格下。

● 子載波間的內插法

使用子載波群組化的概念雖然可以有效降低運算的複雜度，但子載波共用相同權重向量的數量越大時，也就是使用愈少波束形成器的情況之下，容易造成系統效能的降低。若只計算在幾個特定的子載波上的權重向量，其餘子載波之權重向量透過內插之方式求得，透過此方式可有效減低運算量。有四種常用可做為子載波的內插法[7]，其中包含了 Linear Interpolation、Cubic Spline Interpolation、Lagrange Interpolation 以及 B-spline Interpolation。使用不同內插法來降低後置-快速傅立葉轉換型波束形成器之複雜度，在效能表現上會有所不同，所需的乘法量亦會有所差異，其中線性內插法複雜度最低且可以得到不錯的效果。

上述子載波群組化和子載波間的內插法能夠單獨或是混合搭配應用在正交分頻多工系統上，整個效能表現會隨著通道特性的不同而有所變化，且相對應的複雜度也會有很大的差異性[7]。

4.3 傳送波束形成(transmit beamforming)技術

當系統為 Time Division Duplex(TDD)模式下，由於下鏈(downlink)和上鏈(uplink)通道具有互為對稱(reciprocity)的特性，所以經由波束形成演算法所得到的接收端最佳權重向量亦能做為傳送信號時最佳的權重向量值。然而當系統採用 Frequency Division Duplex (FDD)模式時，由於下鏈和上鏈往往使用不同的頻帶傳輸，此時下鏈和上鏈通道的特性是不盡相同的，所以無法利用通道互為對稱的特性，使用接收端權重向量做為傳送權重向量值的依據。除此之外，由於發射端和接收端所處的通訊環境不同，所感受到的干擾和雜訊也會有很大的差

異，相對地根據下鏈通道所估測出的傳送權重向量和根據上鏈通道所估測出的接收權重向量，在本質上會有很大的差異性。以下鏈通訊情況而言，當基地台無法使用通道互為對稱特性得到傳送權重向量時，發射端在傳送信號之前，必須先獲悉整個下鏈通道的資訊，而這些通道資訊必須由用戶端先做下鏈通道的估測動作，再藉由上鏈回授路徑回傳這些資訊給基地台做為傳送權重向量最佳化的依據。這種利用已知的空間通道資訊做類似空間匹配濾波器的動作，此種技術即稱為傳送波束形成(transmit beamforming)。

傳送波束形成是一種可以有效得到天線增益(array gain)最簡單的策略，而唯一的要求是發射端必須要先知道通道狀態資訊(channel state information, CSI)。其中一種應用在 MIMO 通道上，同時結合傳送波束形成(transmit beamforming)和接收匹配組合(receive combining)的方式，稱為最大比例傳輸最大比例接收(maximum-ratio-transmission maximum-ratio-combination, MRT-MRC)的技巧[16][17]，能夠得到最大的天線增益。

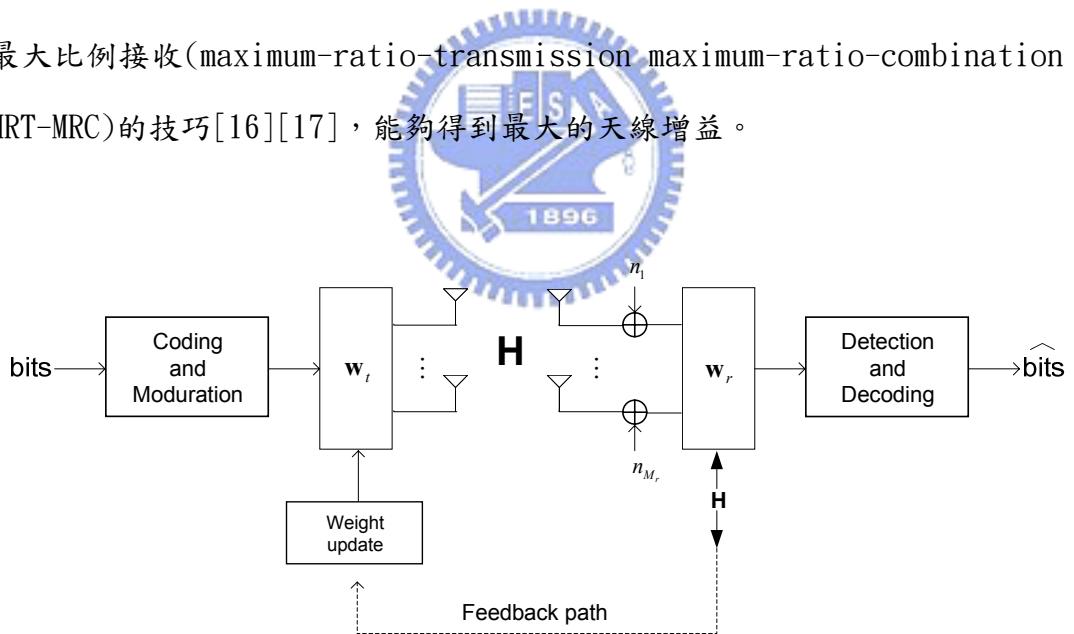


圖 4.4 應用於 MIMO 通道上的波束形成系統

考慮在發射端有 M_t 根天線而接收端有 M_r 根天線的通訊系統，其架構如圖 4.4 所示。在離散時間等效通道模型上，可以用一個 $M_r \times M_t$ 通道矩陣 \mathbf{H} 來表示，則傳送信號 s 經過通道後在接收端的信號可表示為

$$y = \mathbf{w}_r^H \mathbf{H} \mathbf{w}_t s + \mathbf{w}_r^H \mathbf{n} \quad (4.34)$$

其中 $\mathbf{w}_t = \begin{bmatrix} w_{t,1} & w_{t,2} & \cdots & w_{t,M_t} \end{bmatrix}^T$ 和 $\mathbf{w}_r = \begin{bmatrix} w_{r,1}^* & w_{r,2}^* & \cdots & w_{r,M_r}^* \end{bmatrix}^T$ 分別為波束形成權重向量(beamforming weight vector)和匹配組合權重向量(combining weight vector)，雜訊向量 \mathbf{n} 的元素為 *i.i.d.* 複數高斯雜訊 $CN(0, N_0)$ 。

假設接收端已將整個空間通道的資訊藉由回授路徑反饋給發射端，在採用最大比例傳輸最大比例接收的系統中，關鍵的問題在於如何設計 \mathbf{w}_t 和 \mathbf{w}_r 使接收端能夠得到最大的訊雜比(SNR)。假設傳送信號的能量可表示為 $E_s[|s|^2] = \mathcal{E}_t$ ，則在接收端的訊雜比可表示為

$$\gamma_r = \frac{\mathcal{E}_t |\mathbf{w}_r^H \mathbf{H} \mathbf{w}_t|^2}{\|\mathbf{w}_r\|^2 N_0} \quad (4.35)$$

其中 $\Gamma_r = |\mathbf{w}_r^H \mathbf{H} \mathbf{w}_t|^2$ 為等效通道增益(effective channel gain)。假定傳送和接收功率維持常數，即 $\|\mathbf{w}_t\| = 1$ 、 $\|\mathbf{w}_r\| = 1$ ，則(4.35)式可重新表示為

$$\gamma_r = \frac{\mathcal{E}_t |\mathbf{w}_r^H \mathbf{H} \mathbf{w}_t|^2}{N_0} = \frac{\mathcal{E}_t \Gamma_r}{N_0} \quad (4.36)$$

從向量範數不等式(vector norm inequality)可以得到下面的不等式

$$|\mathbf{w}_r^H \mathbf{H} \mathbf{w}_t|^2 \leq \|\mathbf{w}_r\|^2 \|\mathbf{H} \mathbf{w}_t\|^2 \quad (4.37)$$

可以看出當 $\mathbf{w}_r = \frac{\mathbf{H} \mathbf{w}_t}{\|\mathbf{H} \mathbf{w}_t\|}$ 時，可以得到最大的訊雜比，所以接收端最佳化的權重向量即為最大比例接收(maximum ratio combination, MRC)。現在考慮如何決定傳送權重向量，可表示如下

$$\mathbf{w}_{t,opt} = \arg \max_{\|\mathbf{w}_t\| = 1} \|\mathbf{H} \mathbf{w}_t\| \quad (4.38)$$

上式的最佳解 \mathbf{w}_t 為通道矩陣 \mathbf{H} 最大奇異值(largest singular value)所對應的特徵向量(right singular vector)。在給定 \mathbf{w}_r 情況下 $\mathbf{w}_{t,opt}$ 能夠最大化

$|\mathbf{w}_r^H \mathbf{H} \mathbf{w}_t|$ ，所以傳送端最佳化權重向量的決定為最大比例傳輸(maximum ratio transmission, MRT)的策略。值得注意一點的是， \mathbf{w}_t 和 \mathbf{w}_r 的最佳解並非唯一解， $\mathbf{w}_t e^{j\theta}$ 和 $\mathbf{w}_r e^{j\theta}$ 同樣也是(4.36)式的解集合，其中 θ 為任意值。則現在最大訊雜比(maximum SNR)可以表示為

$$\gamma_r = \frac{\lambda_1 \mathcal{E}_t}{N_0} \quad (4.39)$$

其中 λ_1 為相對於 $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$ 最大奇異值。

另外值得一提的是，傳送波束形成並沒有天線間距限制的問題。而前面所提到的以角度為設計基礎的波束形成器，為了要符合空間耐奎斯特取樣定理避免旁瓣輻射的現象，會要求天線間距必須要小於或等於載波波長的二分之一。然而傳送波束形成是利用通道狀態資訊(CSI)矩陣估測最佳化傳送權重向量，所以並不會受到天線擺放間距的影響。



4.4 利用權重向量編碼設計(codebook design)降低回授量的技巧

傳送波束形成(transmit beamforming)的技巧能夠有效提升接收端的訊雜比，然而回授整個通道狀態資訊矩陣會浪費很大的頻寬資源。一種解決的方式為接收端先行估測最佳化的傳送權重向量，再藉由回授路徑反饋給傳送端，對一個 $M_r \times M_t$ 通道矩陣只回授權重向量可以降低 M_r 倍通道頻寬資源。然而在現今講求高頻譜使用率的原則下，如此的資訊量仍然稍嫌浪費，而更有效的回授資訊技巧是必要的。若將最佳化權重向量先行以量化的方式進行編碼，且傳送和接收端兩者都事先知道整個編碼設計的方式，則接收端只需要將編碼過的編碼字(codeword)代號(label)回授給傳送端。這種方式可以大幅降低回授量，而且仍

然維持整個傳送波束形成的效能表現。

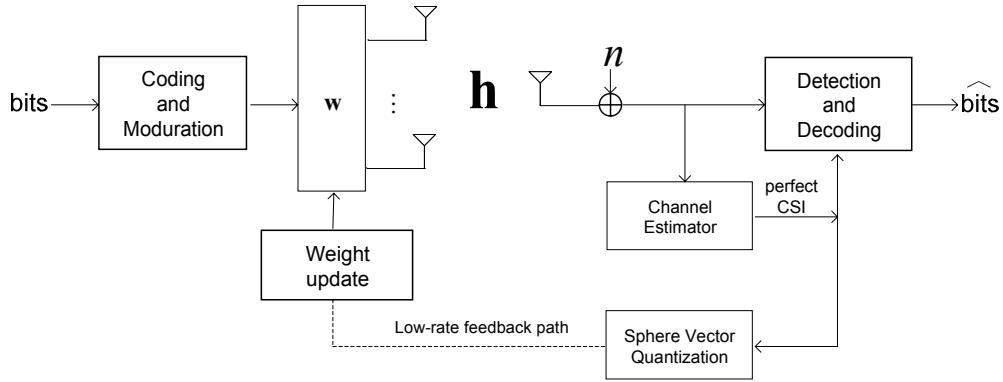


圖 4.5 傳送權重向量編碼設計系統模型

考慮一個在傳送端有 M_t 根天線，而接收端只配置單一天線無線通訊系統，如圖 4.5 所示。假設通道向量的元素為無相關性(uncorrelated)且期望值(mean)為零的循環複數高斯隨機變數(circularly complex Gaussian)，則通道向量 $\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_{M_t}]^T \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma_h^2 \mathbf{I}_{M_t})$ 可視為 *i.i.d.* 瑞雷衰減通道，並且在此假設通道為平坦衰減的狀態。假定回授路徑不會產生傳遞錯誤的情況，且沒有處理延遲(processing delay)和回授延遲(feedback delay)的情況發生，但回授的頻寬(bandwidth)必須被限制。假設整個系統設計限定每次回傳時間內只能回授 B 位元的資訊量，則整個權重向量編碼字(codeword)數目被限定為 $M = 2^B$ 。整個編碼字的集合可表示為 $W = \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_M\}$ ，其中 $\mathbf{w}_i = [w_{i,1}^* \ w_{i,2}^* \ \dots \ w_{i,M_t}^*]^T$ 且 $\|\mathbf{w}_i\| = 1$ 。假設傳送信號 s 有平均能量 $E_s[|s|^2] = \varepsilon_t$ ，則接收端收到的信號可表示為

$$y = \mathbf{w}^H \mathbf{h} s + n \quad (4.40)$$

其中 \mathbf{w} 為傳送權重向量， n 為期望值(mean)為零、變異數(variance)為 N_0 的可

加性白色高斯雜訊，且在此假設 $\mathcal{E}_t/N_0 = 1$ 。為了使接收端得到最大的訊雜比，接

收端必須從編碼簿(codebook)中決定最佳的編碼字，可表示如下

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_{opt} &= \arg \max_{\mathbf{w}_i \in W} |\mathbf{w}_i^H \mathbf{h}|^2 \\ &= \arg \min_{\mathbf{w}_i \in W} \left(\|\mathbf{h}\|^2 - |\mathbf{w}_i^H \mathbf{h}|^2 \right)\end{aligned}\quad (4.41)$$

決定相對於最佳權重向量編碼字後，接收端只需回授編碼字的代號給發射端。而現在最主要的問題為如何設計一組最適當編碼簿使系統能夠達到最佳的效能。關於如何設計編碼簿有兩種主要的方式常被採用，一種為利用球形向量量化(sphere vector quantization, SVQ)編碼技巧[18][19][20]，另外一種是採用Grassmannian line packing的概念[16][17][21]設計編碼字。

4.4.1 應用球形向量量化技巧於編碼簿設計



現在從統計平均量的觀點來看，在(4.41)式中最大化 $E[|\mathbf{w}_i^H \mathbf{h}|^2]$ 等效於最小化 $E[\|\mathbf{h}\|^2 - |\mathbf{w}_i^H \mathbf{h}|^2]$ ，因此整個編碼簿設計可以被正式的描述為

$$\begin{aligned}\min_{\mathbf{w}_i \in W} E[\|\mathbf{h}\|^2 - |\mathbf{w}_i^H \mathbf{h}|^2] \\ \text{subject to } \mathbf{w}_i^H \mathbf{w}_i = 1 \quad \forall i\end{aligned}\quad (4.42)$$

上述(4.42)式可以被視為一個向量量化(vector quantization, VQ)的問題[18]，可以改用下面(4.43)式來重新定義整個問題。

$$\begin{aligned}\text{source input: } \mathbf{h} &\sim CN(\mathbf{0}, \sigma_h^2 \mathbf{I}_{M_t}) \\ \text{codebook: } W &= \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_M\}, \|\mathbf{w}_i\| = 1 \quad \forall i \\ \text{distortion metric: } d(\mathbf{h}, \mathbf{w}_i) &= \|\mathbf{h}\|^2 - |\mathbf{w}_i^H \mathbf{h}|^2 \quad \forall \mathbf{h}, i\end{aligned}\quad (4.43)$$

一個正規化的平均訊雜比(average SNR)衰減可以表示為

$$\frac{E\left[\|\mathbf{h}\|^2 - |\mathbf{w}_i^H \mathbf{h}|^2\right]}{E\left[\|\mathbf{h}\|^2\right]} = E\left[1 - |\mathbf{w}_i^H \mathbf{g}|^2\right] \quad (4.44)$$

其中通道向量 \mathbf{h} 的方向可表示為 $\mathbf{g} = \frac{h}{\|\mathbf{h}\|}$ ，且(4.44)式的等號成立來自於 \mathbf{h} 為複數

i.i.d. 瑞雷衰減分佈(Rayleigh distributed)的關係，所以 \mathbf{g} 和 $\|\mathbf{h}\|$ 彼此間呈現出互為獨立的特性。由於 $E\left[\|\mathbf{h}\|^2\right] = M_t \sigma_h^2$ 可被視為固定的常數值，所以可以使用 $1 - |\mathbf{w}_i^H \mathbf{g}|^2$ 取代 $\|\mathbf{h}\|^2 - |\mathbf{w}_i^H \mathbf{h}|^2$ 成為新的目標函數(objective function)，則原本的向量量化(VQ)問題可以重新表示為

$$\begin{aligned} \text{source input: } & \mathbf{g} \sim U(\Omega^{M_t}) \\ \text{codebook: } & W = \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_M\}, \|\mathbf{w}_i\| = 1 \quad \forall i \\ \text{distortion metric: } & d(\mathbf{g}, \mathbf{w}_i) = 1 - |\mathbf{w}_i^H \mathbf{g}|^2 \quad \forall \mathbf{g}, i \end{aligned} \quad (4.45)$$

其中 Ω^{M_t} 表示位於複數 M_t 維向量空間內的單位幾何球體(hypersphere)子空間， $U(\cdot)$ 表示為均勻散佈(uniform distribution)。現在信號源的輸入可以被 \mathbf{g} 取代，而失真量測(distortion measure)變成 $d(\mathbf{g}, \mathbf{w}_i)$ 。值得注意的是當訊號源輸入為均勻散佈時，編碼字會成為位於單位幾何球體空間上的向量，(4.45)式所建構的問題即為球形向量量化(SVQ)的問題。很明顯地在球形向量量化中，失真量測值為訊號源輸入向量(source input vector)對編碼字向量(codeword vector)的投影距離，它是不同於傳統訊源編碼(source coding)所採用歐幾里得距離(Euclidean distance)做為失真量測標準。

4.4.2 應用 Grassmannian line packing 的觀念於編碼簿設計

從前面 4.3 節探討中，假如任意兩向量 \mathbf{w}_1 和 \mathbf{w}_2 有 $\mathbf{w}_1 = e^{j\theta} \mathbf{w}_2$ 的關係，其中 θ

為任意角度，若 \mathbf{w}_1 為最佳化傳送權重向量則 \mathbf{w}_2 亦為最佳傳送權重向量解。現在定義當兩單位向量 \mathbf{w}_1 、 \mathbf{w}_2 有上述的特性時，則定義 $\mathbf{w}_1 \equiv \mathbf{w}_2$ 。這等效的關係式定義了在複數 M_t 維向量空間 C^{M_t} 內 \mathbf{w}_1 和 \mathbf{w}_2 是相同的線(line)，而所有具有此特性的線構成 C^{M_t} 內一維子空間的集合 Ω^{M_t} 。有了上述的定義和觀念後，現在可以說明 Grassmannian line packing 的概念。

Complex Grassmannian manifold $g(M_t, 1)$ 為複數 M_t 維向量空間內所有一維子空間的集合，假設現在 \mathbf{w}_1 和 \mathbf{w}_2 為位於子空間 $g(M_t, 1)$ 內任意兩單位向量，定義一個由兩向量 \mathbf{w}_1 和 \mathbf{w}_2 所形成的線之間的距離函數(distance function)為 [21][22]

$$d(\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2) = \sin(\theta_{1,2}) = \sqrt{1 - |\mathbf{w}_1^H \mathbf{w}_2|^2} \quad (4.46)$$

其中 $\theta_{1,2}$ 為兩向量之間的夾角。



Grassmannian line packing 問題是找出位於 $g(M_t, 1)$ 空間內， N 條線所形成的集合(set)或包裹(packing)，而使得這集合中的任意兩條線彼此之間的最小距離函數值能夠被最大化的問題。由於傳送波束形成的權重向量通常限定為單位向量，所以上述解 Grassmannian line packing 問題也能夠應用於傳送權重向量的量化問題。找出最佳編碼字集合即等效於找出位於 $g(M_t, 1)$ 空間內 N 條單位向量，使得任一兩向量最小距離能夠有最大的差距。

回到最初編碼簿設計的問題，已知 \mathbf{h} 為複數 *i.i.d.* 瑞雷衰減分佈，則最佳權重向量解 $\mathbf{w}_{opt} = e^{j\theta} \frac{\mathbf{h}}{\|\mathbf{h}\|}$ 亦會有相同的機率分佈，所以 \mathbf{w}_{opt} 滿足上述 Grassmannian line packing 的特性。所以整個編碼簿的設計問題能夠用解 Grassmannian line packing 問題的方式去解決，所以在編碼簿設計中可以使用(4.46)式做為失真量測函數。

4.4.3 利用 generalized Lloyd algorithm[18]設計最佳化

編碼簿

從(4.45)和(4.46)式中可以看出，基本上球形向量量化和 Grassmannian line packing 兩者的失真量測公式有相類似的特性，但有一個最重要的差異為球形碼是位於單位球體上的點，而 Grassmannian line packing 却是在向量空間中穿越原點的線。

藉著利用 generalized Lloyd algorithm(GLA)能夠解球形向量量化的問題。首先假設 A_i 代表編碼字 \mathbf{w}_i 在向量空間上的鄰近區間，且能夠將輸入信號空間 Ω^{M_t} 區分成 M 個分割區 A_1, A_2, \dots, A_M ，接著對於量化設計有兩個必要條件必須被滿足：

(1) 質心條件(centroid condition)：

以第 i 個區間 A_i 為例，其相對應的區域通道相關矩陣(local channel correlation matrix)為 $\mathbf{R}_i = E[\mathbf{h}\mathbf{h}^H | \mathbf{h} \in A_i]$ ，則最佳化傳送波束權重向量

$\mathbf{w}_{i,opt}$ 能夠最大化 $\mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i$ ，可以表示為

$$\mathbf{w}_{i,opt} = \arg \max_{\|\mathbf{w}_i\|=1} \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i = \mathbf{u}_i \quad (4.47)$$

其中 \mathbf{u}_i 為對應於 \mathbf{R}_i 最大奇異值的特徵向量。換句話說，對於區間 A_i 的最佳權重向量會沿著 \mathbf{R}_i 的主特徵向量(principal eigenvector)的方向，上面(4.47)式即為質心條件。

(2) 最鄰近區域法則(nearest neighbor rule)：

如何將空間通道劃分成上述提到的 M 個 A_i 區間，必須制定一定的規則，此規則即為最鄰近區域法則，可描述如下：

$$\mathbf{h} \in A_i \text{ if } d(\mathbf{h}, \mathbf{w}_i) \leq d(\mathbf{h}, \mathbf{w}_j), \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, M \quad (4.48)$$

上式的區分規則即為球形向量量化中的失真量測公式，而所有的輸入向量 \mathbf{h} 會先行找到與它最接近的編碼字 \mathbf{w}_i ，然後將該輸入向量歸類到屬於 A_i 的區間內。

Generalized Lloyd algorithm 就是重複利用上述兩個必要條件，遞迴找出最佳編碼字和新的區分區域。

- Generalized Lloyd algorithm :

- (1) 隨機產生 M 個合法編碼字，建立初始的編碼簿。
- (2) 對於步驟一所產生的編碼簿，使用(4.48)式最鄰近區域法則找出所有輸入向量的最佳區分區域。
- (3) 對於步驟二所產生的區域，使用(4.47)式質心條件分別找出各劃分區域 A_i 中相對應的最佳編碼字。
- (4) 回到步驟二，重複執行直到編碼字收斂到定值。



利用質心條件和最鄰近區域法則，總體的平均失真會隨著遞迴次數的增加而降低，所以可以確保收斂的成立。上述針對於 MISO 通道編碼簿設計的技巧也能應用在 MIMO 的天線系統上[20]。

4.5 適用於多重用戶傳送波束形成(multiuser transmit beamforming)的技巧

有別於 4.3 節只對於單一使用者權重向量做最佳化，多重用戶(multiusers)傳送波束形成(transmit beamforming)技巧[23][24][25]是能夠大幅提升系統通道容量的技術。它是將各個用戶端的信號用不同的權重向量同時由發射端天線傳送給每個用戶，而多重用戶傳送波束形成演算法就是找出所有使用者最佳化傳

送波束權重向量。假設有 M 個信號藉由天線陣列同時傳送給個別使用者的接收端，如圖 4.6 所示：

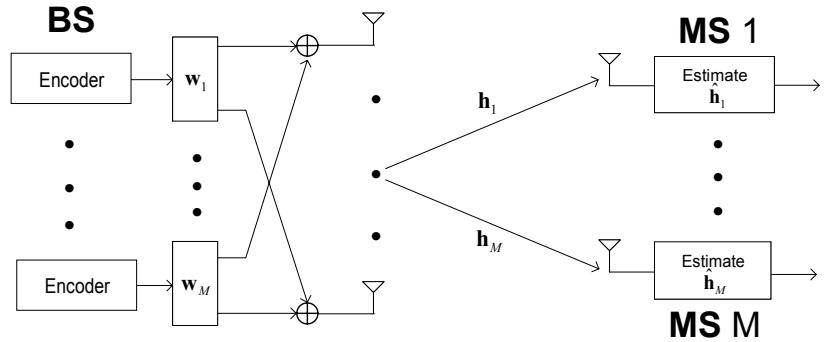


圖 4.6 多重用戶傳送波束形成系統

假設位於基地台傳送端的天線數為 M_t 根，而用戶端只使用單一全向性天線接收信號。從發射端至第 j 個用戶的複數通道向量為 \mathbf{h}_j ，在此假定通道為平坦衰減(flat fading)通道且在傳送信號期間通道為穩定(stationary)的狀態。假設傳送給第 j 個用戶的信號 s_j 使用的權重向量為 \mathbf{w}_j 、傳送功率為 p_j ，則對第 k 個用戶端收到的信號可表示為

$$y_k = \sum_{j=1}^M \mathbf{w}_j^H \mathbf{h}_k \sqrt{p_j} s_j \quad (4.49)$$

其中 $\mathbf{w}_j = [w_{j,1}^* \quad w_{j,2}^* \quad \cdots \quad w_{j,M_t}^*]^T$ 、 $\|\mathbf{w}_j\| = 1$ ($j = 1, 2, \dots, M$)，且忽略接收端的雜訊成份。重新令 $\tilde{\mathbf{w}}_j = \sqrt{p_j} \mathbf{w}_j$ ，即新的權重向量 $\tilde{\mathbf{w}}_j$ 包含了傳送功率控制(power control)項，且令 $E_s [|s_j|^2] = 1$ 。則第 j 個信號抵達至第 k 個用戶端的能量可表示如下

$$c_{jk} = |\tilde{\mathbf{w}}_j^H \mathbf{h}_k|^2 = \tilde{\mathbf{w}}_j^H \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H \tilde{\mathbf{w}}_j = \tilde{\mathbf{w}}_j^H \mathbf{R}_k \tilde{\mathbf{w}}_j \quad (4.50)$$

現在定義在第 k 個用戶端的平均信號功率對干擾功率的比值(SIR)為

$$\gamma_k = \frac{c_{kk}}{\sum_{j=1, j \neq k}^M c_{jk}} \quad (4.51)$$

整個系統的目標為找出一組權重向量使有最小值的 SIR 能夠最大化，可表示如下

$$\tilde{\mathbf{w}}_{1,opt}, \tilde{\mathbf{w}}_{2,opt}, \dots, \tilde{\mathbf{w}}_{M,opt} = \arg \max_{\tilde{\mathbf{w}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{w}}_M} \min \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M\} \quad (4.52)$$

可以得到證明當 $\gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_M$ 時，(4.52)式可以得到最佳解。然而上述問題很難做處理，進一步次最佳化處理為將(4.52)式轉為下面的形式[23]

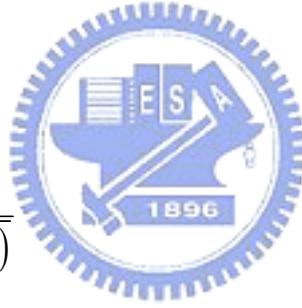
$$\tilde{\mathbf{w}}_{1,opt}, \tilde{\mathbf{w}}_{2,opt}, \dots, \tilde{\mathbf{w}}_{M,opt} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{w}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{w}}_M} \{\gamma_1^{-1} + \gamma_2^{-1} + \dots + \gamma_M^{-1}\} \quad (4.53)$$

同樣地可以得到證明當 $\gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_M$ 時，(4.53)式會出現最佳解。為了進一步簡化上式所描述的問題，現在令

$$\tilde{\mathbf{w}}_j^H \bar{\mathbf{R}}_k \tilde{\mathbf{w}}_j = 1 \quad (4.54)$$

其中

$$\bar{\mathbf{R}}_k = \frac{\mathbf{R}_k}{\sqrt{\text{tr}(\mathbf{R}_k^H \mathbf{R}_k)}} \quad (4.55)$$



利用(4.54)的限制條件，那麼(4.53)式可以被分解成一組獨立最佳化問題的集合形式：

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{w}}_j &= \arg \min_{\tilde{\mathbf{w}}_j} \tilde{\mathbf{w}}_j^H \mathbf{Q}_j \tilde{\mathbf{w}}_j \\ \text{subject to } \tilde{\mathbf{w}}_j^H \bar{\mathbf{R}}_j \tilde{\mathbf{w}}_j &= 1 \end{aligned} \quad (4.56)$$

其中

$$\mathbf{Q}_j = \sum_{k=1, k \neq j}^M \bar{\mathbf{R}}_k$$

上式的解即為對應於 $(\bar{\mathbf{R}}_j, \mathbf{Q}_j)$ 最大特徵值的廣義特徵向量(generalized eigenvector)，若令 \mathbf{d}_j 為最大廣義特徵向量上的單位向量，則包含功率控制的最佳化權重向量解可以表示如下

$$\tilde{\mathbf{w}}_j = \left(\mathbf{d}_j^H \bar{\mathbf{R}}_j \mathbf{d}_j \right)^{-1/2} \mathbf{d}_j \quad (4.57)$$

上式的解可以被證明即為最大化 $\frac{\tilde{\mathbf{w}}_j^H \bar{\mathbf{R}}_j \tilde{\mathbf{w}}_j}{\tilde{\mathbf{w}}_j^H \mathbf{Q}_j \tilde{\mathbf{w}}_j}$ 的解，其物理意義為使每個用戶

端收到的信號和交互干擾信號的比值能夠被最大化。上述的方法雖然只能得到次最佳化的解(suboptimal solution)，但已很接近由模擬所得到的最佳解情況。

由於多重用戶傳送波束形成演算法通常與功率控制的問題結合在一起，往往需要使用一些遞迴解法和限制條件，而相關的議題和演算法架構可以參考相關的文獻資料[24][25]。



第五章 通道模型的特性

通道模型為模擬現實環境下的通道狀態，在不同的環境底下，則需利用不同的環境參數來模擬通道，而一個通訊系統在不同的通道模型下，則會有不同的效能。當然對於各種 MIMO 多天線技術而言，不同的環境也會有不同的最佳化策略。本章將從基本的 SISO 通道模型開始探討，接著將其拓展到 MIMO 空間通道環境，並探討通道和天線陣列之間的關聯性。

5.1 SISO 通道模型

在無線通道環境下，傳送信號會沿著數條不同的路徑抵達到接收端，如此的通道特性即為多重路徑(multipath)效應。這些路徑會受到環境中障礙物的影響產生反射、散射的現象和路徑延遲的效應，因此會產生不同的路徑衰減和延遲時間，這些在不同路徑傳送的信號將會在接收端產生疊加的效應，進而造成接收到的信號會產生失真的現象。而這些信號的變動量會隨著時間和接收端的位置產生不同的振幅和相角變化，而這些現象便稱為衰減(fading)。一個衰減通道脈衝響應(impulse response)能夠表示為

$$h(t, \tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \beta_l(t) \delta(\tau - \tau_l) \quad (5.1)$$

其中 L 為可解析(solvable)通道路徑， $\beta_l(t)$ 和 τ_l 分別為第 l 條可解析通道路徑的路徑增益(path gain)和路徑延遲時間(path delay time)，其中路徑增益又可表示為[26][27]

$$\beta_l(t) = \sum_{q=1}^Q c_{l,q} e^{j(\phi_{l,q} + 2\pi f_d t \cos \gamma_{l,q})} \quad (5.2)$$

其中 Q 為不可解析的子路徑數量， $c_{l,q}$ 、 $\phi_{l,q}$ 和 $\gamma_{l,q}$ 分別為第 l 條可解析路徑內第 q

條不可解析子路徑的隨機路徑增益(random path gain)、初始相位(phase)和訊號路徑入射角度和接收端移動方向之間的夾角， f_d 為最大都卜勒頻率(maximum Doppler frequency)。假設 $\gamma_{l,q}$ 和 $\phi_{l,q}$ 為相互獨立且均勻散佈在角度區間 $[-\pi, \pi]$ 內，則由中央極限定理(central limited theory)可以證明，當 Q 很大時 $\beta_l(t)$ 會趨近於複數高斯隨機過程(complex Gaussian random process)[27]。

假設可解析路徑的延遲時間 τ_l 是位於取樣時間點上，即 $\tau_l = l \times t_s$ ，其中 l 為整數值、 t_s 為取樣點時間間距，則衰減通道的脈衝響應能被簡化為

$$h(n, l) = \beta_l(nt_s) = \sum_{q=1}^Q c_{l,q} e^{j(\phi_{l,q} + 2\pi f_d n t_s \cos \gamma_{l,q})} \quad (5.3)$$

當接收端為移動狀態時通常會造成整個通道的改變，假定現在訊號 $s(t)$ 沿著第 l 條可解析路徑內第 q 條子路徑傳送，此時位於遠方的接收端朝著固定的方向移動時，如圖 5.1 所示。

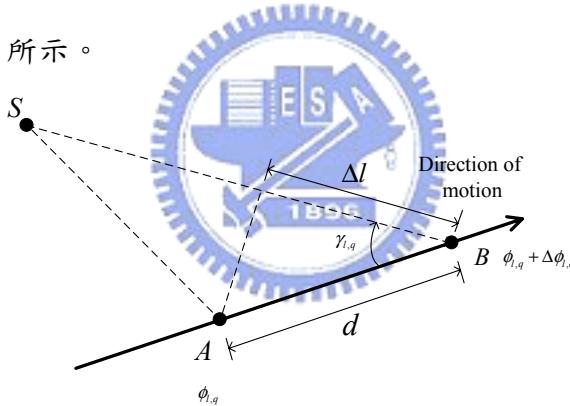


圖 5.1 計算都卜勒頻率示意圖

當接收端在時間點為零時位於 A 點，當時間點為 t 時到達 B 點，期間移動的直線距離為 d ，則接收訊號的相角變化率可表示為

$$\begin{aligned} \Delta \phi_{l,q} &= \frac{2\pi}{\lambda_c} \Delta l \\ &= 2\pi \frac{f_c}{c} d \cos \gamma_{l,q} \\ &= 2\pi \frac{f_c v}{c} t \cos \gamma_{l,q} \\ &= 2\pi f_d t \cos \gamma_{l,q} \end{aligned} \quad (5.4)$$

其中 λ_c 、 f_c 、 c 和 v 個別為訊號載波波長(radio wavelength)、載波中心頻率(radio center frequency)、光速和接收端的移動速度。很明顯地，最大相角變化率會發生在 $\gamma_{l,q} = 0$ 時。

5.1.1 在正交分頻多工系統下載波間干擾效應的分析[28]

如第三章所述正交分頻多工系統，假設 $X(m)$ 為第 m 個子載波上傳送的資料，則經過 N 點離散傅立葉反轉換(IDFT)後的資料可表示為

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X(m) e^{j \frac{2\pi m n}{N}} \quad (5.5)$$

在保護區間加上 CP(cyclic prefix)的處理後，再透過天線將訊號傳送給接收端。假設通道中可解析的路徑為 L 條，則在時間點為 $t = n \times t_s$ 時第 l 條的通道路徑脈衝響應可表示為 $h(n, l)$ ，則經過通道後抵達接收端的訊號可表示為

$$y(n) = \sum_{l=0}^{L-1} h(n, l) x(n)_N + z(n) \quad (5.6)$$

其中 $(\cdot)_N$ 表示 N 點循環移動(cyclic shift)， $z(n)$ 為可加性白色複數高斯雜訊(additive white complex Gaussian noise)。則接收到的訊號 $y(n)$ 在離散傅立葉轉換(DFT)後，在第 k 個子載波的資料可表示為

$$Y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y(n) e^{-j \frac{2\pi n k}{N}} \quad (5.7)$$

將(5.5)和(5.6)代入(5.7)式，可以得到下面公式

$$Y(k) = G(k, k) X(k) + \sum_{m=0, m \neq k}^{N-1} G(k, m) X(m) + Z(k) \quad (5.8)$$

其中

$$G(k, m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} h(n, l) e^{j \frac{2\pi n(m-k)}{N}} e^{-j \frac{2\pi l m}{N}}, \quad Z(k) = \sum_{n=0}^{N-1} z(n) e^{-j \frac{2\pi n k}{N}} \quad (5.9)$$

當通道為時變時，(5.8)式右邊的第二項並非為零，這代表每個子載波會受到其他子載波上的資料干擾，此即為載波間干擾(intercarrier interference)，

ICI)效應。換句話說，當通道為非時變時在(5.2)式的 f_d 將會為零，這表示 ICI 效應將會消失。進一步對 ICI 效應做探討，設通道脈衝響應在時間上的平均值為

$$h_{ave}(l) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} h(n, l) \quad (5.10)$$

則 $h(n, l)$ 的變動量可以表示為

$$\Delta h(n, l) = h(n, l) - h_{ave}(l) \quad (5.11)$$

因此可以得到下面(5.12)和(5.13)的關係式

$$G(k, k) = \sum_{l=0}^{L-1} h_{ave}(l) e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} \quad (5.12)$$

$$G(k, m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \Delta h(n, l) e^{j \frac{2\pi n(m-k)}{N}} e^{-j \frac{2\pi lm}{N}}, \quad m \neq k \quad (5.13)$$

假設當通道為非時變時，那麼 $\Delta h(n, l)$ 和 $G(k, m)$ ， $m \neq k$ 將會為零。在離散傅立葉反轉換後的接收信號也能夠用矩陣的形式來表示

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \mathbf{GX} + \mathbf{Z} \\ &= \mathbf{FHF}^{-1}\mathbf{X} + \mathbf{Z} \end{aligned} \quad (5.14)$$

其中 $\mathbf{X} = [X(0) \ \dots \ X(N-1)]^T$ ， $\mathbf{Y} = [Y(0) \ \dots \ Y(N-1)]^T$ ， \mathbf{F} 為 N 點離散傅

立葉轉換矩陣且 $\mathbf{F}(n, m) = e^{-j \frac{2\pi nm}{N}}$ ， \mathbf{F}^{-1} 為 N 點離散傅立葉反轉換矩陣且

$\mathbf{F}^{-1}(n, m) = \frac{1}{N} e^{j \frac{2\pi nm}{N}}$ ， $\mathbf{Z} = [Z(0) \ \dots \ Z(N-1)]^T$ ， $\mathbf{H}(n, m) = h(n, (n-m)_N)$ 可表示

為

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h(0,0) & & & h(0,2) & h(0,1) \\ h(1,1) & h(1,0) & & & h(1,2) \\ h(2,2) & h(2,1) & h(2,0) & & \\ \ddots & & \ddots & \ddots & \\ & & & h(N-2,2) & h(N-2,1) & h(N-2,0) \\ & & & h(N-1,2) & h(N-1,1) & h(N-1,0) \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

對於時變的通道有一個重要的參數為正規化都卜勒頻率(normalized Doppler frequency)，它是用來做為在觀察區間內一個衰減通道的變化量，其定義如下

$$f_{nd} \equiv f_d T_{ob} \quad (5.16)$$

其中 T_{ob} 為觀察區間。對於一個正交分頻多工系統而言，使用一個 OFDM 符元持續時間(symbol duration time)為觀察區間是比較有意義的。一般來說，隨著正規化都卜勒頻率 f_{nd} 的增加，正交分頻多工系統會遭受更多 ICI 效應。

5.2 MIMO 通道模型

從上節 SISO 通道模型的討論中，可以發現整個通道並沒有提到有關於空間上的參數。一個 MIMO 通道除了上節所提到的路徑傳遞衰減(path loss)、多重路徑延遲(multipath delay)、都卜勒效應(Doppler effect)等參數外，還必須考量到空間環境的參數，如路徑的發射角度(direction-of-departure, DOD)、抵達角度(direction-of-arrival, DOA)和角度擴展(angle spread, AS)，還需要考量天線陣列的特性，如天線間距(antenna spacing)等問題。



5.2.1 通道統計模型的探討

從一個長時間下通道資訊的平均量來看，有兩種主要不同的通道統計特性值得探討，一種為空間上有衰減相關度的通道，而另一種為空間無相關度(spatially uncorrelated)的通道。

- 無相關度的瑞雷衰減(uncorrelated Rayleigh fading)通道模型：

無相關度的瑞雷衰減通道通常來自於傳送和接收端皆位於路徑反射、散射很豐富的環境下，假設此時刻意將傳送和接收端的天線間距拉大，當天線間距大於 λ_c 的情況下將會出現旁瓣輻射(grating lobes)的現象。天線成員間的距離越遠時此種現象會更加明顯，天線的解析度也會隨之降低，因此降低了通道的相關度。

當上述的情況發生時，傳送端和接收端任意兩天線之間的路徑可以被視為彼

此互為獨立瑞雷衰減的狀況，在此情況下通道矩陣可表示為

$$\mathbf{H} \in \mathcal{CN}^{M_r \times M_t} (0,1) \quad (5.17)$$

其中，通道矩陣 \mathbf{H} 內部的元素為 *i.i.d.* 期望值為零變異數為一複數高斯隨機變數。從通道容量的觀點來看，假如通道矩陣 \mathbf{H} 有高度的秩(rank)時，如室內環境，此時通道會有最大的空間分集增益(diversity gain)、通道容量(capacity)或多工增益(multiplexing gain)的特性，可以利用空間多工(spatial multiplexing)的技巧來提升整個系統的通道容量。

- 半相關度(semi-correlated)通道模型[29][30]：

現在假設接收端仍處於具有高度反射、散射的環境下，而傳送端天線附近並沒有發生如此的情況。例如當傳送端位於基地台時，由於基地台天線的高度通常遠高於鄰近的建築物，所以在傳送信號給遠處的用戶時，並不會受到附近障礙物的影響。然而用戶端卻經常位於在較低的高度下接收信號，所以所傳送的訊號常會被鄰近障礙物的影響，發生訊號反射或散射的情形會非常顯著。

從傳送端的觀點來看，通道的特性主要是受到遙遠障礙物的影響，而這些障礙物是造成多重路徑效應的主要因素。在 5.1 節中所提到的可解析路徑通常就是經由這些遙遠障礙物反射所形成的路徑，對於位於戶外的通訊環境這種假設是相當合理的。而這些可解析的路徑基本上是由一些子路徑(subpath)所構成的，而這些子路徑的傳送角度(DOD)相當接近，也就是有很低的角度擴展特性，所以這些子路徑間在傳送端具有高度的空間相關度。

然而從接收端的角度來看，當信號抵達到接收端時，由於位於豐富的反射和散射環境下，這些不可解析的子路徑會有很嚴重的角度擴展特性，造成子路徑間的空間相關度降低。一個極端的情況為當這些子路徑的抵達角度在角度區間 $[-\pi, \pi)$ 呈現均勻隨機散佈的情況時，會產生完全無空間相關度的特性。

如圖 5.2 所示，為一個具有兩條主要可解析路徑的通道模型，每條主要路徑

是各自由遙遠的障礙物反射所形成的通訊通道，且兩條主路徑間是互為獨立的關係。可解析路徑下的子路徑其傳送角度具有很低的角度擴展特性，然而當這些子路徑在抵達接收端時其角度擴展會非常明顯。

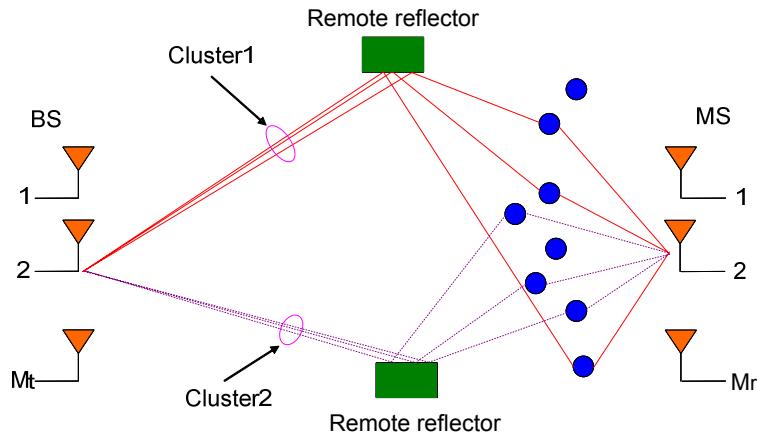


圖 5.2 半相關度通道模型



5.2.2 空間通道模型(Spatial Channel Model, SCM)

空間通道模型(Spatial Channel Model, SCM)為 3GPP(3rd Generation Partnership Project)系統的通道模型[31]，適用於固接式(fixed)和行動(mobile)無線傳輸的 MIMO 系統。本篇論文模擬的通道模組主要架構即為此類通道模型，下面將介紹空間通道模型(SCM)基本的環境參數設定原則。

SCM 通道模擬分成以下三個環境：

(1)郊區大型蜂巢式(surburban macro-cell)：

蜂巢半徑範圍為 1-6 公里。基地台天線高度大於建築物高度，高度在 10-80 公尺內，平均高度是 32 公尺。移動速度範圍在時速 0-250 公里。

(2)城市大型蜂巢式(urban macro-cell)：

蜂巢半徑範圍為 1-6 公里。基地台天線高度大於建築物高度，高度在 10-80 公尺內，平均高度是 32 公尺。移動速度範圍在時速 0-250 公里。

(3)城市小型蜂巢式(urban micro-cell)：

蜂巢半徑範圍為 0.3-0.5 公里。基地台天線高度等於或小於建築物高度，平均天線高度在 12.5 公尺左右。移動速度範圍在時速 0-120 公里。

其中小型蜂巢式環境的通道模型對於天線高度和散射環境較敏感，在傳送和接收端有很大的角度擴展現象，路徑散射和反散的情況更加明顯。

在通道中模擬六個路徑群組(cluster)，每個群組包含 20 個子路徑，每個子路徑表訊號經障礙物反射到接收端的通道行為。在同一群組內的小路徑具有相似的環境參數，故將其歸納到同一個路徑群組內，而子路徑和路徑群組間的角度差如表 5.1 所示。利用這六個群組的環境參數來模擬通道中六根延遲路徑(tap)，即多重路徑延遲圖，在設定基本的環境參數值後便能模擬整個通道行為。

表 5.1 路徑群組下子路徑 DOD 和 DOA 偏移量[31]

Subpath (m)	Offset for 2 deg AS at BS (Macrocell) (degrees)	Offset for 5 deg AS at BS (Microcell) (degrees)	Offset for 35 deg AS at MS (degrees)
1,2	± 0.0894	± 0.2236	± 1.5649
3,4	± 0.2826	± 0.7064	± 4.9447
5,6	± 0.4984	± 1.2461	± 8.7224
7,8	± 0.7431	± 1.8578	± 13.0045
9,10	± 1.0257	± 2.5642	± 17.9492
11,12	± 1.3594	± 3.3986	± 23.7899
13,14	± 1.7688	± 4.4220	± 30.9538
15,16	± 2.2961	± 5.7403	± 40.1824
17,18	± 3.0389	± 7.5974	± 53.1816
19,20	± 4.3101	± 10.7753	± 75.4274

第六章 以空間特徵結構為設計基礎之新式

MIMO-OFDM 波束形成器

從第五章空間通道的探討中，可以看出由於基地台天線高度通常大於鄰近障礙物的高度，所以子路徑間會有很低的傳送角度擴展特性，這表示位於同一路徑群組下的子路徑間有近似的傳送角度。然而這些子路徑在抵達接收端時，由於受到障礙物反射、散射的影響造成很大的接收角度擴展效應，上述即為半相關度通道模型的特性。本篇論文將針對此種通道的空間特性，提出一種以空間特徵結構為基礎並結合正交分頻多工的技術的新式 MIMO-OFDM 波束形成器。

6.1 節中將提出一種以探測信號的方式估測空間的特徵結構，包含路徑群組的傳送角度、組合簽名向量和路徑增益。6.2 節中，將依據所估測出的空間特徵結構，分別對於時變和非時變的情況下，找出最佳化的傳送波束形成權重向量。為了降低回授通道狀況資訊(CSI)所佔用的頻寬資源，權重向量編碼技巧能大幅降低回授的資訊量，在 6.3 節中將應用這些技術於所提出的空間特徵結構中。多重用戶傳送波束形成(multiuser transmit beamforming)演算法是結合空間分隔多重進接存取(SDMA)和功率控制(power control)的方式增加整個系統容量的技巧，然而大部份的文獻探討都只針對單一時間槽中做最佳化的討論，在 6.4 節中將提出結合多重用戶傳送波束形成(multiuser transmit beamforming)和時間槽排程(timeslots scheduling)[32]的觀念，利用所提出的空間特徵結構找出最佳化的時間空間使用者組合。6.5 節中將對於接收端權重向量的最佳化問題，提出兩種新式波束形成器演算法，第一種為以低複雜度為設計考量，在時域上執行信號接收和干擾消除的前置-快速傅立葉轉換型波束形成器；另一種為結合遞迴最小平方(RLS)演算法和傳統 SISO 通道估測法，一種新式混合式-快速傅立葉轉換型波束形成器。

6.1 空間特徵結構的估測

利用半相關度通道的特性可以定義出通道在空間中的特徵結構，然而必須使用一些技巧去估測如此的通道模型。本節提出一種以探測信號的方式估測空間的特徵結構，包含路徑群組的路徑增益、傳送角度和組合簽名向量。

6.1.1 空間特徵結構的定義

類似在SISO通道模型中(5.8)和(5.9)式的推導，現在加入通道的空間特性。假設傳送和接收端天線陣列為均勻間距線性陣列，其天線數分別為 M_t 、 M_r ，且 $\theta_{l,q}$ 、 $\bar{\theta}_{l,q}$ 分別表示為第 l 個路徑群組的第 q 個子路徑的傳送角度和接收角度，那麼在正交分頻多工系統下的第 k 個子載波上所接收到的信號向量可表示為

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Y}_r(k) &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{q=1}^Q c_{l,q} e^{j(\phi_{l,q} + 2\pi f_d n t_s \cos \gamma_{l,q})} \mathbf{b}(\bar{\theta}_{l,q}) \mathbf{a}^T(\theta_{l,q}) e^{j\frac{2\pi n(m-k)}{N}} e^{-j\frac{2\pi l m}{N}} \mathbf{w}_t(m) X(m) + \mathbf{Z}_r(k) \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{q=1}^Q c_{l,q} e^{j(\phi_{l,q} + 2\pi f_d n t_s \cos \gamma_{l,q})} \mathbf{b}(\bar{\theta}_{l,q}) \mathbf{a}^T(\theta_{l,q}) e^{-j\frac{2\pi l k}{N}} \mathbf{w}_t(k) X(k) \\
 &\quad + \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{q=1}^Q c_{l,q} e^{j(\phi_{l,q} + 2\pi f_d n t_s \cos \gamma_{l,q})} \mathbf{b}(\bar{\theta}_{l,q}) \mathbf{a}^T(\theta_{l,q}) e^{j\frac{2\pi n(m-k)}{N}} e^{-j\frac{2\pi l m}{N}} \mathbf{w}_t(m) X(m) \\
 &\quad + \mathbf{Z}_r(k)
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

其中 $\mathbf{a}(\theta_{l,q}) = [1 \ e^{jk_c \cdot l \cdot d_t \cdot \sin \theta_{l,q}} \ \dots \ e^{jk_c \cdot (M_t-1) \cdot d_t \cdot \sin \theta_{l,q}}]^T$ 、 $\mathbf{b}(\bar{\theta}_{l,q}) = [1 \ e^{jk_c \cdot l \cdot d_r \cdot \sin \bar{\theta}_{l,q}} \ \dots \ e^{jk_c \cdot (M_r-1) \cdot d_r \cdot \sin \bar{\theta}_{l,q}}]^T$ 可

分別表示為第 l 個路徑群組下第 q 個子路徑在傳送和接收端的陣列引導向量， $\mathbf{w}_t(m)$ 為頻域上第 m 個子載波所使用的 $M_t \times 1$ 傳送權重向量， $\mathbf{Z}_r(k)$ 為第 k 個子載波上的雜訊向量。從5.2.1節對於半相關度通道模型的探討中，路徑群組下的子路徑間有很低的傳送角度擴展特性，假定天線以發射信號之一半波長做為實體

天線間距，則可以得到下列的近似條件：

$$\mathbf{a}(\theta_{l,q}) \approx \mathbf{a}(\theta_l) \quad (6.2)$$

其中 θ_l 表示第 l 個路徑群組下子路徑平均傳送角度。若利用(6.2)式的近似條件，則(6.1)式可進一步表示為

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_r(k) \approx & \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} h(n, l) \mathbf{b}(n, l) \mathbf{a}^T(\theta_l) e^{-j \frac{2\pi l k}{N}} \mathbf{w}_t(k) X(k) \\ & + \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{\substack{l=0 \\ m \neq k}}^{L-1} h(n, l) \mathbf{b}(n, l) \mathbf{a}^T(\theta_l) e^{j \frac{2\pi n(m-k)}{N}} e^{-j \frac{2\pi l m}{N}} \mathbf{w}_t(m) X(m) \quad (6.3) \\ & + \mathbf{Z}_r(k) \end{aligned}$$

其中 $h(n, l) = \sum_{q=1}^Q c_{l,q} e^{j(\phi_{l,q} + 2\pi f_d n t_s \cos \gamma_{l,q})}$ ， $\mathbf{b}(n, l) = [b_1(n, l) \ b_2(n, l) \ \dots \ b_{M_r}(n, l)]^T$ 且 $b_i(n, l) = \sum_{q=1}^Q c_{l,q} e^{j(\phi_{l,q} + 2\pi f_d n t_s \cos \gamma_{l,q})} \cdot e^{j k_c \cdot (i-1) \cdot d_r \cdot \sin \theta_{l,q}} \sqrt{\sum_{q=1}^Q c_{l,q}^2} e^{j(\phi_{l,q} + 2\pi f_d n t_s \cos \gamma_{l,q})}$ 。 (6.3)式的第

二項即為造成ICI效應的主要原因，類似(5.10)式定義路徑群組在時間上的平均路徑增益，則(6.3)式可表示為

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_r(k) \approx & \sum_{l=0}^{L-1} h_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{a}^T(\theta_l) e^{-j \frac{2\pi l k}{N}} \mathbf{w}_t(k) X(k) \\ & + \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{\substack{l=0 \\ m \neq k}}^{L-1} \Delta[h(n, l) \mathbf{b}(n, l)] \mathbf{a}^T(\theta_l) e^{j \frac{2\pi n(m-k)}{N}} e^{-j \frac{2\pi l m}{N}} \mathbf{w}_t(m) X(m) \quad (6.4) \\ & + \mathbf{Z}_r(k) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} h_{ave}(l) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} h(n, l) \\ \mathbf{b}_{ave}(l) &= [b_{ave,1}(l) \ b_{ave,2}(l) \ \dots \ b_{ave,M_r}(l)]^T \\ b_{ave,i}(l) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} h(n, l) \cdot b_i(n, l) \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} h(n, l)} \\ \Delta[h(n, l) \mathbf{b}(n, l)] &= h(n, l) \mathbf{b}(n, l) - h_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) \end{aligned}$$

忽略(6.4)式中ICI效應和雜訊的影響，現在定義一個以空間特徵結構為基礎的通道矩陣如下：

● 定義：空間特徵結構通道矩陣

$$\mathbf{H}(l) = h_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{a}^T(\theta_l), \quad l = 0, 1, \dots, L-1 \quad (6.5)$$

從上面的推導過程中，可以得到一些基本的空間特徵結構特性：

- I. 相同路徑群組下的子路徑可視為具有一樣的路徑延遲時間。
- II. $h_{ave}(l)$ 表示路徑群組下各子路徑合成所造成的等效路徑增益。當通道為時變時，每條子路徑的相角會產生不同的相角變化，這造成等效路徑增益會隨著接收端的移動產生很大的改變特性。
- III. $\mathbf{b}_{ave}(l)$ 並沒有很好的方向性，這是來自於信號抵達接收端時子路徑間會有很
大角度擴展特性。由於 $\mathbf{b}_{ave}(l)$ 也會和等效路徑增益有關，當通道為時變時也
會隨著明顯地變化，由於它是由每條子路徑的的陣列引導向量所合成，所以
可稱為組合簽名向量(composite signature vector, CSV)。由於不同路徑
群組的組合簽名向量是由各自獨立的延遲路徑所構成，所以彼此間可視為獨
立的關係，且 $\mathbf{b}_{ave}(l)$ 的自相關矩陣(auto-covariance)會和子路徑間角度擴
展的變異數有很大的關聯性。
- IV. 當路徑位於基地台傳送端時，由於路徑群組下每條子路徑有類似的傳送角
度，所以可以用近似的的陣列引導向量 $\mathbf{a}(\theta_l)$ 來表示。由於傳送角度並不會
如路徑相角對於時變通道有很高的敏感度，所以在很長的一段時間內一般可
視 θ_l 為常數值。

$\mathbf{a}(\theta_l)$ 和 $\mathbf{b}_{ave}(l)$ 的差異主要來自於半相關度通道所造成的特性。為了要得到上述的空間特徵結構的參數，必須先行使用特殊的探測信號去估測，在後面 6.1.2、6.1.3 和 6.1.4 小節中依序會介紹如何得到等效路徑增益 $h_{ave}(l)$ 、陣列引

導向量 $\mathbf{a}(\theta_l)$ 和組合簽名向量 $\mathbf{b}_{ave}(l)$ 。

6.1.2 路徑群組等效路徑增益的估測

假設在所有的子載波使用相同的傳送權重向量 $\mathbf{w}_t = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$ ，那麼在接收端天線陣列的第一根天線（設最左邊的天線為參考天線）所收到的信號會和 SISO 通道模型中所收到的接收信號相同，也就是(6.1)式可化簡為(5.8)式，所以此根天線所估測到的等效路徑增益 $h_{ave}(l)$ 等同於 SISO 通道下通道脈衝響應在時間上的平均值。

從(5.14)式中，每個子載波所接收到的信號能除了原本的訊號成份外還包含了 ICI 和雜訊成份。進一步對(5.14)式接收信號能矩陣形式做分解，可以得到如下的表示式

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Y} &= \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{F}^{-1} \mathbf{X} + \mathbf{Z} \\
 &= \mathbf{F} (\mathbf{H}_{clean} + \mathbf{H}_{ICI}) \mathbf{F}^{-1} \mathbf{X} + \mathbf{Z} \\
 &= \mathbf{F} \mathbf{H}_{clean} \mathbf{F}^{-1} \mathbf{X} + \mathbf{F} \mathbf{H}_{ICI} \mathbf{F}^{-1} \mathbf{X} + \mathbf{Z} \\
 &= \mathbf{G}_{clean} \mathbf{X} + \mathbf{G}_{ICI} \mathbf{X} + \mathbf{Z} \\
 &= \mathbf{Y}_{clean} + \mathbf{Y}_{ICI} + \mathbf{Z}
 \end{aligned} \tag{6.6}$$

其中 $\mathbf{H}_{clean}(n, m) = h_{ave}((n-m)_N)$ 、 $\mathbf{H}_{ICI}(n, m) = \Delta h(n, (n-m)_N)$ 分別為時變通道在時域上各路徑群組的平均脈衝響應和因通道隨時間變化所造成的變動成份。

\mathbf{G}_{clean} 、 \mathbf{G}_{ICI} 分別對應於 \mathbf{H}_{clean} 、 \mathbf{H}_{ICI} 在頻域上的成份，可以分別表示為

$$\begin{cases} \mathbf{G}_{clean}(k, k) = \mathbf{G}(k, k), & k = m \\ \mathbf{G}_{clean}(k, m) = 0 & , k \neq m \end{cases} \tag{6.7.1}$$

$$\begin{cases} \mathbf{G}_{ICI}(k, k) = 0 & , k = m \\ \mathbf{G}_{ICI}(k, m) = \mathbf{G}(k, m) & , k \neq m \end{cases} \quad (6.7.2)$$

其中 \mathbf{G}_{clean} 為原本未受干擾的通道成份、 \mathbf{G}_{ICI} 為時變通道所造成的效應。

當多重路徑衰減通道是緩慢的時變通道 (slowing time-varying) 時，通道在頻域上響應能量大部份會集中在原本的子載波和相鄰的子載波上，且隨著子載波間距離的增加散佈在其他子載波的能量會逐漸變小 [28]，而如此微小的 ICI 干擾成份可以被忽略。因此可以重新表示 (6.7.2) 中 \mathbf{G}_{ICI} 的成份，當 $|(m-k)_N| < q$ 時， $\mathbf{G}_{ICI}(k, m) = \mathbf{G}(k, m)$ ， q 表示有效 ICI 干擾成份的擴散間距，而對應於其他子載波的干擾能量成份可近似為 $\mathbf{G}_{ICI}(k, m) = 0$ 。

為了估測各路徑群組等效路徑增益 $h_{ave}(l)$ ，必須使用已知的訊號去探測通道的資訊，設定一組探測信號其表示式如下

$$\begin{cases} \hat{X}(k) = preamble(k), & k \bmod q = 0 \\ \hat{X}(k) = 0 & , k \bmod q \neq 0 \end{cases} \quad (6.8)$$

則接收端所收到的信號能夠重新表示為

$$\begin{cases} Y(k) = \mathbf{G}(k, k) \hat{X}(k) + Z(k) \\ Y(k) = \mathbf{G}\left(k, q \left\lfloor \frac{k}{q} \right\rfloor\right) \hat{X}\left(q \left\lfloor \frac{k}{q} \right\rfloor\right) + \mathbf{G}\left(k, q \left\lceil \frac{k}{q} \right\rceil\right) \hat{X}\left(q \left\lceil \frac{k}{q} \right\rceil\right) + Z(k), & k \bmod q \neq 0 \end{cases}, \quad k \bmod q = 0 \quad (6.9)$$

其中在 $k \bmod q = 0$ 的子載波所接收到的信號能夠表示為未受 ICI 干擾的探測信號能夠表示為未受 ICI 干擾的探測信號，然而在其他子載波上的接收信號能夠顯示出來自鄰近探測信號能夠顯示出來自鄰近探測信號的 ICI 效應干擾成份。利用在 $k \bmod q = 0$ 子載波上的信號能夠表示為未受 ICI 干擾的探測信號能夠表示為未受 ICI 干擾的探測信號，可以較準確的估測各路徑群組的等效路徑增益。假定 $N/M = q$ ， N 為子載波的總數、 M 為非零值的探測訊號能夠表示為未受 ICI 干擾的探測信號能夠表示為未受 ICI 干擾的探測信號數目，利用在時域上估測通道脈衝響應 (channel impulse response) 的方法可以求出各路徑群組的等效路徑增益。

定義一個對角矩陣 \mathbf{D} ，其中當 $k \bmod q = 0$ 時， $\mathbf{D}(k, k) = 1$ ；當 $k \bmod q \neq 0$ ，

$\mathbf{D}(k,k)=0$ 。則經過對角矩陣和離散傅立葉反轉換後在時域上的接收信號能夠表示為

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y} &= \mathbf{F}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{Y} \\
 &= \mathbf{F}^{-1} \mathbf{G}_{clean} \hat{\mathbf{X}} + \mathbf{F}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{Z} \\
 &= \mathbf{H}_{clean} \hat{\mathbf{X}} + \tilde{\mathbf{z}} \\
 &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_0 & \hat{\mathbf{x}}_1 & \cdots & \hat{\mathbf{x}}_{CP-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{ave}(0) \\ h_{ave}(1) \\ \vdots \\ h_{ave}(CP-1) \end{bmatrix} + \tilde{\mathbf{z}} \\
 &= \mathbf{A} \mathbf{b} + \tilde{\mathbf{z}}
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

其中 $\hat{\mathbf{X}} = [\hat{X}(0) \ \hat{X}(1) \ \cdots \ \hat{X}(N-1)]^T$ 為在頻域(frequency domain)上的傳送探測信號能量、 $\mathbf{Y} = [Y(0) \ Y(1) \ \cdots \ Y(N-1)]^T$ 為在頻域上所接收到的探測信號能量， $\hat{\mathbf{x}} = [x(0) \ x(1) \ \cdots \ x(N-1)]^T$ 為探測信號能量在離散傅立葉反轉換過後的時域訊號， $\hat{\mathbf{x}}_p = [x((-p)_N) \ x((-p+1)_N) \ \cdots \ x((-p-1)_N)]^T$ ($p = 0, 1, \dots, CP-1$) 為由 $\hat{\mathbf{x}}$ 週轉移動(circularly shift)所構成，這些週轉移動的時域探測信號能量可表示為矩陣 \mathbf{A} 的形式，在此假設最大延遲路徑時間 $\tau_{\max} < CP \cdot t_s$ 。利用如下(6.11)式所示最小平方(LS)誤差法，則在時變通道中各路徑群組的等效路徑增益可以在沒有 ICI 效應的影響下被準確地估測出。

$$\hat{\mathbf{b}} = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{y} = \mathbf{A}^+ \mathbf{y} \tag{6.11}$$

6.1.3 路徑群組等效傳送角度的估測

類似於 6.1.2 節中對 SISO 通道模型的分析，假設現在所有的子載波使用相同的傳送權重向量 $\mathbf{w}_t = [w_1 \ w_2 \ \cdots \ w_{M_t}]^T$ 且 $\|\mathbf{w}_t\| = 1$ ，那麼以接收端天線陣列

的第一根天線為基準，所感受到的通道脈衝響應可表示如下

$$\begin{aligned}
 h'(n, l) &= \sum_{q=1}^Q c_{l,q} e^{j(\phi_{l,q} + 2\pi f_d n t_s \cos \gamma_{l,q})} \mathbf{a}^T(\theta_{l,q}) \mathbf{w}_t \\
 &\cong \sum_{q=1}^Q c_{l,q} e^{j(\phi_{l,q} + 2\pi f_d n t_s \cos \gamma_{l,q})} \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_t \\
 &= \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_t h(n, l)
 \end{aligned} \tag{6.12}$$

其中第二項的近似結果來自於半相關度通道的特性，利用這個特性能夠簡化路徑群組等效傳送角度的估測。比較(6.12)和(5.3)式之間的對應關係，可以發現原有 SISO 通道模型下的通道脈衝響應被乘上一個複數純量值 $\mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_t$ ，則(5.15)式所表示的時域通道矩陣可重新表示為

$$\bar{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} h(0,0) & & & & & & \\ \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} h(1,0) & \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} h(1,0) & & & & & \\ \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} h(2,0) & \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} h(2,1) & \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} h(2,0) & & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & & \\ & & & & \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} h(0,2) & \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} h(0,1) & \\ & & & & \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} h(1,2) & & \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} h(N-2,0) & \\ & & & & & & \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} h(N-2,1) & \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} h(N-2,2) \\ & & & & & & \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} h(N-1,0) & \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} h(N-1,1) & \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} h(N-1,2) \end{bmatrix} \tag{6.13}$$

由上可以看出當傳送端子載波使用相同的權重向量時，整個 MISO 通道類似於 SISO 的通道特性，唯一的差異在於時變通道矩陣內的延遲路徑增益被傳送端的權重向量和路徑群組的陣列引導向量所改變。這是由於使用波束形成的技巧等同於改變了原本的路徑增益，在 MISO 通道下使用不同的權重向量就如同改變原有 SISO 通道的特性，所以上一小節中，對於 SISO 通道的分析也能套用在 MISO 的通道上。如同 6.1.2 節中的做法，現在重新將探測信號分解成 $\hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{X}}_1 + \hat{\mathbf{X}}_2$ 兩部份，且其相對應的成份為

$$\begin{cases} \hat{X}_1(k) = \hat{X}(k), & k \bmod 2q = 0 \\ \hat{X}_1(k) = 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{6.14.1}$$

$$\begin{cases} \hat{X}_2(k) = \hat{X}(k), & k \bmod 2q = q \\ \hat{X}_2(k) = 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6.14.2)$$

假設位於 $k \bmod 2q = 0$ 上的子載波使用權重向量 \mathbf{w}_{t1} 傳送探測信號 $\hat{X}_1(k)$ ，而 $k \bmod 2q = q$ 上的子載波使用權重向量 \mathbf{w}_{t2} 傳送探測信號 $\hat{X}_2(k)$ ，類似於(6.6)式的推導，並假設有效 ICI 干擾成份的擴散間距為 q ，在接收端所收到的信號能夠表示為

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Z} \\ &= \mathbf{G}_1 \hat{\mathbf{X}}_1 + \mathbf{G}_2 \hat{\mathbf{X}}_2 + \mathbf{Z} \end{aligned} \quad (6.15)$$

其中每個子載波所收到的信號能夠表示為

$$Y(k) = \begin{cases} G_1(k, k) \hat{X}_1(k) + Z(k), & k \bmod 2q = 0 \\ G_2(k, k) \hat{X}_2(k) + Z(k), & k \bmod 2q = q \\ G_1\left(k, q\left\lfloor \frac{k}{q} \right\rfloor\right) \hat{X}_1\left(q\left\lfloor \frac{k}{q} \right\rfloor\right) + G_2\left(k, q\left\lfloor \frac{k}{q} \right\rfloor\right) \hat{X}_2\left(q\left\lfloor \frac{k}{q} \right\rfloor\right) + Z(k), & k \bmod 2q = 1, \dots, q-1 \\ G_1\left(k, q\left\lceil \frac{k}{q} \right\rceil\right) \hat{X}_1\left(q\left\lceil \frac{k}{q} \right\rceil\right) + G_2\left(k, q\left\lceil \frac{k}{q} \right\rceil\right) \hat{X}_2\left(q\left\lceil \frac{k}{q} \right\rceil\right) + Z(k), & k \bmod 2q = q+1, \dots, 2q-1 \end{cases} \quad (6.16)$$

其中

$$\begin{cases} G_1(k, k) = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_{t1} h_{ave}(l) e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} \\ G_1(k, m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_{t1} \Delta h(n, l) e^{j \frac{2\pi n(m-k)}{N}} e^{-j \frac{2\pi lm}{N}}, \quad m \neq k \\ G_2(k, k) = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_{t2} h_{ave}(l) e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} \\ G_2(k, m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_{t2} \Delta h(n, l) e^{j \frac{2\pi n(m-k)}{N}} e^{-j \frac{2\pi lm}{N}}, \quad m \neq k \end{cases}$$

類似(6.10)和(6.11)式的做法，可以得到路徑群組等效路徑增益為

$$\hat{h}_{1,ave}(l) = \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_{t1} h_{ave}(l) \quad (6.17.1)$$

$$\hat{h}_{2,ave}(l) = \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_{t2} h_{ave}(l) \quad (6.17.2)$$

現在使用兩組設定好的權重向量， $\mathbf{w}_{t1} = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ 表示傳送端只使用單

一天線傳送探測信號 $\hat{X}_1(k)$ ， $\mathbf{w}_{t2} = [w_{2,1} \quad w_{2,2} \quad \cdots \quad w_{2,M_t}]^T$ 表傳送端使用 M_t 根天線傳送探測信號 $\hat{X}_2(k)$ 。則(6.17.1)、(6.17.2)式可重新表示為

$$\hat{h}_{1,ave}(l) = h_{ave}(l) \quad (6.18.1)$$

$$\hat{h}_{2,ave}(l) = \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_{t2} h_{ave}(l) \quad (6.18.2)$$

其中(6.18.1)和(6.18.2)的比值為

$$f(\theta_l) = \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_{t2} \quad (6.19)$$

假設 \mathbf{w}_{t2} 的設定如同陣列引導向量(array steering vector)的形式，即設定 $\mathbf{w}_{t2} = \mathbf{a}^*(\theta_t) = \frac{1}{\sqrt{M_t}} [1 \quad e^{-jk_c d_t \sin \theta_t} \quad \dots \quad e^{-jk_c (M_t-1) d_t \sin \theta_t}]^T$ ，則 $|f(\theta_l)|$ 類似 2.1 節中所提到的波束場型(beam pattern)的定義。假定傳送端的天線間距為 $d_t = 0.5\lambda_c$ ，根據空間耐奎斯特取樣定理只會出現唯一的主波瓣(mainlobe)，也就是 $f(\theta_l)$ 在主波瓣波束寬度中只會有唯一的數值，且會出現一個最大邊界值，如下所示

$$|f(\theta_l)| = |\mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_{t2}| \leq \sqrt{M_t} \quad (6.20)$$

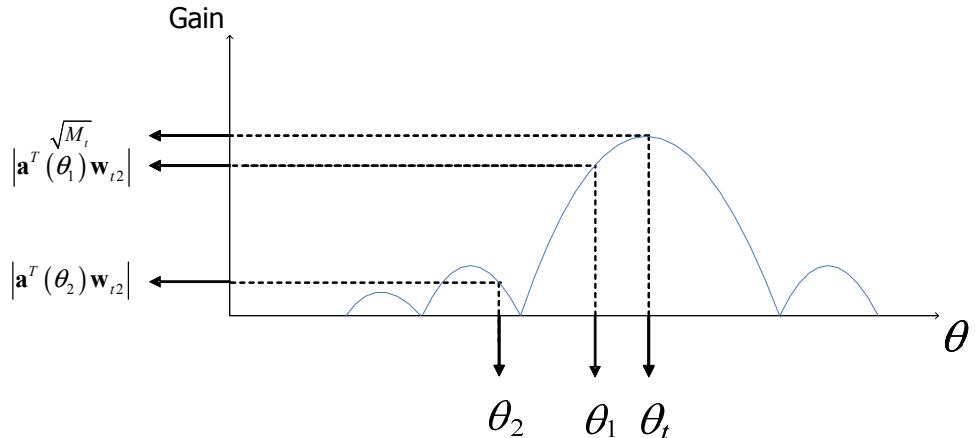


圖 6.1 利用波束場型的特性估測路徑群組等效傳送角度

而位於主波束寬度外旁波瓣的 $|f(\theta_l)|$ 值相對地會大幅度地降低，如圖 6.1

所示。利用這項特性設定 $f(\theta_l)$ 超過某一個特定的臨界值時，如下(6.21)式所示，則路徑群組的等效傳送角度 θ_l 即有可能出現在主波瓣波束寬度中。

$$|f(\theta_l)| \geq c \cdot \sqrt{M_t}, \quad c \in [0,1] \quad (6.21)$$

藉由估測出的 $f(\theta_l)$ 和已知的傳送權重向量 \mathbf{w}_{t2} ，利用查表(table lookup)的方式即可得到唯一的傳送角度 θ_l 值。如果要找出在角度區間 $[-90, 90]$ 內所有路徑群組的等效傳送角度，就必須檢查所有可能的角度區間。根據經驗法則，一般角度頻譜(angular spectral)上的主波束寬度大約為

$$\Delta\theta \approx \frac{180^\circ}{M_t} \quad (6.22)$$

根據此經驗法則，可以定義一個合法的主波束寬度的角度區間為 $S : \left\{ \theta \in \left[\theta_s - \frac{\Delta\theta}{2}, \theta_s + \frac{\Delta\theta}{2} \right] \right\}$ ，其中 θ_s 為主波束寬度的中心位置。為了要產生如此的波束場形，可以適當地選擇探測信號所使用的傳送權重 \mathbf{w}_{t2} 去產生一組指向 θ_s 角度的波束去探測通道的狀態，設定的形式可表示如下

$$\mathbf{w}_{t2} = \mathbf{a}^*(\theta_s) = \frac{1}{\sqrt{M_t}} \begin{bmatrix} 1 & e^{-jk_c d_t \sin \theta_s} & \dots & e^{-jk_c (M_t-1) d_t \sin \theta_s} \end{bmatrix}^T \quad (6.23)$$

由(6.22)式可以得知，探測信號必須至少要 M_t 組才能完整搜尋整個角度區間範圍。以傳送端架設 $M_t = 4$ 根的天線陣列為例，一種可行的選擇方式為使用 $\theta_s = \{-45^\circ, -15^\circ, 15^\circ, 45^\circ\}$ 做為探測信號的引導波束(steering beam)方向。不同的探測權重向量可以在不同的符元時間(symbol time)上執行，若所需要做為探測信號的引導波束很少時，也能夠在同一個符元時間之內，在特定的子載波上使用不同的探測權重向量產生不同的探測信號引導波束。

接收端對不同組的探測信號估測出 $f(\theta_l)$ 後，再使用(6.24)式找出所有探測波束中有最小誤差值的 $\hat{\theta}_l$ ，即可估測出各路徑群組的等效傳送角度。

$$\hat{\theta}_l = \arg \min_{\theta \in S} |f(\theta_l) - \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w}_t| \quad (6.24)$$

利用估測出的路徑群組等效傳送角度 $\hat{\theta}_l$ ，便可以得到各路徑群組相對應的陣列引導向量 $\hat{\mathbf{a}}(\theta_l)$ 。

6.1.4 路徑群組組合簽名向量(CSV)的估測

由於在 6.1.3 節中 $k \bmod 2q = 0$ 的子載波上所設定的傳送權重向量為 $\mathbf{w}_{t1} = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$ ，表示該子載波只使用單一天線傳送探測信號 $\hat{X}_1(k)$ 。假設在接收端使用接收權重向量 $\mathbf{w}_{r,i} = [w_{r,i,1}^* \ w_{r,i,2}^* \ \cdots \ w_{r,i,M_r}^*]^T$ ， $(i=1,2,\cdots,I)$ 於這些子載波上，如同前面的推導過程可以得到未受 ICI 效應影響的接收信號為

$$\begin{aligned} Y_{r,i}(k) &= \mathbf{w}_{r,i}^H \mathbf{Y}_r(k) \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{w}_{r,i}^H \mathbf{b}_{ave}(l) h_{ave}(l) e^{-j\frac{2\pi lk}{N}} \hat{X}(k) + \mathbf{w}_{r,i}^H \mathbf{Z}_r(k) \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} h'_{i,ave}(l) e^{-j\frac{2\pi lk}{N}} \hat{X}(k) + Z'_r(k) \end{aligned} \quad (6.25)$$

其中

$$h'_{i,ave}(l) = \mathbf{w}_{r,i}^H \mathbf{b}_{ave}(l) h_{ave}(l) \quad (6.26)$$

使用離散傅立葉反轉換 down-sampling 的技巧，如下(6.27)和(6.28)式，則可以得到受接收權重向量影響的路徑群組等效路徑增益為 $h'_{i,ave}(l)$ 。

$$\hat{\mathbf{G}}_{r,i}(k, k) = \frac{Y_{r,i}(k)}{\hat{X}(k)}, \quad k \bmod 2q = 0 \quad (6.27)$$

$$\hat{h}'_{i,ave}(l) = \frac{1}{M/2} \sum_{p=0}^{M/2-1} \hat{\mathbf{G}}_{r,i}(2qp, 2qp) e^{j\frac{2\pi lp}{M/2}} \quad (6.28)$$

其中假定 $N/M = q$ ， N 為子載波的總數， M 為非零值的探測訊號數目。由(6.18.1)和(6.26)式可以得到一個新的比例常數為 $g_i(l)$ ， $(l=0,1,\cdots,L-1)$ 可表

示如下

$$g_i(l) = \mathbf{w}_{r,i}^H \mathbf{b}_{ave}(l) = h'_{i,ave}(l) / h_{ave}(l) \quad (6.29)$$

為了估測路徑群組組合簽名向量 $\mathbf{b}_{ave}(l)$ ，接收端必需使用不同的接收權重向量 $\mathbf{w}_{r,i}$ ， $(i=1,2,\dots,I)$ 去得到 I 組不同的比例值 $g_i(l)$ 。在此假設 $I \geq M_r$ 並使用最小平方(LS)誤差法如(6.30)和(6.31)式，能夠得到所有可能 $\mathbf{b}_{ave}(l)$ 值。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_{r,1}^H \\ \mathbf{w}_{r,2}^H \\ \vdots \\ \mathbf{w}_{r,I}^H \end{bmatrix} \mathbf{b}_{ave}(l) = \begin{bmatrix} g_1(l) \\ g_2(l) \\ \vdots \\ g_I(l) \end{bmatrix}, \quad l=0,\dots,L-1 \quad (6.30)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_{ave}(l) = (\mathbf{W}^H \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^H \mathbf{g}(l) = \mathbf{W}^+ \mathbf{g}(l), \quad l=0,\dots,L-1 \quad (6.31)$$

其中 $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_{r,1} \ \mathbf{w}_{r,2} \ \dots \ \mathbf{w}_{r,I}]^H$ 、 $\mathbf{g}(l) = [g_1(l) \ g_2(l) \ \dots \ g_I(l)]^T$ 。

由 6.1.2、6.1.3 和 6.1.4 節的探討中，利用正交分頻多工子載波間正交的特性，探測信號可以使用不同的子載波群組分別估測出 $\hat{h}_{ave}(l)$ 、 $\hat{\mathbf{a}}(\theta_l)$ 和 $\hat{\mathbf{b}}_{ave}(l)$ 。

使用這些估測值除了能夠得到每個子載波上的通道狀態資訊(CSI)矩陣 $\sum_{l=0}^{L-1} h_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{a}^T(\theta_l) e^{-j \frac{2\pi l k}{N}}$ ，同時也能獲得各路徑群組的空間特徵結構 $\mathbf{H}(l) = h_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{a}^T(\theta_l)$ 。整個通道空間特徵結構的估測演算法如下所示：

通道空間特徵結構估測法

Initialization:

(1) Set different steering beams: $\mathbf{w}_{t,1} \ \mathbf{w}_{t,2} \ \dots \ \mathbf{w}_{t,M_t}$ and $\mathbf{w}_{t,0} = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$

(2) Set probing signal: $\hat{X}(k) = \begin{cases} preamble(k) & k \bmod q = 0 \\ 0 & k \bmod q \neq 0 \end{cases}$

Step1: Send the $i-th$ probing signal

For $i=1:M_t$

$$\hat{X}(k) \text{ uses } \begin{cases} \mathbf{w}_{t,0} & k \bmod 2q = 0 \\ \mathbf{w}_{t,i} & k \bmod 2q = q \end{cases}$$

End

Step2: Estimate $\hat{h}_{0,ave}(l)$ and $\hat{h}_{i,ave}(l)$

For $i = 1 : M_t$

$$(1) \quad \begin{cases} \mathbf{y}_0 = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{D}_0 \mathbf{Y}_i \\ \mathbf{y}_i = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{D}_i \mathbf{Y}_i \end{cases}$$

where

$$\mathbf{D}_0(k, k) = \begin{cases} 1 & k \bmod 2q = 0 \\ 0 & k \bmod 2q \neq 0 \end{cases}, \quad \mathbf{D}_i(k, k) = \begin{cases} 1 & k \bmod 2q = q \\ 0 & k \bmod 2q \neq q \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \hat{\mathbf{b}}_0 = \mathbf{A}_0^+ \mathbf{y}_0 \\ \hat{\mathbf{b}}_i = \mathbf{A}_i^+ \mathbf{y}_i \end{cases}$$

Where

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{b}}_i &= [h_{i,ave}(0) \quad h_{i,ave}(1) \quad \cdots \quad h_{i,ave}(CP-1)]^T \\ \mathbf{A}_0 &= [\hat{\mathbf{x}}_{0,0} \quad \hat{\mathbf{x}}_{0,1} \quad \cdots \quad \hat{\mathbf{x}}_{0,CP-1}] \\ \mathbf{A}_i &= [\hat{\mathbf{x}}_{i,0} \quad \hat{\mathbf{x}}_{i,1} \quad \cdots \quad \hat{\mathbf{x}}_{i,CP-1}] \\ \hat{\mathbf{x}}_{0,p} &= [x_0((-p)_N) \quad x_0((-p+1)_N) \quad \cdots \quad x_0((-p-1)_N)]^T \\ \hat{\mathbf{x}}_{i,p} &= [x_i((-p)_N) \quad x_i((-p+1)_N) \quad \cdots \quad x_i((-p-1)_N)]^T \\ \hat{\mathbf{x}}_{0,0} &= \mathbf{F}^{-1} \mathbf{D}_0 \hat{\mathbf{X}} \\ \hat{\mathbf{x}}_{i,0} &= \mathbf{F}^{-1} \mathbf{D}_i \hat{\mathbf{X}} \end{aligned}$$

End

Step3: Estimate $\hat{\theta}_l$

For $i = 1 : M_t$

$$(1) \quad \text{Evaluate } f_i(\theta_l) = \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_{t,i} = \hat{h}_{i,ave}(l) / \hat{h}_{0,ave}(l)$$

$$(2) \quad \text{Seek } |f_i(\theta_l)| \geq c \cdot \sqrt{M_t}, \quad c \in [0, 1]$$

$$(3) \quad \text{Evaluate}$$

$$\hat{\theta}_{l,i} = \arg \min_{\theta \in S_i} |f_i(\theta_l) - \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w}_{t,i}|$$

$$e_{l,i} = \min_{\theta \in S_i} |f_i(\theta_l) - \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w}_{t,i}|$$

where

$$S_i : \left\{ \theta \in \left[\theta_{S_i} - \frac{\Delta\theta}{2}, \theta_{S_i} + \frac{\Delta\theta}{2} \right] \right\}$$

End

If $e_{l,i}$ is minimum, then $\hat{\theta}_l = \hat{\theta}_{l,i}$

Step4: Estimate $\hat{\mathbf{b}}_{ave}(l)$

For $i = 1 : I$

(1) Premultiply $\mathbf{w}_{r,i}$

$$Y_{r,i}(k) = \mathbf{w}_{r,i}^H \mathbf{Y}_r(k), \quad k \bmod 2q = 0$$

(2) Evaluate $\hat{\mathbf{G}}_{r,i}(k, k) = \frac{Y_{r,i}(k)}{\hat{X}(k)}, \quad k \bmod 2q = 0$

(3) Evaluate $\hat{h}'_{i,ave}(l) = \frac{1}{M/2} \sum_{p=0}^{M/2-1} \hat{\mathbf{G}}_{r,i}(2qp, 2qp) e^{j \frac{2\pi lp}{M/2}}$

(4) Evaluate $g_i(l) = \mathbf{w}_{r,i}^H \mathbf{b}_{ave}(l) = \hat{h}'_{i,ave}(l) / \hat{h}_{0,ave}(l)$

End

$$\hat{\mathbf{b}}_{ave}(l) = \mathbf{W}^+ \mathbf{g}(l), \quad l = 0, \dots, L-1$$

where

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{r,1} & \mathbf{w}_{r,2} & \cdots & \mathbf{w}_{r,I} \end{bmatrix}^H$$

$$\mathbf{g}(l) = \begin{bmatrix} g_1(l) & g_2(l) & \cdots & g_I(l) \end{bmatrix}^T$$

6.2 傳送權重向量的估測

由上節估測出的通道空間特徵結構，依據最大通道容量(max capacity)或最大訊雜比(max SNR)的法則，可以得到各種最佳化的傳送權重向量，本節分別就

MISO 和 MIMO 兩種通道模式分別做探討。

6.2.1 MISO 傳送權重向量的估測

考慮傳送端天線陣列為均勻間距線性陣列且天線數目為 M_t ，且假設傳送端每個子載波所使用的傳送權重向量為 $\mathbf{w}_t(k) = [w_{t,1}(k) \ w_{t,2}(k) \ \dots \ w_{t,M_t}(k)]^T$ ，

則(5.12)和(5.13)式可重新表示如下

$$Y(k) = G(k, k)X(k) + \sum_{m=0, m \neq k}^{N-1} G(k, m)X(m) + Z(k) \quad (6.32)$$

其中

$$\begin{cases} G(k, k) = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_t(k) h_{ave}(l) e^{-j\frac{2\pi lk}{N}} \\ G(k, m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_t(m) \Delta h(n, l) e^{j\frac{2\pi n(m-k)}{N}} e^{-j\frac{2\pi lm}{N}}, \quad m \neq k \end{cases} \quad (6.33)$$

以下分別就不同的傳送策略求出最佳化的傳送權重向量：

- 非時變通道中，個別子載波使用不同的傳送權重向量 $\mathbf{w}_t(k)$ 和相同的傳送功率 p_k ：

因通道為非時變性所以(6.33)式第二項的 ICI 效應為零，則每個子載波的平均通道容量可以表示為

$$\begin{aligned} C &= E_H \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \log \left(1 + \frac{S_k}{N_k} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \log \left(1 + \frac{\left| \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_t(k) h_{ave}(l) e^{-j\frac{2\pi lk}{N}} \right|^2}{\sigma_n^2} \right) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \log \left(1 + \frac{\mathbf{w}_t^H(k) \mathbf{R}_k \mathbf{w}_t(k)}{\sigma_n^2} \right) \end{aligned} \quad (6.34)$$

其中假設 $E[|X(k)|^2] = p_k = 1$ ，雜訊能量為 $N_k = E[|Z(k)|^2] = \sigma_n^2$ ， $\|\mathbf{w}_t(k)\| = 1$ 。

當 $\mathbf{w}_t(k)$ 為相對於 \mathbf{R}_k 最大特徵值 $\lambda_{\max}(k)$ 的特徵向量，則在每個正交子載波上能夠得到平均最大通道容量為

$$C_{\max} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \log \left(1 + \frac{\lambda_{\max}(k)}{\sigma_n^2} \right) \quad (6.35)$$

- 非時變通道中，個別子載波使用不同的傳送權重向量 $\mathbf{w}_t(k)$ 和不同的傳送功率 p_k ：

現在考慮每個子載波除了使用如同上例所求得的最佳化權重向量 $\mathbf{w}_{t,opt}(k)$ 外，現在考慮使用不同的傳送能量 $E[|X(k)|^2] = p_k$ ，則(6.35)式可重新表示為

$$C = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \log \left(1 + \frac{\lambda_{\max}(k) p_k}{\sigma_n^2} \right) \quad (6.36)$$

假設 $\gamma_k = \frac{\lambda_{\max}(k)}{\sigma_n^2}$ ，且限制總傳送功率為 P 。則整個最大通道容量問題可以

重新描述如下

$$\begin{cases} C = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \log(1 + p_k \gamma_k) \\ \sum_{k=0}^{N-1} p_k = P \end{cases} \quad (6.37)$$

關於(6.37)式最大通道容量的問題，可使用注水(water filling)做最佳化處理。假設 Q 為傳送功率不為零的子載波數，則最大的通道容量可表示為

$$C_{\max} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\log \left(\mu \frac{\lambda_{\max}(k)}{\sigma_n^2} \right) \right]^+ \quad (6.38)$$

其中

$$\mu = \frac{P + \sum_{k=0}^Q \gamma_k^{-1}}{Q}$$

$$(x)^+ : \max \{0, x\}$$

- 非時變通道中，個別子載波使用相同的傳送權重向量 \mathbf{w}_t 和相同的傳送功率

$$p_k :$$

假設所有的子載波使用相同的傳送功率和傳送權重向量，且正規化後傳送信
號能量為 $E[|X(k)|^2] = p_k = 1$ ，則個別子載波所接收到的平均信號功率可表示為

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |G(k, k)|^2 X^2(k) \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left| \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_t h_{ave}(l) e^{-j \frac{2\pi l k}{N}} \right|^2 \\
 &= \sum_{l=0}^{L-1} |h_{ave}(l)|^2 \mathbf{w}_t^H \mathbf{a}^*(\theta_l) \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_t \\
 &= \mathbf{w}_t^H \sum_{l=0}^{L-1} [|h_{ave}(l)|^2 \mathbf{a}^*(\theta_l) \mathbf{a}^T(\theta_l)] \mathbf{w}_t \\
 &= \mathbf{w}_t^H \mathbf{R} \mathbf{w}_t
 \end{aligned} \tag{6.39}$$

其中 $\mathbf{R} = \sum_{l=0}^{L-1} [|h_{ave}(l)|^2 \mathbf{a}^*(\theta_l) \mathbf{a}^T(\theta_l)]$ 。根據最大訊雜比(max SNR)的法則，可以得到

最佳傳送權重向量為

$$\mathbf{w}_{t, opt} = \arg \max_{\mathbf{w}_t} \mathbf{w}_t^H \mathbf{R} \mathbf{w}_t \tag{6.40}$$

其中最佳傳送權重向量 $\mathbf{w}_{t, opt}$ 為相對於 \mathbf{R} 最大特徵值的特徵向量。

6.2.2 MIMO 傳送權重向量的估測

現在考慮 MIMO 通道模型，忽略(6.4)式中 ICI 所造成的效應，則在接收端每個子載波上所收到的信號向量可表示為

$$\mathbf{Y}_r(k) \equiv \sum_{l=0}^{L-1} h_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{a}^T(\theta_l) e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} \mathbf{w}_t(k) X(k) + \mathbf{Z}_r(k) \quad (6.41)$$

對於個別子載波的通道矩陣 $\sum_{l=0}^{L-1} h_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{a}^T(\theta_l) e^{-j \frac{2\pi lk}{N}}$ ，可以使用 4.3 節中

所提到的最大比例傳輸最大比例接收(MRT, MRC)的方式找出最佳化傳送和接收權重向量。現在考慮傳送端和接收端的子載波使用相同的傳送權重向量和接收權重

向量 $\mathbf{w}_t = [w_{t,1} \quad w_{t,2} \quad \cdots \quad w_{t,M_t}]^T$ 、 $\mathbf{w}_r = [w_{r,1}^* \quad w_{r,2}^* \quad \cdots \quad w_{r,M_r}^*]^T$ ，且 $\|\mathbf{w}_t\| = 1$ 、

$\|\mathbf{w}_r\| = 1$ 。則(6.41)式可以重新表示為

$$Y(k) = \sum_{l=0}^{L-1} h_{ave}(l) \mathbf{w}_r^H \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_t e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} X(k) + \mathbf{w}_r^H \mathbf{Z}_r(k) \quad (6.42)$$

則每個子載波上所收到的平均功率可表示為

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |Y(k)|^2 &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\left| \sum_{l=0}^{L-1} h_{ave}(l) \mathbf{w}_r^H \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_t e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} \right|^2 \varepsilon_t + \sigma_n^2 \right] \quad (6.43) \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \left| \mathbf{w}_r^H h_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_t \right|^2 \varepsilon_t + \sigma_n^2 \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \left| \mathbf{w}_r^H \mathbf{H}(l) \mathbf{w}_t \right|^2 \varepsilon_t + \sigma_n^2 \end{aligned}$$

其中 $\mathbf{H}(l) = h_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{a}^T(\theta_l)$ 即為 6.1 小節中所定義的空間特徵結構通道矩陣，且 $E[X^2(k)] = \varepsilon_t$ ，接收端天線的雜訊自相關矩陣 $E[\mathbf{Z}_r \mathbf{Z}_r^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{M_r}$ 。則整個估測傳送和接收端最佳化權重向量 \mathbf{w}_t 、 \mathbf{w}_r 的問題可表示如下

$$\mathbf{w}_{t,opt}, \mathbf{w}_{r,opt} = \arg \max_{\mathbf{w}_t, \mathbf{w}_r} \sum_{l=0}^{L-1} \left| \mathbf{w}_r^H \mathbf{H}(l) \mathbf{w}_t \right|^2 \quad (6.44)$$

考慮下列非時變和時變通道的情況：

- 非時變通道中，子載波上使用相同的傳送權重向量 \mathbf{w}_t 和接收權重向量 \mathbf{w}_r ：
(6.44)式所述最佳化的問題，可以利用上鏈和下鏈通道互為對稱的特性 (reciprocity)，反覆遞迴求出傳送權重向量和接收權重向量。一開始先忽略接收權重向量的影響，則使接收端可以收到最大能量的初始傳送權重向量可以表示為

$$\mathbf{w}_t(0) = \arg \max_{\mathbf{w}_t} \sum_{l=0}^{L-1} \|\mathbf{H}(l)\mathbf{w}_t\|^2 \quad (6.45)$$

現在改從接收端的觀點，整個空間特徵結構通道矩陣可表示為 $\mathbf{H}^H(l)$ 。接著利用(6.45)式所得到的初始傳送權重向量，此時最佳化的接收權重向量為

$$\mathbf{w}_r(1) = \arg \max_{\mathbf{w}_r} \sum_{l=0}^{L-1} |\mathbf{w}_r^H(0)\mathbf{H}^H(l)\mathbf{w}_r|^2 \quad (6.46)$$

接著再從傳送端的觀點，應用相同的方式可以得到類似的結果為

$$\mathbf{w}_t(1) = \arg \max_{\mathbf{w}_t} \sum_{l=0}^{L-1} |\mathbf{w}_t^H(1)\mathbf{H}(l)\mathbf{w}_t|^2 \quad (6.47)$$

重複類似(6.46)和(6.47)式的做法，一直到傳送權重向量和接收權重向量收斂到一固定的向量值，則最後收斂的結果即為最佳化傳送和接收權重向量。

- 時變通道中，子載波上使用相同的傳送權重向量 \mathbf{w}_t 和接收權重向量 \mathbf{w}_r ：

由於通道為時變性，從統計的觀點來看(6.45)式可重新表示為

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_t(0) &= \arg \max_{\mathbf{w}_t} E_H \left[\sum_{l=0}^{L-1} \|\mathbf{H}(l)\mathbf{w}_t\|^2 \right] \\ &= \arg \max_{\mathbf{w}_t} E_H \left[\sum_{l=0}^{L-1} \|h_{ave}(l)\mathbf{b}_{ave}(l)\mathbf{a}^T(\theta_l)\mathbf{w}_t\|^2 \right] \end{aligned} \quad (6.48)$$

從半相關度通道矩陣的討論中可以得知，由於傳送角度 θ_l 在短時間內並不會隨著通道的改變而產生明顯變化，所以每個路徑群組陣列引導向量 $\mathbf{a}(\theta_l)$ 可以視為常數，然而 $\mathbf{b}_{ave}(l)$ 和 $h_{ave}(l)$ 却會隨著時變通道的改變而產生變化。由於在接收端子路徑間有很大的角度擴展，一個極端的情形為當每個子路徑的抵達角度呈現均勻分佈(uniformly distributed)時，則 $h_{ave}(l)\mathbf{b}_{ave}(l)$ 其元素會呈現複數 i.i.d. 瑞雷衰減分佈的特性，如同 4.4.1 節中的探討，此時 $h_{ave}(l)\mathbf{b}_{ave}(l)$ 的振幅和向量方向間可以視為獨立的關係。由(6.4)式對 $h_{ave}(l)$ 和 $\mathbf{b}_{ave}(l)$ 的定義可以得到

$$E \left[\|\mathbf{b}_{ave}(l)\|^2 \right] = M_r \quad (l = 0, 1, \dots, L-1) \quad \text{則(6.48)式可以重新表示如下}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{w}_t(0) &= \arg \max_{\mathbf{w}_t} \mathbf{w}_t^H \left\{ \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{a}^*(\theta_l) E_H \left[|h_{ave}(l)|^2 \mathbf{b}_{ave}^H(l) \mathbf{b}_{ave}(l) \right] \mathbf{a}^T(\theta_l) \right\} \mathbf{w}_t \\
&= \arg \max_{\mathbf{w}_t} \mathbf{w}_t^H \left\{ \sum_{l=0}^{L-1} M_r |h_{ave}(l)|^2 \mathbf{a}^*(\theta_l) \mathbf{a}^T(\theta_l) \right\} \mathbf{w}_t \\
&= \arg \max_{\mathbf{w}_t} \mathbf{w}_t^H \left\{ \sum_{l=0}^{L-1} |h_{ave}(l)|^2 \mathbf{a}^*(\theta_l) \mathbf{a}^T(\theta_l) \right\} \mathbf{w}_t \\
&= \arg \max_{\mathbf{w}_t} \mathbf{w}_t^H \mathbf{R} \mathbf{w}_t
\end{aligned} \tag{6.49}$$

其中 $\mathbf{R} = \sum_{l=0}^{L-1} |h_{ave}(l)|^2 \mathbf{a}^*(\theta_l) \mathbf{a}^T(\theta_l)$ 類似於在 MISO 通道中的(6.39)式，然而這裏

$|h_{ave}(l)|^2$ 來自於時變通道上所得到的統計量，而所得到的 $\mathbf{w}_t(0)$ 為相對於 \mathbf{R} 最大

特徵值 λ_{\max} 的特徵向量。接著利用如同(6.46)式的方式找出 $\mathbf{w}_r(1)$

$$\begin{aligned}
\mathbf{w}_r(1) &= \arg \max_{\mathbf{w}_r} E_H \left[\sum_{l=0}^{L-1} \left| \mathbf{w}_r^H(0) \mathbf{H}^H(l) \mathbf{w}_r \right|^2 \right] \\
&= \arg \max_{\mathbf{w}_r} \mathbf{w}_r^H E_H \left[\sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{b}_{ave}^H(l) \left(\mathbf{w}_r^H(0) |h_{ave}(l)|^2 \mathbf{a}^*(\theta_l) \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_r(0) \right) \mathbf{b}_{ave}^H(l) \right] \mathbf{w}_r \\
&= \arg \max_{\mathbf{w}_r} \mathbf{w}_r^H E_H \left[\sum_{l=0}^{L-1} \sigma_l^2 \mathbf{b}_{ave}^H(l) \mathbf{b}_{ave}^H(l) \right] \mathbf{w}_r
\end{aligned} \tag{6.50}$$

其中 $\sigma_l^2 = \mathbf{w}_r^H(0) |h_{ave}(l)|^2 \mathbf{a}^*(\theta_l) \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_r(0)$ 。將 $\mathbf{w}_t(0)$ 代入(6.49)式的結果可以

得到

$$\begin{aligned}
\mathbf{w}_r^H(0) \mathbf{R} \mathbf{w}_t(0) &= \mathbf{w}_r^H(0) \left[\sum_{l=0}^{L-1} |h_{ave}(l)|^2 \mathbf{a}^*(\theta_l) \mathbf{a}^T(\theta_l) \right] \mathbf{w}_t(0) \\
&= \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{w}_r^H(0) |h_{ave}(l)|^2 \mathbf{a}^*(\theta_l) \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_t(0) \\
&= \sum_{l=0}^{L-1} \sigma_l^2 \\
&= \lambda_{\max}
\end{aligned} \tag{6.51}$$

則(6.50)可進一步的表示為

$$\begin{aligned}
\mathbf{w}_r(1) &= \arg \max_{\mathbf{w}_r} \mathbf{w}_r^H \left[\sum_{l=0}^{L-1} \sigma_l^2 COV(l) \right] \mathbf{w}_r \\
&= \arg \max_{\mathbf{w}_r} \mathbf{w}_r^H \left[\sum_{l=0}^{L-1} \sigma_l^2 (\mathbf{I}_{M_r} + \mathbf{I}_{off}(l)) \right] \mathbf{w}_r
\end{aligned} \tag{6.52}$$

$$\begin{aligned}
&= \arg \max_{\mathbf{w}_r} \left\{ \mathbf{w}_r^H \left[\sum_{l=0}^{L-1} \sigma_l^2 \mathbf{I}_{M_r} \right] \mathbf{w}_r + \mathbf{w}_r^H \left[\sum_{l=0}^{L-1} \sigma_l^2 \mathbf{I}_{off}(l) \right] \mathbf{w}_r \right\} \\
&= \arg \max_{\mathbf{w}_r} \left\{ \lambda_{\max} + \mathbf{w}_r^H \left[\sum_{l=0}^{L-1} \sigma_l^2 \mathbf{I}_{off}(l) \right] \mathbf{w}_r \right\} \\
&= \arg \max_{\mathbf{w}_r} \mathbf{w}_r^H \left[\sum_{l=0}^{L-1} \sigma_l^2 \mathbf{I}_{off}(l) \right] \mathbf{w}_r
\end{aligned}$$

其中 $COV(l) = E_H \left[\mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}^H(l) \right]$ ， \mathbf{I}_{M_r} 為對角線上所有元素均為 1 的單位方陣 (identity matrix)， $\mathbf{I}_{off}(l)$ 為由 $COV(l)$ 非對角線上元素所構成的方陣。

I. 假設 $\mathbf{I}_{off}(l) = \mathbf{0}$ ，即 $COV(l) = \mathbf{I}_{M_r}$ 。此時 $\mathbf{b}_{ave}(l)$ 的內部元素 $b_{ave,i}(l)$ 為 *i.i.d.* 隨機變數。從(6.52)式可以得到 $\mathbf{w}_r(1) = \arg \max_{\mathbf{w}_r} \mathbf{w}_r^H \mathbf{w}_r$ ，且從一開始的限制條件為 $\|\mathbf{w}_r\| = 1$ ，則表示在時變通道中接收權重向量可以為任意的單位向量，且與傳送端權重向量並沒有直接的關聯性。

II. 假設 $\mathbf{I}_{off}(l) \neq \mathbf{0}$ 。則使用如同(6.46)和(6.47)式所示的遞迴方式，可以依序得到最佳化傳送和接收權重向量 $\mathbf{w}_{t,opt}$ 、 $\mathbf{w}_{r,opt}$ ，此時最佳化接收權重向量和傳送權重向量彼此間存在著關聯性。

從上面的探討可以得到一項重要結論，在半相關度的時變通道環境下，隨著各路徑群組下子路徑在接收端角度擴展的增加，會造成各路徑群組組合簽名向量內部元素間的相關度降低，一個極端的情況為當子路徑的抵達角度呈現均勻散佈的特性時，子路徑間會呈現無相關的特性。當出現上述的情形時，接收端和傳送端最佳化權重向量的估測是可以分別獨立運作而不會產生交互影響的特性，這是不同於最大比例傳輸最大比例接收(MRT, MRC)聯合估測傳送和接收權重向量的方式。這種傳送和接收權重向量可分別獨立設計的特性，使得可以針對通道兩端不同的性質和需求，而分別採取各自最佳化的策略。

6.3 利用空間特徵結構於傳送權重向量編碼設計上

在 4.3 小節中提到，發射端如果要使用傳送波束形成(transmit beamforming)的技巧，必須事先獲得整個傳送信號通道的資訊。然而回授整個通道狀態資訊(CSI)是相當浪費通道頻寬的資源，所以一般可行的做法是在接收端先行估測整個通道矩陣，利用此通道矩陣的資訊估測出最佳化傳送權重向量，接著藉由回授此傳送權重向量給發射端可以降低通道資源的浪費。然而回授一組複數向量所耗費的通道頻寬仍然很可觀，一種稱為編碼簿設計(codebook design)的技巧，能夠在維持一定的系統效能下同時大幅降低回授量。在 4.4 節中所提到的編碼簿設計是針對於 *i.i.d.* 無相關度的瑞雷衰減(uncorrelated Rayleigh fading)通道做最佳設計，然而對於半相關度(semi-correlated)通道的情況，如何設計更有效的權重向量編碼需要不一樣的設計方式。本節將藉由前面所定義出的通道空間特徵結構，利用編碼簿的設計方式達成有限回授量(limited feedback)的要求。

從上節的討論中可以看出，當通道為半相關度時變通道的情況下，且每個子載波上使用相同的傳送權重向量時，傳送端權重向量的最佳化問題可以獨立於接收端權重向量的估測。當路徑群組下子載波間的角度擴展很明顯時，在 MIMO 通道所得到的權重向量類似於 MISO 通道的做法，所以在此只針對 MISO 通道中的傳送權重向量編碼方式做討論。對(6.49)式進一步處理可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_t(0) &= \arg \max_{\mathbf{w}_t} \mathbf{w}_t^H \mathbf{R} \mathbf{w}_t \\ &= \arg \max_{\mathbf{w}_t} \mathbf{w}_t^H \mathbf{R}_T^H \mathbf{D}_f^2 \mathbf{R}_T \mathbf{w}_t \end{aligned} \quad (6.53)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_T &= \left[\mathbf{a}(\theta_0) \quad \mathbf{a}(\theta_1) \quad \cdots \quad \mathbf{a}(\theta_{L_{\text{eff}}-1}) \right]^T \\ \mathbf{D}_f &= \text{diag}\{\mathbf{f}\} \end{aligned}$$

$$\mathbf{f} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{l=0}^{L_{\text{eff}}-1} |h_{\text{ave}}(l)|^2}} \begin{bmatrix} |h_{\text{ave}}(0)| & |h_{\text{ave}}(1)| & \cdots & |h_{\text{ave}}(L_{\text{eff}}-1)| \end{bmatrix}^T$$

其中 L_{eff} 為所估測出的有效路徑群組數目。在此使用如 4.4 節中所提 GLA 演算法設計最佳的編碼字集合，在執行 GLA 演算法必須先定義出質心條件(centroid condition)和最鄰近區域法則(nearest neighbor rule)，接著使用遞迴的方式找出最後收斂的權重向量即為最佳的編碼字。根據不同的質心條件和最鄰近區域法則，在此提出三種不同編碼簿設計技巧，其中權重向量編碼設計演算法(一)為依據通道的空間特徵結構，所提出針對路徑群組等效路徑增益進行編碼的設計，而演算法(二)和演算法(三)是分別依據半相關度通道和無相關度瑞雷衰減通道的特性，對傳送權重向量進行編碼設計[16][17]。

- 所提出的權重向量編碼設計演算法(一)：

整個系統設計限定每段固定的回授時間內只能回授 B 位元的資訊量，所以整個權重向量編碼字數目被限定為 $M = 2^B$ 。現在以正規化後的路徑群組振幅增益向量 \mathbf{f} 做為編碼的輸入向量，則編碼字 \mathbf{c}_i 為 $L_{\text{eff}} \times 1$ 的單位向量，其對應在信號空間 $R^{L_{\text{eff}}}$ 的分割區可表示為 A_1, A_2, \dots, A_M 。

在完成設定初始的編碼字集合 $\Theta: \{\mathbf{c}_1 \ \mathbf{c}_2 \ \cdots \ \mathbf{c}_M\}$ 後，接著定義出相對應的質心條件和最鄰近區域法則。在此選擇歐幾里得距離(Euclidean distance)的平方誤差做為失真量測標準(distortion metric)，可表示如下

$$d(\mathbf{f}_k, \mathbf{c}_i) = \|\mathbf{f}_k - \mathbf{c}_i\|^2 \quad (6.54)$$

其中 \mathbf{f}_k 為樣本集合中的任意輸入向量。接著定義最鄰近區域法則為

$$\mathbf{f}_k \in A_i \text{ if } d(\mathbf{f}_k, \mathbf{c}_i) \leq d(\mathbf{f}_k, \mathbf{c}_j) \quad (6.55)$$

依據最鄰近區域法則能夠將所有輸入取樣向量 \mathbf{f}_k 劃分到相對應的區域 A_i 中。為了重新定義區域 A_i 所對應最佳編碼字，現在定義區域 A_i 的質心條件為

$$\mathbf{c}_{i,new} = \frac{E_f[\mathbf{f}_k]}{\|E_f[\mathbf{f}_k]\|} \quad (6.56)$$

從上式的質心條件可以看出新的編碼字為區間內所有可能樣本的平均值，所以取樣向量和新的編碼字之間的平方誤差會進一步的被降低。重複利用質心條件和最鄰近區域法則，編碼字會收斂到最佳的結果。

利用設計好的最佳化編碼簿，接收端能夠依據由估測所得到的通道資訊，使用最小失真誤差原則找出最佳編碼字代號，可表示如下：

$$\mathbf{c}_{opt} = \arg \min_{\mathbf{c}_i} \|\mathbf{f}_k - \mathbf{c}_i\|^2 \quad (6.57)$$

傳送端在收到編碼字代號後，再根據(6.53)式可以得到最佳化的傳送權重向量為

$$\mathbf{w}_{t,opt} = \arg \max_{\|\mathbf{w}_t\|=1} \|\mathbf{D}_f \mathbf{R}_T \mathbf{w}_t\|^2 \quad (6.58)$$

從上式可以看出在決定傳送權重向量時，路徑群組等效傳送角度也必須告知給傳送端，這造成一些額外通道頻寬的浪費。然而從前面對半相關度時變通道的討論中得知，路徑群組等效傳送角度在很長的時間內並不會有明顯的變化，所以只需要相當低的更新頻率次數。相對地路徑群組振幅增益的變化會隨著通道時變性的增加而需要更頻繁的更新動作，整個編碼設計和決定最佳傳送權重向量的演算法，可參見本節最後所附註的權重向量編碼設計演算法。

● 權重向量編碼設計演算法(二)：

現在考慮以傳送權重向量 \mathbf{w}_t 做為量化的目標，初始的編碼字集合同樣可表示為 $\Theta : \{\mathbf{c}_1 \ \mathbf{c}_2 \ \cdots \ \mathbf{c}_M\}$ ，其中編碼字 \mathbf{c}_i 為 $M_t \times 1$ 的單位向量。根據不同的編碼字 \mathbf{c}_i ，可以將輸入信號空間 Ω^{M_t} 區分成 M 個分割區 A_1, A_2, \dots, A_M 。

不同於上述演算法(一)選擇歐幾里得距離的平方誤差做為失真量測，新的失真量測方式可表示為[18]

$$d(\mathbf{w}_{t,k}, \mathbf{c}_i) = \mathbf{w}_{t,k}^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_{t,k} - \mathbf{c}_i^H \mathbf{R}_k \mathbf{c}_i \quad (6.59)$$

其中 \mathbf{R}_k 為 $\mathbf{R} = \sum_{l=0}^{L-1} |h_{ave}(l)|^2 \mathbf{a}^*(\theta_l) \mathbf{a}^T(\theta_l)$ 的隨機樣本。藉由失真量測準則可定義出

最鄰近區域法則為

$$\mathbf{w}_{t,k} \in A_i \text{ if } d(\mathbf{w}_{t,k}, \mathbf{c}_i) \leq d(\mathbf{w}_{t,k}, \mathbf{c}_j) \quad (6.60)$$

相對於區域 A_i 的質心條件為

$$\mathbf{c}_{i,new} = \arg \max_{\|\mathbf{w}_t\| = 1} \mathbf{w}_t^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_t \quad (6.61)$$

其中

$$\mathbf{R}_i = E[\mathbf{R}_k]$$

重複利用質心條件和最鄰近區域法則，能夠獲得最佳化編碼簿設計。在實際傳送資料時接收端會根據目前所得到的通道資訊，利用最小失真誤差原則決定最佳的編碼字代號給傳送端，如下所示

$$\mathbf{c}_{opt} = \arg \max_{\mathbf{c}_i} \mathbf{c}_i^H \mathbf{R}_k \mathbf{c}_i \quad (6.62)$$

傳送端在收到編碼字代號後，再利用查表(table lookup)的方式可以得到最佳化的傳送權重向量 $\mathbf{w}_{t,opt}$ 。



● 權重向量編碼設計演算法(三)：

演算法(三)類似於演算法(二)的做法，然而採用在無相關度瑞雷衰減通道模型中所使用 SVQ 和 Grassmannian line packing 的失真量測函數[22]，重新表示如下

$$d(\mathbf{w}_{t,k}, \mathbf{c}_i) = \sqrt{1 - |\mathbf{w}_{t,k}^H \mathbf{c}_i|^2} \quad (6.63)$$

其最鄰近區域法則可表示為

$$\mathbf{w}_{t,k} \in A_i \text{ if } d(\mathbf{w}_{t,k}, \mathbf{c}_i) \leq d(\mathbf{w}_{t,k}, \mathbf{c}_j) \quad (6.64)$$

其區域 A_i 的質心條件可表示如下

$$\mathbf{c}_{i,new} = \arg \max_{\|\mathbf{w}_i\| = 1} \mathbf{w}_i^H E[\mathbf{R}_k] \mathbf{w}_i \quad (6.65)$$

很明顯地可以看出，上述三個演算法所採用的失真量測函數之間有很大的差異性。在演算法(一)中是針對路徑群組振幅增益向量 \mathbf{f} 做量化動作，是利用路徑群組振幅增益機率分佈特性，所以不會受到通道的空間特性影響。不同於演算法(二)、(三)是在 $M_t \times 1$ 維的複數向量空間執行傳送權重向量的量化動作，整個路徑群組振幅增益的樣本空間是分佈在 $L_{eff} \times 1$ 維的實數向量空間中，當 $L_{eff} = M_t$ 時演算法(一)可以使用較少的編碼字去量化整個樣本空間，然而缺點為額外路徑群組等效傳送角度也必須告知給傳送端，這造成一些通道頻寬的浪費。

從前面的探討中可以發現，演算法(二)和演算法(三)編碼簿設計包含了空間通道的參數，這造成最佳傳送權重向量和路徑群組等效傳送角度之間有很大的相關性，所以演算法(二)比演算法(三)更適用於半相關度通道中傳送權重向量的量化。

進一步對 \mathbf{R} 矩陣做分析可以得到失真量測函數的上限(upper bound)，重新表示 \mathbf{R} 為

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \sum_{l=0}^{L-1} |h_{ave}(l)|^2 \mathbf{a}^*(\theta_l) \mathbf{a}^T(\theta_l) \\ &= \sum_{i=1}^{M_t} \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \end{aligned} \quad (6.66)$$

其中 λ_i 為 \mathbf{R} 矩陣的特徵值且 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{M_t} \geq 0$ ，其相對應的特徵向量為 \mathbf{v}_i 。假設 $\mathbf{w}_{t,opt}$ 為 \mathbf{R} 矩陣的最佳化傳送權重向量、 $\tilde{\mathbf{w}}_{t,opt}$ 為 $\mathbf{w}_{t,opt}$ 經過量化處理後的結果，則在統計上的量化失真可以表示為

$$\begin{aligned} E_H[d(\mathbf{w}_{t,opt}, \tilde{\mathbf{w}}_{t,opt})] &= E_H[\mathbf{w}_{t,opt}^H \mathbf{R} \mathbf{w}_{t,opt} - \tilde{\mathbf{w}}_{t,opt}^H \mathbf{R} \tilde{\mathbf{w}}_{t,opt}] \\ &= E_H\left[\mathbf{w}_{t,opt}^H \mathbf{R} \mathbf{w}_{t,opt} - \max_{\mathbf{c}_i} \mathbf{c}_i^H \mathbf{R} \mathbf{c}_i\right] \\ &= E_H\left[\lambda_1 - \max_{\mathbf{c}_i} \sum_{i=1}^{M_t} \lambda_i |\mathbf{v}_i^H \mathbf{c}_i|^2\right] \end{aligned} \quad (6.67)$$

$$\begin{aligned} &\leq E_H \left[\lambda_1 - \max_{\mathbf{c}_i} \lambda_1 \left| \mathbf{v}_1^H \mathbf{c}_i \right|^2 \right] \\ &= E_H \left[\lambda_1 \left(1 - \max_{\mathbf{c}_i} \left| \mathbf{v}_1^H \mathbf{c}_i \right|^2 \right) \right] \end{aligned}$$

利用相關係數 $\rho = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E[XY] - E[X]E[Y]}{\sqrt{VAR[X]}\sqrt{VAR[Y]}}$ ，(6.67)式能夠進一步

化簡為[17]

$$E_H \left[d(\mathbf{w}_{t,opt}, \tilde{\mathbf{w}}_{t,opt}) \right] \leq \sqrt{1 - E_H \left[\max_{\mathbf{c}_i} \left| \mathbf{v}_1^H \mathbf{c}_i \right|^2 \right]} \left[E_H [\lambda_1] + \sqrt{2VAR[\lambda_1]} \right] \quad (6.68)$$

可以看出 $d_1 = \sqrt{1 - E_H \left[\max_{\mathbf{c}_i} \left| \mathbf{v}_1^H \mathbf{c}_i \right|^2 \right]}$ 為編碼簿設計所造成的量化誤差，而

$d_2 = \left[E_H [\lambda_1] + \sqrt{2VAR[\lambda_1]} \right]$ 為通道所造成的放大效應。從統計上的觀點來看，為

了降低量化所造成的失真則必須降低 $d_1 = \sqrt{1 - E_H \left[\max_{\mathbf{c}_i} \left| \mathbf{v}_1^H \mathbf{c}_i \right|^2 \right]}$ 所造成的效果。然

而在半相關度通道中， \mathbf{v}_1 並非為複數 *i.i.d.* 瑞雷衰減分佈，這造成若只使用 d_1 做為失真量測的依據是無法設計出最佳化編碼簿，所以在半相關度通道中，對於編碼簿設計仍必須考量到由通道空間參數所造成的效果。假設當通道為無相關度瑞雷衰減通道時，則 $E_H [\lambda_1]$ 和 $E_H \left[\left(1 - \max_{\mathbf{c}_i} \left| \mathbf{v}_1^H \mathbf{c}_i \right|^2 \right) \right]$ 彼此之間在機率上可視為獨立

分佈，所以(6.67)可重新表示為

$$E_H \left[d(\mathbf{w}_{t,opt}, \tilde{\mathbf{w}}_{t,opt}) \right] \leq E_H [\lambda_1] E_H \left[\left(1 - \max_{\mathbf{c}_i} \left| \mathbf{v}_1^H \mathbf{c}_i \right|^2 \right) \right] \quad (6.69)$$

由於 $E_H [\lambda_1]$ 在統計平均上可視為常數值，且 \mathbf{v}_1 會呈現複數 *i.i.d.* 瑞雷衰減分佈的特性，那麼最佳編碼簿設計的失真量測函數將會是由 $E_H \left[\left(1 - \max_{\mathbf{c}_i} \left| \mathbf{v}_1^H \mathbf{c}_i \right|^2 \right) \right]$ 所造成的量化誤差項，這如同 4.4 節中的 SVQ 和 Grassmannian line packing 設

計編碼簿的概念。下列為本節中所提到的三種不同權重向量編碼設計方式。

三種不同權重向量編碼設計方式

Method 1:

Step1: Use GLA to design codebook

(1) Initialize codebook: $\Theta : \{\mathbf{c}_1 \quad \mathbf{c}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{c}_M\}$

(2) Set the nearest neighbor rule:

$$\mathbf{f}_k \in A_i \text{ if } d(\mathbf{f}_k, \mathbf{c}_i) \leq d(\mathbf{f}_k, \mathbf{c}_j)$$

where

$$d(\mathbf{f}_k, \mathbf{c}_i) = \|\mathbf{f}_k - \mathbf{c}_i\|^2$$

(3) Set the centroid condition:

$$\mathbf{c}_{i,new} = \frac{E_f[\mathbf{f}_k]}{\|E_f[\mathbf{f}_k]\|}$$

(4) Loop back to (2) until convergence

Step2: Evaluate optimal transmit beamforming vector

(1) Decision rule:

$$\mathbf{c}_{opt} = \arg \min_{\mathbf{c}_i} \|\mathbf{f}_k - \mathbf{c}_i\|^2$$

(2) Evaluate $\mathbf{w}_{t,opt}$

$$\mathbf{w}_{t,opt} = \arg \max_{\|\mathbf{w}_t\| = 1} \|\mathbf{D}_f \mathbf{R}_T \mathbf{w}_t\|^2$$

Method 2:

Step1: Use GLA to design codebook

(1) Initialize codebook: $\Theta : \{\mathbf{c}_1 \quad \mathbf{c}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{c}_M\}$

(2) Set the nearest neighbor rule:

$$\mathbf{w}_{t,k} \in A_i \text{ if } d(\mathbf{w}_{t,k}, \mathbf{c}_i) \leq d(\mathbf{w}_{t,k}, \mathbf{c}_j)$$

where

$$d(\mathbf{w}_{t,k}, \mathbf{c}_i) = \mathbf{w}_{t,k}^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}_{t,k} - \mathbf{c}_i^H \mathbf{R}_k \mathbf{c}_i$$

(3) Set the centroid condition:

$$\mathbf{c}_{i,new} = \arg \max_{\|\mathbf{w}_i\| = 1} \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i$$

where

$$\mathbf{R}_i = E[\mathbf{R}_k]$$

(4) Loop back to (2) until convergence

Step2: Evaluate optimal transmit beamforming vector

(1) Decision rule:

$$\mathbf{c}_{opt} = \arg \max_{\mathbf{c}_i} \mathbf{c}_i^H \mathbf{R}_k \mathbf{c}_i$$

Method 3:

Step1: Use GLA to design codebook

(1) Initialize codebook: $\Theta : \{\mathbf{c}_1 \quad \mathbf{c}_2 \quad \dots \quad \mathbf{c}_M\}$

(2) Set the nearest neighbor rule:

$$\mathbf{w}_{t,k} \in A_i \text{ if } d(\mathbf{w}_{t,k}, \mathbf{c}_i) \leq d(\mathbf{w}_{t,k}, \mathbf{c}_j)$$

where

$$d(\mathbf{w}_{t,k}, \mathbf{c}_i) = \sqrt{1 - |\mathbf{w}_{t,k}^H \mathbf{c}_i|^2}$$

(3) Set the centroid condition:

$$\mathbf{c}_{i,new} = \arg \max_{\|\mathbf{w}_i\| = 1} \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i$$

where

$$\mathbf{R}_i = E[\mathbf{R}_k]$$

(4) Loop back to (2) until convergence

Step2: Evaluate optimal transmit beamforming vector

(1) Decision rule:

$$\mathbf{c}_{opt} = \arg \max_{\mathbf{c}_i} \mathbf{c}_i^H \mathbf{R}_k \mathbf{c}_i$$

6.4 利用空間特徵結構於多重用戶時間槽排程演算法

回到 4.5 節中對於多重用戶傳送波束形成的最佳化問題，假設有 Q 個使用者其在統計上的空間特徵結構可表示為

$$\mathbf{R}_i = \sum_{l_i=0}^{L_i-1} \left| h_{ave}(l_i) \right|^2 \mathbf{a}^*(\theta_{l_i}) \mathbf{a}^T(\theta_{l_i}), \quad i=1,2,\dots,Q \quad (6.70)$$

對於第 i 個用戶端 SINR 值可表示為

$$SINR_i = \gamma_i = \frac{p_i \mathbf{w}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i}{\sum_{j=1, j \neq i}^Q p_j \mathbf{w}_j^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_j + n_i}, \quad i=1,2,\dots,Q \quad (6.71)$$

其中 Q 為同一時間槽(time slot)內的使用者數、 p_i 為對第 i 個使用者所傳送的信號功率、 n_i 為第 i 個使用者接收天線所收到的可加性白色高斯雜訊，且限定個別使用者傳送權重向量 $\|\mathbf{w}_i\|=1$ 。如同 4.5 節中(4.52)式使用最大公平(max fairness)原則，則整個問題的最佳化可以描述如下

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{1,opt}, \dots, \mathbf{w}_{Q,opt} &= \arg \max_{\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_Q} \min \{ \gamma_1, \dots, \gamma_Q \} \\ \text{subject to} \quad \sum_{i=1}^Q p_i &= \text{constant} \end{aligned} \quad (6.72)$$

上述的問題除了考量到個別用戶端所受到的雜訊能量，還限定了基地台的最大傳送總功率。很顯然地上述的問題並沒有可解析性的解法，所以通常必須使用遞迴方式去解這種耦合相關的問題或者使用次最佳化(suboptimal)的方式求解。

然而上面所討論都只侷限於對單一時間槽做最佳化的動作，現在考慮系統有 K 個時間槽的時間可提供給 Q 個用戶端做為傳送信號使用，最先要解決的問題是如何妥當分配使用者以便達到最佳化通道容量的目標。如果單就每個使用者的通道狀態資訊(CSI)矩陣是無法得到任何有用的資訊，然而從所提出的空間特徵結構來看，依據不同使用者的通道空間特性，如路徑群組的等效傳送角度和路徑增益，可以很容易幫助系統在時間和空間上做排程。圖 6.2 表示四個用戶的空間特徵結構，箭號代表每個不同的路徑群組依據其傳送角度分佈在橫軸座標上，箭號的長度表示路徑群組等效路徑增益，而寬度代表由子路徑角度擴展所造成的傳送角度區間。假設系統只能提供兩個時間槽的時間給用戶做為信號傳送，一開始所面臨的問題就是如何在有限的時間槽內正確選定使用者達到最大的系統容量。

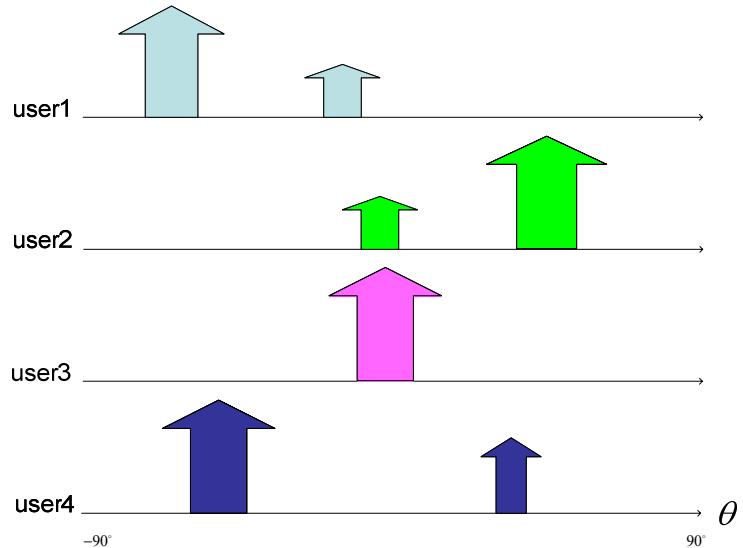


圖 6.2 多重用戶的空間特徵結構

從圖 6.2 中可以看出，一個選取的方式為使用者 1 和 2 放在相同的時間槽內、使用者 3 和 4 則分享剩餘的時間槽，接著利用 SDMA 的觀念，位於相同時間槽內使用者能夠分享相同的頻寬資源。可以發現當用戶和時間槽的數量增加時，一個在空間和時間上有效率的二維排程是必要的。本節將所提出的空間特徵結構應用在多重用戶排程上，藉此增加時間槽的最佳使用效率。整個演算法區分為五個主要步驟：

步驟一：定義個別使用者傳送角度區間 S_i 和初始傳送權重向量 $\mathbf{w}_{d,i}$

波束形成的基本概念就是找出通道中能夠傳送或接收最大能量的角度方位，再利用權重向量形成具有指向性的特定波束。上述的物理意義就是利用有最大路徑增益的路徑去傳送或接收信號，而這些主要傳送信號的路徑會直接反映在最佳化權重向量上，利用上述的想法可以嘗試地找出能夠傳送最大能量的角度區間。定義一個適當的搜尋區間(search interval) $\Delta\theta$ ，現在試著找出在所定義的搜尋區間範圍內有最大傳送能量的路徑群組，如圖 6.3 所示。

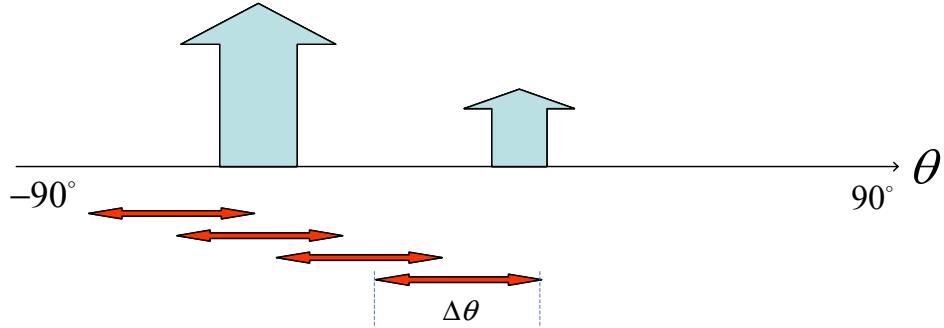


圖 6.3 尋找最大傳送能量的搜尋區間

當找到有最大傳送能量 $\sum_{l_i} |h_{ave}(l_i)|^2$ 的搜尋區間 $\Delta\theta$ 後，接著可以定義出所欲

傳送信號的角度區間 S_i ，其定義規則為

$$S_i : [S_{i,L}, S_{i,R}] = \begin{cases} [\theta_{i,L}, \theta_{i,R}], & \theta_{i,R} - \theta_{i,L} \geq \frac{\Delta\theta}{2} \\ \left[\frac{\theta_{i,L} + \theta_{i,R}}{2} - \frac{\Delta\theta}{4}, \frac{\theta_{i,L} + \theta_{i,R}}{2} + \frac{\Delta\theta}{4} \right], & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6.73)$$

其中 $\theta_{i,L}$ 、 $\theta_{i,R}$ 分別表示第 i 個用戶路徑群組的等效傳送角度位於搜尋區間內最小值和最大值， $S_{i,L}$ 、 $S_{i,R}$ 分別表示所欲傳送信號角度區間的最小和最大邊界值。

值得注意的是由於角度擴展的效應，實際上路徑群組下的子路徑會分佈在某個角度範圍內，所以必須要確保傳送角度區間 S_i 有最小的邊界範圍，如圖 6.4 所示。

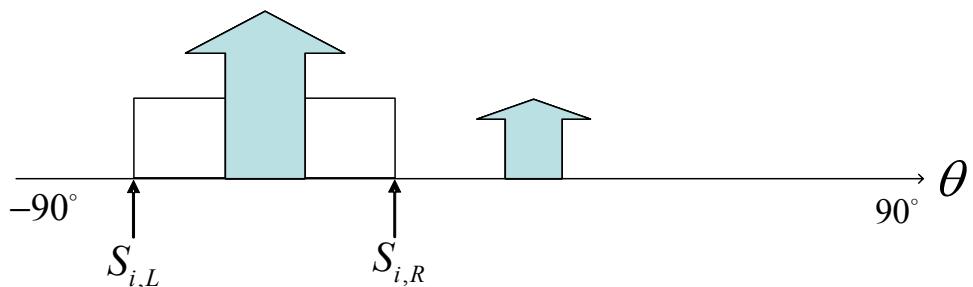


圖 6.4 傳送角度區間的定義

現在可以就單一用戶的情況下，求出個別用戶的初始傳送權重向量 $\mathbf{w}_{d,i}$ ，可表示如下：

$$\mathbf{w}_{d,i} = \arg \max_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \left[\sum_{l_i \in T_i} \left| h_{ave}(l_i) \right|^2 \mathbf{a}^*(\theta_{l_i}) \mathbf{a}^T(\theta_{l_i}) \right] \mathbf{w} \quad (6.74)$$

其中

$$T_i = \left\{ l_i \mid \theta_{l_i} \in S_i : [S_{i,L}, S_{i,R}] \right\}$$

步驟二：執行多重用戶時間槽排程

k-th time slot:

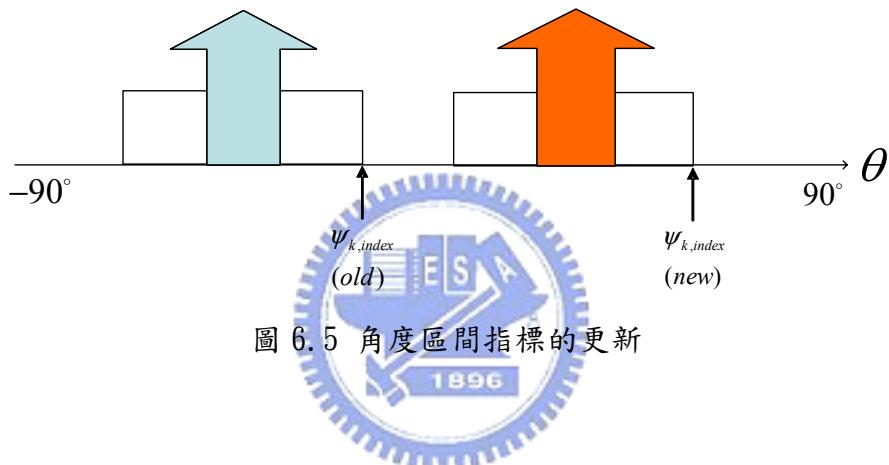


圖 6.5 角度區間指標的更新

在得到每個用戶的初始傳送權重向量和傳送角度區間後，這些資訊可以做為時間槽排程的依據。假定在某個傳送時段可切割為 K 個時間槽，此時需要傳送資料的用戶數為 Q 。為了方便說明整個排程的概念，必須先定義出相關的參數和其初始值。 $\Omega = \{1, \dots, Q\}$ 表示目前尚未被系統排入時間槽的用戶，一開始的初值設定為所有用戶的代號。 $\Psi_k = \{\phi\}$ 表示第 k 個時間槽內所排定的用戶代號，一開始的初值設定為空集合。 $\Theta = \{\phi\}$ 表示確定被排除在目前傳送時段內傳送的用戶代號，一開始的初值設定為空集合。 $\psi_{k,index}$ 表示第 k 個時間槽的角度區間指標，在此假定整個淨空的角度區間範圍為 $[-90, 90]$ ，時間槽排程器將從最左邊界開始排放用戶，每加入一個合法的用戶數後必須更新角度區間指標 $\psi_{k,index}$ ，其更新的方式

式如圖 6.5 所示，角度區間指標一開始的初值設定為 $\psi_{k,\text{index}} = -90^\circ$ 。

系統一開始必須先找出有最小角度區間指標 $\psi_{k,\text{index}}$ 的時間槽，接著從尚未排定的用戶當中找出傳送角度區間 S_i 的左邊界值 $S_{i,L}$ 為最小值的用戶。接著必須針對此用戶做兩項檢查動作，首先必須做邊界的檢查，假設所選定的用戶其邊界值 $S_{i,L}$ 小於預排定時間槽的角度區間指標 $\psi_{k,\text{index}}$ 時，很明顯地可以看出該名用戶的傳送角度區間和已排定時間槽內的用戶區間有重疊現象的發生，排定該用戶會有相當高的機率出現很大的交互干擾現象，所以必須捨棄該名用戶於此時段的排程中。假設新加入的用戶與已排定用戶間沒有出現傳送角度區間重疊現象時，還必須再做殘餘干擾的檢查，定義一個新的訊號干擾比為

$$I_q = \frac{\mathbf{w}_{d,q}^H \mathbf{R}_q \mathbf{w}_{d,q}}{\sum_{j \in \psi_k, j \neq q} \mathbf{w}_{d,j}^H \mathbf{R}_q \mathbf{w}_{d,j} + n_q}, \quad \forall q \in \psi_k \quad (6.75)$$

其中

$$\mathbf{R}_q = \sum_{l_q=0}^{L_q-1} \left| h_{ave}(l_q) \right|^2 \mathbf{a}^*(\theta_{l_q}) \mathbf{a}^T(\theta_{l_q})$$

在加入新的用戶後訊號干擾比會相對地提升，雖然使用初始傳送權重向量 $\mathbf{w}_{d,q}$ 去限制信號的傳送區間，然而旁波瓣(sidelobe)所造成的能力逸散依舊存在，當此旁波瓣的峰值落於其他用戶的傳送角度區間時，干擾的效應會被放大。為了確保目前時間槽內的用戶能夠維持一定的訊號干擾比，(6.75)式的檢查動作是必要的。定義一個新的臨界值 $I_{\text{threshold}}$ ，當時間槽內任意一個已排定用戶的 I_q 值降低到 $I_{\text{threshold}}$ 以下時，時間槽就必須放棄該名新加入的用戶以確保一定的訊號干擾比要求。

重複找出適當的用戶和時間槽加入排程中，當沒有剩餘可用的用戶時，即 $\Omega = \{\phi\}$ ，或是所有的時間槽達到飽和時，整個排程動作將會停止。

步驟三：使用 LCMV 的技巧修正初始傳送權重向量 $\mathbf{w}_{d,i}$

步驟二中所提到的旁波瓣所造成的能力逸散問題，可以修正原有的初始傳送權重向量 $\mathbf{w}_{d,i}$ 降低對其他用戶所造成的干擾。一種 linear constraint minimum variance(LCMV)波束形成技巧可以用來修改原有權重向量所產生的波束場型(beam pattern)降低旁波瓣的干擾效應[3]，整個步驟三的處理過程如下所述。

假設到目前為止所有時間槽內已經選定好可能的用戶，現在針對每個時間槽內的使用者初始傳送權重向量 $\mathbf{w}_{d,i}$ 做修改的動作。對於第 i 個用戶而言，位於傳送角度區間 $S_i : [S_{i,L}, S_{i,R}]$ 的傳送能量必須被保留，則修改過後的權重向量 \mathbf{w} 和初始傳送權重向量 $\mathbf{w}_{d,i}$ 之間在傳送角度區間 S_i 所造成的正規化(normalized)的能量誤差可表示為

$$\begin{aligned} e^2 &= \frac{1}{\beta} \int_{S_{i,L}}^{S_{i,R}} \left| \mathbf{a}^T(\theta) (\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i}) \right|^2 d\theta \\ &= (\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i})^H \left[\frac{1}{\beta} \int_{S_{i,L}}^{S_{i,R}} \mathbf{a}^*(\theta) \mathbf{a}^T(\theta) d\theta \right] (\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i}) \\ &= (\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i})^H \mathbf{M}_1 (\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i}) \end{aligned} \quad (6.76)$$

其中

$$\begin{aligned} \beta &= \int_{S_{i,L}}^{S_{i,R}} \left| \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w}_{d,i} \right|^2 d\theta \\ \mathbf{M}_1 &= \frac{1}{\beta} \int_{S_{i,L}}^{S_{i,R}} \mathbf{a}^*(\theta) \mathbf{a}^T(\theta) d\theta \end{aligned}$$

β 為初始傳送權重向量 $\mathbf{w}_{d,i}$ 在傳送角度區間 S_i 內的總傳送能量。修改過後的權重向量 \mathbf{w} 除了要維持位於傳送角度區間的能量，同時必須考量到對於同一時間槽內其他用戶的干擾問題，對於造成其他用戶傳送角度區間的干擾可表示為

$$\begin{aligned} \rho_1^2 &= \sum_{j \in \psi_k, j \neq i} \frac{d_j}{S_{j,R} - S_{j,L}} \int_{S_{j,L}}^{S_{j,R}} \left| \mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w} \right|^2 d\theta \\ &= \mathbf{w}^H \left[\sum_{j \in \psi_k, j \neq i} \frac{d_j}{S_{j,R} - S_{j,L}} \int_{S_{j,L}}^{S_{j,R}} \mathbf{a}^*(\theta) \mathbf{a}^T(\theta) d\theta \right] \mathbf{w} \end{aligned} \quad (6.77)$$

其中 d_j 表示對於第 j 個用戶所造成的干擾權重因子，在此假定 d_j 為常數值。而

修改過後的權重向量 \mathbf{w} 對於沒有用戶使用的角度區間所傳送的總能量可表示為

$$\begin{aligned}\rho_2^2 &= \sum_{\text{otherwise}} \frac{b}{\bar{S}} \int |\mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w}|^2 d\theta \\ &= \mathbf{w}^H \left[\sum_{\text{otherwise}} \frac{b}{\bar{S}} \int \mathbf{a}^*(\theta) \mathbf{a}^T(\theta) d\theta \right] \mathbf{w}\end{aligned}\quad (6.78)$$

其中 b 表示權重因子、 \bar{S} 表示為沒有用戶使用的角度區間範圍。結合上述(6.77)和(6.78)式的結果可得到

$$\begin{aligned}\rho^2 &= \rho_1^2 + \rho_2^2 \\ &= \mathbf{w}^H \left[\sum_{j \in \psi_k, j \neq i} \frac{d_j}{S_{j,R} - S_{j,L}} \int_{S_{j,L}}^{S_{j,R}} \mathbf{a}^*(\theta) \mathbf{a}^T(\theta) d\theta + \sum_{\text{otherwise}} \frac{b}{\bar{S}} \int \mathbf{a}^*(\theta) \mathbf{a}^T(\theta) d\theta \right] \mathbf{w} \\ &= \mathbf{w}^H \mathbf{M}_2 \mathbf{w}\end{aligned}\quad (6.79)$$

新的傳送權重向量必須保留既有所欲傳送能量的角度區間，同時也要抑制對其他用戶所造成的干擾，則整個問題可表示為

$$\begin{aligned}\min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{M}_2 \mathbf{w} \\ \text{subject to} \quad & (\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i})^H \mathbf{M}_1 (\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i}) \leq \xi\end{aligned}\quad (6.80)$$

其中 ξ 表 e^2 能量誤差的臨界值。且為了要真正抑制干擾，權重因子 d_j 必須設定大於權重因子 b 。

進一步化簡此限制式問題，因 \mathbf{M}_1 為厄米特矩陣(Hermitian matrix)則 \mathbf{M}_1 可分解成 $\mathbf{M}_1 = \mathbf{\Gamma} \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma}^H$ ，其中 $\mathbf{\Gamma} = [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{e}_{M_t}]$ ， \mathbf{e}_k ($k = 1, 2, \dots, M_t$) 為 \mathbf{M}_1 的特徵向量， $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \cdots \quad \alpha_{M_t}\}$ ， α_k ($k = 1, 2, \dots, M_t$) 為相對於特徵向量 \mathbf{e}_k 的特徵值，且 $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \cdots \geq \alpha_{M_t}$ 。一個合理的假設為令 $(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i})^H \mathbf{M}_1 (\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i}) = 0$ ，則(6.80)的限制式條件可重新表示為

$$(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i})^H \mathbf{\Gamma} \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma}^H (\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i}) = 0 \quad (6.81)$$

繼續分解(6.81)式可以得到下面的結果

$$\sum_{k=1}^{M_t} \alpha_k \left| \left(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i} \right)^H \mathbf{e}_k \right|^2 = 0 \quad (6.82)$$

(6.82)式的解集合可表示為

$$\left(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i} \right)^H \mathbf{e}_k = 0, \quad k = 1, 2, \dots, M_t \quad (6.83)$$

根據能量誤差的臨界值 ξ 的大小，可以將上面 M_t 條線性限制式降低為 n_0 條 [33]，假設令 n_0 為滿足下式的最小整數值。

$$\%tr = \frac{\sum_{k=1}^{n_0} \alpha_k}{\sum_{k=1}^{M_t} \alpha_k} \times 100\% \quad (6.84)$$

其中 $\%tr$ 為系統設定參數。當 n_0 為滿足(6.84)式的最小整數值時，則(6.83)式的限制式條件降低為

$$\left(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i} \right)^H \mathbf{e}_k = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n_0 \quad (6.85)$$

則(6.80)的限制式條件可化簡為

$$\left(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i} \right)^H \mathbf{M}_1 \left(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i} \right) = \sum_{k=n_0+1}^{M_t} \alpha_k \left| \left(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i} \right)^H \mathbf{e}_k \right|^2 \quad (6.86)$$

利用柯西(Cauchy-Schwartz)不等式，上式可化簡成

$$\left(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i} \right)^H \mathbf{M}_1 \left(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i} \right) \leq \sum_{k=n_0+1}^{M_t} \alpha_k \left\| \mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i} \right\|^2 \quad (6.87)$$

記得一開始(6.80)式中的限制式條件為 $\left(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i} \right)^H \mathbf{M}_1 \left(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i} \right) \leq \xi$ ，所以只要 $\left\| \mathbf{w} - \mathbf{w}_{d,i} \right\|^2$ 不太大的情況下，(6.87)式可以確保有一個很小的值且滿足所給定的限制臨界值 ξ 。進一步對(6.85)式做處理可以得到

$$\mathbf{w}^H \mathbf{e}_k = \mathbf{w}_{d,i}^H \mathbf{e}_k, \quad k = 1, 2, \dots, n_0 \quad (6.88)$$

合併上式的結果可以得到

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}^H \mathbf{e}_1 & \mathbf{w}^H \mathbf{e}_2 & \cdots & \mathbf{w}^H \mathbf{e}_{n_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{d,i}^H \mathbf{e}_1 & \mathbf{w}_{d,i}^H \mathbf{e}_2 & \cdots & \mathbf{w}_{d,i}^H \mathbf{e}_{n_0} \end{bmatrix} \quad (6.89)$$

$$\mathbf{w}^H \mathbf{E} = \mathbf{g}^H \quad (6.90)$$

其中

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \cdots & \mathbf{e}_{n_0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{g}^H = \mathbf{w}_{d,i}^H \mathbf{E}$$

在(6.80)式中所描述的問題現在可以轉化成 LCMV[3]的問題，可表示如下

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{M}_2 \mathbf{w} \\ \text{subject to} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{E} = \mathbf{g}^H \end{aligned} \quad (6.91)$$

使用 Lagrange multiplier 解上面的問題，可以得到權重向量

$$\mathbf{w}_{o,i} = \mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{E} \left[\mathbf{E}^H \mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{E} \right]^{-1} \mathbf{g} \quad (6.92)$$

由於限定權重向量 $\|\mathbf{w}\|=1$ ，進一步對 $\mathbf{w}_{o,i}$ 做正規化可以得到修正過後的最佳化傳送權重向量為

$$\mathbf{w}_{opt,i} = \frac{\mathbf{w}_{o,i}}{\|\mathbf{w}_{o,i}\|} \quad (6.93)$$


步驟四：加入功率控制

由步驟二的時間槽排程中可以獲得每個時間槽內所排定的用戶代號，假定第 k 個時間槽內所排定的用戶數為 \tilde{Q}_k ，定義 c_{ji} 為該時間槽內第 j 個用戶的傳送信號對用戶 i 造成的干擾，可表示如下

$$c_{ji} = \mathbf{w}_j^H \mathbf{R}_i \mathbf{w}_j, \quad \forall i, j \in \psi_k \quad (6.94)$$

類似(6.71)式的做法，可以得到該時間槽內用戶的訊號干擾雜訊比為

$$SINR_i = \gamma_i = \frac{p_i c_{ii}}{\sum_{j=1, j \neq i}^{\tilde{Q}_k} p_j c_{ji} + n_i}, \quad i = 1, 2, \dots, \tilde{Q}_k \quad (6.95)$$

現在根據每個用戶的不同需求設定 $SINR_i$ 的最低限度值，將上面的(6.95)式合併為矩陣形式，可以表示為

$$\mathbf{Ap} = \mathbf{n} \quad (6.96)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} c_{11}\gamma_1^{-1} & -c_{21} & -c_{31} & \cdots & -c_{\tilde{Q}_k 1} \\ -c_{12} & c_{22}\gamma_2^{-1} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ -c_{1\tilde{Q}_k} & & & & c_{\tilde{Q}_k \tilde{Q}_k}\gamma_{\tilde{Q}_k}^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & \cdots & p_{\tilde{Q}_k} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_1 & n_2 & \cdots & n_{\tilde{Q}_k} \end{bmatrix}^T$$

則該時間槽用戶的最佳功率控制(power control)為

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{n} \quad (6.97)$$

步驟五：檢查是否符合最大傳送功率的限制

然而(6.97)式所得到的最佳功率控制必須符合單一時間槽總傳送功率的限
定值 p_{\max} ，所以傳送功率必須滿足下面的基本限制條件

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{\tilde{Q}_k} p_i \leq p_{\max} \\ p_i > 0, \quad i = 1, \dots, \tilde{Q}_k \end{cases} \quad (6.98)$$

如果未能符合功率限制的檢查，很顯然該時間槽的用戶排定會造成 $SINR_i$ 無
法達到最低要求的限度值，該時間槽必須被淨空而必須做重新排程的動作。反
之，時間槽內的所有用戶滿足功率控制的條件，則該單一時間槽排程是可執行的，
則系統可以使用由步驟(三)所得到的權重向量 $\mathbf{w}_{opt,i}$ 和步驟(四)所得到的傳送功
率 p_i 傳送信號，或是採用 4.5 節中所介紹的多重用戶傳送波束形成技巧，對傳送
權重向量做進一步的最佳化動作。

有別於使用通道矩陣做為排程考量的依據，在此利用了通道空間特徵結構的
特性找出最佳化的時間空間使用者組合。很顯然地所提出的方法並不需要重複遞
迴的運算動作，所以運算量能夠被大幅度的降低，且當用戶的通道矩陣特性為時

變性時，並不會因此降低整個演算法的效能和可靠度。本節最後為整個多重用戶時間槽排程演算法的流程。

多重用戶時間槽排程演算法

Step1: Evaluate angle interval S_i and transmit weight vector $\mathbf{w}_{d,i}$

(1) Define search interval $\Delta\theta$

(2) Seek the search interval $\Delta\theta$ with max power $\sum_{l_i} |h_{ave}(l_i)|^2$

(3) Define angle interval

$$S_i : [S_{i,L}, S_{i,R}] = \begin{cases} [\theta_{i,L}, \theta_{i,R}], & \theta_{i,R} - \theta_{i,L} \geq \frac{\Delta\theta}{2} \\ \left[\frac{\theta_{i,L} + \theta_{i,R}}{2} - \frac{\Delta\theta}{4}, \frac{\theta_{i,L} + \theta_{i,R}}{2} + \frac{\Delta\theta}{4} \right], & \text{otherwise} \end{cases}$$

(4) Evaluate transmit weight vector

$$\mathbf{w}_{d,i} = \arg \max_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \left[\sum_{l_i \in T_i} |h_{ave}(l_i)|^2 \mathbf{a}^*(\theta_{l_i}) \mathbf{a}^T(\theta_{l_i}) \right] \mathbf{w}$$

where

$$T_i = \{l_i \mid \theta_{l_i} \in S_i : [S_{i,L}, S_{i,R}]\}$$

Step2: Time slots scheduling

(1) Search $\min \psi_{k,\text{index}}$

(2) Search S_i with $\min S_{i,L}$

(3) If $\min S_{i,L} \geq \min \psi_{k,\text{index}}$

$$\{\psi_k\} = \{\psi_k\} + i$$

if $I_q < I_{\text{threshold}}$, $\forall q \in \psi_k$

$$\{\psi_k\} = \{\psi_k\} - i$$

go to (2)

end

$$\psi_{k,index} = S_{i,R}$$

$$\{\Omega\} = \{\Omega\} - i$$

Else

$$\{\Theta\} = \{\Theta\} + i$$

$$\{\Omega\} = \{\Omega\} - i$$

End

If $|\Omega| \neq 0$

go to (1)

Else

end scheduling

End

where leakage condition:

$$I_q = \frac{\mathbf{w}_{d,q}^H \mathbf{R}_q \mathbf{w}_{d,q}}{\sum_{j \in \psi_k, j \neq q} \mathbf{w}_{d,j}^H \mathbf{R}_q \mathbf{w}_{d,j} + n_q}, \quad \forall q \in \psi_k$$

$$\mathbf{R}_q = \sum_{l_q=0}^{L_q-1} |h_{ave}(l_q)|^2 \mathbf{a}^*(\theta_{l_q}) \mathbf{a}^T(\theta_{l_q})$$

Step3: Use LCMV method to modify $\mathbf{w}_{d,i}$

For $k = 1 : K$

for $i = 1 : \tilde{Q}_k$

(1) Evaluate \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2

$$\mathbf{M}_1 = \frac{1}{\beta} \int_{S_{i,L}}^{S_{i,R}} \mathbf{a}^*(\theta) \mathbf{a}^T(\theta) d\theta$$

where

$$\beta = \int_{S_{i,L}}^{S_{i,R}} |\mathbf{a}^T(\theta) \mathbf{w}_{d,i}|^2 d\theta$$

$$\mathbf{M}_2 = \sum_{j \in \psi_k, j \neq i} \frac{d_j}{S_{j,R} - S_{j,L}} \int_{S_{j,L}}^{S_{j,R}} \mathbf{a}^*(\theta) \mathbf{a}^T(\theta) d\theta + \sum_{otherwise} \frac{b}{S} \int \mathbf{a}^*(\theta) \mathbf{a}^T(\theta) d\theta$$

(2) Resolve $\mathbf{M}_1 = \Gamma \Lambda \Gamma^H$ and find $\mathbf{E} = [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_2 \quad \dots \quad \mathbf{e}_{n_0}]$

(3) Evaluate

$$\mathbf{w}_{o,i} = \mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{E} \left[\mathbf{E}^H \mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{E} \right]^{-1} \mathbf{g}$$

where

$$\mathbf{g}^H = \mathbf{w}_{d,i}^H \mathbf{E}$$

(4) Evaluate

$$\mathbf{w}_{opt,i} = \frac{\mathbf{w}_{o,i}}{\|\mathbf{w}_{o,i}\|}$$

end

End

Step4: Power control

For $k = 1 : K$

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{n}$$

where

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} c_{11}\gamma_1^{-1} & -c_{21} & -c_{31} & \cdots & -c_{\tilde{Q}_k 1} \\ -c_{12} & c_{22}\gamma_2^{-1} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ -c_{1\tilde{Q}_k} & & & & c_{\tilde{Q}_k \tilde{Q}_k} \gamma_{\tilde{Q}_k}^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p} = [p_1 \ p_2 \ \cdots \ p_{\tilde{Q}_k}]^T \quad \mathbf{n} = [n_1 \ n_2 \ \cdots \ n_{\tilde{Q}_k}]^T$$

End

Step5: Check power constraint condition

For $k = 1 : K$

$$\text{if } \sum_{i=1}^{\tilde{Q}_k} p_i \leq p_{\max} \text{ and } p_i > 0, \quad i = 1, \dots, \tilde{Q}_k$$

the time slot is scheduled

else

the time slot must be cleaned and rescheduled

end

End

6.5 所提出快速傅立葉轉換型接收端波束形成器

不同於 MRT, MRC 同時對傳送和接收權重向量做最佳化，將傳送和接收權重向量分離設計有下列主要的考量因素：

- I. 傳送波束形成的技巧往往需要接收端回授通道的資訊，然而當通道出現時變的特性時，因回授延遲產生的資訊過時(outdate)現象是無法避免的，這造成依據瞬時.instant)通道資訊所形成的傳送權重向量並不是最佳的設計方式，利用統計(statistic)通道資訊反而能達到較佳的效能。然而在接收端波束形成器的設計上，由於已知完整的通道資訊，且所處理的資料都是即時性的(real time)，所以適應性的更新權重技巧反而能夠有較好的效能表現。
- II. 由半相關的通道模型可以發現通道兩端的特性是截然不同的，傳送端有較佳的傳送角度特性，有利於以角度資訊為設計基礎的波束形成器。然而接收端經常位於高度散射和反射的環境下，造成路徑之間的相關度大幅降低，接收角度並沒有很好的方向性可言。
- III. 傳送波束形成講求提升傳送功率給用戶端，並且降低對其他用戶造成額外的干擾，並且能夠有效利用 SDMA 的觀念增加系統的通道容量。接收端波束形成器除了具有提升接收功率外，同時要能夠抑制來自其他鄰近細胞(cell)所造成的同頻干擾(cochannel interference)問題。此外有些接收端波束形成的技巧具有等化器(equalizer)功能，能夠直接解回原始的傳送資料，如 4.2 節中所提到的 post-FFT 型波束形成器。
- IV. 因傳送波束形成的技巧需要接收端回授通道的資訊，這會耗費不少的頻寬資源，在維持一定的效能下降低資訊回授量為主要的設計目標。對接收端而言並沒有上述的問題，設計上主要考量為效能的提升和硬體複雜度的降低。

考慮(6.4)式，當發射端所有的子載波使用相同的傳送權重向量 \mathbf{w}_t 且忽略 ICI 所造成的效果，則接收端第 k 個子載波上所接收到的信號向量可表示為

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_r(k) &\equiv \sum_{l=0}^{L-1} h_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{a}^T(\theta_l) e^{-j \frac{2\pi l k}{N}} \mathbf{w}_t X(k) + \mathbf{Z}_r(k) \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} h'_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) e^{-j \frac{2\pi l k}{N}} X(k) + \mathbf{Z}_r(k) \end{aligned} \quad (6.99)$$

其中 $h'_{ave}(l) = h_{ave}(l) \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_t$ 。在此假設每個子載波使用相同的能量傳送信號，

可表示為 $E[|X(k)|^2] = p$ 。現在假定鄰近細胞(cell)的基地台恰好使用相同的頻帶傳送信號，但由於功率控制不當造成原本基地台的用戶也會接收到此干擾信號。設 $X_I(k)$ 表示為干擾源在第 k 個子載波上所傳送的信號，且每個子載波傳送信號的能量設為 $E[|X_I(k)|^2] = p_I$ 。

為了分析上的方便在此假設干擾信號的最大路徑延遲不會超過循環字首長度。類似(6.99)式的推導過程，則加上干擾信號後所接收到的信號重新表示為

$$\mathbf{Y}_r(k) \cong \sum_{l=0}^{L-1} h'_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) e^{-j\frac{2\pi lk}{N}} X(k) + \sum_{\tilde{l}=0}^{\tilde{L}-1} g'_{ave}(\tilde{l}) \mathbf{d}_{ave}(\tilde{l}) e^{-j\frac{2\pi \tilde{l}k}{N}} X_I(k) + \mathbf{Z}_r(k) \quad (6.100)$$

其中 $g'_{ave}(\tilde{l})$ 、 $\mathbf{d}_{ave}(\tilde{l})$ 分別表示干擾信號的路徑群組等效路徑增益和組合簽名向量。從前面的探討中得知 $\mathbf{b}_{ave}(l)$ 、 $\mathbf{d}_{ave}(\tilde{l})$ 並沒有很好的方向性，這會造成以角度為設計基礎的波束形成器在效能上大幅度地被降低，例如前面4.1.1節所提到的切換波束式天線陣列。且當通道為時變時， $\mathbf{b}_{ave}(l)$ 、 $\mathbf{d}_{ave}(\tilde{l})$ 、 $h'_{ave}(l)$ 和 $g'_{ave}(\tilde{l})$ 隨著時間的改變會有不同的變化。就統計上而言，上述的參數會呈現隨機過程(random process)的機率特性，這造成以適應性演算法為基礎的波束形成器會出現無法達到收斂的情況。從上可以看出行動台(Mobile Station, MS)波束形成器在設計上會面臨相當多不利的因素，所以傳統上位於基地台接收端的波束形成器設計方式未必適用於行動台的設計。

本節中將提出兩種波束形成器架構，第一種為以低複雜度為設計考量的前置-快速傅立葉轉換型(Pre-FFT type)架構；另一種為利用遞迴最小平方(RLS)演算法和 DFT-Based 通道估測技巧一種混合式-FFT 型的波束形成器架構。

6.5.1 所提出低複雜度前置-快速傅立葉轉換型波束形成器

前置-快速傅立葉轉換(Pre-FFT type)型波束形成器其演算法是在時域上對

信號做處理，所以基本原理是採用一組複數的向量 \mathbf{w} 來調整權重值，經過接收端權重向量處理後的資料，必須做快速傅立葉轉換後才能在頻域上做通道等化的處理。所以前置-快速傅立葉轉換型波束形成器其最大的優點為低硬體複雜度。如前面4.1.1節所提，採用最大能量決定法則切換波束式的做法具有相當低的複雜度，在低干擾信號能量時能夠有效提升接收端的訊雜比，然而其最大的缺點在於若使用者信號的到達角度和干擾信號的到達角度差異很小時，切換波束式天線陣列無法有效區分使用者信號與干擾信號。從(6.100)式可以看出 $\mathbf{b}_{ave}(l)$ 和 $\mathbf{d}_{ave}(\tilde{l})$ 並沒有很好的方向特性，當干擾信號能量接近傳送信號能量時，此時與單天線接收狀況相同無法有效改善通訊品質。

切換波束式天線陣列其基本的操作如(4.1)式所述，當通道為非時變性時，基本上只需要做一次比較運算，之後在天線陣列所收到的資料都將使用此權重向量。然而當通道出現時變性時，(6.100)式中的 $\mathbf{b}_{ave}(l)$ 、 $\mathbf{d}_{ave}(\tilde{l})$ 、 $h'_{ave}(l)$ 和 $g'_{ave}(\tilde{l})$ 會隨著時間而改變，這會造成一開始所得到的權重向量並不會是最佳的結果，所以為了維持最佳的效能，系統必須不斷地去更新此權重向量。假設接收端為 M_r 根均勻間距線性陣列，根據(6.22)式的經驗法則，在角度頻譜上的主波束寬度近似為 $\Delta\theta \equiv \frac{180^\circ}{M_r}$ ，這表示最少需要 M_r 組事先預設好的接收權重向量。考慮一個採用 N 點離散傅立葉轉換(DFT)的系統，那麼從(4.1)式中可以看出每次權重更新需要 NM_r^2 次乘法運算量。雖然增加額外的固定切換波束(switted beam)可提升效能，但運算量也會大幅度地增加。

為了降低上述問題所造成的複雜度增加，在此提出一個低複雜度前置-快速傅立葉轉換型波束形成器，其架構如圖6.6所示。切換波束式波束形成器的權重向量基本上是藉由不同的 θ 所形成的陣列引導向量所構成，選擇最佳的權重向量等同於選擇最好的接收角度，所以只針對接收角度做適應性調整是合理的設計方向，然而當通道為時變時最佳接收角度也會隨著時間改變，也就是很難去預估接

收角度 θ 的變化走勢，因此如何選擇一個適當的演算法就成為設計的主要核心問題。

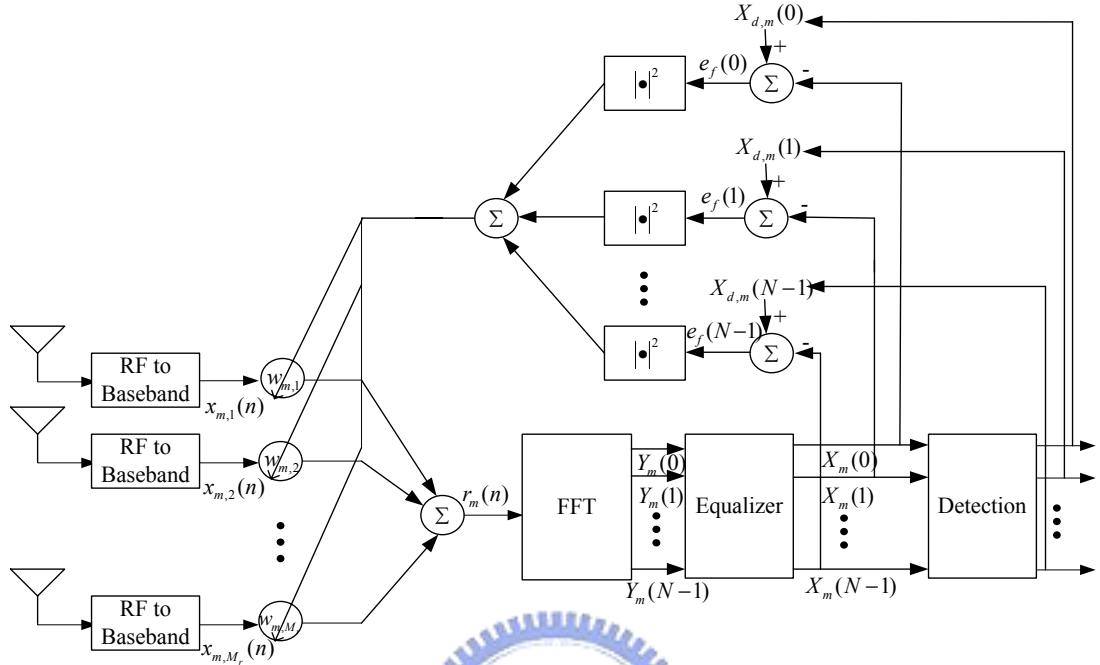


圖6.6 所提出低複雜度前置-快速傅立葉轉換型波束形成器架構

對於這種隨機變化性很高的問題，可以採用一種稱為線性隨機搜尋(linear random search, LRS)演算法。假設在某個時間點的權重向量可表示為 \mathbf{w} ，則更新過後新的權重向量為 \mathbf{w}_{new} ，那麼整個權重的更新(update)過程可表示如下 [34]：

步驟一：計算 $G(\mathbf{w})$ 和 $G(\mathbf{w} + \mathbf{u})$ 的數值大小。其中 \mathbf{u} 為隨機向量(random vector)、 $G(\cdot)$ 為以權重向量 \mathbf{w} 為輸入變數的函數。

步驟二：執行權重向量的更新動作，可表示如下

$$\mathbf{w}_{new} = \mathbf{w} + \mu \cdot [G(\mathbf{w}) - G(\mathbf{w} + \mathbf{u})] \cdot \mathbf{u} \quad (6.101)$$

其中 μ 為更新間距(step size)

步驟三：給定 $\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w}_{new}$ ，重新回到步驟一。

從上述的更新過程中可以看出，當 $|G(\mathbf{w}) - G(\mathbf{w} + \mathbf{u})|$ 差距越大時則權重更新變動會越大。然而LRS演算法的缺點為每次使用的隨機向量 \mathbf{u} 並不相同，當 \mathbf{u} 的維度增加時會造成效能大幅降低。

前面提到可以利用調整接收角度代替調整權重向量的方式，如此適應性演算法的空間維度將從複數 M_r 維向量變為實數純量，然後再利用LRS演算法的觀念更新接收角度，所提出的低複雜度Pre-FFT型波束形成器的權重更新方式可表示如下：

$$\theta(m+1) = \theta(m) + \mu \cdot \left(\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X_{d,m}(k) - X_m(k)|^2 \right) \cdot u(m+1) \quad (6.102)$$

$$u(m+1) = \begin{cases} +u(m), & \sum_{k=0}^{N-1} |X_{d,m-1}(k) - X_{m-1}(k)|^2 - \sum_{k=0}^{N-1} |X_{d,m}(k) - X_m(k)|^2 \geq 0 \\ -u(m), & \sum_{k=0}^{N-1} |X_{d,m-1}(k) - X_{m-1}(k)|^2 - \sum_{k=0}^{N-1} |X_{d,m}(k) - X_m(k)|^2 < 0 \end{cases} \quad (6.103)$$

其中

$$u(m) = \{+1, -1\}$$



(6.102)式做為接收角度值的更新，其中 $X_m(k)$ 、 $X_{d,m}(k)$ 分別表示第 m 個符元持續時間時，第 k 個子載波在等化器(equalizer)和偵測器(detector)上的輸出值。當原本傳送信號在經過等化器消除通道效應後，所得到的資料因信號受到雜訊和干擾的影響會在正確值附近呈現機率分佈的情形。假設目前所使用的權重向量能夠接收到較多信號能量且有效抑制干擾信號時， $X_m(k)$ 和正確原始信號之間的誤差會降低。假設經過偵測器輸出後的 $X_{d,m}(k)$ 為正確值， $X_{d,m}(k)$ 和 $X_m(k)$ 的平均誤差量可表示為 $\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X_{d,m}(k) - X_m(k)|^2$ 。當接收角度越靠近正確的角度時，平均誤差量會越小，則角度更新間距會逐漸的被降低；反之，當所猜測的角度遠離正確方向時，角度更新間距相對地將會被放大。

利用角度位於一維實數空間的特性，在LRS演算法中的隨機向量 \mathbf{u} 可以被降低為隨機變數 u ，在此 u 並不採用隨機的方式產生，原因在於接收角度在座標軸

上只有兩種方向的變化，即單位向量只有 $+1$ 、 -1 的情況，所以也可以使用適應性的技巧去更新角度變動的方向，而(6.103)式便是用做於角度變動方向的更新。其操作原理為，當猜測的方向正確時平均誤差量將會降低，那麼可以持續使用這個方向去趨近最佳角度；相反地，若所得到的結果和預期的相反，那麼目前角度變動的方向很有可能是錯誤的結果。

使用(6.102)和(6.103)式可以不斷地去更新接收角度的方向，當通道為非時變時接收角度將會收斂到一個穩定的角度值。若通道為時變時，藉由不斷地角度更新動作仍然可以維持一定的系統效能。最後將每次更新後所得到的角度轉換成接收權重向量，則每次更新後的權重向量可表示為

$$\mathbf{w}_{m+1} = \begin{bmatrix} w_{m+1,1}^* & w_{m+1,2}^* & \cdots & w_{m+1,M_r}^* \end{bmatrix}^T \quad (6.104)$$

其中

$$w_{m+1,s}^* = \frac{1}{\sqrt{M_r}} e^{j \cdot k_c \cdot (s-1) \cdot d_r \cdot \sin(\theta(m+1))}$$

為了加快收斂的時間，可以使用切換波束式的方式得到初始的權重向量 $\mathbf{w}_{initial}$ 。本小節的最後為整個所提出低複雜度Pre-FFT型波束形成器演算法的運作程序，其中 $\mathbf{x}_m(n) = [x_{m,1}(n) \ x_{m,2}(n) \ \cdots \ x_{m,M_r}(n)]^T$ 為第 m 個符元時間內接收端天線陣列在時間點 n 所收到的信號， $\mathbf{r}_m = [r_m(0) \ r_m(1) \ \cdots \ r_m(N-1)]^T$ 為經過權重向量處理後在時域上的信號， $\mathbf{Y}_m = [Y_m(0) \ Y_m(1) \ \cdots \ Y_m(N-1)]^T$ 表示經過離散傅立葉轉換後在頻域上所得到的信號值，在等化器中可以使用pilot子載波上的資料執行通道估測的動作。

所提出低複雜度 Pre-FFT 型波束形成器演算法

Initialization:

$$\mathbf{w}_{initial} = \arg \max_{\mathbf{w}(i)} \sum_{n=0}^{N-1} |\mathbf{w}^H(i) \mathbf{x}_{initial}(n)|^2$$

Adaptation:

Step1: FFT transformation

$$\mathbf{Y}_m = FFT \cdot \mathbf{r}_m$$

Step2: DFT-based channel estimation [35][36]

$$(1) \quad \hat{G}_m(p(k)) = \frac{Y_m(p(k))}{\hat{X}(p(k))}$$

where

$p(k)$: pilot subcarrier

M : pilot subcarrier spacing

$$(2) \quad \hat{h}_m(l) = \frac{1}{N/M} \sum_{k=0}^{\frac{N}{M}-1} \hat{G}_m(p(k)) e^{-j \frac{2\pi lk}{N/M}}$$

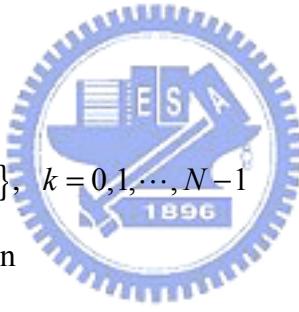
$$(3) \quad h_m(n) = \begin{cases} \hat{h}_m(l), & 0 \leq n \leq \frac{N}{M}-1 \\ 0, & \frac{N}{M} \leq n \leq N-1 \end{cases}$$

$$(4) \quad G_m(k) = \sum_{n=0}^{N-1} h_m(n) e^{-j \frac{2\pi nk}{N}}$$

$$(5) \quad X_m(k) = \frac{Y_m(k)}{G_m(k)}$$

Step3: Data detection

$$X_{d,m}(k) = slice\{X_m(k)\}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$



Step4: Weight vector adaptation

(1) Angle direction update:

$$u(m+1) = \begin{cases} +u(m), & \sum_{k=0}^{N-1} |X_{d,m-1}(k) - X_{m-1}(k)|^2 - \sum_{k=0}^{N-1} |X_{d,m}(k) - X_m(k)|^2 \geq 0 \\ -u(m), & \sum_{k=0}^{N-1} |X_{d,m-1}(k) - X_{m-1}(k)|^2 - \sum_{k=0}^{N-1} |X_{d,m}(k) - X_m(k)|^2 < 0 \end{cases}$$

where $u(m) = \{+1, -1\}$

(2) Angle update:

$$\theta(m+1) = \theta(m) + \mu \cdot \left(\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X_{d,m}(k) - X_m(k)|^2 \right) \cdot u(m+1)$$

where μ : step-size, u : angle direction

(3) Weight vector update:

$$\mathbf{W}_{m+1} = \begin{bmatrix} w_{m+1,1}^* & w_{m+1,2}^* & \cdots & w_{m+1,M_r}^* \end{bmatrix}^T$$

$$\text{where } w_{m+1,s}^* = \frac{1}{\sqrt{M_r}} e^{j \cdot k_c \cdot (s-1) \cdot d_r \cdot \sin(\theta(m+1))}$$

6.5.2 所提出混合式-快速傅立葉轉換型波束形成器

假設在複數 M_r 維向量空間建立一組正規化正交基底向量(orthonormal basis) $\mathbf{e}_i (i=1,2,\cdots,M_r)$ ，現在進一步對(6.100)式中的 $\mathbf{b}_{ave}(l)$ 、 $\mathbf{d}_{ave}(\tilde{l})$ 做分解，可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_r(k) &= \sum_{l=0}^{L-1} h'_{ave}(l) \left[\sum_{i=1}^{M_r} b_{l,i} \mathbf{e}_i \right] e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} X(k) \\ &+ \sum_{\tilde{l}=0}^{\tilde{L}-1} g'_{ave}(\tilde{l}) \left[\sum_{i=1}^{M_r} d_{\tilde{l},i} \mathbf{e}_i \right] e^{-j \frac{2\pi \tilde{l}k}{N}} X_I(k) + \left[\sum_{i=1}^{M_r} z_{k,i} \mathbf{e}_i \right] \end{aligned} \quad (6.105)$$

假設在每個 pilot 子載波上，利用已知的資料做為參考信號，應用前面所提到的適應性波束形成技術，如 LMS、RLS 演算法，則在第 k 個子載波上所得到的最佳化接收權重向量可表示為 $\mathbf{w}_{r,opt}(k)$ 。將 $\mathbf{w}_{r,opt}(k)$ 對正規化正交基底向量 \mathbf{e}_i 展開可以得到

$$\mathbf{w}_{r,opt}(k) = \sum_{i=1}^{M_r} c_{k,i} \mathbf{e}_i \quad (6.106)$$

其中 $c_{k,i}$ 為第 k 個子載波的最佳接收權重向量在基底向量 \mathbf{e}_i 的投影量。在此做一些近似的分析，在每個 pilot 子載波上的適應性演算法會試著找出最佳的權重向量得到最大訊號干擾雜訊比，假設此最佳化的權重向量和基底向量 \mathbf{e}_1 在向量空間中非常接近，則在每個子載波的最佳化權重向量可近似表示為

$$\mathbf{w}_{r,opt}(k) \approx c_{k,1} \mathbf{e}_1 \quad (6.107)$$

使用(6.107)式的近似結果，則經過最佳化接收權重向量 $\mathbf{w}_{r,opt}(k)$ 處理過後的信號可表示為

$$\begin{aligned} Y(k) &= \mathbf{w}_{r,opt}^H(k) \mathbf{Y}_r(k) \\ &\approx \sum_{l=0}^{L-1} h'_{ave}(l) \cdot c_{k,1}^* \cdot b_{l,1} e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} X(k) + \sum_{\tilde{l}=0}^{\tilde{L}-1} g'_{ave}(\tilde{l}) \cdot c_{k,1}^* \cdot d_{\tilde{l},1} e^{-j \frac{2\pi \tilde{l}k}{N}} X_I(k) + c_{k,1}^* \cdot z_{k,1} \end{aligned} \quad (6.108)$$

由於適應性演算法會試著找出有較小干擾信號能量分佈的子空間，也就是說干擾信號分佈在基底向量 \mathbf{e}_1 的能量會有較小的值，忽略此干擾信號和雜訊的能量，則(6.108)式可近似為

$$\begin{aligned} Y(k) &\equiv \sum_{l=0}^{L-1} h'_{ave}(l) \cdot c_{k,1}^* \cdot b_{l,1} e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} X(k) \\ &= \left[\sum_{l=0}^{L-1} h'_{ave}(l) b_{l,1} e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} \right] \cdot c_{k,1}^* \cdot X(k) \end{aligned} \quad (6.109)$$

回想 4.1.3 節中，適應性演算法的基本定義就是找出最佳權重向量使輸出信號和原始信號之間的平方誤差能降至最小的情況，利用這個觀念則原始信號 $X(k)$ 和輸出信號 $Y(k)$ 之間的平方誤差可表示為

$$\text{square error} = |X(k) - Y(k)|^2 = |X(k) - \mathbf{w}_r^H(k) \mathbf{Y}_r(k)|^2 \quad (6.110)$$

當平方誤差最小時，由(6.109)和(6.110)式可以得到下面的結果

$$c_{k,1} = \frac{1}{\sum_{l=0}^{L-1} h_{ave}^*(l) b_{l,1}^* e^{j \frac{2\pi lk}{N}}} \quad (6.111)$$

將(6.111)式的結果代入(6.107)可以得到

$$\mathbf{w}_{r,opt}(k) \equiv \frac{1}{\sum_{l=0}^{L-1} h_{ave}^*(l) b_{l,1}^* e^{j \frac{2\pi lk}{N}}} \mathbf{e}_1 \quad (6.112)$$

從上式可以看出 $\mathbf{w}_{r,opt}(k)$ 為變數 k 的向量函數，假設個別路徑群組其路徑增益有相近的能量分佈，當路徑群組路徑延遲時間增加，即 l 有相當大的值時，相鄰子載波間的權重向量並沒有線性函數的特性。所以 4.2.2 節中所提到的子載波群組化或子載波間的內插法將會完全失效，在 7.5 節中的模擬結果中將可以發現路徑群組的路徑延遲時間將會影響整個演算法的效能表現。

現在接著探討基底向量 \mathbf{e}_1 所代表的物理意義。假設通道為非時變時，則(6.100)式中 $\mathbf{Y}_r(k)$ 的平均自相關矩陣可表示為

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E \left[\mathbf{Y}_r(k) \mathbf{Y}_r^H(k) \right] &= p \sum_{l=0}^{L-1} |h'_{ave}(l)|^2 \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}^H(l) \\ &\quad + p_I \sum_{\tilde{l}=0}^{\tilde{L}-1} |g'_{ave}(\tilde{l})|^2 \mathbf{d}_{ave}(\tilde{l}) \mathbf{d}_{ave}^H(\tilde{l}) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{M_r} \end{aligned} \quad (6.113)$$

其中 σ_n^2 為雜訊能量。假設在接收端使用相同的權重向量 \mathbf{w}_r 且 $\|\mathbf{w}_r\| = 1$ ，則平均

訊號干擾雜訊比(SINR)可表示為

$$SINR_{ave} = \frac{\mathbf{w}_r^H \left[p \sum_{l=0}^{L-1} |h'_{ave}(l)|^2 \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}^H(l) \right] \mathbf{w}_r}{\mathbf{w}_r^H \left[p_I \sum_{\tilde{l}=0}^{\tilde{L}-1} |g'_{ave}(\tilde{l})|^2 \mathbf{d}_{ave}(\tilde{l}) \mathbf{d}_{ave}^H(\tilde{l}) \right] \mathbf{w}_r + \sigma_n^2} \quad (6.114)$$

則使接收端得到最大平均訊號干擾雜訊比的權重向量 $\mathbf{w}_{r,opt}$ 為

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{r,opt} &= \arg \max_{\|\mathbf{w}_r\| = 1} SINR_{ave} \\ &= \arg \max_{\|\mathbf{w}_r\| = 1} \frac{\mathbf{w}_r^H \mathbf{R}_d \mathbf{w}_r}{\mathbf{w}_r^H \mathbf{R}_I \mathbf{w}_r + \sigma_n^2} \\ &= \arg \max_{\|\mathbf{w}_r\| = 1} \frac{\mathbf{w}_r^H \mathbf{R}_d \mathbf{w}_r}{\mathbf{w}_r^H \mathbf{R}_I \mathbf{w}_r} \end{aligned} \quad (6.115)$$

其中 $\mathbf{R}_d = p \sum_{l=0}^{L-1} |h'_{ave}(l)|^2 \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}^H(l)$ 、 $\mathbf{R}_I = p_I \sum_{\tilde{l}=0}^{\tilde{L}-1} |g'_{ave}(\tilde{l})|^2 \mathbf{d}_{ave}(\tilde{l}) \mathbf{d}_{ave}^H(\tilde{l})$ 分別為原

始信號和干擾信號自相關矩陣。上面的問題即為求出最大訊號干擾比(max SIR)

的問題，所以權重向量 $\mathbf{w}_{r,opt}$ 為 (R_d, R_I) 的最大廣義特徵向量。如同上面對平均訊號干擾雜訊比的分析，對第 k 個子載波的訊號干擾雜訊比(SINR)可表示為

$$\begin{aligned} SINR_k &= E \left\{ \frac{\left| \mathbf{w}_r^H(k) \left[\sum_{l=0}^{L-1} h'_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} X(k) \right] \right|^2}{\left| \mathbf{w}_r^H(k) \left[\sum_{\tilde{l}=0}^{\tilde{L}-1} g'_{ave}(\tilde{l}) \mathbf{d}_{ave}(\tilde{l}) e^{-j \frac{2\pi \tilde{l}k}{N}} X_I(k) + \mathbf{Z}_r(k) \right] \right|^2} \right\} \\ &= \frac{p \cdot \mathbf{w}_r^H(k) \left[\sum_{l=0}^{L-1} h'_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} \right] \left[\sum_{l=0}^{L-1} h'_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} \right]^H \mathbf{w}_r(k)}{p_I \cdot \mathbf{w}_r^H(k) \left[\sum_{\tilde{l}=0}^{\tilde{L}-1} g'_{ave}(\tilde{l}) \mathbf{d}_{ave}(\tilde{l}) e^{-j \frac{2\pi \tilde{l}k}{N}} X_I(k) \right] \left[\sum_{\tilde{l}=0}^{\tilde{L}-1} g'_{ave}(\tilde{l}) \mathbf{d}_{ave}(\tilde{l}) e^{-j \frac{2\pi \tilde{l}k}{N}} X_I(k) \right]^H \mathbf{w}_r(k) + \sigma_n^2} \end{aligned} \quad (6.116)$$

從上式可以看出在不同子載波上的最佳接收權重向量 $\mathbf{w}_r(k)$ 並不相同，然而從機率統計上去做分析，假設各路徑群組之間 $h'_{ave}(l)\mathbf{b}_{ave}(l)$ ($l=0,1,\cdots,L$) 、 $g'_{ave}(\tilde{l})\mathbf{d}_{ave}(\tilde{l})$ ($\tilde{l}=0,1,\cdots,\tilde{L}$) 具有獨立分佈的特性，且路徑群組下子路徑間的角度擴展很大時，則(6.116)式可近似為

$$SINR_k \cong \frac{\mathbf{w}_r^H(k) \left[p \sum_{l=0}^{L-1} |h'_{ave}(l)|^2 \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}^H(l) \right] \mathbf{w}_r(k)}{\mathbf{w}_r^H(k) \left[p_I \sum_{\tilde{l}=0}^{\tilde{L}-1} |g'_{ave}(\tilde{l})|^2 \mathbf{d}_{ave}(\tilde{l}) \mathbf{d}_{ave}^H(\tilde{l}) \right] \mathbf{w}_r(k) + \sigma_n^2} \quad (6.117)$$

從適應性演算法的觀點來看，由於最後收斂的權重向量即為使訊號干擾雜訊比(SINR)最大化的權重向量，利用上述這個觀念使用(6.107)式 $\mathbf{w}_{r,opt}(k)$ 的近似解代入(6.117)式，可以得到

$$\max SINR_k \cong \frac{c_{k,1}^* \mathbf{e}_1^H \left[p \sum_{l=0}^{L-1} |h'_{ave}(l)|^2 \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}^H(l) \right] c_{k,1} \mathbf{e}_1}{c_{k,1}^* \mathbf{e}_1^H \left[p_I \sum_{\tilde{l}=0}^{\tilde{L}-1} |g'_{ave}(\tilde{l})|^2 \mathbf{d}_{ave}(\tilde{l}) \mathbf{d}_{ave}^H(\tilde{l}) \right] c_{k,1} \mathbf{e}_1 + \sigma_n^2} \quad (6.118)$$

假設雜訊能量 σ_n^2 很小時，則(6.118)式可化簡為

$$\begin{aligned} \max SINR_k &\cong \frac{\mathbf{e}_1^H \left[p \sum_{l=0}^{L-1} |h'_{ave}(l)|^2 \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}^H(l) \right] \mathbf{e}_1}{\mathbf{e}_1^H \left[p_I \sum_{\tilde{l}=0}^{\tilde{L}-1} |g'_{ave}(\tilde{l})|^2 \mathbf{d}_{ave}(\tilde{l}) \mathbf{d}_{ave}^H(\tilde{l}) \right] \mathbf{e}_1} \\ &= \frac{\mathbf{e}_1^H \mathbf{R}_d \mathbf{e}_1}{\mathbf{e}_1^H \mathbf{R}_I \mathbf{e}_1} \end{aligned} \quad (6.119)$$

比較(6.115)和(6.119)式，可以得到

$$\mathbf{w}_{r,opt} = \mathbf{e}_1 \quad (6.120)$$

從上面的分析可以看出，基底向量 \mathbf{e}_1 即為使接收端得到最大平均訊號干擾雜訊比(SINR)的正規化權重向量 $\mathbf{w}_{r,opt}$ 。

利用上述所討論的結果，提出一種類似 Post-FFT 在頻域上做接收權重向量的最佳化，然而使用在 Pre-FFT 中的等化器去還原通道所造成的效應，在此稱為

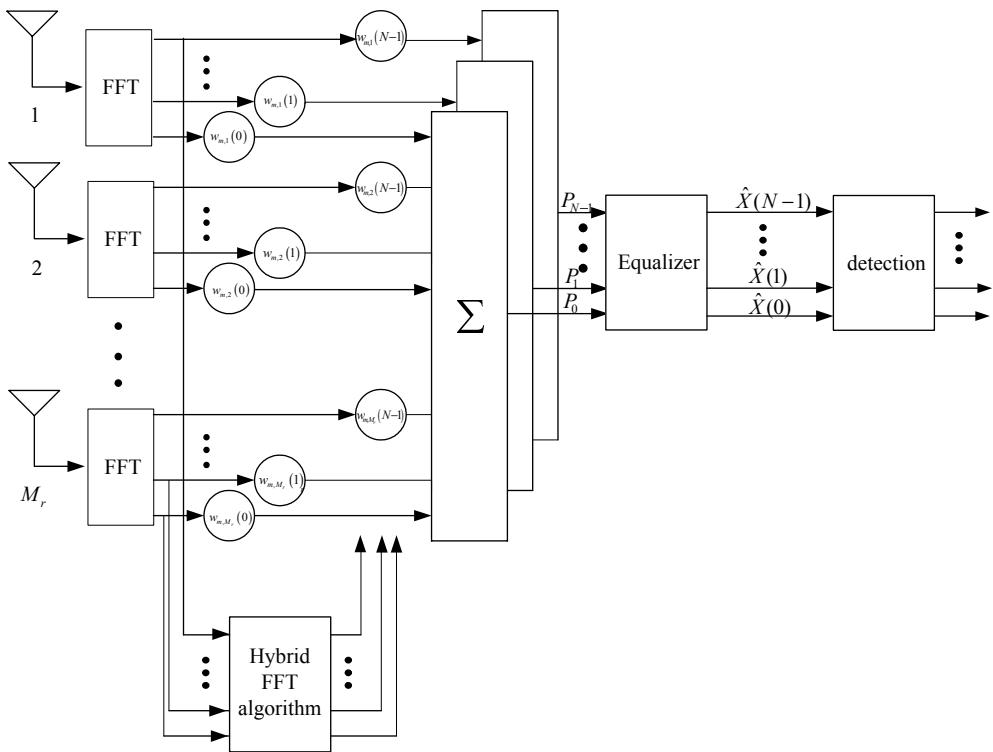


圖 6.7 所提出 Hybrid-FFT 型波束形成器

混合式-FFT型(Hybrid-FFT type)波束形成器。整個硬體架構如圖 6.7 所示。

利用在 pilot 子載波上的已知信號 $X(p(k))$ ($k = 0, 1, \dots, \frac{N}{M} - 1$)，其中 M 為 pilot 子載波的間隔距離，使用 RLS 演算法可以得到在第 m 個符元時間點上每個 pilot 子載波的最佳接收權重向量，可表示為

$$\mathbf{w}_m(p(k)) = \begin{bmatrix} w_{m,1}^*(p(k)) & w_{m,2}^*(p(k)) & \dots & w_{m,M_r}^*(p(k)) \end{bmatrix}^T \quad (6.121)$$

現在試著將 $\mathbf{w}_m(p(k))$ 轉換成基底向量 \mathbf{e}_1 ，由(6.107)式可以看出 $\mathbf{w}_m(p(k))$ 會有一個複數量 $c_{k,1}$ ，所以必須先消除 $c_{k,1}$ 所造成的效應。一個簡單的做法為將所有權重向量 $\mathbf{w}_m(p(k))$ 第一個元素的值設定為 1，如下所示

$$\mathbf{w}'_m(p(k)) = \frac{\mathbf{w}_m(p(k))}{w_{m1}^*(p(k))} \quad (6.122)$$

接著將上述除權後的權重向量 $\mathbf{w}'_m(p(k))$ 做正規化的動作，可表示為

$$\mathbf{w}_m''(p(k)) = \frac{\mathbf{w}_m'(p(k))}{\|\mathbf{w}_m'(p(k))\|} \quad (6.123)$$

從(6.106)式中可以看出，最佳化的權重向量 $\mathbf{w}_m(p(k))$ 除了原本在 \mathbf{e}_1 上的能量外，還包含了在其他基底向量上的能量，這造成由(6.123)式所得到的權重向量 $\mathbf{w}_m''(p(k))$ 和基底向量 \mathbf{e}_1 間會有很大的誤差量。藉由將所有 pilot 子載波上所得到的正規化權重向量 $\mathbf{w}_m''(p(k))$ 做平均的動作，可以彌平如此的誤差量，如下所示

$$\hat{\mathbf{w}}_{r,m} = \frac{1}{N/M} \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{w}_m''(p(k)) \quad (6.124)$$

所得到的權重向量 $\hat{\mathbf{w}}_{r,m}$ 即為基底向量 \mathbf{e}_1 的估測值，使用此權重向量去抑制干擾則輸出的結果可表示為

$$\begin{aligned} Y(k) &= (\hat{\mathbf{w}}_{r,m})^H \mathbf{Y}_r(k) \\ &= \hat{\mathbf{e}}_1^H \mathbf{Y}_r(k) \\ &= \hat{\mathbf{e}}_1^H \left\{ \sum_{l=0}^{L-1} h'_{ave}(l) \left[\sum_{i=1}^{Mr} b_{l,i} \mathbf{e}_i \right] e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} X(k) + \sum_{\tilde{l}=0}^{\tilde{L}-1} g'_{ave}(\tilde{l}) \left[\sum_{i=1}^{Mr} d_{\tilde{l},i} \mathbf{e}_i \right] e^{-j \frac{2\pi \tilde{l}k}{N}} X_I(k) + \left[\sum_{i=1}^{Mr} z_{k,i} \mathbf{e}_i \right] \right\} \\ &\approx \sum_{l=0}^{L-1} h'_{ave}(l) b_{l,1} e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} X(k) + \sum_{\tilde{l}=0}^{\tilde{L}-1} g'_{ave}(\tilde{l}) d_{\tilde{l},1} e^{-j \frac{2\pi \tilde{l}k}{N}} X_I(k) + z_{k,1} \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} h''_{ave}(l) e^{-j \frac{2\pi lk}{N}} X(k) + n_k \end{aligned} \quad (6.125)$$

從上式可以看出通道的效應仍然存在，所以最後還必須使用等化器去等化還原通道所造成的效應。下面為所提出的 hybrid-FFT 型波束形成器演算法。

所提出 hybrid-FFT 型波束形成器演算法

Step1: Execute RLS operation to acquire $\mathbf{w}_m(p(k))$ for pilot subcarriers [10]

$$\mathbf{w}_m(p(k)) = [w_{m,1}^*(p(k)) \quad w_{m,2}^*(p(k)) \quad \cdots \quad w_{m,M_r}^*(p(k))]^T$$

where

$p(k)$: pilot position

m : symbol time index

Step2: Acquire practical weight vector $\hat{\mathbf{w}}_{r,m}$

(1) Remove path gain

$$\mathbf{w}'_m(p(k)) = \frac{\mathbf{w}_m(p(k))}{w_{m,1}^*(p(k))}$$

(2) Normalize weight vector

$$\mathbf{w}''_m(p(k)) = \frac{\mathbf{w}'_m(p(k))}{\|\mathbf{w}'_m(p(k))\|}$$

(3) Execute average operation for all weight vectors in pilot position

$$\hat{\mathbf{w}}_{r,m} = \frac{1}{N/M} \sum_{k=0}^{\frac{N}{M}-1} \mathbf{w}''_m(p(k))$$

Step3: DFT-based channel estimation [35] [36]



第七章 效能和複雜度的分析

7.1 所提出路徑群組等效傳送角度的模擬分析

一個空間特徵結構主要由路徑群組的等效傳送角度、等效路徑增益和組合簽名向量所構成，其中各路徑群組的等效傳送角度是影響傳送波束形成設計最重要的考量參數之一。本節將分別在時變和非時變的通道下，探討子路徑間的傳送角度擴展對於路徑群組等效傳送角度的估測所造成的影響性。

基本的模擬參數可區分為系統參數、天線陣列參數和空間通道參數，分別列於表 7.1、表 7.2 和表 7.3 中。

表 7.1 系統參數設定

Center frequency	2.54GHz
Signal bandwidth	3.5MHz
FFT length	256
Symbol duration	73.14 μ s
Subcarrier spacing	13.67KHz
CP length	64
Number of pilot subcarriers	64
Number of data subcarriers	192
modulation	QPSK
Channel coding	No

表 7.2 天線陣列參數設定

Antenna array	ULA
Number of antennas at BS	4
Number of antennas at MS	4
Antenna spacing at BS	$\frac{\lambda_c}{2}$
Antenna spacing at MS	$\frac{\lambda_c}{2}$

表 7.3 空間通道參數設定

DOD of clusters at BS	Uniformly distributed
DOA of clusters at MS	Uniformly distributed
Angle spread of subpaths at BS	2° or 5°
Angle spread of subpaths at MS	35°
Number of clusters	6
Number of subpaths in one cluster	20

- 在非時變通道下，路徑群組下子路徑間的傳送角度擴展(angle spread, AS)對於路徑群組等效傳送角度(direction of departure, DOD)估測所造成的影響性：

在四個連續的符元持續時間內，分別使用不同的探測權重向量估測空間特徵結構通道矩陣，並設定子載波上探測信號的間距為 $q = 2$ ，如(6.8)式所示。各路徑群組子路徑間在接收端的角度擴展係數設定為 35° ，比較在傳送端子路徑間的角度擴展分別為 2° 和 5° 時，對路徑群組等效傳送角度估測所造成的影響。各子路

徑對路徑群組幾何中心的 DOD 和 DOA 偏移量可參考表 5.1。

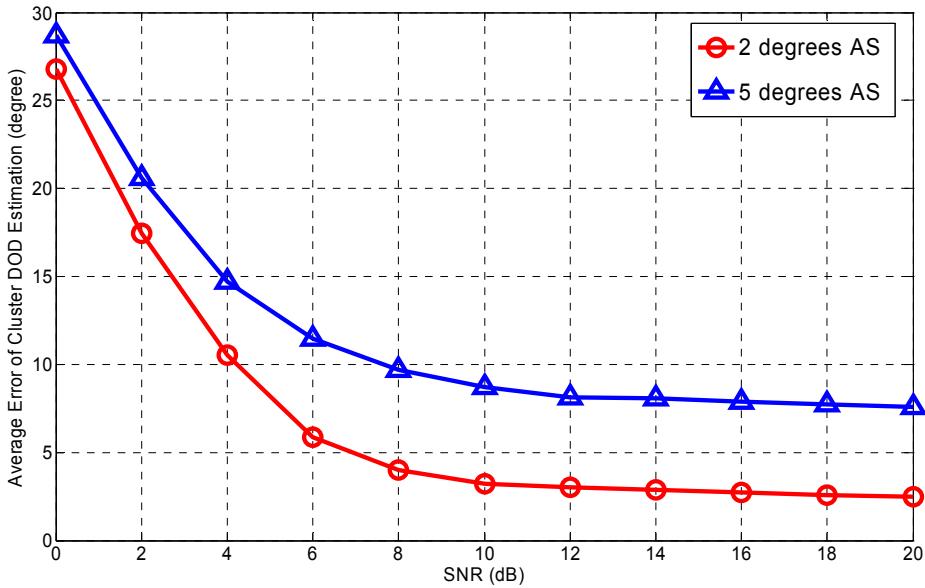


圖 7.1 在非時變通道下，子路徑間的傳送角度擴展對路徑群組等效傳送角度估測所造成的影响性。



從圖 7.1 中，當訊雜比降低至 10dB 以下時，角度估測的誤差量會開始大幅度地增加，這是由於整個傳送角度的估測是利用路徑群組等效路徑增益 $h_{ave}(l)$ 的改變量做為依據，隨著雜訊能量的增加所估測出的等效路徑增益其誤差值也會隨著增加，這造成低訊雜比的情況下，所提出的路徑群組等效傳送角度估測法將無法正常運作。

從圖中可以發現當子路徑的傳送角度偏移量增加時，會造成路徑群組實際的等效傳送角度會和子路徑傳送角度的幾何中心間有一平均誤差量，所以即使在很高的訊雜比下，仍會出現誤差持平化(error floor)的現象。而另一個微小的誤差量來自於角度量化的結果，這是由於傳送角度的估測是利用查表法的緣故，在此用於比對的角度被量化至整數單位。

- 在時變通道下，路徑群組下子路徑間的傳送角度擴展對於路徑群組等效傳送角度的估測所造成影響性：

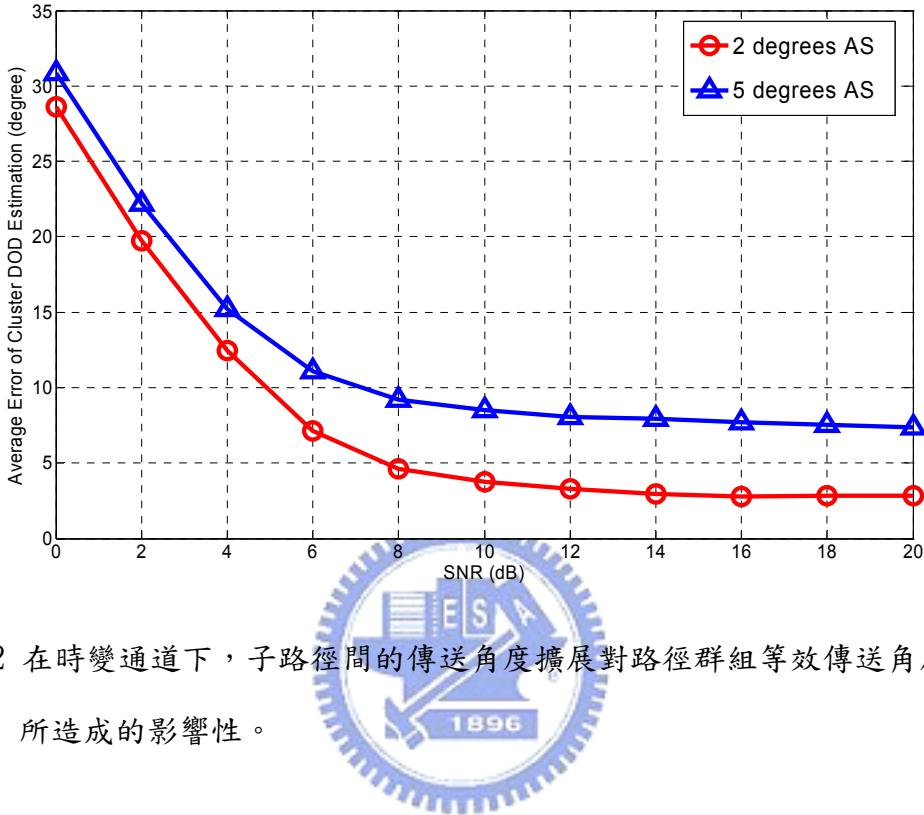


圖 7.2 在時變通道下，子路徑間的傳送角度擴展對路徑群組等效傳送角度估測所造成影響性。

使用如圖 7.1 相同的模擬環境但通道改為時變通道，在此正規化都卜勒頻率 f_{nd} 設定為 0.1651。從圖 7.2 中可知，在時變和非時變通道下有近似的估測值，顯示所提出路徑群組等效傳送角度估測法並不會受到通道時變效應的影響。

- 在時變通道下，載波間干擾(intercarrier interference, ICI)效應對於路徑群組等效傳送角度估測所造成影響性：

固定接收端的訊雜比為 20dB，各路徑群組下子路徑間在傳送端和接收端的角度擴展分別為 2° 和 35° 。設定不同的探測信號子載波間距分別為 $q=1$ 和 $q=2$ ，則其在路徑群組等效傳送角度估測所造成影響如圖 7.3 所示。

當正規化都卜勒頻率 f_{nd} 增加時，載波間干擾效應所造成路徑群組等效傳送角度的估測誤差也會隨著增加，然而其影響效應並不會造成很大的誤差量，當 f_{nd} 從 0 增至 0.2 時，僅造成不到 0.5 度的角度誤差量。增加探測信號子載波間距離雖然可降低載波間干擾，然而這減少實際上可使用的探測信號子載波數，這意味著能用來估測路徑群組等效傳送角度的自由度將會降低，所以改變探測信號子載波間距並不會對效能有很大的改善性。

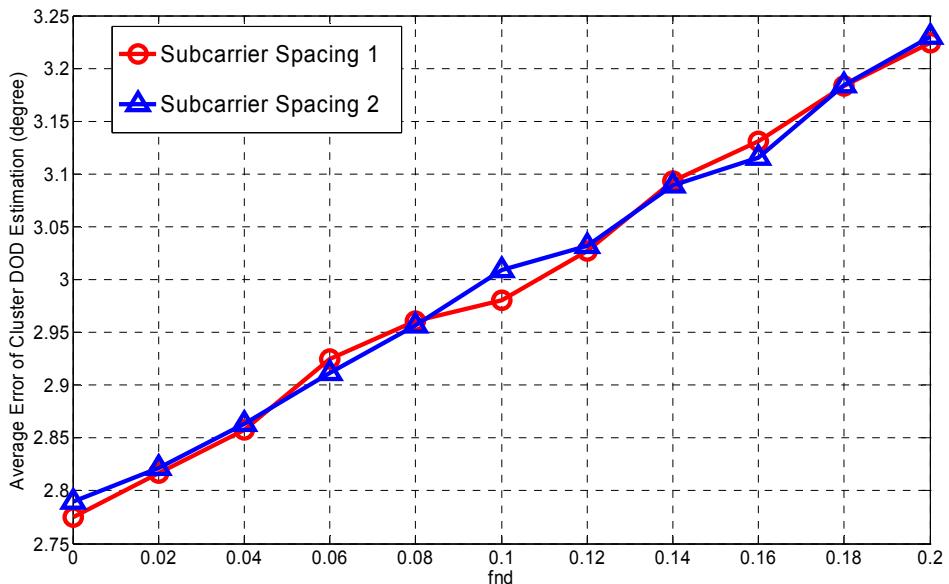


圖 7.3 在時變通道下，載波間干擾效應對於路徑群組等效傳送角度的估測所造成的影响性。

從上述的分析中可以看出，訊雜比是造成路徑群組等效傳送角度估測誤差最重要的因素，然而一個本質上無法改善的誤差量來自於路徑群組下子路徑間的角度擴展現象，從 2° 到 5° 的角度擴展所造成額外的估測誤差量大約 5 度的角度範圍。在 5.2 節通道模型的探討中，高角度擴展表示路徑呈現高度的散射和反射，此時路徑並沒有很好的方向特性，這對於採用以角度為設計基礎的波束形成器，會大幅度地降低整個系統的效能。

7.2 在時變和非時變通道情況下，傳送權重向量最佳化的模擬分析

傳送波束形成技術是利用接收端所回授的通道狀態資訊(CSI)產生最佳化傳送權重向量，藉此提升接收訊雜比增加系統的通道容量。然而有三個關鍵的問題會影響如此的傳送策略，第一個要面臨的問題為如何正確地估測 CSI 矩陣。第二個問題為當通道為時變通道時，如何克服因回授延遲(feedback delay)和處理延遲(processing delay)所造成的資訊過時(outdate)問題。第三個問題為在有限回授量的限制下，如何傳回適當的通道資訊。下面將針對時變和非時變的通道狀態做模擬分析。

7.2.1 在非時變通道下，傳送波束形成技術的模擬分析



- 在非時變通道路徑群組較少的情況下，各種傳送波束形成技巧在效能上的比較：

考慮路徑群組數較少時的通道情況，設定群組路徑數為 3 組，下面為所使用的傳送波束形成策略。

(1) Spatial Eigenstructure：

先估測出空間特徵結構 $\mathbf{H}(l) = h_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{a}^T(\theta_l) \quad (l = 0, 1, \dots, L-1)$ ，再

使用 6.2.2 節中所提到的遞迴方式找出最佳化傳送和接收權重向量。

(2) MRTMRC Eigenstructure-CSI：

先估測出空間特徵結構 $\mathbf{H}(l) \quad (l = 0, 1, \dots, L-1)$ ，再轉換為 CSI 通道矩陣

$\sum_{l=0}^{L-1} h_{ave}(l) \mathbf{b}_{ave}(l) \mathbf{a}^T(\theta_l) e^{-j \frac{2\pi l k}{N}} \quad (k = 0, 1, \dots, N-1)$ ，利用最大比例傳輸最大比例

接收(MRT, MRC)的方式，找出最佳化傳送和接收權重向量。

(3) MRTMRC Perfect-CSI：

假設所使用的通道狀態資訊為完美已知的情況，利用 MRT, MRC 的方法找出最佳化傳送和接收權重向量。

(4) MRTMRC Nonperfect-CSI：

假設所使用的通道狀態資訊(CSI)為利用相鄰子載波相近的特性，將相鄰四個子載波上的通道視為相同，使用最小平方(LS)誤差法所估測得到，再利用 MRT, MRC 的方法找出最佳化傳送和接收權重向量。

(5) SISO：不使用任何多天線技術。

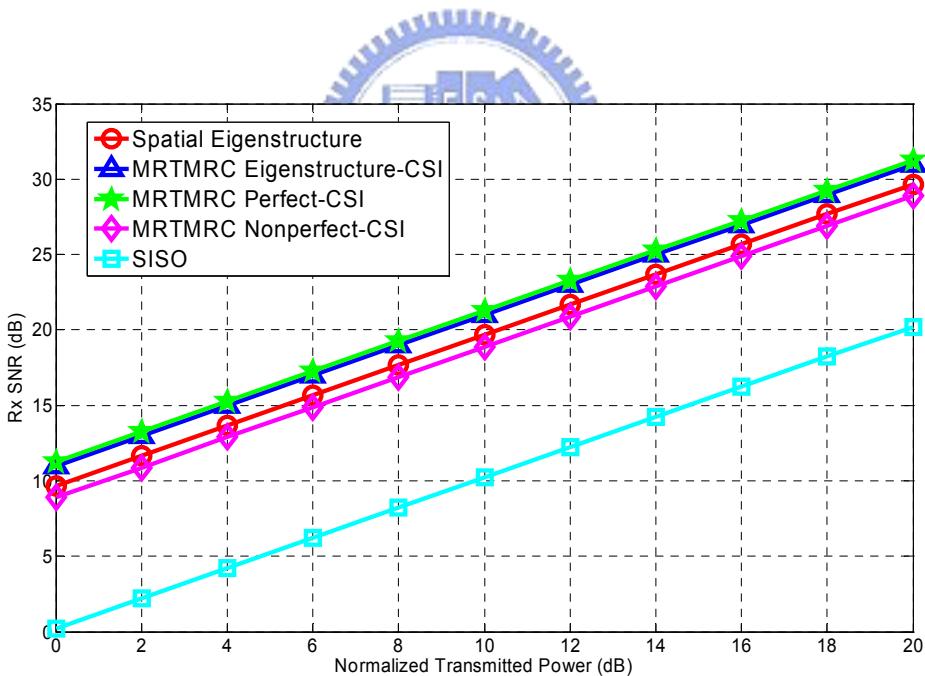


圖 7.4 非時變通道下路徑群組較少時，各種傳送波束形成技巧在效能上的比較。

在執行通道估測時設定接收端雜訊干擾的效應為零，回授延遲時間為 10 個符元時間。圖 7.4 為使用各種傳送策略所得到的接收端訊雜比，在傳送信號期間固定雜訊能量為 0dB。可以看出當通道被正確估測出時，MRT, MRC 的方法可以使

接收端得到最大的接收能量，然而其最大的缺點為回授每個子載波的 CSI 會浪費很大的頻寬資源。對於使用空間特徵結構的方式雖然會降低系統的效能，但所需的回授量卻可以大幅地被降低。

另外值得注意的一點，MRTMRC Nonperfect-CSI 所使用的通道估測方式可能會造成所估測出的通道不正確，可以看出即使在每個子載波上使用最佳的波束形成技巧，依然會對系統的效能造成很大的影響。

- 在非時變通道路徑群組較多的情況下，各種傳送波束形成技巧在效能上的比較：

現在考慮路徑群組數較多時的通道情況，設定路徑群組數為 6 組。所得到的結果類似於圖 7.4 的模擬情況。然而路徑群組的增加使得通道更加凌亂，能量的方向集中性會隨之降低，造成所有波束形成技巧在效能上會不如路徑群組數較少時的通道情況。

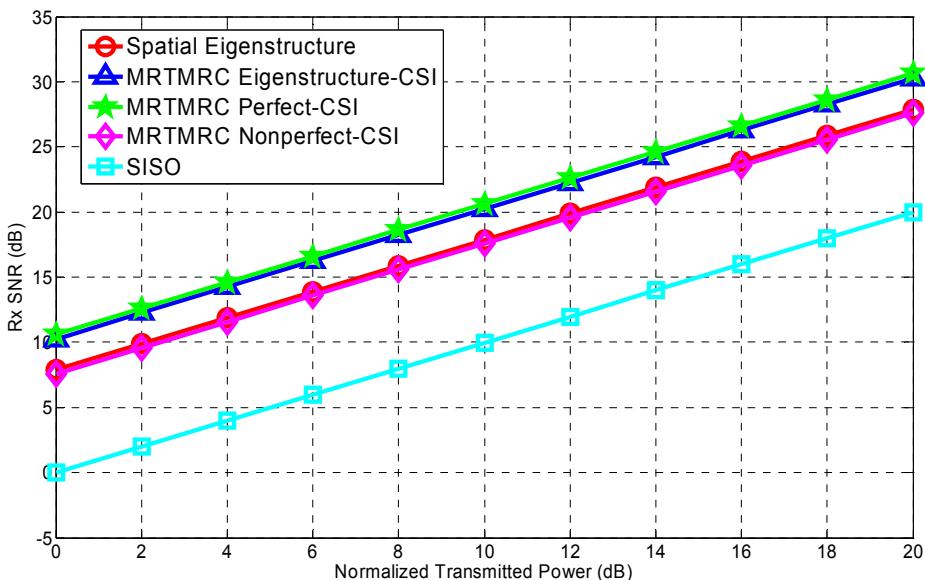


圖 7.5 非時變通道下路徑群組較多時，各種傳送波束形成技巧在效能上的比較。

7.2.2 在時變通道下，傳送波束形成技術的模擬分析

- 在時變通道($f_{nd} = 0.021$)路徑群組較少(路徑群組數為3組)的情況下，各種傳送波束形成技巧在效能上的比較：

(1) Spatial Eigenstructure-1：

先估測出空間特徵結構 $\mathbf{H}(l) = h_{ave}(l)\mathbf{b}_{ave}(l)\mathbf{a}^T(\theta_l)$ ($l = 0, 1, \dots, L-1$)，再使用 $\mathbf{w}_t = \arg \max_{\mathbf{w}_t} \sum_{l=0}^{L-1} \|h_{ave}(l)\mathbf{b}_{ave}(l)\mathbf{a}^T(\theta_l)\mathbf{w}_t\|^2$ 找出最佳化傳送權重向量。接收端在每個符元時間中使用切換波束式的方式找出最佳化接收權重向量。

(2) Spatial Eigenstructure-2：

如同 Spatial Eigenstructure-1 的做法，但最佳化傳送權重向量改用 $\mathbf{w}_t = \arg \max_{\mathbf{w}_t} \sum_{l=0}^{L-1} |h_{ave}(l)\mathbf{a}^T(\theta_l)\mathbf{w}_t|^2$ 求出。

(3) MRTMRC Perfect-CSI：

所回授的通道狀態資訊為完美已知且無回授延遲的情況，利用 MRT, MRC 的方式找出最佳化傳送和接收權重向量。

(4) MRTMRC Delay-CSI：

所回授的通道狀態資訊為完美已知的情況，利用 MRT, MRC 的方式找出最佳化傳送和接收權重向量，並以此做為後續資料的傳送和接收權重向量。

(5) MRTMRC Nonperfect-CSI：

如同 MRTMRC Delay-CSI 的做法，但所使用的通道狀態資訊是利用相鄰子載波相近的特性，將相鄰四個子載波上的通道視為相同，使用最小平方誤差法所估測得到。

(6) SISO：不使用任何多天線技術。

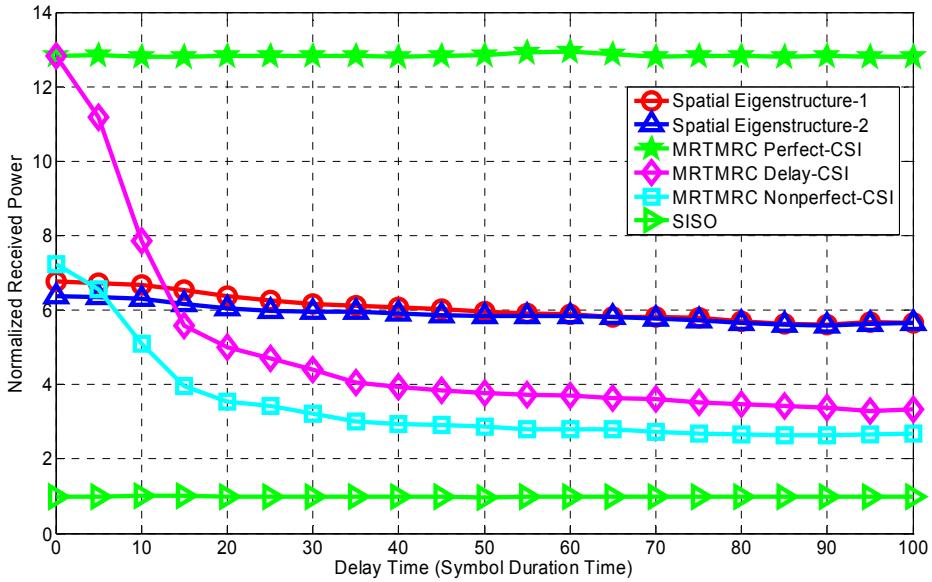


圖 7.6 時變通道下($f_{nd} = 0.021$)路徑群組數為 3 組，各種傳送波束形成技巧在效能上的比較。

因為受到回授延遲效應的影響，造成傳送端必須使用過時的 CSI 通道矩陣做為傳送權重向量的估測。當通道為穩定狀態時，這並不會對系統產生任何影響，然而當通道出現時變的特性時，過時資訊會降低系統相當大的效能。採用通道空間特徵結構為設計基礎的做法，雖然在非時變通道的情況下，整體效能上可能遠不如使用 CSI 通道矩陣，然而在時變通道下，它能維持系統一定的接收功率。從圖 7.6 可以看出當延遲時間超過 20 個符元時間後，使用過時的 CSI 造成所接收到的功率被大幅度地降低。

- 在時變通道($f_{nd} = 0.083$)路徑群組較少(路徑群組數為 3 組)的情況下，各種傳送波束形成技巧在效能上的比較：

如同圖 7.6 的模擬條件但提高正規化都卜勒頻率，模擬結果如圖 7.7 所示。當通道為快速衰減(fast fading)通道時，因 CSI 過時所造成的效能降低更加明

顯。

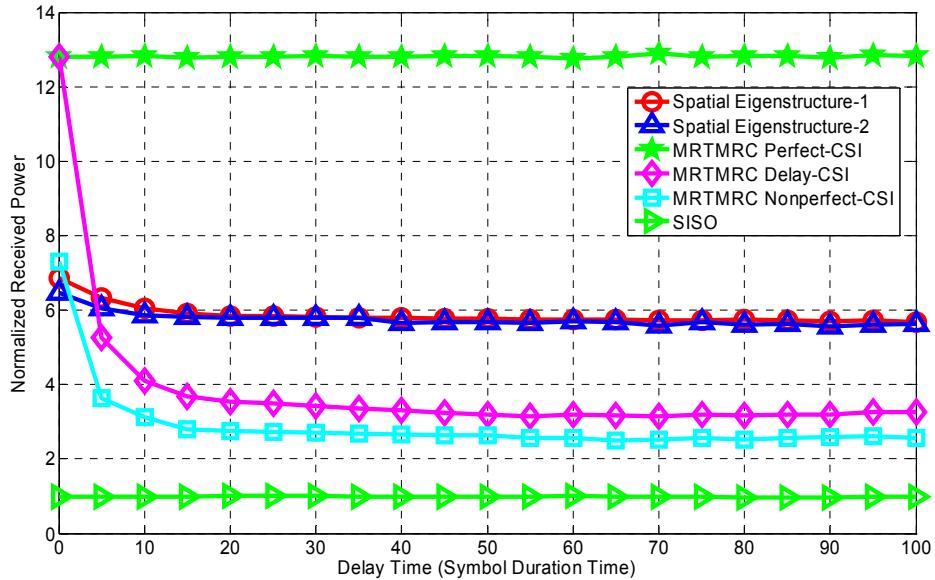


圖 7.7 時變通道下($f_{nd} = 0.083$)路徑群組數為 3 組，各種傳送波束形成技巧在效能上的比較。



- 在時變通道下路徑群組較多(路徑群組數為 6 組)的情況下，各種傳送波束形成技巧在效能上的比較：

現在增加群組路徑數為 6 組，並且分別針對 $f_{nd} = 0.021$ 和 $f_{nd} = 0.083$ 的情況做模擬分析，所得到的結果分別為圖 7.8 和圖 7.9。

因路徑群組數的增加通道會更加凌亂，造成以波束形成技術的多天線系統在效能上明顯地降低。除了上述路徑群組數對整體系統的影響外，因回授延遲所造成的資訊過時效應和前面模擬的結果大致相同。

從前面的探討中可以發現一個有趣的現象，本質上空間特徵結構其實類似統計型通道(statistic channel)模型，因為類似由時間上平均所獲得的結果，所以對於時變通道有較佳的抗性。然而 CSI 是屬於瞬時通道，除了空間上的效應外還包含了時間因子，所以對於時變通道的抗性較差。

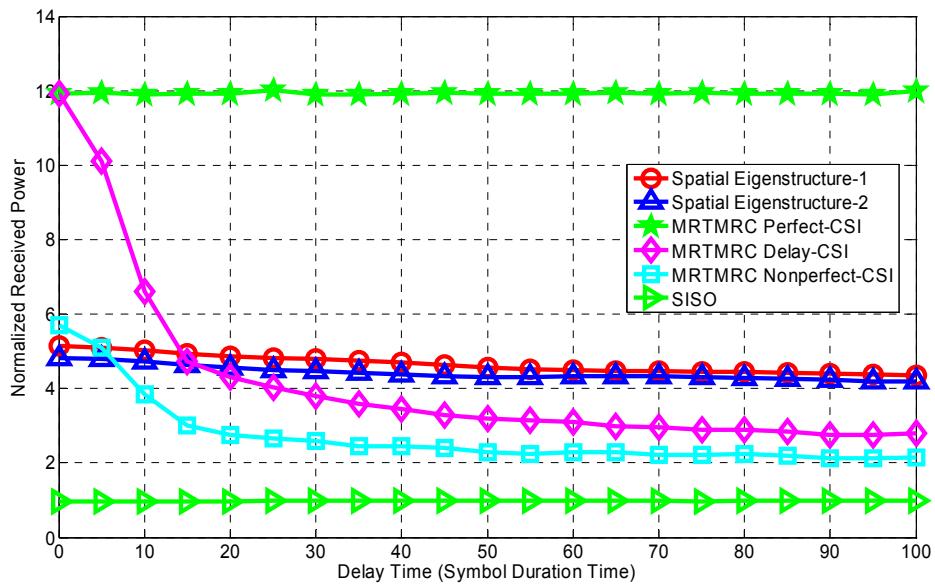


圖 7.8 時變通道下($f_{nd} = 0.021$)路徑群組數為 6 組，各種傳送波束形成技巧效能上的比較。

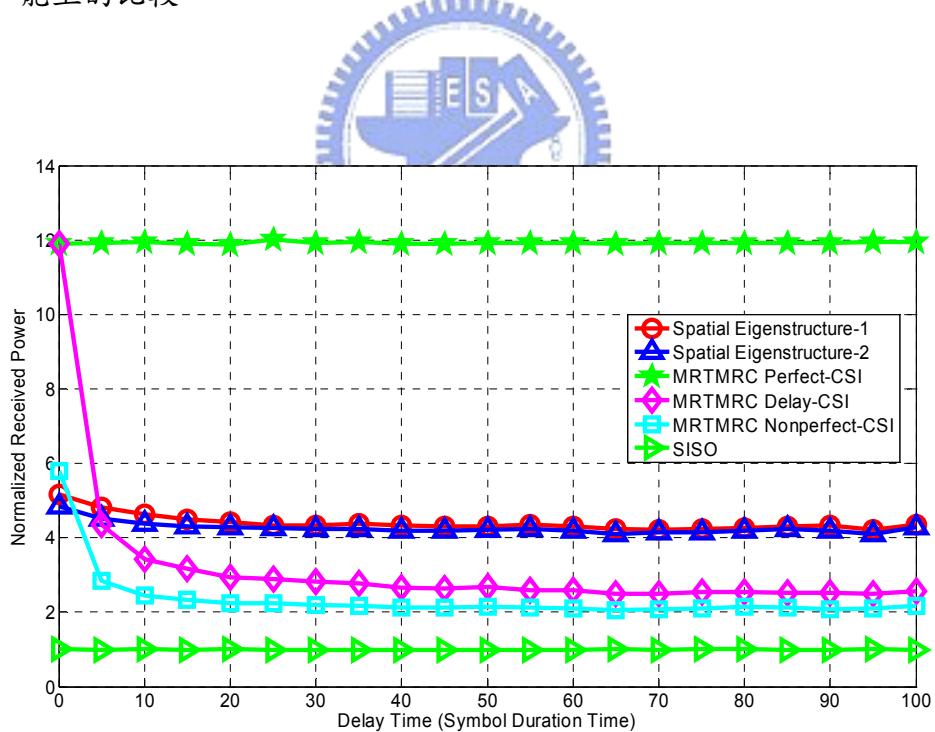


圖 7.9 時變通道下($f_{nd} = 0.083$)路徑群組數為 6 組，各種傳送波束形成技巧效能上的比較。

值得注意一點的是，在時變通道下由 Spatial Eigenstructure-1 和 Spatial

Eigenstructure-2 所使用的傳送權重向量，其效能表現在一段延遲時間之後幾乎完全相同，這意味著 $E\left[\left\|\mathbf{b}_{ave}(l)\right\|^2\right] = constant (l = 0, 1, \dots, L-1)$ ，與 6.2.2 節中所論述的結果相同。

7.3 所提出的空間特徵結構對傳送權重向量編碼設計的影響

使用 6.3 節中所提到的三種傳送權重向量編碼方式，分別針對不同的傳送天線數和路徑群組數做模擬分析。在建立編碼簿時，每次隨機樣本數為 20000 筆，GLA 的遞迴次數設定為 20 次。重複上述的過程建立 200 筆編碼簿，並從中挑選有最佳效能表現者做為最後最佳化的編碼簿。而在實際通道模擬時，做為效能評比的隨機樣本數設定為 10000 筆。

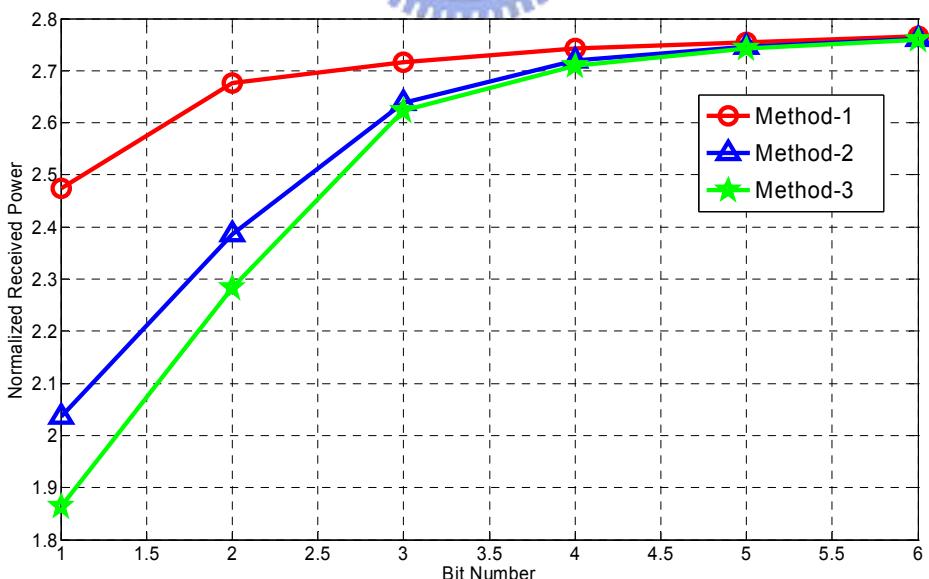


圖 7.10 傳送端天線陣列採用 4 根傳送天線，路徑群組數為 4 的情況下，對於不同權重向量編碼方式所產生的影響。

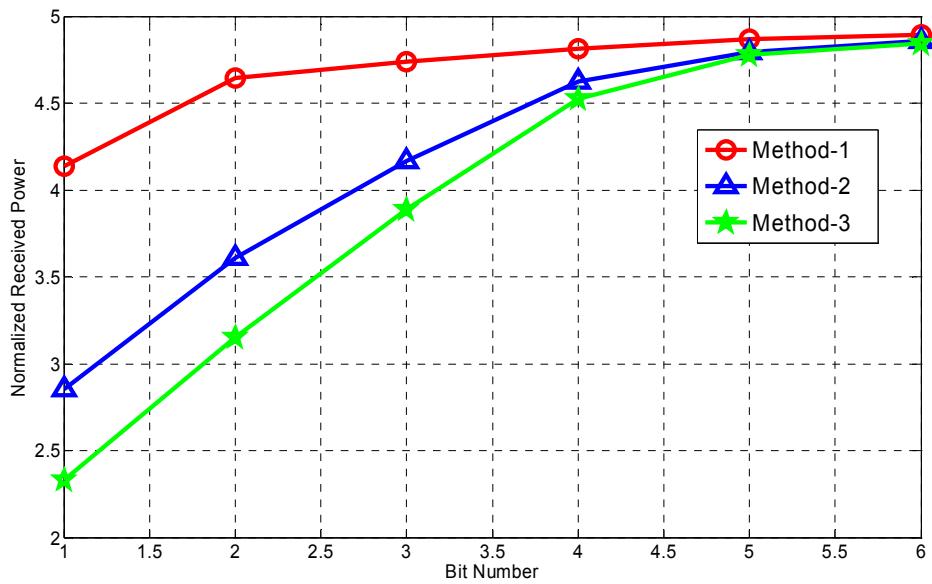


圖 7.11 傳送端天線陣列採用 8 根傳送天線，路徑群組數為 4 的情況下，對於不同權重向量編碼方式所產生的影響。

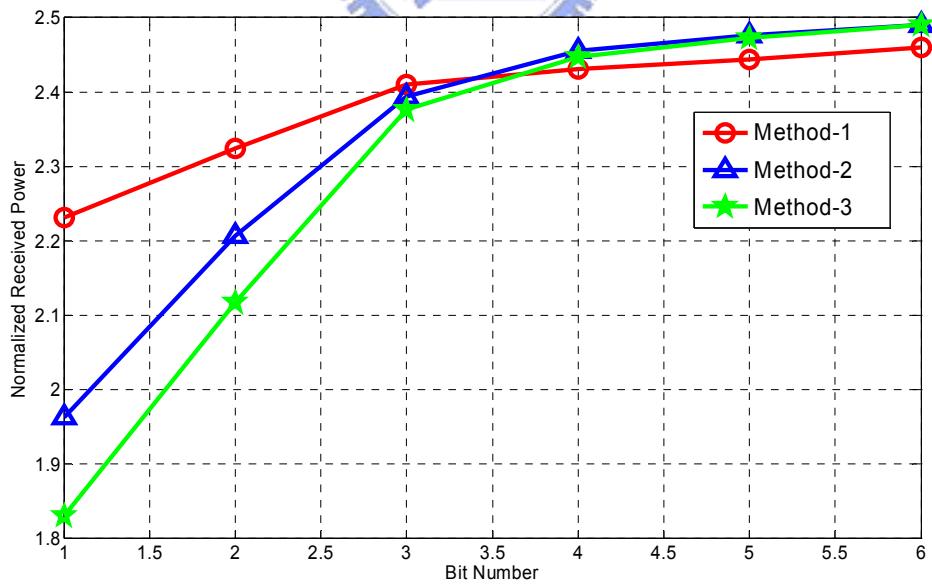


圖 7.12 傳送端天線陣列採用 4 根傳送天線，路徑群組數為 6 的情況下，對於不同權重向量編碼方式所產生的影響。

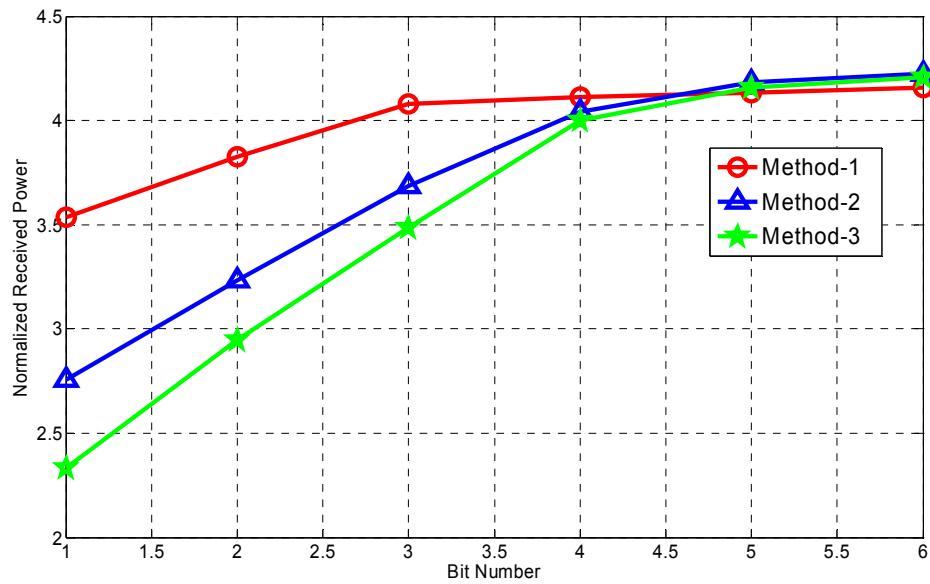


圖 7.13 傳送端天線陣列採用 8 根傳送天線，路徑群組數為 6 的情況下，對於不同權重向量編碼方式所產生的影響。

從圖 7.10 到圖 7.13 的模擬分析中，在低量化位元的情況下，演算法(一)會比其他方法表現出較好的效能，這來自於對路徑群組振幅增益向量 \mathbf{f} 做量化可以降低樣本空間的維度，然而演算法(一)最大的缺點在於路徑群組的等效傳送角度需要額外的回授量。

由於演算法(二)考量到半相關度通道中的空間特性，所以在權重向量的編碼設計上它是更能貼近最佳化的設計。很顯然地，在無相關度瑞雷衰減通道模型中所採用的最佳權重向量編碼方式未必適用於半相關度通道。

當量化位元數增加至 4 位元時，幾乎可以忽略因量化誤差所造成的影響。這提供一個很重要的訊息，對於所有傳送波束形成技術而言，並不需要一個精準的權重向量解晰度，這代表回授量的需求可大幅度地被降低。

7.4 所提出多重用戶時間槽排程演算法的效能分析

本節將針對 6.4 節中所提到的多重用戶時間槽排程演算法做模擬分析，效能分析的準則為成功排入的用戶數和成功排入使用者的時間槽數。假設系統提供 100 個時間槽單位，且需要服務的用戶數為 400 個使用者，下列將分別針對各種參數做模擬分析，其他基本固定的模擬參數如表 7.4 所示。

表 7.4 多重用戶時間槽排程系統參數設定

Number of antennas at BS	6
Search interval $\Delta\theta$	35 度
Weight factor d_j	2
Weight factor b	1
$\%tr$	0.99
Number of clusters	4
Leakage threshold	4

- 達成所有用戶最低 $SINR_i$ 要求的條件下，多重用戶時間槽排程的效能表現：

假設所有用戶所收到的雜訊能量相同($SNR=10$ at no interference)，並且限定最大傳送總功率($p_{max}=10$)的條件下，則整個模擬的結果如圖 7.14 所示。

從圖中可以看出，當用戶要求的最低 $SINR_i$ 值提升至 8dB 後，能夠排入時間槽的使用者數將會開始大幅度地降低，成功排定的時間槽數量也會隨之減少。也就是說使用多重用戶傳送波束形成的技巧，最大的困難點在於因用戶間互相干擾的情況非常嚴重，幾乎不大可能使用戶端能夠得到高 $SINR$ 的傳輸品質。

由於所提出的排程器是以傳送角度區間做為排程的依據，排程器並沒有足夠

的角度區間排放所有的用戶，即便降低最低要求 $SINR_i$ 值還是會出現無法排定的用戶。

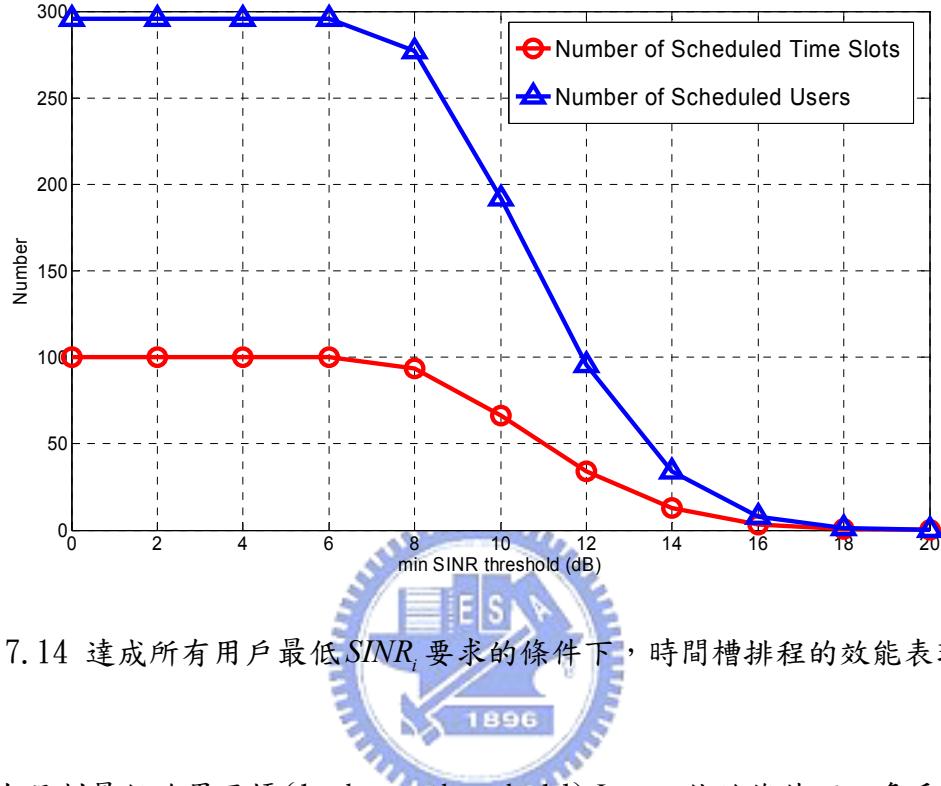


圖 7.14 達成所有用戶最低 $SINR_i$ 要求的條件下，時間槽排程的效能表現。

- 在限制最低臨界干擾(leakage threshold) $I_{threshold}$ 值的條件下，多重用戶時間槽排程的效能表現：

假設所有用戶最低 $SINR_i$ 的限定值為 10dB，並且限定最大傳送總功率 ($p_{max} = 10$) 的條件下，調整最低臨界干擾 $I_{threshold}$ 值的範圍可以得到圖 7.15 的模擬結果。

從圖 7.15 中可以看出，由(6.75)式所定義的最低臨界干擾值會對整個排程器的效能產生很大的影響性，當沒有設定最低臨界干擾的情況下 ($I_{threshold} = 0$) 排程器幾乎無法正常運作。很顯然地如果只使用傳送角度區間做為排程的依據，用戶間因旁波瓣能量的交互干擾現象，使得 SINR 值將會大幅降低，相對地減少能夠成功排定的用戶和時間槽數。然而無限制地提升最低臨界干擾值，雖然可以確

保每個時間槽能夠成功地被排定，然而卻限定了單一時間槽內可以容納的用戶數量。

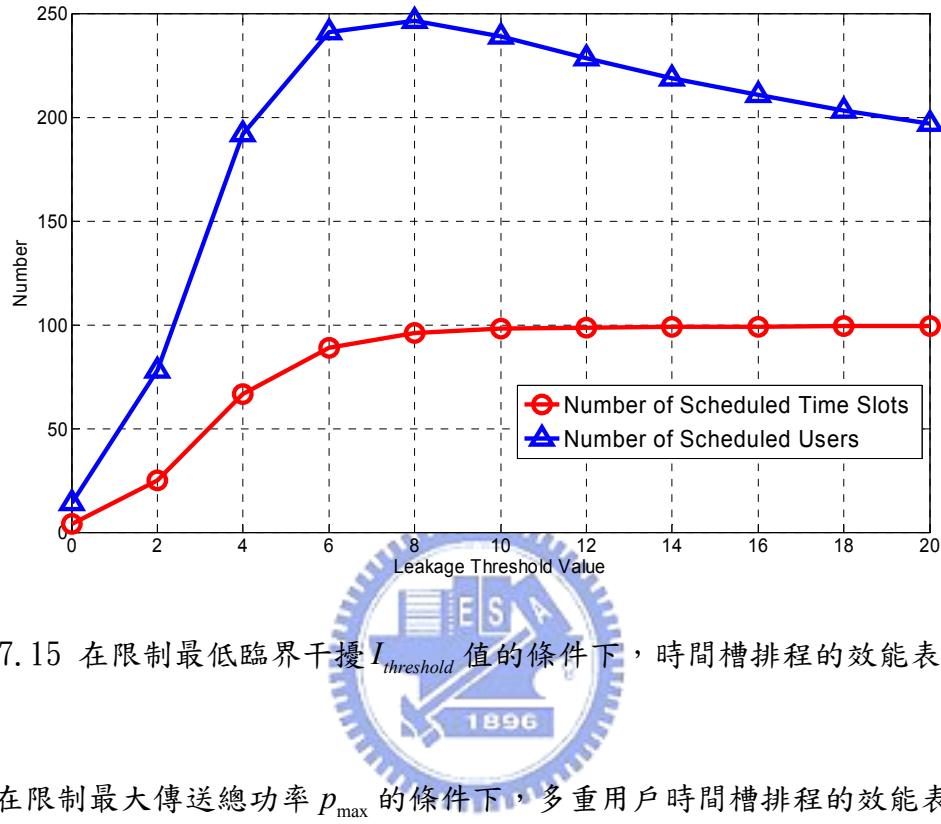


圖 7.15 在限制最低臨界干擾 $I_{threshold}$ 值的條件下，時間槽排程的效能表現。

- 在限制最大傳送總功率 p_{max} 的條件下，多重用戶時間槽排程的效能表現：

假設所有用戶所要求的最低 $SINR_i$ 設為 10dB，調整最大傳送總功率 p_{max} 的限值，則模擬的結果如圖 7.16 所示。

增加傳送功率雖然可以提升成功排定的用戶和時間槽數量，然而超出某個臨界值時所獲得的效能會趨於平緩。這是由於藉由傳送功率提升某個用戶的 SINR 值時，將會對其他位於相同時間槽的用戶增加額外的干擾能量，所以對採用 SDMA 的系統而言，藉由提升功率的方式並不是較好的策略。另一個更嚴重的問題來自於鄰近的基地台也可能正使用相同的頻帶傳送信號，假如沒有做適當地功率控制，那麼這將會對鄰近基地台的用戶產生共源干擾(Cochannel Interference，CCI)的效應。

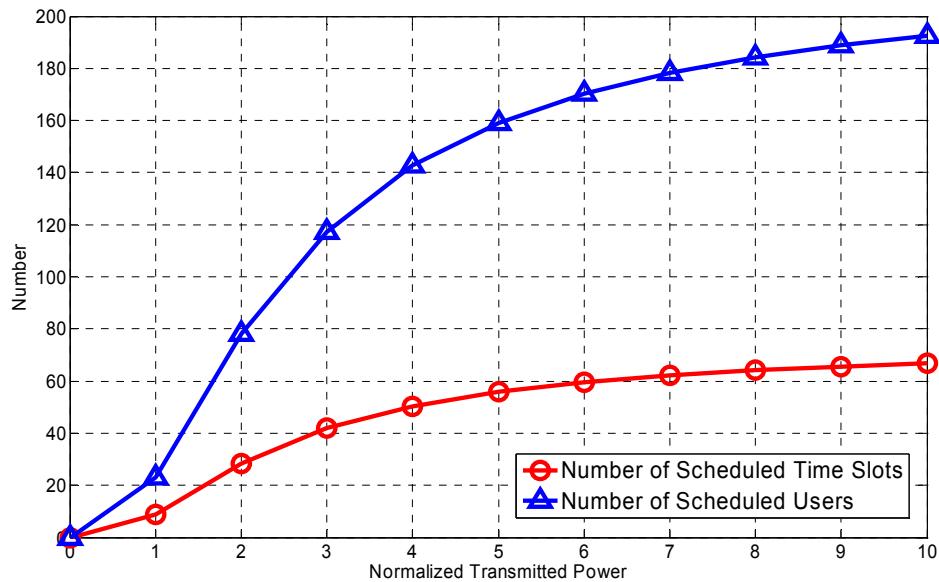


圖 7.16 在限制最大傳送總功率 p_{\max} 的條件下，時間槽排程的效能表現。

使用 SDMA 技術其最大的瓶頸來自於通道路徑的傳送角度是散佈在很廣的角度範圍內，所以不大可能用有限的傳送天線去消除干擾現象的發生，所以先建構一個在時間和空間上的排程器可以預先防止多用戶間干擾的情況。

7.5 所提出快速傅立葉轉換型接收端波束形成器的效能和複雜度分析

本節將針對所提出的低複雜度前置-快速傅立葉轉換型和混合式-快速傅立葉轉換型波束形成器在時變和非時變通道的情況下做分析模擬，並且在通道中加入共源干擾信號的效應。對於 6.5.2 節中所提到的路徑延遲時間對子載波內插法的影響，在模擬中也可發現其所造成的相關效應。

整個模擬的過程為用戶接收端先利用探測信號估測出空間特徵結構通道矩陣 $\mathbf{H}(l)$ ，再使用 $\mathbf{w}_t = \arg \max_{\mathbf{w}_t} \sum_{l=0}^{L-1} |h_{ave}(l) \mathbf{a}^T(\theta_l) \mathbf{w}_t|^2$ 找出最佳化傳送權重向量並且

將此權重向量資訊回傳給基地台，回授延遲和處理延遲時間為 10 個符元時間。接著基地台利用此回授的最佳化傳送權重向量在連續 50 個符元時間內傳送信號給用戶端，並且紀錄平均的位元錯誤率(bit error rate, BER)。假設在無干擾源的情況下，系統的 SNR 值固定為 10dB，其餘模擬參數如表 7.1、7.2 和 7.3 所示。

切換波束式 Pre-FFT 型波束形成器使用六組事先建立好的權重向量，採用 DFT-Based 通道估測演算法做為等化器的設計。Post-FFT 型波束形成器所採用的適應性演算法為遞迴最小平方(RLS)演算法，利用 pilot 子載波上的已知信號做為演算法所需的參考信號，並且採用線性內插法降低硬體複雜度。

7.5.1 所提出接收端波束形成器的效能分析



本節主要針對兩個主要的變數做探討，第一個主要的變數為通道的時變特性，以正規化都卜勒頻率為量測單位($f_{nd} = 0, 0.01, 0.02$)；另一個變數為路徑群組最大延遲邊界，以符元時間為量測單位($\text{time duration} = \frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4} \text{ symbol time}$)。相關變數值和所對應的模擬結果如圖 7.17~7.25。

從模擬的結果可以看出，所提出低複雜度 Pre-FFT 和切換波束式 Pre-FFT 型波束形成器就效能上而言其表現相當。在 SINR 值較高的情況下，和 SISO、MISO 天線系統比較之下其位元錯誤率明顯地降低，這是來自於兩者都是利用形成方向性的波束去接收較大的信號能量。然而在低 SINR 值的情況下，如同 6.5 節中所探討的結果，因路徑群組下子路徑間在接收端呈現高角度擴展，這造成路徑抵達到接收端時已經失去很好的接收角度特性，所以信號和干擾源各子路徑的接收角度已經混雜而難以分辨，這造成以角度為設計基礎的波束形成器並沒有辦法能夠有效去抑制接收到的干擾信號。

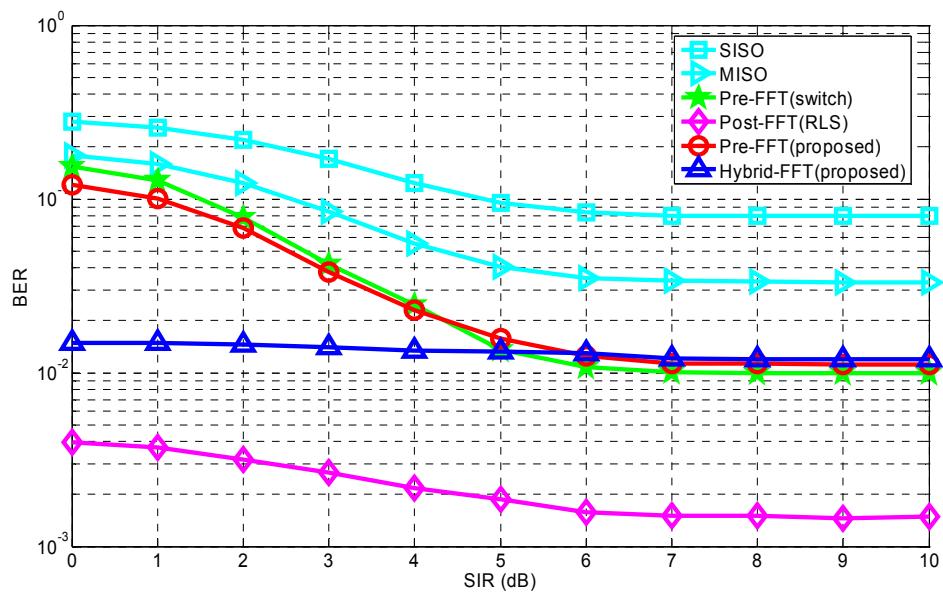


圖 7.17 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0$ ，路徑群組最大延遲邊界為 $\frac{1}{16}$ 符元時間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果。

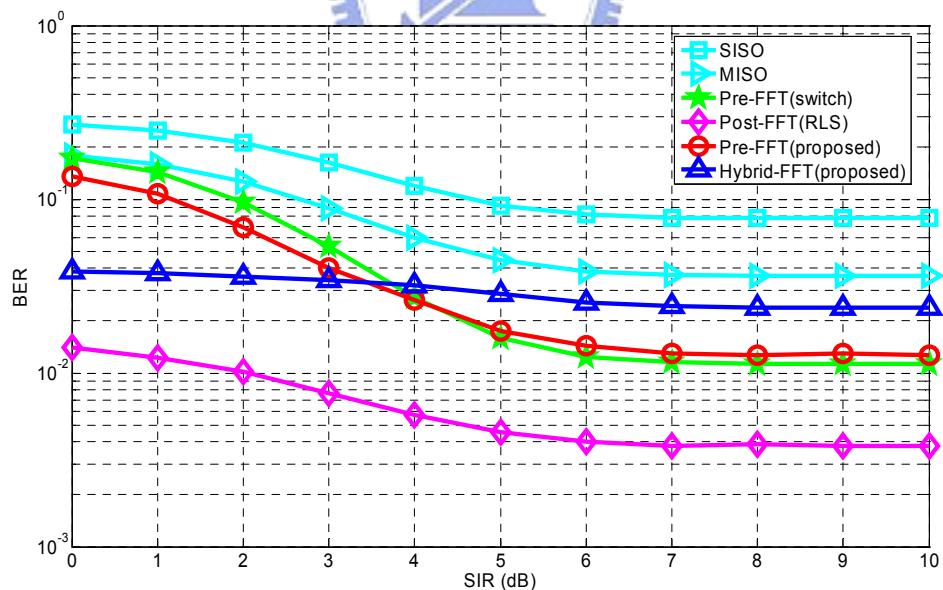


圖 7.18 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0.01$ ，路徑群組最大延遲邊界為 $\frac{1}{16}$ 符元時間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果。

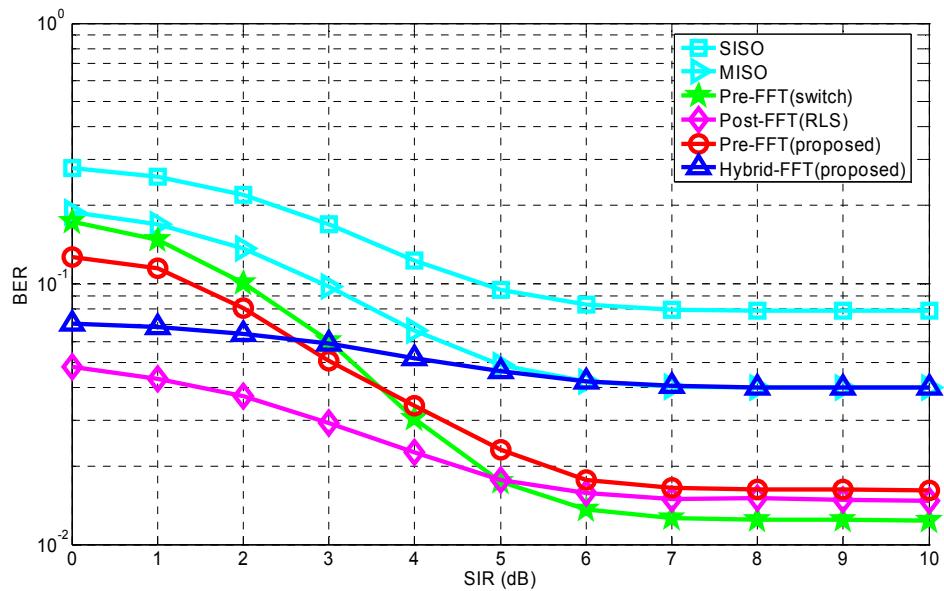


圖 7.19 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0.02$ ，路徑群組最大延遲邊界為 $\frac{1}{16}$ 符元時間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果。

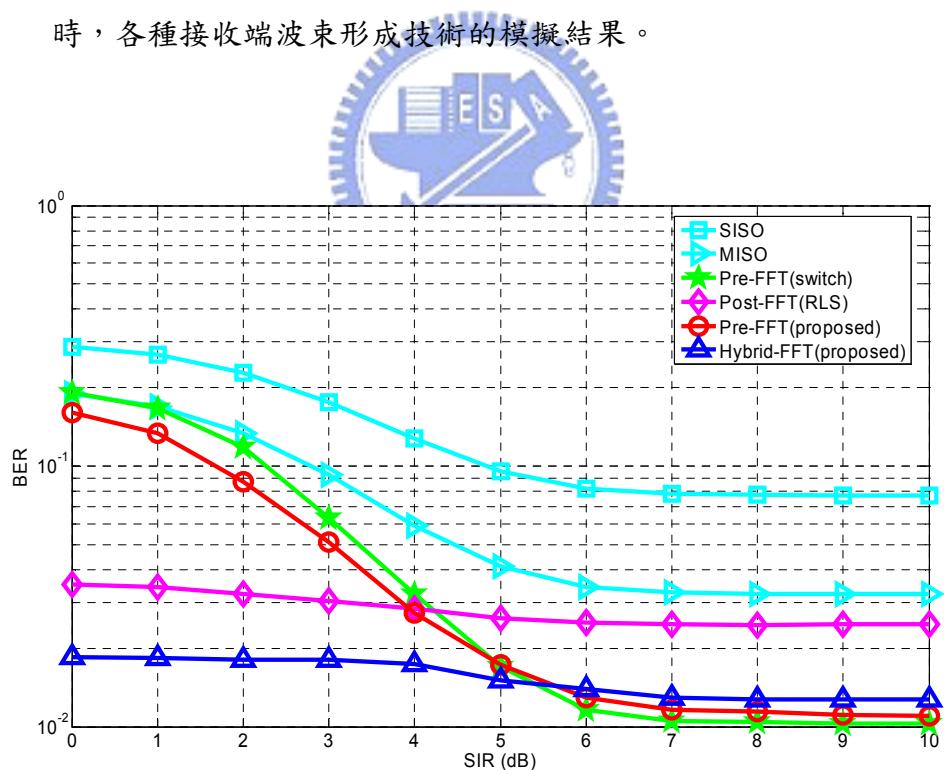


圖 7.20 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0$ ，路徑群組最大延遲邊界為 $\frac{1}{8}$ 符元時間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果。

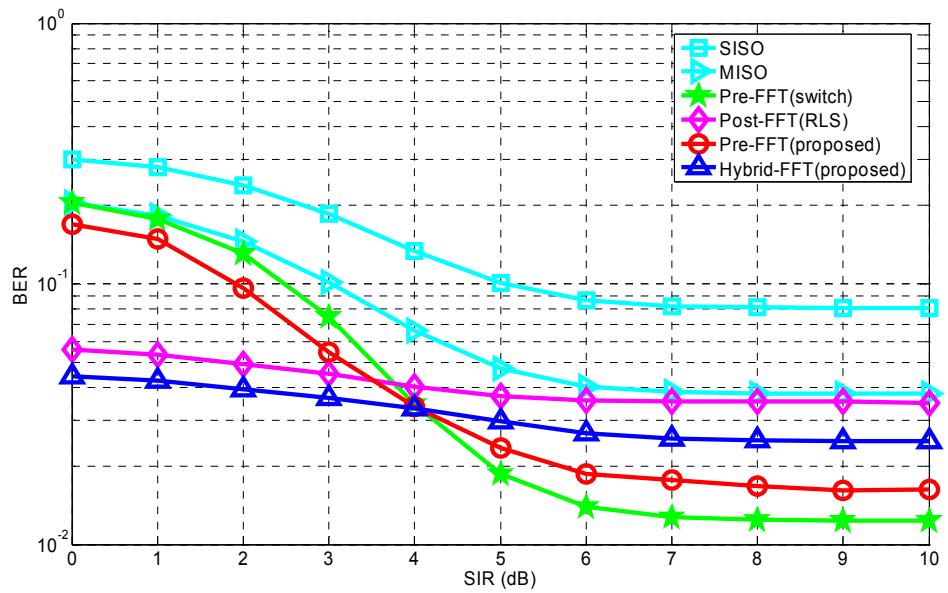


圖 7.21 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0.01$ ，路徑群組最大延遲邊界為 $\frac{1}{8}$ 符元時間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果。

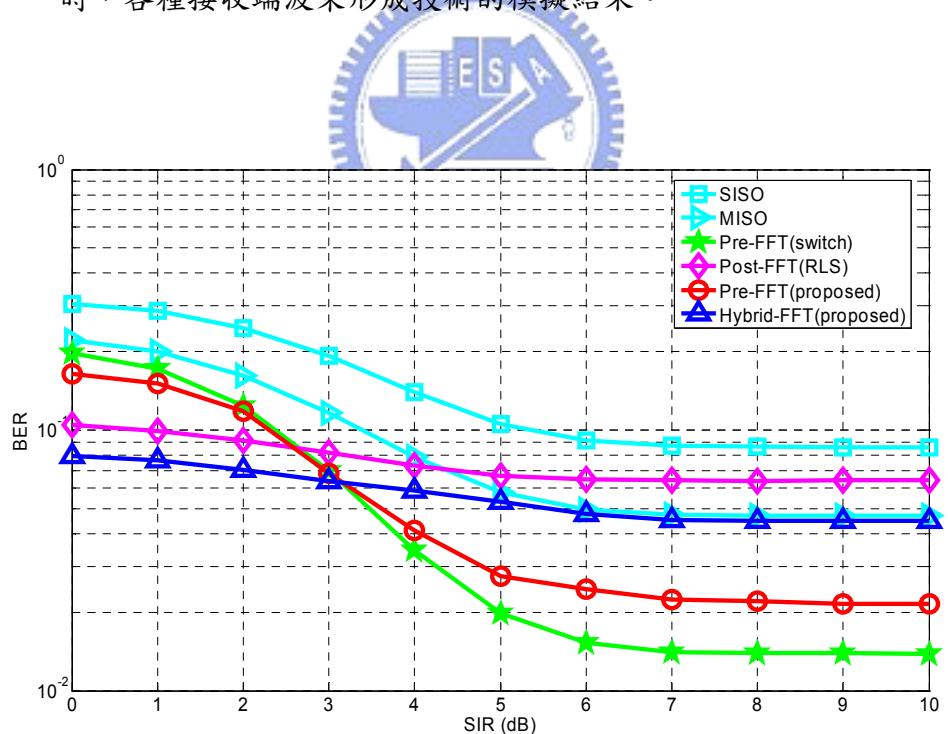


圖 7.22 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0.02$ ，路徑群組最大延遲邊界為 $\frac{1}{8}$ 符元時間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果。

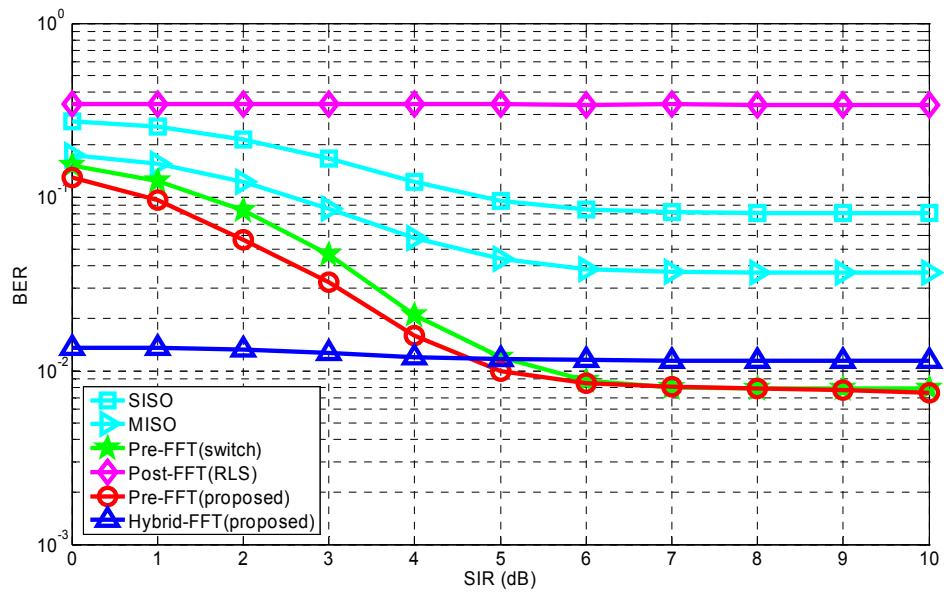


圖 7.23 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0$ ，路徑群組最大延遲邊界為 $\frac{1}{4}$ 符元時間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果。

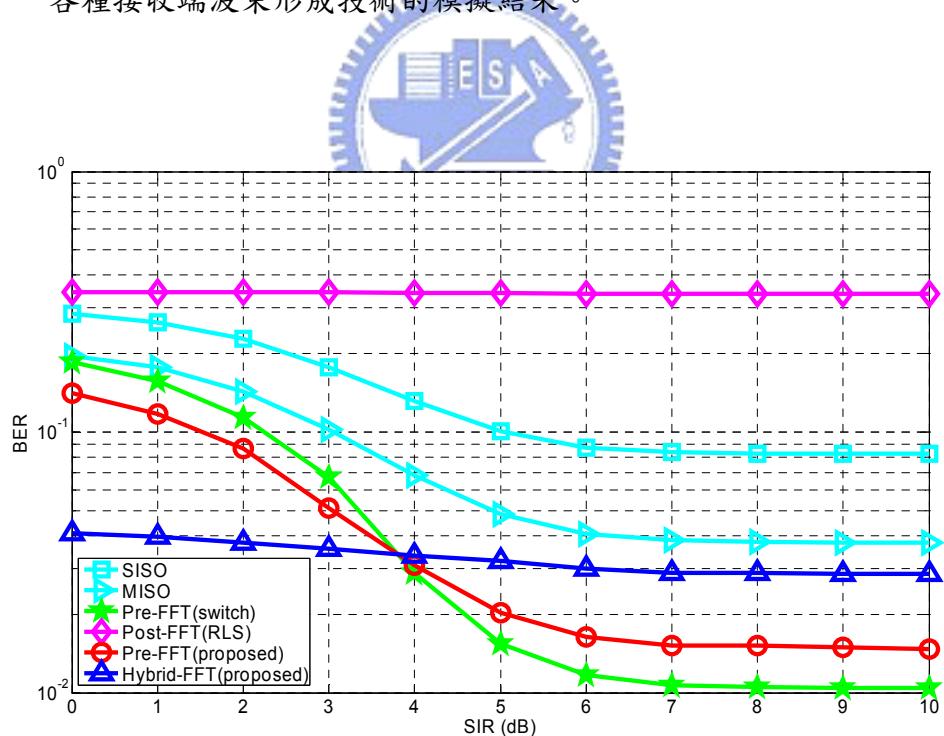


圖 7.24 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0.01$ ，路徑群組最大延遲邊界為 $\frac{1}{4}$ 符元時間時，各種接收端波束形成技術的模擬結果。

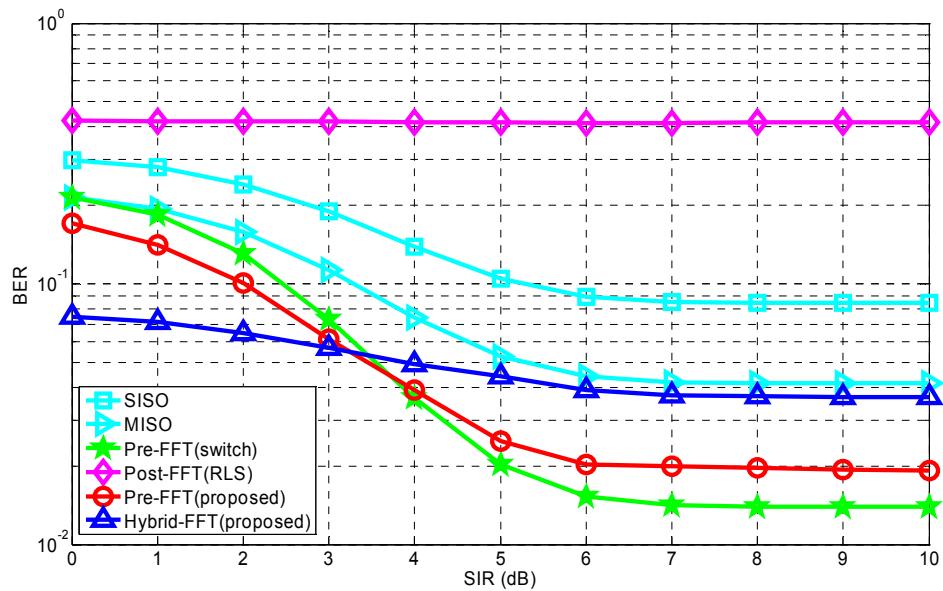


圖 7.25 正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0.02$ ，路徑群組最大延遲邊界為 $\frac{1}{4}$ 符元時間

時，各種接收端波束形成技術的模擬結果。



當通道由非時變轉換至時變時，兩者在效能的表現上並不會有太大的變化，這是因為所使用的等化器在每個符元時間就會做一次通道估測的動作，所以對時變通道有最佳的處理能力。由於所提出的低複雜度 Pre-FFT 和切換波束式 Pre-FFT 型波束形成器兩者的子載波都是使用相同的接收權重向量，所以只要最大路徑延遲不超過 CP 的長度，所使用的等化器都能正常的運作，所以基本上路徑群組最大延遲邊界並不會造成任何的影響性。

當通道為非時變且有很小路徑群組最大延遲邊界時，RLS 演算法加上線性內插的 Post-FFT 型波束形成器不論在任何 SINR 值底下都表現出最好的效能，這是來自於它能夠針對每個子載波上不同的信號雜訊空間做干擾消除的動作。然而當通道由非時變轉換至時變性時，整體效能就會開始下降，主要的原因在於 RLS 演算法是利用適應性的方式使接收權重向量收斂到穩定的數值上，所以基本上並不適用於時變的通道上。當每個子載波最佳接收權重向量隨著時間變動時，RLS 演算法便一直處於無法收斂的狀態。

然而影響 RLS 加線性內插的 Post-FFT 型波束形成器另一個重要的因子為路徑群組最大延遲邊界所造成的效果，從模擬的結果可以看出，當路徑群組最大延遲邊界為 $1/4$ 符元時間時，整個系統會出現無法正常運作的情況。從 6.5.2 節的 (6.112) 式中可以發現，當路徑群組延遲時間增加時 l 會有相當大的值，此時相鄰子載波的權重向量間並沒有線性函數的特性，子載波權重向量間的線性內插法將會完全失效。所以在出現通道為時變性或路徑群組延遲時間增加時，RLS 加線性內插的 Post-FFT 型波束形成器的效能表現會呈現大幅度的降低。

對於所提出的混合式-快速傅立葉轉換型波束形成器，由於其演算法的基本原理是利用分離訊號和干擾子空間的概念，所以在低 SIR 值的情況下，能夠有效地抑制干擾。在高 SIR 值的情況下，干擾信號開始降低後雜訊的效應就會逐漸浮現，由於雜訊成份會分佈在各基底向量上，這造成不可能靠分離信號和雜訊來提升效能，此時類似切換波束式 Pre-FFT 型波束形成器，是靠提高接收信號能量成份的方式維持效能，並藉由等化器去消除雜訊的效應。所以基本上整個系統在任何 SIR 值下，其效能會維持在很穩定的狀態。

然而事實上每個子載波的特徵空間仍然會有一定的差異性存在，使用相同的接收權重向量並無法完全消除干擾信號的能量。所以與 RLS 演算法加線性內插的 Post-FFT 型波束形成器相比，在效能上會有一段的差距。然而使用相同的權重向量能夠省去內插法的使用，可以避免因路徑群組最大延遲邊界所造成的效果。

由於所提出的混合式-快速傅立葉轉換型波束形成器是利用 RLS 演算法找出最佳接收權重向量，自然繼承了 RLS 演算法的缺點，也就是時變性通道所造成效能降低。由圖中可以看出當正規化都卜勒頻率為 $f_{nd} = 0.02$ 時，在高 SIR 值的情況下其效能與 MISO 系統的表現相同，這意味著所估測出的權重向量已經完全沒有抑制干擾的能力，而呈現類似隨機向量的分佈特性。

從上述的各種分析結果可以看出，在時間和空間的交互作用下整個空間通道會呈現多樣性的變化，這使得接收端波束形成器表現出不同的效能。

7.5.2 所提出接收端波束形成器的運算複雜度分析

對於行動台(MS)接收端波束形成器的設計，除了效能的考量外另外一個重要的參數為演算法的運算量，這涉及到實際硬體的複雜度。本節將針對切換波束式 Pre-FFT 型、RLS 演算法加上線性內插 Post-FFT 型波束形成器和所提出的低複雜度 Pre-FFT 型和 Hybrid-FFT 型波束形成器做運算複雜度的比較分析。

假設系統採用 N 點快速傅立葉轉換，pilot 子載波的間隔距離為 M ，接收端天線數目為 M_r 。切換波束式 Pre-FFT 型使用 K 組切換波束，且每個符元持續時間內的觀察區間設為 P 點；所提出低複雜度 Pre-FFT 型的觀測誤差子載波數為 Q ；Post-FFT 型和所提出 Hybrid-FFT 型在子載波上所執行的 RLS 演算法，每次權重向量更新所需的複數乘法運算量為 $2M_r^2 + 4M_r$ [10]；DFT-Based 通道估測的複數乘法運算量約為 $\frac{N}{2} \log_2 N + N$ 。假設通訊環境位於時變通道下，接收端必須在每個符元時間內執行權重向量的更新。表 7.5 為接收端波束形成器在硬體實現上所需的複數乘法量。

表 7.5 各式接收端波束形成器的複數乘法量

	Weight Vector Update Operation	FFT Block	Interpolator	Equalizer
Pre-FFT (Switched Beam)	$K \times (P \times M_r)$	$\frac{N}{2} \log_2 N$	No	$\frac{N}{2} \log_2 N + N$
Pre-FFT (Proposed Low Complexity)	Q	$\frac{N}{2} \log_2 N$	No	$\frac{N}{2} \log_2 N + N$
Post-FFT (RLS+Linear Interpolation)	$\frac{N}{M} \times (2M_r^2 + 4M_r)$	$M_r \times (\frac{N}{2} \log_2 N)$	$N \times M_r$	No
Hybrid (Proposed)	$\frac{N}{M} \times (2M_r^2 + 7M_r)$	$M_r \times (\frac{N}{2} \log_2 N)$	No	$\frac{N}{2} \log_2 N + N$

由於 Pre-FFT 型波束形成器是先在時域上執行干擾的消除，再將處理過後的接收信號轉換至頻域上做通道等化的動作，所以只需要執行一次快速傅立葉轉換。然而 Post-FFT 型和所提出的 Hybrid-FFT 型波束形成器卻會隨著接收天線數量的增加，所需執行的快速傅立葉轉換次數將呈現線性成長。由此可以看出，在考量低複雜度和低功率的條件下，Pre-FFT 型波束形成器是相當不錯的設計方式，然而其缺點是犧牲了在效能上的表現。當 Q 小於 $K \times (P \times M_r)$ 時，所提出的低複雜度 Pre-FFT 型具有最低的複數乘法運算量，且從 7.5.1 節的模擬中可以發現其效能與切換波束式 Pre-FFT 型相當。除此之外，當接收端天線數目增加時，所提出低複雜度 Pre-FFT 型的權重向量更新運算量並不會因此而增加。

所提出的 Hybrid-FFT 型波束形成器由於需要額外執行 DFT-Based 通道估測運算，所以其整體複雜度比 RLS 加線性內插的 Post-FFT 型波束形成器多出了一次快速傅立葉轉換($\frac{N}{2} \log_2 N$)的運算量。然而其優勢為避免掉內插法的使用，因此不會遭受路徑群組最大延遲邊界所造成的效應，且基本上整個系統在任何 SIR 值下，其效能會維持在很穩定的狀態。



第八章 結論與未來工作展望

雖然能夠從傳統上所使用的瞬時(instant)或統計(statistic)型的通道模型找出傳送和接收波束形成權重向量，然而如此的通道模型並無法提供有意義的通道資訊。本研究將正交分頻多工的概念導入半相關度通道模型中，提出一種新的空間特徵結構通道模型，將通道在時間和空間上的因子分離成數個路徑群組的等效路徑增益、等效傳送角度、組合簽名向量和路徑延遲時間。如此的資訊量不只能夠用於找出位於傳送和接收端的波束形成權重向量，更能藉此說明波束形成技術和空間通道之間的關聯性，進而能夠針對不同的通道特性找出相對應的最佳策略和演算法。

從前面章節的理論推導和模擬分析中，證明了所提出的空間特徵結構通道模型確實能夠合理解釋通道對於各種波束形成演算法在效能表現上所造成的影响。當然本篇論文也提出了一套有效的演算法去估測出如此的空間特徵結構通道矩陣，從模擬分析中也證實了所提出的估測方法相當準確。

從通道的空間特徵結構可以得到一些重要的結論。對於當通道為非時變性時，將空間特徵結構通道矩陣轉換成通道狀態資訊(CSI)矩陣，使用最大比例傳輸最大比例接收(MRT, MRC)聯合估測傳送和接收權重向量的方式，可以使整個系統得到最佳的系統容量。然而在半相關度的時變通道環境下，使用空間特徵結構分別針對傳送和接收端獨立設計出最佳的波束形成器反而是最有效的策略。

基本上就通道的空間特性而言，當傳輸路徑具有很好的方向性時，以路徑角度為設計基礎的波束形成器會有較佳的效能；當傳輸路徑呈現高度的角度擴展特性時，利用信號雜訊的特徵結構反而是較好的設計策略。然而就通道的時間特性而言，當通道為非時變性時，利用瞬時通道的資訊能夠得到最佳化的波束形成權重向量；而當通道為時變性時，使用統計性質的通道矩陣所估測出的權重向量會有較好的效能表現。

本篇論文在波束形成權重向量設計上，主要研究的重點放在全域(global)的權重向量設計上，也就是在所有子載波上使用相同的波束形成權重向量，然而如此的設計方式往往無法達到最佳的系統效能。未來研究工作將探討加入子載波群組化的權重向量設計，也就是相鄰的數個子載波使用相同的傳送和接收權重向量，然而有兩項技術面的問題待克服，第一個問題為如何在時變通道的環境下維持一定的效能，第二個需要解決的問題是如何有效處理這些相鄰數個子載波的通道等化。

從對半相關度通道模型的探討和模擬分析中可以發現，對於位於行動台(MS)的接收端波束形成器，較佳的設計策略是利用訊號雜訊的特徵結構。然而在快速衰減(fast fading)通道環境下，如何找出最佳的接收權重向量是相當困難的，一個針對如此通訊環境而產生的全新演算法是值得做為未來的研究主題。

對於多重用戶傳送波束形成技術，本篇論文也提出一個全新的方式，利用所提出的通道空間特徵結構設計多重用戶時間槽排程演算法，從模擬的結果中可以發現確實能夠有效提升整體系統容量。然而在如何設計一個更有效率的排程器方面，仍然有待未來去研究和探討。最後，希望能將所提出之新式MIMO-OFDM波束形成技術實際應用於802.16e、802.11n以及第四代行動通訊系統上。

參考文獻

- [1] S. Bellofiore, J. Foutz, C. A. Balanis, and A. S. Spanias, “Smart-antenna system for mobile communication networks Part 2: Beamforming and network throughput,” IEEE Antenna’s and Propagation Magazine, Vol. 44, No. 4, Aug. 2002.
- [2] W. L. Stutzman and G. A. Thiele, Antenna Theory and Design, John Wiley & Sons, New York, 1981.
- [3] H. L. V. Trees, Optimum Array Processing, John Wiley & Sons, New York, 2002.
- [4] B. V. Veen and K. Buckley, “Beamforming: A versatile approach to spatial filtering,” IEEE ASSP Magazine, pp. 4-22, Apr. 1988.
- [5] A. V. Oppenheim and R. W. Schafer, Discrete-Time Signal Processing, Prentice Hall, New Jersey, 1989.
- [6] J. Litva and T. Lo, Digital Beamforming in Wireless Communications, Artech House Publishers, Massachusetts, 1996.
- [7] W.-W. Chang, “Efficient design of beamforming techniques for OFDM systems,” M.S. thesis, Institute of Electronics, National Chiao Tung University, Hsin-Chu, Taiwan, 2006.
- [8] R. V. Nee and R. Prasad, OFDM for Wireless Multimedia Communications, Artech House, Jan. 2000.
- [9] Z. Lei and F. P. S. Chin, “Post and pre-FFT beamforming in an OFDM System,” VTC-2004-Spring. 2004 IEEE 59th.
- [10] B. Farhang-Boroujeny, Adaptive Filters Theory and Applications, Wiley, Oct. 2000.
- [11] M. Budsabathon, Y. Hara, and S. Hara, “Optimum beamforming for pre-FFT

- OFDM adaptive antenna array," IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 53, No. 4, Jul. 2004.
- [12] B. Liu, R. Jin, and Y. Fan, "Modified pre-FFT OFDM adaptive antenna array with beam-space channel estimation," Electronics Letters, Vol. 40, Issue 5, Mar. 2004.
- [13] L. Fan, H. Zhang, and C. He, "Minimum bit error rate beamforming for pre-FFT OFDM adaptive antenna array," VTC-2005-Fall. 2005 IEEE 62th.
- [14] Z. Lei and F. P. S. Chin, "Post and pre-FFT beamforming in an OFDM System," VTC-2004-Spring. 2004 IEEE 59th.
- [15] Y. Sun and H. Matsuoka, "A novel adaptive antenna architecture - subcarrier clustering for high-speed OFDM systems in presence of rich co-channel interference," VTC-2002-Spring. IEEE 55th.
- [16] B. Mondal and R.W. Heath, "An upper bound on SNR for limited feedback MIMO beamforming systems," IEEE ITW 2004, San Antonio, Texas, Oct. 2004.
- [17] D. J. Love, R. W. Heath, and T. Strohmer, "Grassmannian beamforming for multiple-input multiple-output wireless systems," IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 49, No. 10, Oct. 2003.
- [18] P. Xia and G. B. Giannakis, "Design and analysis of transmit-beamforming based on limited-rate feedback," IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 54, No. 5, MAY 2006.
- [19] J. C. Roh and B. D. Rao, "Transmit beamforming in multiple-antenna systems with finite rate feedback: A VQ-based approach," IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 52, No. 3, Mar. 2006.
- [20] V. Raghavan, A. M. Sayeed, and N. Boston, "Near-optimal codebook constructions for limited feedback beamforming in correlated MIMO channels with few antennas," IEEE ISIT 2006, Seattle, USA, Jul. 2006.

- [21] A. Barg and D. Y. Nogin, “Bounds on packings of spheres in the Grassmann manifold,” IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 48, pp. 2450-2454, Sept. 2002.
- [22] J. H. Conway, R. H. Hardin, and N. J. A. Sloane, “Packing lines, planes, etc.: Packing in Grassmannian spaces,” Experimental Mathematics, Vol. 5, pp. 139-159, 1995.
- [23] D. Gerlach and A. Paulraj, “Adaptive transmitting antenna methods for multipath environments,” Global Telecommunications Conference, 1994.
- [24] A. Tarighat, M. Sadek, and A. H. Sayed, “A multi user beamforming scheme for downlink MIMO channels based on maximizing signal-to-leakage ratios,” IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 3, pp. 18-23, Mar. 2005.
- [25] N. D. Sidiropoulos, T. D. Davidson, and T. Luo, “Transmit beamforming for physical-layer multicasting,” IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 54, No. 6, Jun. 2006.
- [26] Y. R. Zheng and C. Xiao, “Simulation models with correct statistical properties for Rayleigh fading channels,” IEEE Transactions on Communications, Vol. 51, No. 6, pp. 920-928, Jun. 2003.
- [27] W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1994.
- [28] C.-J. Tsai, “Design of channel estimation and data detection for OFDM systems in time-varying and multipath fading channels,” M.S. thesis, Institute of Electronics, National Chiao Tung University, Hsin-Chu, Taiwan, Jul. 2006.
- [29] D. Gesbert, H. Bolcskei, D. A. Gore, and A. J. Paulraj, “Outdoor MIMO wireless channels: Models and performance prediction,” IEEE Transactions on Communications, Vol. 50, No. 12, Dec. 2002.
- [30] M. T. Ivrlac, T. P. Kurpjuhn, C. Brunner, and W. Utschick, “Efficient use of

- fading correlations in MIMO systems,” VTC-2001-Fall. 2001 IEEE 54th.
- [31] “3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Spatial channel model for Multiple Input Multiple Output (MIMO) simulations (Release 6),” 3GPP TR 25.996 V6.1.0 (2003-09) Technical Report.
- [32] D. Bartolome and A. I. Perez-Neira, “Spatial scheduling in multiuser wireless systems: From power allocation to admission control,” IEEE Transactions on Wireless Communications, Vol. 5, Issue 8, Aug. 2006.
- [33] M. H. Er, “Linear antenna array pattern synthesis with prescribed broad nulls,” IEEE Transactions on Antenna and Propagation, Vol. 38, NO. 9, Sept. 1990.
- [34] B. Widrow and J. Mccool, “A comparison of adaptive algorithms based on the methods of steepest descent and random search,” IEEE Transactions on Antenna and Propagation, Vol. AP-24, pp. 615-637, Sept. 1976.
- [35] Y. Zhao and A. Huang, “A novel channel estimation method for OFDM mobile communication systems based on pilot signals and transform-domain processing,” Proceedings of Vehicular Technology Conference, 1997 IEEE 47th, vol. 3, pp. 2089-2094, 1997.
- [36] B. Yang, K. B. Letaief, R. S. Cheng, and Z. Cao, “Windowed DFT based pilot-symbol-aided channel estimation for OFDM systems in multipath fading channels,” Proceedings of Vehicular Technology Conference, 2000. VTC 2000-Spring Tokyo. 2000 IEEE 51st, vol. 2, pp. 1480-1484, 2000.

自傳

李飛群，1974 年出生於台北縣。2005 年自國立高雄大學電機工程學系畢業，隨即進入國立交通大學電子工程研究所攻讀碩士學位，致力於無線通訊系統研究。論文題目是應用於行動通訊中以空間特徵結構為設計基礎之 MIMO-OFDM 波束形成技術。

