

國立交通大學

電信工程學系

碩士論文

射頻元件精簡模型生成

Compact Model Generation for RF Components



研究生：邱當榮

指導教授：趙學永 教授

中華民國九十六年七月

射頻元件精簡模型生成  
Compact Model Generation for RF Components

研究生：邱當榮

Student : Tang-Jung Chiu

指導教授：趙學永

Advisor : Hsueh-Yung Chao

國立交通大學  
電信工程學系  
碩士論文



Submitted to Department of Communication Engineering  
College of Electrical Engineering and Computer Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Communication Engineering

July 2007

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年七月

# 射頻元件精簡模型生成

學生：邱當榮

指導教授：趙學永

國立交通大學電信工程學系（研究所）碩士班

## 摘 要

本論文利用高階程式語言 Matlab 實現一個自動參數粹取解答器，此解答器內部主要的演算法是基於具限制式的非線性梯度最佳化發展而得。為了要加速梯度最佳化演算法的收斂性，在進行最佳化之前我們引入了二種參數縮放技巧，藉以消除不同最佳化參數對目標函數的敏感度的巨幅差異。此二參數縮放技巧分別為阻抗縮放法與頻率縮放法。透過最佳化演算法的疊代過程，此一解答器能夠自動地獲得最佳化精簡模型而毋須手動調整模型內部參數。

我們亦利用下列三個射頻被動元件，以作為此解答器的測試範例：邊緣饋入的矩形微帶天線、槽孔耦合微帶天線、及 CMOS 螺旋電感。透過這些測試範例，我們發現通常由物理公式或半經驗公式計算而得的初始精簡模型，與實際量測數據或數值電磁模擬結果間的頻率響應，通常相當地不同。然而，在使用了梯度最佳化來修正精簡模型內部參數值之後，模型與量測兩者間的頻率響應的擬合誤差得以顯著地降低。因此，即使一開始我們將一個粗略估計的精簡模型輸入此解答器，此解答器依然可透過梯度最佳化來改善模型以獲得更好的模型特性。

# Compact Model Generation for RF Components

Student : Chiu Tang-Jung

Advisors : Dr. Chao Hsueh-Yung

Department of Communication Engineering  
National Chiao Tung University

## ABSTRACT

An automatic parameter-extracting solver is implemented by Matlab. The algorithm in the solver is based on the gradient-based nonlinear constrained optimization. To accelerate the convergence of the gradient-based optimization, two prescaling techniques, impedance- and frequency- scalings, are introduced at the beginning of optimization to precondition the cost function with respect to different optimization variables. Through the iterative procedure of the optimization algorithm, the solver can automatically obtain the optimal compact models without hand-tuning for the variables.

The solver is also fully tested by several passive radio-frequency (RF) devices, including an edge-fed rectangular patch antenna, an aperture-coupled patch antenna, and a CMOS on-chip spiral inductor. Through these test cases, it can be found that although initial compact models obtained from physics-based or semi-empirical formulas have quite different frequency responses from measurement data or electromagnetic (EM) simulations, the fitting errors are significantly reduced using gradient-based optimization to correct the component values of the compact models. Therefore, even if a roughly estimated compact model is provided in the first place, one can still apply the gradient-based optimization to improve the model for better characterization.

## 誌 謝

本篇論文得以順利完成，首先要感謝的是指導教授趙學永博士。在這二年的求學生涯中，我由衷地感謝他的耐心包容與細心指導。不論是在為人處世或是在學術研究上，他總是適時地給予關鍵性的建議與指導，讓我得以不斷地將研究不足與思考不周嚴之處補強。

其次要感謝的是與我同甘共苦的研究室夥伴們，郭博、翔昱、佳伶、博士慧、小雪、培育、康哥、懷中、宇清、朝旺、與哲宇，謝謝你們讓我在研究所的生涯過的如此多姿多采，充滿了無限的回憶。

最後，我將最誠摯的謝意獻給一直在背後支持我的家人，因為有你們無悔的付出、陪伴、與關懷，我的憂傷與喜悅才得以分享，也才得以毫無後顧之憂地完成學業。



# 目 錄

摘 要.....	i
目 錄.....	ii
表 目 錄.....	iii
圖 目 錄.....	iv
1. 簡介.....	1
2. 精簡模型與參數萃取.....	2
2.1 線性且互易網路的模型建立與參數萃取.....	3
2.2 基於非線性最佳化的參數萃取演算法.....	4
3. 架構與實作.....	6
3.1 基於梯度的非線性最佳化演算法.....	8
3.2 參數縮放.....	10
3.2.1 阻抗縮放法.....	11
3.2.2 頻率縮放法.....	12
3.2.3 對數縮放法.....	14
4. 應用.....	16
4.1 微帶線邊緣饋入的矩型微帶天線.....	16
4.1.1 矩型微帶天線之傳輸線模型.....	17
4.1.2 矩型微帶天線之諧振腔模型.....	19
4.2 槽孔耦合微帶天線.....	31
4.2.1 槽孔耦合微帶天線的傳輸線模型.....	31
4.2.2 槽孔耦合微帶天線的損耗諧振腔模型.....	34
4.3 CMOS 螺旋電感.....	36
5. 結論與未來研究方向.....	39
參 考 文 獻.....	40

## 表 目 錄

表格 3-1：著名的梯度最佳化演算法的修正矩陣 $\mathbf{F}_k$ 的公式，其中 $\nabla^2 U$ 為成本函數的 Hessian 矩陣。.....	9
表格 3-2：微波網路參數值的範圍.....	11
表格 3-3：阻抗縮放法與頻率縮放法的比較.....	13
表格 4-1：初始精簡模型參數集 $\mathbf{x}^{(0)}$ 與最佳精簡模型參數集 $\mathbf{x}^*$ .....	27
表格 4-2：圖 4.10 之傳輸線模型內各參數的估計公式.....	32
表格 4-3：圖 4.13 內的模型參數的估計公式.....	37



## 圖目錄

圖 3-1：傳統參數萃取方法.....	7
圖 3-2：自動化參數萃取演法.....	7
圖 3-3：以 Matlab 高階語言實現自動化參數萃取演算法的關鍵程式碼.....	13
圖 4-1：微帶線邊緣饋入的矩型微帶天線.....	17
圖 4-2：矩型微帶天線的傳輸線模型.....	18
圖 4-3：微帶線邊緣饋入的矩型微帶天線的傳輸線模型.....	20
圖 4-4：微帶天線的詣振腔精簡模型.....	23
圖 4-5：微帶天線的詣振腔精簡模型.....	24
圖 4-6：成本函數 $U(\mathbf{x})$ 對其中兩個最佳化參數 $(x_1, x_2) = (\log L_1, \log C_1)$ 的三維作圖：(a) 成本函數曲面圖；(b) 曲面圖 (a) 所對應的等高線圖。兩張圖中的白色圓圈代表經由非線性最佳化所求出的全域最佳解 $\mathbf{x}^*$ ，而圖 (b) 中的白色方塊代表利用上列之半經驗公式所求得的初始估計 $\mathbf{x}^{(0)}$ 。.....	28
圖 4-7：經過圖 3.2 所示之自動化參數萃取解答器後之最佳等效電路的 HSPICE 檔案。.....	29
圖 4-8：利用非線性最佳化作自動參數萃取的成果展示：(a) 與 (b) 分別代表天線的輸入阻抗 $Z_{in}$ 的實部和虛部。圖中實線代表利用數值電磁所求得之輸入阻抗 $Z_{in}^{(EM)}$ ；而虛線與點線則分別代表初始等效電路 $\mathbf{x}^{(0)}$ 與最佳等效電路 $\mathbf{x}^*$ 的輸入阻抗。.....	30
圖 4-9：槽孔耦合微帶天線的分解圖.....	31
圖 4-10：槽孔耦合微帶天線的傳輸線模型：(a) 完整的傳輸線模型，其中微帶天線主體與饋入線分別以傳輸線 $Z_{0P}$ 與傳輸線 $Z_{0f}$ 來建模；(b) 圖 4.10(a) 中槽孔 $Y_{ap}$ 的傳輸線模型。.....	33
圖 4-11：槽孔耦合微帶天線的詣振腔模型.....	34
圖 4-12：利用非線性最佳化作自動參數萃取的成果展示：(a) 與 (b) 分別代表天線的輸入阻抗 $Z_{in}$ 的實部和虛部。圖中實線代表利用數值電磁所求得之輸入阻抗 $Z_{in}^{(EM)}$ ；而虛線與點線則分別代表初始等效電路 $\mathbf{x}^{(0)}$ 與最佳等效電路 $\mathbf{x}^*$ 的輸入阻抗。.....	35
圖 4-13：CMOS 螺旋電感：(a) 幾何剖面圖；(b) 相對應的精簡模型.....	36
圖 4-14：精簡模型與實體 CMOS 螺旋電感的關係.....	37
圖 4-15：利用非線性最佳化作自動參數萃取的成果展示：(a) 與 (b) 分別代表 CMOS 螺旋電感的等效感值和品質因素。圖中實線代表利用數值電磁所得之模擬結果；而虛線與點線則分別代表初始等效電路 $\mathbf{x}^{(0)}$ 與最佳等效電路 $\mathbf{x}^*$ 的響應曲	



# 1. 簡介

在工程應用上，通常將一個實際的元件、系統，以一個精簡模型 (compact model) 來等效。精簡模型最重要的目的有二。第一，用以簡化實際元件背後所擁有的複雜物理現象，使得工程師得以快速掌握此一元件的特性，並提供一設計上的直觀。第二，此一精簡模型亦為電腦模擬軟體內部最核心的構成要件，一旦找出代表某一元件的精簡模型，則模擬軟體便可藉由此一模型，預測此一元件在某物理條件下的性能響應 (performance response)。

傳統的經驗公式 (empirical formula)、基於物理而得的理論公式所預測出的性能響應和實際的量測曲線往往存在誤差。大多時候，工程師必須藉由經驗累積，人為判斷並不斷調整公式或模型內部的參數，以期公式或模型所預測的性能響應得以和實際量測數據儘可能地吻合。此乃一個沒有效率的流程。尤有甚者，當實際物理現象趨於複雜，進而造成模型內部參數大量增加時，人為的參數調整將為一種不斷嘗試錯誤的繁冗過程，且最後的參數調整結果亦無法在數學理論上保證其模型的準確性。

本論文提出了一套基於非線性最佳化 (nonlinear optimization) 自動調整精簡模型內部參數的方法，並且實作之。這套方法可以不需人為參數調整，完全自動化生成一組最佳的模型內部參數，使得精簡模型所預期的性能響應與實際元件的量測數據達到最接近的程度。作者亦將這套基於非線性最佳化的精簡模型生成的解答器，應用於三個實際的範例：微帶線邊緣饋入的矩形微帶天線 (edge-fed rectangular patch antenna)、槽孔耦合微帶天線 (aperture-coupled patch antenna)、及 CMOS 螺旋電感 (CMOS on-chip spiral inductor)。

## 2. 精簡模型與參數萃取

對一個電路元件或系統而言，只有在我們同時找到一個合適的精簡模型以及一組相對應的最佳模型參數，才有可能得到合理而精確的電路模擬結果。因此，假如想要針對某一元件，生成一個準確而精簡的模型，首先我們必須發展出一個足夠滿足元件物理特性並且精簡的模型，用以有效率的描述元件本身的物理及數學本質。接著，必須找到一套快速且足夠穩定的演算法，以求得一組正確的模型參數，此一步驟便稱為參數萃取 (parameter extraction)。最後，發展出來的精簡模型以及被萃取出來的模型參數，不只要能夠吻合真實的量測數據，並且還要可以準確的預測出沒有量測數據下的元件特性。

正因為精簡模型的建立，與模型參數的萃取，佔有同等重要的地位，作者將於本章詳述參數萃取的演算法，並且在第三章藉由兩個不同的微帶天線結構及 CMOS 螺旋電感，來說明精簡模型的選擇。在精簡模型生成的過程中，一旦初始的模型本身不具物理意義或不滿足元件的物理本質，參數萃取的過程通常也無法收斂。因此，精簡模型的建立與模型參數的萃取不僅佔有同等重要的地位，同時也隱含相互影響的關係。所以，如何透過參數萃取的數學搜尋過程，同時也看出精簡模型、實際量測數據、及元件的物理本質三者之間的相互影響關係，將是本論文的另一貢獻。此亦將於第四章中，藉由兩個微帶天線的測試範例詳加說明。

在深入討論實際的模型建立與參數萃取的演算法之前，作者在此先解釋模型與參數萃取的意義。大部分的元件模型都有屬於自己的等效電路，而等效電路一般是由理想被動組件（電阻、電容、電感等）與相依電源（共下列四種：電壓控制電壓源、電壓控制電流源、電流控制電壓源、電流控制電流源）所構成。一旦此一等效電路內部所有的組件皆具有正確的組件參數，則此一電路便可生成準確的元件特性曲線，甚至預測此元件在某操作條件下的性能響應。傳統上，電路內部的組件參數的選定是利用被建模元件本身的物理或經驗公式來求得。

值得一題的是，隨著等效模型內部元件或待定參數的增加，此模型本身能夠表達的物理現象也隨著增加。因此，模型能夠模擬被建模元件的精確度，也許得以隨之增加。然而，伴隨而來的缺點卻是，模型的參數萃取過程也隨之變得複雜。尤有甚者，越複雜的模型也相對消耗越多的數值計算資源（含模擬時間與記憶體空間）。所以，一個良好的模型應該要同時能達到兩個要求。第一，此模型所提供的性能響應與真實元件的量測曲線之間的誤差必須要能小於某一容忍度。第二，此一模型內部的待定組件值或參數值要儘可能地少，以簡化參數萃取的過程及計算資源。

對於一般射頻被動元件（諸如螺旋電感、微帶天線、MIM 電容等）而言，假如精簡模型能夠在物理上正確地表達此一射頻元件，並且模型參數也被準確地萃取出來，則模

型組件參數值 (component values of compact model) (諸如等效電阻、電容、電感值) 通常與頻率無關。也就是說, 在精簡模型能有效模擬某射頻元件的頻寬範圍內, 其模型內之組件參數通常不是頻率的函數。目前在市面上的電磁模擬商用軟體, 通常也內建有等效電路參數萃取的功能性方塊。然而其萃取出的參數皆為頻率的函數。如此一來, 軟體使用者必須額外自行對每一個組件參數各自進行曲線擬合 (curve fitting), 以找出所有模型參數的經驗公式, 最後才得以放入通用的 SPICE 軟體進行接下來的電路模擬, 此乃一沒有效率的參數萃取流程。於第三章, 作者將提出一套自動化參數萃取的演算法, 最後萃取出的參數皆與頻率無關, 此亦為本論文的另一貢獻。

## 2.1 線性且互易網路的模型建立與參數萃取

在正常的操作條件下, 大部分的射頻被動元件, 都能被當作是線性網路 (linear network)。也就是說, 只要射頻被動元件的外加電壓不要太高, 或流經元件的外加電流不要太大, 元件本身的物理特性與外加偏壓的大小和極性無關。因為被動元件的線性本質, 只要一個偏壓條件下的  $S$  參數量測或電磁模擬數據, 便足以提供模型生成與參數萃取的需求。另一方面, 因為射頻被動元件在任何操作條件下, 並不會發生電壓放大、電流放大、或功率放大的現象, 所以射頻被動元件也被模擬成互易網路 (reciprocal network)。因為被動元件的互易本質, 雙埠射頻被動元件具有  $S_{12}$  與  $S_{21}$  相等的性質。由以上討論可知, 只要被動元件內不含磁性材料, 大部分的射頻被動元件皆可模擬成線性且互易的網路。

由電路學可知, 互易網路必須要由理想的互易組件 (諸如理想電阻、電容、電感器) 所構成。因為轉導 (transconductance) 與相依電源等網路基本組件不具互易性, 所以互易網路不可包含這些理想組件。另一方面, 由線性的基本定義可知, 組成線性網路的基本理想組件必須要與網路的外加偏壓條件無關。所以, 線性網路的大訊號模型 (large-signal model) 與小訊號模型 (small-signal model) 完全相等。由上述可知, 射頻被動元件 (諸如螺旋電感、微帶天線、MIM 電容) 的精簡模型應該為一線性且互易的網路。更進一步地說, 假如此精簡模型在數學上能於我們感興趣的頻率範圍內, 正確地表現出該射頻被動元件所具有的物理本質, 並且所有的模型參數能夠被準確地萃取出來, 則萃取出的參數值通常只與此元件本身的製程參數、材料參數、或幾何形狀有關, 而與元件的外加偏壓與操作頻率點無關。

## 2.2 基於非線性最佳化的參數萃取演算法

當工程師需要快速地掌握系統中各功能性方塊 (functional block) 之間的網路特性，並且此系統的操作頻率高於 1 GHz，S 函數量測法經常是最容易也最可靠的方法。在本研究工作中，作者亦是先取得射頻被動元件的 S 參數量測數據，接著利用轉換公式，將 S 參數切換成 Z 參數或 Y 參數，以做為接下來元件的精簡模型參數萃取的工具。

假設在每一個離散頻率點，S 參數量測法共生成 K 個相互獨立的 S 參數。(例如，對一般雙埠射頻被動元件而言，既然其為線性且互易網路，因此在每個頻率點的  $S_{11}$ 、 $S_{22}$ 、 $S_{12}$  皆互相獨立。故而， $K=3$ 。同理， $Z_{11}$ 、 $Z_{22}$ 、 $Z_{12}$  亦互相獨立。) 現假設在我們感興趣的頻寬範圍內，針對 N 個離散頻率點進行 S 參數量測。因此目前總共生成了 KN 個相互獨立的量測數據。

簡單地說，所謂的「參數萃取」就是去找到一組精簡模型的參數集合 (parameter set) 的過程，而這組參數集合得以最符合這 KN 個相互獨立的量測資料。以代數觀點而言，KN 個獨立資料點能夠恰好用 KN 個在網路拓撲 (topology) 上獨立的理想網路組件 (network component) 來擬合。然而，實際上精簡模型內的理想組件個數 (諸如理想電容、電阻、電感器) 通常會小於 KN 個，畢竟精簡模型最重要的構成要件之一就是要儘可能地精簡才好。正因如此，模型先天上不可能代表這 KN 個資料點所隱含的所有物理細節。除此之外，以現實的觀點而言，無論這些資料點是由實體量測或是數值電磁模擬而來，永遠有量測雜訊或數值運算誤差存在於這些資料點內。正因上述原因，精簡模型永遠無法完美地吻合實際數據資料。

既然任何的模型參數集合皆不可能恰好吻合實際數據，則參數萃取的任務便是在於儘可能地在某評判標準下，求得一組最佳模型參數集，使得他與真實數據間有最小誤差。以下作者將針對「評判標準」、「最小誤差」、與「最佳參數集」做一詳細定義。最後需要再強調的是，假如一開始精簡模型所代表的物理意義就已經與量測數據沒有足夠吻合的話，則第二階段的參數萃取演算法無論如何地精良且有效率，皆無法生成一組足夠吻合量測資料的參數集合。

現沿用上一段所定義的變數。假設在使用者感興趣的頻率範圍內，某一射頻元件的所有性質能夠精確地以 K 個相互獨立的網路特性參數來表達。(例如，雙埠的非線性射頻主動元件具有  $S_{11}$ 、 $S_{12}$ 、 $S_{21}$ 、 $S_{22}$ ，故  $K=4$ )。令  $\mathbf{x}=[x_1, x_2, \dots, x_M]^T \in \mathbf{R}^M$  是要被萃取的模型參數集合，其中 M 代表模型內理想組件的個數。再令

$$\mathbf{y}_{ckt}^k = \mathbf{y}_{ckt}^k(\mathbf{x}, f) = [y_{ckt}^k(\mathbf{x}, f_1) y_{ckt}^k(\mathbf{x}, f_2) \cdots y_{ckt}^k(\mathbf{x}, f_N)]^T \in \mathbf{R}^N, k=1, 2, \dots, K$$

代表由頻率  $f_1$  掃描到  $f_N$  的第 k 個網路特性參數的頻率響應，其中這一個頻率響應乃是由精簡模型所求得。於第四章，作者將詳細介紹利用商用 HSPICE 模擬器求得精簡模型

的頻率響應的方法。

接著令  $\mathbf{y}_M^k = \mathbf{y}_M^k(f) = [y_M^k(f_1), y_M^k(f_2), \dots, y_M^k(f_N)]^T \in \mathbf{R}^N, k=1, 2, \dots, K$ ，一樣代表由  $f_1$  到  $f_N$  的第  $k$  個頻率響應，不同的是，此一響應乃是由實體量測或數值電磁模擬而來。在本論文中， $\mathbf{y}_M$  是利用商用電磁模擬軟體 HFSS 或 Designer 而得。因此，精簡模型與實際量測兩者之間頻率響應的誤差可定義為

$$\mathbf{e} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{e}^k(\mathbf{x}, f)$$

其中  $\mathbf{e}^k(\mathbf{x}, f)$  定義為

$$\mathbf{e}^k(\mathbf{x}, f) = \mathbf{y}_{ckt}^k(\mathbf{x}, f) - \mathbf{y}_M^k(f)$$

其中  $\mathbf{e}^k$  代表對第  $k$  個網路變數而言，精簡模型與實際量測兩者之間的每一個離散頻率點之點對點誤差 (pointwise error)。精簡模型的準確度可由下式作一純量上的度量 (scalar measurement)

$$U(\mathbf{x}) = \frac{1}{N} \|\mathbf{e}\|_2^2 = \frac{1}{KN} \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N |y_{ckt}^k(\mathbf{x}, f_n) - y_M^k(f_n)|^2$$

其中  $\|\cdot\|_2$  為歐幾里德範數 (Euclidean norm)，且  $U$  即為精簡模型與量測數據間的均方差 (mean squared error)，亦為一般模型準確度的評判標準。

一般而言，最佳化演算法經常被拿來作為求出上式的最小值的數學工具。此一最佳化問題可被表達為



$$\min_{\mathbf{x} \geq \mathbf{0}} U(\mathbf{x})$$

其中均方差  $U$  也被稱為目標函數 (objective function) 或成本函數 (cost function)。再者，利用最佳化理論求得的最小均方差 (least mean squared error) 也被稱為最小成本 (minimal cost)，此條件下的精簡模型參數集合  $\mathbf{x}$  便為最佳模型參數集合  $\mathbf{x}^*$ ，亦稱為全域最佳解 (global optimum solution)。

由凸最佳化 (convex optimization) 理論可知，假如模型參數的初始猜測向量 (initial guess vector)  $\mathbf{x}^{(0)}$  因為不夠準確，以致於落在全域最佳解  $\mathbf{x}^*$  所處的凸集合區 (convex region) 之外，則基於梯度的非線性最佳化 (gradient-based nonlinear optimization) 演算法，必然無法收斂到唯一的全域最佳解  $\mathbf{x}^*$ 。幸運的是，經驗公式或基於物理推導而得的公式一般而言皆能提供足夠接近全域最佳解的初始猜測向量  $\mathbf{x}^{(0)}$ 。

### 3. 架構與實作

傳統上基於工程師自我的工作或學習經驗，他往往能針對特定的元件或系統找出其相對應的等效模型。為了讓模型所預期的性能響應（諸如天線的輸入組抗  $Z_{in}$  或螺旋電感的品質因素（quality factor） $Q$  等等）得以和實際量測數據儘可能地吻合，工程師通常會先找一些半經驗公式（semi-empirical formula）或基於物理而得的理論公式來大略估算模型內部的參數集合  $\mathbf{x}$ 。然後藉由重複的手動調整此參數集合  $\mathbf{x}$  的數值大小，以期模型響應能確實吻合實驗數據，此一流程圖呈現於圖 3.1 中。

明顯地，此方法相當的耗時且無法明確保證最後模型參數集  $\mathbf{x}$  的優劣，本論文引入基於梯度的非線性最佳化（gradient-based nonlinear optimization）以自動化萃取等效模型參數集  $\mathbf{x}$ ，此一流程圖呈現於圖 3.2 中。而上述之半經驗公式或物理式便用以做為最佳化演算法的初始疊代步階（initial iterative step） $\mathbf{x}^{(0)}$ 。

於 3.1 節中，作者將簡述最佳化演算法如何透過疊代的過程達成自動化參數萃取的目標。微波網路（microwave network）在物理本質上存在一嚴重的數值問題，3.2 節將詳細介紹此一現象並提出數種有效率的解決方案，以協助數值最佳化（numerical optimization）求得最佳等效模型。



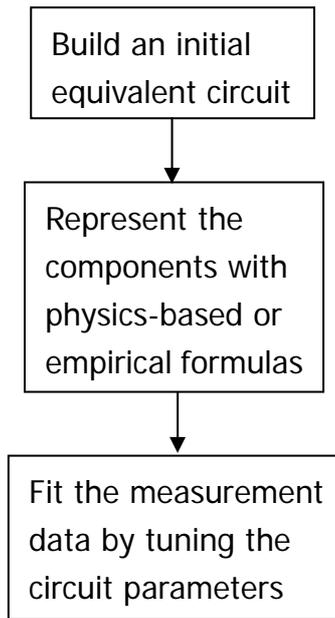


圖 3.1 傳統參數萃取方法

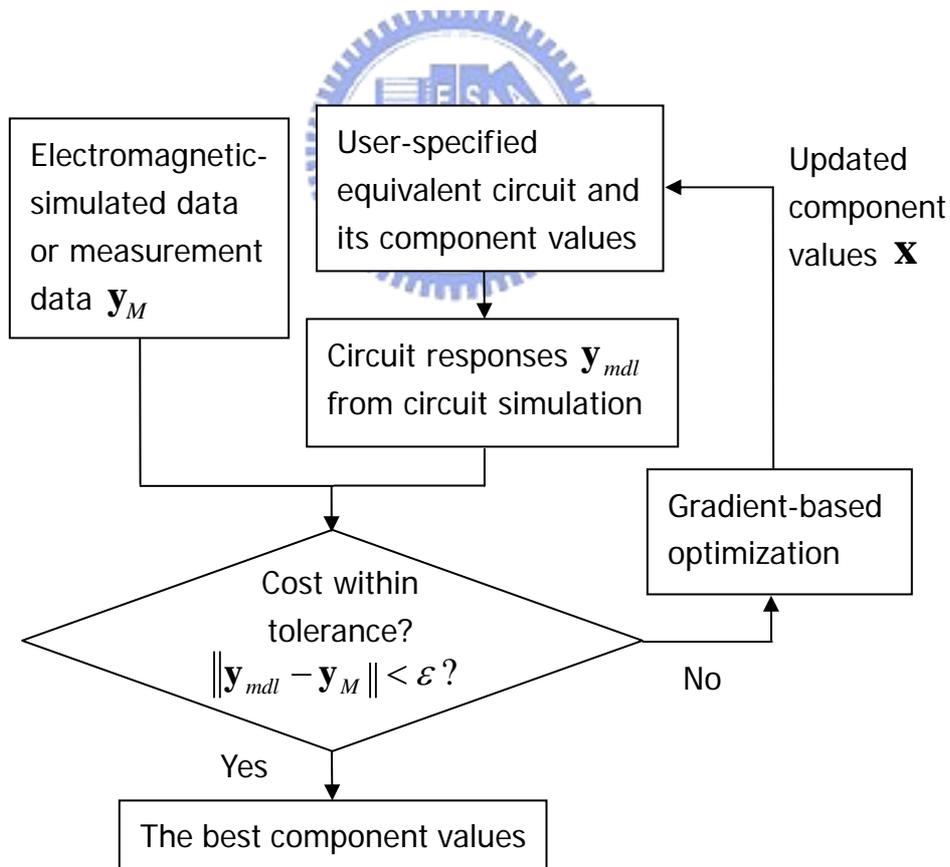


圖 3.2 自動化參數萃取演算法

### 3.1 基於梯度的非線性最佳化演算法

大部分的最佳化演算法皆是採疊代的方式取得一組向量序列  $\mathbf{x}^{(k)}$ ,  $k=0,1,2,\dots$ , 使得

$$U(\mathbf{x}^{(0)}) > U(\mathbf{x}^{(1)}) > \dots > U(\mathbf{x}^{(k)}) > \dots > U(\mathbf{x}^*) \quad (3.1)$$

最終目標是使初始猜測向量 (initial guess vector)  $\mathbf{x}^{(0)}$  得以逐漸逼近最佳解  $\mathbf{x}^*$ 。大部分最佳化演算法的步驟如下所示：

Given:  $U(\mathbf{x})$  is an objective function; accuracy of computations  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ .

Step 1. Set  $k=0$ . Select the starting point  $\mathbf{x}^{(0)}$  (the initial guess).

Step 2. Calculate  $U(\mathbf{x}^{(k)})$  and  $\nabla U(\mathbf{x}^{(k)})$ .

Step 3. Determine the search direction  $\mathbf{d}^{(k)}$  and normalize it to the unit length.

Step 4. Find a step size  $\alpha^{(k)}$  in the direction  $\mathbf{d}^{(k)}$  such that either

$$U(\mathbf{x}^{(k)} + \alpha^{(k)}\mathbf{d}^{(k)}) < U(\mathbf{x}^{(k)}), \text{ or}$$

$$\alpha^{(k)} = \arg \min_{\alpha \geq 0} U(\mathbf{x}^{(k)} + \alpha\mathbf{d}^{(k)})$$

Step 5. Obtain the new solution  $\mathbf{x}^{(k+1)}$ :

$$\Delta\mathbf{x}^{(k)} = \alpha^{(k)}\mathbf{d}^{(k)}$$

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \alpha^{(k)}\mathbf{d}^{(k)}$$

Step 6. Check if convergence criterion is met. If  $|U(\mathbf{x}^{(k+1)}) - U(\mathbf{x}^{(k)})| < \varepsilon_1$  or

$$\|\Delta\mathbf{x}^{(k)}\| < \varepsilon_2, \text{ then stop.}$$

Step 7. Increment  $k$  by one,  $k = k + 1$  and return to step 2.

對基於梯度的非線性最佳化演算法而言，其每一個疊代步階  $\mathbf{x}^{(k)}$  的搜尋向量  $\mathbf{d}^{(k)}$  必然包含目標函數的梯度  $\nabla U(\mathbf{x}^{(k)})$  的資訊

$$\mathbf{d}^{(k)} = -\frac{\mathbf{F}_k^{-1}\nabla U(\mathbf{x}^{(k)})}{\|\mathbf{F}_k^{-1}\nabla U(\mathbf{x}^{(k)})\|} \quad (3.2)$$

其中

$$\nabla U(\mathbf{x}) \triangleq \left[ \frac{\partial U}{\partial x_1} \quad \frac{\partial U}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial U}{\partial x_n} \right]^T, \quad \mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n]^T \quad (3.3)$$

假如修正矩陣  $\mathbf{F}_k$  為單位矩陣，則搜尋向量  $\mathbf{d}^{(k)}$  即為該點  $\mathbf{x}^{(k)}$  的最陡峭下降方向 (steepest descent direction)  $-\nabla U(\mathbf{x}^{(k)})$ 。如果修正矩陣  $\mathbf{F}_k$  為其他矩陣，則用以將搜尋向量  $\mathbf{d}^{(k)}$  由最陡峭下降方向修正為其他方向。表 3.1 列出一些歷史上著名的梯度最佳化演算法的修正矩陣  $\mathbf{F}_k$  的公式。

本論文使用 Matlab 程式語言的內建函式 `fmincon`，執行具限制式的非線性梯度最佳化 (gradient-based nonlinear optimization with constraints) 的疊代運算工作。而函式 `fmincon` 的內建最佳化演算法為 BFGS (Broyden, Fletcher, Goldfarb, and Shanno) 演算法，它使用順向有限差分法 (forward finite difference method: forward FDM) 來進行每一疊代步階  $\mathbf{x}^{(k)}$  的梯度函數  $\nabla U^{(k)}$  的估計，並且再以這個近似梯度向量來進一步估計該疊代步階  $\mathbf{x}^{(k)}$  的 Hessian 矩陣  $\nabla^2 U^{(k)}$

$$\nabla^2 U^{(k)} \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 U}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 U}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 U}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(k)}} \quad (3.4)$$

在第  $k$  個疊代步階中，BFGS 演算法的修正矩陣  $\mathbf{F}_k$  為

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{F}_{k-1} + \Delta \mathbf{F}_{k-1}^{BFGS} \quad (3.5)$$

其中  $\mathbf{F}_k$  代表 BFGS 演算法對 Hessian 矩陣在第  $k$  個疊代步階的估計，而更新矩陣 (updated matrix)  $\Delta \mathbf{F}_{k-1}^{BFGS}$  為

$$\Delta \mathbf{F}_{k-1}^{BFGS} = \frac{\Delta \mathbf{g}_{k-1} \Delta \mathbf{g}_{k-1}^T}{\Delta \mathbf{g}_{k-1}^T \Delta \mathbf{x}_{k-1}} - \frac{\mathbf{F}_{k-1} \Delta \mathbf{x}_{k-1} \Delta \mathbf{x}_{k-1}^T \mathbf{F}_{k-1}}{\Delta \mathbf{x}_{k-1}^T \mathbf{F}_{k-1} \Delta \mathbf{x}_{k-1}} \quad (3.6)$$

梯度最佳化演算法的名稱	修正矩陣 $\mathbf{F}_k$
最陡下降法 (steepest descent method)	$\mathbf{F}_k = \mathbf{I}$
牛頓法 (Newton's method)	$\mathbf{F}_k = \nabla^2 U(\mathbf{x}^{(k)})$
Levenberg-Marquardt 法	$\mathbf{F}_k = \nabla^2 U(\mathbf{x}^{(k)}) + \mu^{(k)} \mathbf{I}$

表 3.1 著名的梯度最佳化演算法的修正矩陣  $\mathbf{F}_k$  的公式，其中  $\nabla^2 U$  為成本函數的 Hessian 矩陣。

其中

$$\Delta \mathbf{x}_{k-1} \triangleq \mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(k-1)} \quad (3.7a)$$

$$\Delta \mathbf{g}_{k-1} \triangleq \nabla U(\mathbf{x}^{(k)}) - \nabla U(\mathbf{x}^{(k-1)}) \quad (3.7b)$$

由上式可知，每一個疊代步階的修正矩陣  $\mathbf{F}_k$ ，僅與前一步階及目前步階的梯度之差  $\Delta \mathbf{g}_{k-1}$  和前一步階的修正矩陣  $\mathbf{F}_{k-1}$  有關。

## 3.2 參數縮放

在高階的微波網路(對一般電路理論而言，網路複雜度高於二階諧振網路(諸如 RLC 並聯/串聯諧振電路)，便可稱為高階網路)中，網路元件參數值彼此間常常相差十幾個數量級 (order)。這主要是因為對於在微波頻段操作的系統而言，「歐姆 (ohm)」和「赫茲 (hertz)」此兩單位太小，反觀「法拉 (farad)」與「亨利 (henry)」此兩單位卻太大。

根據電磁頻譜的分類，微波頻段座落於 3 到 300 GHz 中，而微波系統的端埠阻抗 (port impedance) 常設定在數十歐姆之間。反觀微波系統內的旁路電容 (bypass capacitance)、耦合電容 (coupling capacitance)、積體電路 (integrated circuit: IC) 內之磅線接觸墊 (bonding pad) 的等效電容、乃至電路佈局 (circuit layout) 與元件內部的寄生電容 (parasitic capacitance)，經常介於  $fF$  至數十  $\mu F$  之間。另外，射頻晶片 (RF IC) 內的螺旋電感 (spiral inductance)、連接積體電路與印刷電路板 (printed circuit board) 的磅線電感 (bond-wired inductance)、乃至積體電路內佈局導線 (layout wire) 的等效寄生自感 (self-inductance)，經常介於數百  $fH$  至  $nH$  之間。因此，一般微波網路內元件參數值彼此間是有可能相差超過 20 個數量級的。

對一般商用最佳化軟體而言，其內建之數值最佳化 (numerical optimization) 演算法並沒有考慮進這類「物理單位」所造成在數值演算法上的溢位 (overflow) 和欠位 (underflow) 的問題。舉例來說，商用軟體 Matlab 在進行絕大多數的矩陣與方程式求解的疊代演算過程 (諸如求解線性系統的反矩陣、矩陣的秩數 (rank)、及最佳化疊代過程中 Hessian 矩陣之正負定 (positive/negative definite) 之判斷準則等) 中，其疊代運算的終止條件經常設定為單位元素 1 與下一個浮點數之差  $eps$  (the distance from 1.0 to the next largest floating-point number)，其中  $eps = 2^{-52} \approx 2.22 \times 10^{-16}$ 。因此，對大多數微波元件的精簡模型參數而言，其彼此間相差的數量級非常容易超出此一商用軟體的預設精確度。

由上可知，假如軟體使用者不額外加入某種能將模型參數做變數變換或縮放 (scaling or transformation of variables) 的演算法，則無論使用者定義的最佳化

	Frequency	Resistance	Inductance	Capacitance
Range	$f \approx 10^9 \sim 10^{11}$ (Hz)	$R \approx 10 \sim 10^3$ ( $\Omega$ )	$L \approx 10^{-8} \sim 10^{-12}$ (H)	$C \approx 10^{-11} \sim 10^{-15}$ (F)

表 3.2 微波網路參數值的範圍

問題是否為具有唯一的全域最佳參數集 (global optimized parameter set) 的凸最佳化 (convex optimization) 問題、無論商用軟體內建的非線性最佳化演算法是否能保證其全域收斂性 (global convergence)、亦無論此一內建演算法具有多麼精良的收斂速度 (rate of convergence)，均不可能透過電腦的數值疊代運算取得真正的全域最佳解。

就方法論 (methodology) 的觀點而言，參數縮放的技巧大略可分為二類：直接針對網路內部組件  $\mathbf{x}$  做數值縮放，或藉由網路所對應的系統矩陣 (system matrix) (諸如網路本身的改良式節點矩陣 (modified nodal matrix) 或網路組件  $\mathbf{x}$  對成本函數  $U$  所組成的 Hessian 矩陣等) 來做矩陣數值分析，進而移除此類數量級上的數值缺陷。

就演算法的觀點而言，以下列出三、四種方法可達成參數縮放的效果：阻抗縮放法 (impedance scaling: IS)、頻率縮放法 (frequency scaling: FS)、對數縮放法 (log scaling: LS)。

### 3.2.1 阻抗縮放法

阻抗縮放法主要是在網路中任挑一個合適的電阻組件，並以之為縮放單位元 (1 ohm)，對整體網路組件參數進行數值縮放。令下標  $d$  代表原始的網路參數，而下標  $s$  代表經過維度縮放後的網路組件參數。現任選網路中其中一個電阻值  $k$ ，並以之做為其他網路組件的縮放標準：

$$R_s = R_d / k \quad (3.8a)$$

$$Z_{C_s} = \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{j\omega C_d} = \frac{1}{j\omega C_s} \Rightarrow C_s = kC_d \quad (3.8b)$$

$$Z_{L_s} = \frac{1}{k} \cdot j\omega L_d = j\omega L_s \Rightarrow L_s = \frac{L_d}{k} \quad (3.8c)$$

假如微波網路存在電晶體等主動元件，則其等效相依電源 (dependent source) 之阻抗縮放法則為：

- 電壓控制電壓源 (voltage-controlled voltage source) 與電流控制電流源

(current-controlled current source)維持不變；

- 電壓控制電流源 (voltage-controlled current source) 內的轉導 (transconductance) 值  $g_m$  必須乘上  $k$  倍；
- 電流控制電壓源 (current-controlled voltage source) 的轉阻 (transresistance) 值  $r_m$  必須除以  $k$  倍。

### 3.2.2 頻率縮放法

由(3.8)式可知，阻抗縮放法能將網路中所有的電阻及電感值縮小  $k$  倍，反觀電容值卻等量齊觀地被放大  $k$  倍。由於微波網路內的所有電容與電感值皆遠小於電阻值，因此微波網路組件的維度縮放的目標是盡可能等比例地加大感值與容值，並且同時等比例地縮小操作頻率值，如此才能讓微波網路的各組件參數彼此間盡可能地具有相似的數量級。明顯地，阻抗縮放法無法滿足此一需求。

現沿用上一段參數的定義，並將系統的操作頻率  $\omega_d$  做為所有網路組件的縮放標準。

$$\omega_s = \omega / \omega_d \quad (3.9a)$$

$$Z_L = j\omega L_d = j \frac{\omega}{\omega_0} (\omega_0 L_d) = j\omega_s L_s \quad (3.9b)$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C_d} = \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0} (\omega_0 C_d)} = \frac{1}{j\omega_s C_s} \quad (3.9c)$$

其中電阻值不做任何改變。以上即為頻率縮放法，此法明顯能簡單且有效率地同時達成頻率縮小以及等比例放大容值與感值的目標，故而相當適用於微波網路中。表 3.3 列出阻抗縮放法與頻率縮放法的比較。上列兩種維度縮放法則亦可加以整合成

$$R_s = \frac{R_d}{k} \quad (3.10a)$$

$$L_s = \left( \frac{\omega_d}{k} \right) L_d \quad (3.10b)$$

$$C_s = (k\omega_d) C_d \quad (3.10c)$$

本論文使用 Matlab 程式語言的內建函式 `fmincon` 以及上述之參數縮放的技巧實現圖 3.2 的自動化參數萃取演算法，關鍵程式碼呈現於圖 3.3 中。

	頻率	電阻	電感	電容
阻抗縮放法	No change	$R_s = R_o / k$	$L_s = L_o / k$	$C_s = kC_o$
頻率縮放法	$f_s = f_o / f_k$	No change	$L_s = f_k L_o$	$C_s = f_k C_o$

表 3.3 阻抗縮放法與頻率縮放法的比較

```
X0= [R/k L*fk/k C*fk*k]; % Imp. & freq. scaling
```

```
A=[]; b=[]; % Ax <= b
```

```
C=[]; d=[]; % Cx = d
```

```
xm=[0 0 0 0]; % Lower Bound
```

```
xM=[inf inf inf inf]; % Upper Bound
```

```
options= optimset('Display','iter');
```

```
[Xs, cost]= fmincon (@cost_fun, X0, A, b, C, d, ...
```

```
xm, xM, [], options, measurement_data);
```

```
X_org= [Xs(1)*k Xs(2)*k/fk ...
```

```
Xs(3)/(fk*k)]; % De-scaling
```

Prescaling  
with IS/FS

Nonlinear  
Optimization  
using Matlab

De-scaling to obtain  
optimal parameters

圖 3.3 以 Matlab 高階語言實現自動化參數萃取演算法的關鍵程式碼

### 3.2.3 對數縮放法

上述兩種縮放法則不失為面對網路之零階 (zero order) 病態條件 (ill condition) 的有效率演算法。然而，對一部分的病態微波網路而言，縱使利用上述兩演算法移除其零階病態特性，但其一階病態特性卻未必隨之徹底移除。此時便需一有效率的演算法以移除網路中各參數  $\mathbf{x}$  對網路響應 (network response)  $U(\mathbf{x})$  的敏感度 (sensitivity)  $S_{\mathbf{x}}^U$  的巨幅變化，其中  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$  代表網路中共有  $n$  個 RLC 組件；網路響應  $U$  可為網路的輸入阻抗  $Z_{in}$  或輸出導納  $Y_{out}$  等，可做為最佳化的目標函數 (objective function) 或限制式 (constraint)；而敏感度定義為

$$S_{x_i}^U \triangleq \frac{\partial U}{\partial x_i}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.11)$$

在數值應用上可做為偵測網路響應  $U$  對網路中參數向量  $\mathbf{x}$  的 Hessian 矩陣的病態程度。

舉例來說，在商用軟體 Matlab 內建之非線性最佳化函式庫 (諸如 fminunc、fmincon、fminmax 等內建函式) 內，假如軟體使用者沒有自行輸入目標函數與等式及不等式限制式的梯度函數向量 (gradient vector)  $\nabla U(\mathbf{x})$  的解析公式，則內建函式本身將使用順向有限差分法來進行其梯度函數向量的估計

$$\nabla U = \begin{bmatrix} S_{x_1}^U & S_{x_2}^U & \dots & S_{x_n}^U \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial x_1} & \frac{\partial U}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial U}{\partial x_n} \end{bmatrix}^T, \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} \approx \frac{U(\mathbf{x} + h_i \mathbf{e}_i) - U(\mathbf{x})}{h_i} \quad (3.13)$$

其中  $\mathbf{e}_i$  代表第  $i$  個單位向量 (unit vector)，而  $h_i$  為第  $i$  個網路參數  $x_i$  的有限差分步階 (step of the finite difference)。

雖然內建函數會對步階  $h_i$  做動態估計，但其內建演算法本身卻會盡可能試著讓  $h_i$  保持在

$$h_i \approx \sqrt{\text{eps}} \approx 10^{-8} \quad (3.14)$$

這個階數附近。雖然軟體使用者可自行對此一軟體內參數做任意地調整，然而卻極可能讓修改後的內建函數在執行數值運算時，出現不可預期的錯誤，例如，累積大量的算術捨入誤差 (roundoff error)。另外，如前所述，此一商用軟體內的數值最佳化演算法中，有相當多的疊代終止條件或各種疊代的步階大小，皆與浮點數之差 eps 有關，而預設的步階大小  $h_i$  僅大略為 eps 的平方根 ( $\sim 10^{-8}$ )。所以，假如使用者毫無節制地任意將  $h_i$  調小，必然造成數值演算上的誤差。

然而，如前所述，微波網路內的容值與感值坐落於  $10^{-15} \sim 10^{-8}$  之間，故而網路組件值  $x_i$  ( $\approx 10^{-15} \sim 10^{-8}$ ) 遠比差分步階  $h_i$  ( $\sim 10^{-8}$ ) 小好幾個數量級。既然微量擾動量  $h_i$  比

數值  $x_i$  本身大這麼多，此一階差分不可能是真實微分的有效估計。微波網路除了上述之一階病態特性外，尚存在如下的二階病態特性。

由上可知，微波網路內大部分的電容與電感對網路響應  $U$  具有極高的敏感度，反觀網路內的電阻組件卻對響應  $U$  具有很低的敏感度。通常基於梯度的非線性最佳化 (gradient-based nonlinear optimization) 演算法，在每個疊代過程中皆需使用到網路參數向量  $\mathbf{x}$  對網路響應  $U$  的 Hessian 矩陣  $\nabla^2 U$  的估計。既然微波網路的各組件參數  $x_i$  對網路響應  $U$  的敏感度彼此間相差十多個數量級，故而可預期二階網路矩陣  $\nabla^2 U$  非常可能亦為一個病態矩陣 (ill-conditioned matrix)。以下介紹的對數縮放法可有效率地同時移除網路之一階與二階病態特性。

對數函數為一具單調遞增性的 (monotonously incremental) 非線性縮放函數，他能加大二個接近於零的正實數 (例如網路中的感值與容值) 的間距，同時亦能縮小二個遠大於單位元 1 的正實數 (例如網路中的阻值) 的間距。因此，以有限差分估計網路中各組件的敏感度或 Hessian 矩陣之前，可先利用對數函數優越的非線性縮放本質來做相對敏感度 (relative sensitivity)  $R_{x_i}^U$  估計

$$R_{x_i}^U \triangleq \frac{\partial U}{\partial \log x_i} = \frac{\partial x_i}{\partial \log x_i} \frac{\partial U}{\partial x_i} = x_i S_{x_i}^U \quad (3.15)$$

將(3.13)代入(3.15)可得

$$R_{x_i}^U \approx x_i \frac{U(\mathbf{x} + h_i \mathbf{e}_i) - U(\mathbf{x})}{h_i} \quad (3.16)$$

其中  $\partial x_i$  與  $\partial \log x_i$  分別代表網路組件的絕對增量與相對增量。觀察上式可知，相對敏感度  $R_{x_i}^U$  能快速提升原先不敏感的網路組件的敏感性，並同時有效率壓抑原本過度敏感的網路組件的敏感度。尤有甚者，由於對數函數的單調遞增性，在此一縮一放的變數轉換過程中，始終保持原始敏感度的大小排序關係。

## 4. 應用

在發展了第三章所提出的元件精簡模型生成的演算法後，於本章中，作者採用了三個射頻元件做為應用實例：以微帶線邊緣饋入的矩形微帶天線 (rectangular patch antenna with the microstrip edge feed)、槽孔耦合微帶天線 (aperture-coupled patch antenna)、及 CMOS 螺旋電感 (CMOS on-chip spiral inductor)。

這三個應用實例用以完整地驗證第三章所提出的自動化參數萃取演算法的精確性與強健性 (robustness)，及其在射頻電路設計與高頻電子設計自動化 (high frequency EDA) 方面的工業應用價值。在本章的每一小節中，首先不同的射頻元件的物理細節將被介紹，並進而發展出在某操作頻段下近似該特定元件的精簡物理模型 (physics-based compact model)，接著據以推導出其成本函數  $U$  以供最佳化演算法所需，最後放入圖 3.2 所示之自動參數萃取生成器，以生成該模型的最佳參數集  $\mathbf{x}^*$ 。

### 4.1 微帶線邊緣饋入的矩型微帶天線

由於矩型微帶天線具有簡單的幾何結構，並且其在基模共振點 (fundamental resonant frequency) 頻寬附近具有強烈而明確的物理現象，故而它在基模共振頻段附近的精簡模型的發展也變得相對容易且直觀。故此一射頻元件用以做為本演算法的第一個測試實例。

微帶天線基本上是微帶線 (microstrip line) 的一種變形。一般而言，微帶線是一種傳導微波能量的元件。只要構成此微帶線的材質參數 (諸如導線的導電係數  $\sigma$  與中間基板 (substrate) 的相對介電係數  $\epsilon_r$ ) 不是位置的函數，並且微帶線本身的幾何形狀沒有任何變化 (指不存在任何的不連續界面)，則此射頻元件並不會有輻射的現象。反過來說，只要適當設計微帶線不連續界面的位置及物理尺寸，則在某特定頻段下的某特定輻射場型，便可被激發出來。圖 4-1 所示的「微帶線邊緣饋入的矩型微帶天線」即為最常用的微帶天線基本結構之一，因著幾何結構的不連續性所造成的兩個輻射端亦呈現於圖中。

就現有的文獻而言，目前的矩形微帶天線的等效電路模型主要有兩種：傳輸線模型 (transmission line model) 及具損耗性的諧振腔模型 (lossy cavity model)，將分別於以下二節詳加介紹。

## 4.1.1 矩型微帶天線之傳輸線模型

傳輸線模型[1][2]是最早發展也是最直觀的模型。他將矩形微帶天線視為一條雙端開路的傳輸線並且電磁能量是由這兩個開路端輻射出來。如圖 4-1 所示，當電磁能量由較細的微帶饋入線 (microstrip feed line) 邊緣饋入到較寬的矩形微帶天線的輸入端時，此一物理維度上劇烈變化的轉接面造成了一顯著的開路不連續端 (open-end discontinuity)。在通過此一突變接面後，整個矩形微帶天線，便被視為是另一條較寬的傳輸線，最後電磁波抵達了微帶天線的另一個開路不連續端。

一般而言，一條傳輸線的開路不連續端具有下列三項基本的物理現象[7]：

- 一、邊緣場 (fringing field) 會存在於開路端附近；
- 二、電磁能量會由開路端輻射出去；
- 三、表面波 (surface wave) 會以散射的機制由開路端輻射出去。

在第一項中，由於開路端附近的邊緣場會儲存電能，故而在等效電路中，由一等效電容來模擬此一儲存電能的行為。而第二項與第三項分別決定了天線遠場 (far field) 主波束 (mainlobe) 及旁波束 (sidelobe) 的場型，並共同以一個並聯輻射電阻來模擬這二項因著輻射而能量損耗的物理機制。綜合上述物理原理，矩型微帶天線的傳輸線模型如圖 4-2 所示，圖中傳輸線的兩個開路端各自並聯上兩個 RC 並聯網路，用以模擬矩型微帶天線兩個輻射端邊緣場及遠場的輻射效應。由於矩型微帶天線在幾何維度上的對稱性，因此圖中的  $G_1 = G_2$ ， $C_1 = C_2$ 。

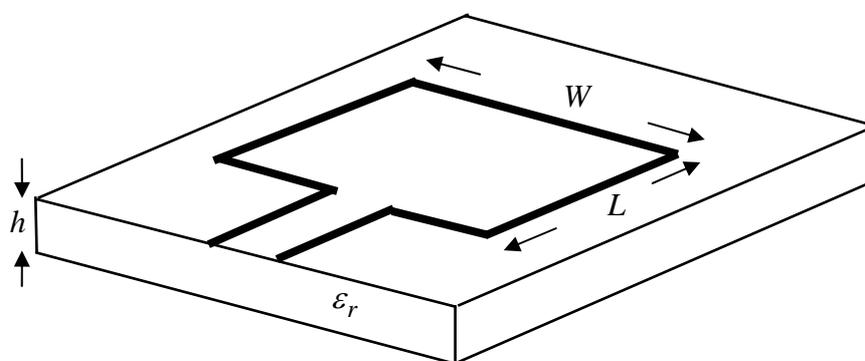


圖 4-1：微帶線邊緣饋入的矩型微帶天線

現列出用以估算圖 4-2 內的參數集合  $\mathbf{x} = [G_1 \ C_1 \ Z_0]^T$  的半經驗公式，用以做為非線性最佳化演算法的初始疊代步階 (initial iterative step)  $\mathbf{x}^{(0)}$ 。矩型微帶天線的單端輻射電導 (conductance)  $G_1$  及單端邊緣場電容所造成之電納 (susceptance)  $B_1$  可利用下式[3][4]作一概略估計

$$G_1 = \frac{W}{120\lambda_0} \left[ 1 - \frac{(k_0 h)^2}{24} \right] \quad \frac{h}{\lambda_0} < 0.1 \quad (4.1a)$$

$$B_1 = \frac{W}{120\lambda_0} [1 - 0.636 \ln(k_0 h)] \quad \frac{h}{\lambda_0} < 0.1 \quad (4.1b)$$

至於矩型微帶天線的特性阻抗  $Z_0$  亦可藉由下式[3][5]作一粗略估計

$$Z_0 = \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \ln \left( \frac{8h}{W_0} + \frac{W_0}{4h} \right), & \frac{W_0}{h} \leq 1 \\ \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{eff}} \left[ \frac{W_0}{h} + 1.393 + 0.667 \ln \left( \frac{W_0}{h} + 1.444 \right) \right]}, & \frac{W_0}{h} > 1 \end{cases} \quad (4.2)$$

其中微帶天線的等效相對介電係數 (effective relative dielectric constant) 的估計經驗式[5]為

$$\epsilon_{eff}(W) = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{(\epsilon_r - 1) \left( 1 + 10 \frac{h}{W} \right)^{-0.5}}{2} \quad (4.3)$$

正因主波束與旁波束兩輻射機制共同以一個輻射電阻來呈現，因此由該等效電路本身已無法分離出主波束與旁波束對此輻射電阻貢獻的比例，亦無法取得任何輻射場型

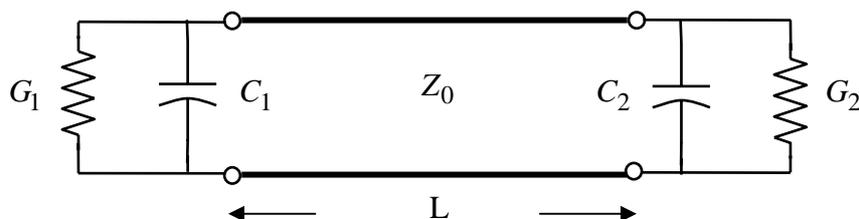


圖 4-2：矩型微帶天線的傳輸線模型

(radiation pattern) 的相關訊息。需再一次強調的是，雖然精簡模型得以簡化真實元件的物理細節以快速呈現最重要的設計直觀，但伴隨而來的缺點則是，大量的物理現象已經無法藉由精簡模型的本身重建回來。

值得一提的是，對絕大多數的微帶線開路端而言，邊緣場效應主導了開路端處的物理現象。因此在一般微波理論的書籍[6][7][8]內，開路端的等效電路皆僅為一等效負載電容。然而，對於「較厚基板」、「較寬微帶線」、或「基板具較低的相對介電係數 $\epsilon_r$ 」的微帶線而言，此三項條件皆會造成微帶線無法有效將電磁能量侷限於微帶訊號線附近，故而造成電磁能量往自由空間輻射的比例亦隨之巨幅增加。

對於所有的微帶天線主體而言，必定滿足此三大輻射先決要件的其中數項。正因如此，微帶天線的開路不連續端的等效電路，已無法僅由傳統的邊緣場負載電容模型來完整描述，故而等效模型內的負載電容須額外並接上一輻射電阻，以正確表達具強輻射效應的傳輸線開路端的物理現象。惟製作微帶天線的印刷電路板的基板一般而言亦不可過厚，這是因為厚的基板其散射表面波也會越大，如此一來，旁波束振幅將隨之增加。在絕大數工程應用中，此乃不被允許的設計。

另外，由傳輸線理論可知，對一段高特性阻抗 (characteristic impedance) 的短傳輸線 (至少須滿足  $\beta l < \pi/4$  的條件) 而言，其最簡等效電路為一串聯電感。對於「微帶線邊緣饋入的矩型微帶天線」此一幾何結構而言，饋入線的寬度比微帶天線的寬度明顯少很多，故而饋入線的特性阻抗必然比天線主體的特性阻抗大很多。因此只要饋入線不要過長 (滿足  $\beta l < \pi/4$  此條件)，則主要的物理效應可由一串聯電感來模擬。綜合上述物理原理，微帶線邊緣饋入的矩型微帶天線的傳輸線模型如圖 4-3 所示。

## 4.1.2 矩型微帶天線之諧振腔模型

有以下兩個原因促使我們針對微帶天線發展另一個精簡模型：

- 一、由於傳輸線模型本身僅能有效解釋微帶天線內橫向電磁波 (transverse electromagnetic wave, TEM) 的物理機制，故而以上基於傳輸線模型的計算公式，僅在微帶天線的操作頻段在基本模態 (fundamental mode) 附近為一有效的估計。再者，由於傳輸線的性質可藉由特性阻抗  $Z_0$  與傳播常數  $\gamma$  所完全決定，假如我們允許此二參數為頻率的函數，則傳輸線模型便可突破上述頻率的使用限制。在此條件下，傳輸線模型亦可將橫電 (transverse electric: TE) 模態與橫磁 (transverse magnetic: TM) 模態考慮進來。然而，正如第二章所強調，一旦萃取出來的電路參數與頻率相關，則使用者必然需額外進行曲線擬合，找出此參數對

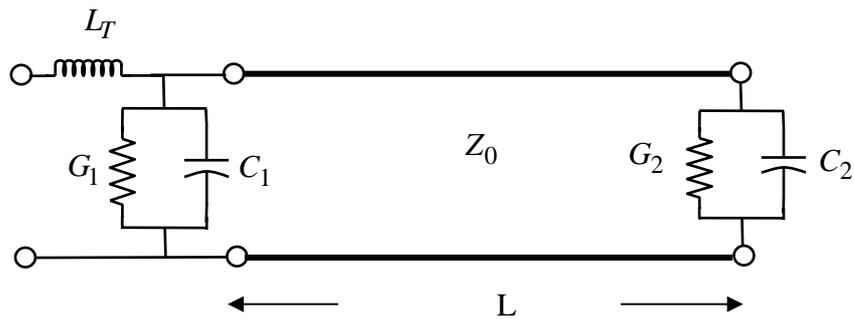


圖 4-3：微帶線邊緣饋入的矩型微帶天線的傳輸線模型

頻率的經驗公式，最後此傳輸線模型才有可能套入通用 SPICE 軟體，這是一種繁複且耗時的元件建模的方法；

- 二、以實務等效建模的觀點出發，為了讓發展出的等效電路模型得以套用於市面上所有的 SPICE 軟體，我們必須嚴格要求模型內部僅含集總式的主被動組件 (lumped active/passive component)，包含電阻、電容、電感、與相依電源等。

諧振腔模型[9-12]是另一個廣泛被用來模擬各種激發方式下各種形狀（諸如圓形、矩形、三角形等）的微帶天線的精簡模型，其中激發方式可以為微帶線饋入法 (microstrip feed)、槽孔耦合饋入法 (aperture-coupled feed)、同軸電纜線饋入法 (coaxial feed)、間隙耦合饋入法 (gap-coupled microstrip feed) 等[13]。此模型能有效率且更為精確地描述微帶天線在諧振機制下的輻射現象，亦可考慮在微帶天線內所有能夠達到輻射條件的高階諧振模態 (high order resonance mode)。

在諧振腔模型中，微帶天線被視為一個具耗損性的諧振腔 (lossy cavity)。此一模型將矩形微帶天線的內部區域假設為一方形諧振腔，其上下平面與前後左右四個面分別由理想電牆與理想磁牆所構成。

微帶天線內部區域的電場必須滿足如下波動方程式

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - k^2 \mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \mathbf{J} \quad (4.4)$$

其中

$$k^2 = k_0^2 \epsilon_r, \quad k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad (4.5)$$

現引入上述諧振腔模型的假設條件，故而天線內部的電場僅存在 Z 方向分量，並且其振幅大小與 Z 方向無關，因此上式可簡化為

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + k^2 E_z = j\omega\mu_0 J_z \quad (4.6)$$

其中  $J_z$  代表利用同軸纜線饋入 (coaxial feed) 或微帶線邊緣饋入 (microstrip edge feed) 等饋入模式的激發電流密度，其詳細計算見[13]。 $J_z$  可由微帶天線饋入點處的射頻電流 (RF current at the feed point)  $I_{in}$  求得。假如將饋入點處的電流分佈簡單選為均勻分佈(更精準的分佈函數的選擇見[14])，則  $J_z$  為

$$J_z = \frac{I_{in}}{D_x D_y} \quad (4.7)$$

其中  $D_x D_y$  代表饋入線的等效矩形截面積。在諧振腔內的總電場可由諧振腔所固有的諧振模態 (resonance mode) 經由線性疊加而得

$$E_z(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} \psi_{mn}(x, y) \quad (4.8)$$

其中  $A_{mn}$  代表  $\psi_{mn}$  此一固有模態 (eigenmode) 對總電場  $E_z$  的貢獻因子。將式(4.8)配合上述之邊界條件後，可求得諧振腔內之電場分佈[13]

$$E_z(x, y) = j\omega\mu_0 I_{in} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\psi_{mn}(x, y) \psi_{mn}(x_0, y_0)}{k^2 - k_{mn}^2} G_{mn} \quad (4.9)$$

其中  $(x_0, y_0)$  代表饋入點座標且

$$k_{mn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{L_e}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{W_e}\right)^2}, \quad (4.10)$$

$$G_{mn} = \text{sinc}\left(\frac{m\pi D_x}{2L_e}\right) \text{sinc}\left(\frac{n\pi D_y}{2W_e}\right) \quad (4.11)$$

式中  $L_e$  與  $W_e$  分別為微帶天線之有效長度與有效寬度。 $L_e$  的半經驗公式[19]為

$$L_e = L + 2\Delta L \quad (4.12)$$

$$\Delta L = \frac{0.412h \left(\frac{W}{h} + 0.264\right) (\epsilon_{eff} + 0.3)}{\left(\frac{W}{h} + 0.8\right) (\epsilon_{eff} - 0.258)} \quad (4.13)$$

，其中微量長度  $\Delta L$  用以將因著邊緣場效應所造成的天線諧振頻率的少量頻偏 (frequency shift) 給修正回來，而(4.3)式為  $\epsilon_{eff}$  的計算公式[5]。因此矩形微帶天線在饋入端處的輸入阻抗(input impedance) 為

$$Z_{in} \triangleq \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{-E_z(x_0, y_0)h}{I_{in}} \quad (4.14)$$

其中  $h$  與  $V_{in}$  分別代表基板厚度與天線饋入端的射頻電壓 (RF voltage)。將(4.9)式代入(4.14)式可得

$$Z_{in} = -j\omega\mu_0 h \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\psi_{mn}^2(x_0, y_0)}{k^2 - k_{mn}^2} G_{mn} \quad (4.15)$$

對無耗損諧振腔模型而言，因為不存在損耗，故而推導出的輸入阻抗表示式(4.15)理所當然僅為純虛數，而  $k$  代表沒有耗損機制下微帶天線內部區域的波數 (wave number) 或等效諧振腔內的原始波數，其中  $k^2 = k_0^2 \epsilon_r$ ，而  $\epsilon_r$  代表諧振腔內填充介質之相對介電常數。現在為了將微帶天線的輻射效應加進諧振腔模型中，因此將微帶天線視為一具損耗性的諧振腔，因此現將  $k$  換成  $k_{eff}$

$$k_{eff}^2 = k^2(1 - j\delta_{eff}) \quad (4.16)$$

，其中  $k_{eff}$  代表加入輻射等耗損機制下的修正波數，而輸入阻抗表示式(4.15)便可修正為

$$Z_{in} = -j\omega\mu_0 h \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\psi_{mn}^2(x_0, y_0)}{k_{eff}^2 - k_{mn}^2} G_{mn} \quad (4.17)$$

在推得矩形微帶天線的輸入阻抗表示式之後，接下來將利用此表示式發展微帶天線之精簡模型。現將(4.17)式轉換成如下表示式

$$Z_{in} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} Z_{in}^{(m,n)} \quad (4.18)$$

其中

$$Z_{in}^{(m,n)} = -j\omega \frac{a_{mn}}{k_{eff}^2 - k_{mn}^2} \quad (4.19)$$

上式中，振幅項  $a_{mn}$

$$a_{mn} = \mu_0 h \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{mn}^2(x_0, y_0) G_{mn} \quad (4.20)$$

與頻率無關。觀察(4.17)式後發現，饋入端處之輸入阻抗  $Z_{in}$  乃是由無限多個  $Z_{in}^{(m,n)}$  線性疊加所構成，對應到電路拓撲便是無窮多個代表  $Z_{in}^{(m,n)}$  的子電路串聯而成此天線之等效網路模型。在對(4.18)式取倒數，進一步可解得每個子電路相對應的導納 (admittance)

$$\begin{aligned}
Y_{in}^{(m,n)} &= j \frac{1}{\omega a_{mn}} (k_{eff}^2 - k_{mn}^2) \\
&= j \frac{1}{\omega a_{mn}} \left[ k^2 (1 - j\delta_{eff}) - k_{mn}^2 \right]
\end{aligned} \tag{4.21}$$

$$= \left( \frac{k\delta_{eff}}{\omega a_{mn}} \right) + j \left( \frac{k_{mn}^2}{\omega a_{mn}} \right) \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_{mn}} \right)^2 - 1 \right] \tag{4.22}$$

(4.21)式提供了一關鍵性建模上的直觀。每一組不同 $(m,n)$ 的集合皆存在如下之網路關係式

$$Y_{in}^{(m,n)} = \frac{1}{R^{(m,n)}} + j \left( \frac{1}{\omega L^{(m,n)}} \right) \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_{mn}} \right)^2 - 1 \right] \tag{4.23}$$

此即為並聯 RLC 網路之導納公式，其中諧振角頻率 $\omega_{mn}$ 為

$$\omega_{mn} = 2\pi f_{mn} = \frac{1}{\sqrt{L^{(m,n)} C^{(m,n)}}} \tag{4.24}$$

由(4.18)與(4.23)式可得一重要結論：微帶天線的諧振腔模型的精簡模型即為無窮多個 RLC 並聯諧振網路彼此互相串聯所構成，如圖 4.4 所示。

比較(4.22)、(4.23)、(4.24)三式可發現，對於 $(m,n) \neq (0,0)$ 的所有非靜止固有模態 (non-static eigenmode) 而言

$$R^{(m,n)} = \frac{2\pi f a_{mn}}{k^2 \delta_{eff}} \tag{4.25a}$$

$$L^{(m,n)} = \frac{a_{mn}}{k_{mn}^2} \tag{4.25b}$$

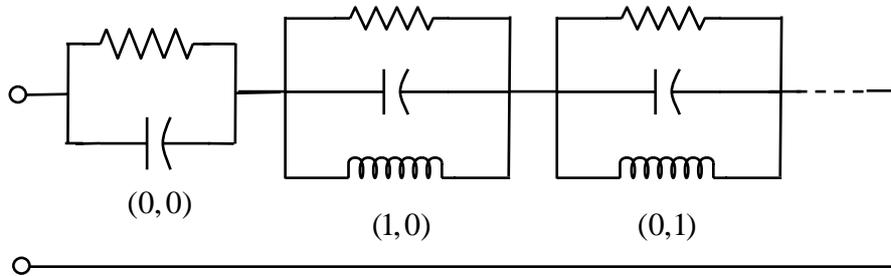


圖 4.4：微帶天線的諧振腔精簡模型

$$C^{(m,n)} = \frac{1}{\omega_{mn}^2 L^{(m,n)}} = \frac{(k_{mn} / \omega_{mn})^2}{a_{mn}} \quad (4.25c)$$

因為  $a_{mn}$  與頻率無關，因此諧振腔模型內所有固有諧振模式的等效電容  $C^{(m,n)}$  與電感組件  $L^{(m,n)}$  皆與頻率  $f$  無關，但電阻組件  $R^{(m,n)}$  卻為頻率的函數。幸運的是，在某固有模式的頻寬附近，操作頻率可概略視為一定值，因此各模式的等效電阻  $R^{(m,n)}$  在窄頻近似下亦可視為定值。對於  $(m,n) = (0,0)$  此靜止固有模式 (static eigenmode) 而言，(4.10) 式可化簡為  $k_{00} = 0$ ，這代表靜止模式具有零截止頻率，亦即零諧振頻率。因此(4.22) 式變為

$$Y_{in}^{(0,0)} = \frac{k^2 \delta_{eff}}{\omega a_{00}} + j \frac{k^2}{\omega a_{00}} \quad (4.26)$$

(4.26) 式陳述了靜止模式的等效電路乃是由直流電阻 (DC resistance)  $R^{(0,0)}$  與直流電容 (DC capacitance)  $C^{(0,0)}$  所並接而成，其中

$$R^{(0,0)} = \frac{2\pi f a_{00}}{k^2 \delta_{eff}} \quad (4.27a)$$

$$C^{(0,0)} = \frac{(k/\omega)^2}{a_{00} G} = \frac{v_p^2}{a_{00}} \quad (4.27b)$$

式中  $v_p$  代表電磁波於微帶天線內的相速 (phase velocity)。既而靜止模式的諧振頻率為零且此模式不存在等效電感  $L^{(0,0)}$ ，所以矩形微帶天線的諧振腔結構內部允許不隨位

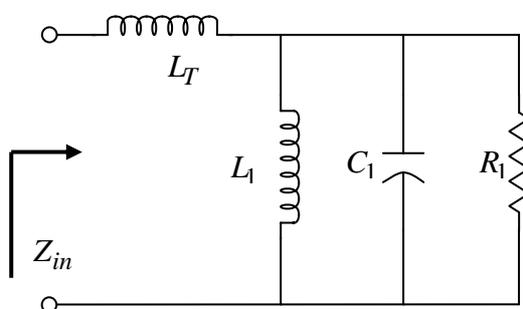


圖 4-5：微帶天線的諧振腔精簡模型

置而變的均勻電場存在於其中，然而均勻磁場卻無法存在於其內，故而精簡模型內以  $C^{(0,0)}$  來模擬此均勻電場的效應。

如前所述，諧振腔模型遠較傳輸線模型蘊含更多重要且直觀的物理細節，因此作者採用諧振腔模型做為第一個測試範例的精簡模型。現列出用以估算圖 4-5 內的參數集合  $\mathbf{x} = [R_1 \ L_1 \ C_1 \ L_T]^T$  的半經驗公式，用以做為非線性最佳化演算法的初始疊代步階 (initial iterative step)。為了一併將邊緣場效應 (詳見 4.1.1 節) 對微帶天線的影響也考慮進來，我們首先求出諧振頻率  $f_0$  [14] 為

$$f_0 = \frac{c}{2L_e \sqrt{\epsilon_r}} \quad (4.28)$$

其中  $c$  代表在空氣中的光速，而  $L_e$  為微帶天線之有效長度，可利用 (4.27) 式求得。接著等效電容  $C_1$  與電感  $L_1$  可利用有效長度  $L_e$  與諧振頻率  $f_0$  作一概略估算 [15]

$$C_1 = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 (L + 2\Delta L) W}{2h} \quad (4.29a)$$

$$L_1 = \frac{1}{C_1 (2\pi f_0)^2} \quad (4.29b)$$

至於電阻  $R_1$  則可利用 [16] 作一概略估計

$$R_1 = \frac{1}{2(G_1 + G_{12})} \quad (4.32)$$

其中電導  $G_1$  [16] 可利用 (4.1.0) 式作一概略估計。但下式可提供一更為精確的估計

$$G_1 = \frac{-2 + \cos X + X \operatorname{Si}(X) + \frac{\sin X}{X}}{120\pi^2}, \quad \operatorname{Si}(X) = \int_0^X \frac{\sin \tau}{\tau} d\tau \quad (4.33)$$

而電導  $G_{12}$  為

$$G_{12} = \frac{1}{120\pi^2} \int_0^\pi \left[ \frac{\sin(\frac{k_0 W}{2} \cos \theta)}{\cos \theta} \right]^2 J_0(k_0 L \sin \theta) \sin^3 \theta d\theta \quad (4.34)$$

上式中的函數  $J_0$  為第一類貝索函數 (Bessel function of the first kind)。

值得一提的是，電阻  $R_1$  代表微帶天線在幅射頻率下的等效輻射電阻。由於天線與後端的微波電路間必須達成組抗匹配 (impedance match)，所以發展一組只與天線的幾何尺寸、和材料參數相關的半經驗公式，的確有其必要性。因此，有不少的論文 [14] [16-18] 提出各種輻射電阻  $R_1$  的估計式。

然而，以筆者實際的建模經驗，由這些估計公式所求得的電阻  $R_1$  常常與實際數值電磁所模擬出輻射電阻相去超過兩倍以上。以非線性最佳化作為自動參數粹取的演算核心的其中一個優點便在於：不論網路參數集  $\mathbf{x}$  的初始估計  $\mathbf{x}^{(0)}$  與實際的全域最佳參數解  $\mathbf{x}^*$

相差超過幾倍，只要初始估計  $\mathbf{x}^{(0)}$  依然座落於最佳參數集  $\mathbf{x}^*$  所屬的凸集合區 (convex region) 裡，則最佳化演算法便在數學上保證能透過不斷的疊代過程，最後求得真正的全域最佳解  $\mathbf{x}^*$ 。

在此一測試範例中，非線性最佳化問題為

$$\begin{aligned} \min_{f_n \in \Omega} U(\mathbf{x}) \\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.35)$$

其中成本函數  $U(\mathbf{x})$  定義成

$$U(\mathbf{x}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left| Z_{in}(\mathbf{x}, f_n) - Z_{in}^{(EM)}(f_n) \right|^2 \quad (4.36)$$

式中  $N$  代表在給定的頻率範圍  $\Omega$  內的頻率取樣點  $f_n$  的總個數、 $Z_{in}^{(EM)}$  代表利用商用數值電磁模擬軟體 HFSS 而得的天線輸入阻抗之頻率響應、而  $Z_{in}$  則代表等效電路的輸入阻抗

$$Z_{in}(\mathbf{x}, f_n) = j2\pi f_n L_T + \frac{1}{j2\pi f_n C_1} // j2\pi f_n L_1 // R_1 \quad (4.37)$$

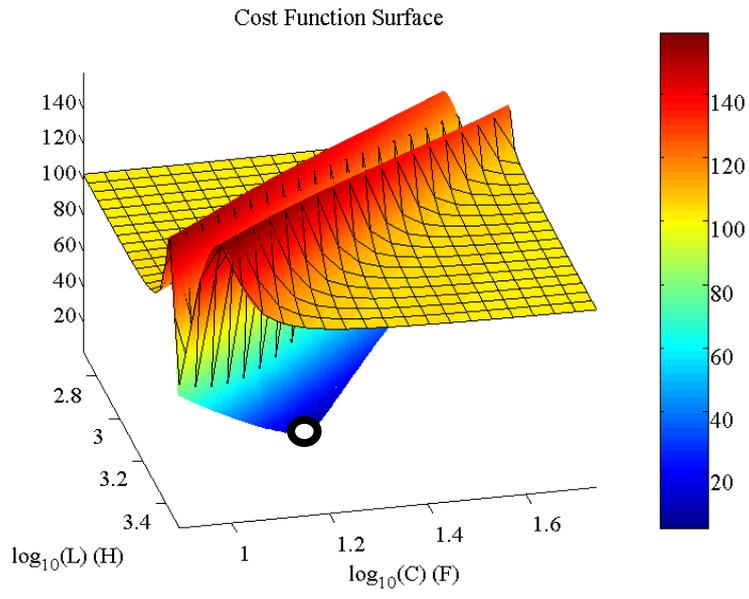
筆者將(4.29-34)式所求得的初始參數集  $\mathbf{x}^{(0)} = [R_1^{(0)} L_1^{(0)} C_1^{(0)} L_T^{(0)}]^T$  與最佳參數集  $\mathbf{x}^* = [R_1^* L_1^* C_1^* L_T^*]^T$  列於表 4.1 中。而圖 4.6 為成本函數  $U(\mathbf{x})$  對其中兩個最佳化參數  $(x_1, x_2) = (\log L_1, \log C_1)$  的三維作圖，其中圖 4.6a 為成本函數曲面圖，圖 4.6b 為其對應的等高線圖，兩張圖中的白色圓圈代表經由非線性最佳化所求出的全域最佳解  $\mathbf{x}^*$ ，而圖 4.6b 中的白色方塊代表利用上列之半經驗公式所求得的初始估計  $\mathbf{x}^{(0)}$ 。

圖 4.7 所示之 HSPICE 檔案為初始等效電路  $\mathbf{x}^{(0)}$  經過圖 3.2 之自動化參數萃取解答器後，所得到的最佳等效電路  $\mathbf{x}^*$  的 HSPICE 檔案。圖 4.8 展示了利用非線性最佳化作自動參數萃取的成果，其中圖 4.8a 與圖 4.8b 分別代表矩形微帶天線的輸入阻抗  $Z_{in}$  的實部和虛部。圖中實線代表利用數值電磁求得的天線輸入阻抗  $Z_{in}^{(EM)}$ ；而虛線代表利用(4.29-34)式所求得之初始等效電路的輸入阻抗  $Z_{in}^{(0)}$ ；最後點線是由圖 4.7 的 HSPICE 檔案的模擬結果輸出到應用程式 Matlab 所繪出，它代表著初始等效電路  $\mathbf{x}^{(0)}$  經過自動參數萃取解答器後的最佳等效電路  $\mathbf{x}^*$  的輸入阻抗  $Z_{in}^*$ 。

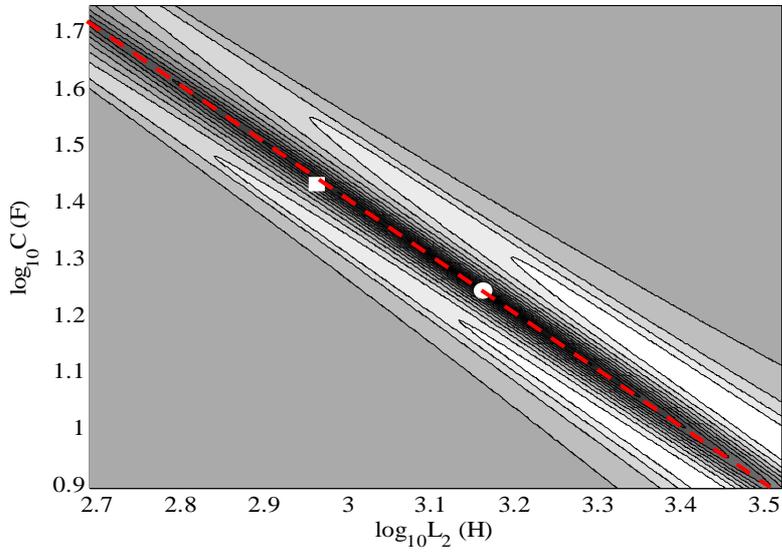
精簡模型參數	初始精簡模型	最佳化後的精簡模型
$R_1 (\Omega)$	579.35	305.63
$L_1 (nH)$	0.4458	0.7053
$C_1 (pF)$	13.062	8.4787
$L_T (nH)$	1.2585	3.7274

表 4.1 初始精簡模型參數集  $\mathbf{x}^{(0)}$  與最佳精簡模型參數集  $\mathbf{x}^*$ 。





(a)



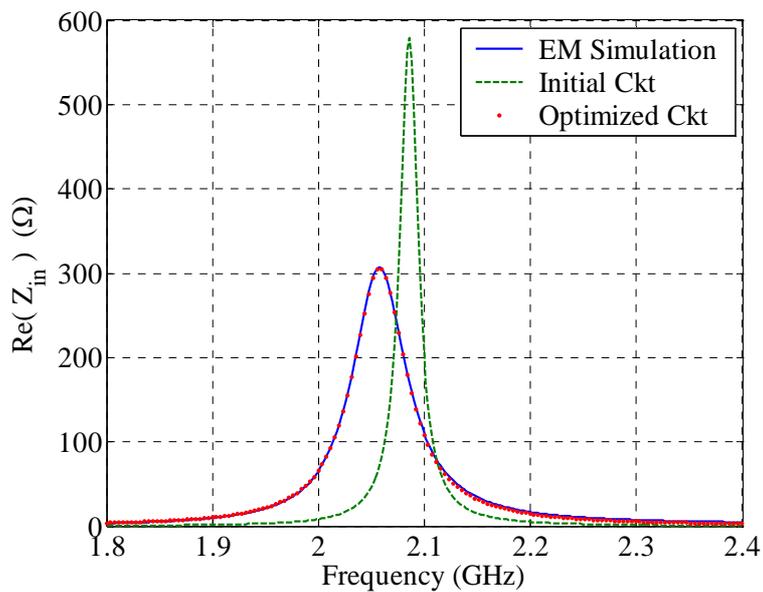
(b)

圖 4.6 成本函數  $U(\mathbf{x})$  對其中兩個最佳化參數  $(x_1, x_2) = (\log L_1, \log C_1)$  的三維作圖：(a) 成本函數曲面圖；(b) 曲面圖 (a) 所對應的等高線圖。兩張圖中的白色圓圈代表經由非線性最佳化所求出的全域最佳解  $\mathbf{x}^*$ ，而圖 (b) 中的白色方塊代表利用上列之半經驗公式所求得的初始估計  $\mathbf{x}^{(0)}$ 。

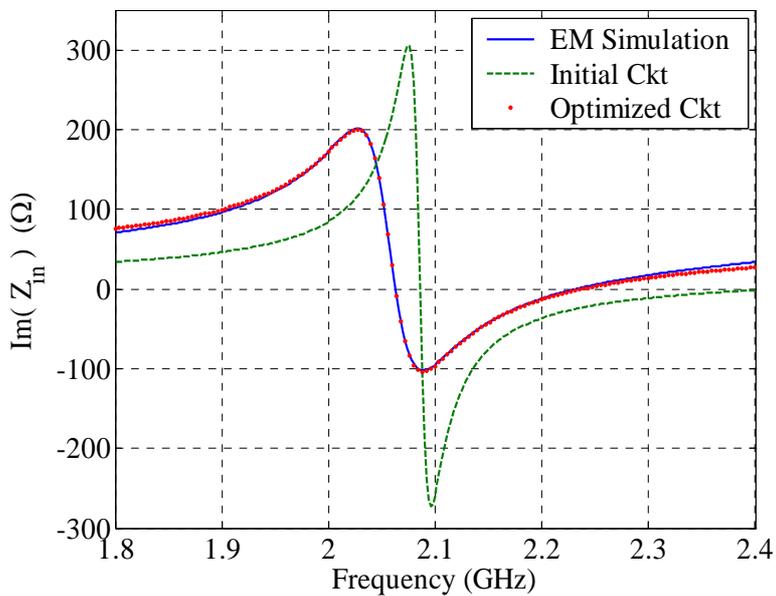
```
* File: Rect_Patch_Antenna.sp
.options DCSTEP=1 post
* ---- Optimized Lossy Cavity Model ----
R0 IN 1 1e-15
LT 1 2 3.72740457684835e-009
L1 2 0 7.0531386556366e-010
C1 2 0 8.47873102632077e-012
R1 2 0 305.628094589899
* ---- Set up the simulation environment ----
* Input port: Independent AC volt source with amplitude 1
Vin IN 0 AC 1
* ---- AC analysis and apply ".NET" to calculate the input impedance. ----
.AC lin 200 1.8e9 2.4e9
.NET Vin Rin=50
.print AC ZIN(R) ZIN(I)
.end
```

圖 4.7 經過圖 3.2 所示之自動化參數萃取解答器後之最佳等效電路的 HSPICE 檔案。





(a)



(b)

圖 4.8 利用非線性最佳化作自動參數萃取的成果展示：(a)與(b)分別代表天線的輸入阻抗  $Z_{in}$  的實部和虛部。圖中實線代表利用數值電磁所求得之輸入阻抗  $Z_{in}^{(EM)}$ ；而虛線與點線則分別代表初始等效電路  $\mathbf{x}^{(0)}$  與最佳等效電路  $\mathbf{x}^*$  的輸入阻抗。

## 4.2 槽孔耦合微帶天線

有關槽孔耦合微帶天線的等效模型的研究開始於1980年代中期，於此後的10年間陸續的有幾個學者提出各種不同的模型[18][19]，但基本的建模理念依然不脫4.1節的主軸，亦即傳輸線模型與損耗諧振腔模型。

### 4.2.1 槽孔耦合微帶天線的傳輸線模型

槽孔耦合微帶天線的幾何結構呈現於圖4.9中，而其相對應的傳輸線精簡模型呈現於圖4.10中。圖4.9中的饋入線 $\{L_f, W_f\}$ 、槽孔 $\{L_{ap}, W_{ap}\}$ 、與矩型微帶天線 $\{L, W\}$

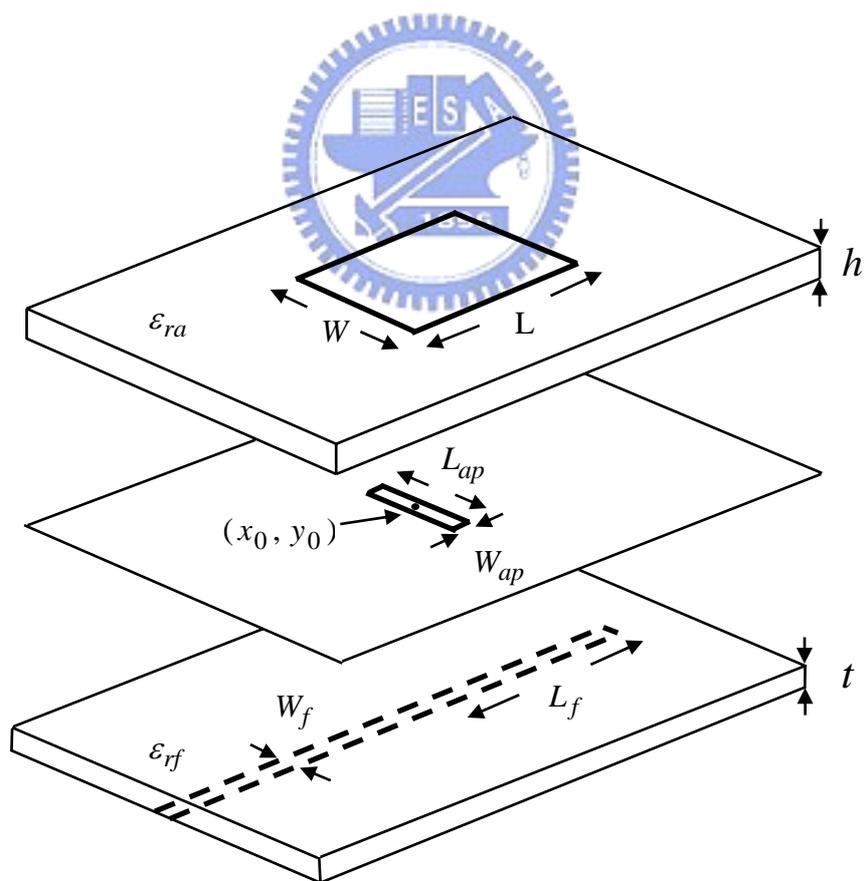


圖 4.9 槽孔耦合微帶天線的分解

分別以圖 4.10 中的三條傳輸線  $\{Z_{0f}, \beta_f\}$ 、 $\{Z_{0ap}, \beta_{ap}\}$ 、與  $\{Z_{0P}, \beta_P\}$  來建模。而電磁能量由饋入線耦合到槽孔，接著再由槽孔耦合到微帶天線的效應，分別由圖 4.10(a) 中的兩個互感組件  $n_1$  及  $n_2$  來表達。模型中的  $\{G_1, C_1\}$  和  $\{G_2, C_2\}$  則代表微帶天線二邊緣輻射端的邊緣場效應與輻射電阻，其物理細節與估計公式詳參 4.1.1 節。表 4.2 列出傳輸線模型內各參數的估計公式。

等效電路模型參數	估計公式
矩形微帶天線之輸入阻抗 $Z_{patch}$	$Z_{patch} = Z_{P1} + Z_{P2} = \frac{1}{Y_{P1}} + \frac{1}{Y_{P2}}, \text{ 其中}$ $Y_{P1} = Y_{0P} \frac{(G_1 + j\omega C_1) + jY_{0P} \tan(\beta L_{P1})}{Y_{0P} + j(G_1 + j\omega C_1) \tan(\beta L_{P1})}, L_{P1} = x_0$ $Y_{P2} = Y_{0P} \frac{(G_2 + j\omega C_2) + jY_{0P} \tan(\beta L_{P2})}{Y_{0P} + j(G_2 + j\omega C_2) \tan(\beta L_{P2})}, L_{P2} = L - L_{P1}$
槽孔之等效導納 $Y_{ap}$	$Y_{ap} = -j2Y_{0ap} \cot\left(\frac{\beta_{ap}L_{ap}}{2}\right)$
槽孔到微帶天線之匝數比 $n_1$	$n_1 = \frac{L_a}{W}$
饋入線到槽孔之匝數比 $n_2$	$n_2 = \frac{\Delta V}{V_0}$
槽孔耦合微帶天線之輸入阻抗 $Z_{in}$	$Z_{in} = \frac{n_2^2}{n_1^2 Y_{patch} + Y_{ap}} - jZ_{0f} \cot(\beta_f L_f)$

表 4.2 圖 4.10 之傳輸線模型內各參數的估計公式

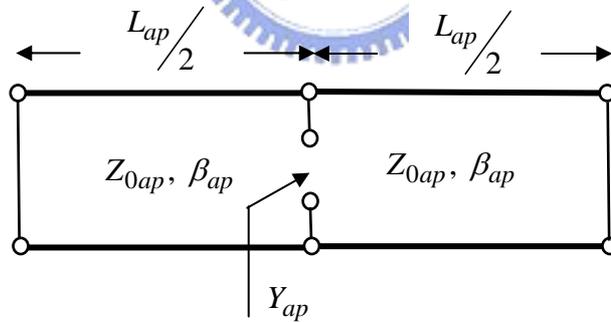
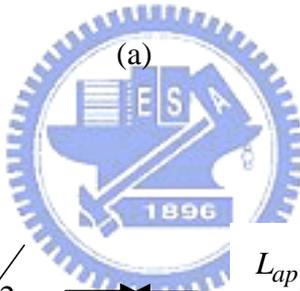
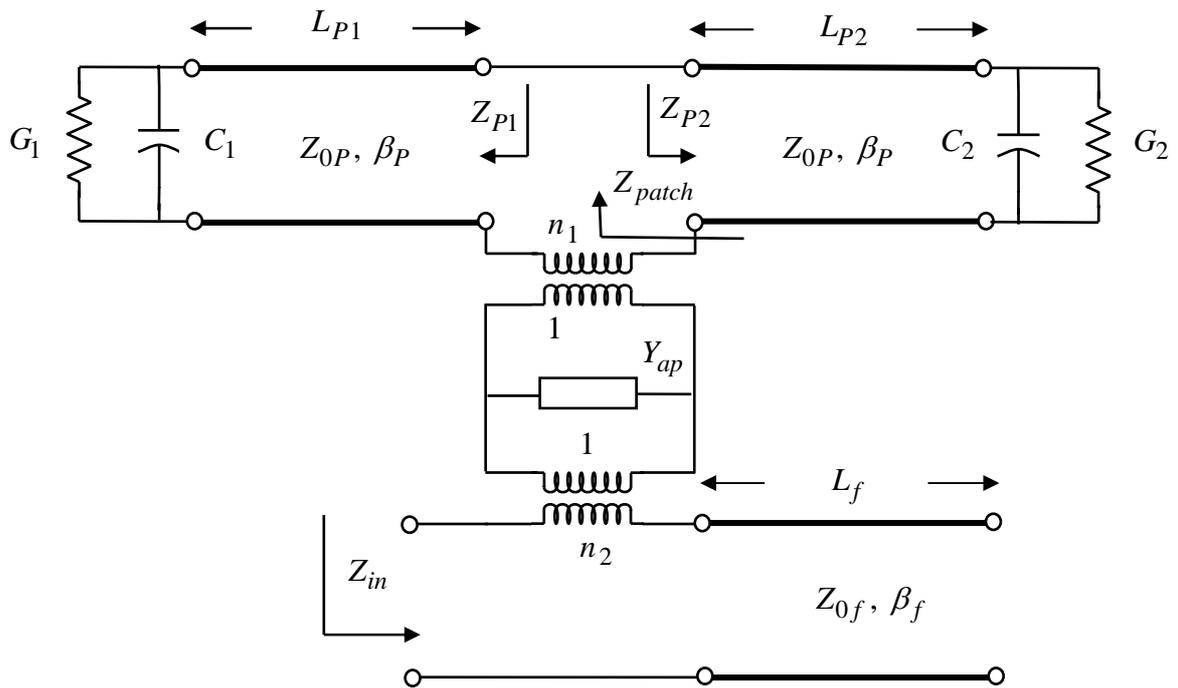


圖 4.10 槽孔耦合微帶天線的傳輸線模型：(a) 完整的傳輸線模型，其中微帶天線主體與饋入線分別以傳輸線  $Z_{0P}$  與傳輸線  $Z_{0f}$  來建模；(b) 圖 4.10(a) 中槽孔  $Y_{ap}$  的傳輸線模型。

## 4.2.2 槽孔耦合微帶天線的損耗諧振腔模型

如同 4.1.2 節所述，為了讓精簡模型內所有組件皆為集總式組件 (lumped element)，並且組件值不為頻率的函數，我們繼續採用損耗諧振腔模型作為此測試範例的建模工具。圖 4.11 即為槽孔耦合微帶天線的諧振腔模型，其中二階並聯諧振電路  $\{R_1, L_1, C_1\}$  用以模擬矩形微帶天線在主輻射頻率附近的物理行為，而串聯電容  $C_T$  用以同時模擬饋入線的開路傳輸線殘段 (open stub) 的效應，以及模擬整個槽孔耦合微帶天線的低頻響應。互感  $n$  與自感  $L_T$  則用以模擬電磁能量由饋入線通過槽孔，最後抵達微帶天線的耦合效應。除此之外，就建模實務的觀點出發，電感能用於補償二階諧振電路  $\{R_1, L_1, C_1\}$  的高頻響應，使得等效電路的高頻響應得以與實際數值電磁模擬出的數據更加貼近。此等效模型內的諧振電路  $\{R_1, L_1, C_1\}$  的估計公式詳見 4.1.2 節，而模型內其他參數的估計詳見 4.2.1 節，於此不再贅述。

圖 4.12 展示了利用非線性最佳化作自動參數萃取的成果，其中圖 4.12(a)與圖 4.12(b)分別代表槽孔耦合微帶天線的輸入阻抗  $Z_{in}$  的實部和虛部。圖中實線代表利用數值電磁求得的天線輸入阻抗  $Z_{in}^{(EM)}$ ；而虛線代表利用估計公式所求得之初始等效電路的輸入阻抗  $Z_{in}^{(0)}$ ；最後點線代表初始等效電路  $\mathbf{x}^{(0)}$  經過自動參數萃取解答器後的最佳等效電路  $\mathbf{x}^*$  的輸入阻抗  $Z_{in}^*$ 。

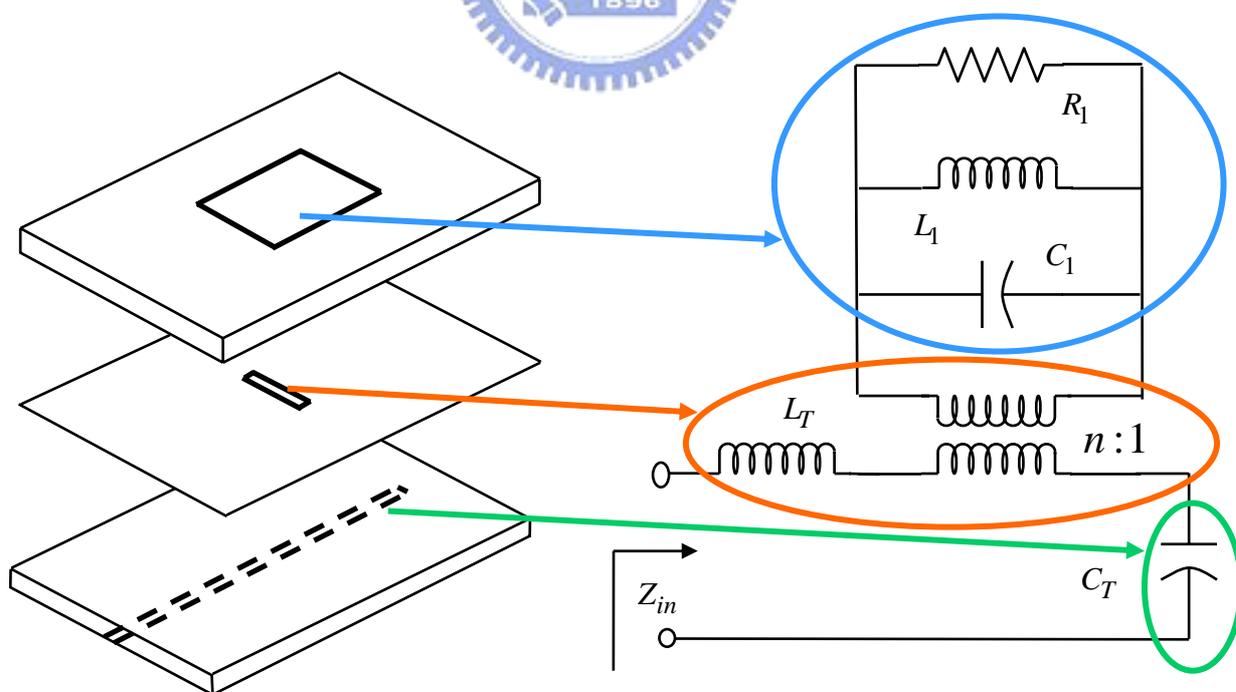
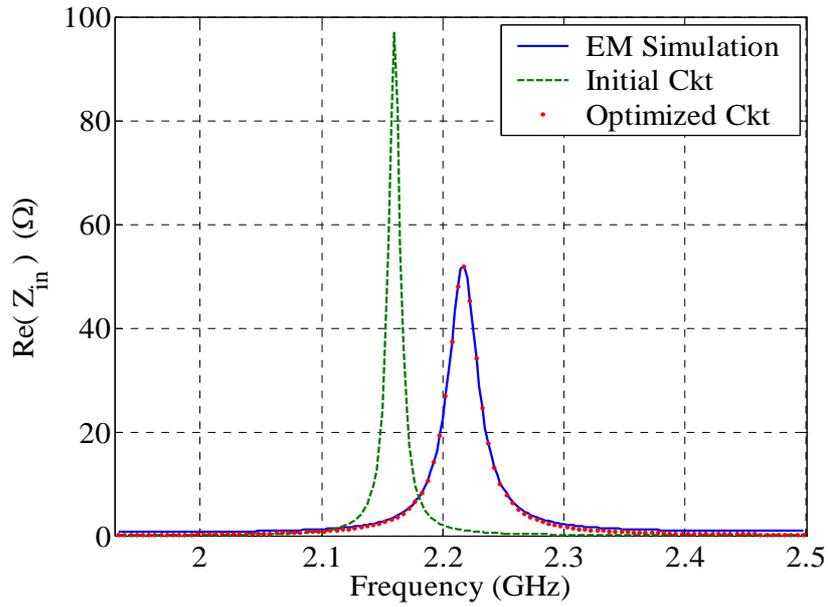
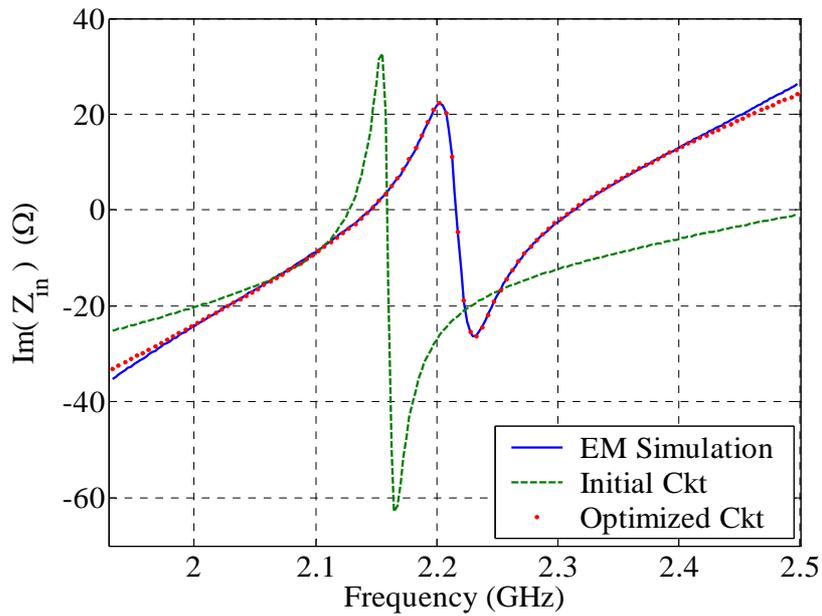


圖 4.11 槽孔耦合微帶天線的諧振腔模型



(a)



(b)

圖 4.12 利用非線性最佳化作自動參數萃取的成果展示：(a)與(b)分別代表天線的輸入阻抗  $Z_{in}$  的實部和虛部。圖中實線代表利用數值電磁所求得之輸入阻抗  $Z_{in}^{(EM)}$ ；而虛線與點線則分別代表初始等效電路  $\mathbf{x}^{(0)}$  與最佳等效電路  $\mathbf{x}^*$  的輸入阻抗。

### 4.3 CMOS 螺旋電感

最後一個自動參數萃取解答器的測試範例為 CMOS 螺旋電感，其幾何剖面圖如圖 4.13(a)所示。而其相對應的精簡模型如圖 4.13(b)所示[20-24]，圖中 $\{R_S, L_S, C_S\}$ 用以模擬螺旋金屬導線，而 $\{R_{Si1}, R_{Si2}, C_{Si1}, C_{Si2}\}$ 則用以模擬製程中的損耗性基板 (lossy substrate) 效應，最後 $\{C_{ox1}, C_{ox2}\}$ 則為介於螺旋金屬線與損耗性基板之間的二氧化矽 ( $SiO_2$ ) 氧化層的寄生電容。精簡模型與實體 CMOS 螺旋電感的關係詳示於圖 4.14 中，而模型參數的估計公式列於表 4.3 中。

圖 4.15 展示了利用非線性最佳化作自動參數萃取的成果，其中圖 4.15(a)與圖 4.15(b)分別代表 CMOS 螺旋電感的等效感值和品質因素 (quality factor)。圖中實線代表利用數值電磁所得之模擬結果；而虛線代表利用表 4.3 所列之半經驗公式所求得的初始等效電路  $\mathbf{x}^{(0)}$  的響應曲線；最後點線代表初始等效電路  $\mathbf{x}^{(0)}$  經過自動參數萃取解答器後的最佳等效電路  $\mathbf{x}^*$  的響應曲線。

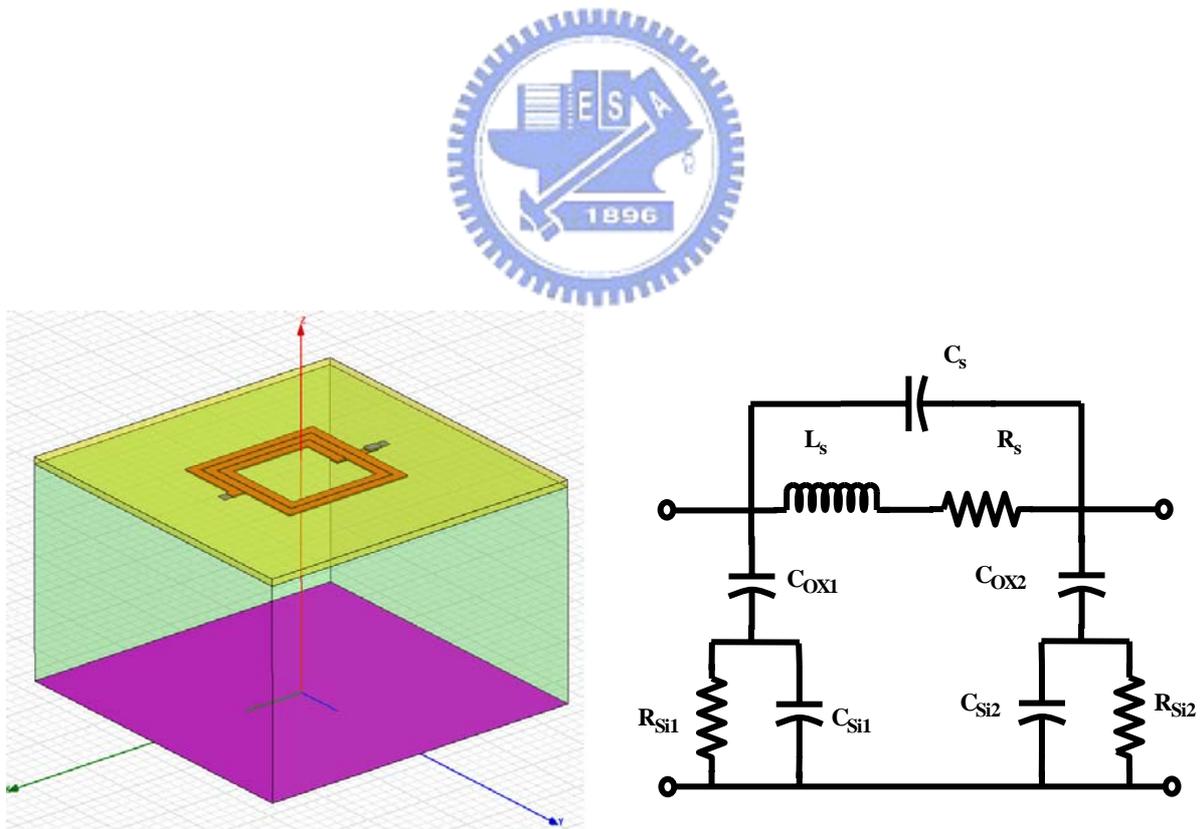


圖 4.13 CMOS 螺旋電感：(a)幾何剖面圖；(b)相對應的精簡模型

等效電路模型參數	估計公式
螺旋金屬線的等效電感	$L \approx \frac{\mu_0 n^2 d_{avg} c_1}{2} \left[ \ln \left( \frac{c_2}{\rho} \right) + c_3 \rho + c_4 \rho^2 \right]$ , 其中 $\rho \triangleq \frac{d_{out} - d_{in}}{d_{out} + d_{in}}$
螺旋金屬線的寄生電阻	$R = \frac{\rho \cdot l}{w \cdot t_{eff}}$ , 其中 $t_{eff} = \delta(1 - e^{-l/\delta})$
螺旋金屬線的寄生電容	$C_S = n \cdot w^2 \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}}$
二氧化矽氧化層的寄生電容	$C_{ox} = \frac{1}{2} \cdot l \cdot w \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}}$
損耗性基板的寄生電阻	$R_{Si} = \frac{2}{l \cdot w \cdot G_{sub}}$
損耗性基板的寄生電容	$C_{Si} = \frac{1}{2} l \cdot w \cdot C_{sub}$

表 4.3 圖 4.13 內的模型參數的估計公式

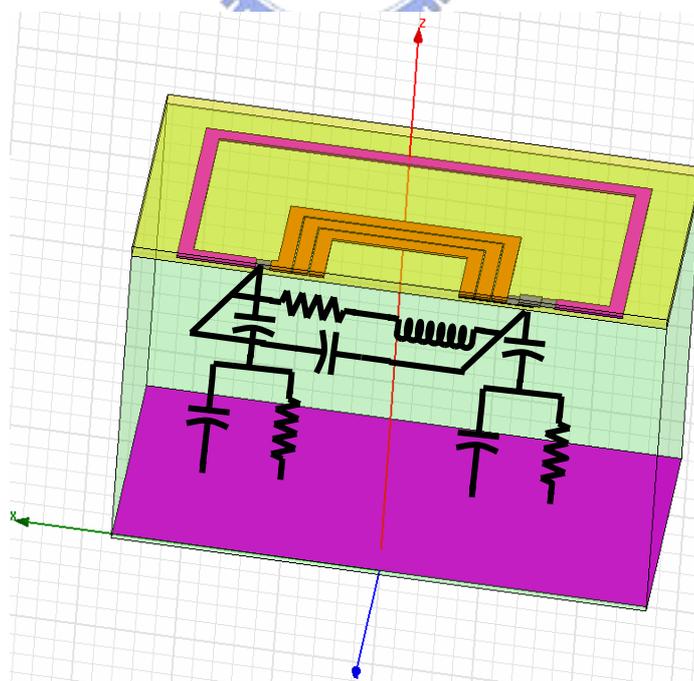
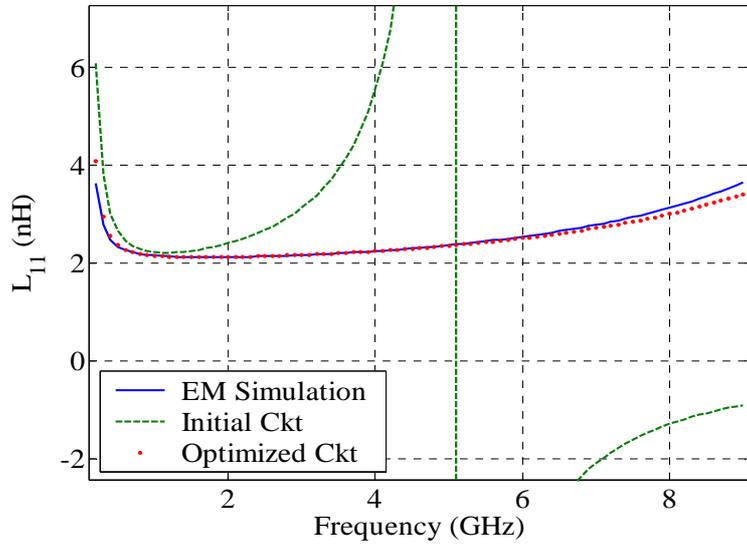
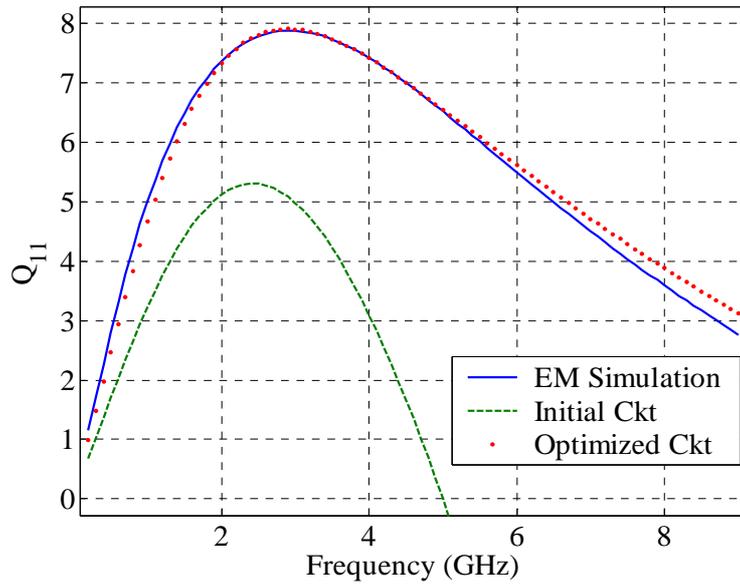


圖 4.14 精簡模型與實體 CMOS 螺旋電感的關係



(a)



(b)

圖 4.15 利用非線性最佳化作自動參數萃取的成果展示：(a)與(b)分別代表 CMOS 螺旋電感的等效感值和品質因素。圖中實線代表利用數值電磁所得之模擬結果；而虛線與點線則分別代表初始等效電路  $\mathbf{x}^{(0)}$  與最佳等效電路  $\mathbf{x}^*$  的響應曲線。

## 5. 結論與未來研究方向

本論文利用高階語言 Matlab 所提供的非線性最佳化內建函式，並結合頻率與阻抗縮放法發展一套自動參數萃取解答器。此解答器可以不需人為手動調整精簡模型的內部參數，自動找出一組最佳的精簡模型參數。透過第四章的三個測試範例，我們可發現只要精簡模型的網路拓樸（topology）的電路特性足夠吻合該元件的物理本質，此參數萃取解答器皆能夠相當精確地把最佳模型參數找出來。

另外本論文也同時具有一定程度的工業應用價值。由圖 3-3 所示，僅需寥寥數行程式碼便可實現出此一強大功能，這意味著縱使元件或電路工程師也能夠自行撰寫程式並且在相當短的時間內開發出他們自己的自動參數萃取生成器。尤有甚者，不同於大多數的商用參數萃取套裝軟體，利用本論文所提出之演算法所生成的精簡模型，其內部的所有模型參數皆與頻率無關。就等效建模的觀點而言，此無異是本論文的另一貢獻。

然而，尚有諸多與此論文相關的研究內容。於本論文中，用以測試此自動參數萃取演算法的三個微波元件皆屬於單阜或雙阜的被動網路。未來可以將此一演算法應用於多阜或主動微波元件，藉以進一步測試此演算法是否依然能處理更複雜的微波元件的等效建模。



## 參 考 文 獻

- [1] R. E. Munson, "Conformal microstrip antennas and microstrip phased arrays," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-22, no. 1, pp. 74-78, Jan. 1974.
- [2] A. G. Derneryd, "Linearly polarized microstrip antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-24, no. 6, pp. 846-851, Nov. 1976.
- [3] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, Wiley, 1997.
- [4] R. F. Harrington, *Time-harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw-Hill, 1961.
- [5] M. V. Schneider, "Microstrip dispersion," *IEEE Proc.*, vol. 60, no. 1, pp.144-146, Jan. 1972.
- [6] K. C. Gupta, R. Garg, I. Bahl, and P. Bhartia, *Microstrip Lines and Slot Lines*, Artech House, 1996.
- [7] T. C. Edwards and M. B. Steer, *Foundations of Interconnect and Microstrip Design*, Wiley, 2000.
- [8] R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering*, McGraw-Hill, 1992.
- [9] Y. T. Lo, "Theory and experiment on microstrip antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-27, no. 2, pp. 137-145, Mar. 1979.
- [10] W. F. Richards, Y. T. Lo, and D. D. Harrison, "An improved theory for microstrip antennas an applications," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-29, no. 1, pp. 38-46, Jan. 1981.
- [11] Y. T. Lo and W. F. Richards, "Perturbation approach to design of circularly polarized microstrip antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-19, pp. 339-342, Jun. 1981.
- [12] D. Thouroude, M. Himdi, and J. P. Daniel, "CAD-oriented cavity model for rectangular patches," *Electron. Lett.*, vol. 26, no. 13, pp. 842-844, Jun. 1990.
- [13] R. Garg, P. Bhartia, I. Bahl, and A. Ittipiboon, *Microstrip Antenna Design Handbook*, Artech House, 2001.
- [14] K. F. Lee and W. Chen, *Advances in Microstrip and Printed Antennas*, John Wiley, 1997.
- [15] R. A. Sainati, *CAD of Microstrip Antennas for Wireless Applications*, Artech House, 1996.
- [16] A. G. Derneryd, "A theoretical investigation of the rectangular microstrip antenna element," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-26, no. 4, pp. 532-535, Jul. 1978.
- [17] D. M. Pozar, "Rigorous closed-form expressions for the surface-wave loss of printed

- antennas,” *Electron. Lett.*, vol. 26, no. 13, pp. 954-956, Jun. 1990.
- [18] M. Himdi, J. P. Daniel, and C. Terret, “Transmission line analysis of aperture-coupled microstrip antenna,” *Electron. Lett.*, vol. 25, no. 18, pp. 1229-1230, Aug. 1989.
- [19] E. Yazidi, M. Himdi, and J. P. Daniel, “Transmission line analysis of nonlinear slot coupled microstrip antenna,” *Electron. Lett.*, vol. 28, no. 15, pp. 1406-1408, Jul. 1992.
- [20] J. R. Long and M. A. Copeland, “The modeling, characterization, and design of monolithic inductors for silicon RF IC's,” *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 32, no. 3, pp. 357-369, Mar. 1997.
- [21] M. Danesh and J. R. Long, “Differentially driven symmetric microstrip inductors,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 50, no. 1, pp. 332-341, Jan. 2002.
- [22] C. P. Yue, C. Ryu, J. Lau, T. H. Lee, and S. S. Wong, “A physical model for planar spiral inductors on silicon,” *Int. Electron Devices Meet. Tech. Dig.*, pp. 155-158, Dec. 1996.
- [23] C. P. Yue and S. S. Wong, “On-chip spiral inductors with patterned ground shields for Si-based RF ICs,” *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 33, no. 5, pp. 743-752, May 1998.
- [24] J. Sieiro, J. M. Lopez-Villegas, J. Cabanills, J. A. Osorio, and J. Samitier, “A physical frequency-dependent compact model for RF integrated inductors,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 50, no. 1, pp. 384-392, Jan. 2002.

