

國立交通大學

電信工程學系

碩士論文

低峰均功率比時空頻三維碼之研究  
On the Design of Space-Time-Frequency Coding  
with Low Peak-to-Average Power Ratio

研究生：張力仁

指導教授：王忠炫 博士

中華民國 九十六 年 八 月

# 低峰均功率比時空頻三維碼之研究

學生：張力仁

指導教授：王忠炫

國立交通大學電信工程學系碩士班

## 摘要

關鍵詞：多重輸入多重輸出、正交分頻多工、時空頻編碼技術，峰均功率比。

隨著個人化通訊需求的迅速發展及多媒體訊息交流的急遽增加，強化無線接收技術以因應高速、多元及高品質傳輸要求，已成為發展新一代無線通訊系統時所須考量的重要課題。為符合這樣的要求，目前都是以多重輸入多重輸出 (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO) 和正交分頻多工 (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM) 兩技術結合之系統來達成，因此本論文會先針對 MIMO 和 OFDM 兩系統分別做介紹，並接著在多重輸入輸出-正交分頻多工 (MIMO-OFDM) 系統架構下去設計可從空間、時域、頻域抵抗通道錯誤之新式三維碼，但由於系統架構應用 OFDM 技術，所以會承襲 OFDM 技術先天高峰均功率比 (Peak-to-Average Power Ratio, PAPR) 之缺點，因此我們也針對此一缺點，設計出具低峰均功率比特性之新式三維碼，所得新式三維碼不僅可在空間、時域、頻域獲得最佳分集增益以提升系統傳輸品質，同時亦能大幅降低正交分頻多工系統之峰均功率比以簡化收發機之硬體需求。

# On the Design of Space-Time-Frequency Coding with Low Peak-to-Average Power Ratio

Student: L. J. Chang

Advisor: C. H. Wang

Department of Communication Engineering  
National Chiao Tung University

## Abstract

Keywords: multiple-input multiple-output (MIMO) , orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) , space-time-frequency (STF) coding, peak-to-average power ratio (PAPR) .

With the fast development of personal communications and the increasing need of multi-media messaging, the major topic for future wireless communications will be to effectively enhance the capability of radio access to provide excellent spectral efficiency and system capacity. Recently, MIMO-OFDM systems are mostly used to provide high data rate transmission and multi-media services. Thus, the goal of the thesis is to combine the STF coding for MIMO-OFDM systems and establish the related theoretical fundamentals. Moreover, we also consider the PAPR problem in OFDM systems. The proposed STF codes not only can achieve the maximum diversity gain to optimize the transmission quality but also can mitigate the high PAPR of OFDM signals to avoid the high cost amplifiers in the transmitter and receiver.

# 誌謝

兩年的研究生生活，一下子也到了要畢業的日子，感謝指導老師 王忠炫不辭辛勞的指導，讓我在這短短兩年學到了不少東西，不僅在學業上，在生活或其他方面也都受到老師的諄諄教誨，讓我得到了不少啟發，在此對老師獻上最大的感激。同時也要感謝一直被我問問題的學長、陪我聊天訴苦同學以及一起打屁的學弟，多謝你們讓我覺得這是一個很好的實驗室。最後感謝我的父母、家人以及女朋友，讓我不用考慮其他的事情，可以專心於學業上並順利畢業。



# 目錄

第一章 簡介 .....	1
第二章 空頻碼簡介 .....	4
2.1 多重輸入多重輸出-正交分頻多工架構 .....	4
2.1.1 多重輸入多重輸出系統 .....	5
2.1.2 正交分頻多工系統 .....	7
2.2 通道介紹 .....	11
2.3 空頻碼 .....	12
2.3.1 空頻碼之設計準則 .....	12
2.3.2 空頻碼架構 .....	16
第三章 低峰均功率比空頻碼之研究 .....	18
3.1 峰均功率比 .....	18
3.2 解決高峰均功率比的方法 .....	19
3.2.1 限幅法 .....	19
3.2.2 區塊編碼架構法 .....	20
3.2.3 選擇性映射 .....	21
3.2.4 分部傳送序列 .....	22
3.2.5 正定旋轉 .....	23
3.3 低峰均功率比空頻碼 .....	24
3.3.1 低峰均功率比空頻碼之設計準則 .....	24
第四章 電腦模擬 .....	28
第五章 結論 .....	31
參考文獻 .....	32

# 表目錄

表 3.1	四個子載波所有可能 BPSK 頻域信號的 PAPR.....	20
-------	--------------------------------	----

# 圖目錄

圖 1.1	正交分頻多工收發機架構圖.....	2
圖 2.1	MIMO-OFDM 系統傳送端和接收端架構圖.....	4
圖 2.2	MIMO 系統架構圖.....	5
圖 2.3	在 $M_T > M_R$ 下等效 MIMO 通道示意圖.....	6
圖 2.4	(a) 傳統 FDM 頻譜 (b) OFDM 的頻譜.....	8
圖 2.5	OFDM 系統傳送端調變器示意圖.....	8
圖 2.6	OFDM 之保護時間示意圖.....	9
圖 2.7	保護時間內不傳送信號造成 ICI 之示意圖.....	9
圖 2.8	OFDM 保護區間之循環字首示意圖.....	10
圖 2.9	傳輸延遲伸展小於保護時間之實例.....	10
圖 2.10	空頻碼編碼架構圖.....	17
圖 3.1	RCF 架構圖.....	19
圖 3.2	SLM 技術架構圖.....	21
圖 3.3	PTS 架構圖.....	22
圖 3.4	使用 Unitary rotation 技術的系統架構方塊圖.....	23
圖 4.1	子載波數為 64, 使用降低峰均功率比矩陣之碼與原始碼 CCDF 比較圖.....	28
圖 4.2	子載波數為 128, 使用降低峰均功率比矩陣之碼與原始碼 CCDF 比較圖.....	29
圖 4.3	子載波數為 256, 使用降低峰均功率比矩陣之碼與原始碼 CCDF 比較圖.....	29
圖 4.4	我們提出方法與 SLM 和 PTS 方法之比較.....	30
圖 4.5	我們提出之方法加 SLM 方法之效果圖.....	30

# 第一章 簡介

近代行動通訊系統的成功，打破了傳統有線傳輸地域上的先天限制，並為普世社會帶來了莫大的便利。同時，隨著個人化通訊需求的迅速發展及多媒體訊息交流的急遽增加，世人對於新一代通訊系統的建置更是懷抱了無限的期待。相較於現有第二、三代行動通訊系統，新一代無線通訊系統預期將提供更全面性的服務，其中包括高速的資料傳輸、多媒體服務及數據行動通訊。然而在無線傳輸的環境中，除了接收機本身熱雜訊可能引起的訊號失真之外，傳輸通道與生俱來的非理想特性，例如衰褪（Fading）及遮蔽（Shadowing）效應，與多用戶信號間的相互干擾亦常造成通訊品質不良的嚴重後果。面臨此一惡劣的傳輸環境，強化無線接取技術（Wireless Access Technology）以因應高速、多元及高品質傳輸要求，便成為發展新一代無線通訊系統時所須考量的重要課題。

傳統之高速率數據傳輸主要受限於有限頻寬所造成之符元間干擾（Inter Symbol Interference, ISI），容易使收到的資料解調錯誤。要解決ISI問題，最簡單的方法是增長符元時間進而減少因為有限頻寬所造成之時域擴散效應，但是這樣做便失去高速率傳輸的原本目的；除此之外還有增長符元時間同時提高調變階數（Modulation Order）或利用適應性等化器（Adaptive Equalizer）等方法可以解決ISI問題，但這些方法會衍生其他不易解決的問題，像是容易受到雜訊的干擾而使得錯誤率提高、接收器複雜度太高不易實踐等，所以為了克服高速率數據傳輸之ISI缺點，正交分頻多工（Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM）技術便運應而生。正交分頻多工技術1960年代即已提出[1]-[6]，此技術使用多重載波將傳輸通道切成數個正交的子通道來傳輸信號，並可利用增加載波的數目來提升資料的傳輸率；傳送信號時，會在各封包（Packet）間加入一段具循環字首（Cyclic Prefix）特性的保護時間（Guard Time），這不但可消除信號的符元間干擾，也可使接收端不需使用複雜的等化器，在進行高速資料傳輸時，OFDM能將原本具頻率選擇性衰褪特性（Frequency- Selective Fading）的通道在每個子通道上轉變成平坦式衰褪（Flat Fading）；OFDM雖有諸多好處，但由於當時硬體及數位處理技術並不發達，正交多載波及相對應濾波器之製作相當昂貴、困難，因此該技術並不受歡迎。直到1971，Weinstein及Ebert提出利用快速反傅立葉轉換（Inverse Fast Fourier Transform）及快速傅立葉轉換（Fast Fourier Transform）進行信號調變及解調取代類比之多載波製作，大幅降低了收發機之設計複雜度，此技術又得以再受重視；因此，以OFDM為核心的多載波多重接取技術已成為新

一代通訊系統中無線接取技術的最佳選擇。

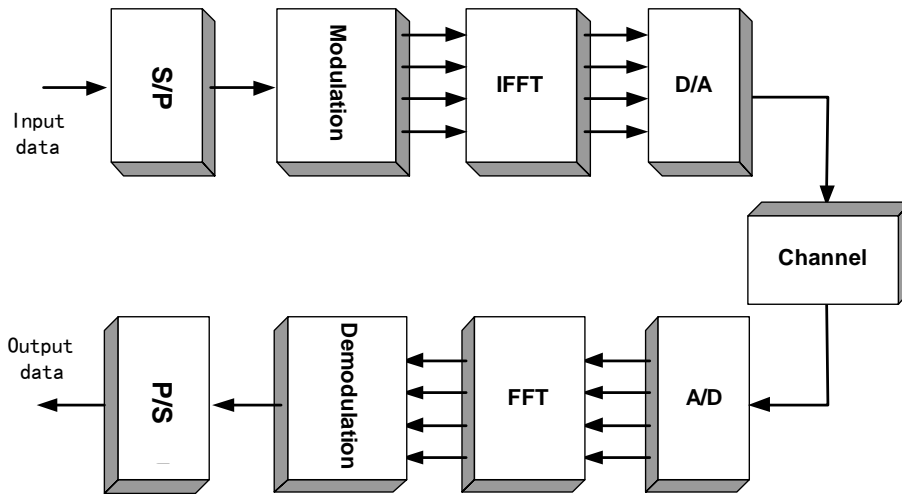


圖1.1 正交分頻多工收發機架構圖

在無線傳輸環境中，除了接收機本身熱雜訊可能引起訊號干擾，傳輸通道與生俱來的非理想衰褪特性，亦常造成嚴重的訊號失真，傳統上欲解決此一問題，多半是在接收端設置多根接收天線再搭配信號分集的概念進行信號解調。此外，多重輸出輸入系統已被證明能比單一輸入輸出 (Single-Input Single-Output, SISO) 系統有更高的頻寬效益 (Spectrum Efficiency) [7][8]，由於有上述優點所以目前被廣泛地使用。MIMO 技術的觀念最早在 70 年代提出，目前使用 MIMO 觀念的應用技術主要分為空間多工技術 (Spatial Multiplexing) [9][10]和分集編碼 (Diversity Coding) 兩大類，空間多工技術是將一串高傳輸率的資料流分成多個傳輸率較低的資料流，然後每一個資料流各自用不同的傳輸天線傳送，這技術在高訊雜比 (Signal-to-Noise Ratio, SNR) 的情況下能有很高的通道容量並且可獲得最大的分集增益 (Diversity Gain)；分集編碼是利用空間分集的編碼技術，新一代的時空編碼技術 (Space-Time Coding) [11]-[16]即是一種分集編碼技術，它結合通道編碼與調變系統並採用多重傳送及接收天線的架構，將傳送及接收分集技術一併應用於無線系統。藉由從空間及時間維度對傳送資料進行適當的通道編碼，時空編碼技術不僅可在不增加信號頻寬及傳輸功率的情況下同時獲得分集增益及編碼增益 (Coding Gain)，其多重天線架構還能將原本單載波的窄頻無線通道轉換成可供高資料量傳輸之寬頻管道。除了時空編碼技術之外，近期亦有相關研究投入結合空間及頻率分集技術之空頻編碼技術 (Space-Frequency Coding) [17]-[22]，空頻編碼技術同時使用了 MIMO 和 OFDM 兩種技術，可以針對空間、頻率及時間維度做設計，得到三個維度上的最佳分集增益，讓系統的效能大幅提升。除上述好處，時空編碼技術還具備下列多項優點，



- (一) 對行動通訊系統而言，輕薄短小與低功率耗損為設計手機的主要考量。時空編碼技術利用傳送分集 (Transmitter Diversity) 的概念，可免除在手機上設置多重天線的需求，同又時能獲得空間分集增益 (Spatial Diversity Gain) 以改善下傳鏈路 (Downlink) 的通訊品質。
- (二) 在閉迴路 (Close Loop) 系統中，通常需要建立反向鍊路 (Reverse Link) 來獲得通道狀態資訊 (Channel State Information) 以決定傳輸信號。然而反向鍊路的建置不但十分昂貴，其可靠度在快速衰褪通道中又不見得能令人滿意。時空編碼技術採用開迴路 (Open Loop) 操作模式，不需額外的通道狀態資訊即可運作，因此免除了建立反向鍊路的需求。
- (三) 時空編碼技術已被證明對於系統非理想性，例如天線相關性 (Antenna Correlation)、通道估計誤差、都卜勒效 (Doppler Effect)，具有相當程度的抵抗力 (Robustness)，因此可提升系統實際操作時的可靠度。

本論文中我們即是以多重輸入多重輸出-正交分頻多工技術為核心系統，針對新一代行動通訊系統進行高效能通道編碼技術之研究。在研究的過程，我們會對不同的分集 (Diversity) 情況來做分析，並在高分集和低分集情況下均提出最佳通道碼的設計準則，如此一來，我們能在不同的情況下去找到高效能通道碼。雖然 MIMO-OFDM 系統有很多優點，但承襲了原本 OFDM 系統上高峰均功率比的缺點，造成功率放大器 (Power Amplifier) 很容易操作在非線性區域，使放大後的信號失真，讓整體的效能下降，所以在論文中，也針對高峰均功率比之問題提出改善的方法，文獻中已有許多在 SISO-OFDM 系統下降低峰均功率比的方法 [23]-[31]，像是限幅法 (Clipping)、區塊碼架構法 (Block Coding Scheme)、選擇性映射 (Selected Mapping) 等方法，這些方法雖可以直接擴展到 MIMO-OFDM 系統下使用，不過複雜度會隨天線數變多而增加，讓系統執行沒有效率；所以，我們的做法是針對 MIMO-OFDM 系統下的時空頻三維碼，融合降低峰均功率比技術之概念來做編碼的整合設計，使重新設計的時空頻三維碼同時擁有低錯誤率、高傳輸率及低峰均功率比特性，並且維持系統的複雜度。

本論文之章節架構如下，在下一章會先討論時空頻三維碼的設計準則，針對不同的分集情況提出不同的最佳碼設計準則，第三章介紹所提出的低峰均功率比時空頻三維碼，也對降低峰均功率比的效果及傳輸的錯誤率做討論，第四章為對二、三章設計之結果做電腦模擬，第五章為結論。

## 第二章 空頻碼之研究

### 2.1 多重輸入多重輸出-正交分頻多工架構

以往的通訊系統僅使用單根傳送天線、單根接收天線來達成資料傳輸，但現在通訊系統要求的資料傳輸率越來越高，於是就有人以增加天線數量之方法，來達到增加資料傳輸率的效果，此方法也已被證明是可行的並格外受到重視；此外，OFDM 技術擁有比單一載波技術更能抵抗多路徑 (Multi-path) 干擾、載波間干擾及符號間干擾的能力，而且不需要複雜的等化器來實踐，所以也被廣泛使用；結合這兩種技術的系統，我們通稱為多重輸入多重輸出-正交分頻多工系統，系統架構圖如圖 2.1 所示。

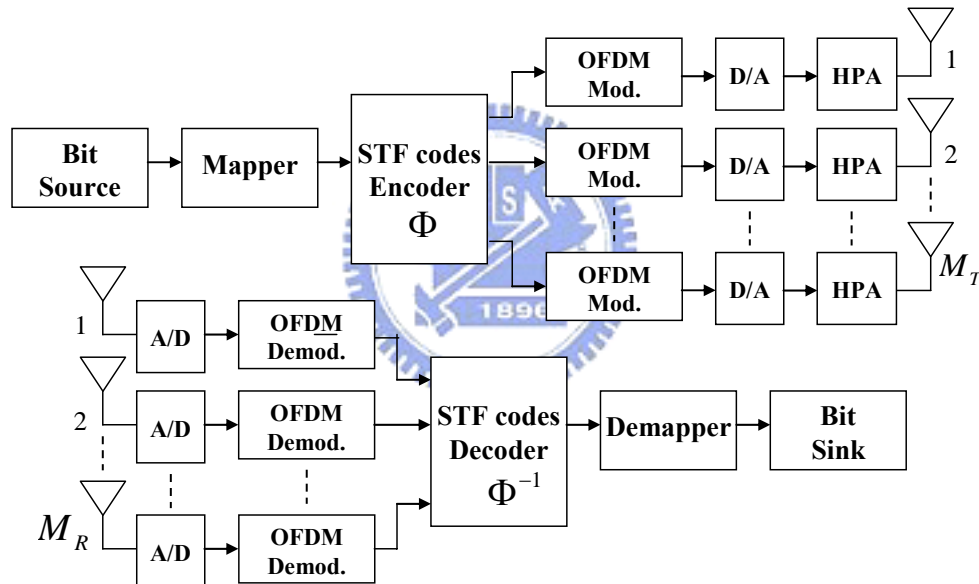


圖 2.1 MIMO-OFDM 系統傳送端和接收端架構圖

圖 2.1 中傳送端 Bit source 區塊產生原始要傳送的位元資料(0 or 1)，Mapper 區塊是將幾個位元轉為一個對應的符元 (Symbol)，SF codes encoder 區塊把符元編碼成碼字後對應到各個天線位置，每個天線上的 OFDM Modulator 區塊會將天線上所屬的碼字編成正交分頻多工符元 (OFDM Symbol)，通過 D/A (Digital to Analog) 區塊將數位信號轉成類比信號，最後傳到 HPA (High Power Amplifier) 將信號的功率放大後利用天線發送；接收端則做和傳送端反向的流程。針對其中的多重輸入多重輸出架構和正交分頻多工架構會在 2.1.1 和 2.1.2 兩節做詳細的介紹說明。

### 2.1.1 多重輸入多重輸出架構

這裡所討論的為離散時間 (Discrete time) 下複數信號基頻線性系統，並假設一個點對點的 MIMO 系統有  $M_T$  個傳送天線和  $M_R$  個接收天線，此系統的架構圖如圖 2.2 所示。

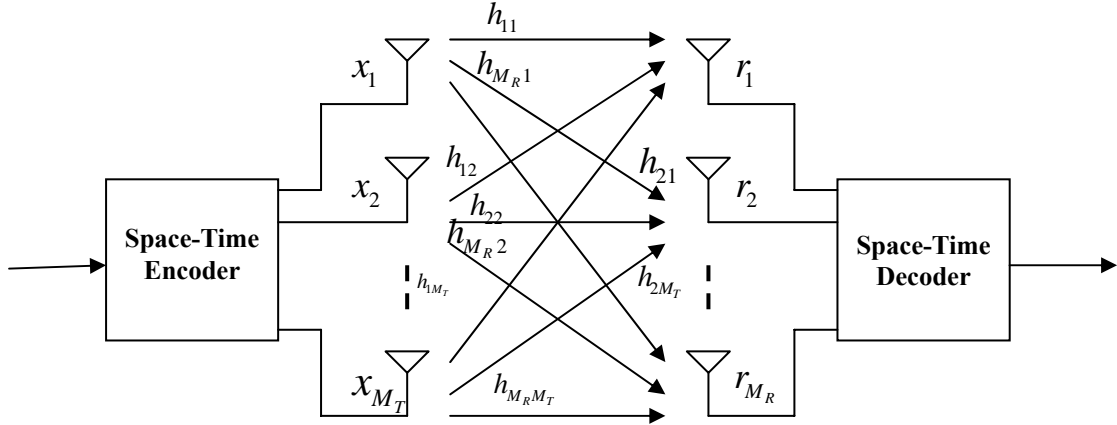


圖 2.2 MIMO 系統架構圖

每個符元時間下所傳送的信號以  $M_T \times 1$  的行向量  $x$  表示，接收的信號以  $M_R \times 1$  的行向量  $r$  表示。假設傳送信號的頻譜夠窄，能使信號所受的通道頻率響應可以視為平坦 (Flat)，以及假設通道不具記憶性，另一假設每根接收天線所收到的總功率都要為所有傳送天線傳送的功率和，因此通道能以  $M_R \times M_T$  的複數矩陣  $H$  來表示，通道矩陣  $H$  中的元素  $h_{ji}$  代表第  $i$  個傳送天線傳送給第  $j$  個接收天線的信號所受到的通道衰退係數 (Fading coefficient)，且其中元素所受到的限制為

$$\sum_{i=1}^{M_T} |h_{ji}|^2 = P, \quad j=1, 2, \dots, M_R, \quad P \text{ 為所有傳送天線傳送之總功率}$$

通道矩陣裡的元素可以決定性的或隨機性的，由於這裡著重在無線通訊裡非視線內 (Non-Line-of-Sight, NLOS) 的信號傳遞，所以元素都假設為隨機性的雷力分佈 (Rayleigh Distribution)；接收端收到的雜訊以  $M_R \times 1$  的行向量  $n$  表示，雜訊向量中的元素都為統計獨立、平均值為 0 的複數高斯變數，實部跟虛部皆為獨立且具相同變異數 (Variance)  $\sigma^2/2$ 。藉由使用線性模型，接收向量可以表示成

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$$

我們假設傳送端完全不知道通道狀態資訊 (Channel State Information, CSI)，但接收端完全知道通道狀態資訊之情況下。我們可以將任何的通道矩陣  $H$ ，以奇異

值分解 (Singular Value Decomposition, SVD) 理論分解成

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H$$

其中  $\mathbf{D}$  為  $M_R \times M_T$  非負的對角矩陣， $\mathbf{D}$  中的元素為  $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  矩陣的特徵值開根號， $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{V}$  分別為  $M_R \times M_R$  和  $M_T \times M_T$  的正交矩陣。將分解的  $\mathbf{H}$  代入接收向量可得

$$\mathbf{r} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H \mathbf{x} + \mathbf{n}$$

因為  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{V}$  均為可逆 (Invertible)，所以式子可以推導成

$$\mathbf{r}' = \mathbf{D}\mathbf{x}' + \mathbf{n}'$$

其中  $\mathbf{r}'$ ,  $\mathbf{x}'$ ,  $\mathbf{n}'$  為  $r$ ,  $x$ ,  $n$  的線性轉換  $\mathbf{r}' = \mathbf{U}^H \mathbf{r}$ ,  $\mathbf{x}' = \mathbf{V}^H \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{n}' = \mathbf{U}^H \mathbf{n}$ 。

令  $\delta$  為  $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  矩陣中特徵值非零的個數，也等同於  $\mathbf{H}$  的秩數 (Rank)，因此  $\delta$  的最大值不超過  $\min(M_R, M_T)$ ， $\mathbf{D}$  中的元素就可以以  $\sqrt{\lambda_i}$ ,  $i=1, 2, \dots, \delta$  表示，則我們可以得到接收值為

$$r'_i = \sqrt{\lambda_i} x'_i + n'_i, i=1, 2, \dots, \delta$$

$$r'_i = n'_i, i = \delta+1, \delta+2, \dots, M_R$$

由式子可看到  $r'_i, i = \delta+1, \delta+2, \dots, M_R$  不受傳送信號影響，代表通道的增益為零，另一方面， $r'_i, i=1, 2, \dots, \delta$  都只受傳送信號  $x'_i$  影響，因此我們可以將等效 MIMO 通道看成是  $\delta$  個不耦合 (Uncoupled) 的平行子通道所組成；如果在  $M_T > M_R$  的情況下， $\mathbf{H}$  的秩數最大為  $M_R$ ，由前面式子可知等效 MIMO 通道最多只能有  $M_R$  不為零的子通道增益，圖 2.3 為此說明的示意圖。

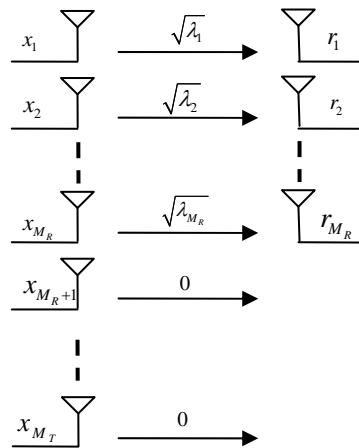


圖 2.3 在  $M_T > M_R$  下等效 MIMO 通道示意圖

有了等效 MIMO 通道，就可以直接將各個不耦合的子通道容量相加，得到 MIMO 系統的通道容量。假設等效 MIMO 通道中每一根傳輸天線的傳輸功率為  $P/M_T$ ，則我們可以利用薛農通道容量方程式（Shannon Capacity formula）來估算整個 MIMO 系統的通道容量  $C$  為

$$C = W \sum_{i=1}^{\delta} \log_2 \left( 1 + \frac{P_{ri}}{\sigma^2} \right)$$

$W$ ：每一子通道的頻寬， $P_{ri}$ ：第  $i$  個子通道所收到的信號功率，數學式為

$$P_{ri} = \frac{\lambda_i P}{M_T}$$

其中  $\sqrt{\lambda_i}$  為通道矩陣  $H$  的奇異值，將  $P_{ri}$  代入通道容量  $C$  式中，可得

$$\begin{aligned} C &= W \sum_{i=1}^{\delta} \log_2 \left( 1 + \frac{\lambda_i P}{M_T \sigma^2} \right) \\ &= W \log_2 \prod_{i=1}^{\delta} \left( 1 + \frac{\lambda_i P}{M_T \sigma^2} \right) \end{aligned}$$

整理推導後，通道容量  $C$  的式子最後可改寫成

$$C = W \log_2 \det \left( I_m + \frac{P}{M_T \sigma^2} Q \right)$$

其中  $m = \min(M_R, M_T)$ ， $\det(\cdot)$  為取行列式值符號， $Q$  為 Wishart 矩陣，定義如下：

$$Q = \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{H}^H, & M_R < M_T \\ \mathbf{H}^H\mathbf{H}, & M_R > M_T \end{cases}$$

由 MIMO 的通道容量數學式可以看到比單一天線的通道容量增加，因此 MIMO 技術確實可以增加資料傳輸率。

## 2.1.2 正交分頻多工架構

OFDM 系統和傳統分頻多工（Frequency Division Multiplexing, FDM）雖然都是使用多載波傳遞訊號，但是 OFDM 系統的每個子載波（Subcarrier）之間具有正交性（Orthogonality），因此子載波之間不會互相干擾，頻譜可以重疊；然

而傳統分頻多工系統子載波間頻譜並沒有重疊，所以 OFDM 系統比傳統分頻多工系統具有較好的頻寬效益 (Bandwidth Efficiency)，兩種系統頻譜比較如圖 2.4 所示。

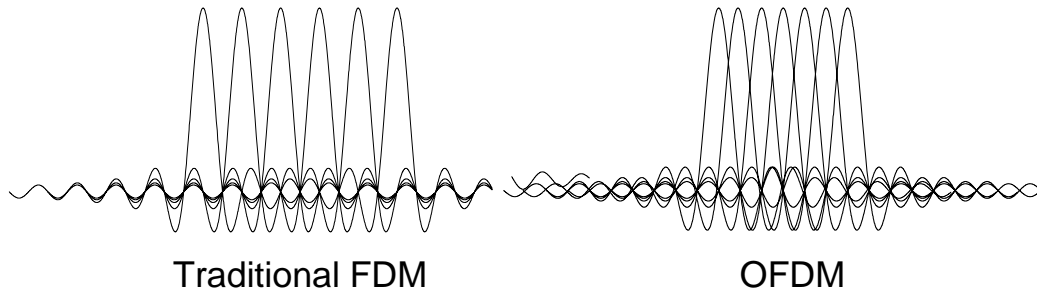


圖 2.4 (a) 傳統 FDM 頻譜 (b) OFDM 的頻譜

OFDM 信號是由調變後的子載波疊加構成，調變的符元會使用相移鍵控 (Phase-Shift Keying, PSK) 或正交振幅調變 (Quadrature-Amplitude Modulation, QAM)，所有子載波的符元構成一個 OFDM 區塊 (OFDM Block)，OFDM 時域信號的基頻數學表示式為

$$s(t) = \sum_{k=0}^{Q-1} d_k e^{j2\pi f_k t}, 0 \leq t < T, f_k = k/T$$

其中  $d_k$ ：調變的複數符元， $N$ ：子載波的各數， $T$ ：OFDM 符元區間，圖 2.5 為 OFDM 傳送端調變器示意圖。

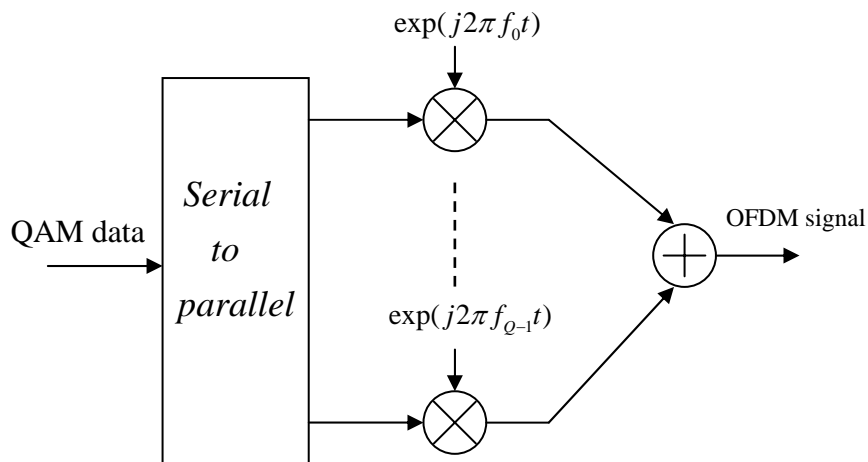


圖 2.5 OFDM 系統傳送端調變器示意圖

上述為基本的連續時間正交多載波調變系統，需要多組的震盪器傳送 OFDM 信號，但要同時設計多組的震盪器複雜度太高。因此，實際上的 OFDM 系統採用離散時間的快速反傅立葉轉換方式來實現之，如下式所示。

$$T_s = T/N_s$$

$$D_\rho = s(t) \Big|_{t=\rho T_s} = \sum_{k=0}^{Q-1} d_k e^{j2\pi \frac{k}{N_s} \rho}, 0 \leq \rho < Q$$

其中  $T_s$  表示取樣時間， $D_\rho$  代表時域信號被取樣的離散點。因此，OFDM 系統可以用快速反傅立葉轉換之方式實現，OFDM 的離散信號為時域波形取樣點，為了以數位方式作快速反傅立葉，就必須對類比信號取樣，而且取樣信號必須滿足取樣定理 (Sampling Theorem)，即取樣頻率必須大於等於兩倍信號頻寬，也就是說， $1/T_s$  必須大於等於兩倍信號頻寬。

OFDM 技術是一個很有效解決多重路徑延遲擴散的方法，多重路徑延遲擴散會造成符元之間的互相干擾，讓系統效能變低；OFDM 技術為了消除多重路徑延遲擴散的效應，會在每一個 OFDM 符元前加上一段保護時間，保護時間的長度至少要大過最大的多重路徑延遲擴散預期時間，才能避免多重路徑延遲擴散造成下一個符元受到上一個符元干擾，如圖 2.6 所示。

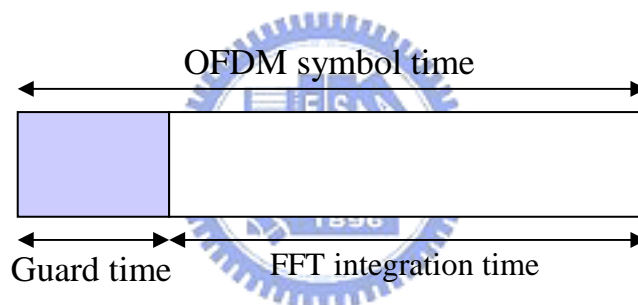


圖 2.6 OFDM 之保護時間示意圖

但是，若在保護時間內不送信號，則會造成載波間互相干擾 (Inter-carrier Interference, ICI)，讓載波間不再具有正交性，如圖 2.7 所示。

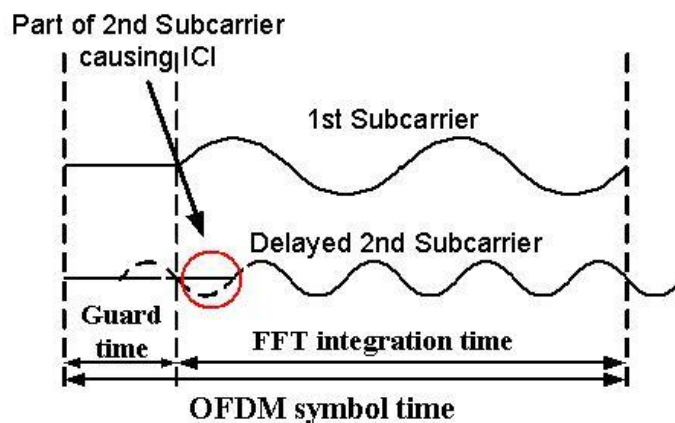


圖 2.7 保護時間內不傳送信號造成 ICI 之示意圖

當正交性一但沒有維持，接收端就無法正確地將 OFDM 符元解調變，所以為了維持正交性，我們會在保護時間內傳送 OFDM 符元之循環字首，如圖 2.8 所示。

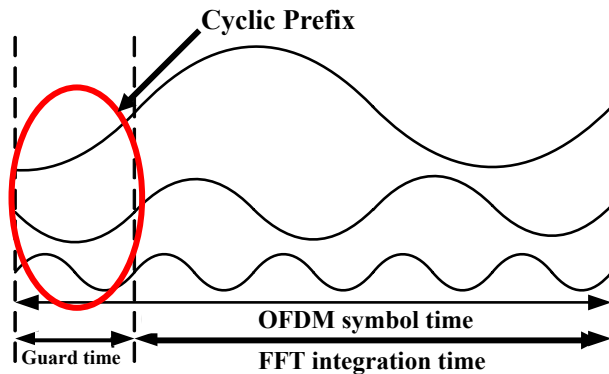


圖 2.8 OFDM 保護區間之循環字首示意圖

只要傳輸延遲擴散小於保護時間，則在一個完整 FFT 積分時間中總是有整數倍週期的弦波，如此仍然可維持載波之間的正交性而不會有 ICI 現象發生，下面以圖 2.9 為例子說明。

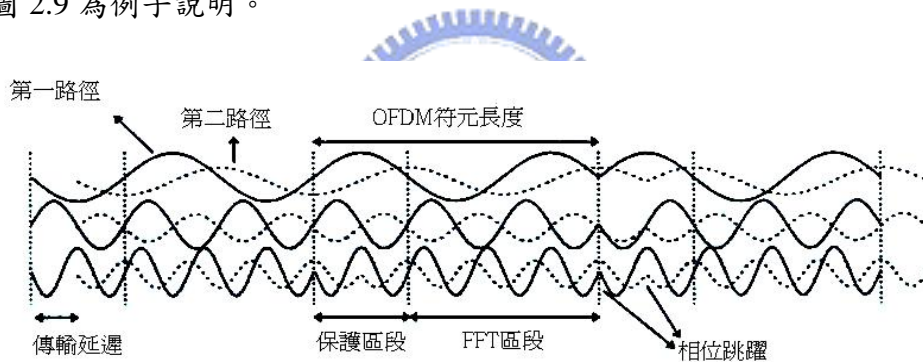


圖 2.9 傳輸延遲伸展小於保護時間之實例

圖 2.9 為兩個路徑的傳輸，實線部份代表第一路徑，虛線部分代表第二路徑，也就是實線 OFDM 信號的延遲。可以看到，雖然有延遲發生，但只要延遲時間小於保護時間，在 FFT 積分時間內就仍會是正交的信號；另外，若在 OFDM 符元邊界處有相位跳躍產生，對於虛線信號而言，其相位跳躍發生在第一個路徑之後的某一特定延遲，當此延遲小於保護時間，則在完整的 FFT 積分時間中不會有相位跳躍，因此雖然 OFDM 信號有相位的變化，因為有循環字首之保護時間存在，使得載波之間仍然維持正交性。若是最大傳輸延遲大於保護時間，則在 FFT 積分時間內會有相位跳躍，使得載波之間失去正交性，ICI 便會出現。由此可知，OFDM 系統之保護時間具備循環字首，對於載波正交性是非常重要的。至於在接收端也必須考慮到維持載波正交性這一特性，因此要進行和 OFDM 符元同步的動作，若能完美同步，則在 FFT 積分時間內載波就會維持正交性，若



有同步誤差，只要 FFT 積分時間內載波仍能維持正交性，依然可以解調，只是會造成相位偏轉（Phase Rotation），但可利用通道估測的方式加以補償。

## 2.2 通道環境

我們所考慮的為 MIMO-OFDM 系統，假設有  $M_T$  根傳輸天線、 $M_R$  根接收天線以及每一根天線上的 OFDM 調變均使用  $Q$  個子載波，信號所經過的通道為平坦衰退通道（Flat-Fading Channel）和頻率選擇性衰退通道（Frequency-Selective Channel），通道中有  $L$  個延遲路徑；則我們可以將通道中第  $i$  根傳遞天線傳送到第  $j$  根接收天線的信號所受脈波響應  $h_{j,i}(\tau)$  及所對應的頻率響應  $H_{j,i}[k]$  寫成

$$T = QT_s, \quad T_s = \frac{1}{W} = \frac{1}{Q\Delta f}$$

$$h_{j,i}(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} h_{j,i}[l]\delta(\tau - \tau_l) = \sum_{l=0}^{L-1} h_{j,i}[l]\delta(\tau - n_l T_s)$$

$$H_{j,i}[k] \triangleq H_{j,i}(k\Delta f) = \sum_{l=0}^{L-1} h_{j,i}[l]e^{-j2\pi k n_l / Q}, \quad h_{j,i}[l] \sim i.i.d. \text{ CN}(0, \frac{1}{L})$$

其中  $T$  為一個 OFDM 符元的傳輸時間， $T_s$  為取樣時間， $\Delta f$  為每個子載波的頻譜間隔， $\tau_l$  為第  $l$  個路徑的延遲時間， $n_l$  為整數， $j = \sqrt{-1}$ 。

如果只考慮一個 OFDM 符元時間，則我們可以把通道完整地用脈波響應矩陣和其頻率響應矩陣表示成

$$\mathbf{H}_l = \begin{bmatrix} h_{0,0}[l] & h_{0,1}[l] & \cdots & h_{0,M_T-1}[l] \\ h_{1,0}[l] & h_{1,1}[l] & \cdots & h_{1,M_T-1}[l] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_R-1,0}[l] & h_{M_R-1,1}[l] & \cdots & h_{M_R-1,M_T-1}[l] \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}[k] = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}_l \cdot e^{-j2\pi k n_l / Q} = \begin{bmatrix} H_{0,0}[k] & H_{0,1}[k] & \cdots & H_{0,M_T-1}[k] \\ H_{1,0}[k] & H_{1,1}[k] & \cdots & H_{1,M_T-1}[k] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{M_R-1,0}[k] & H_{M_R-1,1}[k] & \cdots & H_{M_R-1,M_T-1}[k] \end{bmatrix}$$

為了後面推導方便，先將  $H_{j,i}[k]$  再做整理，

$$H_{j,i}[k] = \sum_{l=0}^{L-1} h_{j,i}[l] e^{-j2\pi kn_l/Q} = \mathbf{h}_{j,i}^H \mathbf{w}_f(k)$$

其中  $\mathbf{h}_{j,i} \triangleq [h_{j,i}[1], \dots, h_{j,i}[L]]^H$  以及  $\mathbf{w}_f(k) \triangleq [e^{-j2\pi kn_1/Q}, \dots, e^{-j2\pi kn_L/Q}]^T$ 。

## 2.3 空頻碼

MIMO-OFDM 系統最大的好處就是可以使用空間和頻率的分集，至於如何去設計編碼架構，讓傳輸過程中使用到最佳的分集效果，是一個值得研究的課題；在接下來的內容，會針對低分集和高分集兩情況分別設計出最佳的空頻碼設計準則。

### 2.3.1 空頻碼之設計準則

信號經過匹配濾波器 (Matched filtering)、取樣以及 OFDM 解調，可以得到離散時間的接收信號，其數學式為：

$$\mathbf{r}[k] = \mathbf{H}[k]\mathbf{x}[k] + \mathbf{z}[k], \quad k = 0, \dots, Q-1$$

其中  $\mathbf{r}[k] \in C^{M_R}$  為第  $k$  個子載波下所接收到的信號， $\mathbf{x}[k] \in C^{M_T}$  為第  $k$  個子載波下所傳送的碼字， $\mathbf{H}[k] \in C^{M_R \times M_T}$  為第  $k$  個子載波下的複數通道矩陣， $\mathbf{z}[k] \in C^{M_R}$  為第  $k$  個子載波下所接收到的雜訊，為平均值為 0、變異數為 1 的複數高斯隨機變數。

若在接收端有完美的通道狀態資訊，則可用最大概似 (Maximum Likelihood, ML) 決定法則所判斷的傳送信號，數學式可寫成

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{k=0}^{Q-1} \left| r_j[k] - \sum_{i=1}^{M_T} H_{j,i}[k] x_i[k] \right|^2$$

假設每一傳送天線傳送的功率均相同，並利用 Chernoff bound 分析，傳送  $\mathbf{x}$  碼字判斷成  $\bar{\mathbf{x}}$  碼字的分對錯誤率 (Pair-wise Error Probability, PEP) 上限可以寫成：

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \bar{\mathbf{x}} | \mathbf{H}) \leq \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{d^2(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}}) E_s}{4N_0}\right)$$

針對  $d^2(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}})$  項進一步地分析，

$$\begin{aligned}
d^2(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}}) &= \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{k=0}^{Q-1} \left| \sum_{i=1}^{M_T} H_{j,i}[k](x_i[k] - \bar{x}_i[k]) \right|^2 \\
&= \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{k=0}^{Q-1} \left| \sum_{i=1}^{M_T} \mathbf{h}_{j,i}^H \mathbf{w}_f(k) e_i[k] \right|^2 \\
&= \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{k=0}^{Q-1} [\mathbf{h}_{j,1}^H \dots \mathbf{h}_{j,M_T}^H]_{1 \times (LM_T)} [\mathbf{W}_f(k) \mathbf{e}[k] \cdot \\
&\quad \mathbf{e}^H[k] \mathbf{W}_f^H(k)]_{(LM_T) \times (LM_T)} [\mathbf{h}_{j,1}^H \dots \mathbf{h}_{j,M_T}^H]_{(LM_T) \times 1}^H \\
&= \sum_{j=1}^{M_R} \bar{\mathbf{h}}_j^H \mathbf{D} \bar{\mathbf{h}}_j
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
e_i[k] &\triangleq x_i[k] - \bar{x}_i[k] \\
\mathbf{e}[k] &\triangleq [e_1[k] \dots e_{M_T}[k]]_{M_T \times 1}^T \\
\mathbf{W}_f(k) &\triangleq \text{diag}\{\mathbf{w}_f(k) \dots \mathbf{w}_f(k)\}_{(LM_T) \times M_T} \\
\mathbf{D} &\triangleq \left[ \sum_{k=0}^{Q-1} \mathbf{W}_f(k) \mathbf{e}[k] \mathbf{e}^H[k] \mathbf{W}_f^H(k) \right]_{(LM_T) \times (LM_T)} \\
\bar{\mathbf{h}}_j &\triangleq [\mathbf{h}_{j,1}^H \dots \mathbf{h}_{j,M_T}^H]_{(LM_T) \times 1}^H
\end{aligned}$$

令  $\delta$  為  $\mathbf{e}[k] \mathbf{e}^H[k]$  項不為零的次數， $r$  定義為  $\mathbf{D}$  的秩數，可以明顯地知道

$$r \leq \min(\delta, LM_T)$$

藉由奇異值分解，可以將  $\mathbf{D}$  矩陣分解成

$$\mathbf{D} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^H$$

其中  $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \dots \ \mathbf{u}_{LM_T}]$  為一正交矩陣， $\mathbf{\Lambda} \triangleq \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_r, 0, \dots, 0\}$  為一對角矩陣， $\{\lambda_j\}_{j=1}^r$  為  $\mathbf{D}$  矩陣的特徵值。接著，將  $d^2(x, \bar{x})$  項分析和  $\mathbf{D}$  矩陣分解的結果代入分對錯誤率數學式可得

$$\begin{aligned}
P(\mathbf{x} \rightarrow \bar{\mathbf{x}} | \mathbf{H}) &\leq \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_s}{4N_0} \sum_{j=1}^{M_R} \bar{\mathbf{h}}_j^H \mathbf{D} \bar{\mathbf{h}}_j\right) \\
&= \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_s}{4N_0} \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{m=1}^r \lambda_m \bar{\mathbf{h}}_j^H \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^H \bar{\mathbf{h}}_j\right)
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \exp \left( -\frac{E_s}{4N_0} \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{m=1}^r \lambda_m |\beta_{j,m}|^2 \right) \quad (\text{a.})$$

where  $\beta_{j,m} = \mathbf{h}_j^H \mathbf{u}_m$

為了要消去數學式中的通道條件得到錯誤率，我們將所有通道資訊以積分的方式消除，如此一來，最後所得到的錯誤率可為

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \bar{\mathbf{x}}) \leq \left( \prod_{m=1}^r \left( \frac{1}{1 + \frac{E_s}{4N_0} \lambda_m} \right) \right)^{M_R}$$

若在訊雜比很大的情況下，數學式可再化簡成

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \bar{\mathbf{x}}) \leq \left( \prod_{m=1}^r \lambda_m \right)^{-M_R} \left( \frac{E_s}{4N_0} \right)^{-rM_R} \quad (\text{b.})$$

由錯誤率的數學式 (b.)，可觀察到決定錯誤率的參數為 D 矩陣的秩數及 D 矩陣特徵值的連乘項，所以我們可以得到兩個設計編碼架構的準則，一個為秩準則 (Rank Criterion)，設計的目標是讓 D 矩陣的秩數越大越好；另一個為行列式準則 (Determinant Criterion)，會有這名稱的原因是因為 D 矩陣在滿秩的情況下，特徵值的連乘項就為 D 矩陣的行列式值，同樣地，也是設計 D 矩陣使其行列式值越大越好，設計的碼錯誤率才會低。

雖然上述的設計準則可以得到最佳碼 (Optimal codes)，但是是在低分集情況下設計所得到的結果，所以雖然可以依照設計準則得到最佳的時空頻三維碼，但是在高分集情況時不能保證效能還是最佳的，因此以下就是在高分集情況下去推導空頻碼的設計準則，希望能找到在高分集情形下效能最佳的空頻碼[32]。

先觀察錯誤率數學式 (a.) 並令  $d = \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{m=1}^r \lambda_m |\beta_{j,m}|^2$ ，則可將 (a.) 整理成

$$\begin{aligned} P(\mathbf{x} \rightarrow \bar{\mathbf{x}} | \mathbf{H}) &\leq \frac{1}{2} \exp \left( -\frac{E_s}{4N_0} \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{m=1}^r \lambda_m |\beta_{j,m}|^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} \exp \left( -\frac{E_s}{4N_0} d \right) \end{aligned}$$

假設  $r \cdot M_R$  之值足夠大，使 d 近似成高斯隨機變數 (Gaussian random variable)，則我們可推得其平均值 (Mean)  $\mu_d$  為

$$\mu_d = \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{m=1}^r \lambda_m E \left[ |\beta_{j,m}|^2 \right] = \frac{M_R}{L} \sum_{m=1}^r \lambda_m \triangleq \frac{M_R}{L} a_1$$

和變異數 (Variance)  $\sigma_d^2$  為

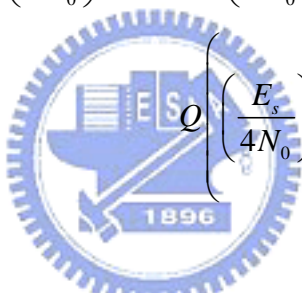
$$\sigma_d^2 = \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{m=1}^r \lambda_m^2 \text{Var} \left[ |\beta_{j,m}|^2 \right] = \frac{M_R}{L^2} \sum_{m=1}^r \lambda_m^2 \triangleq \frac{M_R}{L^2} a_2$$

利用方程式

$$\int_{d=0}^{\infty} e^{-Ad} p(d) d(d) = e^{\frac{1}{2}A^2\sigma_d^2 - A\mu_d} Q \left( \frac{A\sigma_d^2 - \mu_d}{\sigma_d} \right)$$

可將錯誤率數學式進一步推導成

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \bar{\mathbf{x}}) \leq \frac{1}{2} \exp \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{E_s}{4N_0} \right)^2 \frac{M_R}{L^2} a_2 - \left( \frac{E_s}{4N_0} \right) \frac{M_R}{L} a_1 \right\} \times$$



$$Q \left( \left( \frac{E_s}{4N_0} \right) \sqrt{\frac{M_R}{L^2} a_2} - \frac{\frac{M_R}{L} a_1}{\sqrt{\frac{M_R}{L^2} a_2}} \right)$$

在高訊雜比情況下，

$$\left( \frac{E_s}{4N_0} \right) \sqrt{\frac{M_R}{L^2} a_2} - \frac{\frac{M_R}{L} a_1}{\sqrt{\frac{M_R}{L^2} a_2}} \geq 0 \Rightarrow \frac{E_s}{4N_0} \geq \frac{a_1}{a_2} L$$

同時使用不等式  $Q(x) \leq \frac{1}{2} e^{-\frac{x^2}{2}}$ ,  $x \geq 0$ ，可得

$$\begin{aligned} P(\mathbf{x} \rightarrow \bar{\mathbf{x}}) &\leq \frac{1}{4} \exp \left\{ -\frac{E_s}{8N_0} \frac{M_R}{L} a_1 \right\} \\ &= \frac{1}{4} \exp \left\{ -\frac{E_s}{8N_0} \frac{M_R}{L} \sum_{m=1}^r \lambda_m \right\} \end{aligned}$$

利用矩陣的跡數 (Trace) 特性，分析  $\sum_{m=1}^r \lambda_m$  可得

$$\begin{aligned}
\sum_{m=1}^r \lambda_m &= \text{tr}\{\mathbf{D}\} \\
&= \text{tr}\left\{\sum_{k=0}^{Q-1} \mathbf{W}_f(k) \mathbf{e}[k] \mathbf{e}^H[k] \mathbf{W}_f^H(k)\right\} \\
&= \sum_{k=0}^{Q-1} \text{tr}\left\{\mathbf{W}_f(k) \mathbf{e}[k] \mathbf{e}^H[k] \mathbf{W}_f^H(k)\right\} \\
&= \sum_{k=0}^{Q-1} \text{tr}\left\{\mathbf{e}[k] \mathbf{e}^H[k]\right\} \cdot \text{tr}\left\{\mathbf{w}_f(k) \mathbf{w}_f^H(k)\right\} \\
&= \sum_{k=0}^{Q-1} L |\mathbf{e}[k]|^2
\end{aligned}$$

所以，最後可以推得錯誤率上限的數學式為

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \bar{\mathbf{x}}) \leq \frac{1}{4} \exp\left\{-\frac{E_s}{8N_0} M_R \sum_{k=0}^{Q-1} |\mathbf{e}[k]|^2\right\} \quad (\text{c.})$$

由數學式 (c.) 可以分析得到，影響錯誤率的參數為矩陣  $\mathbf{D}$  的秩數和所有碼字中任兩碼字的最小歐式幾何距離 (Euclidean Distance)，秩數越大可以使我們的假設更正確，而最小歐式幾何距離可以確定錯誤率上限；所以，我們的設計準則從原本的秩準則和行列式準則改為秩準則和距離準則 (Distance Criterion)，意即我們設計的碼要使得  $\mathbf{D}$  矩陣秩數最大和任兩碼字的最小歐式幾何距離越大越好。

### 2.3.2 空頻碼架構

空頻碼可分為空頻區塊碼 (Space-Frequency Block Codes) 和空頻籬柵碼 (Space-Frequency Trellis Codes)，因為區塊碼的解碼方式複雜度太高，所以我們不使用區塊碼，因此我們使用空頻籬柵碼來做我們的編碼與解碼的架構，編碼架構如圖 2.10 所示。圖 2.10 架構圖中，假設使用 M-PSK 調變 (Modulation)， $M_T$  根傳輸天線， $\mathbf{C}$  為輸入的資訊，分成  $m$  群， $m = \log_2 M$ ， $g_{j,i}^k$  為 M-PSK 星座圖上的元素， $k = 1, 2, \dots, m$ ， $j = 1, 2, \dots, \nu_k$ ， $i = 1, 2, \dots, M_T$ ， $\nu_k$  為第  $k$  個移位暫存器 (Shift register) 的記憶體個數， $x_i[k]$  為編好的符元， $i = 1, 2, \dots, M_T$ ， $k = 0, 1, \dots, Q-1$ 。所有的  $g$  組成 Generator sequences，也就是我們依設計準則所求得的部分；每一次輸入  $m$  個資訊位元 (Information Bits)，就會得到某個頻率下第一根到第  $M_T$  根天線的符元，假如一個 OFDM 的子載波個數為 128，那我們就要輸入 128 次資料位元，依序計算得到 128 個子載波頻率上的符元，每個天線上的 128 個符元分別輸入 OFDM Modulation 區塊後，即可得到  $M_T$  個 OFDM 符元。

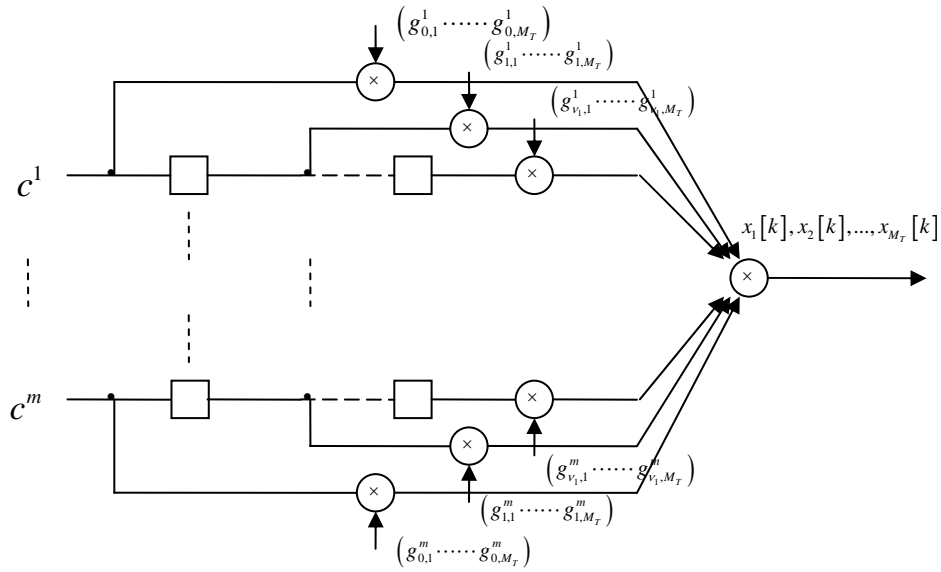


圖 2.10 空頻碼編碼架構圖

至於解碼的部分，我們假設接收端有完美的通道狀態資訊，使用最大概似 (Maximum Likelihood, ML) 決定法則所判斷的傳送信號，則判斷的數學式可寫成

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_x \left| \sum_{j=1}^{M_R} \sum_{k=0}^{Q-1} r_j[k] - \sum_{i=1}^{M_T} H_{j,i}[k] x_i[k] \right|^2$$

由數學式我們可以觀察到，在找最可能的碼字  $\hat{\mathbf{x}}$  過程中，可以先計算式子

$$\sum_{j=1}^{M_R} \left| r_j[k] - \sum_{i=1}^{M_T} H_{j,i}[k] x_i[k] \right|^2 \quad (\text{d.})$$

然後再把所有子載波上的部分計算結果相加起來，這樣的更動雖然計算量不會改變，但是可以引入斐特比演算法，輕易地實行高效能之軟式解碼。因為我們的編碼結構使用籬柵碼，可以將所有的碼字在籬柵圖 (Trellis Diagram) 上表示出來，每個狀態間為碼字位元 (Codeword bits)，引入斐特比演算法就可以在每個狀態間計算數學式 (d.)，然後在每個狀態上累計之前計算好的數學式 (d.)，走完一個籬柵圖就可以計算出最可能的碼字  $\hat{\mathbf{x}}$ 。

# 第三章 低峰均功率比空頻碼之研究

## 3.1 峰均功率比

儘管之前章節已經述說了不少正交分頻多工系統的好處，但此系統有一個最讓人詬病的問題，那就是高峰均功率比。若  $s_0(t), s_1(t+T), \dots, s_m(t+mT), \dots$  為一串正交分頻多工符元，其中  $s_m(t+mT)$  的基頻數學表示式可以寫成：

$$s_m(t+mT) = \frac{1}{\sqrt{Q}} \sum_{k=0}^{Q-1} d_k^m e^{j2\pi f_k t}, 0 \leq t < T, f_k = k/T$$

$d_k^m$  為第  $m$  個正交分頻多工符元中第  $k$  個子載波上的資料符元， $f_k$  為第  $k$  個子載波的頻率， $T$  為一個正交分頻多工符元的傳輸時間， $Q$  為子載波的個數；則在正交分頻多工系統下的峰均功率比定義以數學式 (3.a) 表示：

$$PAPR \triangleq \frac{\max_{0 \leq t < T, \forall m} |s_m(t)|^2}{P_{av}}, m = 0, 1, 2, \dots \quad (3.a)$$

式中  $P_{av} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} \int_0^T |s_i(t+iT)|^2 dt$ ，代表正交分頻多工符元的平均功率，由此可知，峰均功率比的定義為輸出訊號的振幅平方最大值除以振幅平方平均值。

對於正交分頻多工系統來說，輸出訊號是由各子載波乘上資料符元再疊加起來，所以當子載波的數目夠多時，訊號的實部和虛部分別可以近似成高斯分佈 (Gaussian distribution)，代表有一定的機率訊號會出現峰值，等同於造成高峰均功率比的訊號，最極端的例子，若傳輸的資料符元都為同樣的值，峰均功率比計算為  $Q$  (意即信號的瞬間最大功率為平均功率的  $Q$  倍)，對功率放大器來說會是很大的輸入值，輸出信號會有嚴重失真的現象。

假設只討論一個正交分頻多工符元區間，並對正交分頻多工符元取樣，取樣時間  $T_s (= T/Q)$ ，則離散的正交分頻多工符元可以表示為

$$D_\rho = s(t) \Big|_{t=\rho T_s} = \frac{1}{\sqrt{Q}} \sum_{k=0}^{Q-1} d_k e^{j2\pi \frac{k}{Q} \rho}, 0 \leq \rho < Q$$

所對應的峰均功率比為



$$\text{PAPR} = \frac{\max_{1 \leq \rho < Q} |D_\rho|^2}{E[|D_\rho|^2]}$$

上式所表示的為近似的峰均功率比，若取樣的時間越短，則近似的效果會越接近真實的峰均功率比。

## 3.2 解決高峰均功率比的方法

目前在單一輸入單一輸出系統下已經有許多解決高峰均功率比的方法，一般可分為從功率放大器和從輸出訊號兩方面去想，從功率放大器角度去解決高峰均功率比的想法很直接，就是去設計增大功率放大器的線性放大區域，讓功率放大器可以承受較大的峰均功率比，但很明顯的，這樣的功率放大器成本一定很昂貴，所以這並不是好的解決方法；至於從信號方面，就是將傳送的訊號先經過調整，使訊號本身的峰均功率比下降，讓訊號大都保持在功率放大器的線性區域內，設計的方法大致可以分為兩大類，一類是增加冗餘 (Redundancy) 的編碼方式，另一類是將傳輸的訊號變形 (Distortion)，以下就文獻中已有的方法做介紹，3.2.1-3.2.5 是針對 SISO 系統，3.2.6 則是針對 MIMO 系統。

### 3.2.1 限幅法

限幅法 (Clipping) 技術顧名思義就是限制 OFDM 信號的振幅到我們設定的大小以內，雖然做法很直接，但是會有使 OFDM 信號失真增加錯誤率，信號的帶外頻率 (Out of Band Radiation) 功率增加等缺點，重複剪除濾波 (Repeated Clipping and Filtering, RCF) 技術也是運用 Clipping 的概念降低峰均功率比，但可以改善帶外頻率功率增加的缺點，以下就是其架構圖：

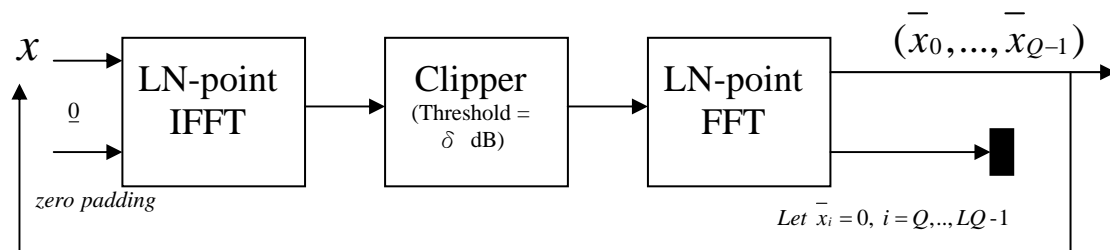


圖 3.1 RCF 架構圖

RCF 執行過程為，將要傳送的信號序列  $x$  加上  $LQ-1$  個 0，執行 IFFT 得到要傳送的 OFDM 信號序列，然後將大於  $\delta$  的值降到  $\delta$  以下，在執行 FFT 得到新

的信號序列，將第  $Q$  個以後的值都濾去，把剩下的值在代回做重複的步驟，直到要傳送的信號序列經 IFFT 運算後值都不會大於  $\delta$ 。

### 3.2.2 區塊碼架構

區塊編碼架構 (Block coding scheme) 降低 PAPR 之概念主要就是利用編碼的方式使原始要傳送的信號序列只會編成低 PAPR 的信號序列，這樣可以確保傳送的均為低 PAPR 信號，但是需要使用到冗餘信號才能完成。使用區塊編碼架構概念的方法有很多，像是奇數同等判斷碼 (Odd Parity Check Code)、修改型簡易區塊碼 (Modified Simple Block Code, MSBC) 等等。奇數同等判斷碼最早由 Wilkinson 提出，他詳盡的搜尋找出 4 個子載波上雙相移鍵控 (Binary Phase-Shift Keying, BPSK) 所有的頻域信號序列，對於所有可能的四個位元之資料符元  $X$ ，從 0 (-1,-1,-1,-1) 到 15 (1,1,1,1) 逐一觀察每一個信號序列的 PAPR。發現某些信號序列之 PAPR 會低於一個特定值，其模擬結果如表 3.1 所示。

	X0	X1	X2	X3	PAPR
0	-1	-1	-1	-1	4.000
1	-1	-1	-1	1	1.768
2	-1	-1	1	-1	1.768
3	-1	-1	1	1	2.360
4	-1	1	-1	-1	1.768
5	-1	1	-1	1	4.000
6	-1	1	1	-1	2.360
7	-1	1	1	1	1.768
8	1	-1	-1	-1	1.768
9	1	-1	-1	1	2.360
10	1	-1	1	-1	4.000
11	1	-1	1	1	1.768
12	1	1	-1	-1	2.360
13	1	1	-1	1	1.768
14	1	1	1	-1	1.768
15	1	1	1	1	4.000

表 3.1 四個子載波所有可能 BPSK 頻域信號的 PAPR

由表 3.1 可以觀察到最大的 PAPR 值為 4，而其他的值都會低於 2.36，因此只要傳送較低 PAPR 值的序列，就可以有效地降低多載波信號的 PAPR。所以由 Wilkinson 提出的奇數同等判斷碼，就是將三個資料符元對應到四個位元的碼字，而這些碼字只會對應到低 PAPR 的信號序列，達到降低 PAPR 的目的。此處的編碼架構如下所示：

$$\begin{aligned}
 (d_1, d_2, d_3) &\rightarrow (c_1, c_2, c_3, c_4) \\
 d_i &= c_i, \quad i=1, 2, 3 \\
 c_4 &= 1 - (d_1 + d_2 + d_3)
 \end{aligned}$$

$d_i$  為資料符元， $c_i$  為碼字位元， $c_4$  就是奇數同等位元。而 MSBC 的方式是將輸入信號序列分割成數個子區塊，再分別對每個子區塊編碼，來達到降低 PAPR 的效果，同樣地，這裡也會需要冗餘信號才能完成。

### 3.2.3 選擇性映射

在選擇性映射 (Selected Mapping, SLM) 技術中，我們會先產生  $V$  個統計獨立的相位序列 (Phase Sequence)，接著會將  $V$  個相位序列分別乘在同一個資料符元序列上得到  $V$  個候選的序列，最後把  $V$  個候選的序列都經過 OFDM 調變，分別計算其 PAPR，選擇其中 PAPR 值最低的一組序列，作為我們所要傳送的序列，其架構圖如下所示。

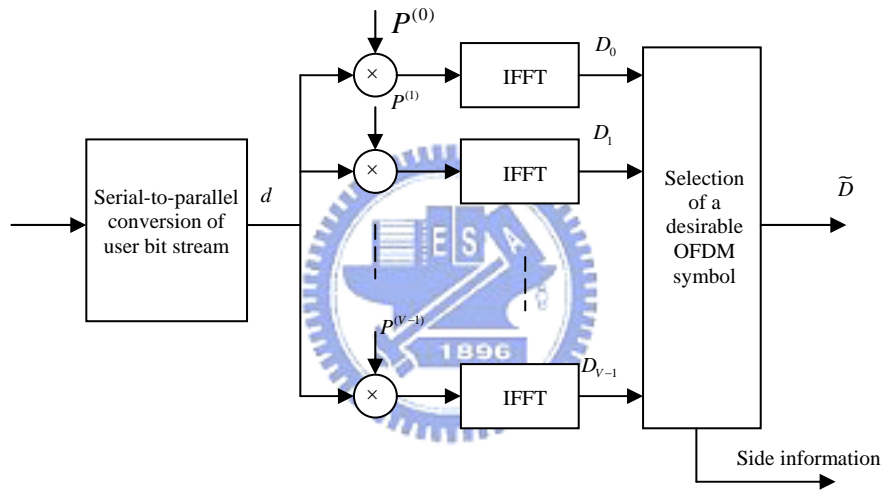


圖 3.2 SLM 技術架構圖

相位序列： $\mathbf{P}^{(v)} = [e^{j\phi_0^v}, e^{j\phi_1^v}, \dots, e^{j\phi_{Q-1}^v}]$ ，其中  $e^{j\phi_k^v} \in [0, 2\pi)$ ， $0 \leq v < V$

得到  $V$  組 OFDM 符元序列： $D_{\rho,v} = \frac{1}{\sqrt{Q}} \sum_{k=0}^{Q-1} (d_k \cdot e^{j\phi_k^v}) e^{j2\pi \frac{k}{Q} \rho}$ ， $0 \leq \rho < Q$ ， $0 \leq v < V$

$\mathbf{d} = [d_0, d_1, \dots, d_{Q-1}]$ ， $\mathbf{D}_v = [D_{0,v}, D_{1,v}, \dots, D_{Q-1,v}]$   $0 \leq v < V$

分別計算每一序列的 PAPR： $\text{PAPR}_v = \frac{\max_{1 \leq \rho < Q} |D_{\rho,v}|^2}{E[|D_{\rho,v}|^2]}$ ， $0 \leq v < V$

從  $\text{PAPR}_v$  中挑選最小值，其所對應 OFDM 符元序列就是要傳送的序列。此方法可以有效的降低 PAPR，但是會增加系統複雜度以及需要額外的資訊 (Side Information) 傳送給接收端，目的是讓接收端知道每個子載波上額外加入相位為何，方便做 OFDM 解調，以防產生解調上的誤差，使整體效能下降。

### 3.2.4 分部傳送序列

分部傳送序列 (Partial transmit sequence, PTS) 技術算是 SLM 技術的一個特例，它的做法是將資料符元序列分成  $V$  個獨立群，每一群乘上一個相位偏移量，並不時的嘗試可能的相位偏移量組合，讓每一次產生的新資料符元序列都經過 OFDM 調變，算出 PAPR，同樣地，最低 PAPR 的新資料符元序列極為傳送序列。理論上可以用上述的方法實踐 PTS 技術，不過可以有更低複雜度的方法，以下的數學推導可以說明：

$$\text{令 } b_v = e^{j\theta_v}, 0 \leq v < V, \mathbf{d} = [d_0, d_1, \dots, d_{Q-1}] \Rightarrow \mathbf{d} = \mathbf{d}^{(1)} \cup \dots \cup \mathbf{d}^{(V-1)}, 0 \leq v < V$$

$$\text{新資料符元序列: } \bar{\mathbf{d}} = \sum_{v=0}^{V-1} b_v \mathbf{d}^{(v)}$$

$$\text{經過 OFDM 調變: } \bar{\mathbf{D}} = \text{IFFT}\{\bar{\mathbf{d}}\}$$

$$\bar{\mathbf{D}} = \text{IFFT}\left\{\sum_{v=0}^{V-1} b_v \mathbf{d}^{(v)}\right\} = \sum_{v=0}^{V-1} b_v \text{IFFT}\{\mathbf{d}^{(v)}\} = \sum_{v=0}^{V-1} b_v \mathbf{D}_v$$

我們可以看到新資料符元序列的 OFDM 調變符元，可以藉由原本序列的 OFDM 調變符元組合而成，所以我們可以把原始的資料符元序列都先調變成 OFDM 符元，再對它使用 PTS 技術，如此一來可以大大的減低複雜度。低複雜度的 PTS 架構圖如下所示。

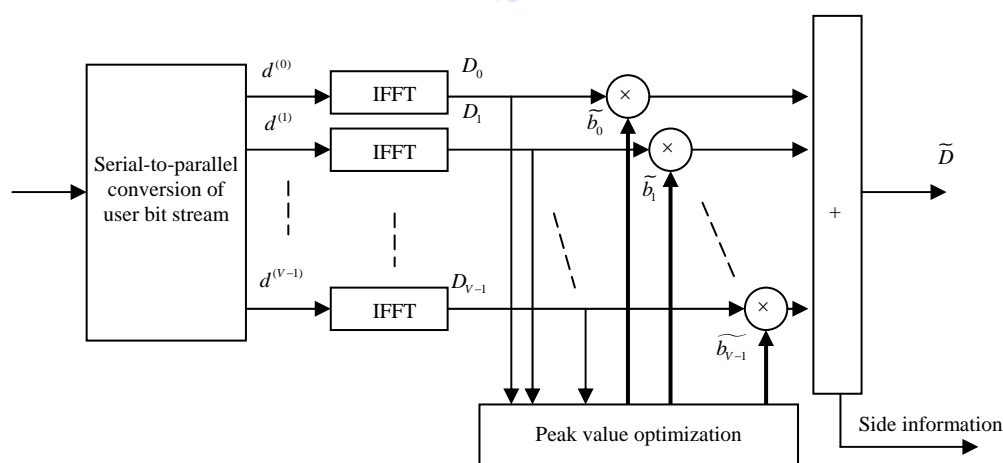


圖 3.3 PTS 架構圖

### 3.2.5 正定旋轉

正定旋轉 (Unitary rotation) 技術使用在多天線系統下，其觀念和之前的技術主要不同點為，此技術是在天線上做變化，而之前的技術均是在子載波上做變化 (相位偏移)，其架構圖如下所示。

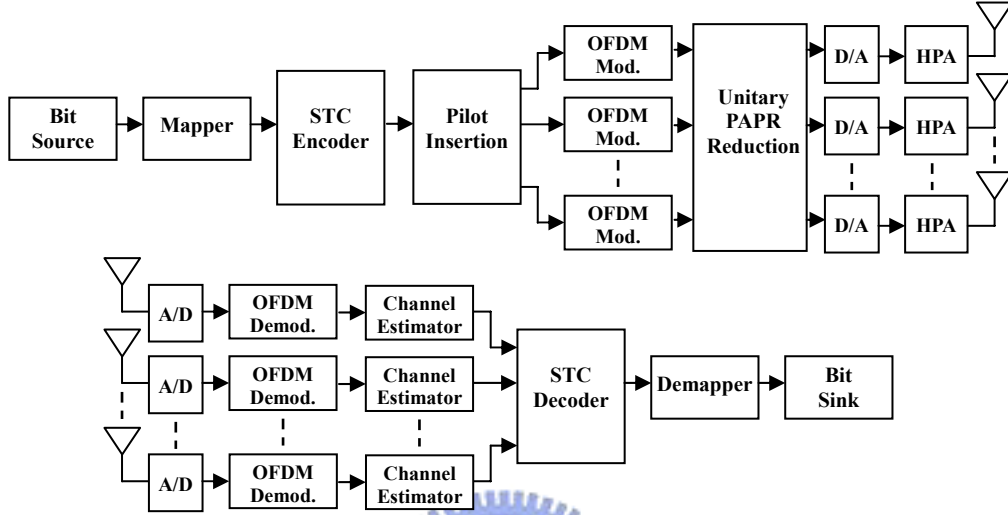


圖 3.4 使用 Unitary rotation 技術的系統架構方塊圖

Unitary rotation 技術降低峰均功率比的觀念是靠天線間的能量重整，其做法如下：

假設原本傳送的碼字為  $\mathbf{X} \in C^{M_T \times Q}$ ，則現在要傳送的碼字為  $\mathbf{U}_o \mathbf{X}$ ， $\mathbf{U}_o \in C^{M_T \times M_T}$ ， $\mathbf{U}_o$  的求法為  $\mathbf{U}_o = \arg \min_{\mathbf{U}} \{ \max_{\mathbf{U}} [\mathbf{U}\mathbf{X}] \}$ ，此處  $\max_{\mathbf{U}} [\mathbf{U}\mathbf{X}]$  代表在矩陣  $\mathbf{U}\mathbf{X}$  所有元素中找最大的值，這裡的  $\mathbf{U}$  矩陣都為正定矩陣 (Unitary Matrix)；如此一來，新合成的碼字就會有較低的峰均功率比，而且經過  $\mathbf{U}$  矩陣變化不會造成總功率的改變，只會造成天線間功率的重新分配。分析上接收訊號的數學式可以寫成

$$\begin{aligned} \mathbf{r}[k] &= \mathbf{H}[k]\mathbf{U}\mathbf{x}[k] + \mathbf{z}[k], \quad k = 0, \dots, Q-1 \\ &= \tilde{\mathbf{H}}[k]\mathbf{x}[k] + \mathbf{z}[k] \end{aligned}$$

其中  $\mathbf{r}[k] \in C^{M_R}$  為第  $k$  個子載波下所接收到的信號， $\mathbf{x}[k] \in C^{M_T}$  為第  $k$  個子載波下所傳送的碼字， $\mathbf{H}[k] \in C^{M_R \times M_T}$  為第  $k$  個子載波下的複數通道矩陣， $\tilde{\mathbf{H}}[k] \in C^{M_R \times M_T}$  為融合  $\mathbf{U}$  矩陣的等效通道矩陣， $\mathbf{z}[k] \in C^{M_R}$  為第  $k$  個子載波下所接收到的雜訊，為平均值為零、變異數為 1 的複數高斯隨機變數。

所以從接收端來看，在發送端所做的變化可以視為通道的改變 (新的通道環境)，通道估計只是從估  $\mathbf{H}$  變成估  $\tilde{\mathbf{H}}$ ，所以仍可用同一套接收器接收，不需要更動。因此這技術最大的優點就在於只需在傳送端多做功率重新分配的動作，接收

端可以保持不變。

### 3.3 低峰均功率比空頻碼

現在操作在 MIMO-OFDM 系統下，如果要降低峰均功率比，SISO 系統下所討論的方法都可以直接使用，但是直接使用會有一個很大的問題，那就是系統的複雜度或需額外的冗餘部分都會隨傳送天線數增加而增加。因此，我們需要一個針對 MIMO-OFDM 系統降低峰均功率比的方法，另外之前也已提到空頻碼抵抗通道錯誤的好處，所以我們希望能在編碼架構下加入額外的考量，使編碼架構調整成直接可以產生低峰均功率比信號，這樣一來可以保持空頻碼的優點，二來也不用需要增加系統的複雜度。

#### 3.3.1 低峰均功率比空頻碼之設計準則

前述 2.3.1 節已經推導出空頻碼的設計準則，可知在低分集情況下錯誤率之上限受 D 矩陣的秩數與特徵值所決定，高分集情況下錯誤率之上限則由 D 矩陣的秩數以及任兩碼字的最小歐式幾何距離所決定；因此，我們將前述降低峰均功率比之技術概念等效地使用於空頻碼後，重新推導設計準則，觀察融入降低峰均功率比等效技術後之錯誤率與原先的空頻碼之錯誤率相比是否會改變。

第一個部分我們降低峰均功率比的方法是將碼字矩陣右乘上一正定矩陣，目的是讓每個子載波上的能量重新分配，經過 IFFT 運算後不會產生高峰均功率比的現象，因為限定只能使用正定矩陣，所以每個天線上的總能量會保持不變。

若原先的碼字矩陣為  $\mathbf{C}$ ，降低峰均功率比之正定矩陣為  $\mathbf{d}$ ，

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_0[0] & c_0[1] & \cdots & c_0[Q-1] \\ c_1[0] & c_1[1] & \cdots & c_1[Q-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{M_T-1}[0] & c_{M_T-1}[1] & \cdots & c_{M_T-1}[Q-1] \end{bmatrix}_{M_T \times Q}, \quad \mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_{0,0} & d_{0,1} & \cdots & d_{0,Q-1} \\ d_{1,0} & d_{1,1} & \cdots & d_{1,Q-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{Q-1,0} & d_{Q-1,1} & \cdots & d_{Q-1,Q-1} \end{bmatrix}_{Q \times Q}$$

則新的碼字矩陣  $\mathbf{X}$  可表示成

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}[0] \quad \mathbf{x}[1] \quad \cdots \quad \mathbf{x}[Q-1]] = \begin{bmatrix} x_0[0] & x_0[1] & \cdots & x_0[Q-1] \\ x_1[0] & x_1[1] & \cdots & x_1[Q-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{M_T-1}[0] & x_{M_T-1}[1] & \cdots & x_{M_T-1}[Q-1] \end{bmatrix}_{M_T \times Q}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} c_0[0] & c_0[1] & \cdots & c_0[Q-1] \\ c_1[0] & c_1[1] & \cdots & c_1[Q-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{M_T-1}[0] & c_{M_T-1}[1] & \cdots & c_{M_T-1}[Q-1] \end{bmatrix}_{M_T \times Q} \begin{bmatrix} d_{0,0} & d_{0,1} & \cdots & d_{0,Q-1} \\ d_{1,0} & d_{1,1} & \cdots & d_{1,Q-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{Q-1,0} & d_{Q-1,1} & \cdots & d_{Q-1,Q-1} \end{bmatrix}_{Q \times Q} \\
&= [\mathbf{c}[0] \quad \mathbf{c}[1] \quad \cdots \quad \mathbf{c}[Q-1]] [\mathbf{d}[0] \quad \mathbf{d}[1] \quad \cdots \quad \mathbf{d}[Q-1]]
\end{aligned}$$

在低分集的情況下，觀察融入降低峰均功率比之  $\mathbf{D}$  矩陣會變化成

$$\begin{aligned}
\mathbf{D} &\triangleq \left[ \sum_{k=0}^{Q-1} \mathbf{W}_f(k) \mathbf{e}[k] (\mathbf{e}[k])^H \mathbf{W}_f^H(k) \right] \\
&= [\mathbf{W}_f(0) \quad \mathbf{W}_f(1) \quad \cdots \quad \mathbf{W}_f(Q-1)] \begin{bmatrix} \mathbf{e}'[0] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{e}'[1] & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{e}'[Q-1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\mathbf{e}'[0])^H & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (\mathbf{e}'[1])^H & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & (\mathbf{e}'[Q-1])^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_f^H(0) \\ \mathbf{W}_f^H(1) \\ \vdots \\ \mathbf{W}_f^H(Q-1) \end{bmatrix} \\
&= [\mathbf{W}_f(0) \quad \mathbf{W}_f(1) \quad \cdots \quad \mathbf{W}_f(Q-1)] \begin{bmatrix} \mathbf{E} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{E} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{d}_1 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{d}_{Q-1} \end{bmatrix} \\
&= [\mathbf{W}_f(0) \mathbf{E} \mathbf{d}_0^H \quad \mathbf{W}_f(1) \mathbf{E} \mathbf{d}_1^H \quad \cdots \quad \mathbf{W}_f(Q-1) \mathbf{E} \mathbf{d}_{Q-1}^H] \begin{bmatrix} \mathbf{d}_0^H & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{d}_1^H & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{d}_{Q-1}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}^H & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{E}^H & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{E}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_f^H(0) \\ \mathbf{W}_f^H(1) \\ \vdots \\ \mathbf{W}_f^H(Q-1) \end{bmatrix} \\
&= [\mathbf{W}_f(0) \mathbf{E} \mathbf{d}_0^H \quad \mathbf{W}_f(1) \mathbf{E} \mathbf{d}_1^H \quad \cdots \quad \mathbf{W}_f(Q-1) \mathbf{E} \mathbf{d}_{Q-1}^H] \begin{bmatrix} \mathbf{d}_0^H \mathbf{E}^H \mathbf{W}_f^H(0) \\ \mathbf{d}_1^H \mathbf{E}^H \mathbf{W}_f^H(1) \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{Q-1}^H \mathbf{E}^H \mathbf{W}_f^H(Q-1) \end{bmatrix} \\
&= \left[ \sum_{k=0}^{Q-1} \mathbf{W}_f(k) \mathbf{E} \mathbf{d}_k^H \mathbf{E}^H \mathbf{W}_f^H(k) \right]
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
e_i[k] &\triangleq c_i[k] - \hat{c}_i[k], \quad \mathbf{e}[k] \triangleq [e_0[k] \quad \cdots \quad e_{M_T-1}[k]]_{M_T \times 1}^T \\
e'_i[k] &\triangleq x_i[k] - \hat{x}_i[k], \quad \mathbf{e}'[k] \triangleq [e'_0[k] \quad \cdots \quad e'_{M_T-1}[k]]_{M_T \times 1}^T \\
\mathbf{E} &= [\mathbf{e}[0] \quad \mathbf{e}[1] \quad \cdots \quad \mathbf{e}[Q-1]]
\end{aligned}$$

由此  $\mathbf{D}$  矩陣我們可以觀察到其秩數不會受我們加入降低峰均功率比矩陣所影響，至於其特徵值的變化則會受到影響，因此我們要小心選擇降低峰均功率比矩陣，使降低峰均功率比的同時能夠保持錯誤率，或更甚讓錯誤率能夠更小。

在高分集情況下，我們已知錯誤率受參數  $\text{tr}\{\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^H\}$  決定，在加入降低峰均功率比矩陣後，此參數的變化為

$$\begin{aligned}
\text{tr}\{\mathbf{E}' \cdot (\mathbf{E}')^H\} &= \text{tr}\{(\mathbf{E} \mathbf{d}) \cdot (\mathbf{E} \mathbf{d})^H\} \\
&= \text{tr}\{\mathbf{E} \mathbf{d} \cdot \mathbf{d}^H \mathbf{E}^H\} = \text{tr}\{\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^H\}
\end{aligned}$$

其中  $\mathbf{d} \cdot \mathbf{d}^H = \mathbf{I}_Q$ .

由以上結果我們發現加入降低峰均功率比矩陣後不會改變我們的錯誤率上限式子，意即我們可以找到有低峰均功率比特性之高效能空頻碼。

第二部份是運用正定旋轉之概念融入設計準則中，就是在碼字矩陣左乘一正定矩陣，目的是讓天間線間的能量重新分配，減少峰值出現的機會，並且一樣限定使用正定矩陣，確保總能量與原先一致。

若原先的碼字矩陣為  $\mathbf{C}$ ，降低峰均功率比之正定矩陣為  $\mathbf{U}$ ，

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_0[0] & c_0[1] & \cdots & c_0[Q-1] \\ c_1[0] & c_1[1] & \cdots & c_1[Q-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{M_T-1}[0] & c_{M_T-1}[1] & \cdots & c_{M_T-1}[Q-1] \end{bmatrix}_{M_T \times Q}, \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{0,0} & u_{0,1} & \cdots & u_{0,M_T-1} \\ u_{1,0} & u_{1,1} & \cdots & u_{1,M_T-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{M_T-1,0} & u_{M_T-1,1} & \cdots & u_{M_T-1,M_T-1} \end{bmatrix}_{M_T \times M_T}$$

則新的碼字矩陣  $\mathbf{X}$  可表示成

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}[0] \quad \mathbf{x}[1] \quad \cdots \quad \mathbf{x}[Q-1]] = \begin{bmatrix} x_0[0] & x_0[1] & \cdots & x_0[Q-1] \\ x_1[0] & x_1[1] & \cdots & x_1[Q-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{M_T-1}[0] & x_{M_T-1}[1] & \cdots & x_{M_T-1}[Q-1] \end{bmatrix}_{M_T \times Q}$$

$$= \begin{bmatrix} u_{0,0} & u_{0,1} & \cdots & u_{0,M_T-1} \\ u_{1,0} & u_{1,1} & \cdots & u_{1,M_T-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{M_T-1,0} & u_{M_T-1,1} & \cdots & u_{M_T-1,M_T-1} \end{bmatrix}_{M_T \times M_T} \begin{bmatrix} c_0[0] & c_0[1] & \cdots & c_0[Q-1] \\ c_1[0] & c_1[1] & \cdots & c_1[Q-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{M_T-1}[0] & c_{M_T-1}[1] & \cdots & c_{M_T-1}[Q-1] \end{bmatrix}_{M_T \times Q}$$

在低分集情況下，觀察融入降低峰均功率比之  $\mathbf{D}$  矩陣會變化成

$$\mathbf{D} \triangleq \left[ \sum_{k=0}^{Q-1} \mathbf{W}_f(k) \mathbf{e}[k] (\mathbf{e}[k])^H \mathbf{W}_f^H(k) \right]$$

$$= [\mathbf{W}_f(0) \quad \mathbf{W}_f(1) \quad \cdots \quad \mathbf{W}_f(Q-1)] \begin{bmatrix} \mathbf{e}[0] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{e}[1] & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{e}[Q-1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\mathbf{e}[0])^H & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (\mathbf{e}[1])^H & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & (\mathbf{e}[Q-1])^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_f^H(0) \\ \mathbf{W}_f^H(1) \\ \vdots \\ \mathbf{W}_f^H(Q-1) \end{bmatrix}$$

$$= [\mathbf{W}_f(0) \quad \mathbf{W}_f(1) \quad \cdots \quad \mathbf{W}_f(Q-1)] \begin{bmatrix} \mathbf{U} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{U} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{U} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}[0] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{e}[1] & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{e}[Q-1] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{e}[0])^H & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (\mathbf{e}[1])^H & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & (\mathbf{e}[Q-1])^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}^H & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{U}^H & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{U}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_f^H(0) \\ \mathbf{W}_f^H(1) \\ \vdots \\ \mathbf{W}_f^H(Q-1) \end{bmatrix}$$



$$\begin{aligned}
&= [\mathbf{W}_f(0)\mathbf{U} \quad \mathbf{W}_f(1)\mathbf{U} \quad \dots \quad \mathbf{W}_f(Q-1)\mathbf{U}] \begin{bmatrix} \mathbf{e}[0] & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{e}[1] & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \mathbf{e}[Q-1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\mathbf{e}[0])^H & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (\mathbf{e}[1])^H & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & (\mathbf{e}[Q-1])^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}^H \mathbf{W}_f^H(0) \\ \mathbf{U}^H \mathbf{W}_f^H(1) \\ \vdots \\ \mathbf{U}^H \mathbf{W}_f^H(Q-1) \end{bmatrix} \\
&= \left[ \sum_{k=0}^{Q-1} \mathbf{W}_f(k)\mathbf{U}\mathbf{e}[k](\mathbf{e}[k])^H \mathbf{U}^H \mathbf{W}_f^H(k) \right]
\end{aligned}$$

由此  $\mathbf{D}$  矩陣我們可以觀察到其秩數不會受我們加入正定矩陣所影響，至於其特徵值的變化則會受到影響，因此我們要小心選擇正定矩陣，使降低峰均功率比的同時能夠保持錯誤率，或更甚讓錯誤率能夠更小。



## 第四章 電腦模擬

模擬低峰均功率比時空頻三維碼方面，所使用的碼為第二章所設計之空頻碼，在降低峰均功率比的正定矩陣選擇的是

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_{0,0} & d_{0,1} & \cdots & d_{0,Q-1} \\ d_{1,0} & d_{1,1} & \cdots & d_{1,Q-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{Q-1,0} & d_{Q-1,1} & \cdots & d_{Q-1,Q-1} \end{bmatrix}_{(Q \times Q)}$$

其中

$$d_{i,j} = \sqrt{\frac{2}{Q}} \cdot \beta[j] \cdot \cos\left(\frac{\pi j(2i+1)}{2Q}\right), \quad \beta[j] = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & j=0 \\ 1, & \text{else} \end{cases}$$

圖 4.1-4.3 為原始碼與加入降低峰均功率比矩陣之碼的互補累積分佈函數 (Complementary Cumulative Density Function, CCDF) 比較圖，在機率為  $10e-5$  的情況下，子載波為 64 時峰均功率比降低量接近 4dB，子載波 128 時降低 4B，到 256 時降低量已經超過 4dB 了，所以可以看到峰均功率比降低的效果會隨子載波個數增加而變大。

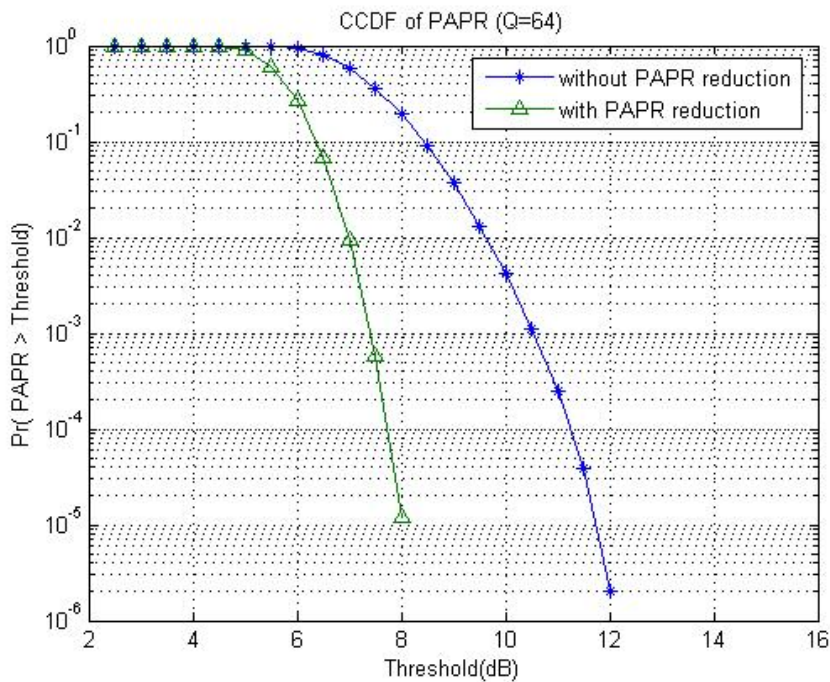


圖 4.1 子載波數為 64，使用降低峰均功率比矩陣之碼與原始碼的 CCDF 比較圖

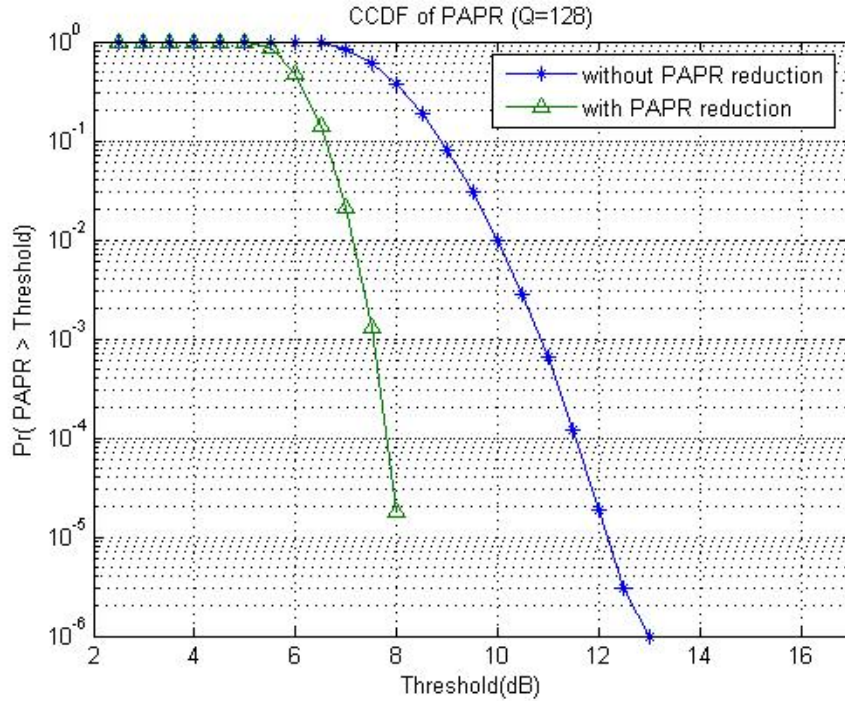


圖 4.2 子載波數為 128，使用降低峰均功率比矩陣之碼與原始碼的 CCDF 比較圖

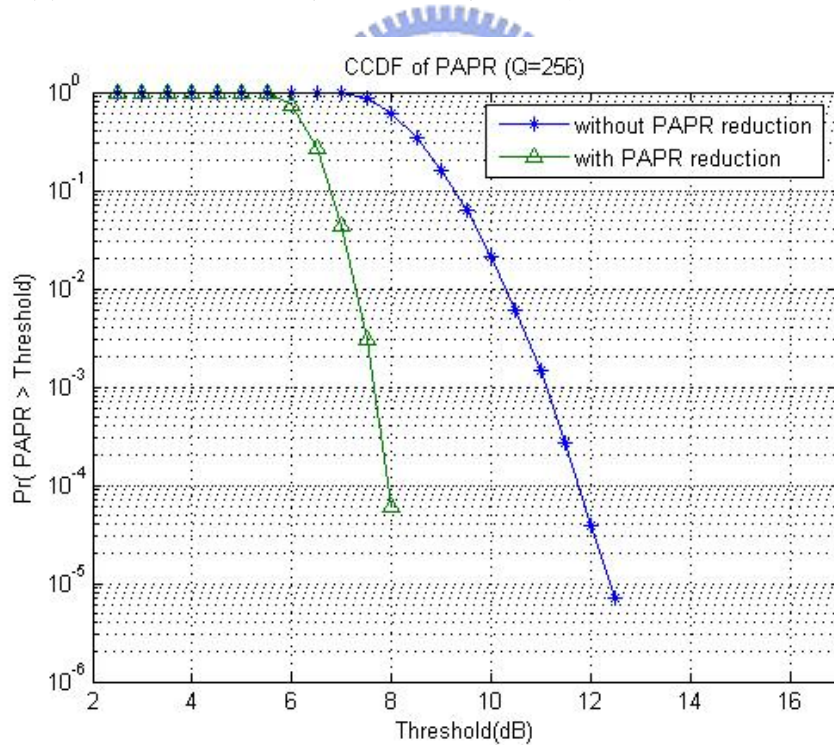


圖 4.3 子載波數為 256，使用降低峰均功率比矩陣之碼與原始碼的 CCDF 比較圖

圖 4.4 我們提出方法與 SLM 和 PTS 方法之比較，由圖中可以發現，我們提出方法和 SLM 使用 8 組候選 (candidate) 序列的效果差不多，與 PTS 分成四個子區塊時相比差 1dB，要注意的是這裡使用 SLM 和 PTS 的方法一次是針對一根傳輸天線，所以整體的複雜度會照天線數呈線性增加，而我們方法的複雜度跟一

般空頻碼一樣，不會增加。

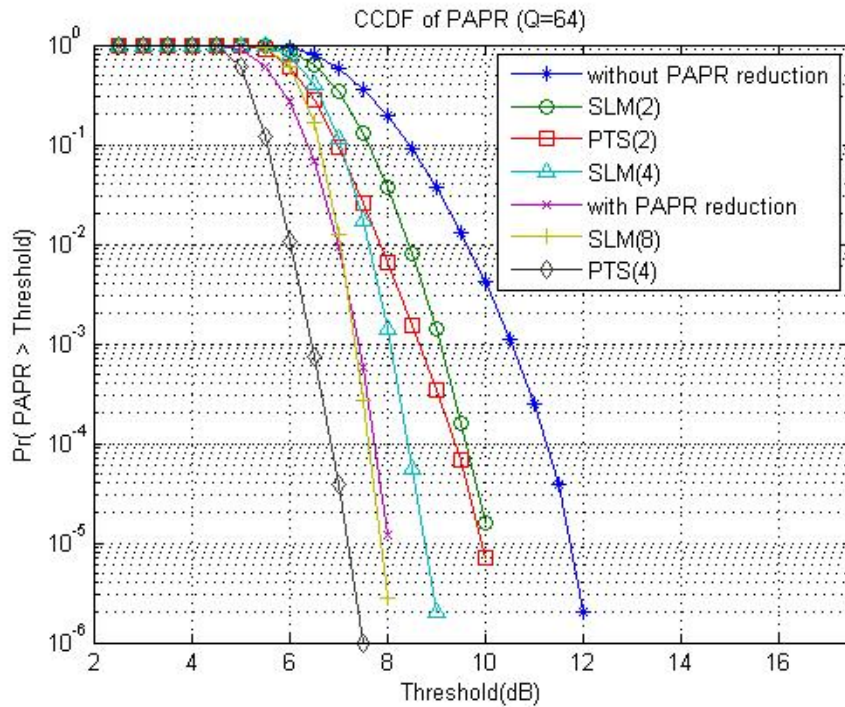


圖 4.4 我們提出方法與 SLM 和 PTS 方法之比較

圖 4.5 為我們方法與 SLM 方法一起使用的效果圖，可以看到一起使用的效果可以比個別使用的效果更好，所以在針對某些要求低峰均功率比的系統，我們就可以使用這種整合的方式來達到系統要求。

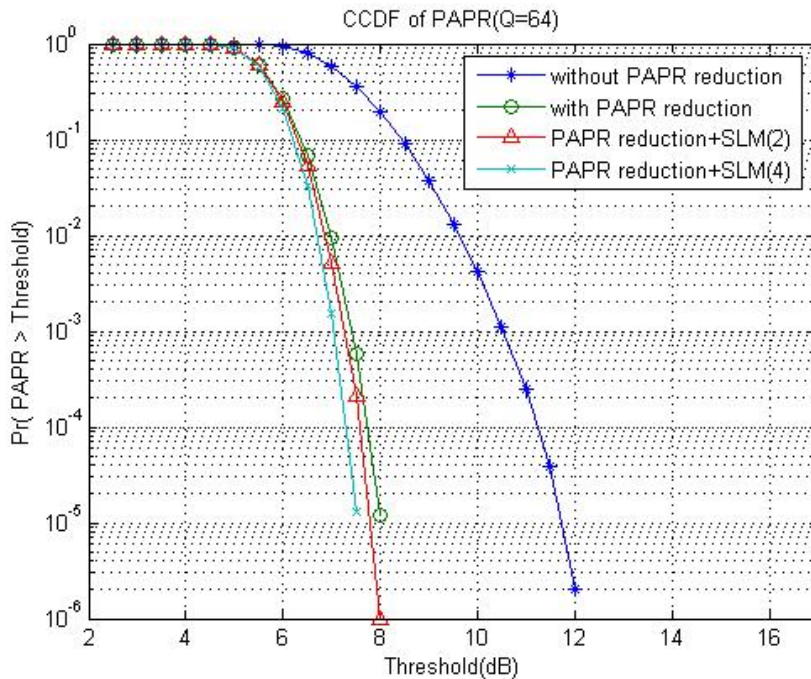


圖 4.5 我們提出之方法加 SLM 方法之效果圖

## 第五章 結論

在論文中，在高效能空頻碼的基礎下，融合降低峰均功率比技術之概念，設計出低峰均功率比空頻碼。從模擬中可以觀察得到，我們提出的低峰均功率比空頻碼，在子載波數為 64 及機率  $10e-5$  的情況下比原始空頻碼的峰均功率比有將近 4dB 的降低量，並可以發現我們的效果會和 SLM 方法使用 8 個候選序列的情況差不多，但 SLM 使用 8 個候選序列的情況會造成系統的複雜度變很大並且需要冗餘位元，而我們的方法並不會增加複雜度以不需要多餘的位元傳遞；另外，我們在降低峰均功率比的同時我們也保證錯誤率不會變差。若系統要求極低的峰均功率比，我們可以將我們提出的方法加上以往的降低方法來達到這樣的要求，由模擬上也可以看到這樣做是有效果而且可行的。



## 参考文献

1. R. W. Chang, "Synthesis of band-limited orthogonal signals for multi-channel data transmission," *Bell System Tech. Journal*, vol. 45, pp. 1775-1796, Dec. 1966.
2. L. J. Cimini, Jr., "Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-33, no.7, pp. 665-75, July 1985.
3. R. V. Nee and R. Prasad, *OFDM for Wireless Multimedia Communications*. Artech House, 2000.
4. A. R. S. Bahai and B. R. Saltzberg, *Multi-Carrier Digital Communications: Theory and Applications of OFDM*. Kluwer Academic/Plenum Publishers, 1999.
5. S. Hara and R. Prasad, "An overview of multicarrier CDMA," *IEEE Commun. Mag.*, pp. 126-133, Dec. 1997.
6. S. Kondo and L. B. Milstein, "Performance of multicarrier DS CDMA systems," *IEEE Trans. Commun.*, pp. 238-246, Mar. 1996.
7. G. J. Foschini and M. J. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas," *Wireless Personal Commun.* vol. 6, pp.311-335, 1998.
8. E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," *Eur. Trans. Telecommun.*, vol. 10, no. 6, Nov./Dec. 1999, pp. 585-595.
9. G. Foschihi, "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas," *Bell Labs Technical Journal*, pp. 41-59, Autumn 1996.
10. G. D. Golden, G. J. Foschini, R. A. Valenzuela, and P. W. Wolniansky, "Detection algorithm and initial laboratory results using the V-BLAST space-time communication architecture," *Electron. Lett.*, vol. 35, no. 1, pp.14-15, Jan. 1999.
11. V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, pp. 744-765, Mar. 1999.
12. V. Tarokh, A. Naguib, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion in the presence of channel estimation errors, mobility, and multiple paths," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, pp. 199-207, Feb. 1999.
13. S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, pp. 1451-1458, Oct. 1998.

14. V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block coding for wireless communications: performance results," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 17, pp. 451-460, Mar. 1999.
15. V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block coding from orthogonal designs," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, pp. 1456-1467, July 1999.
16. H. Jafarkhani, "A quasi-orthogonal space-time block code," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, pp. 1-4, Jan. 2001.
17. D. Agrawal, V. Tarokh, A. Naguib, and N. Seshadri, "Space-time coded OFDM for high data-rate wireless communication over wideband channels," in *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf.*, Ottawa, Canada, May 1998, pp. 2232-2236.
18. H. Bolcskei and A.J. Paulraj, "Space-frequency coded broadband OFDM systems," in *Proc. IEEE Wireless Commun. and Networking Conf.*, Chicago, IL, 2000, pp. 1-6.
19. H. Bolcskei and A.J. Paulraj, "Space-frequency codes for broadband fading channels," in *Proc. IEEE Int. Symp. Inform. Theory*, Washington DC, 2001, pp. 219.
20. B. Lu and X. Wang, "Space-time code design in OFDM systems," in *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf.*, San Francisco, CA, 2000, pp.1000-1004.
21. L. Shao, S. Roy, and S. Sandhu, "Rate-one space frequency block codes with maximum diversity gain for MIMO-OFDM," in *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf.*, Dec. 2003, vol. 2, pp. 809-813.
22. L. Shao and S. Sandhu, "Rate-one space-frequency block codes with maximum diversity for MIMO-OFDM," in *Proc. Trans. IEEE Wireless Commun.*, July 2005, vol. 4, pp. 1674-1687.
23. X. Li and L. Cimini, "Effects of clipping and filtering on the performance of OFDM," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 2, no. 5, pp.131-133, May 1998.
24. R. O'Neill and L. Lopes, "Envelope variations and spectral splatter in clipped multicarrier signals," in *Proc. Personal, Indoor and Mobile Radio Commun.*, Toronto, Canada, Sept. 1995, pp.71-75.
25. T. A. Wilkinson and A. E. Jones, "Minimization of peak-to-mean envelope power ratio of multicarrier transmission schemes by blocking coding," in *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf.*, Chicago, IL, July 1995, pp.825-829.
26. R. Bauml, R. Fischer, and J. Huber, "Reducing the peak-to-average power ratio of multicarrier modulation by selected mapping," *Electron. Lett.*, vol. 32, no. 22, pp. 2056-2057, Oct. 1996.
27. S. H. Muller and J. B. Huber, "OFDM with reduced peak-to-average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences," *Electron. Lett.*, vol. 33, no. 5, pp.368-369, Feb. 1997.

28. S. H. Muller, R. W. Bauml, R. Fischer, and J. B. Huber, "OFDM with reduced peak-to-average power ratio by multiple signal representation," *Annals of Telecommun.*, vol. 52, no. 1-2, pp.55-67, Feb. 1997.
29. G. D. Forney, Jr. "Trellis shaping," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 38, no. 2, pp.281-300, Mar. 1992.
30. H. Reddy and T. M. Duman, "Space-time coded OFDM with low PAPR," in *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf.*, pp.799-803.
31. H. Lee, D. N. Liu, W. Zhu, and M. P. Fitz, "Peak power reduction using a unitary rotation in multiple transmit antennas," in *Proc. IEEE Commun. Conf.*, May 2005, pp.2407-2411.
32. C. C. Lai, *Design of Space-Frequency Codes for MIMO-OFDM Systems*, Master Thesis, National Chiao-Tung University, Hsinchu, Taiwan, 2006.
33. Y. Sasazaki and T. Ohtsuki; "Improved design criteria and new codes on space-frequency trellis coding over frequency selective fading channels," in *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf.*, Sept. 2002, pp. 2187-2191.
34. V. Tarkh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank; "Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criterion and code construction," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, pp.744-765, Mar. 1998.
35. S. Baro, G. Bauch, and A. Hansmann; "Improved codes for space-time trellis coded modulation," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 4, pp.20-22, Jan. 2000.