

第一章 緒 論

1.1 研究目的

對河川治理而言，沈澱輸運 (sediment transport) 現象之瞭解為頗具挑戰性之問題。河川型態一般可分為直線、蜿蜒、及瓣狀型等三種，其中以蜿蜒河川最為常見，然而三種型式河川之形狀均與沈澱輸運在時空上之分佈有關。蜿蜒河川可視為由數個不同曲率半徑及彎曲角度之彎道 (bend) 夾接只有數倍河寬長之近似直線段所構成。水流通過彎道之水理較在直線段時複雜，此係由於彎道所造成之離心力與底床剪力無法平衡，而在徑向 (radial direction) 形成所謂的二次流 (secondary flow)。於凹岸處，接近水面之二次流衝向凹岸，受阻後轉而向下衝擊底床，而後沿底床向凸岸流動。因此，凹岸處之河床受到淘刷而崩塌退縮；而這些被淘刷之河床質則被二次流帶向凸岸，導致凸岸之淤積成長。隨著凹凸岸沖淤之變化，河川蜿蜒幅度將逐漸加大並有往下游擺盪之趨勢。如在自然情況下，終將形成河道之截彎取直 (cut-off)，而後再為另一循環之開始。蜿蜒河道之變遷常造成可用土地之流失，降低河川航線之安全性，並可能間接污染水質，故河道變遷之研究實為河川治理及規劃設計上重要之一環。

1.2 文獻回顧

一般而言，河道變遷過程主要是受水理流場、沈澱輸運、及河岸組成間複雜之交互作用所影響。早期在探討河道變遷問題時，經常使用由現地資料所迴歸之經驗法則 (empirical, regime method) 估算之。此方法最早由 Kennedy (1885) 提出，其後則有 Lindley (1919)、Lacey (1920)、

Simons 及 Albertson (1963) 以及 Blench (1969) 等人加以改善提出。此法於工程上之應用相當地廣泛，且具有相當的準確性。然而此方法亦存在著因次不一致性及公式適用地區等問題。針對此點，Brownlie (1981) 曾收集更多資料以推得較通用之公式。其後亦有人再加以改良之，更詳盡之相關資料則可參考一般河床沖刷機制之教科書，如 Garde 及 Ranga-Raju (1985) 與 Simons 及 Senturk (1992)，或是較為早期之研究報告，如 Ferguson (1986)。

近二十年來，極值假設法 (extremal hypothesis approach) 則常被用來預測河道之變遷。此法乃將沈澱傳輸方程式以及摩擦係數決定式結合以流功、能量消散率、或沈澱濃度等參數之極大值或極小值關係式，以求得河寬之變化。此法之詳細探討可參見 Chang (1980, 1988)、Yang et al. (1981)、Yang 及 Song (1986)、Bettess 及 White (1987)、Yang (1992)、Chiu 及 Abidin (1995)、以及 Millar 及 Quick (1997) 等人所提出之研究。儘管此種假設之理論修正及實際物理意義之間的關連性尚未清楚地瞭解，然而此法所提供之預測大致上能符合實測結果。

拖曳力法 (tractive force methods) 則是一種利用力平衡觀念以求得穩定渠道 (stable channel) 斷面形狀之方法。當水在河道中流動時，會產生一股力量，此力量沿著水流方向作用於河底，也就是水流對潤周面上所產生的拉力，此力即稱為拖曳力。該法最早由美國墾務局於 1940 年代所提出。隨後 Glover 及 Florey (1951) 及 Lane (1955) 據此觀念則又提出門檻渠道理論 (threshold channel theory)。此理論以流體之動量平衡為基礎，推求局部邊界剪應力以及組成渠道濕周之沈澱顆粒之臨界穩定 (stability criterion) 情形。若在渠道為直線道、忽略二次流效應、以及沈澱為

不具凝聚性的情況下，則可得到此一穩定斷面為一餘弦（cosine）函數形狀。繼之，Parker（1978）應用 Lundgren 及 Jonsson（1964）所提出之動量平衡觀點，考量下游動量所致之側向紊流擴散效應，有效地解決泥砂於平衡河道中運移之問題。隨後，Ikeda et al.（1988）延伸 Parker（1978）之結果，推估非均勻沈澱之運移問題。Ikeda 及 Izumi（1990）則對岸壁植被之情形加以考量。Ikeda 及 Izumi（1991）亦考量懸浮載對於渠道之影響。此法之模擬結果大致上與天然河道及實驗室所測得之資料相符。

以上所述之方法（經驗法則、極值假設法、以及拖曳力法）皆可用來求得穩定渠道之平衡寬度。然而這些方法卻只侷限於時間定常（time-invariant）之寬度預測，無法得知河寬隨時間之變化率。儘管如此，這些方法仍具有頗大的工程應用性。欲考慮河道在非平衡時，寬度變化之情形，則必須藉由水理與泥砂之計算，結合岸壁沖刷機制方能做一合理推估。

關於岸壁之沖刷機制，由於非凝聚性沈澱與凝聚性沈澱之物理特性差異甚大，因此歷來研究亦將之分開考量。對於非凝聚性沈澱而言，一般有兩種主要的方法用以計算沖刷岸壁所致淤積物之分佈情形。Pizzuto（1990）與 Li 及 Wang（1993, 1994）假設當岸壁坡度大於其安息角時，則破壞面上之土體，皆將下滑至岸壁基腳而堆積。Wiele（1992）與 Kovacs 及 Parker（1994）則是以泥砂連續方程式，將岸壁沖刷所致之堆積物以側向沈澱通量處理。其中後者較符合沈澱顆粒間作用之機制；而前者則較符合邊坡穩定之理論（Wiele, 1992）。

對於凝聚性沈澱岸壁沖刷機制而言，Simon et al.（1991）與 Darby 及 Thorne（1996）假設由岸壁所沖刷下來之物質

皆將迅速地堆積至岸壁基腳，並均勻地分佈於近岸壁區域。而 Mosselman (1992) 則假設這些沖刷物質均勻分佈於近岸之計算格點。Osman (1985) 與 Alonso 及 Combs (1986) 並未提及這些堆積物確切分佈之方法，僅提及這些物質於很靠近基腳處堆積。Borah 及 Bordoloi (1989) 則是根據局部之泥砂輸送能力，使用一線性分佈假設。

近來關於岸壁沖刷機制之研究則有 Shimizu et al. (1996) 及 Nagata et al. (2000) 針對均勻沈澱；Sun et al. (2001a, b) 及 Darby et al. (2002) 針對非均勻沈澱將岸壁沖刷機制納入蜿蜒河道變遷之考量。Wu et al. (2004) 引用 Osman and Thorne (1988) 平面崩坍機制於其一維不平衡輸砂模式中模擬網狀河系，Jang 及 Shimizu (2005) 應用移動邊界調適座標系統模擬寬淺渠道，Lauer 及 Parker (2005) 以洪水平原至深水河槽沈澱之淨轉移量估算岸壁變化情形。



1.3 研究方法

有關水理計算之數值方法頗多，如兩階段分割操作趨近法（葉及楊, 1997）、許 (1998) 之 TVD/END 與 LUSSOR 法、SIMPLER 法 (Pantankar, 1980)、SIMPLE(C)法 (Wu, 2004)、有限體積法 (Shige-eda & Akiyama, 2003)、有限解析法 (finite analytic method) (Chen & Chen, 1984)。

有關輸砂計算之數值模式亦多，如早期斷面平均之一維模式，美國工兵團所發展的 HEC-6 (U. S. Army Corps of Engineers, 1993)，由於水理計算僅以能量方程式計算，輸砂則以河床質載計算，方法簡單，常用於長期河道沖淤推估，至今仍普遍使用。至於一維變量流輸砂模式較著名的則有 SEDICOU (Holly & Rahuel, 1990)、CHARIMA (Holly

et al., 1990) 、及 MIKE-11 (DHI, 1992) 等模式。STARS (Orvis & Randle, 1987) 、GSTARS (Molinas & Yang, 1986) 、乃至後來之 NETSTARS (李氏等, 1996) 則以流管擬二維概念處理河道橫向沖淤變化。早期二維輸砂模式對於沈滓運移機制之考慮較為單純, 如 Simons et al. (1979) 僅考慮河床載, Usseglio-Polatera & Chuge (1985) 僅考慮懸浮載, 兼或都有考慮但仍缺乏描述其間所存在之交換機制 (Pavlovic et al., 1985) 。許氏 (2002) 針對河床載與懸浮載之間的交換機制進行探討並提出適用於水深平均模式之沈滓交換速率估算方法, 本模式之基本架構即延伸至此模式。此外, 國內近來所發展之平面二維動床模式各有所擅長之特點, 如謝氏 (2002) 及蔡氏 (1999) , 皆有不錯之研究與應用成果。

本模式採水理子模式與輸砂子模式分離演算之方式進行。水理子模式係以顯式有限解析法 (Dai, 1994) 將控制方程式離散化, 就顯式有限解析法應用在具有自由水面之明渠流而言, 有其創新之意義。在輸砂子模式部分, 為因應水流及泥砂運動懸殊之速度差異, 故採用特性法離散其控制方程式。此外, 本模式之控制方程式乃推導自一般化曲線座標系統, 是以於一般天然河道具不規則邊界之情形, 仍不減模擬之精度。就水理之模擬而言, 本模式具備超臨界流與亞臨界流同時存在之模擬功能。輸砂子模式則是將河床載與懸浮載分開計算, 並考慮兩者之間的交換機制, 求解方式較為複雜。

由前述岸壁沖刷相關機制之回顧可知, 河道變遷之過程甚為複雜, 推估方式亦多且尚未定論, 本研究就其中於理論推導較為完整及較具物理意義之方法切入, 並以測試案例進行模擬, 再檢討原方程式之推導與假設是否適當, 以

做相應之修改與調整，俾使模式更臻完備，並能應用於天然河道之變遷分析上，期為台灣河川治理規劃提供一適切實用之客觀工具。

1.4 章節內容

茲將以下各章節之內容扼要說明如下：

第二章為水理及輸砂模式，有關曲線座標系統下之水理及輸砂控制方程式及數值方法、輸砂相關經驗公式、河床載與懸浮載間之沈滓交換速率推估方法，將在本章中說明。

第三章為非凝聚性岸壁沖刷機制，本章將介紹啟動機制之要素，並進而以設計案例測試說明相關重要影響參數。

第四章為凝聚性岸壁沖刷機制，本章將說明平面崩坍機制與圓弧崩坍機制啟動之要素，亦以設計案例測試說明相關重要影響參數。

第五章為實例模擬，針對現地資料進行模擬，以展現模式之實用性。

第六章為結論與建議，對本研究成果作一綜合檢討並對日後可改善之處提出建議。

第二章 水理及輸砂模式

2.1 水理控制方程式

對於不可壓縮之水流控制方程式包括水流連續方程式與動量方程式，可以張量(tensor)之形式表示如下：

連續方程式

$$V_{,i}^i = 0 \quad (1)$$

動量方程式

$$\frac{\partial V^i}{\partial t} + V^m V_{,m}^i = -g^{im} \frac{P_{,m}}{\rho} + \frac{\mu}{\rho} g^{mn} V_{,mn}^i + F^i \quad (2)$$

其中，

V : 速度向量；

ρ : 流體密度；

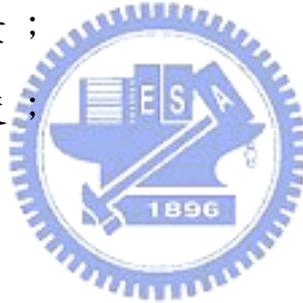
t : 時間；

P : 壓力；

μ : 動力黏滯係數；

g^{mn} : 公制係數(metric coefficient)；

F : 體力(body force)向量。



並且定義

$$V_{,j}^i = \frac{\partial V^i}{\partial \xi^j} + \Gamma_{aj}^i V^a \quad (3)$$

$$\Gamma_{aj}^i = \frac{1}{2} g^{ik} \left(\frac{\partial g_{ak}}{\partial \xi^j} + \frac{\partial g_{jk}}{\partial \xi^a} - \frac{\partial g_{aj}}{\partial \xi^k} \right) \quad (4)$$

$$P_{,j} = \frac{\partial P}{\partial \xi^j} \quad (5)$$

$$g_{ij} = \frac{\partial \tilde{r}}{\partial \xi^i} \cdot \frac{\partial \tilde{r}}{\partial \xi^j}; \quad g^{ij} = \nabla_{\xi^i} \cdot \nabla_{\xi^j} \quad (6)$$

其中， \tilde{r} 為位置向量。方程式(1)、(2)中的 V^i 為速度向量 V 在 ξ^i 方向的分量，其大小以貼壁座標系統的尺度為單

位，因此尚需乘上公制係數的因子才能得到真正的物理量，其關係式如下：

$$V(i) = g_{ii}^{0.5} \cdot V^i \quad (7)$$

上式中， $V(i)$ 即為速度向量 V 在 ξ^i 方向上的實際物理分量。本模式定義 $V(1)=u$ ； $V(2)=v$ ； $V(3)=w$ 。

2.1.1 非正交曲線座標系統控制方程式

為考慮自然河川岸壁不規則變化，貼壁座標系統之建立有其必要性。為使控制方程式能簡單化，一般皆將控制方程式導入正交座標系統中；但是當流域邊界相當複雜時，所產生之格點未必能確實正交，抑或產生不適用之格點，例如在邊界處發生凹陷者。因此，本模式採用非正交曲線座標系統為計算區域 (ξ, η, z) ，期望能應用於實際較複雜之物理區域 (x, y, z) 。

天然河道之底床坡度一般而言甚為緩和，故近似鉛直方向之座標軸與其他曲線座標軸所構成之平面即可假設呈垂直，並且在水深方向之座標軸令其維持不變，因此可得關係式如下：

$$z = \zeta \quad (8)$$

$$g_{33}^{-0.5} = 1 \quad (9)$$

$$g_{13} = 0 \quad (10)$$

$$g_{23} = 0 \quad (11)$$

所有的公制係數 g_{ij} , g^{ij} 等皆因座標轉換而產生，僅和座標 (ξ, η) 和 (x, y) 有關，因此只有在進行調適格網之後，因格點位置變動，才須重新定義，在流況計算的疊代過程中則維持不變。

根據上述的假設，並利用關係式(7)，透過張量的運算，可將式(1)、(2)展開，然後進行時間平均與水深方向之深度平均，推得在一般曲線座標上之二維深度平均控制方程式。

2.1.2 時間平均(Time-Average)控制方程式

在紊流(turbulent flow)流場中，任意點上的瞬時速度及瞬時壓力，視為一時間段的平均值加上一微小擾動量：

$$V = \bar{V} + v \quad (12a)$$

$$P = \bar{P} + p \quad (12b)$$

將連續方程式(1)取時間平均

$$\frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} V_{,i}^i = 0 \quad (13)$$

得(省略上標)

$$V_{,i}^i = 0 \quad (14)$$

將動量方程式(2)取時間平均，得(省略上標)

$$\frac{\partial v^i}{\partial t} + V^m v_{,m}^i = -g^{im} \frac{P_{,m}}{\rho} + \frac{\mu}{\rho} g^{mn} v_{,mn}^i - \overline{(v^i v^m)_{,m}} + F^i \quad (15)$$

其中， $\overline{v^i v^m}$ 表示雷諾剪應力項。

2.1.3 水深平均(depth-average)控制方程式

由於天然河道具有近似平面水流的性質，故在水深方向的變化量遠小於平面方向上的變化，故可假設為靜水壓分布。藉由水深平均的方法，可將原為三維度流場的問題，退化為二維度之流場，如此不但簡化了模式的複雜性，並可大量減少所需要的電腦計算時間、電腦容量等。就實務而言，二維度模式模擬許多具自由液面之流場問題之精度已大致可符工程師所需。

對於具有水深為自變數的任意函數 f 而言，深度積分的定義如下：

$$\bar{f}(\xi, \eta, t) = \frac{1}{d} \int_{z_b}^{z_s} f(\xi, \eta, z, t) dz \quad (16)$$

其中， Z_b 為底床高程； Z_s 為水面高程； d 為水深。

深度積分時，所需用到的條件有：Leibnitz 定理、自由水面邊界條件、底床邊界條件、主流速度在水深方向的流速剖面、側流速度在水深方向的流速剖面。茲分述如下：

1、Leibnitz 定理

對於任意函數的偏微分項 $\frac{\partial f(\xi, \eta, z, t)}{\partial \xi}$ ，其中 ξ 為函數 f 的任意自變數，其積分式為：

$$\int_{z_b}^{z_s} \frac{\partial f}{\partial \xi} dz = \frac{\partial(\bar{f}d)}{\partial \xi} - \left[f(\xi, \eta, z, t) \cdot \frac{\partial z}{\partial \xi} \right]_{z_b}^{z_s} \quad (17)$$

其中， \bar{f} 為函數 f 在 Z_b 至 Z_s 間的平均值； $d=(Z_s - Z_b)$ 。

2、自由水面邊界條件

由於沒有流體能穿越自由水面，因此可以得到一般曲線座標系統下之自由水面邊界條件(kinematic free surface boundary condition)：

$$w_s - \frac{\partial z_s}{\partial t} - g_{11}^{-0.5} u_s \frac{\partial z_s}{\partial \xi} - g_{22}^{-0.5} v_s \frac{\partial z_s}{\partial \eta} = 0 \quad (18)$$

其中下標 s 代表在自由水面位置。

3、底床邊界條件

與自由水面運動邊界條件之推導相同，底床邊界條件可表為：

$$w_b - g_{11}^{-0.5} u_b \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - g_{22}^{-0.5} v_b \frac{\partial z_b}{\partial \eta} = 0 \quad (19)$$

其中下標 b 代表在底床位置。

4、主流速度與側向速度在水深方向的流速剖面

由於深度平均的步驟將使得水深方向之維度消失，如不考慮主流及側向流速在水深方向之流速剖面變化，則水流動量在兩方向之傳遞交換無法充分反應出來，此將造成不正確之流場。此一事實，在彎道中更為突顯。本模式所採用之主流及側向流速剖面分別為指數律及直線變化之剖面：

$$u = \frac{N+1}{N} \bar{u} \left(\frac{\delta}{d} \right)^{1/N} \quad (20)$$

$$v = \bar{v} + \overline{u_{ns}} \left(2 \frac{\delta}{d} - 1 \right) \quad (21)$$

式中， $\overline{u_{ns}} = b_s \frac{d}{r} \bar{u}$

其中， u ：主流流速；

\bar{u} ：水深平均之主流流速；

v ：側向流速；

\bar{v} ：水深平均之淨側向流速；

$\overline{u_{ns}}$ ：自由水面處之二次流流速；

δ ：距離底床之高程；

d ：水深；

r ：曲率半徑；

N ：常數(定義為 $\kappa \sqrt{\frac{8}{f}}$ ； κ 為 von Karman 係數； f 為

Darcy－Weisbach 摩擦係數)；

b_s ：比例係數。

原為三維度的 Navier－Stokes 方程式(1)、(2)，經過張量運算、時間平均及水深平均等步驟，即可得到二維水深

平均控制方程式。由於其在非正交曲線座標系統下的推導相當繁瑣，因此整個詳細推導過程在此不予列出，僅將最後之結果列於附錄一以供參考。

2.1.4 底床剪應力

一般而言，風的作用所產生的自由水面剪應力遠小於底床剪應力的影響，所以通常將自由水面剪應力項忽略不計。現僅就底床剪應力的部份略述於下。

速度向量的大小在非正交曲線座標系統下可表示為

$$|\bar{V}| = [u^2 + v^2 + 2uv g_{11}^{-0.5} g_{22}^{-0.5} g_{12}]^{0.5} \quad (22)$$

此速度大小在 ξ^i 座標軸上的分量可表示為 $u(i)g_{ii}^{-0.5} g_{jj}^{-0.5} g_{ij}$ 。其中， i 為累加指標(dummy index)； j 則為指定座標軸的變數。若分別以 $|\bar{V}_\xi|$ 和 $|\bar{V}_\eta|$ 表示速度向量在 ξ 方向和 η 方向上的分量，可得

$$|\bar{V}_\xi| = u + v g_{11}^{-0.5} g_{22}^{-0.5} g_{12} \quad (23)$$

$$|\bar{V}_\eta| = v + u g_{11}^{-0.5} g_{22}^{-0.5} g_{12} \quad (24)$$

由式(22)、(23)、(24)，可將底床剪應力在 ξ 方向和 η 方向上的分量分別表示為：

$$\tau_{b\xi} = \frac{\rho g}{C^2} \cdot |\bar{V}_\xi| \cdot |\bar{V}| \quad (25)$$

$$\tau_{b\eta} = \frac{\rho g}{C^2} \cdot |\bar{V}_\eta| \cdot |\bar{V}| \quad (26)$$

上兩式中， C 為 Chezy 係數。

2.2 水理數值模式(控制體積與顯式有限解析法)

首先考慮水流連續方程式，其在一般曲線座標系統之保守形式(conservative form)如下：

$$\frac{\partial d}{\partial t} + g_{11}^{-0.5} g_{22}^{-0.5} \frac{\partial [g_{22}^{0.5} \cdot \bar{u}d]}{\partial \xi} + g_{11}^{-0.5} g_{22}^{-0.5} \frac{\partial [g_{11}^{0.5} \cdot \bar{v}d]}{\partial \eta} + C_1 \cdot \bar{u}d + C_2 \cdot \bar{v}d = 0 \quad (27)$$

其中， C_1 與 C_2 為因座標轉換而產生的公制係數。本模式採用控制體積法將上式離散化，得

$$d_{i,j}^{n+1} = d_{i,j}^n + \left\{ \begin{array}{l} \theta \cdot [g_{11}^{-0.5} g_{22}^{-0.5} \cdot [\nabla_{\xi} \Delta_{\xi} (g_{22}^{0.5} \cdot \bar{u}d) + \nabla_{\eta} \Delta_{\eta} (g_{11}^{0.5} \cdot \bar{v}d)] + C_1 \cdot \bar{u}d + C_2 \cdot \bar{v}d]_{i,j}^{n+1*} \\ + (1-\theta) \cdot [g_{11}^{-0.5} g_{22}^{-0.5} \cdot [\nabla_{\xi} \Delta_{\xi} (g_{22}^{0.5} \cdot \bar{u}d) + \nabla_{\eta} \Delta_{\eta} (g_{11}^{0.5} \cdot \bar{v}d)] + C_1 \cdot \bar{u}d + C_2 \cdot \bar{v}d]_{i,j}^n \end{array} \right\} \cdot \Delta t \quad (28)$$

其中， $\nabla_{\xi} \Delta_{\xi}$ 與 $\nabla_{\eta} \Delta_{\eta}$ 分別表示對於 ξ -與 η -方向之中央插分法運算；下標 i 與 j 表示網格點的位置；上標 n 與 $n+1$ 分別表示兩相鄰之計算時間， $n+1$ 者為目前程式所欲計算流場變數之時間；上標 $n+1^*$ 表示每次疊代運算後所得最新之流場變數，且於每個計算時段中，第一次運算時，上標 $n+1^*$ 與 n 之流場變數設定為相同； $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ 。由於流場變數隨時間而改變，因此引入一權重係數，用以加權兩時段的變數，以考慮時間積分的效應。

再者，本模式採用顯式有限解析法來求解雙曲線型之淺水波水流動量方程式。在各計算元素(element)中，該數值方法可用以求得動量方程式中移流項部份之局部解析解。其基本觀念可用以下卡氏座標中之二維度一階線性齊次雙曲線型微分方程式來加以說明

$$\phi_t + u\phi_x + v\phi_y = 0 \quad (29)$$

其中， u 與 v 分別為 x -與 y -方向之速度，在各計算元素中被視為常數。當初始條件 $\phi(x, y, 0) = \phi(x, y)$ 被適當的給定時，可求得式(29)之解析解，其形式如下

$$\phi(x_o, y_o, \Delta t) = \phi(x_o - u\Delta t, y_o - v\Delta t) \quad (30)$$

其中， (x_o, y_o) 為待求點之座標； $x = x_o - u\Delta t$ 與 $y = y_o - v\Delta t$ 則定義一條特性線的運動軌跡，該特性線從初始平面 $\phi(x, y, 0)$ 之某點(圖 1 中所標示之 D 點)出發，在經過 Δt 時間後，正好移流通過點 (x_o, y_o) 。因此對於式(29)之純移流問題，由式(30)

可瞭解，某一計算點 (x_o, y_o) 於某一時刻 (t^{n+1}) 之物理量，等於其初始時段 (t^n) 上 D 點之相對物理量。至於 D 點位置，則可根據移流速度 u 與 v ，藉由特性軌跡 $(x_D = x_o - u\Delta t, y_D = y_o - v\Delta t)$ 來加以推求。此外，對於不同正負號的 (u, v) 組合，根據上風(upwind)的特性，其相依區域(domain of dependence)將會自動的調整。例如，當 u 與 v 皆為正號時，特性線即由計算點的西南方接近，因此其相依區域即為計算點西南方之元素。

對於一般明渠流之動量方程式可由下列通式表示：

$$\frac{D\bar{V}(i)}{Dt} = S_d + S_p + S_{fri} + S_t + S_c \quad i = 1, 2 \quad (31)$$

其中，

$$\frac{D\bar{V}(i)}{Dt} = \frac{\partial \bar{V}(i)}{\partial t} + g_{ii}^{0.5} \cdot \bar{V}^m \bar{V}_{.m}^i \quad (m \text{ 為累加指標}) \quad (32)$$

D/Dt 表示對於時間之全微分運算； S_d 為因非線性移流項進行水深積分而產生之延散項； S_p 為靜水壓產生之傳播項； S_{fri} 為水流與固體邊界作用之摩擦項； S_t 為紊流項； S_c 為層流黏滯項。由式(32)可看出，移流項部份為非線性，其移流速度本身即為一待求之流場變數，因此式(30)中特性線之運動軌跡並無法直接計算求得。為解決此一問題，必須先將式(32)加以局部(locally)線性化，即各計算元素各自取其特徵速度 (u^*, v^*) ，用以替代原有之移流速度。當然，對於任一計算時段，各計算元素中所取之特徵速度要能適當表示實際移流速度之大小。如此，透過線性化的過程，並藉由特徵速度計算其特性線之運動軌跡，式(30)仍能用以求解式(32)中移流項的部份。

至於式(31)等式右邊非齊次項部份，當水流為亞臨界流時，採用中央差分法將其離散化，而當超臨界流時，則採用上風法，以考慮明渠流中擾動波傳遞的方向。此外，如

同連續方程式對時間積分的處理方式一樣，引入一權重係數，用以加權兩時段的非齊次項部份，以考慮時間積分的效應。所得之結果視為資源項(source term)，直接加入式(30)等式右邊，得水流動量方程式之離散化形式如下

$$\bar{u}_{i-1,j}^{n+1} = \bar{u}_D + \left\{ \begin{array}{l} \theta \cdot [S_d + S_p + S_{fri} + S_t + S_c]_{i-1,j}^{n+1*} \\ + (1-\theta) \cdot [S_d + S_p + S_{fri} + S_t + S_c]_{i-1,j}^n \end{array} \right\} \cdot \Delta t \quad (33)$$

$$\bar{v}_{i,j-1}^{n+1} = \bar{v}_D + \left\{ \begin{array}{l} \theta \cdot [S_d + S_p + S_{fri} + S_t + S_c]_{i,j-1}^{n+1*} \\ + (1-\theta) \cdot [S_d + S_p + S_{fri} + S_t + S_c]_{i,j-1}^n \end{array} \right\} \cdot \Delta t \quad (34)$$

其中， \bar{u}_D 與 \bar{v}_D 即為式(30)等式右邊移流項的效應；下標 D 即表示圖 1 中所標示之 D 點。要計算 \bar{u}_D 與 \bar{v}_D 的量，要先求得 D 點的位置，因此首先要決定特徵速度。根據實際模擬應用的經驗，當計算式(33)中的 \bar{u}_D 時，取 $(u^*, v^*) = (\bar{u}_{i-1,j}^{n+1*}, \bar{v}_{i-1,j}^{n+1*})$ ，而在計算式(34)中的 \bar{v}_D 時，取 $(u^*, v^*) = (\bar{u}_{i,j-1}^{n+1*}, \bar{v}_{i,j-1}^{n+1*})$ 。其中，上標 $n+1^*$ 表示每次疊代運算後，所得最新之流場變數。當 D 點的位置求得後，便可藉由初始平面上包含該點元素的四個頂點上變數，利用不規則四邊形雙線性法(bilinear method for irregular 2-D meshes)來內插 \bar{u}_D 與 \bar{v}_D 的值。

此外，因為原卡式座標控制方程式已被轉換至一般化曲線座標上，故顯式有限解析法須在轉換後之曲線座標上(稱為 logic domain 或 computational domain)進行求解。在此情況下，所有計算點之速度分量 u 或 v 的方向並不完全一致，而是各自沿著曲線座標軸的切線方向。因此，要內插 \bar{u}_D 與 \bar{v}_D 的值，必須先將速度轉換至卡氏座標系統，以便使其方向性能一致。速度分量於卡氏與一般曲線座標系統間的關係式如下：

$$\bar{u}_{cur} = \bar{u}_{cur} \cdot g_{11}^{-0.5} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \bar{v}_{cur} \cdot g_{22}^{-0.5} \frac{\partial x}{\partial \eta} \quad (35)$$

$$\bar{v}_{car} = \bar{u}_{cur} \cdot g_{11}^{-0.5} \frac{\partial y}{\partial \xi} + \bar{v}_{cur} \cdot g_{22}^{-0.5} \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad (36)$$

其中，下標 *car* 表示於卡氏座標系統中的值；下標 *cur* 表示於一般曲線座標系統中的值。

式(28)、(33)及(34)中，等式右邊的物理量，皆可用前一時刻之初始條件(上標 *n*)、與每次疊代運算所得之最新流場變數(上標 *n+1**)來直接計算求得，繼而獲得所求時刻之最新流況(上標 *n+1*)。此外，水深與流速之計算位置必須採用交錯式格點(如圖 2)來避免"checkerboard"現象的發生。整個水理模式的運算如下：

1. 在非主格點上，利用式(33)及(34)分別計算 \bar{u}^{n+1} 及 \bar{v}^{n+1} 。
2. 在主格點上，利用式(28)計算 d^{n+1} ，其中上標 *n+1** 的速度項係採用步驟 1 所求得者。
3. 根據步驟 1 與 2 所求得之新的流場變數，修正特徵速度與上標為 *n+1** 的變數。重覆步驟 1~3，直到達成收斂精度。
4. 繼續下一時間的模擬，重覆步驟 1~4，直到流場達到定常流況，或到達總模擬的時間。

此水理模式適用於定常流與非定常流況。當模擬定常流況時，其步驟與非定常流者相同，即時間仍不斷向前累計(time marching)，直到兩時段之間流場的變化量，收斂在一微小範圍內。

經由 Taylor 級數展開分析，顯式有限解析法之捨入誤差精度為 $O(\Delta\xi^2 + \Delta\xi\Delta t + \Delta t)$ ，其中 $\Delta\xi = \Delta\eta$ ，係在時間上為一階精確，在空間上為二階精確之數值方法(Dai, 1994)。顯式有限解析法本身須滿足以下之穩定可蘭條件(Courant condition)：

$$\left| \frac{u\Delta t}{\Delta x} \right| \leq 1 \quad \text{and} \quad \left| \frac{v\Delta t}{\Delta y} \right| \leq 1 \quad (37)$$

但是當應用至具自由水面流況時，尚須考慮水面擾動波傳遞之影響，因此模式的穩定條件為：

$$\left| \frac{(|u|+c)\Delta t}{\Delta x} \right| \leq 1 \quad \text{and} \quad \left| \frac{(|v|+c)\Delta t}{\Delta y} \right| \leq 1 \quad (38)$$

2.3 邊界條件

上、下游水理邊界條件的型態通常有以下三種：

(i) 以流量歷線為邊界條件，給定流量與時間之關係式，其形式為 $\bar{q} = (q^\xi, q^\eta) = (f^\xi(t), f^\eta(t))$ ；

(ii) 以率定曲線為邊界條件，給定流量與水深之關係式，其形式為 $\bar{q} = (q^\xi, q^\eta) = (f^\xi(d), f^\eta(d))$ ；

(iii) 以水位歷線為邊界條件，即給定水深與時間之關係式，其形式為 $h = f(t)$ 。

其中， $q^\xi = ud$ ； $q^\eta = vd$ 。

當水流狀況為亞臨界流時，上流必須給定兩個邊界條件，下游一個邊界條件，其餘的未知變數可藉由二維特性線法解之。當水流狀況為超臨界流時，上流必須給定三個邊界條件，下游的三個未知變數亦可藉由二維特性線法解之。以上游邊界為例，當亞臨界流時，輸入流量歷線條件，即給定流量歷線 $\bar{q} = (q^\xi, q^\eta) = (f^\xi(t), f^\eta(t))$ 兩個邊界條件，剩餘之未知水深可以下列之特性線方程式解之：

$$\frac{c}{h} \frac{Dh}{Dt} - \frac{Du}{Dt} + g_{22}^{-0.5} c \frac{\partial v}{\partial \eta} = -g(S_{ox} - S_{fx}) \quad (39)$$

其中，特性曲線之軌跡為

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + g_{11}^{-0.5} (u-c) \frac{\partial}{\partial \xi} + g_{22}^{-0.5} v \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (40)$$

其中， $c = \sqrt{gh}$ 為擾動波傳遞的速度； S_{ox} 為底床坡降； S_{fx} 為能量坡降。

2.4 輸砂控制方程式

輸砂控制方程式將河道輸砂通量分離為非均勻之懸浮載(suspended load)與河床載(bed load)兩部份，且為求得底床高程變量、底床粒徑百分組成變量、及水體含砂濃度變量等變數，模式同時求解某一粒徑之懸浮載質量守衡方程式、作用層質量守衡方程式及整體河床輸砂之質量守衡方程式等三條控制方程式，分別表示如下：

$$\frac{D\bar{C}}{Dt} = \frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{V}^i \bar{C}_{,i} = -\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \bar{Q}_s + \frac{S}{\rho d} \quad (\text{i 為累加指標}) \quad (41)$$

$$\bar{Q}_s = \bar{q}_s + \frac{1}{d} \int_{z_b}^{z_s} \rho (C - \bar{C}) (\bar{V} - \bar{V}) dz \quad (41a)$$

$$\bar{q}_s = K \nabla \bar{C} \quad (41b)$$

$$\rho_s (1-p) \frac{\partial (\beta E_m)}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{q}_b + S - S_f = 0 \quad (42)$$

$$\rho_s (1-p) \frac{\partial Z_b}{\partial t} + \sum_{i=1}^{TK} (\nabla \cdot \bar{q}_b + S)_i = 0 \quad (43)$$

上式中， C =某一代表粒徑之懸浮質濃度(上標 $\bar{\quad}$ 代表水深平均之物理量)； K =懸浮質擴散係數； \bar{q}_s =懸浮質之擴散通量(flux)； ρ_s =沉滓密度； p =孔隙率； β_{dis} =作用層內某一代表粒徑之組成百分比； E_m =作用層厚度； \bar{q}_b =河床載通量； S =懸浮載資源項(source term)； S_f =作用層底部資源項； TK =非均勻沉滓之代表粒徑數。為求解上述三式，尚需一些輔助方程式，用以決定 \bar{q}_b 、 E_m 、 S 及 S_f 等相關物理量。另外，當河床在沖刷時，為考慮護甲效應，則 \bar{q}_b 及 S 項須做適當之處理。由於整個計算過程係在非正交曲線座標系統之下進行，因此式(41)、(42)及(43)亦需轉換至非正交曲線座標系統，整理如附錄二所示。

2.5 輸砂輔助關係式

2.5.1 河床載通量(bedload flux, \bar{q}_b)

非均勻質河床載通量之決定為一困難之工作，Van Rijn (1984a)雖能計算河床載之運動軌跡，但對其通量之推估仍須藉助實驗資料。Van Rijn 係以泥砂之中值粒徑為代表粒徑，計算非均勻質砂之河床載體積通量。其後，Spasojevic(1990)針對每一粒徑 D_k ，將 Van Rijn 公式稍加修正，而得其河床載通量：

$$\bar{q}_b = \bar{q}_b(D)_k = 0.053 \rho_s \sqrt{(s-1)gD_k} D_k \frac{T_k^{\omega, 2.1}}{D_k^{0.3}} \quad (44)$$

上式中，

$$D_{*k} = D_k \left[\frac{(s-1)g}{\nu^2} \right]^{\frac{1}{3}} = \text{無因次顆粒粒徑}；$$

$$T_k = \frac{V_*^{\omega} - (u_{*c})_k^2}{\omega} = \text{輸送參數}；$$

$$V_* = \frac{\omega \sqrt{g}}{c} = \text{有效河床剪力速度}；$$

$$c = 18 \log \left(\frac{12d}{3D_{90}} \right) = \text{顆粒蔡司係數}；$$

$$s = \frac{\rho_s}{\rho} = \text{砂比重}；$$

$$\nu = \text{運動滯度}；$$

$$u_{*c} = \text{臨界剪應力}。$$



假設河床載運移僅發生在作用層內，因某粒徑在作用層內之粒徑百分組成表示為 β_{dis} ，則某一粒徑之河床載通量為：

$$\bar{q}_b = \beta_{dis} \bar{q}_b(D)_k \quad (45)$$

上式的河床載通量，如考慮較小粒徑在水體中會形成懸浮載，可引入懸浮載與河床質載之比值 γ (Van Rijn, 1984b)，則上式可進一步修正為：

$$\bar{q}_b = (1-\gamma) \beta_{dis} \bar{q}_b(D)_k \quad (46)$$

上式中，

$$\gamma = \begin{cases} 1 & \frac{u_*}{w_k} \geq 10 \\ 0.25 + 0.325 \ln\left(\frac{u_*}{w_k}\right) & 0.4 < \frac{u_*}{w_k} < 10 \\ 0 & \frac{u_*}{w_k} \leq 0.4 \end{cases} \quad (47)$$

其中 w_k 為粒徑 k 之沉降速度。

一般非均勻之河床質，較細顆粒可能被隱藏在較粗顆粒之間，而較不易被水流帶動，故 Karim et al.(1987)提出一個簡單之經驗因子，稱之為隱藏因子(hiding factor, ζ)，對河床載通量予以修正：

$$\bar{q}_b = (1 - \gamma) \zeta_k \beta_{dis} \bar{q}_b(D)_k \quad (48)$$

式中，

$$\zeta_k = \left(\frac{D_k}{D_{50}}\right)^{0.85} \quad (49)$$



2.5.2 懸浮載源 (S)

懸浮載源乃取決於水理基本挾砂濃度剖面與入流含砂濃度剖面兩者間之差異（單位：噸/秒/平方公尺），若兩剖面比較結果為水理挾砂剖面大於入流含砂濃度，則發生沖刷；反之，則發生淤積。假設於平衡輸砂之情形下，此二濃度剖面皆可以 Rouse 表示式近似之，則水理基本挾砂濃度剖面可表為：

$$C_{e_k} = \left[\frac{(a)(d-z)}{(z)(d-a)}\right]^{z'} C_{ae} \quad \text{當 } z/d < 0.5$$

$$C_{e_k} = \left[\frac{(a)}{(d-a)}\right]^{z'} [e]^{-4Z'(z/d-0.5)} C_{ae} \quad \text{當 } z/d \geq 0.5 \quad (\text{Van Rijn, 1984b}) \quad (50)$$

式中，

$$C_{ae} = 0.015 \frac{D_k T_k^{1.5}}{a D_{*k}^{0.3}} \text{ 為參考濃度}$$

a = reference level

d 為水深

z 為垂直方向座標

$$Z = \frac{\omega_s}{\beta_d \kappa u_*} \text{ 為懸浮參數} (\omega_s \text{ 為懸浮載沉降速度, } \beta_d \text{ 為沉滓}$$

擴散係數, κ 為 Von Karman 常數, u_* 則為底床剪力速度。);

而入流含砂濃度剖面則可表為：

$$C_{dk} = \left[\frac{(a)(d-z)}{(z)(d-a)} \right]^{Z'} C_{ad} \quad \text{當 } z/d < 0.5$$

$$C_{dk} = \left[\frac{(a)}{(d-a)} \right]^{Z'} [e]^{-4Z'(z/d-0.5)} C_{ad} \quad \text{當 } z/d \geq 0.5 \quad (\text{Van Rijn, 1984b})$$

(51)

式中，

$$C_{ad} = [3.25 + 0.55 \ln(\frac{W_{lk}}{\kappa u_*})] C_k \quad (\text{Lin, 1984});$$

C_k = 顆粒 k 之深度平均濃度。

求解此濃度剖面時，引介一修正懸浮參數 $Z' = Z + \varphi$ ，試誤直至濃度剖面沿水深方向積分之值收斂於深度平均濃度與水深之乘積。

式中，

$$\varphi = 2.5 \left[\frac{\omega_s}{u_*} \right]^{0.8} \left[\frac{C_{ad}}{C_0} \right]^{0.4} \quad (52)$$

C_0 為濃度最大值(=0.65)。

2.5.3 作用層厚度 (E_m)

沖刷現象發生時，根據 Bennet & Nordin(1977)之研究，

E_m 可以下式表示：

$$E_m = -C(z_b^{n+1} - z_b^n) \quad (53)$$

式中， C 為數值參數(本模式暫取為 20)。

當河床表面接近護甲條件時(armored condition)，作用層厚度接近零，在這種情況下，可用 Borah et al.(1982)所提出之護甲層厚度(armored-layer thickness)予以修正：

$$E_m = -C(z_b^{n+1} - z_b^n) + \frac{1}{\sum_{k=m}^K \beta_k} \frac{D_m}{1-p} \quad (54)$$

式中， D_m 為不產生移動的最小顆粒粒徑。另外，作用層在淤積期間可定義為：

$$E_m^{n+1} = E_m^n + (z_b^{n+1} - z_b^n) \quad (55)$$

2.5.4 作用層源(S_f)

作用層源係由於母層(active stratum)頂面之升降而產生，當其下降時，

$$S_f = -\rho_s(1-p) \frac{\partial}{\partial t} [\beta_s(z_b - E_m)] \quad (56)$$

其中， β_s 為母層中某一代表粒徑之組成百分比。當母層之厚度增加，即其頂面上升時，(56)式中之 β_s 則改為 β 。

2.6 輸砂數值模式

輸砂模式之控制方程式(41)~(43)係採用結合演算法，將這三條方程式以半隱式法差分聯立求解。因為懸浮載之質量守恆方程式依物理特性可分割為移流及反應項(advection-reaction term)與擴散項(diffusion term)二部份，所以輸砂方程式之結合演算步驟，首先將懸浮載質量守恆之移流及反應項與作用層質量守恆方程式、整體河床輸砂

質量守恆方程式，利用 Newton-Raphson 疊代聯立求解；然後，所得各變數之結果再與懸浮載質量守恆方程式之擴散項反覆疊代至收斂為止。茲將結合演算之理由與方法敘述如下：

2.6.1 結合演算之理由與方法

由於各物理量具有高度之相關性，如河床質與懸浮質藉著懸浮載源 S 連結，河床高程 z_b 及作用層內之粒徑百分組成 β 又因懸浮載源 S 而變動等，故有賴結合演算方式求解此三條方程式。然而，須先了解此三條方程式之數學特性，方能進一步選取適當之數值方法。

式(42)及(43)為雙曲線型偏微分方程式。但式(41)為雙曲線-橢圓型混合之偏微分方程式，因此聯立求解此三條方程式時，須先對式(41)作一適當處理。式(41)可分成下列二個步驟：

(i) 移流及反應步驟

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{V}^i \bar{C}_{,i} = \frac{S}{\rho d} \quad (57)$$

式中 $\frac{\partial \bar{C}}{\partial t}$ 為移流及懸浮載源 S 所引起的濃度變化，可以 $(\frac{\partial \bar{C}}{\partial t})^a$ 表示之。

(ii) 擴散步驟

$$(\frac{\partial \bar{C}}{\partial t})^d - (\frac{\partial \bar{C}}{\partial t})^a = -\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \bar{Q}_s \quad (58)$$

經上述方法分解後之懸浮載方程式，在移流及反應步驟為一雙曲線型偏微分方程，而於擴散步驟則為一橢圓型偏微分方程。因此，先聯立求解式(42)、(43)及(47)得各變數之中間值後，再與式(58)反覆疊代至收斂為止。

2.6.2 河床載質量守恆方程式之離散化

如同水流連續方程式一樣，作用層與整體河床輸砂質量守恆方程式之離散化方程式(discretized equation)，係以控制體積法來求得，其形式與式(28)相似，在時間軸與空間軸上分別採用後向差分法與中央差分法來進行離散化，並且同樣引入一權重係數來加權兩時段的變數，以考慮時間積分的效應。

2.6.3 懸浮載質量守恆方程式之離散化

懸浮載質量守恆方程式之移流及反應步驟可採用特性法求解，式(57)等式左邊各項可以全微分形式表示如下

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{V}^i \bar{C}_{,i} = \frac{DC}{Dt} \quad (59)$$

其移流軌跡為：

$$\frac{\partial \xi^i}{\partial t} = \bar{V}^i \quad (i=1,2) \quad (60)$$

要解式(59)之全微分項，必須先求得式(60)之積分路徑。令 A 點為移流軌跡在 t^{n+1} 時刻之到達點(arrival point)，該點即為懸浮質濃度之計算點；D 點為 t^n 時刻之離開點(departure point)，該點之懸浮質濃度可由初始條件求得，但由於模式係採用固定格點，故 D 點不能保證剛好落在格點上，因此 D 點之濃度必須藉由鄰近格點之濃度以內插的方式求得。

由於河床載方程式與懸浮載方程式在時間尺度上相差很大，即河床質移動量遠小於懸浮質移動量。在必須聯立求解前提下，移流及反應步驟之懸浮載方程式必須使用較大之可蘭數(Courant number)，此將導至移流軌跡必須穿過若干個計算元素方能落在 t^n 平面上。因此，必須採分段處理以求得正確的移流軌跡，其方式為：假設一移流軌跡從 D 點

至 A 點共經過 LNS 個計算元素，將該軌跡進入及離開各元素的點編號為(LNS+1)個節點，各節點間的相對位置可以表示為：

$$x_l = x_{l+1} - \frac{(\bar{u}_{l+1} + \bar{u}_l)}{2} \cdot (t_{l+1} - t_l) \quad (61a)$$

$$y_l = y_{l+1} - \frac{(\bar{v}_{l+1} + \bar{v}_l)}{2} \cdot (t_{l+1} - t_l) \quad (61b)$$

其中，下標 $l=LNS$ 時代表到達點 A， $l=1$ 時代表離去點 D。利用式(61)推求各節點的位置，必須要先知道各節點上的移流速度，但其移流速度又與節點位置有關，因此必須利用疊代收斂的方式來推求一正確的移流軌跡。

當移流軌跡已知後，便可積分式(57)，其離散化之方程式為：

$$\bar{C}_A - \bar{C}_D = \sum_{l=1}^{LNS} \left[\left(\frac{S_{l+1}}{\rho d_{l+1}} + \frac{S_l}{\rho d_l} \right) \cdot \frac{t_{l+1} - t_l}{2} \right] \quad (62)$$

另外，計算懸浮載質量守恆擴散項之數值方法，同河床載之數值方法，以控制體積法離散之。

2.6.4 結合演算法

經上節處理後，河床載質量守恆離散方程式與式(62)均為雙曲線型方程式，故可聯立求解。由於在任一計算點 P 上之離散化方程式共有 $2TK+1$ 條(TK 條懸浮載質量守恆離散式、TK 條作用層質量守恆離散式及一條整體河床輸砂之質量守恆離散式)，為方便符號表示，在 P 點上之未知量，可以向量表式之：

$$S^{n+1} = (Z_b, \bar{C}_1, \beta_1, \dots, \bar{C}_k, \beta_k, \dots, \bar{C}_{TK}, \beta_{TK})^{n+1} \quad (63)$$

或更簡潔地記作

$$S^{n+1} = (s_1, s_{2k}, s_{2k+1})^{n+1} \quad k=1, 2, \dots, TK \quad (64)$$

式中， k 為粒徑之代號。則整體河床輸砂之質量守恆離

散式、作用層質量守衡離散式與式(62)可分別寫成：

$$F_1(\overline{s}^{n+1}) = 0 \quad (65)$$

$$F_{2k}(\overline{s}^{n+1}) = 0 \quad k=1,2,\dots,TK \quad (66)$$

$$F_{2k+1}(\overline{s}^{n+1}) = 0 \quad k=1,2,\dots,TK \quad (67)$$

式(65)~(67)為一非線性代數式，可加以線性化後，利用 Newton-Raphson 法疊代求解：

$$\left[\frac{\partial F_1}{\partial \overline{s}}\right] \Delta \overline{s} = -F_1(\overline{s}^{n+1}) \quad (68)$$

$$\left[\frac{\partial F_{2k}}{\partial \overline{s}}\right] \Delta \overline{s} = -F_{2k}(\overline{s}^{n+1}) \quad (69)$$

$$\left[\frac{\partial F_{2k+1}}{\partial \overline{s}}\right] \Delta \overline{s} = -F_{2k+1}(\overline{s}^{n+1}) \quad (70)$$

式中，

$\frac{\partial F}{\partial \overline{s}}$: Jacobian 係數矩陣中之一列向量；

\overline{s}^{n+1} : 前一次疊代所得之向量；

$\Delta \overline{s}$: 疊代修正向量，可表為 $\Delta \overline{s} = (\Delta \overline{s}_1, \Delta \overline{s}_{2k}, \Delta \overline{s}_{2k+1})$ 。

獲得修正向量 $\Delta \overline{s}$ 後，可得新的 \overline{s}^{n+1} 向量：

$$\overline{s}^{n+1} = \overline{s}^{n+1} + \Delta \overline{s} \quad (71)$$

當 $\Delta \overline{s}$ 小於某一收斂容許值時，疊代得以結束。

2.7 模式演算流程

圖 3 為本數值模式之演算流程。左半部為模擬前基本資料的整理，包括底床高程、底床粒徑組成、上下游邊界條件等資料；此外，計算格網點的建立亦為一重要的項目，包含了橢圓型方程式法、拋物線型方程式法、雙曲線型方程式法及代數格點法等，可根據計算區域的幾何特性，採用不同的格點產生法。

右半部為模式的主體部份，首先用 B-spline 法由輸入之基本底床資料建立底床高程曲面，而後讀取先前已建立之初始格網點，再由底床高程曲面來求得各計算點上之底床高程。然後，給定流場計算所需之各項初始條件，便可開始水理模式及輸砂模式的模擬計算，當然可依使用者要求進行定床或動床演算。當進行動床演算時，水理模式與輸砂模式之間採用分離演算法，即水理模式計算數個時間間距後再計算輸砂模式，此乃因為輸砂行為與水流行為在時間尺度上相差很大的緣故。此外，新建立之岸壁沖刷機制即包含於動床演算模式之中，如須考量此一機制，則演算流程亦需待此部份計算完成之後才繼續進行水理部份之計算。

模式執行計算期間，可依使用者設定之時間間隔，輸出水理及動床等變數值至一輸出檔中，以利使用者作進一步的資料分析。



第三章 非凝聚性岸壁沖刷機制

3.1 岸壁沖刷所致之河床載輸運

產生非凝聚性岸壁沖刷(bank erosion)之原因大致以基腳沖刷(basal erosion)及岸壁破壞(bank failure)兩種為其中最主要之機制(Thorne et al., 1981; Thorne, 1982)。基腳沖刷即為岸壁基腳(趾部)處之河床質遭到淘刷所致，當淘刷程度加劇，岸壁間聯繫之剪力無法負荷其自身重量時，岸壁即隨之崩壞。在本研究中，假設基腳沖刷之機制僅於水面下發生，不考慮水面上岸壁質量之損失。近岸地區縱向動量平衡情形如圖 4 所示，作用於岸壁上之剪應力則可表為式(72)：

$$\frac{1}{2}\rho(u_l + \frac{\partial u_l}{\partial l} dl)^2 h_b dr - \frac{1}{2}\rho u_l^2 h_b dr - \rho v_r u_l dl h_b = \tau_b h_b dl + \tau_l h_b dl - \frac{\partial P}{\partial l} h_b dl dr \quad (72)$$

上式中， ρ =水的密度； u_l =縱向速度分量； v_r =側向速度分量； h_b =近岸水深； τ_b =作用於岸壁上之剪應力； τ_l =摩擦剪應力。

式(72)可簡化為：

$$\tau_b = \rho g \frac{\partial(\frac{u_l^2}{2g} + \eta_s)}{\partial l} dr - \rho v_r u_l - \tau_l \quad (73)$$

其中， η_s =水面高程；

$$\tau_l = \rho v_l \frac{\partial u_l}{\partial r} \quad (v_l = \text{水之黏滯係數}) \quad (74)$$

將式(74)代入式(73)可得：

$$\tau_b = \rho g \frac{\partial(\frac{u_l^2}{2g} + \eta_s)}{\partial l} dr - \rho v_r u_l - \rho v_l \frac{\partial u_l}{\partial r} \quad (75)$$

式(75)右側第一項表縱向摩擦坡降所致之剪應力，第二項則表由二次流所致之側向動量交換。此二項皆直接影響岸壁沖刷，當作用於岸壁上之剪應力 τ_b 超過其上之臨界剪應力時，岸壁即遭沖蝕。假設所沖蝕之沈滓以河床載之形式運移，一部份沿河道縱向傳遞，其餘則延側向運移。近岸縱向河床載通量可表為：

$$q_s^b = q_b \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \beta}} \quad (76)$$

其中， q_b 以 2.5.1 節之式(44)計算(Spasojevic, 1990)； β = 底床剪力與流場主流方向之偏差角(Duan et al., 1998)。

而近岸側向河床載通量可表為：

$$q_r^{b'} = q_s^b \tan \beta \quad (77)$$

上式為考量流場所引起之近岸側向河床載通量，另外如考量重力於此方向所致之側向河床載通量，則可援用 Ikeda(1989)之分析結果：

$$q_r^{b''} = q_s^b \frac{1 + \alpha\mu}{\lambda\mu_{fri}} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} \tan \beta_2 \quad (78)$$

式中， $q_r^{b''}$ = 重力所引起之側向河床載通量； β_2 = 岸壁側向角度； μ_{fri} = 摩擦係數(= $\tan \phi_{res}$ ， ϕ_{res} 為安息角)； α_{rat} = 上升(lift)係數與阻抗(drag)係數之比值； τ_{*c} = 無因次臨界剪應力； τ_* = 無因次剪應力。

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{\frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} gd} \quad (79)$$

根據上述可知，縱向及側向之河床載通量可分別由式(76)及式(77)決定。其中，縱向河床載通量乃由主流方向流

場之剪應力所致；橫向河床載通量則由二次流之剪應力所致。式(78)則為重力分量所致之側向河床載通量。因此，側向河床載通量為式(77)與式(78)之結合，亦即：

$$q_r^b = q_r^{b'} + q_r^{b''} \quad (80)$$

於式(76)中， q_b 之計算即援用前期模式所建立之底床沖淤模式。若僅依賴底床於垂直方向之沖淤機制，亦即將水面延伸至岸壁，岸壁之沖刷量即運用原本底床沖淤模式進行演算，隨著測試案例將上游入流量加大，岸壁部份之底床亦隨之沖刷情形亦隨之加劇，然而卻僅止於垂向之反應，側向之變化如加闊或減縮並無法適切反應，是以若要反應出相對應之變化，則須針對此一部份進行如下節所述之考量。

3.2 岸壁沖刷率方程式

於前節中利用岸壁形式及底床形式之輸砂公式計算，已可推得岸壁附近沈滓之運移量，本節則是進一步將其結果運用至岸壁側向變化量之計算。

假設岸壁之前進與後退可由近岸之沈滓質量平衡式決定之，當沈滓流進控制體積之通量大於流出之通量時，則近岸處有淤積現象，亦即岸壁發生前進(bank advance)；反之，若該處發生沖刷，淨沈滓通量被水流帶走，則岸壁發生後退(bank retreat)。考量近岸處一控制體積內之質量守恆式，如圖 5 所示，則沈滓連續方程式可寫成：

$$\left(q_l + \frac{\partial q_l}{\partial l} dl \right) \frac{dr}{2} - q_l \frac{dr}{2} + q_i dl - q_r^b dl = -dr \dot{h}_b dl \quad (81)$$

式中， \dot{h}_b = 岸壁底床沖刷率；當 $\dot{h}_b > 0$ 時，岸壁底床向下沖刷，岸壁發生前進；當 $\dot{h}_b < 0$ 時，岸壁底床向上淤積岸

壁發生後退；當 $\dot{h}_b = 0$ 時，則岸壁不沖不淤。 dr = 控制體積之寬度。 q_r^b 可由 3.1 節之式(80)估算； $q_l + \frac{\partial q_l}{\partial l} dl$ 、 q_l ，及 q_i 亦援用前期模式所建立之底床沖淤模式於近岸處控制體積面進行計算。

式(81)可整理為：

$$\dot{h}_b = - \frac{\left(\frac{\partial q_l}{\partial l} \frac{dr}{2} + q_i - q_r^b \right)}{dr} \quad (82)$$

由式(82)可看出當淨縱向及側向輸砂通量減少時，或是近岸淨沈澱量被水流帶走時，岸壁將會後退；相反地，當流入控制體積內之淨沈澱量為正值時，岸壁將會前進。此外，由此式亦可看出即使是在近岸地區之流速及剪應力均較高時，岸壁仍有可能因為有著淨砂源之補充而不呈現後退或是沖刷之現象，此一平衡機制應頗能描述實際物理現象。

3.3 岸壁沖刷率方程式之應用

岸壁前進（或退後）之距離如圖 6 中 \overline{BC} 所示。圖中 ABCDE 為原始斷面位置，ABC'D'E' 為岸壁沖刷後斷面位置。C 點為發生岸壁破壞之處，該點之沖刷深度即為 $(\dot{h}_b) \times (\Delta t_{bank})$ 。其中， Δt_{bank} = 岸壁沖刷時距。令 C 及 D 點座標分別為 (3,j) 及 (4,j)。 (4,j-1) 及 (4,j+1) 則為 (4,j) 前一及後一斷面之座標。則式(82)可表示為：

$$\dot{h}_{b_{i,j}} = \frac{1}{\Delta r} \left[\frac{\Delta r}{2} \frac{q_l(4, j-1) - q_l(4, j+1)}{\Delta l} - q_i(4, j) + q_r^b(3, j) \right] \quad (83)$$

上式中， $\Delta l = (4,j-1)$ 及 $(4,j+1)$ 間之距離、 $\Delta r = \overline{BC}$ 。另假設點 C 與相鄰內部點 D 之縱向沈澱通量相等。而 q_{br} 可由式(44)及式(78)計算而得。

至於渠道上下游邊界處，在其上游進口斷面，岸壁沖刷率假設為零，而在下游出口斷面，則假設其與緊鄰之上游段相同。

3.4 案例測試

考慮一下游控制之亞臨界流況之渠道，上游以固定單位寬度流量 $q = 1m^2 / sec$ 流入渠道中，下游則固定水深為 0.6 公尺；曼寧 $n = 0.03$ ；渠道長為 2 公里，渠道斷面形狀為左右對稱之梯形，渠底寬 100 公尺、渠頂寬 200 公尺，渠高 1 公尺；底床坡度為 1/350；所使用之格點數為(41×11)；沈澱粒徑為 0.5mm。於水理達到穩態收斂後，再進行清水沖刷之動床模擬，模擬時間為一小時。於國家高速網路與計算中心所建置之分散式平行電腦系統機器群 IBM P690 (8 nodes, 256cpus) 進行模擬，此系統之操作介面為 Unix，以幕前試跑進行模擬，平均一個案例之實際模擬時間約為兩小時；若以幕後封包模擬則時間約需一個半小時。

圖 7 為初始底床高程，圖 8 至 13 為模式啟用岸壁沖刷機制後每間隔 10 分鐘所繪之底床高程。由圖 8 可看出於近上游端左右岸壁處皆發生沖刷現象，岸壁高程呈現輕微沖刷情形，而隨著模擬時間之增加，由圖 9 至 13 亦可看出岸壁高程向下沖刷情形加劇。為方便描述，此清水沖刷案例以下稱作樣本案例。

為進一步測試相關參數對岸壁沖刷機制之影響，前述案例另行針對上游入砂濃度、床質粒徑、上游入流量進行測試。圖 14 至 19 為上游入砂濃度 3000ppm 時，啟用岸壁沖

刷機制後每間隔 10 分鐘所繪之底床高程；圖 20 至 25 則為上游入砂濃度 6000ppm 間隔 10 分鐘所繪之底床高程。其底床沖淤情形大致與前述清水沖刷之樣本案例一致，同樣地在一開始有坡面逐漸下凹的情形，隨著時間的演進坡面凹下程度加劇，而不同入砂濃度之模擬結果則未有顯著差異。

圖 26 至 31 為床質粒徑 0.2mm 時，啟用岸壁沖刷機制後每間隔 10 分鐘所繪之底床高程；圖 32 至 37 則為床質粒徑 0.8mm 時，間隔 10 分鐘所繪之底床高程。其底床沖淤趨勢大致與床質粒徑為 0.5mm 時之樣本案例一致，隨模擬時間增長上游端岸壁逐漸往兩側擴張，而下游端之岸壁則逐漸呈現束縮。惟此兩種粒徑之模擬結果亦未有顯著差異。

圖 38 至 43 為上游入流量 $0.95m^2/sec$ 時，啟用岸壁沖刷機制後每間隔 10 分鐘所繪之底床高程；圖 44 至 49 則為上游入流量 $1.05m^2/sec$ 時間隔 10 分鐘所繪之底床高程。此一參數測試案例較可明顯看出入流量之改變對於岸壁沖刷程度影響較大。若是在較小流量之下，與樣本案例相比較，上游端岸壁沖刷程度較為和緩，而若是在較大流量下，則其上游端岸壁沖刷程度較為劇烈。岸壁改變程度與流量之大小密切相關，此一現象於下游端亦可發現，較小流量其束縮程度較為輕微，而較大流量其程度則加劇。

前述直線渠道案例模擬結果大致與物理現象一致，為測試岸壁沖刷機制於彎道中之應用性，茲考慮一下游控制之亞臨界流況之彎道，曲率半徑為 100 公尺，如圖 50 所示。上游以固定單位寬度流量 $q = 100m^2/sec$ 流入渠道中，下游則固定水深為 20 公尺；曼寧 $n = 0.03$ ；渠道長為 1000 公尺，渠道斷面形狀為左右對稱之梯形，渠底寬 100 公尺、渠頂寬 200 公尺，渠高 100 公尺；底床坡度為 1/350；所使用之格點數為 (201×11)；沈澱粒徑為 0.5mm。於水理達到

穩態收斂後，再進行清水沖刷之動床模擬，模擬時間為一小時。圖 51 至 56 為啟用岸壁沖刷機制後每間隔 10 分鐘所繪之底床高程，由圖上可看出下游邊界附近凹岸之岸壁有明顯之凹陷，而其相對應之凸岸處之岸壁則呈現輕微之前進。水流流經彎道時由於二次流之效應，凹岸處之沈澱被運移至凸岸處堆積，使得彎道之曲率半徑愈益變小，直至由於水流橫向所運移之沈澱量達到平衡，而岸壁亦達到新的穩定狀態。

由前述直線道之測試案例大致上可得知上游入流沈澱濃度及床質粒徑於非凝聚性沈澱之岸壁沖刷機制中並非決定性之物理量，上游入流量之大小才是直接影響岸壁沖刷程度之主要因子。而由彎道測試案例則可看出此一機制可有效連結橫向沈澱運移之行為，並將其結果反映在岸壁之擴張及束縮之上。是以此一機制之加入有助於釐清非凝聚性沈澱河道橫向變遷行為之演變。



第四章 凝聚性岸壁沖刷機制

4.1 岸壁沖刷主要因素

一般而言，凝聚性岸壁沖刷過程是岸壁土體和近岸水流交互作用的結果，亦即岸壁土體抵抗沖刷的能力與近岸水流沖刷侵蝕的能力之間相互影響所產生的結果。除了岸壁上植被生長情形、河道內水位變化、滲流、管湧等因素會影響岸壁的沖刷情形外，近岸水流直接對岸壁的橫向沖刷繼而導致之岸壁崩坍為其最主要之因素。對於凝聚性岸壁而言，主要即以此種方式使得渠幅擴寬。河床面的沖刷，導致岸壁與底床之相對高度增加，使得岸壁坡度變陡，將降低岸壁之穩定性，當土體內部重力所致之下滑力大於其顆粒間之摩擦力時，岸壁部分土體即發生滑落崩坍的現象，進而導致岸壁邊界的後退以及河寬的增加。

岸壁基腳的橫向沖刷除直接改變河道底床之寬度外，亦降低岸壁土體在重力作用下之穩定性，然而相較於非凝聚性岸壁而言，關於探討此種凝聚性岸壁相關沖刷寬度之文獻則較為闕如，目前較為普遍使用之經驗式為 Arulanandan et al.(1980)

$$LE = \frac{r_{\text{deg}}}{\gamma} \left(\frac{\tau - \tau_c}{\tau_c} \right) \quad (84)$$

式中， LE = 橫向沖刷速率 (m/min)； τ = 作用在岸壁上之流體剪應力； τ_c = 岸壁土體之臨界剪應力； γ = 岸壁土體比重 (kN/m^3)； r_{deg} = 起始土體沖刷速率 ($g/cm^2/min$)。而起始土體沖刷速率又可表為

$$r_{\text{deg}} = 0.0223\tau_c \exp(-0.13\tau_c) \quad (85)$$

利用式(84)及(85)即可推算凝聚性岸壁被水流橫向沖刷

後退之距離 Δw 。當此橫向距離逐漸增至岸壁土體無法負荷自身重量時，岸壁即產生崩坍破壞。式(86)為 $\Delta t(\text{sec})$ 時間內橫向沖刷後退距離(圖 57 之 Δw)。

$$\Delta w = \Delta t / 60 \times 0.0223 \times (\tau - \tau_c) / \gamma \times \exp(-0.13\tau_c) \quad (86)$$

當凝聚性岸壁產生崩坍後，土體將呈團狀或塊狀剝落，此點有別於非凝聚性岸壁以顆粒狀態被水流沖刷帶走，因此崩坍形式將是以塊狀滑落為主。自然情況下河岸可能發生多種的崩坍形式，不同之崩坍形式將構成不同的岸壁幾何形狀，不同的岸壁形狀亦將進而影響流場的改變，甚且不同之崩坍形式其土體加入至水體之總量亦有所不同。因此，如何適切的考量合理的崩坍形式亦頗為重要。為提高模式現地應用的實用性與普遍性，在本研究中研採圓弧崩坍以及平面崩坍兩種形式，至於懸臂崩坍甚或管湧所致之破壞型態，由於較常發生於非均質層狀岸壁或地下水面不正常曳降等情形，此類情形之相關資料取得有其困難性，目前暫未納入考量。

4.2 圓弧崩坍

Osman(1985)假設一通過岸壁基腳之圓弧面為其崩坍破壞面，如圖 57 所示。他定義了一個安全因子，此安全因子為土體摩擦力對此圓弧中心之力矩與土體重力對此圓弧中心之力矩之比值。

$$FS_r = \frac{\sum C_{coh} b + (W_s - u_w b) \tan \phi_{fri}}{W_s \sin \alpha} \frac{1}{1 + \frac{\sec \alpha}{\tan \alpha \tan \phi_{fri}}} \quad (87)$$

式中， FS_r = 圓弧崩坍安全因子； C_{coh} = 土壤黏性係數 (kPa)； ϕ_{fri} = 土壤摩擦角 ($^{\circ}$)； b = 滑落土體的寬度 (m)； W_s = 土

體的重量(kN)； α = 岸壁傾斜角度($^{\circ}$)； u_w = 土體基腳處之孔隙水壓(kPa)。

當此安全因子之值小於 1 時，土體即沿著此圓弧面發生圓弧崩坍。式(88)及式(89)為計算發生崩坍後岸壁頂部之拓寬量及崩坍岸壁的體積。

$$BW = H - \frac{H'}{\tan \alpha} \quad (88)$$

$$V_f = \pi H^2 - \frac{H'^2}{2 \tan \alpha} \quad (89)$$

式中， H = 岸壁高度(m)； H' = 未發生沖刷之岸壁高度(m)。崩坍後之土體，Osman(1985)未詳細說明其處理方式，僅說明其分佈於很靠近岸壁基腳處，目前模式將其加入岸壁基腳處之河床載之質量守衡方程式，由該方程式將土體傳遞至河道內部後再參與河道之動床演算。以下平面崩坍之處理方式亦同。

4.3 平面崩坍

造成土體崩坍的下滑驅動力 FD 以及抵抗其崩坍的摩擦力 FR 皆為破壞土體幾何形狀及土壤特性之函數(Osman and Thorne, 1988)，如圖 58 所示。

$$FS_p = \frac{FR}{FD} \quad (90)$$

$$FD = W_t \sin \beta_p = \frac{\gamma}{2} \left(\frac{H^2 - y_d^2}{\tan \beta_p} - \frac{H'^2}{\tan \alpha} \right) \sin \beta_p \quad (91)$$

$$FR = \frac{(H - y_d)C_{coh}}{\sin \beta_p} + \frac{\gamma}{2} \left(\frac{H^2 - y_d^2}{\tan \beta_p} - \frac{H'^2}{\tan \alpha} \right) \cos \beta_p \tan \phi \quad (92)$$

式中， FS_p = 平面崩坍安全因子； W_t = 崩坍土體的重量 (kN)； y_d = 張力裂縫深度 (m)； β_p = 崩坍平面傾角。

崩坍平面傾角可以式 (93) 得之 (Osman and Thorne, 1988)。

$$\beta_p = \frac{1}{2} \left\{ \tan^{-1} \left[\frac{H}{H'} (1 - K_{tci}^2) \tan \alpha \right] + \phi_{fri} \right\} \quad (93)$$

式中， K_{tci} = 張力裂縫指標 (tension crack index)，為所觀測之張力裂縫深度與岸壁高度之比值。

當安全因子 FS_p 之值小於 1 時，土體即沿著傾角之破壞平面發生平面崩坍。式 (94) 及式 (95) 為計算發生崩坍後岸壁頂部之拓寬量及崩坍岸壁的體積。

$$BW = \left(\frac{H - y_d}{\tan \beta_p} - \frac{H'}{\tan \alpha} \right) \quad (94)$$

$$V_f = \frac{1}{2} \left(\frac{H^2 - y_d^2}{\tan \beta_p} - \frac{H'^2}{\tan \alpha} \right) \quad (95)$$

4.4 案例測試

考慮一下游控制之亞臨界流況之渠道，上游以固定單位寬度流量 $q = 100 \text{ m}^2 / \text{sec}$ 流入渠道中，下游則固定水深為 20 公尺；曼寧 $n = 0.03$ ；渠道長為 20 公里，渠道斷面形狀為左右對稱之梯形，渠底寬 100 公尺、渠頂寬 200 公尺，渠高 100 公尺；底床坡度為 1/350；所使用之格點數為 (41×11)；沈澱粒徑為 0.5mm。於水理達到穩態收斂後，再進行清水沖刷之動床模擬，模擬時間為一小時。

圖 59 為初始底床高程，圖 60 至 65 為模式啟用圓弧破

壞機制後每間隔 10 分鐘所繪之之底床高程。由圖 60 可看出渠道於左右岸壁處皆發生沖刷現象，而隨著模擬時間之增加，由圖 61 至 65 亦可看出岸壁高程向下沖刷情形加劇。圖 66 為渠道高程變化情形，由下游端斷面可明顯比較出各時間岸壁側向變化量，且渠道岸壁之底床剖面最終亦趨於圓弧狀。

圖 67 至 72 則為模式啟用平面破壞機制後每間隔 10 分鐘所繪之底床高程。水理及動床條件則與圓弧破壞測試例相同。由各圖變化情形上可看出岸壁逐漸後退，且岸壁附近沖刷後之底床為平直斜面表現，有別於圖 61 至 65 之曲面表現，圖 67 至 72 之變化情形整理於圖 73。由該圖亦可看出岸壁逐漸崩坍至其基腳為崩坍斜面傾角。

為進一步測試相關參數對岸壁沖刷機制之影響，前述案例另行針對上游入砂濃度、岸壁土壤比重、岸壁土壤黏性係數、岸壁土壤摩擦角、及岸壁土壤臨界剪應力進行測試。

圖 74 至 79 為上游入砂濃度 3000ppm 時，啟用圓弧破壞機制後每間隔 10 分鐘所繪之底床高程；圖 80 至 85 則為上游入砂濃度 6000ppm 間隔 10 分鐘所繪之底床高程。其底床沖淤情形大致與前述清水沖刷之樣本案例一致，同樣地在一開始有坡面逐漸下凹的情形，隨著時間的演進坡面凹下程度加劇，模擬終了底床剖面亦趨於圓弧狀，至於不同入砂濃度之模擬結果則未有顯著差異。

圖 86 至 91 為岸壁土壤比重增加 25% 時，啟用圓弧破壞機制後每間隔 10 分鐘所繪之底床高程；圖 92 至 97 則為岸壁土壤比重減少 25% 時，間隔 10 分鐘所繪之底床高程。其底床沖淤趨勢大致與原訂岸壁土壤比重 $18\text{kN}/\text{m}^3$ 時之樣本案例一致，隨模擬時間增長，岸壁逐漸呈現圓弧狀。惟此兩種岸壁土壤比重之模擬結果亦未有顯著差異。

圖 98 至 103 為岸壁土壤黏性係數增加 25%時，啟用圓弧破壞機制後每間隔 10 分鐘所繪之底床高程；圖 104 至 109 則為岸壁土壤黏性係數減少 25%時，間隔 10 分鐘所繪之底床高程。其底床沖淤趨勢大致與原訂岸壁土壤黏性係數 $20\text{kN}/\text{m}^2$ 時之樣本案例一致，同樣地在一開始有坡面逐漸下凹的情形，隨著時間演進坡面下凹程度加劇，而不同岸壁土壤黏性係數之模擬結果則未有顯著差異。

圖 110 至 115 為岸壁土壤摩擦角增加 25%時，啟用圓弧破壞機制後每間隔 10 分鐘所繪之底床高程；圖 116 至 121 則為岸壁土壤摩擦角減少 25%時，間隔 10 分鐘所繪之底床高程。其底床沖淤趨勢大致與原訂岸壁土壤摩擦角 14° 時之樣本案例一致，隨模擬時間增長，岸壁逐漸呈現圓弧狀。惟此兩種岸壁土壤比重之模擬結果亦未有顯著差異。

圖 122 至 127 為岸壁土壤臨界剪應力增加 25%時，啟用圓弧破壞機制後每間隔 10 分鐘所繪之底床高程；圖 128 至 133 則為岸壁土壤臨界剪應力減少 25%時，間隔 10 分鐘所繪之底床高程。此一參數測試案例較可明顯看出岸壁土壤臨界剪應力之改變對於岸壁沖刷程度影響較大。當岸壁土體的抗沖性加強時，亦即岸壁土壤臨界剪應力增加時，岸壁沖刷的程度減輕；而當其抗沖性減弱時，亦即岸壁土壤臨界剪應力減輕時，岸壁沖刷的程度增加。

鑑於圓弧破壞機制測試案例中，上游入砂濃度、岸壁土壤比重、岸壁土壤黏性係數、及岸壁土壤摩擦角等參數皆未對岸壁沖刷結果產生顯著影響，是以平面破壞機制之測試僅針對岸壁土壤臨界剪應力進行模擬。圖 134 至 139 為岸壁土壤臨界剪應力增加 25%時，啟用圓弧破壞機制後每間隔 10 分鐘所繪之底床高程；圖 140 至 145 則為岸壁土壤臨界剪應力減少 25%時，間隔 10 分鐘所繪之底床高程。所

得結果與圓弧破壞機制測試案例一致。

前述直線渠道案例模擬結果大致與物理現象相符，為測試圓弧破壞機制及平面破壞機制於彎道中之應用性，茲考慮一下游控制之亞臨界流況之彎道，曲率半徑為 100 公尺，如圖 50 所示。上游以固定單位寬度流量 $q = 100 \text{ m}^2 / \text{sec}$ 流入渠道中，下游則固定水深為 20 公尺；曼寧 $n = 0.03$ ；渠道長為 1000 公尺，渠道斷面形狀為左右對稱之梯形，渠底寬 100 公尺、渠頂寬 200 公尺，渠高 100 公尺；底床坡度為 1/350；所使用之格點數為 (201×11) ；沈滓粒徑為 0.5mm。於水理達到穩態收斂後，再進行清水沖刷之動床模擬，模擬時間為一小時。圖 146 至 151 為啟用圓弧破壞機制後每間隔 10 分鐘所繪之底床高程，圖 152 至 157 則為啟用平面破壞機制後每間隔 10 分鐘所繪之底床高程。兩種破壞機制皆可看出岸壁變化情形與直線道之模擬結果相同，皆有明顯之破壞面隨時間演進變化。

由前述直線道之測試案例大致上可得知上游入砂濃度、岸壁土壤比重、岸壁土壤黏性係數、及岸壁土壤摩擦角等參數於凝聚性沈滓之岸壁沖刷機制中並非決定性之物理量，土壤臨界剪應力的大小才是直接影響岸壁沖刷程度之主要因子。一般而言，於現地情況中，不同的植生條件將直接影響岸壁土壤臨界剪應力，然而此一現象則仰賴現地或是實驗資料之廣泛收集，經歸納整理後再應用至數值模式中，或是經由數值實驗與模型試驗結果率定出合宜之岸壁土壤臨界剪應力。而由彎道測試案例則可看出此圓弧或平面破壞機制可有效展現渠道橫向變化之現象。是以此破壞機制之加入有助於釐清凝聚性沈滓河道橫向變遷行為之演變。

第五章 實例模擬

5.1 背景說明

阿公店水庫集水區含大量灰色泥質頁岩，質地鬆軟且吸水液化，兼之水庫本身無排砂設施，每逢雨季大量泥砂隨水流進入水庫，造成嚴重淤積。為求水庫永續利用，乃有水利局民國 80 年起辦理之「阿公店水庫更新改善工程先期作業計畫」（以下簡稱「更新改善計畫」），擬透過降低豎井溢洪管之頂高、淤砂浚漂、越域引水、空庫防淤、及越域排洪等方法，增加水庫庫容，提高水源之利用（水利局，82 年）。水庫下游河道因水庫之興建，影響其自然沖淤狀態，而水庫於更新改善後所進行之空庫防淤，進行經常性之排砂，將部份淤砂回歸下游河道，使下游河道之沖淤趨近於水庫未興建前之自然情況。本研究以阿公店水庫下游河道為對象，進行岸壁沖刷機制於現地應用之模擬。

本研究將針對單場洪水事件，模擬阿公店水庫有無防淤對下游河道沖淤變化之情形。所模擬案例計有在 100 年頻率洪水情況下，壩址處泥砂濃度分別為（1）水庫更新改善後之平均排砂濃度 29,700ppm 及（2）水庫更新改善前之清水放流等條件，合計二種組合。模式演算所需資料及模擬結果分述如下：

5.2 模式演算輸入參數

1. 初始河道幾何資料

本研究以水利局 74 年之「阿公店溪治理規劃報告」及 85 年之「阿公店溪(上游段)治理規劃報告」中之規劃河道斷面（如圖 158），為模擬河道之初始斷面，圖 159 為阿公店溪斷面位置示意圖。

底床高程資料方面，採用「阿公店溪治理規劃報告」及「阿公店溪(上游段)治理規劃報告」中所列之各斷面計畫底床高程資料，整理如表 1。由圖可知其平均坡降大致可分成三段，在上游 32 至 59 斷面，計畫河寬為 35 公尺之河段，其底床坡度較陡，平均約為 0.14%；由 20 至 32 斷面，計畫河寬為 50 公尺之河段，其平均坡度約為 0.076%；下游 1 至 20 斷面，計畫河寬為 110 公尺之河段，平均坡度則較為平緩僅約 0.025%。圖 160 為初始底床高程分佈圖，格點數為 81×13。

2. 初始河床質資料

如前所述，河道動床之計算係採用非均勻斷面，即在某些斷面變化較大及流況可能較為複雜之區域，設定較多之計算斷面進行模擬，因此各計算斷面位置不同於河道中原本設置之斷面樁位置。模式所需之初始河床質資料則利用原斷面樁位置之資料內插至計算斷面上。為避免因實際河道斷面編號與計算所需斷面編號之差異而產生混淆，內插斷面所獲得之結果並不列出，而僅列出實測斷面處之河床沖淤變化情形。

本模式具有模擬非均勻沉澱之功能，根據阿公店溪河道原有之沉澱粒徑分佈，以及上游阿公店水庫排放至下游河道較細小之沉澱粒徑，研採七種代表粒徑以進行河道沖淤變化之分析模擬，其粒徑分別為 0.003873、0.02738、0.172、0.239、0.334、0.5 及 1.0mm，以 D1、D2、D3、...、D7 等代號表示之，D1 代表最小之粒徑，D7 則代表最大之粒徑。D1、D2 及 D3 分別屬於黏土、粉土及細砂質沉澱，此三粒徑係根據水利處南區水資源局委託國立交通大學土木系執行之「阿公店水庫防淤策略研究」計畫所採用水庫床形沖淤模擬之代表粒徑，本計畫以此三者為阿公店水庫

排砂之代表粒徑。此外，根據阿公店溪河床質粒徑分佈情形，另再選定四種代表粒徑，此四種較大之粒徑則屬砂質沉澱範圍。至於此七種代表粒徑之初始組成百分比，係根據「阿公店溪治理規劃報告」及「阿公店溪(上游段)治理規劃報告」中之河床質分析成果表，利用該表所列之 D_{20} 、 D_{50} 、 D_{75} 等粒徑資料，以粒徑分佈曲線來推求，其結果如表 2 所示。

3. 粗糙係數

下游河段根據「阿公店溪治理規劃報告」所推估，曼寧 n 值為 0.03。上游河段則根據「阿公店溪(上游段)治理規劃報告」所建議者，曼寧 n 值採用 0.035。

4. 入流歷線資料

水庫更新前不同頻率年降雨之阿公店水庫的放流歷線，係根據「高雄縣土庫排水系統」報告，圖 161 為各頻率年洪水之水庫放流歷線。此外，水庫更新後不同頻率年降雨之阿公店水庫的放流歷線，則根據台灣省水利局於民國 82 年「更新改善計畫」報告，圖 162 為各頻率年洪水之水庫放流歷線。

5. 河口潮位歷線

因阿公店溪河口本身缺乏潮位紀錄資料，因此利用附近高雄港第二港口之潮位資料(高雄市捷運局籌備處，83 年)來加以推求，所得之潮位歷線資料如圖 163 及表 3 所示。

6. 入流含砂濃度

阿公店水庫更新後，將原溢洪管改為排砂道，於每年 6 至 9 月汛期間利用空庫排砂達到減少水庫淤積之目的。影響其排砂量之因素頗多，諸如水流特性、庫區地形、沉澱特性與來源分佈等。本研究根據民國 82 年「更新改善計畫」

報告中採用黃氏推估法所得之體積比平均濃度 1.1% (約相當於 29,700 ppm) , 為水庫放流之排砂濃度。且由該報告可知 D1 黏土約佔庫床淤積之 50% , D2 粉土約佔 30% , 其餘則屬砂質範圍之沉滓。因此, 根據庫床之粒徑分佈曲線, 將水庫排砂濃度依比例分攤至 D1 至 D4 等四個代表粒徑。

5.3 模擬結果

由於所模擬之沈滓粒徑甚細, 具凝聚性, 是以岸壁沖刷類型研以凝聚性破壞機制進行之。破壞形式則選擇圓弧破壞機制進行模擬。各案例模擬時間為 60 小時。

圖 164 至 166 為防淤操作後每間隔 20 小時所繪之底床高程。由圖 164 可看出渠道上游處底床發生淤積, 圖 165 則顯示出此種現象隨著時間的演進而加劇。圖 166 為模擬終了之底床情況。圖 167 則為各時段底床變化情形, 由該圖可看出除上游端之明顯堆積外, 其下河槽亦有較為輕微之淤積現象, 惟岸壁變化之現象並不顯著。

圖 168 至 170 則為防淤操作前每間隔 20 小時所繪之底床高程。不同於前述案例發生之明顯淤積現象, 由於此案例為清水沖刷, 上游並無砂源補充, 是以渠道呈現沖刷之現象。圖 168 上游處之底床發生輕微之沖刷而連帶該處之岸壁亦發生輕微之退縮。隨著模擬時間增加, 此種現象則愈形明顯。圖 171 則為各時段底床變化情形, 由該圖可更清楚比對出不同時段底床及岸壁之變化, 惟此例之沖刷情形不甚劇烈, 是以其中變化量較小, 不若防淤操作後之案例有較明顯之變化量。

第六章 結論與建議

6.1 結論

1. 本研究發展之側向沖淤變化機制，於模式初步建制之時，原擬定方略為側向沖淤發生之際，網格亦隨之調整，然而此一方式極易導致演算之發散，不易收斂；隨後針對收斂情形進行改善，間或可以收斂，然極為耗時，不具應用價值。其後改變原訂方略，不考慮格點重新調整，將原本側向沖淤之量改以垂直方向表現之，始有合理之測試結果呈現。
2. 目前所採用之非凝聚性岸壁沖刷機制主要為近岸區域控制體積內之沈澱質量守恆關係，其中包含岸壁沖刷或破壞後所產生之砂源、側向沈澱輸運所致之岸壁前進、以及沈澱進出控制體積之通量。而決定岸壁前進或後退最主要之因素即在於鄰近岸壁之控制體積內淨輸砂量，如果淨值為正，則前進；為負，則後退。依照目前所設計之案例測試結果而言，此一機制與物理直觀預測情形相符。參數測試結果顯示上游入流量對於此一機制之表現影響較大，至於上游入流沈澱濃度及床質粒徑則非主要影響因子。
3. 而由彎道測試案例則可看出此一機制可有效連結橫向沈澱運移之行為，並將其結果反映在岸壁之擴張及束縮之上。是以此一機制之加入有助於釐清非凝聚性沈澱河道橫向變遷行為之演變。
4. 至於凝聚性岸壁沖刷機制目前則是採用了質量耗損中圓弧崩坍以及平面崩坍兩種形式，就所設計測試案例而言，模擬情形亦與預期結果相符。參數測試結果顯示土壤臨界剪應力將直接影響岸壁變化之程度。至於上游入砂濃度、岸

壁土壤比重、岸壁土壤黏性係數、及岸壁土壤摩擦角等參數其影響性則較小。

6.2 建議

- 1.有限解析法之數值穩定條件與一般顯式法相同，有可蘭數滿足的限制，而輸砂模式由於採用隱式解法，是以可採用較大時距，由此看來，水理演算的效率主宰了模式整體演算表現。為增進模式於長期模擬之可行性，應可透過較為經濟且適切的計算格點建立，以提高模式執行效率。
- 2.計算格點之適用程度係透過數值試驗結果進行調校，本研究所採用計算格點大致上根據河道幾何形狀的變化情形來布置格網點，為反應突變區域高流場梯度變化之現象，一般於此區布置較為密集之格網。惟此作法端賴使用者之經驗判斷，未來可就此部分進行探討，研擬能夠通行使用且可量化的法則。
- 3.模式中各輸砂經驗輔助關係式之適用範圍有待進一步以現場案例的測試與應用予以釐清。由於輸砂行為的複雜性，目前仍未有能夠使用於任何流況之通用公式，因此模式中有必要納入不同流場條件所適用之理論或經驗式，以增加模式之實用性。
- 4.台灣由於水文地文條件的限制，人口密集區之河川上游多建有水庫。水庫上游入砂在廣大集水區域之沈降過程中，淤積在壩址附近或排放至下游河道之沈滓皆非常細小且具有黏性，因此探討凝聚性沈滓之輸運行為亦為一重要課題。以本研究之架構繼續延伸，未來可將其物理及化學性質納入模式，以更符合台灣河川之現況與需求。

- 5.於現地模擬過程中常出現水理計算發散之現象，相關案例多見於乾濕互現之渠槽底床，然而此現象在實際應用中甚為頻繁。目前模式並未能有效模擬此類案例，河道幾何變化未較複雜者則尚具應用性。建議未來可朝此問題再作深入探討，俾增加模式之實用性。
- 6.本研究雖僅以案例測試結果進行探討，但一個模式真正價值不在於模式本身所具有之功能，而是在於能否應用至實際的工程問題上，藉由數值模式的可再利用性，提供具實用性的參考訊息。因此，模式中各項參數除可利用試驗數據進行率定外，未來可針對台灣各重要河川具有現場量測資料者，進行參數的檢定與校正，以增加模式在現地河川應用上的實務價值。

