

國立交通大學
機械工程學系
碩士論文

具附加點質量長形平面揚聲器之研製

**Development of Rectangle Flat-panel Loudspeaker
with Added Point Masses**

研 究 生：徐國真

指導教授：金大仁

中 華 民 國 九 十 六 年 七 月

具附加點質量長形平面揚聲器之研製

**Development of Rectangle Flat-panel Loudspeaker
with added point masses**

研 究 生：徐國真

Student：Guo-jane Hsu

指導教授：金大仁 博士

Advisor：Tai-Yan Kam

國 立 交 通 大 學

機 械 工 程 學 系



A Thesis

Submitted to Department of Mechanical Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master of Science
in
Mechanical Engineering
July 2007
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年七月

具附加點質量長形平面揚聲器之研製

研究生：徐國真

指導教授：金大仁 博士

國立交通大學機械工程研究所

摘要

本文重點分為兩大部份。第一部份為彈性支承之研製，其中包括支承材料的選擇、支承材料的幾何形狀、支承的製作，使揚聲器之系統共振頻率降低，並且能夠使揚聲板於大功率時穩定運動，以求揚聲器有較大的頻寬與能夠承受 10w 之功率。由於本文中之振動板屬長形振動板，聲壓曲線中於中音域 1kHz 附近有一聲壓落差會影響揚聲器之表現，因此第二部份為改善聲壓曲線之中音谷問題。利用有限單元軟體 ANSYS 研究含附加點質量振動板之振動行為並探討附加質量位置與重量對不同加勁方式振動板之振形及聲壓曲線的影響，由分析結果找出適合之附加質量位置與重量以減緩中音谷之落差，設計結果與實驗結果比較，證明本法確實可行。

Development of Rectangle Flat-panel Loudspeaker with Added Point Masses

Student : Guo-Jane Hsu

Advisor : Dr. Tai-Yan Kam

Department of Mechanical Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT

Two parts are discussed in the thesis. The first part is the fabrication of the elastic suspensions including the choices of materials and geometrical shapes of the elastic suspensions. The purpose of using the elastic suspensions in the design is that the speaker can eliminate the sound interference caused by the sound radiated from the back of the vibrating panel, the radiating plate can vibrate in a steady way, and the speaker can radiate sound of 10W. Because the shape of the radiating plate in this thesis is a rectangle, there is a dip in mid frequency range on the sound pressure level (SPL) curve. Such dip can be harmful to the sound quality of the loudspeaker. Therefore, in the second part of the thesis a method is proposed to suppress the dip in the mid frequency range. The finite element model of the loudspeaker is constructed through the FE software ANSYS. The mode shapes of the radiating plate with added point masses are analyzed using ANSYS. Different composite plates are studied to find the appropriate locations of the masses to suppress the dip on the SPL curve. Experiments are performed to verify the feasibility of the proposed design of the loudspeaker.

誌謝

在短短的兩年碩士班求學生涯，充滿的許多難忘的回憶，首先要感謝指導教授金大仁博士對我在課業及研究上的細心指導與諄諄教誨，讓我培養出正確的求學態度，順利完成本篇論文，在此獻上誠摯的謝意。

感謝我的父母從小到大對我無微不至的照顧，父母及哥哥、姊姊的支持與鼓勵，以及女友淑惠相互扶持成長，成為我生活上的最大精神支柱，讓我順利無憂的完成碩士班學業。還要感謝偉芬學姊、清榮學長、志明學長、昌毅學長、于昇學長、崧任學長、宗鴻學長、加融學長及耀文學長在課業、研究及生活上的種種指導與協助，以及同窗好友永立、聖傑、魁原、融崧的互相切磋與勉勵，使我求學過程中不感孤單，另外也要感謝學弟志傑、建儒、宏銘、政霖在各方面的幫忙，並要感謝所有幫助過我的人，最後僅將本文獻給我的家人、師長與朋友。

國真 2007. 于交大

目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
表目錄	vi
圖目錄	vii
一、緒論	1
1-1 前言	1
1-2 研究動機與方法	2
1-3 文獻回顧	3
二、複合材料疊層板的振動分析	5
2-1 一階剪變形平板理論	5
2-1.1 基本假設	5
2-1.2 應力應變關係	6
2-1.3 控制方程式(governing equation)	8
2-2 多層一階剪變形平板理論	9
2-2.1 位移與應變	10
2-2.2 應力與應變關係	13
2-3 揚聲板的彈性支承	15
2-4 應變能與動能	16
2-5 瑞雷-黎次法(Rayleigh-Ritz method)	17
2-6 特徵值與特徵向量	19
2-7 受外力的振動系統	20
三、有限元素分析模擬與聲壓計算	22
3-1 ANSYS 有限元素模型之建立	22
3-1.1 模擬元素的選擇	22
3-1.2 ANSYS 模型建立步驟	22
3-2 ANSYS 模擬分析中各參數的取得	25
3-2.1 質點元素的參數	26
3-2.2 彈簧元素的參數	26
3-2.3 激振力的給定	26
3-2.4 阻尼比的給定	26
3-3 聲壓的計算及應用	28
3-3.1 聲壓波動方程式	28
3-4 ANSYS 模型之驗證	31

3-4.1	模擬元素的選擇與收斂性.....	31
3-4.2	聲壓模擬的驗證.....	32
四、	平面揚聲器之研製及實驗.....	33
4-1	彈性支承之功能.....	34
4-2	揚聲器之製作.....	35
4-2.1	複合材料疊層板之製作.....	35
4-2.2	振動板之製作.....	35
4-2.3	彈性支承之製作.....	36
4-2.4	彈性矽膠懸邊之製作.....	36
4-2.5	平面揚聲器之製作.....	36
4-3	支承研製之問題討論.....	37
4-3.1	支承的材料選擇.....	37
4-3.2	支承材料形狀的設計.....	37
4-4	揚聲器各種實驗程序.....	38
4-4.1	阻尼量測實驗.....	38
4-4.2	聲壓實驗.....	39
4-4.3	阻抗量測實驗.....	40
4-4.4	參數量測實驗.....	40
五、	具附加質量振動板與聲壓曲線.....	41
5-1	中音谷發生原因.....	41
5-2	附加質量振動板.....	42
5-2.1	附加質量位置.....	43
5-2.2	巴桑木板附加質量.....	43
5-2.3	碳纖三明治板與附加質量影響.....	44
5-2.4	碳纖局部加勁振動板與附加質量影響.....	44
5-2.5	碳纖局部加勁減重振動板與附加質量影響.....	45
5-3	結果與討論.....	45
5-4	實驗驗證.....	46
5-5	不同長寬比之振動板附加質量討論.....	47
六、	結論與未來研究方向.....	48
6-1	結論.....	48
6-2	未來研究方向.....	49
參考文獻		50

表 目 錄

表 3-1	文獻[13]中的材料性質.....	53
表 3-2	文獻[13]與 ANSYS 各元素自然頻率分析比較.....	53
表 3-3	純珍珠板振動板揚聲器參數值.....	54
表 5-1	巴桑木板附加質量於 P1 處位移量 (ANSYS)	54
表 5-2	碳纖三明治板附加質量於 P1 處位移量 (ANSYS)	54
表 5-3	局部碳纖加勁板附加質量於 P1 處位移量 (ANSYS)	55
表 5-4	附加質量於 P2 位置處位移量 (ANSYS)	55
表 5-5	附加質量於 P3 位置處位移量 (ANSYS)	55
表 5-6	巴桑木板附加質量於 P1 處位移量 (實驗)	56
表 5-7	碳纖三明治板附加質量於 P1 處位移量 (實驗)	56
表 5-8	局部碳纖加勁板附加質量於 P1 處位移量 (實驗)	56



圖 目 錄

圖 1-1	傳統振動板為錐盆型的揚聲器.....	57
圖 1-2	振動板為平面的揚聲器.....	57
圖 2-1	複合材料積層板座標系統.....	58
圖 2-2	複合材料積層板沿厚度方向之合力與合力矩.....	59
圖 2-3	多層一階剪變形位移場示意圖(三層).....	60
圖 2-4	積層板之幾何與層數系統.....	60
圖 2-5	複合材料三明治板之邊界條件.....	61
圖 2-6	頻率-位移圖.....	62
圖 2-7	Rayleigh Damping.....	62
圖 3-1	ANSYS 模擬 model.....	63
圖 3-2	純珍珠板振動板揚聲器阻抗曲線.....	63
圖 3-3	以雷射測速儀量測振動板中心點的位移響應.....	64
圖 3-4	聲壓距離示意圖.....	65
圖 3-5	自然頻率網格收斂圖.....	65
圖 3-6	純珍珠板振動板揚聲器實驗與 ANSYS 模擬比較.....	66
圖 3-7	純巴桑木振動板揚聲器實驗與 ANSYS 模擬比較.....	66
圖 4-1	振動板之振形.....	67
圖 4-2	激震器組成剖面圖.....	67
圖 4-3	傳統截面為半圓形或波浪型的彈性支承.....	68
圖 4-4	疊層順序.....	68
圖 4-5	熱壓機.....	69
圖 4-6	複合材料積層板之加熱加壓硬化成型製程圖.....	69
圖 4-7	揚聲器振動板.....	70
圖 4-8	冂字型支承製作.....	70
圖 4-9	冂字型支承.....	71
圖 4-10	冂字波浪支承.....	71
圖 4-11	彈性矽膠懸邊製作.....	72
圖 4-12	彈性矽膠懸邊完成品.....	72
圖 4-13	揚聲器製作完成品.....	73
圖 4-14	傳統揚聲器之彈波.....	73
圖 4-15	冂字型支承不同方向之彈性比較.....	74
圖 4-16	冂字波浪型支承不同方向之彈性比較.....	74
圖 4-17	阻尼比量測實驗架設圖.....	75
圖 4-18	聲壓量測實驗架設圖.....	75

圖 5-1	巴桑木自然頻率圖.....	76
圖 5-2	門字支承與門字波浪支承聲壓.....	77
圖 5-3	附加質量位置.....	77
圖 5-4	巴桑木板附加 0.5g 於 P1 處聲壓曲線.....	78
圖 5-5	巴桑木板附加 0.5g 於 P2 處聲壓曲線.....	78
圖 5-6	巴桑木板附加 0.5g 於 P3 處聲壓曲線.....	79
圖 5-7	巴桑木板附加質量於 P1 處聲壓曲線.....	79
圖 5-8	巴桑木附加質量彎曲模態節線圖.....	80
圖 5-9	巴桑木振動板與碳纖三明治振動板聲壓曲線圖.....	81
圖 5-10	碳纖三明治附加質量於 P1 處聲壓曲線圖.....	82
圖 5-11	碳纖三明治板附加質量於 P2 與 P3 處聲壓曲線圖.....	82
圖 5-12	碳纖局部加勁振動板模型圖.....	83
圖 5-13	碳纖局部加勁振動板附加質量於 P1 處聲壓曲線圖.....	83
圖 5-14	碳纖局部加勁振動板附加質量於 P2 與 P3 處聲壓曲線圖.....	84
圖 5-15	碳纖局部加強減重板模型圖.....	84
圖 5-16	碳纖局部加強減重板附加質量於 P1 處聲壓曲線圖.....	85
圖 5-17	碳纖局部加強減重板附加質量 0.3g 振形圖.....	85
圖 5-18	巴桑木板附加質量與聲壓落差比較.....	86
圖 5-19	碳纖三明治附加質量與聲壓落差比較.....	86
圖 5-20	碳纖局部加勁附加質量與聲壓比較.....	87
圖 5-21	聲壓落差與振動板振形比較.....	87
圖 5-22	附加質量實驗方法.....	88
圖 5-23	巴桑木板附加質量實驗量測聲壓曲線.....	88
圖 5-24	碳纖三明治板附加質量實驗量測聲壓.....	89
圖 5-25	碳纖局部加勁附加質量實驗聲壓曲線.....	89
圖 5-26	不同振動板附加質量聲壓比較.....	90
圖 5-27	長寬比較大之揚聲器附加質量聲壓曲線圖.....	90

第一章 緒論

1-1 前言

複合材料是指結合兩種或以上不同之物質，將以結合，擷取原材料之特性與優點，製成性能優異並能滿足需求的一種新材料。複合材料之構成有兩大要素：一為基材(matrix)，另為補強材料(reinforcement)二者予以複合，以獲得符合設計需求的新材料，其中以纖維強化的複合材料應用較廣，此種材料在纖維方向具有相對於同等密度之材料較高強度、高勁度之特性,所以可以透過不同疊層的角度或不同的疊層方式之設計來達到實際需求上具備輕質量、高強度、設計上變化性大的材料。目前複合材料已被廣泛的應用在航太、造船、飛彈、汽車、休閒運動器材等對於重量敏感及有高強度需求的結構上。

近年來，許多揚聲器的揚聲板也逐漸由單一材料構成之振動板，改以複合材料板取代。而振動板之特性可說是揚聲器品質優劣的重要判斷因素之一。優異的揚聲板必須有兩大特點，一為高剛性，使振動過程中之板變形量十分微小，進而產生平穩之聲壓值；二為重量輕，能夠以較小之出力產生相同或更高之輸出功率，即可減少輸入訊號之功率，而達到低耗電量、省電的優勢。

決定揚聲器品質優劣之另一個重點為其懸吊系統。揚聲器作動時為往復的簡諧運動，必須提供一個穩定的懸吊系統使其音圈可以在磁隙中能夠穩定的運動，不使音圈產生偏擺，而不至於產生不悅耳的雜音。以揚聲板運動之方式可大致分為兩種區域。一為系統共振頻率(f_0)附近之剛體運動，二為 f_0 之後高頻揚聲板變形。當激振頻率到達系統共振頻率 f_0 之後，因揚聲板產生大位移，揚聲器才會有一個平穩之聲壓值，所以可以將 f_0 稱為揚聲器之起始頻寬，因此，若需

要此揚聲器有良好的低音表現，必須將 f_0 降低至所需之目標。而揚聲板在受激振時，亦會發生共振模態，使得揚聲板產生局部的變形，會產生不同的振幅與相位，因此揚聲板作動時不再是一個剛體運動，若當有反相位振形發生時，會減少推動空氣的體積，因而降低了聲壓，因此揚聲板之變形會對聲壓產生不良的影響。

本文內容包括研製出符合揚聲器系統的彈性支承，目的是使整體揚聲器系統 f_0 下降並在低頻時保持振動板穩定的往復運動；研究分析如何使聲壓曲線更平滑起伏落差更小。

1-2 研究動機與方法

近年來，受到電視與顯示器的平面化影響，所搭配的揚聲器也由傳統之錐盆式揚聲器（圖 1-1）改為平面式揚聲器（圖 1-2）。平面揚聲器之振動板可大致分為圓形與長形兩種，而就以相同面積下考量，長形的揚聲器比圓形揚聲器要來的容易利用空間，較為容易應用在電視與顯示器中。但對長形揚聲板而言，其聲壓曲線在中音域會出現一明顯之落差，稱之為中音谷。若要此揚聲器有良好的表現，必須將此中音谷之落差減少，讓聲壓曲線更為平滑，或是將中音谷發生頻率往右移，使聲壓平滑的區域增加，通常的方法為以複合材料加勁增加揚聲板的剛度，但是也會增加揚聲板的重量，使得揚聲器的感度下降，而改變揚聲板的質量矩陣也可改變揚聲板的振動模態，在透過適當的加勁方式，使中音谷的落差減小，本文即在討論具附加質量揚聲板之聲傳研究。

實驗方面，根據既定尺寸 116×26mm 之揚聲板如圖 1-3，嘗試不同之揚聲板設計，組裝起來後使用利用 PULSE 訊號分析儀及 Polytec OFV350 雷射測速儀量測系統自然頻率。並由 LMS 聲壓頻譜儀量測

聲壓及阻抗，記錄聲壓曲線並與儀器量測之阻抗圖、測速儀之頻譜圖比較結果是否一致。

分析方面，以 ANSYS 有限元素分析軟體建立一個與實體幾何相同的模型，繼而分析結構之自然頻率、模態，將分析出來的自然頻率與實驗數值比較，驗證模型的正確性及探討其收斂性；接著再進行簡諧激振分析，計算出不同激振頻率下振動板所有節點之振幅及相位角，輸入由 Fortran 程式所寫成的聲壓公式計算聲壓並由繪圖軟體繪製出聲壓曲線，將曲線與實驗結果相對照，以求模型能真實模擬出實際狀況。當整個模型驗證無誤之後，開始嘗試不同之附加質量與加勁方式，探討振形與聲壓之關係，以求平滑之聲壓曲線，再由實驗驗證是否與分析吻合。

1-3 文獻回顧

在分析平板的理論方面，從古典板理論(Classical Plate Theory，簡稱 CPT)[1]改進而成的古典積層板理論(Classical Lamination Theory)，對於複合材料薄板的力學分析已能得到不錯的結果，但只適用於長厚比大於 80 之平板；對於厚板而言，由於複合材料積層板之側向剪力模數(Shear modulus)比沿纖維方向的楊氏係數(Young's modulus)低很多，且在厚度上較薄板高出許多，因此容易產生側向剪變形，所以古典板理論不適合分析較厚之複合材料板。為此，Mindlin 提出了一階剪變形理論(The First-order Shear Deformation Theory，簡稱 FSDT)[2]，首先將側向剪力的影響加以考慮，但是因為假設側向剪力分布為常數，並不符合實際的情況，於是 Whitney[3、4]便提出了剪力修正因子來加以修正，此種理論比較適合用在長厚比大於 15 的結構上；之後，學者又提出了各種高階剪變形的理論，雖有提高理

論值與實際狀況相比之準確性，但往往較適用於厚板結構（長厚比大於 15）之情況，且其計算上比較複雜許多，而本文中使用的複合材料結構板並不在厚板結構的範圍內，所以仍以一階剪變形理論為主，來分析振動板之變形行為。

在研究三明治板的文獻方面，Reissner[5]推導 governing eqn.應用在小變形、等向性的三明治板，文獻假設面層像薄膜，而且忽略了中心層平行面層的應力。從此，許多文獻也在三明治板的理論慢慢的變化。後來 Liaw and Little[6]根據 Reissner 理論解出了多層三明治結構彎曲的問題。Azar[7]延伸 Liaw and Little 的結果來討論非等向性面層。O'Connor[8]提出用有限元素來分析三明治結構，他用平面彈性元素來構建中心層，樑元素來構建面層。Kanematsu[9]用 Ritz method 來分析矩型板的彎曲和振動。Chiba[10]與 Ciancio[11]也是利用 Ritz method 模擬具附加質量之 cantilever plate 模態行為。

對於聲學與聲壓計算方面，Morse[12]中推導出了聲源在空氣中傳遞之聲壓方程式，在 Takeo[13]中引用出有限元素之聲壓方程式，而 Tan[14]中討論了藉由促動器(actuator)主動控制對平板之聲場的影響。文獻[15]中陳述了關於揚聲器量測的各參數的討論，文獻[16]中則討論了傳統半圓型或波浪型的彈性懸邊的設計及研製過程。

ANSYS 為泛用型有限元素分析軟體，已被廣泛應用於學術界與工業界，領域包括了結構應力、振動、動態、熱傳、流體、電磁場、聲場、耦合場等分析。本文將利用 ANSYS 分析振動板之自然模態與頻率響應，結合聲壓計算，可分析出揚聲器之聲壓曲線，進而改善揚聲器之表現。

第二章 複合材料疊層板的振動分析

本章敘述平板的振動分析。其中用來計算振動板變形量的平板的理論有用到一階剪變形和多層一階剪變形兩種。由於本文中振動板有不同區域的加勁，未加勁部份為純巴桑木，使用一階剪變形來進行分析，而加勁的部份屬於三明治結構，則使用多層一階剪變形來進行分析。

2-1 一階剪變形平板理論

2-1.1 基本假設

一階剪變形理論 FSDT(The First Order Shear Deformation Theory) 來作為積層板分析的基礎，其基本假設如下：

- 1.板的長、寬為板的厚度的 15 倍以上。
- 2.板的截面變形後仍保持平面。
- 3.厚度仍保持不變，即 $\varepsilon_z=0$ 。
- 4.板的變形量 u, v, w 很小。

其位移場的假設如下：

$$\begin{aligned}u &= u_0(x, y, t) + z\theta_x(x, y, t) \\v &= v_0(x, y, t) + z\theta_y(x, y, t) \\w &= w(x, y, t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

其應變場如下：

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x} = u_{0,x} + z\theta_{x,x} = \varepsilon_1^0 + z\kappa_1^0 \\ \varepsilon_2 &= \frac{\partial v}{\partial y} = v_{0,y} + z\theta_{y,y} = \varepsilon_2^0 + z\kappa_2^0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_4 &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = w_{,y} + \theta_y \\
\varepsilon_5 &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = w_{,x} + \theta_x \\
\varepsilon_6 &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = (u_{0,y} + v_{0,x}) + z(\theta_{x,y} + \theta_{y,x}) = \varepsilon_6^0 + z\kappa_6^0
\end{aligned} \tag{2.2}$$

其中 u 、 v 、 w 分別代表積層板在 x 、 y 、 z 方向之位移量， t 代表時間，

u_0 、 v_0 分別代表積層板中間面在 x 、 y 方向上的位移，而 $\theta_x = -\frac{\partial w}{\partial x}$ 、

$\theta_y = -\frac{\partial w}{\partial y}$ 是剪應變所產生之旋轉量(Shear Rotation)。

而中間面之曲率為

$$\begin{aligned}
\kappa_1^0 &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\
\kappa_2^0 &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\
\kappa_6^0 &= -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}
\end{aligned}$$



2-1.2 應力應變關係

複合材料積層板是由多層薄片(Lamina) 疊合而成的，而每一層的纖維排列方向與積層板主軸方向夾一 θ^n 角(如圖 2-1)，則在材料座標系 $X'Y'Z'$ 座標的構成方程式(Constitutive Equation)為：

$$\bar{\underline{\sigma}}_{5 \times 1} = \bar{\underline{Q}}_{5 \times 5}^n \bar{\underline{\varepsilon}}_{5 \times 1} \tag{2.3}$$

其中

$$\underline{\bar{Q}}_{5 \times 5}^n = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^n & \bar{Q}_{12}^n & 0 & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12}^n & \bar{Q}_{22}^n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{66}^n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44}^n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{55}^n \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

且

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11}^n &= \frac{E_1^n}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} & \bar{Q}_{12}^n &= \frac{E_2^n \nu_{12}}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} \\ \bar{Q}_{22}^n &= \frac{E_2^n}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} & \bar{Q}_{66}^n &= G_{12}^n \\ \bar{Q}_{44}^n &= G_{23}^n & \bar{Q}_{55}^n &= G_{13}^n \end{aligned} \quad (2.5)$$

其中 $\bar{Q}_{ij}^n$ 為彈性係數， E_i^n 為楊氏模數， ν_{ij} 為蒲松比， G_{ij}^n 為剪力模數。

由座標轉換的關係，求出積層平板主軸方向 XYZ 座標系的應力及應變關係

$$\underline{\sigma}_{5 \times 1}^n = (\underline{T}^n)^{-1} \underline{\bar{Q}}_{5 \times 5}^n [(\underline{T}^n)^{-1}]^t \underline{\epsilon}_{5 \times 1}^n = \underline{Q}_{5 \times 5}^n \underline{\epsilon}_{5 \times 1}^n \quad (2.6)$$

其中

$$(\underline{T}^n)^{-1}_{5 \times 5} = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & -2SC & 0 & 0 \\ S^2 & C^2 & 2SC & 0 & 0 \\ SC & -SC & C^2 - S^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & S \\ 0 & 0 & 0 & -S & C \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

其中

$$C = \cos(\theta^n) \quad S = \sin(\theta^n)$$

而

$$\underline{Q}_{5 \times 5}^n = \begin{bmatrix} Q_{11}^n & Q_{12}^n & Q_{16}^n & 0 & 0 \\ Q_{12}^n & Q_{22}^n & Q_{26}^n & 0 & 0 \\ Q_{16}^n & Q_{26}^n & Q_{66}^n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44}^n & Q_{45}^n \\ 0 & 0 & 0 & Q_{45}^n & Q_{55}^n \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

其中 $\bar{Q}_{5 \times 5}^n$ 矩陣與 $Q_{5 \times 5}^n$ 矩陣間之關係為：

$$\begin{aligned} Q_{11}^n &= \bar{Q}_{11}^n C^4 + 2(\bar{Q}_{12}^n + 2\bar{Q}_{66}^n)C^2 S^2 + \bar{Q}_{22}^n S^4 \\ Q_{12}^n &= (\bar{Q}_{11}^n + \bar{Q}_{22}^n - 4\bar{Q}_{66}^n)C^2 S^2 + \bar{Q}_{12}^n (C^4 + S^4) \\ Q_{22}^n &= \bar{Q}_{11}^n S^4 + 2(\bar{Q}_{12}^n + 2\bar{Q}_{66}^n)C^2 S^2 + \bar{Q}_{22}^n C^4 \\ Q_{16}^n &= (\bar{Q}_{11}^n - \bar{Q}_{12}^n - 2\bar{Q}_{66}^n)C^3 S + (\bar{Q}_{11}^n - \bar{Q}_{12}^n + 2\bar{Q}_{66}^n)CS^3 \\ Q_{26}^n &= (\bar{Q}_{11}^n - \bar{Q}_{12}^n - 2\bar{Q}_{66}^n)CS^3 + (\bar{Q}_{11}^n - \bar{Q}_{12}^n + 2\bar{Q}_{66}^n)C^3 S \\ Q_{66}^n &= (\bar{Q}_{11}^n + \bar{Q}_{22}^n - 2\bar{Q}_{12}^n - 2\bar{Q}_{66}^n)C^2 S^2 + \bar{Q}_{66}^n (C^4 + S^4) \\ Q_{44}^n &= \bar{Q}_{44}^n C^2 + \bar{Q}_{55}^n S^2 \\ Q_{45}^n &= \bar{Q}_{55}^n CS - \bar{Q}_{44}^n CS \\ Q_{55}^n &= \bar{Q}_{44}^n S^2 + \bar{Q}_{55}^n C^2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

2-1.3 控制方程式(governing equation)

因複合材料積層板與一般平板理論有所差異，其差異性在於複合積層平板必須考慮到每一層薄片的力學性質，然後再將它們累加起來，始可得到合應力及合應力矩(Stress and Moment Resultants)（如圖 2-2），複合積層平板之應力與應力矩為

$$N_i = \sum_{n=1}^N \int_{Z_n}^{Z_{n+1}} Q_{ij}^n \epsilon_{ij} dz = \sum_{n=1}^N \int_{Z_n}^{Z_{n+1}} Q_{ij}^n (\epsilon_j^0 + z \kappa_j^0) dz = A_{ij} \epsilon_j^0 + B_{ij} \kappa_j^0$$

$$M_i = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} z Q_{ij}^n \varepsilon_{ij} dz = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} Q_{ij}^n (z \varepsilon_j^0 + z^2 \kappa_j^0) dz = B_{ij} \varepsilon_j^0 + D_{ij} \kappa_j^0 \quad (2.10)$$

其中

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^n dz = \sum_{n=1}^N Q_{ij}^n (z_{n+1} - z_n) \\ B_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^n z dz = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N Q_{ij}^n (z_{n+1}^2 - z_n^2) \\ D_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^n z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^N Q_{ij}^n (z_{n+1}^3 - z_n^3) \end{aligned} \quad (i,j=1,2,6) \quad (2.11)$$

其中 z_n 為第 n 層薄板之表面到中間面的距離， A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} ($i,j=1,2,6$) 分別代表拉伸、耦合、彎曲勁度矩陣(Extensional Stiffness Matrix、Coupling Stiffness Matrix、Bending Stiffness Matrix)，將合力及合力矩寫成矩陣形式如下：

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{0,x} \\ v_{0,y} \\ u_{0,y} + v_{0,x} \\ \theta_{x,x} \\ \theta_{y,y} \\ \theta_{x,y} + \theta_{y,x} \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

2-2 多層一階剪變形平板理論

由於複合材料三明治板的面層與夾心層間材料性質差異性很大，而且面層是由不同纖維方向的複合材料層板所組成；因此，面層與夾心層間在同一方向的勁度會有很大的差異，所以複合材料三明治板沿整個厚度方向的位移並不如一階剪變形位移場平板理論所假設的整個板厚度為一斜率相同的直線，故將整個複合材料三明治板的每

一層當作一個一階剪變形的位移場，並考慮每一層與層之間位移的連續性(如圖 2-3)。之後將以此位移場為基礎，分析複合材料三明治板的自然頻率與模態。

2-2.1 位移與應變

多層一階剪變形平板理論是將複合材料三明治層板的每一層當作一個一階剪變形的平板來分析。假設層板任一層的位移場為

$$\begin{aligned} u^{(i)} &= u_0^{(i)}(x, y) + z^{(i)}\phi_x^{(i)}(x, y) \\ v^{(i)} &= v_0^{(i)}(x, y) + z^{(i)}\phi_y^{(i)}(x, y) \\ w^{(i)} &= w_0^{(i)}(x, y) = w^{(i)}(x, y) \\ (i &= 1, 2, \dots, M) \end{aligned} \quad (2.13)$$

其中， $u^{(i)}$ 、 $v^{(i)}$ 、 $w^{(i)}$ 分別為任一層在平板參考座標中 x 、 y 、 z 上之位移分量，而 $u_0^{(i)}$ 、 $v_0^{(i)}$ 、 $w_0^{(i)}$ 分別代表任一層之層板中間面在方向 x 、 y 、 z 上之位移量， $\phi_x^{(i)}$ 、 $\phi_y^{(i)}$ 則分別代表為任一層垂直於 x 、 y 軸之截面的旋轉量。

本文中將層數設為三層，如圖 2-4 所示，上下面層為非等向性材料，中心層為等向性材料，依據式(2.13)，並考量每一層於交界面上的位移必須連續，可得每一層的位移場為

$$\begin{aligned} u^{(1)} &= u_0^{(1)}(x, y) + z^{(1)}\phi_x^{(1)}(x, y) \\ v^{(1)} &= v_0^{(1)}(x, y) + z^{(1)}\phi_y^{(1)}(x, y) \\ w^{(1)} &= w^{(1)}(x, y) = w(x, y) \end{aligned} \quad (2.14a)$$

$$\begin{aligned} u^{(2)} &= u_0^{(2)} + z^{(2)}\phi_x^{(2)} = u_0^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(1)}\phi_x^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(2)}\phi_x^{(2)} + z^{(2)}\phi_x^{(2)} \\ v^{(2)} &= v_0^{(2)} + z^{(2)}\phi_y^{(2)} = v_0^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(1)}\phi_y^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(2)}\phi_y^{(2)} + z^{(2)}\phi_y^{(2)} \\ w^{(2)} &= w(x, y) \end{aligned}$$

(2.14b)

$$\begin{aligned}
u^{(3)} &= u_0^{(3)} + z^{(3)} \phi_x^{(3)} = u_0^{(1)} - \frac{1}{2} t^{(1)} \phi_x^{(1)} - \frac{1}{2} t^{(3)} \phi_x^{(3)} + z^{(3)} \phi_x^{(3)} \\
v^{(3)} &= v_0^{(3)} + z^{(3)} \phi_y^{(3)} = v_0^{(1)} - \frac{1}{2} t^{(1)} \phi_y^{(1)} - \frac{1}{2} t^{(3)} \phi_y^{(3)} + z^{(3)} \phi_y^{(3)} \\
w^{(3)} &= w(x, y)
\end{aligned}
\tag{2.14c}$$

其中 $t^{(i)}$ 為第 i 層厚度。

假設厚度方向應變仍保持不變 $\varepsilon_z=0$ ，應變可表示為：

$$[\varepsilon] = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial x} \\ \frac{\partial v^{(i)}}{\partial y} \\ \frac{\partial u^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial v^{(i)}}{\partial x} \\ \frac{\partial u^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial w^{(i)}}{\partial x} \\ \frac{\partial v^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial w^{(i)}}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad i=1,2,3 \tag{2.15}$$

其中 ε_x 、 ε_y 為平板參考座標中 x 、 y 上之應變， ε_{xy} 為平板參考座標中 x 、 y 上之剪應變， ε_{yz} 為平板參考座標中 y 、 z 上之剪應變， ε_{xz} 為平板參考座標中 x 、 z 上之剪應變。

對於層板的橫向振動 (transverse vibration) 問題，可假設 $u_0^{(1)}(x, y) = 0$ 及 $v_0^{(1)}(x, y) = 0$ ，並將式(2.14)代入式(2.15)，可得到應變張量 $[\varepsilon]$ ：

$$[\epsilon^{(1)}] = \begin{Bmatrix} z^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial x} \\ z^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial y} \\ z^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial y} + z^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial x} \\ \phi_x^{(1)} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \phi_y^{(1)} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.16a)$$

$$[\epsilon^{(2)}] = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} t^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial x} + \frac{1}{2} t^{(2)} \frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial x} + z^{(2)} \frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial x} \\ \frac{1}{2} t^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial y} + \frac{1}{2} t^{(2)} \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial y} + z^{(2)} \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial y} \\ \frac{1}{2} t^{(1)} \left[\frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial x} \right] + \frac{1}{2} t^{(2)} \left[\frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial x} \right] + z^{(2)} \left[\frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial x} \right] \\ \phi_x^{(2)} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \phi_y^{(2)} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.16b)$$

$$[\epsilon^{(3)}] = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{2} t^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial x} - \frac{1}{2} t^{(3)} \frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial x} + z^{(3)} \frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial x} \\ -\frac{1}{2} t^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial y} - \frac{1}{2} t^{(3)} \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial y} + z^{(3)} \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial y} \\ -\frac{1}{2} t^{(1)} \left[\frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial x} \right] - \frac{1}{2} t^{(3)} \left[\frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial x} \right] + z^{(3)} \left[\frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial x} \right] \\ \phi_x^{(3)} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \phi_y^{(3)} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.16c)$$

2-2.2 應力與應變關係

考慮一個單層複合材料平板，在材料主軸方向的應力與應變關係可以表示如下：

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ 0 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

下標1、2代表主軸方向，也就是各層纖維的方向，而 Q_{ij} 為彈性係數，定義如下：

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{E_2 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_3 \Delta} \\ Q_{13} &= \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{E_1 E_2 \Delta} \\ Q_{22} &= \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta} \\ Q_{23} &= \frac{\nu_{23} + \nu_{12}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{E_1 E_3 \Delta} \\ Q_{33} &= \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta} \\ Q_{44} &= G_{23} \quad , \quad Q_{55} = G_{13} \quad , \quad Q_{66} = G_{12} \end{aligned}$$

$$\text{其中 } \Delta = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{13}\nu_{31} - \nu_{23}\nu_{32} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_2 E_3} \quad (2.18)$$

因複合材料是由不同角度的層板疊合而成，所以必須將主軸方向的材料性質，轉換至層板的座標 $x-y$ 方向，如圖2-1所示。則在材料主軸座標系的構成方程式 (Constitutive equation) 為：

$$\{\sigma\} = [\bar{Q}]\{\varepsilon\} \quad (2.19)$$

展開寫成

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{33} & 0 & 0 & \bar{Q}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{36} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 0 \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11}C^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})C^2S^2 + Q_{22}S^4 \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})C^2S^2 + Q_{12}(C^4 + S^4) \\ \bar{Q}_{13} &= Q_{13}C^2 + Q_{23}S^2 \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11}S^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})C^2S^2 + Q_{22}C^4 \\ \bar{Q}_{23} &= Q_{23}C^2 + Q_{13}S^2 \\ \bar{Q}_{33} &= Q_{33} \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})C^3S + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})CS^3 \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})CS^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})C^3S \\ \bar{Q}_{36} &= (Q_{13} - Q_{23})CS \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})C^2S^2 + Q_{66}(C^4 + S^4) \\ \bar{Q}_{44} &= Q_{44}C^2 + Q_{55}S^2 \\ \bar{Q}_{55} &= Q_{55}C^2 + Q_{44}S^2 \\ \bar{Q}_{45} &= (Q_{55} - Q_{44})CS \\ C &= \cos \theta_i, \quad S = \sin \theta_i \end{aligned} \quad (2.21)$$

而主軸方向與 $x-y$ 方向夾角為 θ (如圖2-1)，從整個複合材料積層板而言，必須考慮各單層板之應力沿厚度方向積分，可得複合材料積層板的合力與合力矩如，如圖2-4所示，其結果如下：

$$\begin{aligned} N_i &= \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \sigma_i^n dz = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^n (\epsilon_j^0 + z \kappa_j^0) dz = A_{ij} \epsilon_j^0 + B_{ij} \kappa_j^0 \\ (Q_x, Q_y) &= \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} (\sigma_{xz}^n, \sigma_{yz}^n) dz \\ M_i &= \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \sigma_i^n z dz = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^n (z \epsilon_j^0 + z^2 \kappa_j^0) dz = B_{ij} \epsilon_j^0 + D_{ij} \kappa_j^0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

其中 $i, j=1, 2, 6$ ， z_n 則為第 n 層板之下表面至中性面的距離，如圖2-6所示， A_{ij} 、 B_{ij} 、 D_{ij} 分別代表拉伸勁度矩陣(extensional stiffness matrix)、偶合勁度矩陣(Coupling stiffness matrix)、彎曲勁度矩陣(Bending stiffness matrix)：

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^n (1, z, z^2) dz \quad i, j=1, 2, 6 \quad (2.23)$$

2-3 揚聲板的彈性支承

對於在平板邊界上有彈性支承的情況，可模擬成如圖2-5所示，邊界之彈性支承以橫向(Translation)及旋轉(Rotation)彈簧加以表示，而其所引起的應變能為：

$$U_T = \frac{1}{2} \int_S V_n w dS \quad (2.24)$$

$$U_R = \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2} \int_S M_n \phi^{(i)} dS \quad (2.25)$$

其中， U_T 為橫向彈簧所引起的應變能， U_R 為旋轉彈簧所引起的應變能， S 為彈性支承的邊界， V_n 為橫向力， M_n 為彎矩。

橫向力 V_n 及彎矩 M_n 可分別表示為：

$$V_n = K_{Ln} w \quad (2.26)$$

$$M_n = \sum_{i=1}^3 K_{Rn} \phi^{(i)} \quad (2.27)$$

將式(2.26)和(2.27)代入式(2.24)及(2.25)可將應變能表示為：

$$U_T = \frac{K_{L1}}{2} \int_0^b w^2 \Big|_{x=0} dy + \frac{K_{L2}}{2} \int_0^b w^2 \Big|_{x=a} dy \\ + \frac{K_{L3}}{2} \int_0^a w^2 \Big|_{y=0} dx + \frac{K_{L4}}{2} \int_0^a w^2 \Big|_{y=b} dx \quad (2.28)$$

$$U_R = \sum_{i=1}^3 \left[\frac{K_{R1}}{2} \int_0^b (\phi_x^{(i)})^2 \Big|_{x=0} dy + \frac{K_{R2}}{2} \int_0^b (\phi_x^{(i)})^2 \Big|_{x=a} dy \right. \\ \left. + \frac{K_{R3}}{2} \int_0^a (\phi_y^{(i)})^2 \Big|_{y=0} dx + \frac{K_{R4}}{2} \int_0^a (\phi_y^{(i)})^2 \Big|_{y=b} dx \right] \quad (2.29)$$

其中， K_{Ln} 為平板四邊的橫向剛性(Translational stiffness)， K_{Rn} 為平板四邊的旋轉剛性(Rotational stiffness)。



2-4 應變能與動能

此節討論複合材料層板的應變能與動能

考慮任一個單層複合材料層板，應變能可表示為：

$$U_p^{(i)} = \frac{1}{2} \int_V [\sigma^{(i)}]^T [\epsilon^{(i)}] dV \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.30)$$

應用上式與(2.14)、(2.19)式，可求得 $U_p^{(1)}$ 、 $U_p^{(2)}$ 及 $U_p^{(3)}$ ，複合材料層板彎曲的應變能為：

$$U_p = \sum_{k=1}^3 U_p^{(k)} \quad (2.31)$$

總應變能 U 為複合材料層板彎曲的應變能(U_p)與彈性支承引起的應變能(U_T 、 U_R)之總和。

$$U = U_p + U_T + U_R \quad (2.32)$$

每一單層板的動能 $T^{(i)}$ 為：

$$T^{(i)} = \frac{1}{2} \int_V \rho^{(i)} \left(\frac{\partial u^{(i)}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v^{(i)}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w^{(i)}}{\partial t} \right)^2 dV^{(i)} \quad ; i = 1, 2, 3 \quad (2.33)$$

應用上式與(2.14)式，可求得 $T^{(1)}$ 、 $T^{(2)}$ 及 $T^{(3)}$ ，複合材料層板的最大動能為：

$$T = \sum_{i=1}^3 T^{(i)} \quad (2.34)$$

複合材料層板的總能量泛函 Π 可表示為：

$$\Pi = U - T \quad (2.35)$$

2-5 瑞雷-黎次法(Rayleigh-Ritz method)

在本文中，利用Rayleigh-Ritz method，假設位移函數(deflection function)及橫切面轉角函數(cross-sectional rotation function)共有七個分別是 w 、 $\phi_x^{(1)}$ 、 $\phi_y^{(1)}$ 、 $\phi_x^{(2)}$ 、 $\phi_y^{(2)}$ 、 $\phi_x^{(3)}$ 及 $\phi_y^{(3)}$ ，每一個函數以無因次化可表示為：

$$w(\xi, \eta) = \sum_{i_1=1}^{I_1} \sum_{j_1=1}^{J_1} C_{i_1 j_1}^{(1)} \Phi_{xi_1}(\xi) \Psi_{yj_1}(\eta) \quad (2.36a)$$

$$\phi_x^{(1)}(\xi, \eta) = \sum_{i_2=1}^{I_2} \sum_{j_2=1}^{J_2} C_{i_2 j_2}^{(2)} \Phi_{xi_2}(\xi) \Psi_{yj_2}(\eta) \quad (2.36b)$$

$$\phi_y^{(1)}(\xi, \eta) = \sum_{i_3=1}^{I_3} \sum_{j_3=1}^{J_3} C_{i_3 j_3}^{(3)} \Phi_{xi_3}(\xi) \Psi_{yj_3}(\eta) \quad (2.36c)$$

$$\phi_x^{(2)}(\xi, \eta) = \sum_{i_4=1}^{I_4} \sum_{j_4=1}^{J_4} C_{i_4 j_4}^{(4)} \Phi_{xi_4}(\xi) \Psi_{yj_4}(\eta) \quad (2.36d)$$

$$\phi_y^{(2)}(\xi, \eta) = \sum_{i_5=1}^{I_5} \sum_{j_5=1}^{J_5} C_{i_5 j_5}^{(5)} \Phi_{xi_5}(\xi) \Psi_{yj_5}(\eta) \quad (2.36e)$$

$$\phi_x^{(3)}(\xi, \eta) = \sum_{i_6=1}^{I_6} \sum_{j_6=1}^{J_6} C_{i_6 j_6}^{(6)} \Phi_{xi_6}(\xi) \Psi_{yj_6}(\eta) \quad (2.36f)$$

$$\phi_y^{(3)}(\xi, \eta) = \sum_{i_7=1}^{I_7} \sum_{j_7=1}^{J_7} C_{i_7 j_7}^{(7)} \Phi_{xi_7}(\xi) \Psi_{yj_7}(\eta) \quad (2.36g)$$

其中 $C_{i_1 j_1}^{(1)}$ 、 $C_{i_2 j_2}^{(2)}$ 、 $C_{i_3 j_3}^{(3)}$ 、 $C_{i_4 j_4}^{(4)}$ 、 $C_{i_5 j_5}^{(5)}$ 、 $C_{i_6 j_6}^{(6)}$ 、 $C_{i_7 j_7}^{(7)}$ 為未定係數， ξ 、 η 為無因次參數，且 $x = a\xi$ ， $y = b\eta$ ， Φ_x 、 Ψ_y 係由 Gram-Schmidt 正交化法所產生的多項式函數 (polynomial functions)，亦是所謂之形狀函數 (shape function)。

以 Φ_x 為例：

$$\begin{aligned} \Phi_1(\xi) &= (\xi - B_1) \Phi_0 \\ \Phi_k(\xi) &= (\xi - B_k) \Phi_{k-1} - C_k \Phi_{k-2}(\xi) \quad k \geq 2 \end{aligned} \quad (2.37)$$

其中

$$B_k = \frac{\int_{-0.5}^{0.5} \xi \Phi_{xk-1}^2(\xi) d\xi}{\int_{-0.5}^{0.5} \Phi_{xk-1}^2(\xi) d\xi} \quad C_n = \frac{\int_{-0.5}^{0.5} \xi \Phi_{xk-1}(\xi) \Phi_{xk-2}(\xi) d\xi}{\int_{-0.5}^{0.5} \Phi_{xk-2}^2(\xi) d\xi} \quad (2.38)$$

此多項式函數必符合：

$$\int_{-0.5}^{0.5} \Phi_{xi}(\xi) \Phi_{xj}(\xi) d\xi = \delta_{ij} \quad (2.39)$$

其中 δ_{ij} 是 Kronecker，

令 $\Phi_{x1}(\xi) = 1$ 及 $\Psi_{y1}(\eta) = 1$

為求未定係數，令

$$\begin{aligned} \partial \Pi / \partial C_{i_1 j_1}^{(1)} &= 0, \quad \partial \Pi / \partial C_{i_2 j_2}^{(2)} = 0, \quad \partial \Pi / \partial C_{i_3 j_3}^{(3)} = 0, \quad \partial \Pi / \partial C_{i_4 j_4}^{(4)} = 0, \\ \partial \Pi / \partial C_{i_5 j_5}^{(5)} &= 0, \quad \partial \Pi / \partial C_{i_6 j_6}^{(6)} = 0, \quad \partial \Pi / \partial C_{i_7 j_7}^{(7)} = 0, \end{aligned} \quad (2.40)$$

將(2.24)代入上式可得一典型的特徵值方程：

$$(K - \omega^2 M)\{C\} = \{0\} \quad (2.41)$$

求解上式即可得到複合材料層板振動的自然頻率 ω 。

2-6 特徵值與特徵向量

一般探討結構系統的基本模態，係假設為無阻尼狀態下的自由振動模態，其運動方程式可寫為：

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = 0 \quad (2.42)$$

其中， $[M]$ 為質量矩陣； $[K]$ 為勁度矩陣； $\{X\}$ 為位移向量；而對任何線性結構系統而言(該系統之受力與變形關係為線性)，上式中之 $[M]$ 、 $[K]$ 均為實數對稱(Real Symmetric)矩陣。

求解任何線性結構系統時，通常假設在結構系統中，各不同部位之振動為簡諧運動，且其振頻與相位均為相同，即

$$\{X\} = \{\Phi\}e^{i\omega t} \quad (2.43)$$

$$\{\ddot{X}\} = -\omega^2\{X\} = -\lambda\{X\} \quad (2.44)$$

其中 $\{\Phi\}$ 為實向量； ω 為簡諧運動之角頻率； $\lambda = \omega^2$ 。

代回式(2.36)可得：

$$([K] - \omega^2[M])\{\Phi\}e^{i\omega t} = \{0\} \quad (2.45)$$

上式中 $\{\Phi\}$ 有非零解之條件為 $[K] - \omega^2[M]$ 為奇異性(Singular)，亦即為：

$$\det |[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (2.46)$$

上式即為此系統之特徵方程式， ω_r 為系統之第 r 各自然頻率，而相對應之 $\{\Phi\}_r$ 為特徵向量，寫成矩陣型式為：

$$\begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & \omega_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}, [\Psi] = [\{\Phi\}_1 \cdots \{\Phi\}_r \cdots]$$

2-7 受外力的振動系統

假設此系統具有比例阻尼(Proportional Damping)

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2.47)$$

其中 α 、 β 將以下述之 Bandwidth Method 和 Rayleigh Damping 取得:

(一) Bandwidth Method

如圖 2-6 所示為一振動板中心之頻率-響應圖，其中 Peak response 為某一共振頻率相對應之振幅， f_1 及 f_2 為曲線和 $peak/\sqrt{2}$ 之交點。利用下式求得共振頻率之阻尼比：

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (2-48)$$

ξ 為此共振頻率之阻尼比。



(二) Rayleigh Damping

由 Bandwidth Method 得到每一共振頻率相對應之阻尼比後，可從任二組共振頻率響應得到系統阻尼比(如圖 2-7 所示)。利用下式可以求得系統 α -damping 和 β -damping：

$$\xi_i = \alpha / (2\Omega_i) + \beta (\Omega_i / 2) \quad (2-49)$$

ξ_i ：第 i 個模態之阻尼比

Ω_i ：第 i 個模態之角自然頻率

α ：與質量矩陣有關的阻尼比

β ：與勁度矩陣有關的阻尼比

振動系統之運動方程式可寫為:

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\}\sin\omega t \quad (2.50)$$

因為 $[M]$ 、 $[K]$ 、 $[C]$ 為實對稱矩陣，所以我們將其對角化為：

$$\begin{aligned} [\Psi]^T[M][\Psi] &= \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & m_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \\ [\Psi]^T[K][\Psi] &= \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & k_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \\ [\Psi]^T[C][\Psi] &= \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & c_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.51)$$

我們將 $\{X\}=[\Psi]\{x\}$ 代入(2.43)式並乘上 $[\Psi]^T$ 可改寫成為：

$$[m_r]\{\ddot{x}\} + [c_r]\{\dot{x}\} + [k_r]\{x\} = [\Psi]^T\{F\}\sin\omega t \quad r=1,2,\dots,n \quad (2.52)$$

即可求得

$$x_r = \frac{F_r}{k_r} \left(\frac{1-\eta^2}{(1-\eta^2)^2 + (2c_r\eta)^2} + j \frac{2c_r\eta}{(1-\eta^2)^2 + (2c_r\eta)^2} \right) \quad (2.53)$$

其中 $\eta = \bar{\omega}/\omega_r$

因此，系統響應 $\{X\}$ 可得：

$$\{X\} = [\Psi]\{x\} = \sum_{r=1}^n \{\Phi\}_r x_r \quad (2.54)$$

第三章 有限元素分析模擬與聲壓計算

上述找出振動板自然模態與頻率響應之方法，亦可以透過有限元素分析計算得出，可方便使用且有良好的正確性，而本文使用的有限元素分析軟體為 ANSYS。本章先是敘述整個 ANSYS 模型的建立方式、實驗上分析參數的取得，還有陳述 ANSYS 分析模擬揚聲器聲壓曲線時所需要的聲壓公式。最後驗證 ANSYS 模型的正確性。

3-1 ANSYS 有限元素模型之建立

3-1.1 模擬元素的選擇

本節在陳述 ANSYS 有限元素模擬分析揚聲器振動板的過程，其中將選用符合多層一階剪變形理論的殼元素 Shell 91 來模擬振動板三明治加勁的區域，及單層 2mm 心層未加勁的區域。懸邊則是以薄殼元素 Shell99 模擬。揚聲板上附加的物件還有音圈和支承的材料，因為音圈部份的材料強度較揚聲板低，因此分析模擬過程中假設音圈不影響板子的結構因此音圈部份僅以質點元素 Mass21 來模擬音圈的質量附加在振動板的節點上，而支承之重量較振動板為輕，暫且忽略支承重量之影響，另外彈性支承則以彈簧元素 Spring-damper14 模擬。

3-1.2 ANSYS 模型建立步驟

前處理部分：

1. Preprocessor → Element type：選擇振動板 Shell91，懸邊元素

Shell99，彈簧元素 Spring-damper 14，音圈、支承材料的質點 mass21

2. Preprocessor → Real constant：設定元素之參數，如彈簧常數等。
3. Preprocessor → Material Props → Material Models：設定振動板元素之各材料性質。
4. Preprocessor → Modeling：由點、線、面建立振動板的模型外觀。
5. Preprocessor → MeshTool：選擇元素參數、材料性質、各元素之尺寸大小，並分割元素。
6. Preprocessor → Modeling → Copy → Nodes：將必須建立懸邊(彈簧)的地方偏移複製，偏移之距離即為彈簧之長度。
7. Preprocessor → Modeling → Create → Elements → Auto Numbered → Thru Nodes：逐一點選以兩個節點為一組之節點來建立彈簧元素，亦可由迴圈程式輔助完成此重複性動作。
8. Preprocessor → Modeling → Create → Keypoints → on Node：逐一點選音圈、支承部份的位置建立 Keypoints。
9. Preprocessor → MeshTool：選擇音圈、支承的元素參數。
10. Preprocessor → Coupling/Ceqn → Coincident Nodes：將音圈元素與振動板模型上相同位置之節點設定成具有相同的自由度，來模擬振動板上附加音圈的真實狀況。建立完成的模型(如圖 3-1 所示)。到此前處理即算完成，接下來可以做模態分析或是

聲壓分析部分。

首先說明模態分析部分：

11. Solution → Analysis Type → New Analysis：選擇分析型態，自然頻率模態分析點選“Modal”。
12. Solution → Analysis Type → Analysis Options：No. of modes to extract 為要分析的模態個數。
13. Solution → Define Loads → Apply → Structural → Displacement → On Nodes：限制彈簧元素另一端節點的全部自由度。
14. Solution → Solve → Current Ls：求解。
15. General Postproc → Results Summary：列出所有的自然頻率。
16. General Postproc → Read Results → By Pick：選出想看 Mode Shapes 的自然頻率。
17. General Postproc → Plot Results → Contour Plot → Nodal Solu：再選 Nodal Solution → Z-Component of displacement，列出 Z 方向的位移。

即可得到自然頻率及模態。

如果要分析聲壓，在 ANSYS 部分如下：

11. Solution → Analysis Type → New Analysis：選擇分析型態，簡諧頻率響應分析點選“Harmonic”。
12. Solution → Define Loads → Apply → Structural → Displacement

→ On Nodes：限制彈簧元素另一端節點的全部自由度。

13. Solution → Define Loads → Apply → Structural → Force/Moment

→ On Nodes：在位於音圈位置上的節點施予 Z 方向且相角為零之推力。

14. Solution → Load Step Opts → Time/Frequenc → Damping：輸入

系統阻尼 α 、 β 的值。

15. Solution → Load Step Opts → Time/Frequenc → Freq and

Substps：輸入欲分析頻率響應之頻寬。

16. Solution → Solve → Current Ls：求解。

17. TimeHist Postpro → List Variables：輸出振動板模型全部節點的

振幅及相角。

由上面簡諧激振分析可得到以下資料：

1. 節點編號 NodeNo(i) 及位置 $x(i), y(i), z(i)$

2. 第 i 節點在第 j 頻率的振幅 Amplitude(i,j) 及相角 phase(i,j)

3-2 ANSYS 模擬分析中各參數的取得

ANSYS 分析模擬上的質點元素、彈簧元素的各參數和模擬音圈激振的施力皆可由實驗取得。如圖 3-2、表 3-3 為珍珠板揚聲板揚聲器的阻抗圖和參數值，以下的討論將使用到參數值中的 Mms、Cms 和 BL 值，其實驗過程將在第四章中做敘述。而系統 α -damping 和 β -damping 也可從阻尼量測實驗中陳述的方法取得。

3-2.1 質點元素的參數

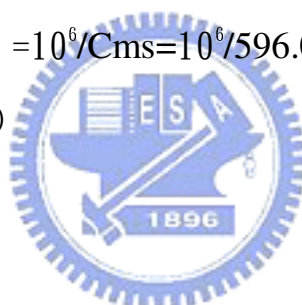
質點元素方面，音圈、支承材料質量可在組裝前直接以電子秤量測，然後將振動板、音圈、支承材料的所有的質量加總再和參數值中的 Mms 值作比較和驗證，實驗中量測加總的質量和 Mms 的值是吻合的，其中 Mms 值是揚聲器振動板系統之重量，因此可以確認所有的質點元素的參數值是可以給定的。

3-2.2 彈簧元素的參數

彈簧元素方面，彈簧彈性係數的給定可由參數中的 Cms 值計算出來，其中，Cms 值指的是系統柔度（compliance）即每牛頓力將可產生的位移。由參數中 Cms=596.044，所以：

$$\text{彈簧彈性係數 (k)} = 10^6 / \text{Cms} = 10^6 / 596.044 = 1677.728$$

單位：(牛頓/公尺)



3-2.3 激振力的給定

激振器施力方面，第四章中有提及激振力 $F=BLI$ ，而 BL 值也可由參數中取得，I 值為流過激振器線圈的電流，由於線圈阻抗 R 可由三用電錶量出，而本文量測聲壓時使用標準的量測功率為一瓦，再由公式 $W=I^2R$ (其中 W 為功率，I 為電流，R 為阻抗) 即可計算出 I 值，因此分析中激振力也是可給定的。

3-2.4 阻尼比的給定

如圖 3-3 為阻尼量測試驗時量測振動板中心點各頻率的位移圖，文獻「20」中有討論以不同之阻尼比比較聲壓曲線研究，發現阻尼比對聲壓曲線並無嚴重之影響，且 α -damping 對低頻影響較大對高頻沒什麼影響而 β -damping 對高頻影響較大對低頻沒什

麼影響，因此，本文取了兩個頻率來計算 α -damping 和 β -damping。其中，包括低頻的第一個自然頻率（如圖 3-3a）忽略 β -damping 的影響來計算 α -damping，還有在高頻區 10KHz 之後找一個明顯的突起（如圖 3-3b）忽略 α -damping 的影響來計算 β -damping。

在第一個自然頻率忽略 β -damping 的影響來計算 α -damping 由式 2-48、2-49 可得：

$$\xi = (174 - 122) / (174 + 122) = \alpha / (2 \times 2 \times 3.14 \times 148)$$

$$\alpha = 326.7$$

在 10KHz 後自然頻率忽略 α -damping 的影響來計算 β -damping 由式 2-42、2-43 可得：

$$\xi = (10730 - 9150) / (10730 + 9150) = (\beta \times 2 \times 3.14 \times 10270) / 2$$

$$\beta = 2.46 \times 10^{-6}$$



3-3 聲壓的計算及應用

依照上述 3-1、3-2 節中敘述的 ANSYS 模型建立的方式和建立 ANSYS 模型過程中需要參數的取得，所建立的 ANSYS 模型做簡諧激振分析，可以得到振動板上各節點的座標和各頻率下各節點的振幅、相角(如 3-1.2 節中的結果所述)，將以上 ANSYS 模擬得到的數據代入本節所推導的聲壓公式，即可得到振動板在各頻率下的聲壓，即可依此畫出聲壓曲線。

3-3.1 聲壓波動方程式

對平面波而言，一維波動方程式為

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.3)$$

其中 c 為聲音之速度，在常溫 24°C 時， $c=343\text{m/s}$ 。利用特徵曲線法(method of characteristics)可求得

$$p(x,t) = f_1(x - ct) + f_2(x + ct),$$

f_1, f_2 為任意函數，對於諧波聲場，可直接求解

$$\frac{d^2 \tilde{p}}{dx^2} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \tilde{p} = 0 \quad (3.4)$$

令 $k = \omega/c$ ，為波數(wave number)，可求得

$$\tilde{p}(x) = \tilde{A}e^{-ikx} + \tilde{B}e^{ikx} \quad (3.5)$$

還原成時間域的表示法

$$p(x,t) = \tilde{A}e^{i(\omega t - kx)} + \tilde{B}e^{i(\omega t + kx)} \quad (3.6)$$

其中 $\tilde{A}, \tilde{B}$ 為未定複數，對於點聲源而言，3-D 波動方程式在球面座標(spherical coordinate)為

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \tan \theta} \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.7)$$

因為點聲源是一個完全對稱的聲源，所以我們可以預期它所產生的聲場應該不會有方向性，所以可忽略與角度相關的項，所以式(3.7)可以簡化成

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.8)$$

其中 r 為點聲源距量測點的距離

上式可改寫成

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rp) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (rp)$$

故

$$\frac{\partial^2 (rp)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (rp)}{\partial t^2} \quad (3.9)$$

觀察(3.9)式的形式，可以發現它的形式和前面的一維波動方程式是一樣的，所以其解為

$$rp = f_1(r - ct) + f_2(r + ct)$$

所以

$$p(r, t) = \frac{1}{r} f_1(r - ct) + \frac{1}{r} f_2(r + ct) \quad (3.10)$$

而一個點聲源只會發出外傳波(outgoing wave)，

$$p(r, t) = \frac{1}{r} f_1(r - ct) \quad (3.11)$$

對於簡諧球面波(harmonic spherical wave) 而言

$$p(r, t) = \frac{\bar{A}}{r} e^{i(\omega t - kr)} \quad (3.12)$$

對面積為 δs 的微小振動板而言，距離振動板 r 的聲壓可由 Rayleigh' s first integral 計算出來，積分形式如下

$$p(r,t) = \left(\frac{i\omega\rho_{\text{air}} u_d \delta s}{2\pi r} \right) e^{[i(\omega t - kr)]} \quad (3.13)$$

對一塊振動板而言，聲壓

$$p(r,t) = \frac{i\omega\rho_{\text{air}}}{2\pi} e^{i\omega t} \int_s \frac{u_d(r,t) e^{-ikr}}{r} dS \quad (3.14)$$

設 $A_d(r,t) = A e^{i(\omega t - kr)}$

則 $u_d(r,t) = i\omega A e^{i(\omega t - kr)} = i\omega A_d(r,t)$

所以

$$p(r,t) = \frac{-\omega^2 \rho_{\text{air}}}{2\pi} e^{i\omega t} \int_s \frac{A_d(r,t) e^{-ikr}}{r} dS \quad (3.15)$$

$$p(r,t) = \frac{-\omega^2 \rho_{\text{air}}}{2\pi} \sum_i A_d(r_i,t) \times e^{i(\omega t - kr_i)} \frac{\Delta S}{r_i} \quad (3.16)$$

$$p(r,t) = \frac{-\omega^2 \rho_{\text{air}}}{2\pi} \sum_i (A_d(r_i,t) \times \cos(\omega t - kr_i)) \frac{\Delta S}{r_i} \quad (3.17)$$

現在假設聲源的力是簡諧激振的模式，並且其簡諧激振響應的解採用穩態解。並考慮聲音接收處是位於垂直中心點 r 處，接收時間考慮使用的頻率區間，則：

$$P(\text{frequency}) = \frac{-\omega^2 \rho_{\text{air}}}{2\pi} \sum_i (A(x_i, y_i) \times \cos(\theta_i - kr_i)) \frac{\Delta S}{r_i} \quad (3.18)$$

其中 $p(r,t)$ 為量測點與振動板距離 r 處的聲壓， ρ_{air} 為空氣密度， $u_d(r,t)$ 為振動板表面元素之速度大小， $A(x_i, y_i)$ 為振動板表面元素之振幅大小， ω 為當時之激振頻率， θ_i 為板子當時之相位角， r_i 為量測點與振動板表面元素 ΔS 之距離(如圖 3-4)， k 為波數($\frac{\omega}{c}$)， $j = \sqrt{-1}$ 。

其中 $A(x_i, y_i)$ 、 θ_i 、 r_i 的結果可由有限單元分析軟體 ANSYS 進行簡諧激振響應分析得到。

在實務上，通常量測聲音使用的尺度是分貝(decibel)符號是(dB)，它基本上是一個對數尺度(log scale)，採對數尺度主要原因是聲音的動態範圍非常之大，同時人耳對音量的感覺也是比較接近對數尺度。

聲壓位準(Sound Pressure Level)

$$SPL = 20 \log \left(\frac{P_{rms}}{P_{ref}} \right) (dB) \quad (3.19)$$

P_{rms} 為量測點聲壓之均方根值為

$$P_{rms} = \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |p(r,t)|^2 dt \right]^{1/2} \quad (3.20)$$

聲壓參考值 $P_{ref} = 2 \times 10^{-5} \text{ pa}$

一般在測量聲壓的儀器看到的聲壓曲線即為頻率響應曲線，縱軸為(dB)，橫軸為激振頻率。



3-4 ANSYS 模型之驗證

3-4.1 模擬元素的選擇與收斂性

由參考文獻[15]中的三明治結構驗證，其尺寸為延著纖維方向為 1.83 公尺、垂直纖維方向為 1.22 公尺、心層厚度為 0.0064 公尺、面層厚度為 0.000406 公尺，三明治疊層方向為 $[0^0/0^0/0^0]$ ，其中，心層和面層材料的材料常數和密度(如表 3-1)，而其三明治板的邊界條件為簡支承(simple support)。以此相同的尺寸、材料常數、支承條件，再以不同的 ANSYS 元素作自然頻率的模態分析取其前六個頻率與文獻中的結果做比較(如表 3-2)。由表中比較結果可得，理論基礎為一階剪變形的元素 Shell91 分析結果一致。

自然頻率對於簡諧激振分析(Harmonic Analysis)上有很大的影響，若在 ANSYS 分析模型的網格不夠細密，會造成模擬分析上的誤差，所以在更進一步研究系統分析前，必須先確認 ANSYS 模型所分割之網格密度是否在收斂範圍內，因此以三種不同的網格密度，分析 0~20kHz 內的自然頻率，圖 3-5 為均質之珍珠板振動板之自然頻率收斂圖，可在圖中看出自然頻率皆已達到收斂值，但考慮分析運算的時間與精確度，往後分析模型之網格大小皆以元素數目 1595 來進行模擬。

3-4.2 聲壓模擬的驗證

經由前面兩節陳述可得知整個揚聲器的振動系統在模擬分析上是由揚聲板 Shell91 的殼元素、音圈材料 Mass21 的質點元素和彈性支承 Spring-damper 14 的彈簧元素所組成的。因此先選定由均質珍珠板為揚聲器之揚聲板，組裝後量測聲壓曲線。再與 ANSYS 中建立之相同模型，計算出各節點位移與相角，經由聲壓公式計算後所得之曲線，互相比較兩條曲線，如圖 3-6。可得知實驗和分析模擬出來的兩條聲壓曲線有相同的趨勢，由此可實驗驗證出此 ANSYS 模型是具參考價值的。接下來則選定非等向性之純巴桑木為揚聲板，重複上述之驗證過程，得實驗與模擬之聲壓曲線如圖 3-7，可知有些許的不同但趨勢大致上是相同的，其主因為巴桑木為天然材料，材料常數並非一穩定值，因此，亦可驗證 ANSYS 之正確性。

第四章 平面揚聲器之研製及實驗

聲音為結構振動使空氣產生速度所造成，平面揚聲器振動板主要以振動板的剛體運動與振動板的變形兩種效應產生聲音，也因為激振器推動振動板，使振動板表面元素之空氣產生速度，進而產生聲壓，由於振動板之振形有凹有凸(如圖 4-1)，所以產生之空氣速度亦有正有負，因此聲壓才有高低起伏的現象，一般這個起伏較大的聲壓變化稱為中音谷，在一條平滑的聲壓中，中音谷的出現將使的聲音在中音谷部份無法表現，導致揚聲器無法表現出所有頻率的聲音而影響揚聲器的品質。揚聲器單體的基本結構(如圖 4-2)可分為振動板部分、音圈部分、磁鐵部分，由電磁學的電能轉為力學能的公式為：

$$F=IBL \quad (4.1)$$

其中 F 為激振力(N)， B 為磁場大小(Tesla)， I 為電流大小(A)， L 為線圈長(M)

振動板由音圈電磁力產生推力 F ，來激振揚聲器振動板。

在單一自由度剛體運動方面，由振動學公式 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}$ (其中 K 為系統之彈性係數、 M 為系統質量)，其中頻率在 f_0 之後才開始有較平穩的聲壓值表現，所以在一定的激振力下降低彈性支承的彈性係數、增加振動板的剛性和減低質量將是改善揚聲器的關鍵點。

本章陳述內容主要為介紹彈性支承的功能，再敘述具彈性支承之平面揚聲器的製作過程，及過程中所遇到之問題及解決的方法，還有揚聲器的各種實驗的程序。

4-1 彈性支承之功能

傳統錐盆式喇叭單體的外圍都會有一圈支承，用來將錐盆固定在框架上，讓錐盆能夠藉音圈的控制而前後運動，並且使錐盆能在運動完畢後歸回原位，簡而言之，支承的主要功能就是定向和定位。常見的支承截面形狀為弧形、半圓形或波浪形，材質則有紙、泡綿、布、橡膠，其中布及紙在製作時需塗上一層膠使材料成型，故製作完成之支承會較硬並缺乏彈性，而泡綿及橡膠的材質較柔軟且具有彈性，製作上只需加熱加壓即可成型，通常視需要而選擇材質搭配及設計截面之形狀。而傳統截面為半圓形或波浪型的彈性支承(如圖 4-3)雖已達到降低整個振動系統彈性支承彈性係數的效果，但是這種支承在低音承受稍大一點振幅時，及呈現出明顯的非線性的彈性支承力，這對揚聲器低音的原音重現有非常大的不良影響，解決方式如本文敘述，建立以玻璃纖維或碳纖維為材料的彈性機構做支承頂住揚聲器振動板使揚聲器振動板能定位且定向並且在振動完畢時能歸回原位。

如前文所敘述，一個好的揚聲器彈性支承的彈性係數要越小越好，使得揚聲器的起始頻率 f_0 下降，但是越低的 f_0 將造成越大的振幅，且運動過程中的穩定度勢必大大的下降，一個好的揚聲器支承的設計，就是在降低振動系統 f_0 為前提下，能保持振動板定向穩定運動，且在往復過程中能將振動板和激振器之間定位，使音圈不至於和磁鐵產生磨擦，而產生不穩定的運動，並且在低頻的大振幅下，能給予振動板穩定的支承力，使得揚聲器在低頻時能有更真實的表現。

4-2 揚聲器之製作

4-2.1 複合材料疊層板之製作

- (1)首先由冷凍庫中取出複合材料預浸材，並在室溫下靜置 12~14 小時。
- (2)將預浸材依需要的疊層數目、角度和大小剪裁、堆疊。
- (3)在鐵板上依序放置輔助材及複合材料(如圖 4-4)，並抽真空，再將模具送上熱壓機(如圖 4-5)，依加溫時間-溫度關係及溫度-壓力關係(如圖 4-6)來控制複合積層板成型條件，所示。
- (4)等時間一到，關掉熱壓機的溫度，使試片在室溫下自然冷卻，待冷卻到室溫時，再將積層板取出，即製作完成。

4-2.2 振動板之製作

- (1)首先先依需要裁出所需要的巴桑木的尺寸，本文探討的揚聲器振動板尺寸皆為長度 116mm、寬度 26mm、厚度 2mm 形狀如圖 4-7。
- (2)依照 4-2.1 之步驟壓製出所需要的複材疊層板，本文用來加勁巴桑木板用的複材板皆為厚度為 0.125mm 的單層碳纖維疊層板。
- (3)將 AB 膠以 A 膠比 B 膠等於 1:0.8 的比例混合調成。
- (4)將製作完成的複合材料疊層板依照需要切割成適當的寬度和長度，再依照需要的結構用 AB 膠將切割完成的複合材料疊層板黏合在振動板需要的位置上（如圖 4-7）。
- (5)最後放置陰涼處 18 小時，使其完全密合。

4-2.3 彈性支承之製作

- (1)將碳纖預浸材或其他纖維材沿纖維向裁切成 2mm 條狀。
- (2)於門字型模具依序放入輔助材與條狀碳纖，如圖 4-8。
- (3)依 4-2.1 之步驟壓製所需要的門字型支承，所製作出碳纖支承為一層碳纖與一層 PE 薄膜共兩層壓制而成。
- (4)等時間一到，關掉熱壓機的溫度，使試片在室溫下自然冷卻待冷卻到室溫時，再將門字型碳纖支承取出，如圖 4-9、4-10
- (5)兩條門字型支承為一組系統固定於橫樑中，並於黏著振動板處在以泡綿膠接黏兩側增加支承與板之接觸面積。

4-2.4 彈性矽膠懸邊之製作

- (1)首先裁切適當大小之不織布。
- (2)不織布下方貼放一層 PE 薄膜，以防止矽膠污染桌面，並於兩側放置 1mm 的玻纖墊片，擠出適量之矽膠於不織布上，以刮刀將矽膠平整的塗布於不織布上如圖 4-11。
- (3)將塗布矽膠後之不織布，以 100℃ 乾烤五分鐘，以加速其硬化時間。
- (4)將塗布矽膠後之不織布，至入懸邊模具中，至入熱壓機中加壓成型，待冷卻後，即可將懸邊取出，如圖 4-12。

4-2.5 平面揚聲器之製作

- (1)由上述 4-2.1~4 所製作之零件備妥，即可一下列步驟組裝為平面揚聲器。
- (2)將振動板與外框固定於定位器中，將門字型支承系統黏著於振動板與外框。

(3)以音圈定位器將音圈黏著於振動板上。

(4)在將懸邊黏著於振動板與外框，等待黏著劑乾燥固定，即完成揚聲器製作，如圖 4-13。

4-3 支承研製之問題討論

在傳統錐盆式揚聲器中，定位音圈使其在磁隙中穩定運動的機構為彈波，而其作法通常是以纖維布壓製成環狀如圖 4-14。但若需要有良好的彈性時，彈波的直徑勢必要增長，如此揚聲器的整體寬度會被彈波所限制，較不適合長形揚聲器之製作。因此本文中，不以彈波作為定位音圈之機構，而使用碳纖門字型支承作為揚聲器主要之支承。

本節討論揚聲器彈性支承設計過程中所遇之問題與解決方法。

4-3.1 支承材料的選擇

由於揚聲器作動時為往復的週期運動，所以支承材料本身要能夠有良好的抗疲勞性，而且支承黏著於振動板上，會將重量附加於其上，為了使聲壓位準有較高之表現，所以必須選擇質量輕的材料。綜合以上，支承材料的選擇有兩大重點，一為抗疲勞性；二為質量輕。先前的設計為使用塑膠薄片作為支承材料，但其不耐疲勞，若經常時間振動，塑膠片容易會在轉折處發生破裂而導致失效。因此，最後的材料選為由碳纖與 PE 薄膜所組成之複材結構，其滿足了耐疲勞與質量輕之兩大重點。

4-3.2 支承形狀之設計

為了方便製作彈性支承，採用了幾何形狀簡單的門字型支承，在製作時只需要將適當寬度的碳纖條置於模具中，在以 4-2.1 之方法即可製作出所需的彈性支承，而這種門字型彈性支承也能提供良好的彈

性，符合所需之 f_0 值。但 Γ 字型支承有一缺點為，振動板往外與往內之彈性係數並不一致，如圖 4-15。振動板往外時，由於 Γ 字型支承垂直段受拉力不易變形，只能藉由水平段提供變形，如此導致彈性係數較大，而往內時， Γ 字型支承垂直段受壓力會往側向彎曲，增加了柔軟度，因此導致彈性係數較低。在彈性支承往外與往內彈性係數不同之情況下，振動板運動並不對稱，如此會使聲音聽起來有跳動的感覺。為解決此問題，於是在 Γ 字型支承水平段上增加了波浪設計，提高其變形能力，經由實驗後發現，往外與往內之彈性係數已相當接近如圖 4-16，因此往後之製作皆會採用此設計。

4-4 揚聲器各種實驗程序

4-4.1 阻尼量測實驗

本實驗使用 B&K 的 PULSE 頻譜分析儀和雷射測速儀進行振動板之頻率-響應量測，並藉由 Bandwidth Method 來計算各激振頻率之系統阻尼比。

(一) 基本設備有：

- (1) PULSE 信號收集及處理器
- (2) PULSE 軟體
- (3) Polytec OFV350 雷射測速儀
- (4) Polytec OFV2500 測速儀控制器
- (5) 個人電腦
- (6) 組裝好之平面揚聲器

將儀器(如圖 4-17)所示般架設。

(二) 實驗程序

- (1)將待測之平面揚聲器放置在一固定台上。
- (2)啟動 PULSE 程式，設定好量測頻寬、解析度、激發方式、訊號模擬方法等。
- (3)先將 OFV2500 控制器接上 OFV350 雷射測速儀對平面揚聲器進行對焦，盡量使控制器接受訊號強度達到最大，再將 PULSE 訊號分析儀之訊號(輸出電壓)經電纜線接到激振器上。
- (4)驅動激振器，並將傳回的訊號分析處理，由於所傳回之訊號為振動板之速度，需要將訊號對時間做一次積分以便得到振動板的位移響應。
- (5)利用 Bandwidth Method 處理振動板之位移響應，以得到某自然頻率之阻尼比。

4-4.2 聲壓實驗

聲壓量測以 LINEARX 公司出的 LMS 聲壓測試系統。

設備介紹如下：

- (1)LMS 聲壓測試系統(內含寬頻雜訊產生器、聲壓頻譜分析)
- (2)桌上型電腦
- (3)訊號放大器(Amplifier)
- (4)麥克風

將揚聲器 (如圖 4-18)所示般架設在障板上。

量測步驟如下：

- (1)將揚聲器架設妥當。
- (2)軟體內部校正及外部校正，並將環境設定完成(如：測試頻寬、測試速度、解析度)。
- (3)麥克風放置在離揚聲器中心一公尺外之同一高度腳架上。
- (4)待一切準備就緒，啟動電腦發出訊號，由麥克風接收聲壓訊號，

傳回電腦。

(5)將曲線平滑處理，平滑的參數是 1/3(Octave Width to Smooth By 0.3333)，即可得出頻率響應之聲壓分貝圖。

4-4.3 阻抗量測實驗

同上使用 LMS 系統，經過校正後，可量測出揚聲器系統的阻抗圖，圖中阻抗曲線第一個突起的頂峰頻率就是整個揚聲器系統的第一個自然頻率 f_0 。

4-4.4 參數量測實驗

同阻抗量測試驗，量測出第一條同上未加質量時的阻抗曲線，再附加額外的質量黏著在板子中央處，所附加的質量要讓附加質量後量測出的阻抗曲線的第一個突起頂峰頻率較第一條阻抗曲線的第一個突起頂峰的頻率值減少 20%~50%才可計算出準確的參數值，一般來說所附加的質量接近振動板的質量即可在此範圍內。

量測出兩條阻抗曲線後，輸入振動板的面積和附加的質量即可計算出所要的參數。

第五章 附加質量振動板與聲壓曲線

聲壓曲線可以讓初步的了解到一揚聲器的優劣。良好的聲壓曲線為，起始頻寬 (f_0) 較低，而在 f_0 之後則為平穩的曲線，但是在長條形平面揚聲器聲壓曲線中，在中音域易有落差，稱為中音谷。而在本文中所選定尺寸之振動板所製做的平面揚聲器，亦有此問題存在，如圖 3-8。為了製作有良好表現之長條形揚聲器，則須改善中音谷的落差問題，因此必須先將中音谷發生的原因探究清楚。

5-1 中音谷發生原因

聲音為物體振動推動空氣產生的疏密波，經由耳朵或是麥克風接收所聽到。若揚聲器的振動板為理想的剛體時，振動板受激振並不會產生局部變形，而形成穩定的疏密波，在理論分析中則會是一條平穩的曲線。而實際上揚聲器振動板受激振時，會發生共振模態，使得振動板產生局部的變形，會有不同的振幅與相位，因此振動板不再是一個剛體運動，若當有反相位的振形發生，會減少推動空氣的體積，因而降低了聲壓。因此若當振動板、懸邊與支承在受激振時產生了不同的相位，就會影響了聲壓曲線，於是在 ANSYS 中開始找出何者的影響較為嚴重，進而達到改善中音谷之情形。

在第三章中，確定了 ANSYS 模型的正確性，因此開始對振動板、懸邊、與支承的自然頻率開始做討論。依第三章之建模方法，可以將板與懸邊之自然模態求出，圖 5-1 為巴桑木結合懸邊之自然頻率振形圖，在與聲壓曲線比較，可以得知在 700 Hz 附近有一聲壓落差對照自然頻率可以發現，是由振動板的模態振形 (648 Hz) 所產生的落差，此模態的特徵為有兩條節線，將板區分為三塊區域，因此振動板受激振時，形成中間凸起兩側凹下的振形，也驗證了先前的說法。

而再分析中 1500Hz 附近也有一小聲壓落差，對照模態圖中發現為懸邊變形所導致的聲壓落差，但是此落差幅度不如振動板變形導致的聲壓落差明顯，且於實驗中此落差之程度較小，因此可先暫且忽略懸邊對聲壓的影響。而在第四章中討論過支承的影響，發現當不同形狀的碳纖支承對聲壓曲線的影響不大如圖 5-2。綜合以上討論，可以說明長形平面揚聲器的中音谷落差的主要原因為振動板的變形所致。

因此，增加振動板的剛性是改善中音谷情形的一個方式，如碳纖三明治振動板。雖然對中音谷的落差有改善，但此種方式會使振動板質量過重，造成整體的感度降低，大大的影響揚聲器發聲的效率。下段將在詳細說明。因此本文提出另一種方法可使中音谷落差減少以求有更平滑之聲壓曲線，同時也具較高之感度。

5-2 附加質量振動板

經先前討論可得知，影響聲壓曲線最主要的是振動板的變形，若想要改善中音谷情形則必須改變其振動板模態，使其產生抵銷之面積減少或是位移量降低。在第二章中討論到一結構系統的基本模態可以將其運動方程式表示成式 (2.44)，可以發現若要改變其基本模態，可以改變的參數為系統的勁度矩陣與質量矩陣。在一般的複合材料加勁振動板即為改善系統的勁度矩陣，以求有更好之聲壓表現。因此改變系統之質量矩陣也可達到改變系統模態之功能，所以開始對揚聲振動板做附加質量討論其對聲壓之影響。

5-2.1 附加質量位置

首先討論所要附加質量之位置。於振動板上區分出對稱的三個區域，如圖 5-3，分別為靠近兩側（P1）與靠近音圈（P3）與介於此兩種之間（P2）。開始建立 ANSYS 模型，在此先選定以純巴桑木為振動板，附加質量一側為 0.5g，分別在此三對稱區域以 Mass21 元素模擬。所得聲壓曲線如圖 5-4~6，可以發現以 0.5g 為附加質量加於振動板上，在 P1 位置會有明顯的改善中音谷落差之情形如圖 5-4，但 P2 與 P3 位置反而會使中音谷落差更為劇烈如圖 5-5~6，因此對照其模態圖位移量如表 5-1，比較振動板中心位置 (0,0) 與最邊緣之 node 點 (58,0) 的 z 方向位移量發現，附加質量於 P1 處邊緣之位移量會被抑制，而 P2 與 P3 位置則與純巴桑木相距不大；比較中心處與邊緣處之位移量比值，也可發現在 P1 處比值較純巴桑木小，P2 與 P3 處比值與純巴桑木相似如表 5-4~5，因此附加質量於 P1 處可使板兩側變形減小達到使中音谷落差變小之效果。

5-2.2 巴桑木板附加質量

經以上討論可知，對振動板附加質量於適當位置可以使聲壓曲線中的中音谷落差減緩，因此，再進一步的討論何種附加質量是最適當的，於是在 ANSYS 中於 P1 處討論最佳附加質量，先以簡單的純巴桑木為振動板，因巴桑木具有質量輕，且具較佳的強度之優點。數據整理如表 5-1，對照聲壓如圖 5-7，在表中可以看出由於附加質量的影響，使得產生中音谷之模態頻率往低頻移動，因系統之總質量變大，而振動板中心(0,0)的位移量逐漸變大，振動板側(58,0)的位移量逐漸縮小，如此可說明產生中音谷之振形所抵消的量變小，進而減低中音谷的落差。再對照中音谷振形之節線如圖 5-8 也可以發現節線逐漸的

往外側移動，也是將產生抵消的區域變少再次可驗證之前所提到的改善中音谷之方法。

5-2.3 碳纖三明治振動板與附加質量影響

一般想解決中音谷之方式為增加振動板的剛性，使其在受激振時所產生的板位移減小，減低振動板上相位不同之面積所產生的聲壓下降效應。最常見的就是以碳纖維整面加勁於振動板上形成三明治結構。此方法可使聲壓曲線中中音谷發生頻率往高頻移動，也使中音谷之落差減少，但對照純巴桑木振動板比較如圖 5-9，碳纖三明治板的中音谷落差為 10dB 是較純巴桑木振動板來的少，但整體之聲壓位準在 80dB 之下。造成感度下降的原因為，純巴桑木的密度只有約 210 kg/m³，但碳纖預浸材的密度卻高達 1747 kg/m³ 兩者密度相差了 8 倍之多。2mm 純巴桑木重量為 1.2g，而碳纖三明治卻重達 2.6g，如此重量差異，造成了感度下降，影響了揚聲器的效率。

碳纖三明治板對聲壓曲線是有幫助，但是中音谷問題依舊存在，若一前述方法在 P1 處附加質量，分析其聲壓曲線，發現附加質量於碳纖三明治板上亦會對中音谷之落差有幫助，如圖 5-10、表 5-2。但是附加質量於 P2 與 P3 處並不會對中音谷之問題有所改善如圖 5-11，此種趨勢與純巴桑木相同。但碳纖三明治板已經過重又在附加質量，如此聲壓感度更低，會使得揚聲器效率更差。

5-2.4 碳纖局部加勁振動板與附加質量影響

因碳纖三明治板重量太重，會影響揚聲器之效率，但振動板也需要基本的剛性，因此將考慮以局部加勁方式來製作揚聲器振動板。加勁的方式為在巴桑木板的長邊兩側上下各加一面 3mm 寬的碳纖，如

圖 5-12。因產生中音谷之模態皆為長軸向的彎曲，因此將振動板的兩側至作成三明治勒條，如此加勁方式可以使板剛性提高，且此振動板重 1.4g 並不會造成振動板過重，進而影響了揚聲器感度。

此結構可使中音谷發生頻率往高頻移動，但此依舊會有中音谷問題存在，依先前方法在 P1 處附加質量結果如表 5-3、圖 5-13 所示。可使中音谷之落差減少。於 P2 與 P3 位置附加質量如圖 5-14，並不會對中音谷有所改善，與純巴桑木和碳纖三明治板有相同趨勢。

5-2.5 碳纖局部加勁減重振動板與附加質量影響

上述情況以碳纖局部加勁之振動板重量為 1.4g，但仍然想在減輕振動板質量，以求有更高的感度。因此設計長邊兩側以 2mm 三明治結構，中間層則是以 1mm 之巴桑木，圓弧的兩側為 2mm 之巴桑木，如此設計可達到增加板之剛性與事先在兩側附加質量，如圖 5-15。依先前之方法於 P1 處附加質量，結果如表、圖 5-16 所示。雖然可以使中音谷之落差減少，但是在 8kHz 附近卻產生了更大的落差，對照其模態如圖，發現由於中間層為 1mm 巴桑木，其剛性不足，產生了局部的變形導致抵銷聲壓之區域變多如圖 5-17，形成了不好的影響，因此，可得知振動板必須具備基本的剛性以抵抗振動板變形。

5-3 結果與討論

以上討論為不同之揚聲器振動板並附加質量，整理數據如表 5-1 ~3。由表中可發現：

(1) 不同振動板附加質量於振動板 P1 處，可改善中音谷落差之情形。不同振動板附加質量於振動板 P2 與 P3 處，對中音谷並無改善。

可得附加質量於長形揚聲器振動板之彎曲模態節線外可改變振動板之振形，改善中音谷之落差。

(2) 各種振動板於 P1 處附加質量，有一臨界值。在未附加質量之前中音谷聲壓曲線皆為先突起而後下降，此原因為在激振頻率在共振頻率附近時，會有相位的反差。而逐漸的附加質量後，中音谷落差的變小但是超過一臨界值時，會使聲壓曲線先下降而後上升，因系統之質量矩陣改變，而經過此臨界值後，中音谷之聲壓落差又會顯現出來，而附加質量會使振動板重量增加，而降低了感度，因此有一最佳之附加質量，可使中音谷落差減緩且不會使整體感度過低。如圖 5-18~20

(3) 比較各種振動板中心點與端點模態位移量，得此比值之絕對值在 1.5~1.7 時，中音谷之落差較小，如圖 5-21。此可幫助以後作於振動板之設計，可事先於 ANSYS 中模擬出振動板之彎曲模態位移量比值，若接近 1.5 應可使中音谷落差情形減小。

(4) 比較上述各種振動板之聲壓曲線，附加質量少、中音谷落差小且感度較高之曲線為以碳纖局部加勁振動板。可達到理想揚聲器之設計。如圖 5-26。

5-4 實驗驗證

依第三章之作法，做出上述之振動板，並製作出揚聲器。依第三章量測聲壓之方法得聲壓曲線，附加質量之方法為使用矽膠質量塊背面以雙面膠黏著於振動板上，使用矽膠質量塊的原因為矽膠質軟黏著

於振動板並不會對振動板的剛性有所影響，實驗方式如圖 5-22，考慮純巴桑木振動板、碳纖三明治振動板與碳纖局部加勁振動板揚聲器，量測聲壓曲線如圖 5-23~25，可知有相同趨勢，比較實驗中音谷發生之頻率與 ANSYS 振動板彎曲之自然模態頻率其誤差值為 5 %如表 5-6~8。在實驗中聲壓曲線在中音谷發生之頻率附近在未附加質量之前與附加質量之後亦有落差之反向情形發生，與 ANSYS 模擬有相同趨勢，如圖 5-23~25。因此可再度驗證 ANSYS 模型之正確性。

5-5 不同長寬比之振動板附加質量討論

因先前之分析都是針對特定尺寸之振動板討論，為了確定附加質量可使長形揚聲器之中音谷問題得到改善，在此以實驗方法來驗證本文所提出之方法。選定長寬比更大之振動板，長 190mm，寬 30mm 之振動板所製作出之揚聲器，附加質量於兩側位置，如 P1 處，量測聲壓曲線，實驗結果如圖 5-27。可得類似先前討論之情形，因此以附加質量改善長形揚聲器之中音谷問題，適用於不同長寬比之揚聲器。

第六章 結論與未來研究方向

6-1 結論

由於電視與顯示器的平面化趨勢，所搭配的揚聲器也由傳統的錐盆式揚聲器改為平面式揚聲器。而長形之平面揚聲器應用於薄形顯示器之中會有較佳的空間利用，但對長形平面揚聲器而言，其聲壓曲線於中音域時易出現一明顯之落差，稱為中音谷。若要此揚聲器有良好的表現時，必須將中音谷之落差減緩，使得聲壓曲線變的平緩。揚聲器另一重點為其彈性支承，此系統決定了揚聲器的低音表現，良好之揚聲器的系統共振頻率（ f_0 ）要低，如此才能使揚聲器的頻寬增加，因此設計揚聲器時必須考慮此二因素。

由於本文中揚聲器之尺寸，因寬度較小若應用傳統的彈簧作為彈性支承時，會使得 f_0 過高，而讓低音的品質不良，因此研製出 Γ 字型波浪碳纖支承。於第四章中討論到，先前之設計為單純之 Γ 字型碳纖支承，已可以穩定的支撐振動板，可達到 10W 之功率且 f_0 於 150Hz 附近之設計需求，但有一缺點為振動方向不同時其彈性係數不同，因此將其改善為 Γ 字型波浪支承，經實驗後，不同振動方向之彈性係數以相當接近，因此達到所設計的需求。

由於為長形揚聲器，在中音域時聲壓曲線容易有一落差，此落差會使得揚聲器表現不良，為解決此問題，於本文中提出了以附加質量之方法，改變振動板之模態振形比例，能使振動板產生之不良效應之面積減少，以改善中音谷之情形。並且討論以不同加勁方式之振動板與附加質量位置和重量之間的關係，發現剛性越高之振動板，所需附加之質量越輕，可達到減緩中音谷之情形且不使感度下降太多之效

果。

6-2 未來研究方向

於第五章討論中發現附加質量有一臨界值，並非加越重可使中音谷之落差越小，而且各種不同加勁之振動板所需要加的重量也不盡相同，因此往後可先找出較為適當之加勁方式，使振動板又輕又硬，再配合附加質量之效果使得中音谷之落差更趨平緩，並且能讓附加質量降低，達到高感度良好揚聲器之表現。



参考文献

1. Reddy, J. N. , Energy and Variational Methods in Applied Mechanics , Junuthula Narasimha , 1945.
2. Mindlin, R. D. , Influence of Rotatory Inertia and Shear Deformation on Flexural Motion of Isotropic , Elastic Plates , J. Applied Mechanics , vol.18 , pp. 33-38 , 1951.
3. Whitney, J. M. , Shear Correction Factor Laminates Under Static Load , J. Applied Mechanics , vol.40 , pp.302-304 , 1973.
4. Whitney, J. M. , Stress Analysis of Thick Laminated Composite and Sandwich Plates , J. Applied Mechanics , vol.40 , pp.302-304 , 1973.
5. Reissner, E. , Finite deflection of sandwich plates J. Aeronaut. Sci. July , pp.435-440 , 1948.
6. Liaw, B. D. and Little, R. W. , Theory of bending multiplayer sandwich plates , AAIA J. , vol.5 , pp.301-304 , 1967.
7. Azar, J. J. , Bending theory of multiplayer orthotropic sandwich plates , AIAA J. , vol.6 , pp.2166-2169 , 1968.
8. O'Connor, D. J. , A finite element package for the analysis of sandwich construction , Compos. Struct. , vol.8 , pp.143-161 , 1987.
9. Kanematsu, H. H. , Hirano, Y. and Iyama, H. , Bending and vibration of CFRP-faced rectangular sandwich plates , Compos. Struct. , vol.10 , pp.145-163 , 1988.
10. Chiba M. , Sugimoto T. , Vibration characteristics of a cantilever plate with attached spring-mass system, J. Sound and Vibration , vol.260, pp.237-263, 2003
11. Ciancio P.M., Rossit C.A., Approximate study of the free vibrations of a cantilever anisotropic plate carrying a concentrated mass, J. Sound and Vibration , vol.302, pp.621-628, 2007
12. Morse, P. M. and Ingard, K. U. , Theoretical Acoustics ,

- McGraw-Hill , NY , 1968 , rpt. Princeton University Press, NJ , pp.375-379 , 1986.
13. Shindo, T. , Yashima, O. and Suzuki, H. , Effect of Voice- Coil and Surround on Vibration and Sound Pressure Response of Loudspeaker Cones , Journal of the Audio Engineering Society, Vol. , 28 , No. 1 , pp. 31-51 , 1997.
 14. Tan, C. C. and Hird, C. I. , Active Control of the Sound Field of a Constrained Panel by an Electromagnetic Actuator-an Experimental Study , Applied Acoustics , vol.52 , pp.31-51 , 1997.
 15. Leach, W. JR., Schafer, R. , Barnwell, T. , Time-Domain Measurement of Loudspeaker Driver Parameters , IEEE Transactions on Acoustics , Speech , and Signal Processing , vol.27 , No.6 , pp.734-739 , 1979.
 16. Kazue, Satoh , Hiroyuki, Takewa , and Mikio, Iwasa , A High Fidelity Small-Size Loudspeaker , IEEE Transactions on Consumer Electronixs , Vol.43 , No.3 , 1977.
 17. Bardell, N. S. , Dunsdon, J. M. , Langley, R. S. , Free vibration analysis of coplanar sandwich panels , Composite Structures , vol.38 , No.1-4 , 463-475 , 1997.
 18. 王柏村, 振動學, 全華書局, 台北市, 1996。
 19. 許哲瑋, 具條狀支撐方形平面揚聲器之研製, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2006
 20. 陳建勳, 複合材料三明治板揚聲器之最佳參數研究, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2006
 21. 戴建郎, 平板受橢圓激震器激震之振動研究, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2005。
 22. 蘇鎮隆, 複合材料板的聲傳平滑研究, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2004。

23. 彭國晉，具加勁複合材料結構板之聲傳研究，國立交通大學機械工程研究所碩士論文，新竹市，2004。
24. 詹東恩，複合材料三明治板之振動與聲射研究，國立交通大學機械工程研究所碩士論文，新竹市，2003。
23. 陳正義，具彈性支承複合材料板之聲傳研究，國立交通大學機械工程研究所碩士論文，新竹市，2003。



表 3-1 文獻[15]中的材料性質

	面層	心層
E1(GPa)	68.9	0.37
E2(GPa)	68.9	0.15
E3(GPa)	68.9	0.15
Poisson' s ratio	0.3	0.3
G12(GPa)	26.5	0.134
G23(GPa)	26.5	0.052
G13(GPa)	26.5	0.134
Density(ρ)(Kg/ m ³)	2770	122

表 3-2 文獻[15]與 ANSYS 各元素自然頻率分析比較

	文獻[15]	Shell91 (開啟三明治 選項)	Shell91 (不開啟三 明治選項)	Shell99
Mode 1(Hz)	23.05	23.275	23.464	23.464
Mode 2(Hz)	43.91	44.649	45.167	45.167
Mode 3(Hz)	71.06	70.092	72.1	72.1
Mode 4(Hz)	78.37	79.926	81.311	81.311
Mode 5(Hz)	90.85	90.887	93.795	93.795
Mode 6(Hz)	123.82	125.22	129.92	129.92

表 3-3 純珍珠板振動板揚聲器參數值

Mass Added to Cone= 2.89 Gram

----- Electrical/Mechanical Parameters -----

Revc(DC VC Res) = 7.60 Ohm	Qms (Mech Q) = 2.539
Fo (Res Freq) = 163.5751 Hz	Qes (Elec Q) = 0.839
Zo (Zmax at Fo) = 12.5498 Ohm	Qts (Total Q) = 0.631
Sd (Piston Area)= 0.0011 sqM	Vas(Acoustic Vol) = 727.239 uM
BL (Flux*Length)= 3.96 TM	Cms(Compliance)= 569.044 M/N
no (Ref Effncy) = 0.0741 %	Mms(Total Mass)= 1.72 Gram
SPLo(SPL at 1W) = 85.7168 dB	Mmd(DiaphmMass)= 1.68Gram

表 5-1 巴桑木板附加質量於 P1 處位移量 (ANSYS)

Plate_ANSYS_P1	Bending Mode (Hz)	Node (0,0) UZ	Node (58,0) UZ	Ratio	dB drop
PB	649	18.48	-49.638	2.686	27.305
PB+0.1g	597	19.249	-44.652	2.320	21.623
PB+0.2g	559	-19.924	40.616	2.039	16.056
PB+0.3g	530	-20.522	37.364	1.821	10.603
PB+0.4g	508	-21.052	34.712	1.649	5.489
PB+0.5g	490	-21.52	32.516	1.511	0.529
PB+0.6g	476	-21.936	30.67	1.398	3.267

表 5-2 碳纖三明治板附加質量於 P1 處位移量 (ANSYS)

Plate_ANSYS_P1	Bending Mode (Hz)	Node (0,0) UZ	Node (58,0) UZ	Ratio	dB drop
CBC	1604	16.96	-35.1	2.070	9.94
CBC+0.1g	1541	17.14	-33.22	1.938	8.76
CBC+0.2g	1488	17.32	-31.155	1.799	6.58
CBC+0.3g	1444	17.71	-29.8	1.683	4.5
CBC+0.4g	1406	17.98	-28.46	1.583	2.26
CBC+0.5g	1374	18.2	-27.21	1.495	0.76
CBC+0.6g	1346	18.35	-26.11	1.423	0.97

表 5-3 局部碳纖加勁板附加質量於 P1 處位移量 (ANSYS)

Plate_ANSYS_P1	Bending Mode (Hz)	Node (0,0) UZ	Node (58,0) UZ	Ratio	dB drop
CBC-side	973	-19.193	51.605	2.688	32.684
CBC-side+0.1g	890	19.599	-46.634	2.379	24.592
CBC-side+0.2g	830	19.957	-42.368	2.122	17.03
CBC-side+0.3g	784	-20.294	38.87	1.915	8.736
CBC-side+0.4g	749	-20.61	36.008	1.747	1.407
CBC-side+0.5g	721	-20.904	33.642	1.609	5.408

表 5-4 附加質量於 P2 位置處位移量 (ANSYS)

Plate_ANSYS_P2	Bending Mode (Hz)	Node (0,0) UZ	Node (58,0) UZ	Ratio	dB drop
PB+0.5g	634	20.749	-46.703	2.251	34.12
CBC+0.5g	1512	17.833	-37.136	2.082	35
CBC-side+0.5g	947	21.573	-47.982	2.224	38.76

表 5-5 附加質量於 P3 位置處位移量 (ANSYS)

Plate_ANSYS_P3	Bending Mode (Hz)	Node (0,0) UZ	Node (58,0) UZ	Ratio	dB drop
PB+0.5g	641	16.343	-50.405	3.084	37.28
CBC+0.5g	1496	15.17	-38.913	2.565	41.993
CBC-side+0.5g	959	16.905	-52.22	3.089	44.8

表 5-6 巴桑木板附加質量於 P1 處位移量（實驗）

Plate_實驗_P1	Bending Mode (Hz)	Zimp (ohm)	dB drop
PB	637.9	12.4	15.28
PB+0.1g	595.2	13.4	11.91
PB+0.2g	585	14.4	8.89
PB+0.3g	565.1	14.6	8.58
PB+0.4g	518.3	14.9	7.15
PB+0.5g	500.6	15.2	5.98
PB+0.6g	500.4	15.5	5.03

5-7 碳纖三明治板附加質量於 P1 處位移量（實驗）

Plate_實驗_P1	Bending Mode (Hz)	Zimp (ohm)	dB drop
CBC	1682	11.9	6.02
CBC+0.1g	1625	11.1	3.61
CBC+0.2g	1570	10.6	2.23
CBC+0.3g	1570	11.1	1.75
CBC+0.4g	1543	10.6	2.27

表 5-8 局部碳纖加勁板附加質量於 P1 處位移量（實驗）

Plate_實驗_P1	Bending Mode (Hz)	Zimp (ohm)	dB drop
CBC-side	1001	11.3	14.25
CBC-side+0.1g	917.6	12.3	12.56
CBC-side+0.2g	871.2	12.9	8.68
CBC-side+0.3g	856.2	12.9	7.32
CBC-side+0.4g	785.2	13.5	4.03
CBC-side+0.5g	745.5	13.7	7.1



圖 1-1 傳統振動板為錐盆式的揚聲器



圖 1-2 振動板為平面式的揚聲器

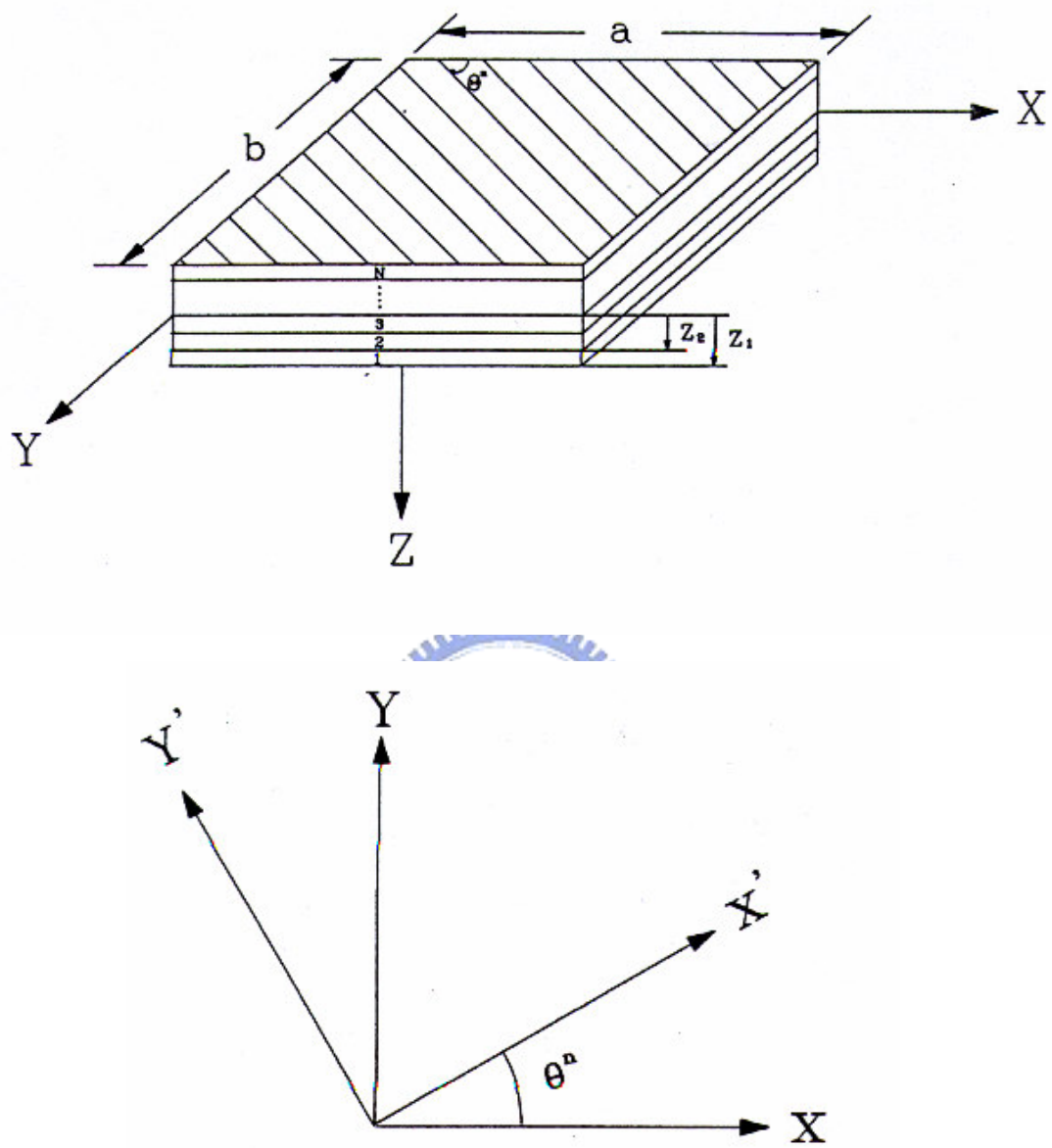
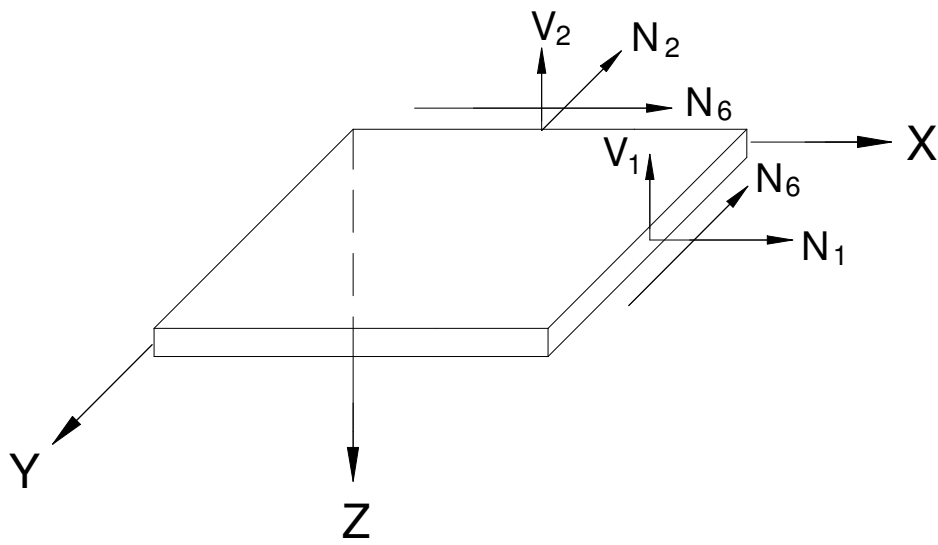


圖 2-1 複合材料積層板座標系統



平板所受應力的合力圖

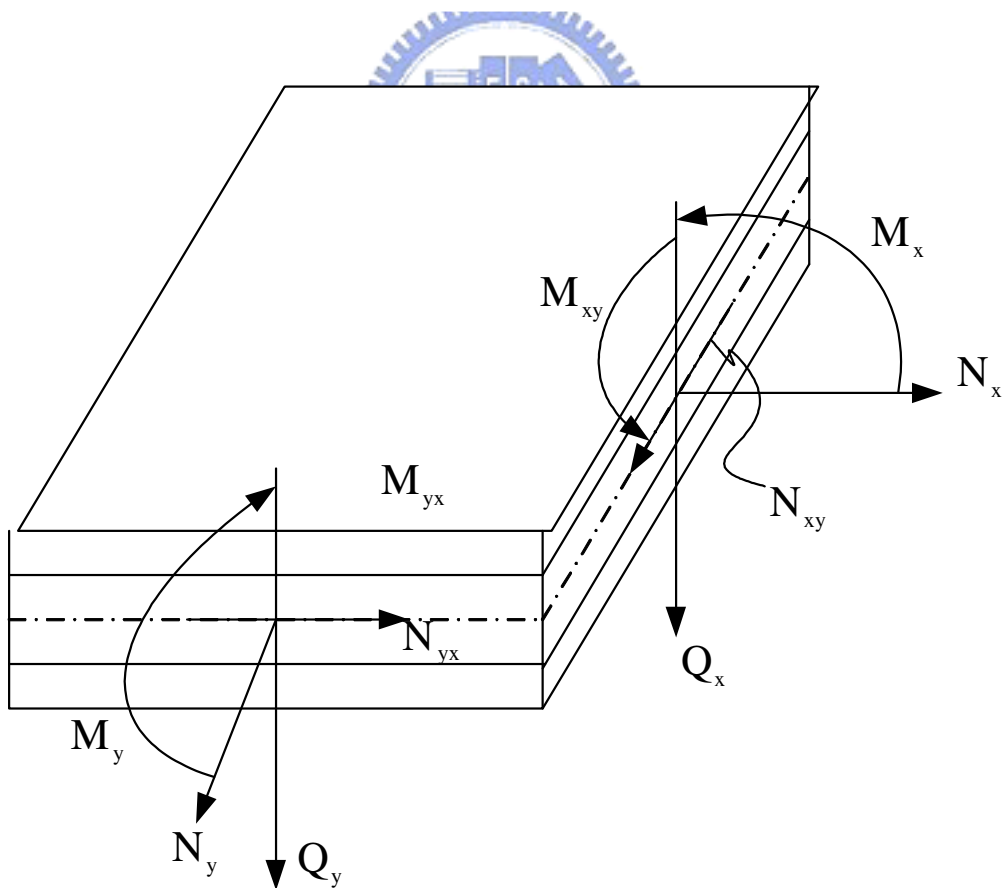


圖 2-2 複合材料積層板沿厚度方向之合力與合力矩

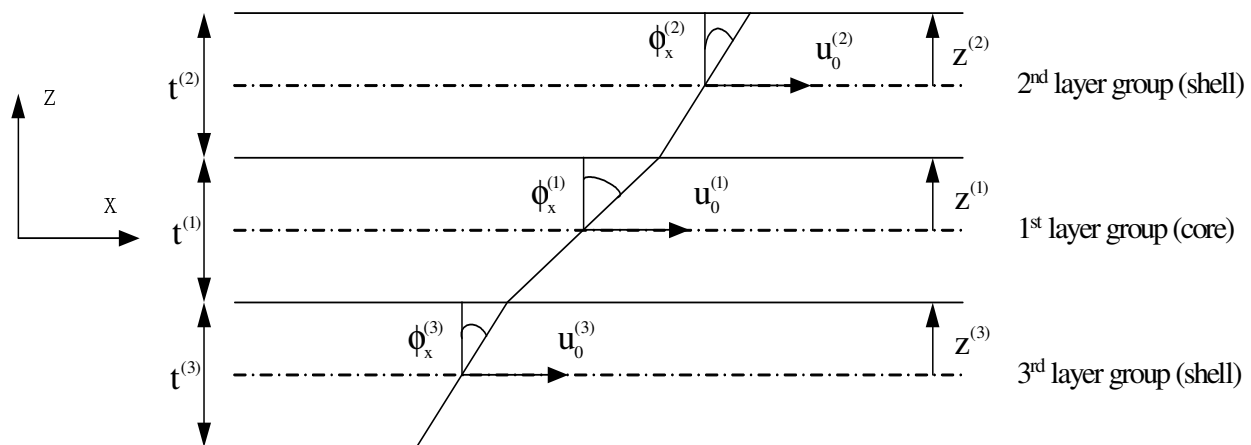


圖 2-3 多層一階剪變形位移場示意圖(三層)

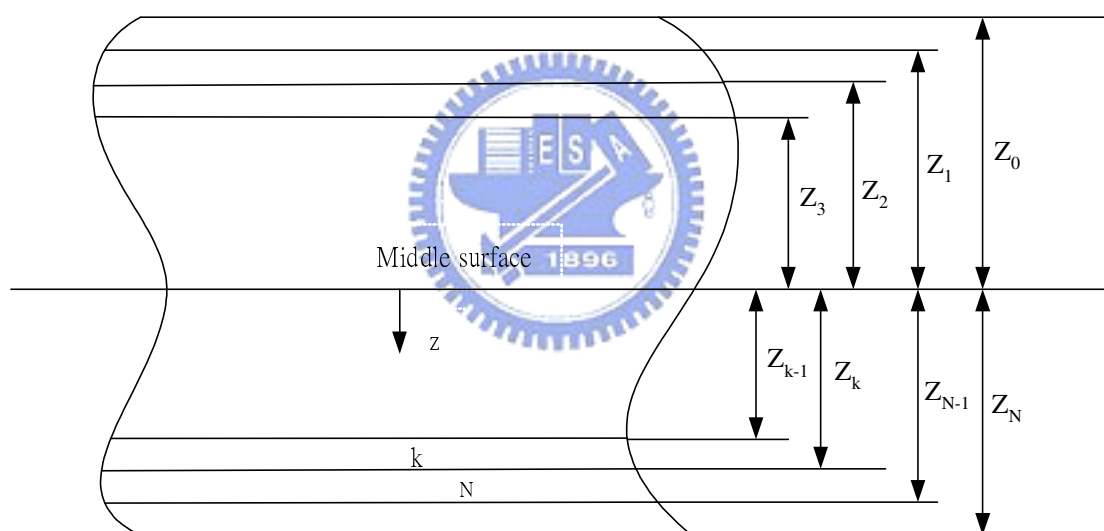


圖 2-4 積層板之幾何與層數系統

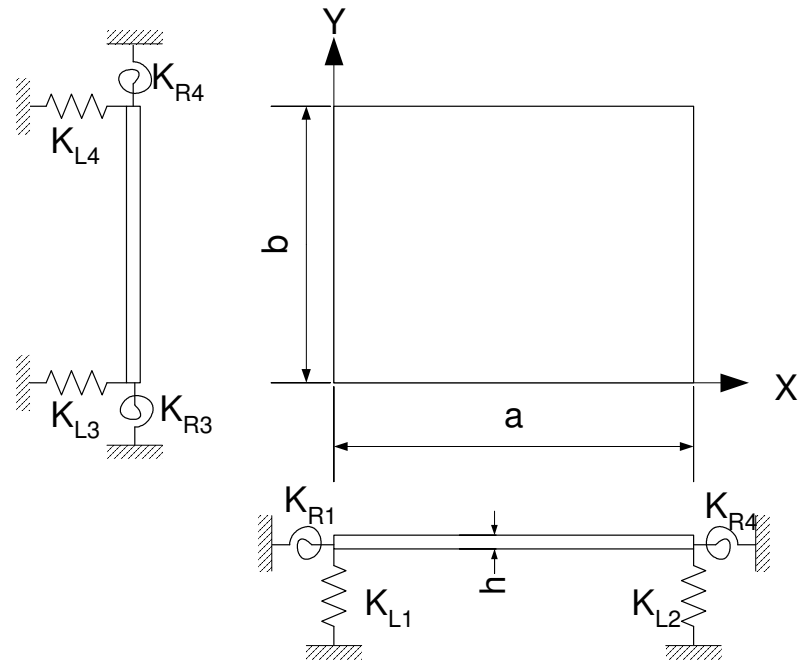


圖 2-5 複合材料三明治板之邊界條件



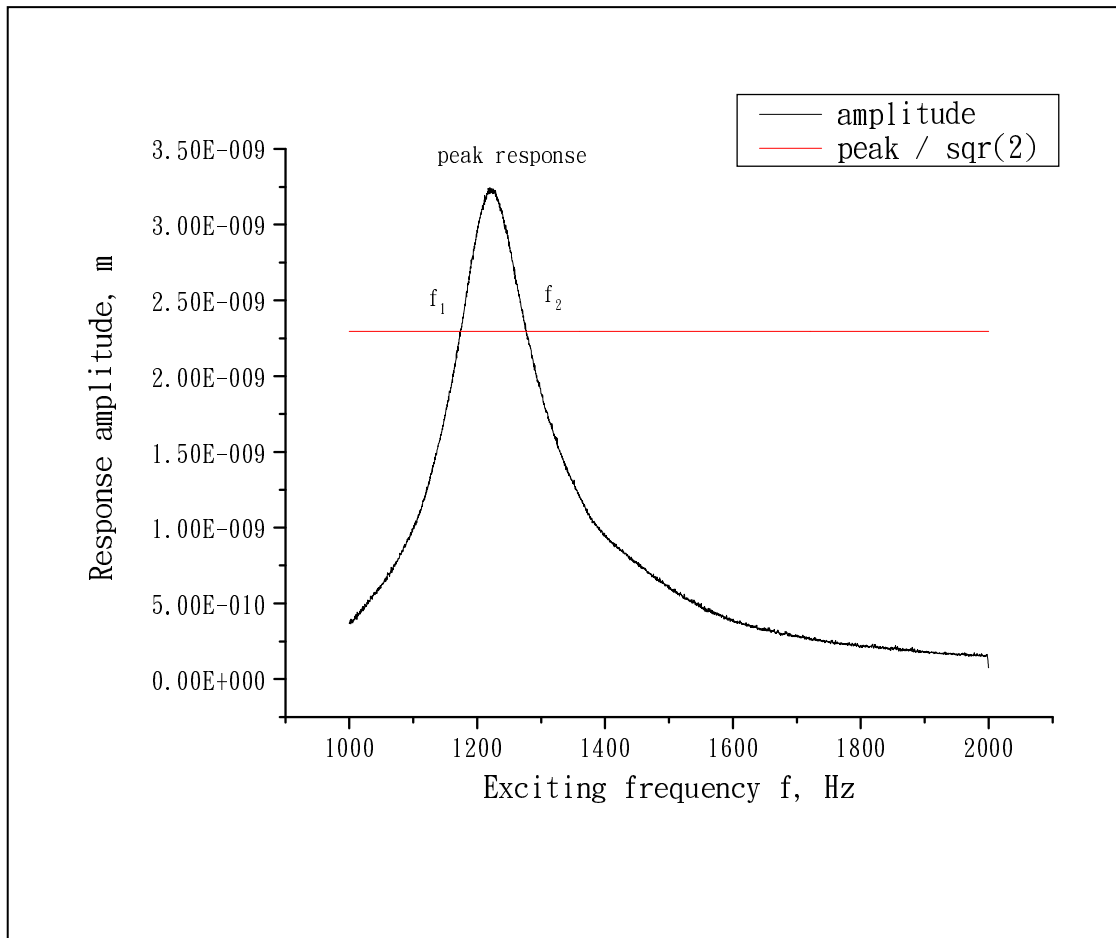


圖 2-6 頻率-位移圖

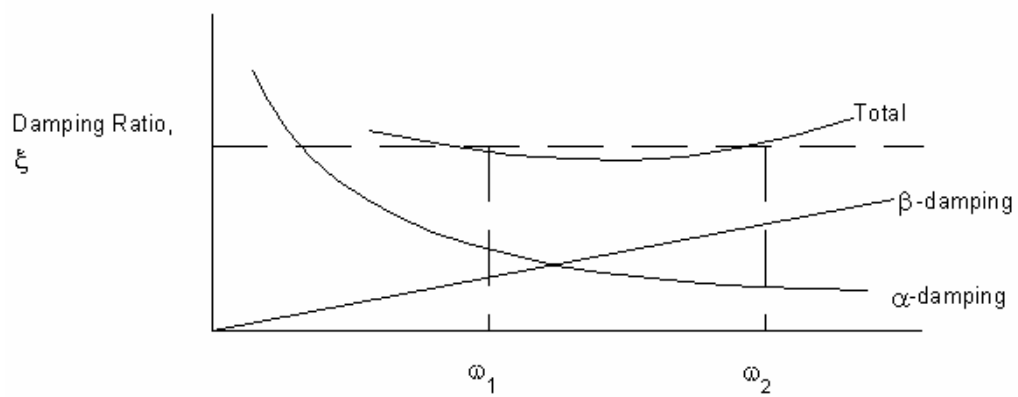


圖 2-7 Rayleigh Damping

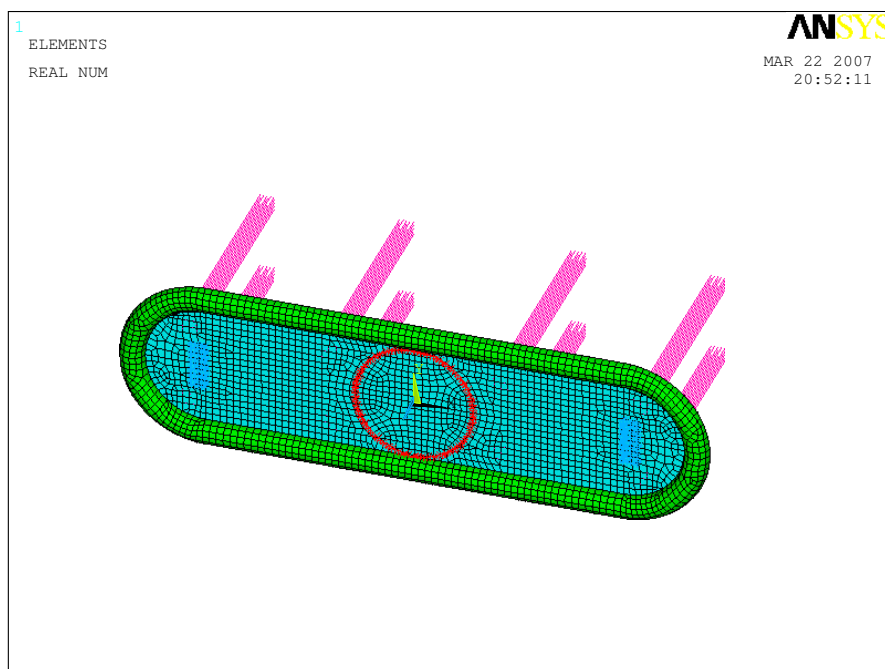


圖 3-1 ANSYS 模擬 model

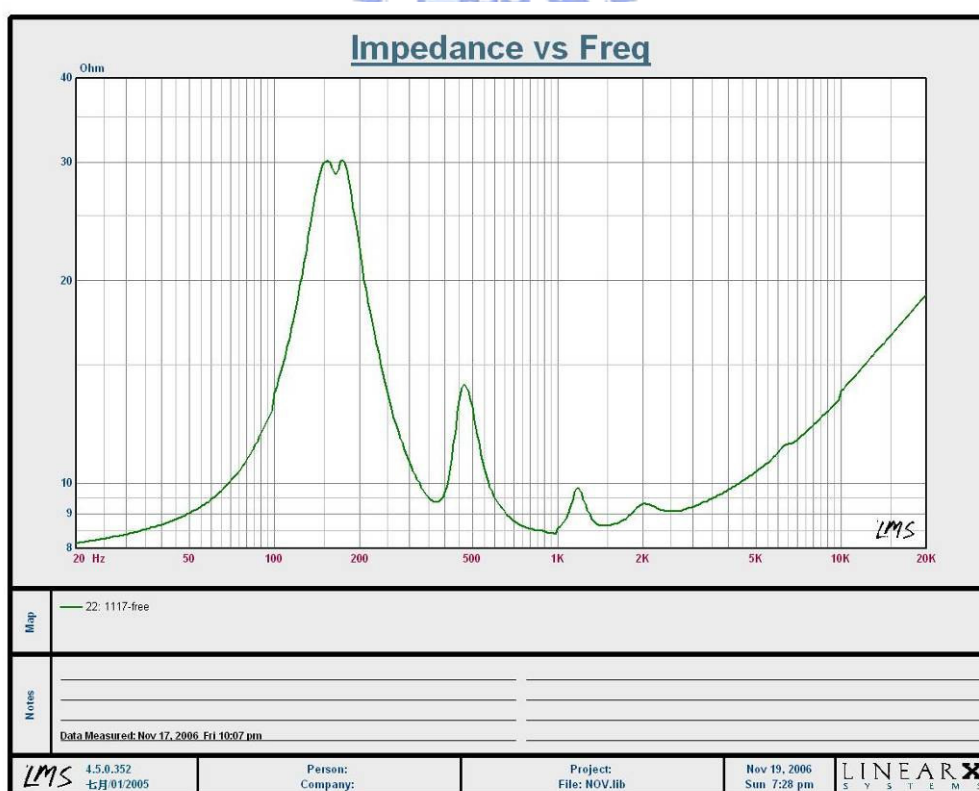
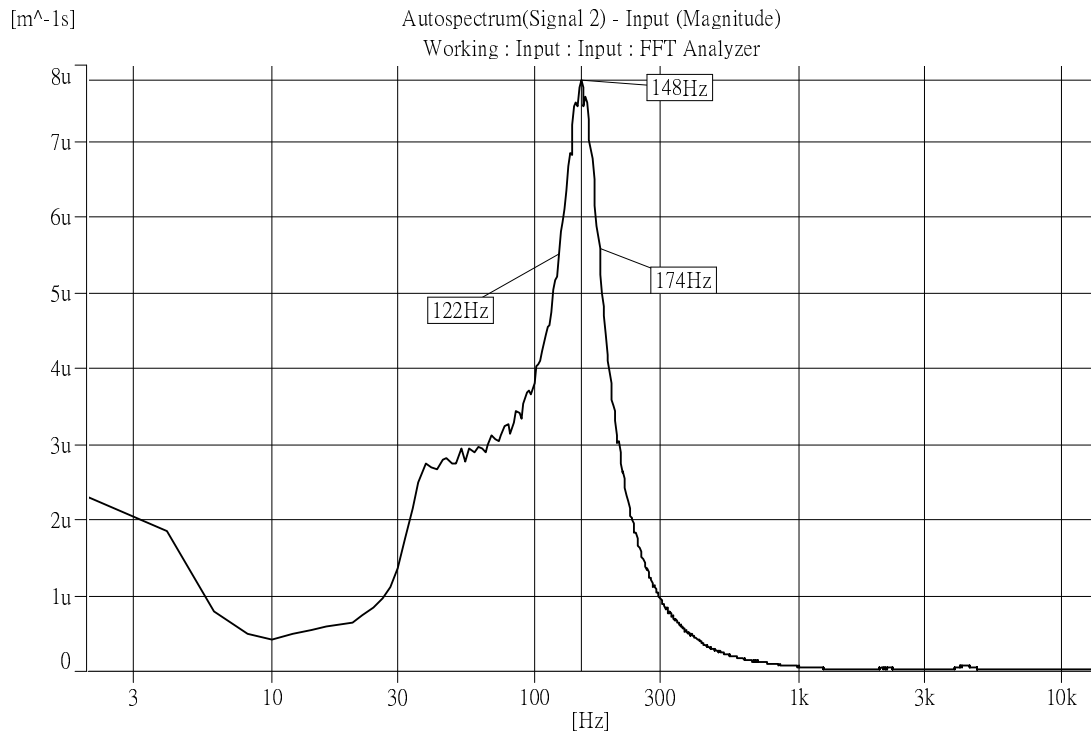
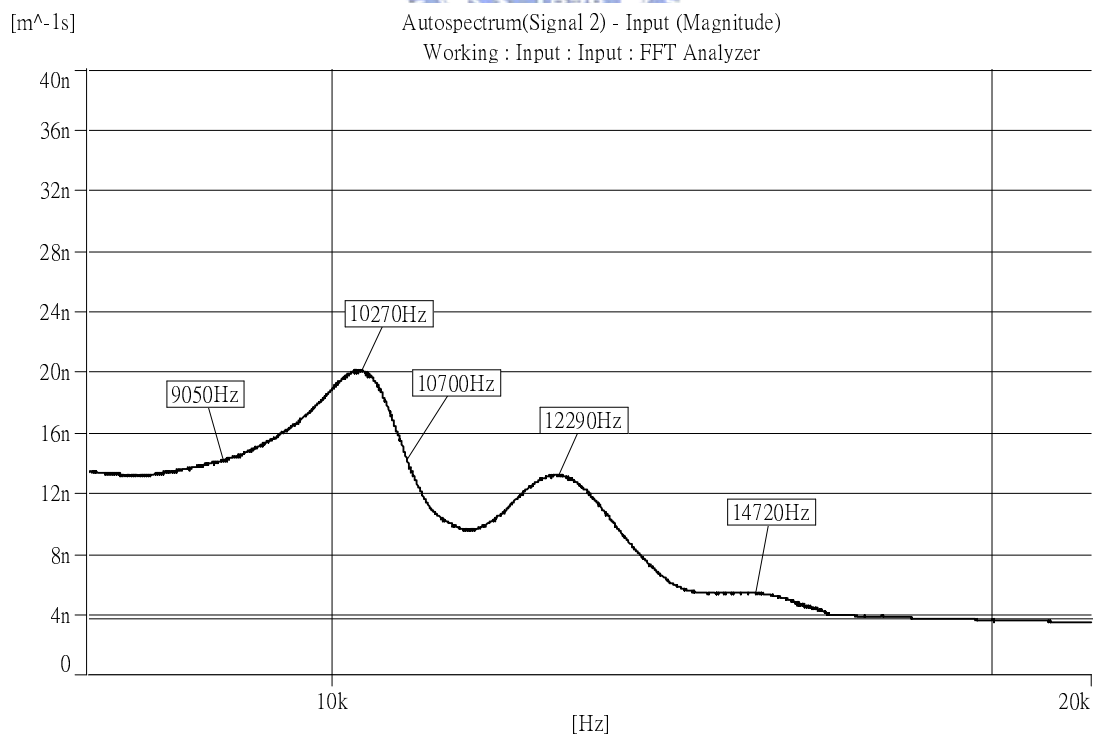


圖 3-2 純珍珠板振動板揚聲器阻抗曲線



(a) 低頻部份之位移響應

圖 3-3 以雷射測速儀量測振動板中心點的位移響應



(b) 高頻部份之位移響應

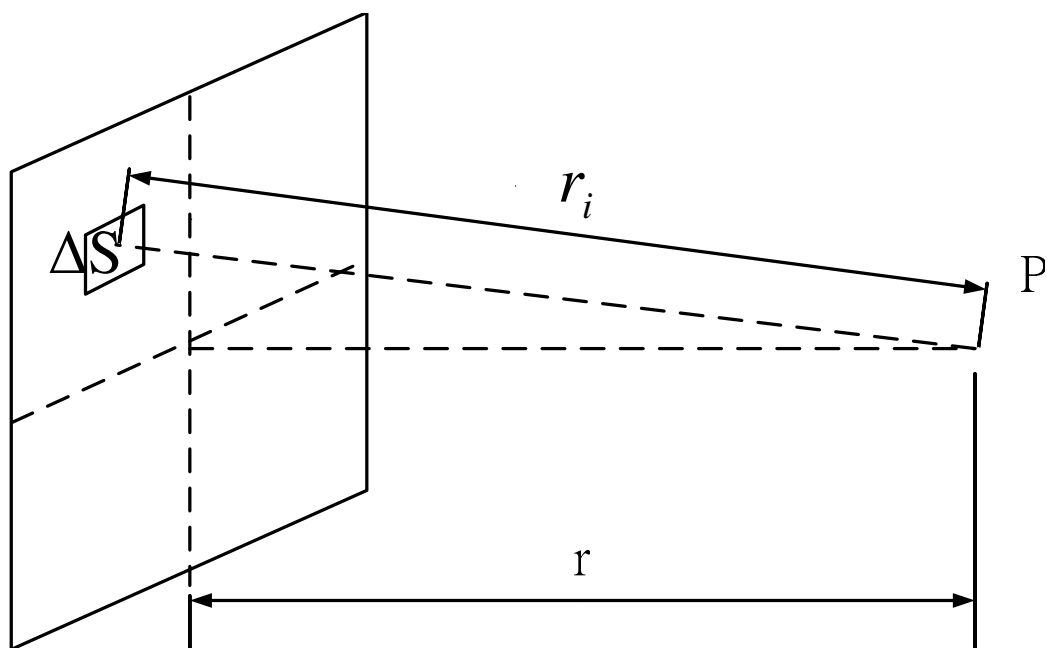


圖 3-4 聲壓距離示意圖

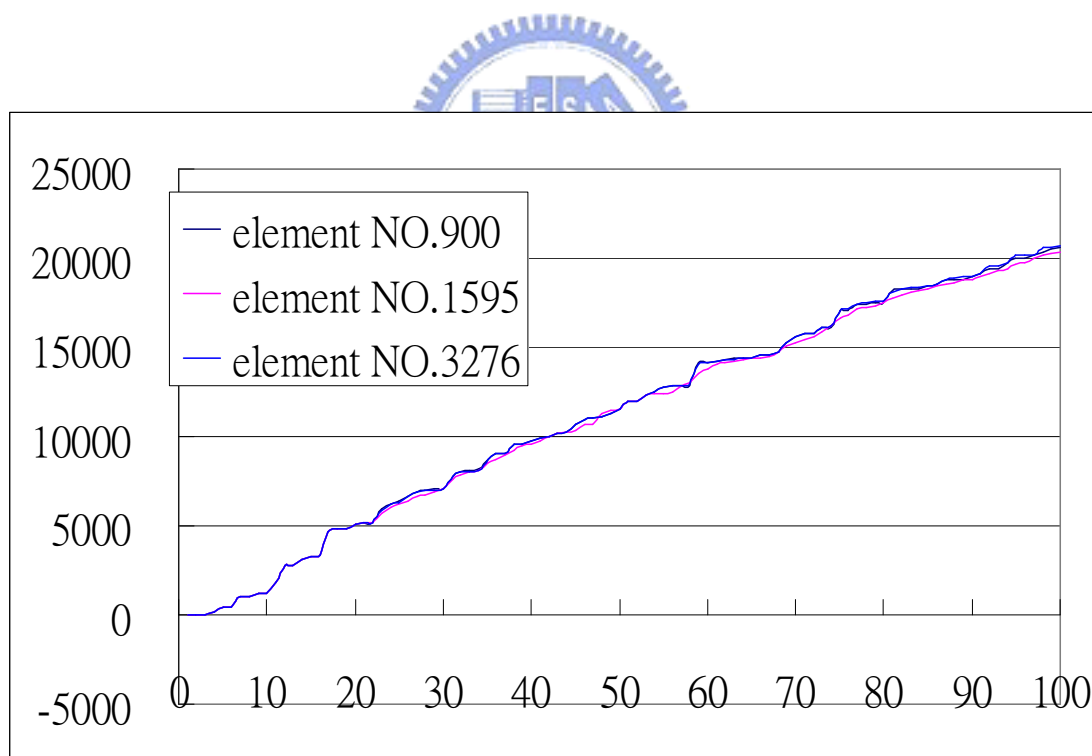


圖 3-5 自然頻率網格收斂圖

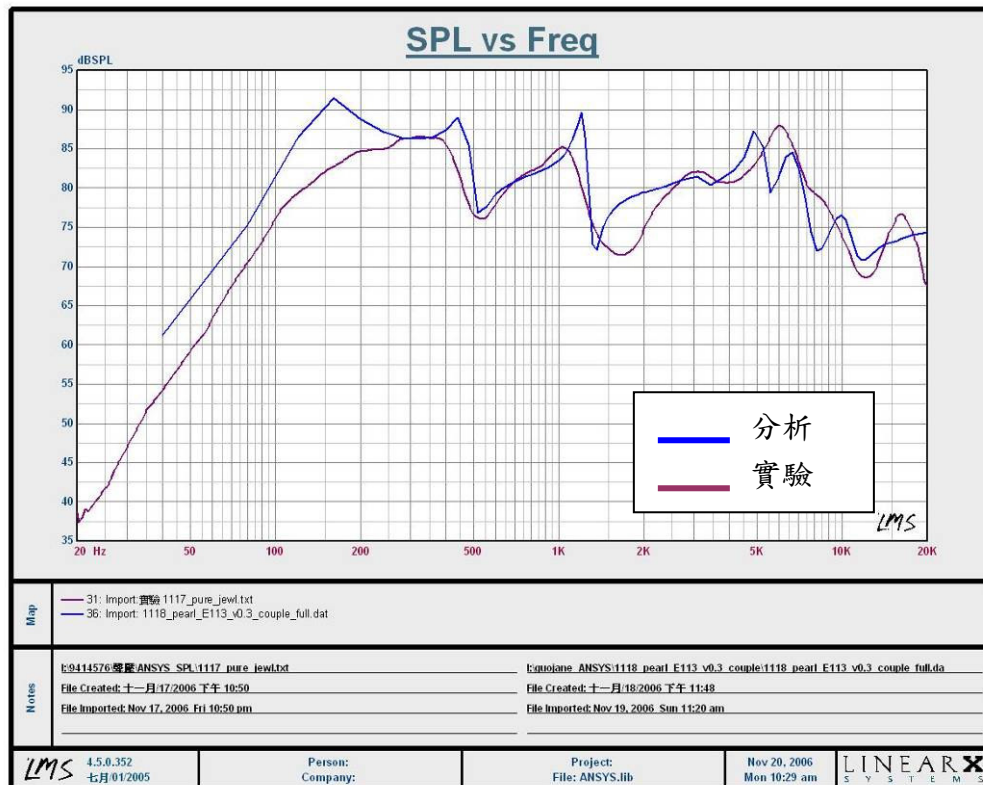


圖 3-6 純珍珠板振動板揚聲器實驗

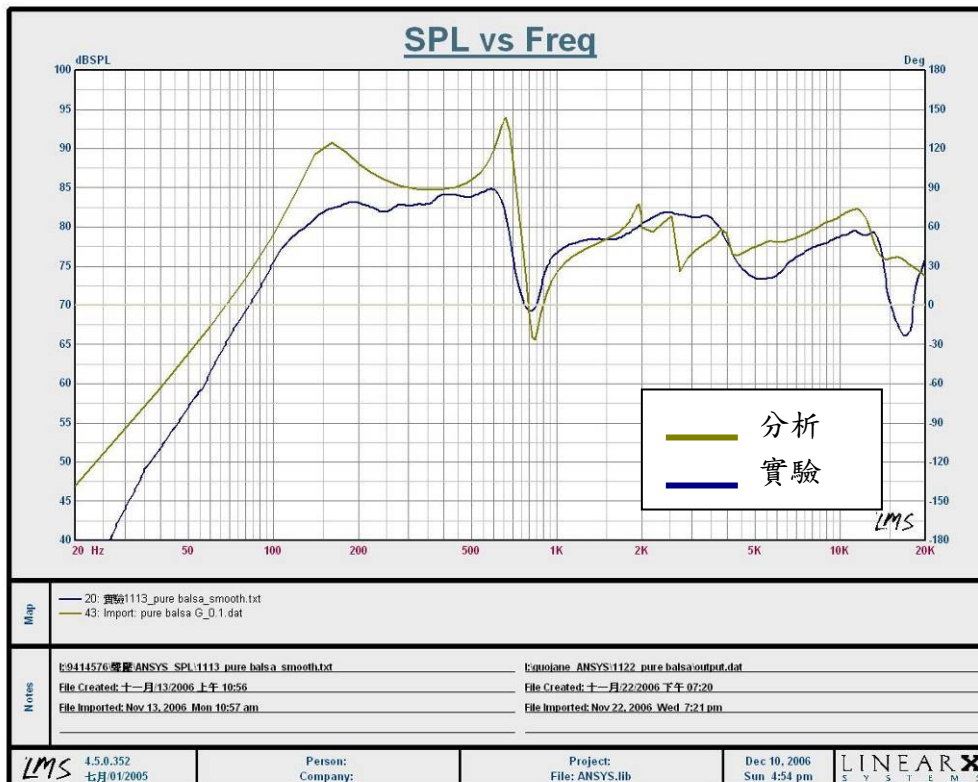


圖 3-7 純巴桑木振動板揚聲器實驗與 ANSYS 模擬比較

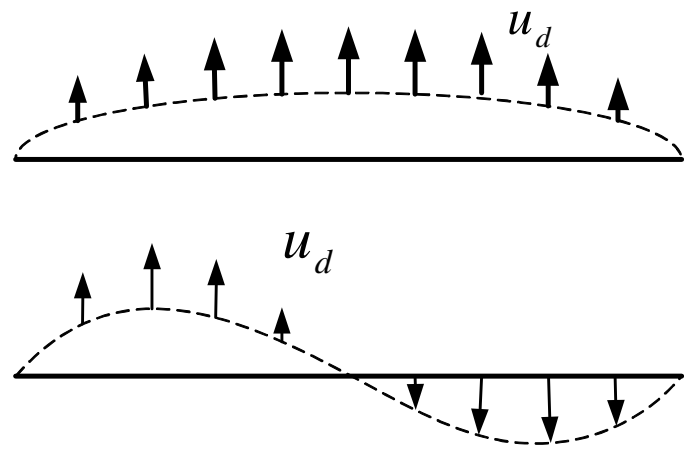


圖 4-1 振動板之振形

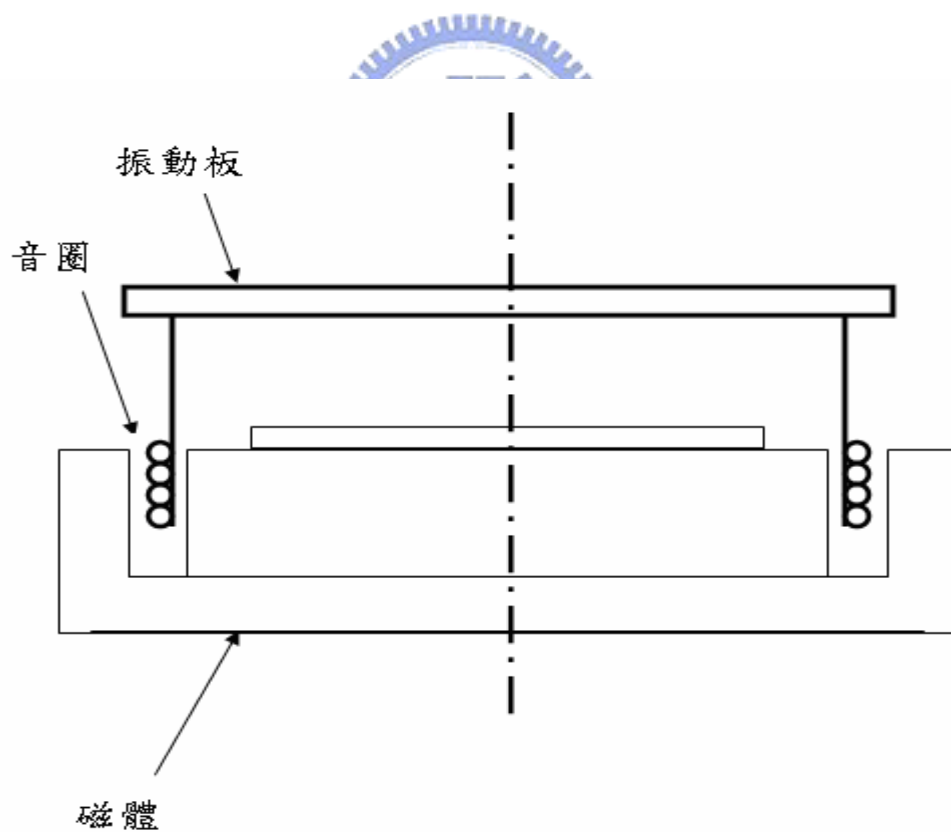


圖 4-2 激震器組成剖面圖



圖 4-3 傳統截面為半圓形或波浪型的彈性支承

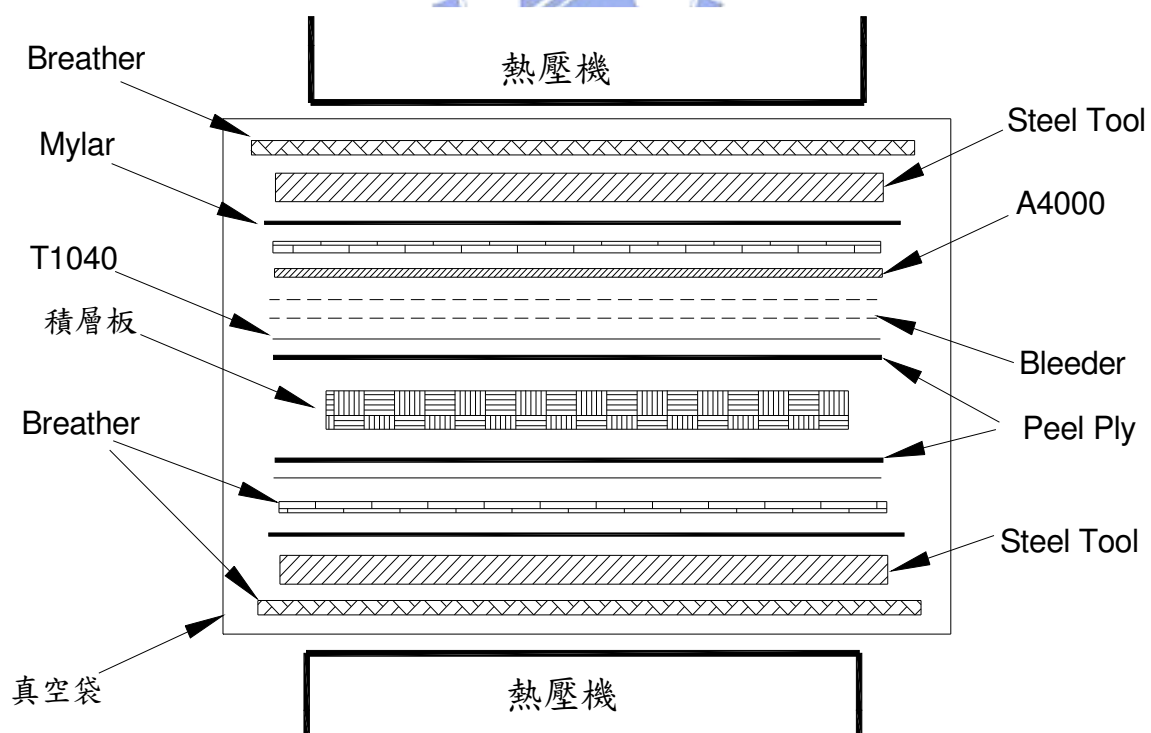


圖 4-4 疊層順序



圖 4-5 熱壓機

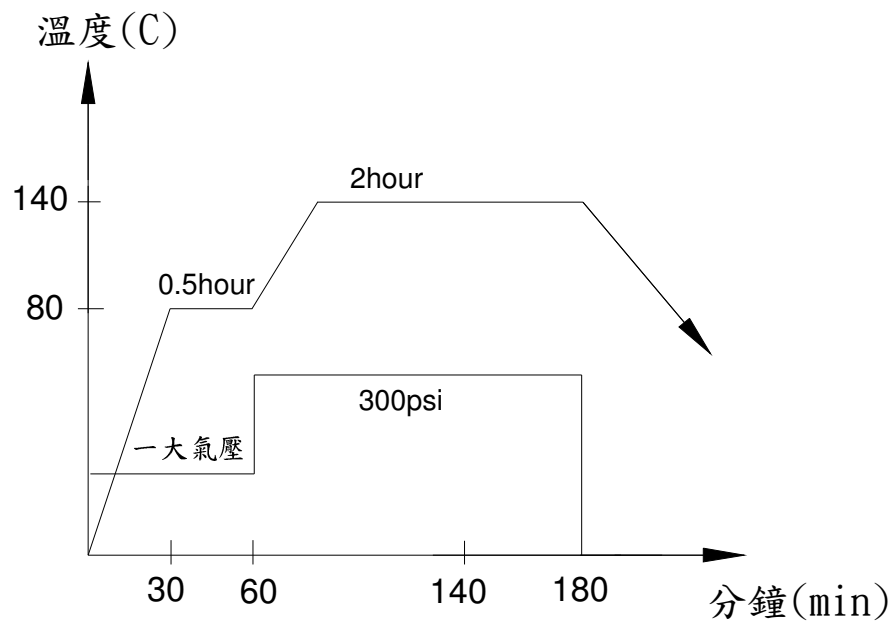


圖 4-6 複合材料積層板之加熱加壓硬化成型製程圖

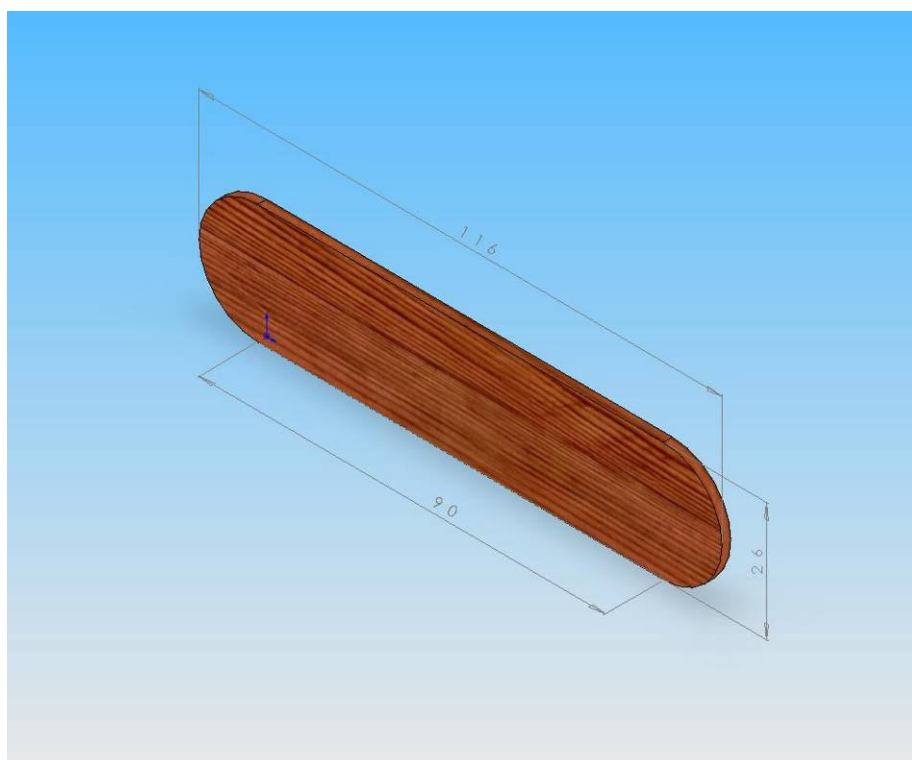


圖 4-7 揚聲器振動板

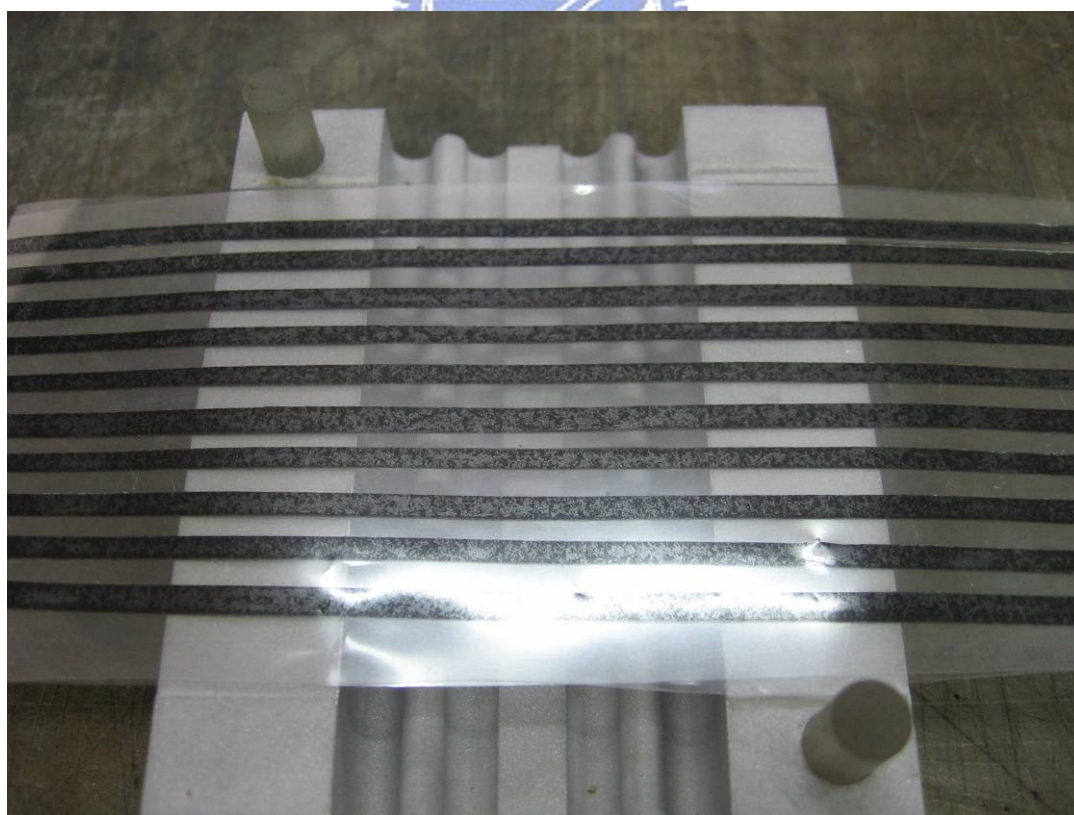


圖 4-8 ㄇ字型支承製作

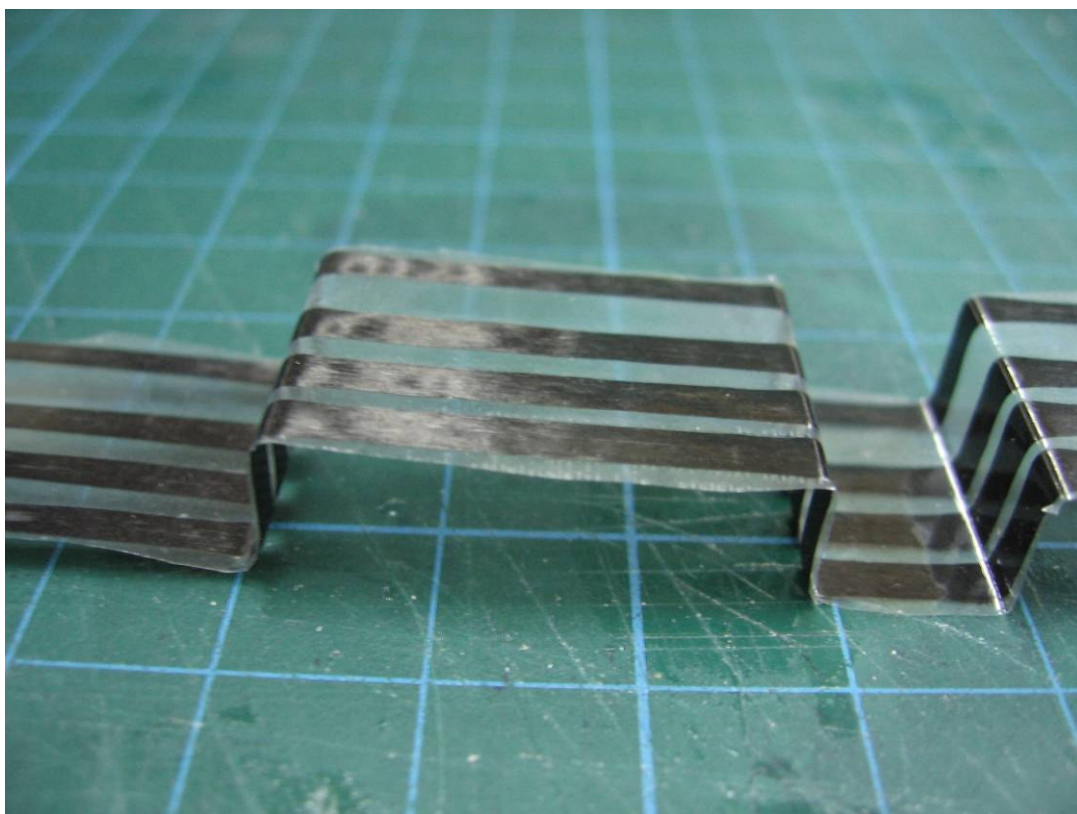


圖 4-9 冂字型支承

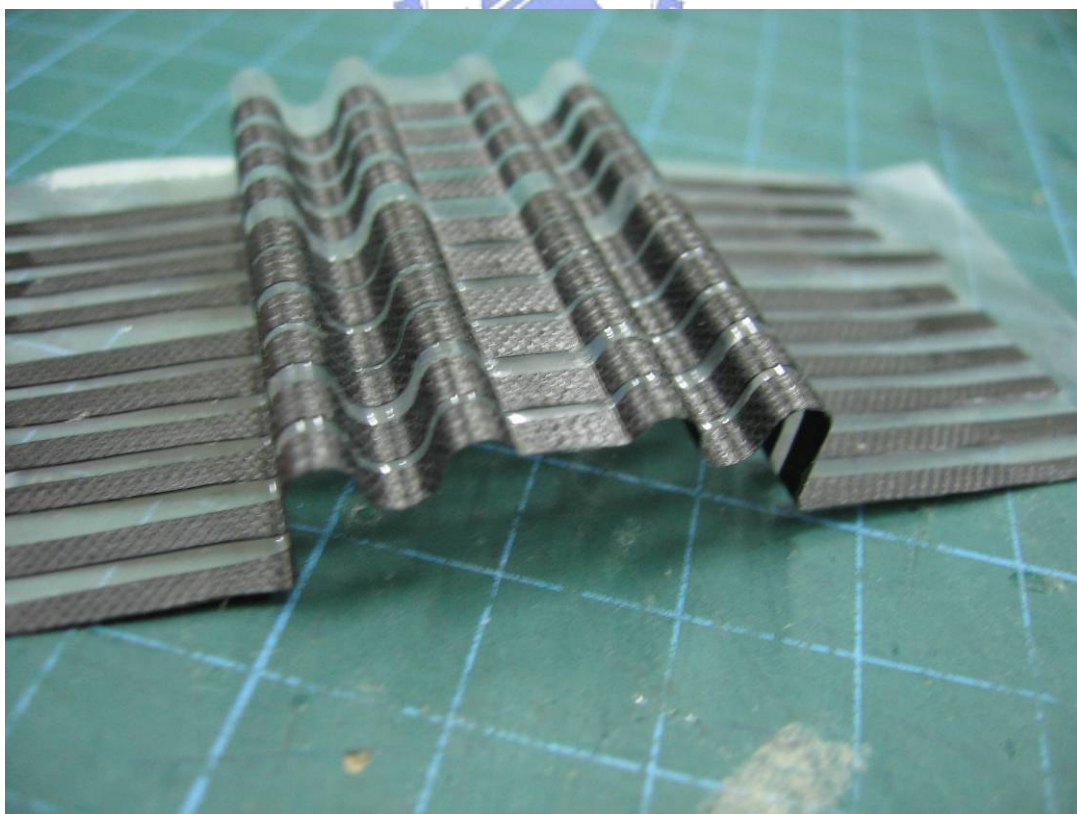


圖 4-10 冂字波浪支承



圖 4-11 彈性矽膠懸邊製作



圖 4-12 彈性矽膠懸邊完成品

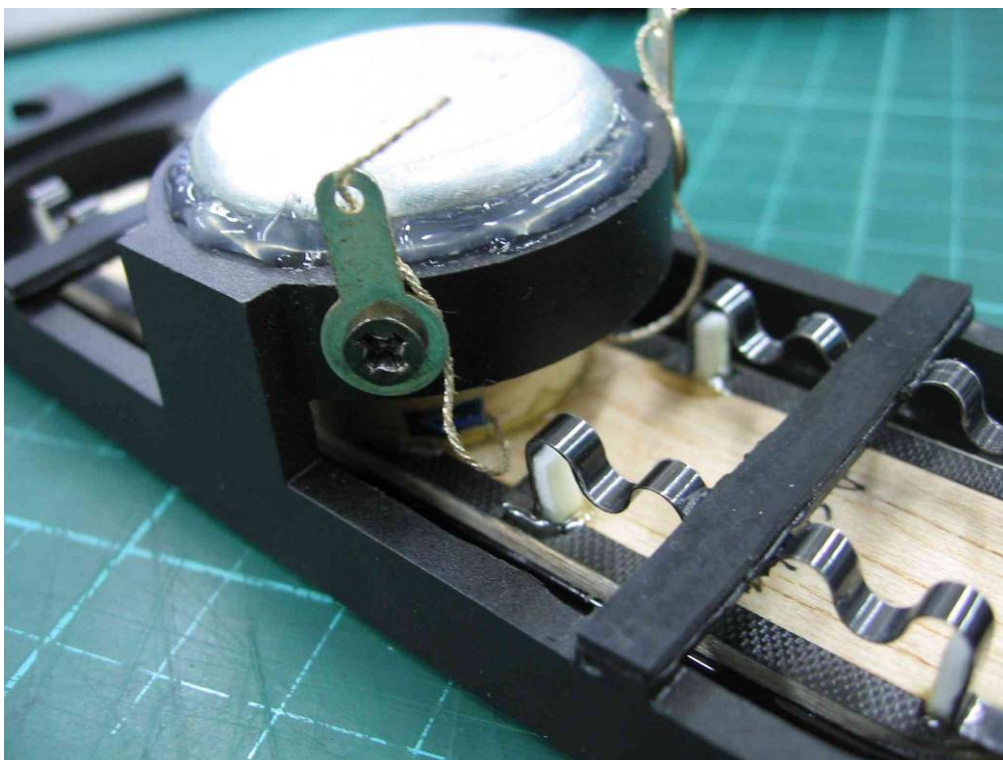


圖 4-13 揚聲器製作完成品



圖 4-14 傳統揚聲器之彈波

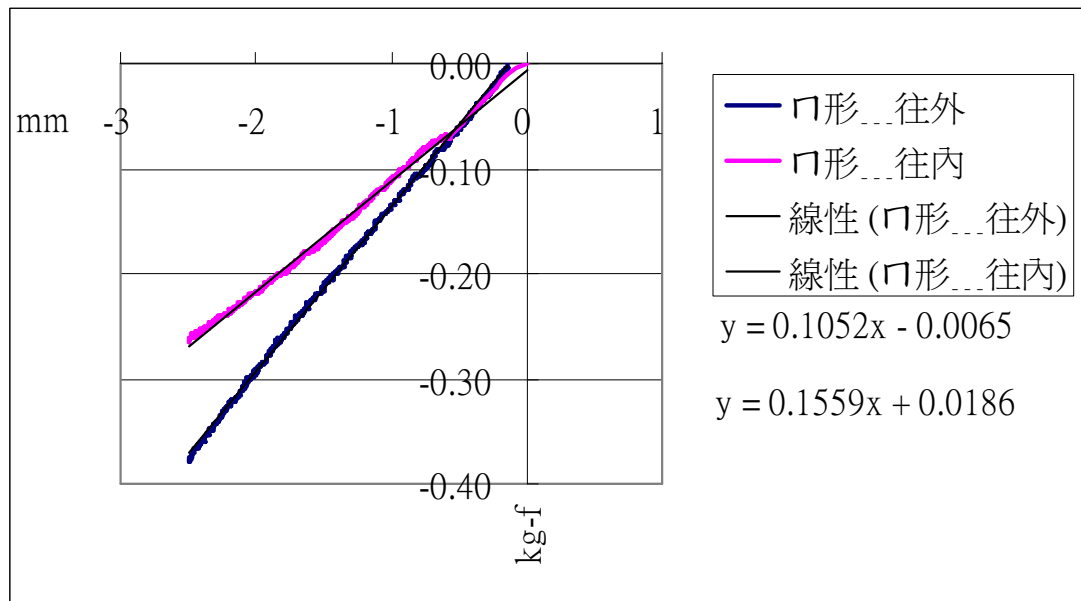


圖 4-15 I字型支承不同方向之彈性比較

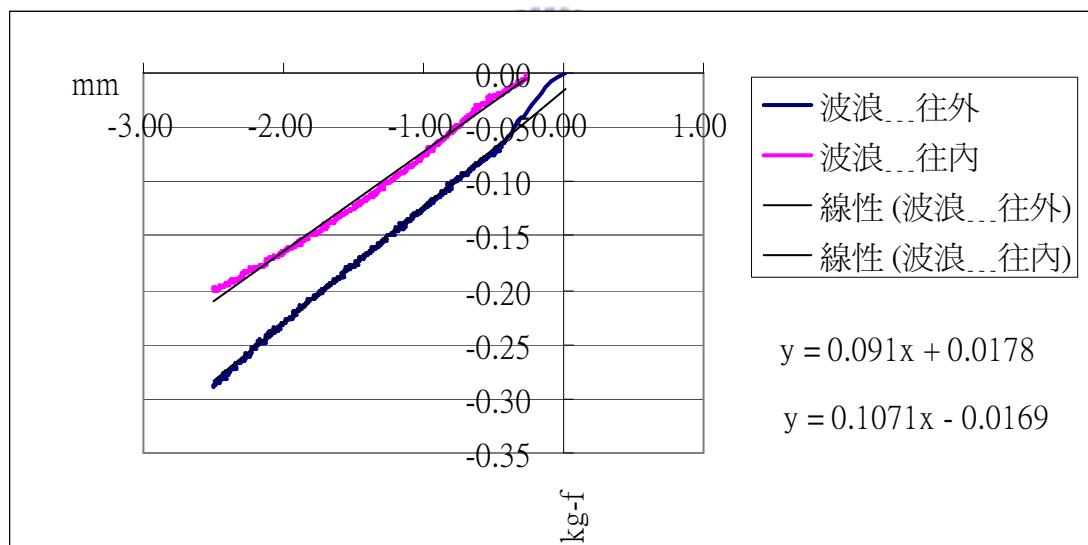


圖 4-16 I字波浪型支承不同方向之彈性比較



圖 4-17 阻尼比量測實驗架設圖

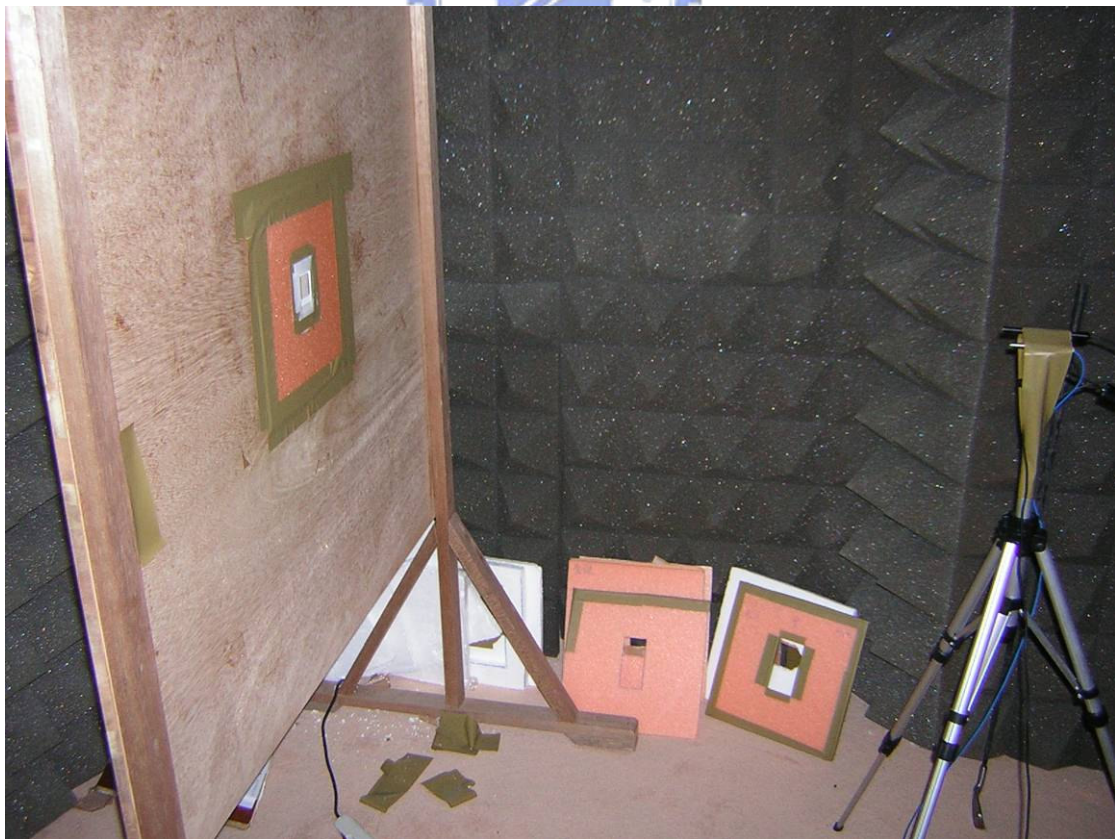


圖 4-18 聲壓量測實驗架設圖

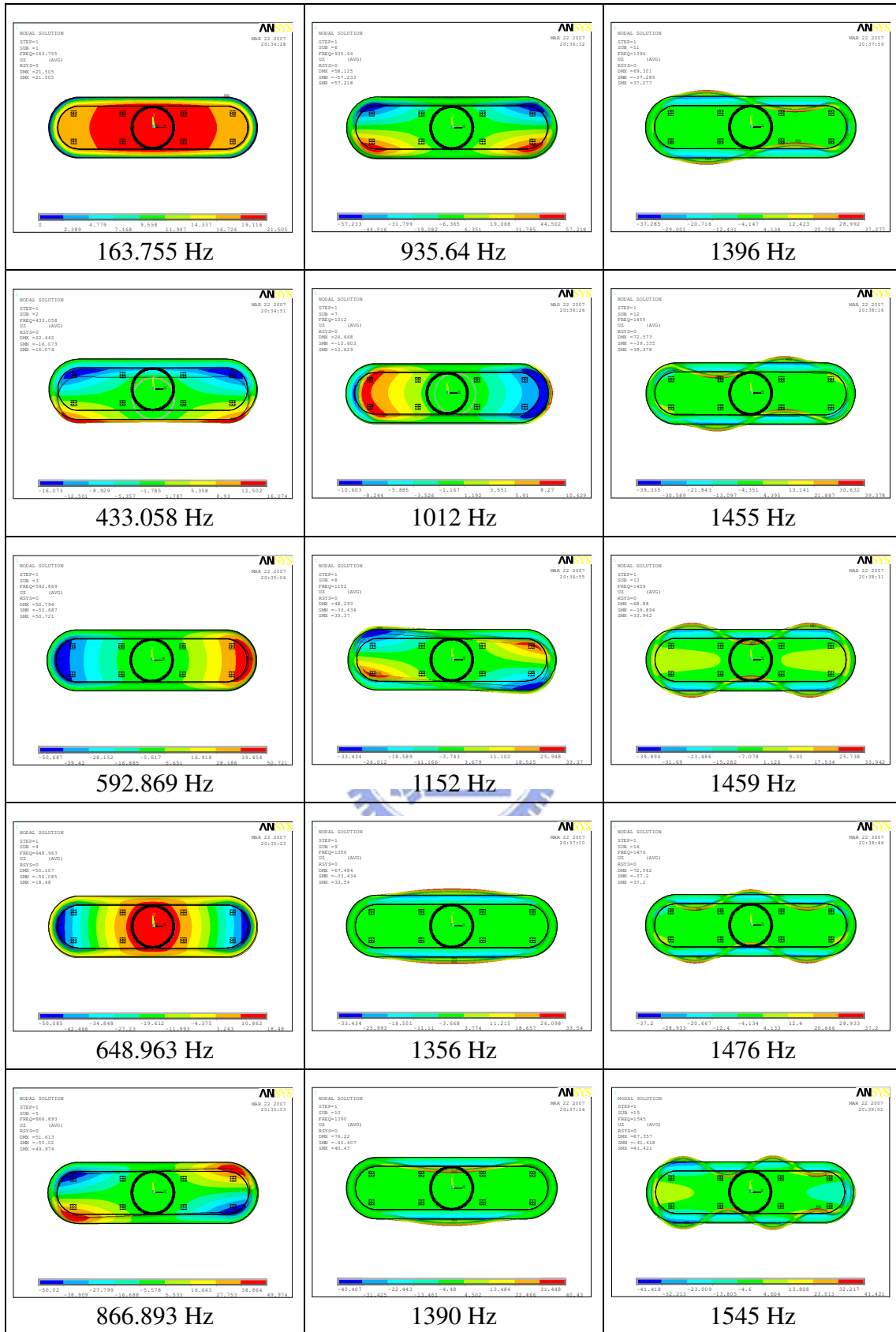


圖 5-1 巴桑木自然頻率圖

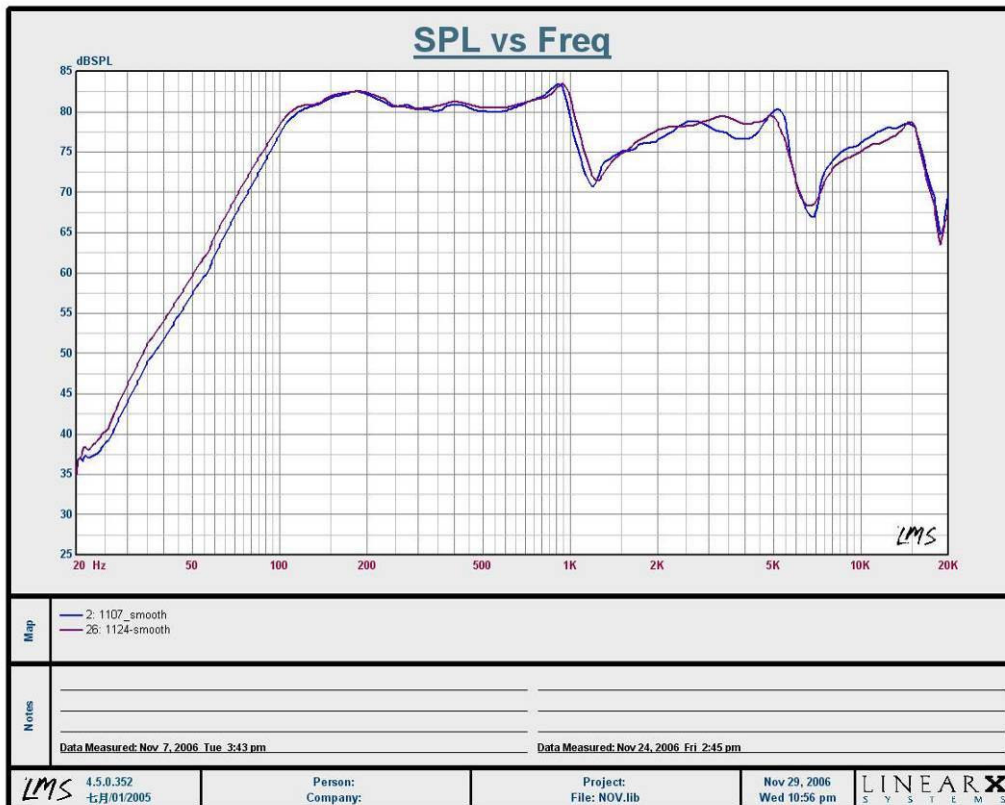


圖 5-2 門字支承與門字波浪支承聲壓

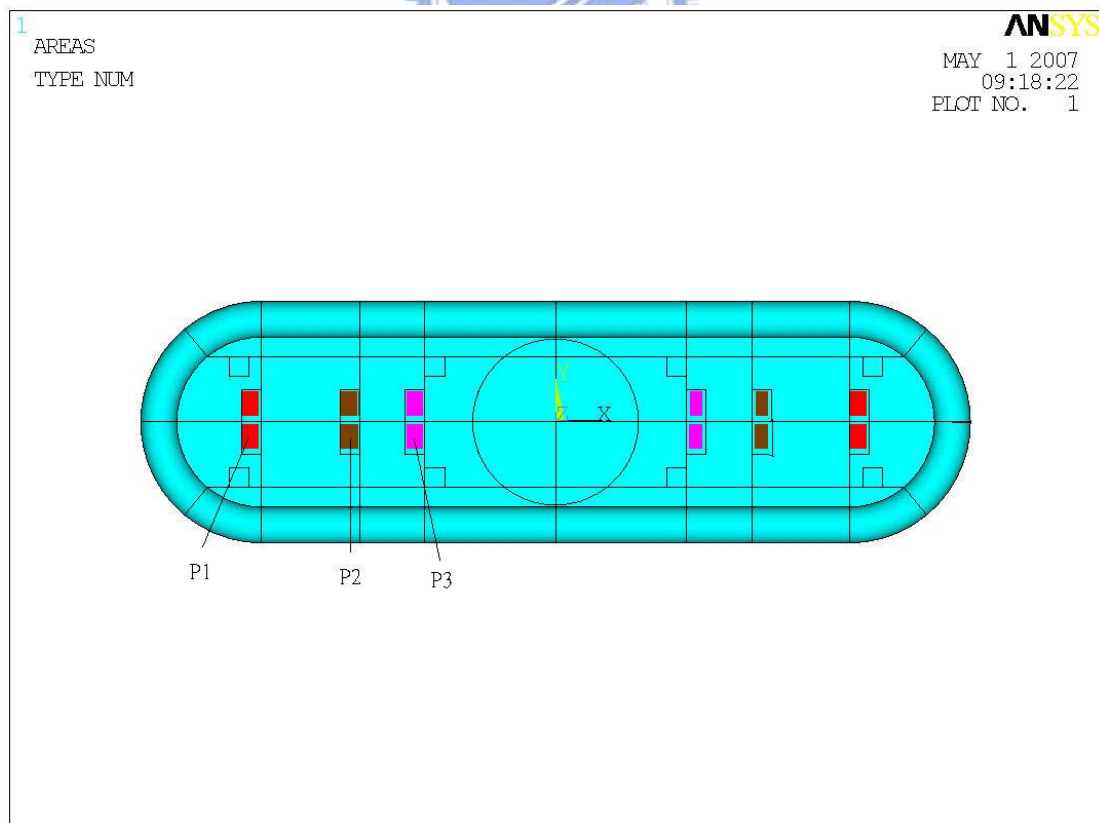


圖 5-3 附加質量位置

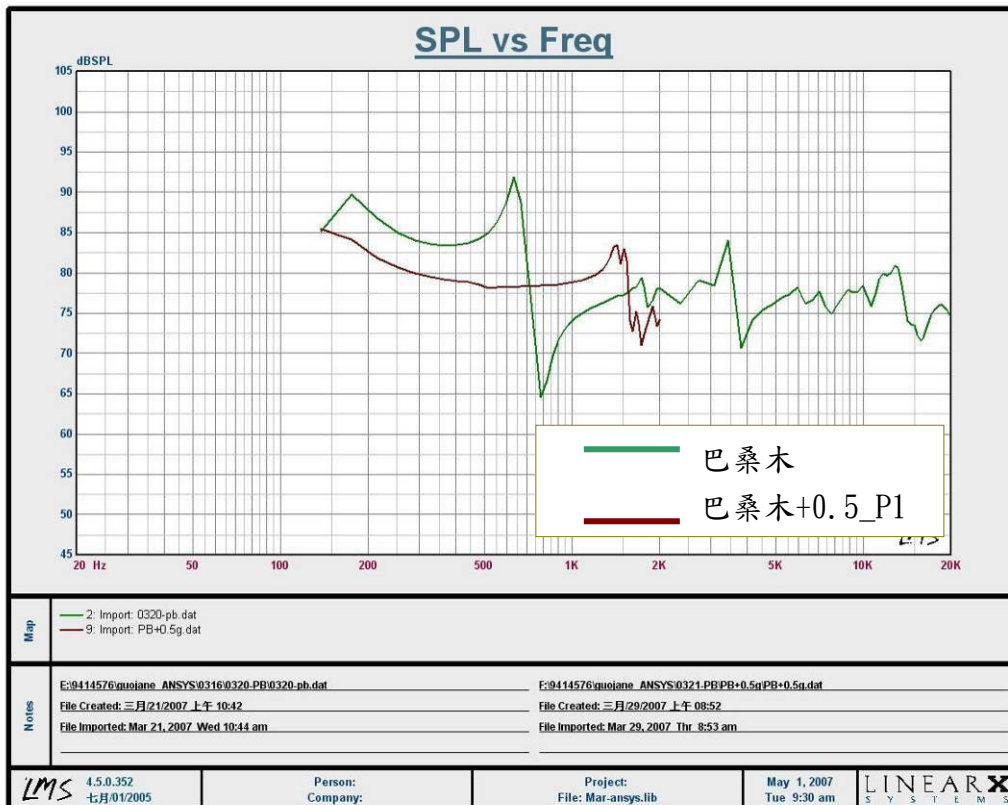


圖 5-4 巴桑木板附加 0.5g 於 P1 處聲壓曲線

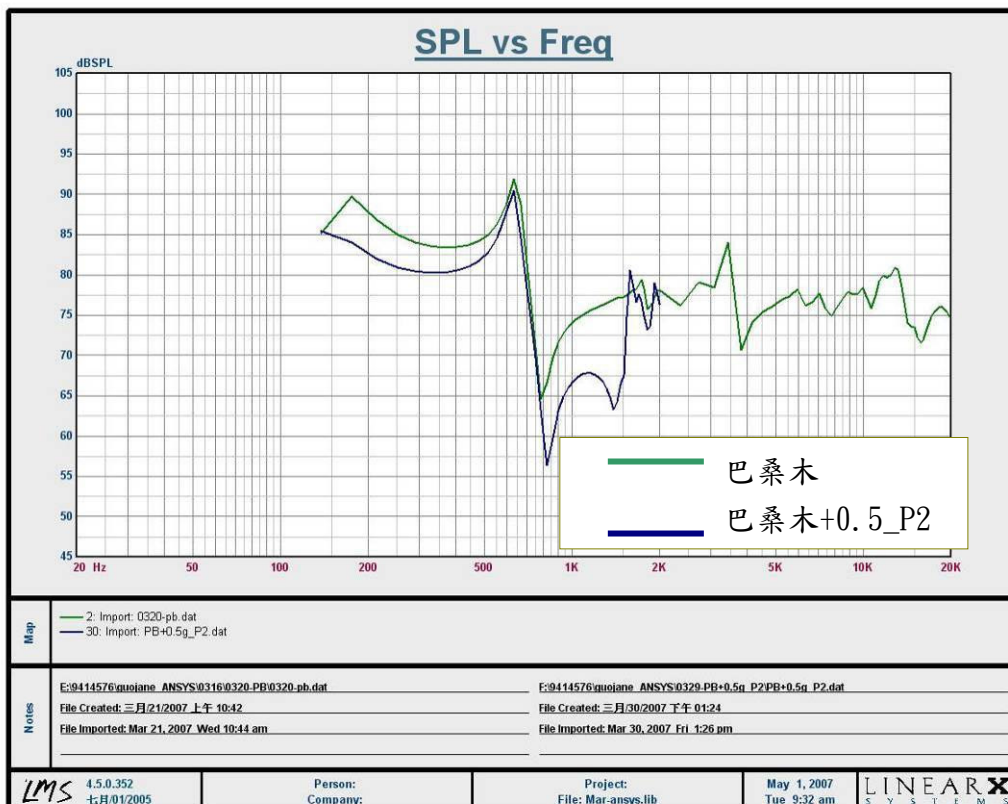


圖 5-5 巴桑木板附加 0.5g 於 P2 處聲壓曲線

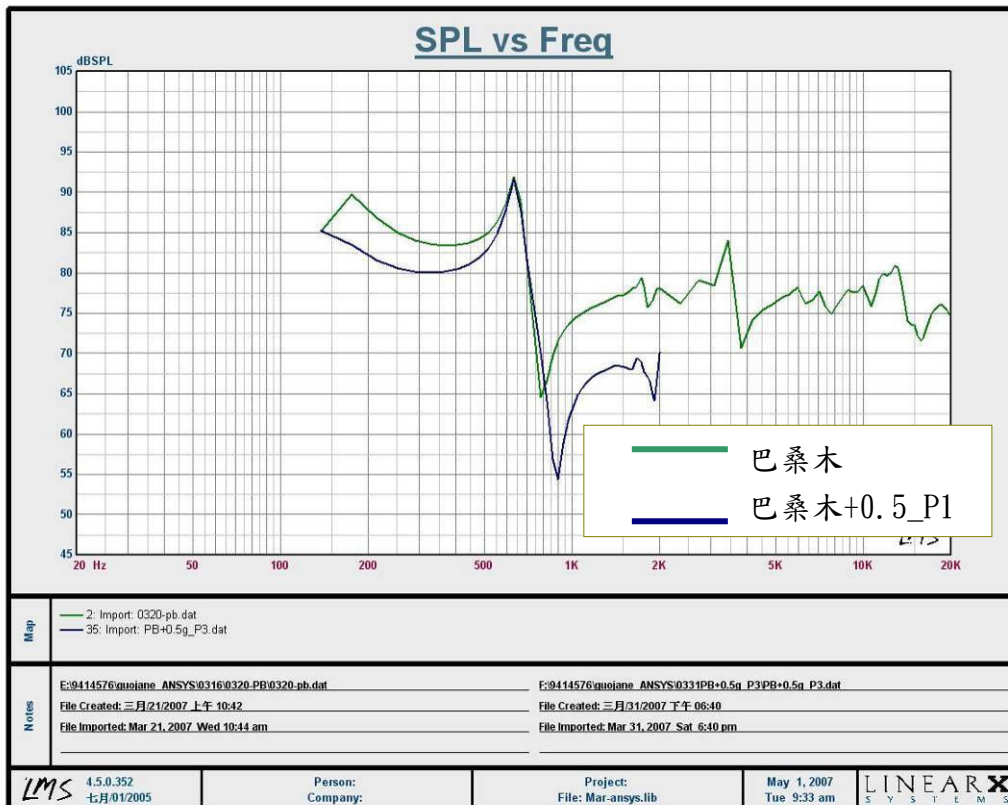


圖 5-6 巴桑木板附加 0.5g 於 P3 處聲壓曲線

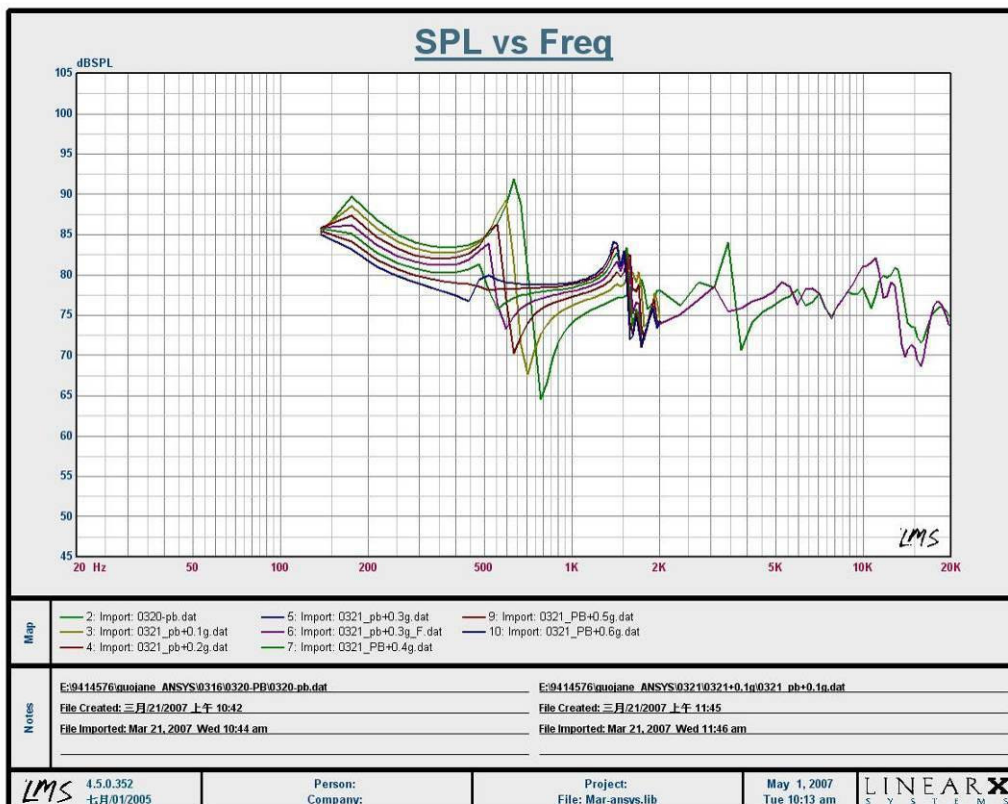


圖 5-7 巴桑木板附加質量(0.1g~0.5g)於 P1 處聲壓曲線

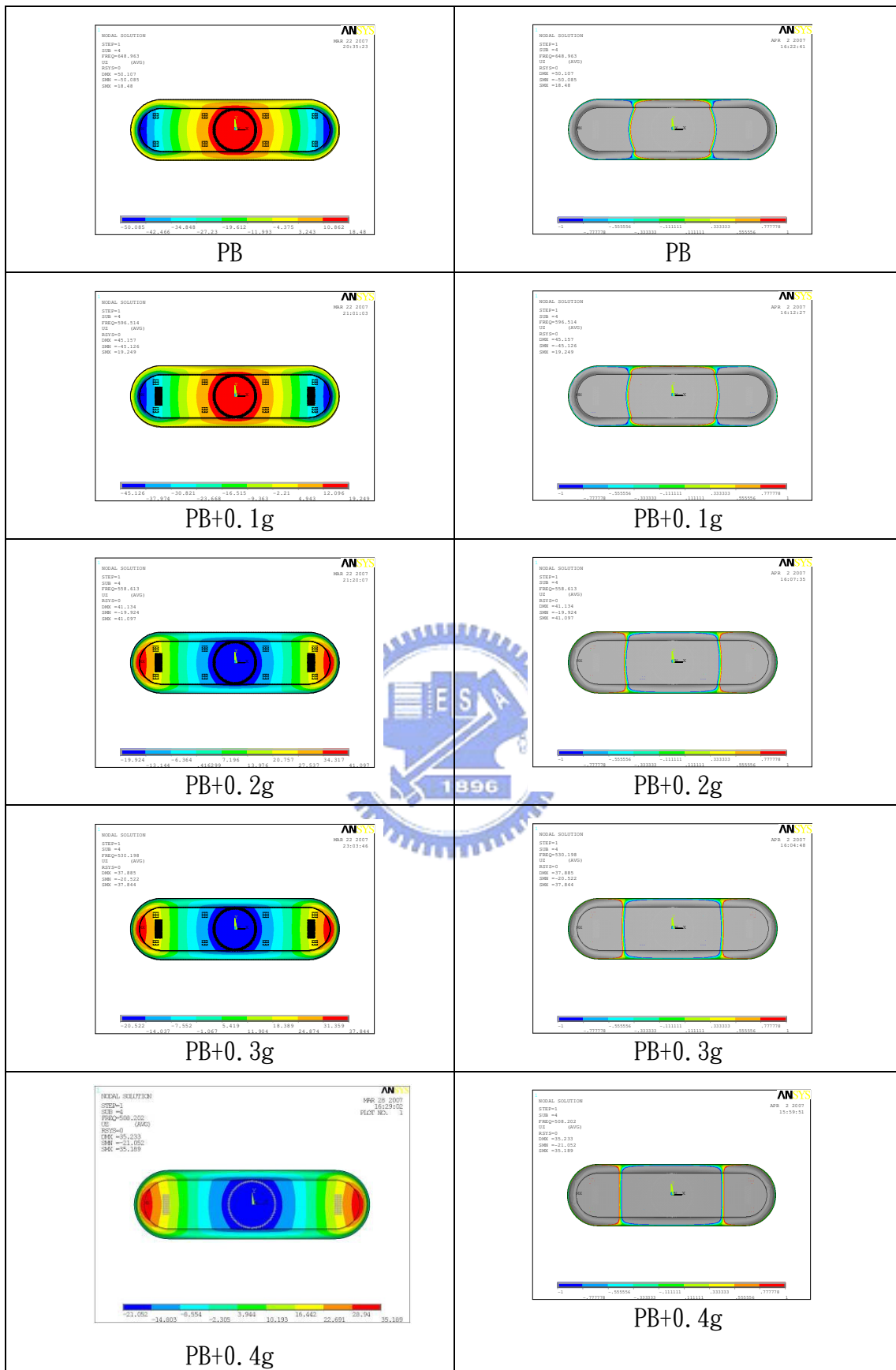


圖 5-8 巴桑木附加質量彎曲模態節線圖

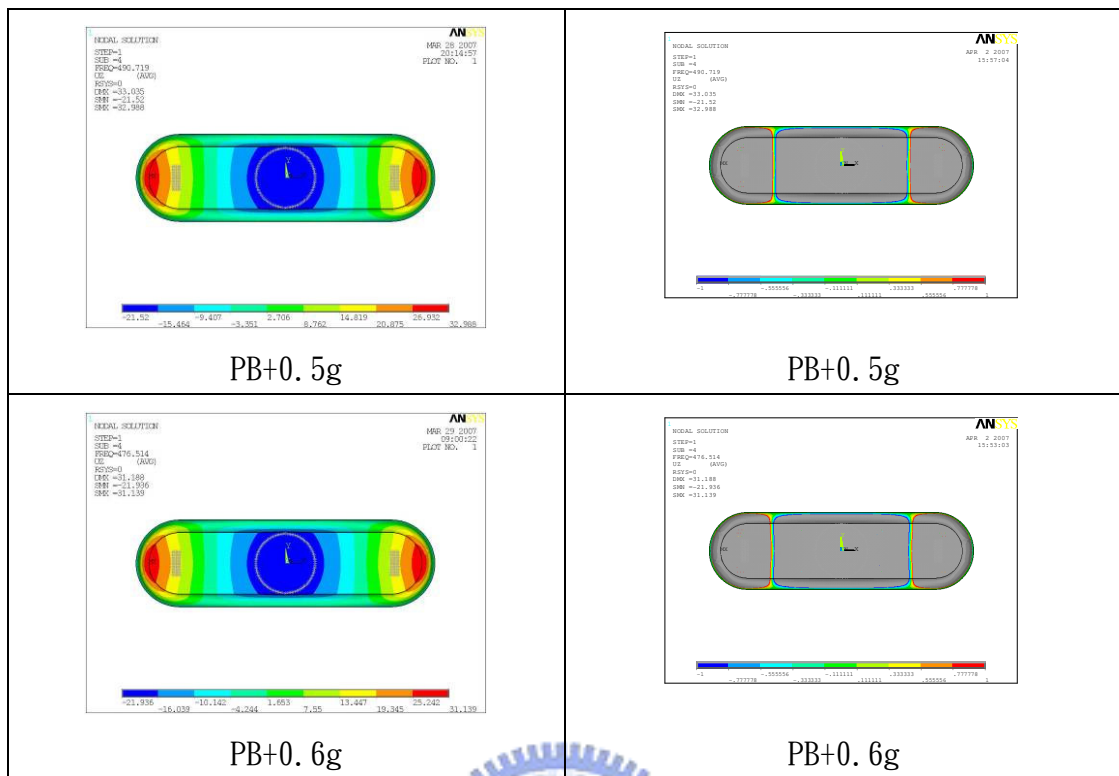


圖 5-8 巴桑木附加質量彎曲模態節線圖

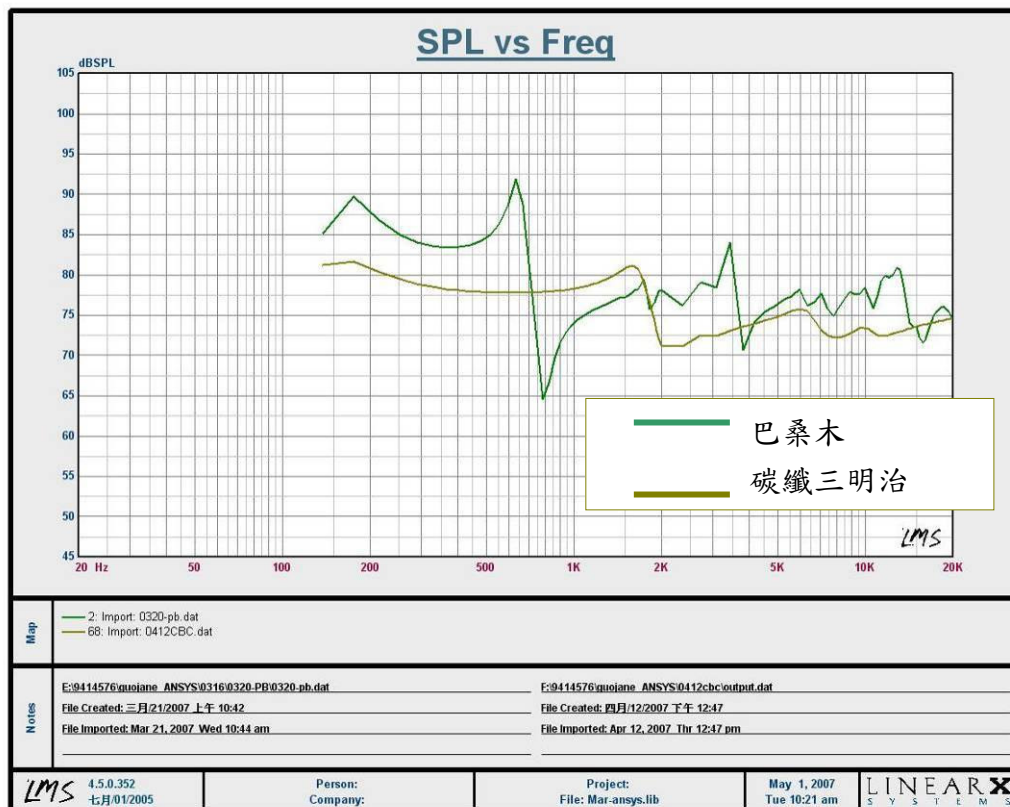


圖 5-9 巴桑木振動板與碳纖三明治振動板聲壓曲線圖

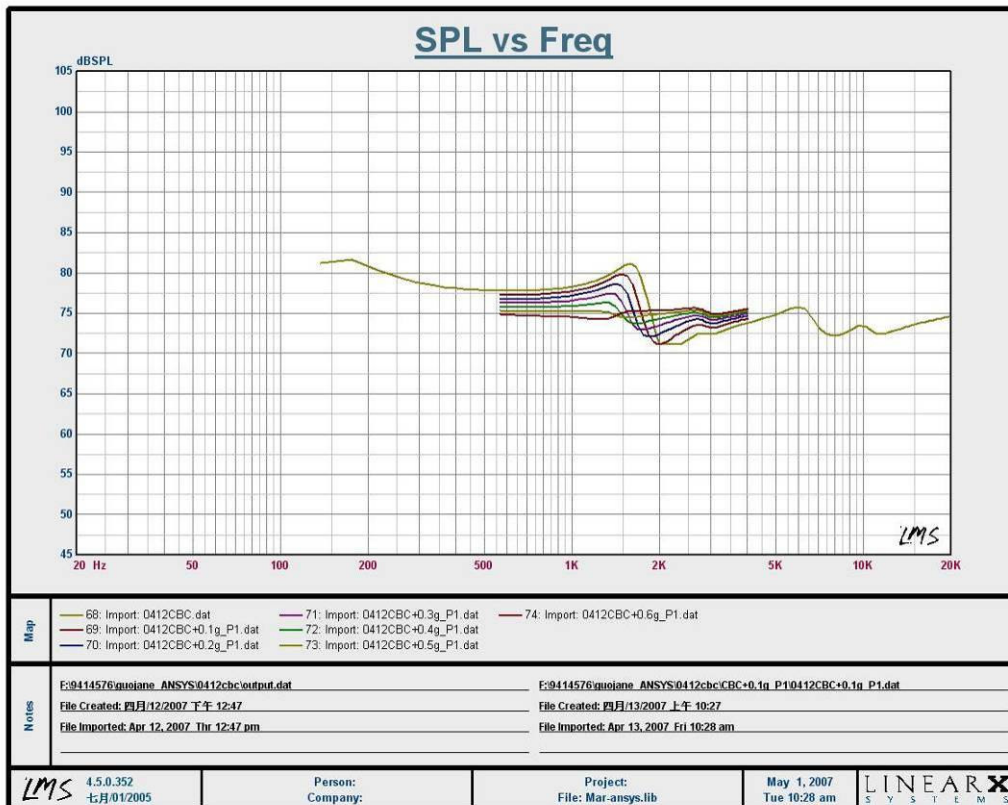


圖 5-10 碳纖三明治附加質量 (0.1g~0.5g) 於 P1 處聲壓曲線圖

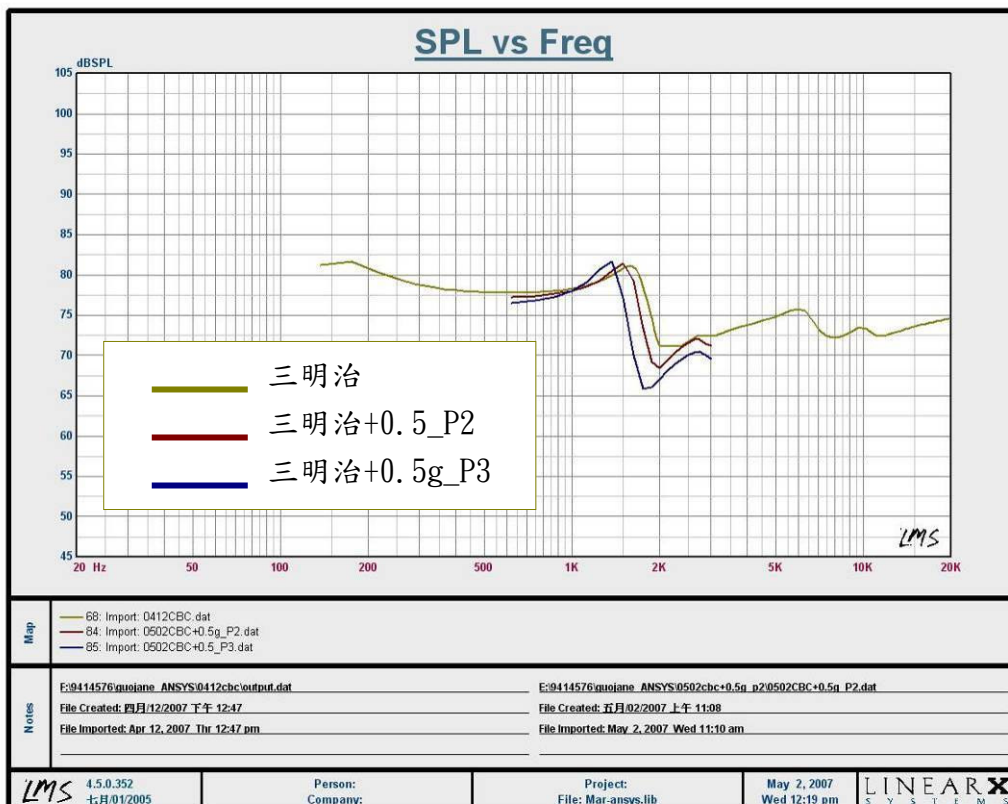


圖 5-11 碳纖三明治板附加質量於 P2 與 P3 處聲壓曲線圖

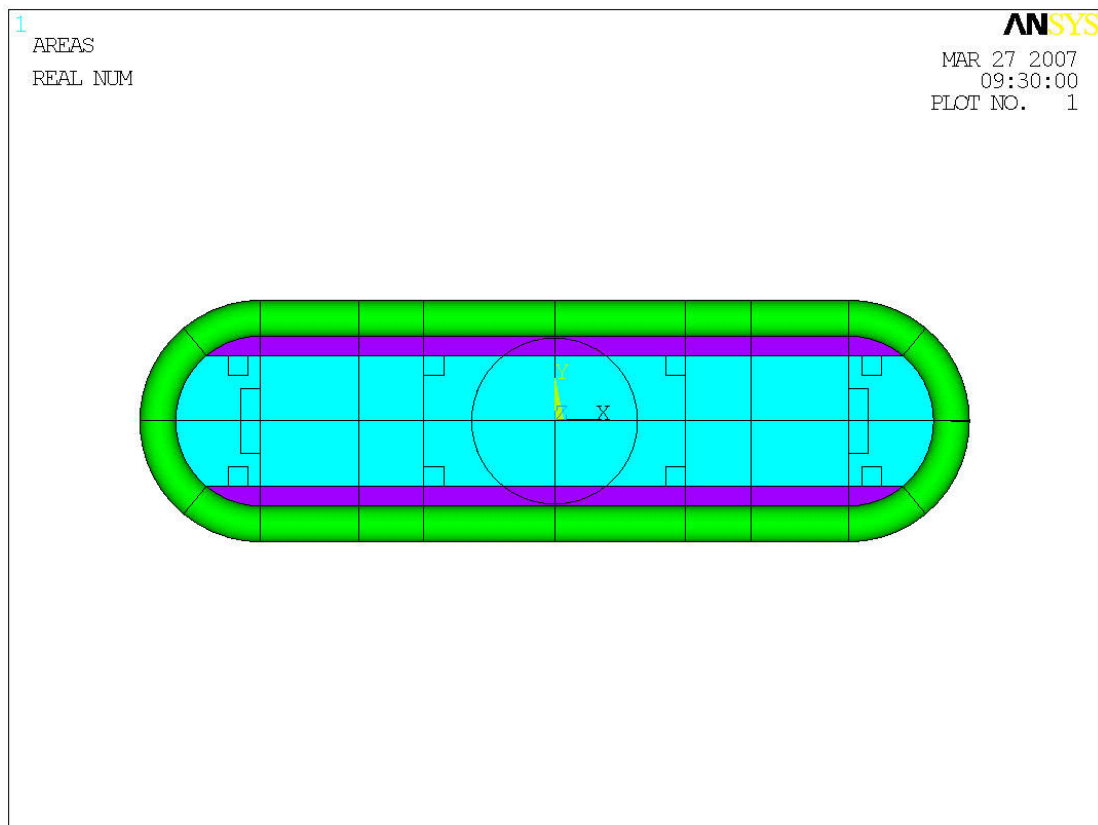


圖 5-12 碳纖局部加勁振動板模型圖

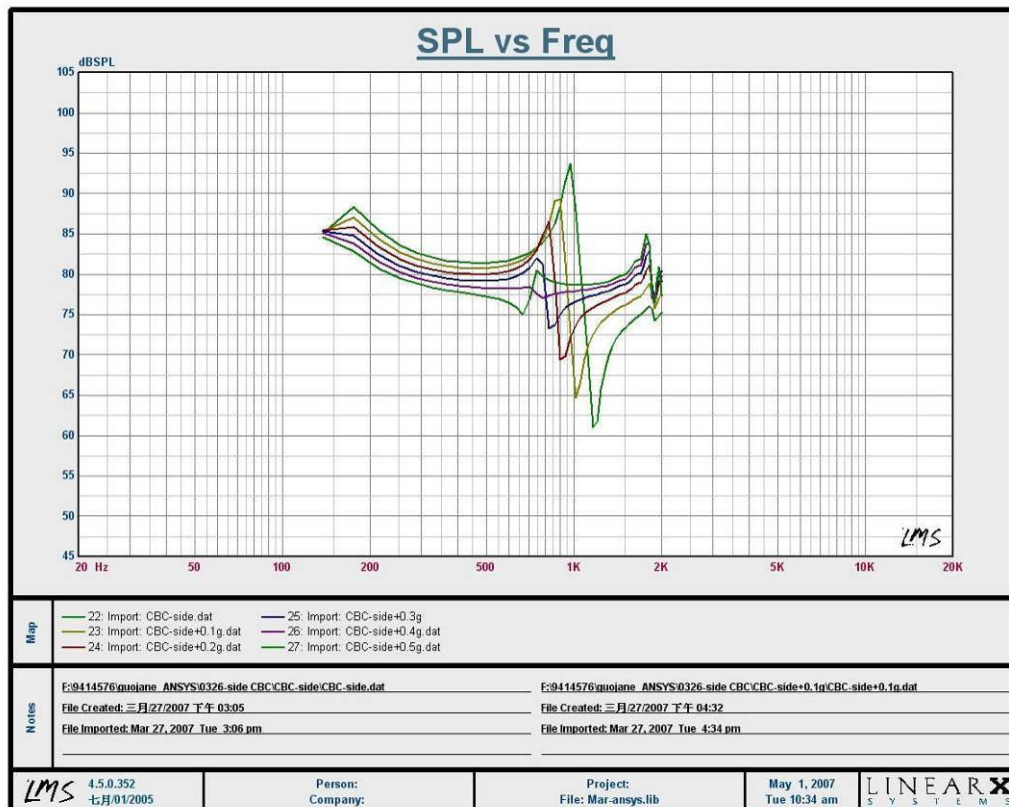


圖 5-13 碳纖局部加勁振動板(0.1g~0.5g)附加質量於P1處聲壓曲線圖

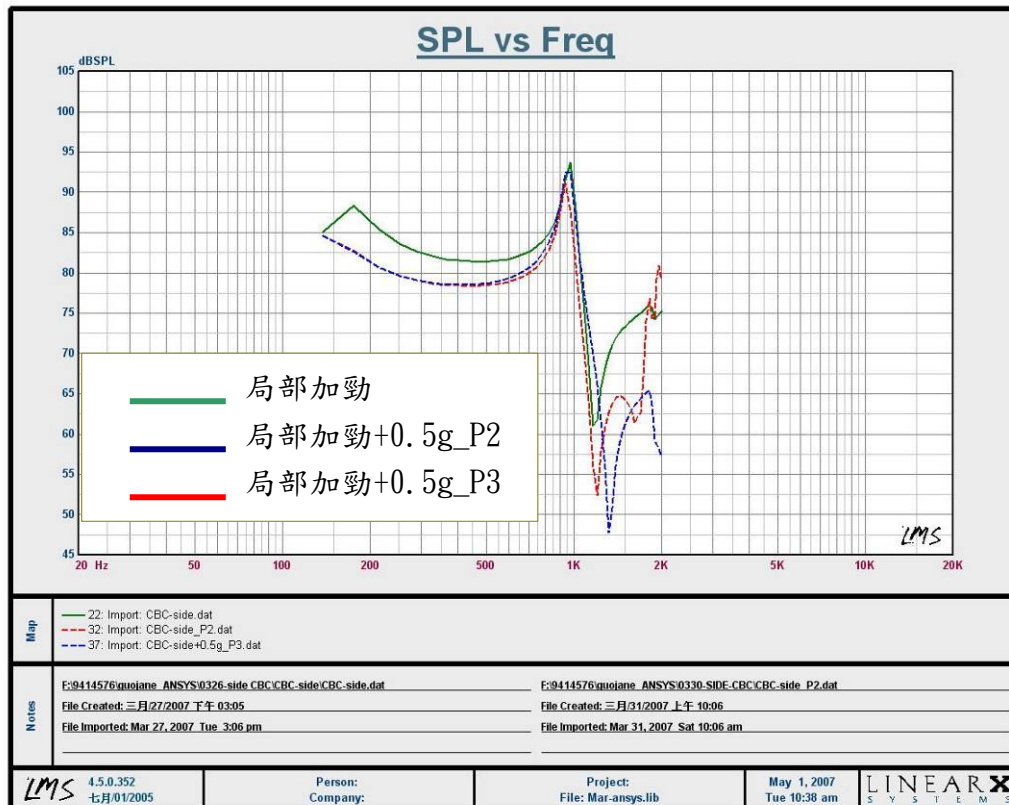


圖 5-14 碳纖局部加勁振動板附加質量於 P2 與 P3 處聲壓曲線圖

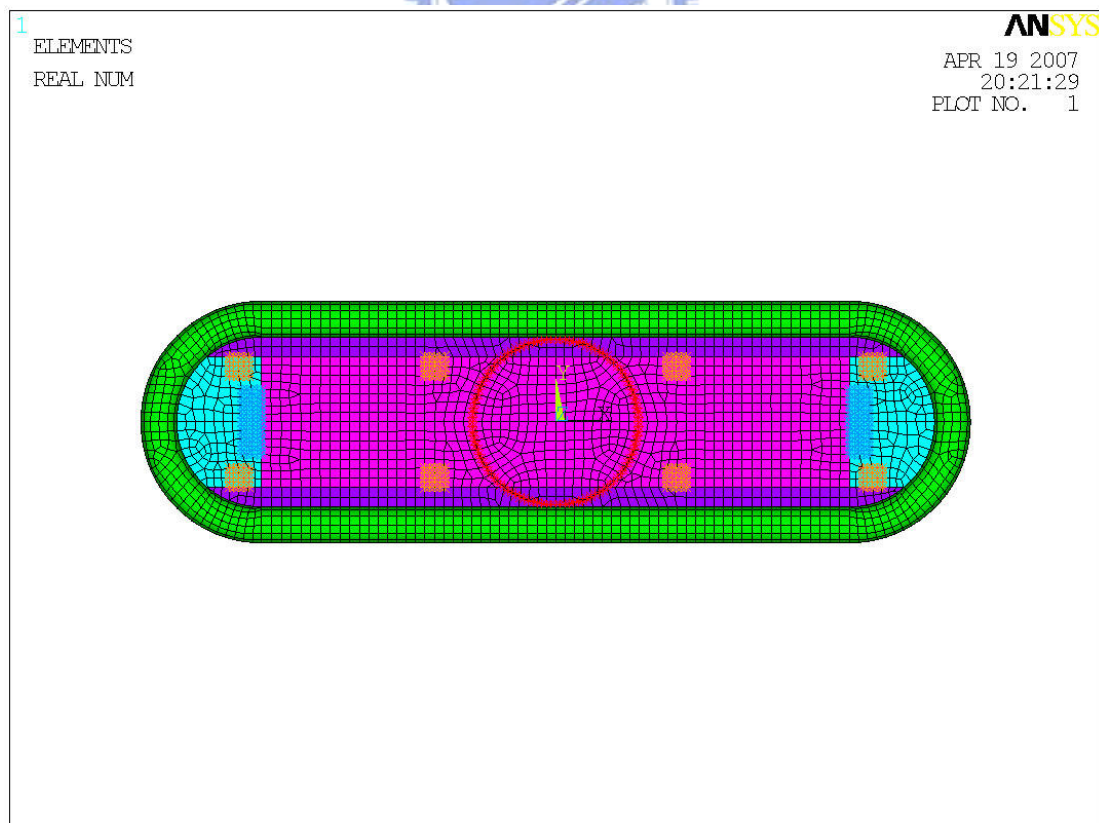


圖 5-15 碳纖局部加強減重板模型圖

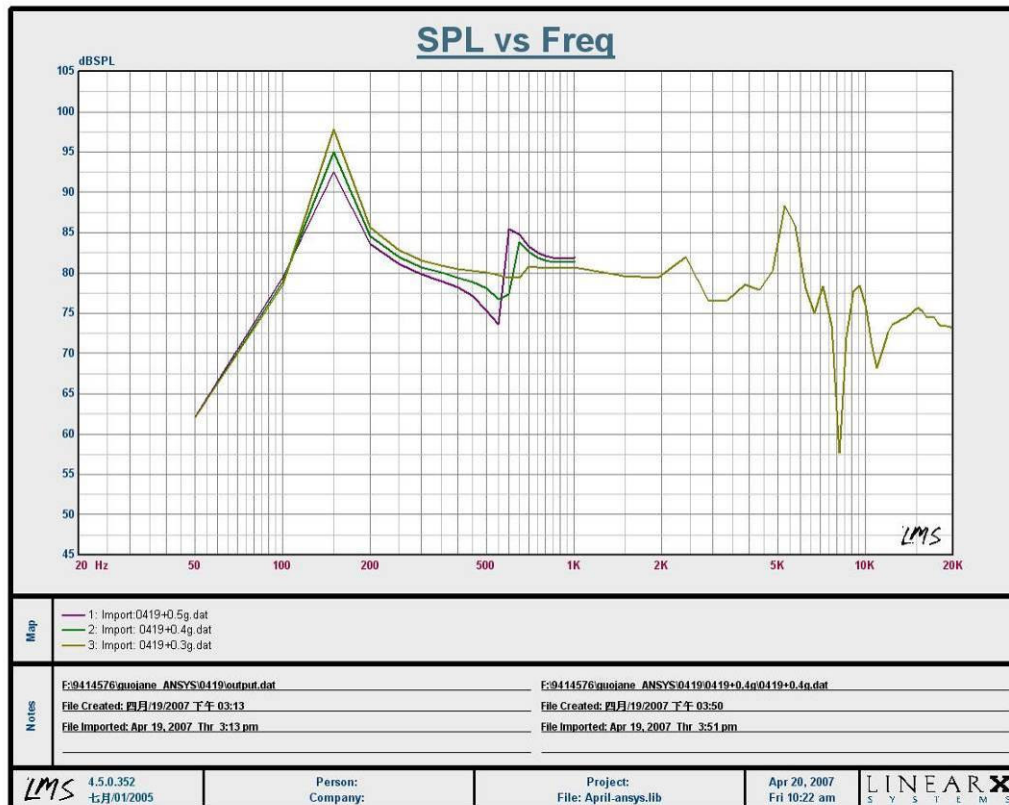


圖 5-16 碳纖局部加強減重板附加質量(0.3g~0.5)於 P1 處聲壓曲線圖

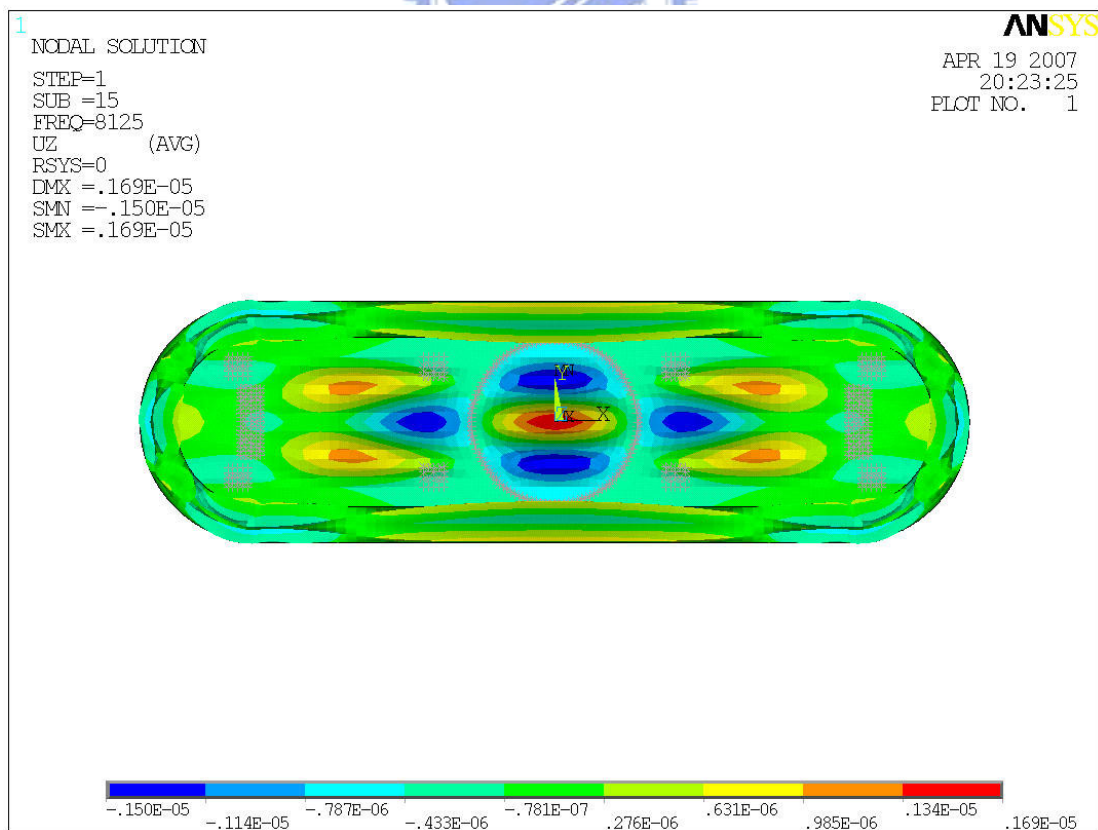


圖 5-17 碳纖局部加強減重板附加質量 0.3g 振形圖

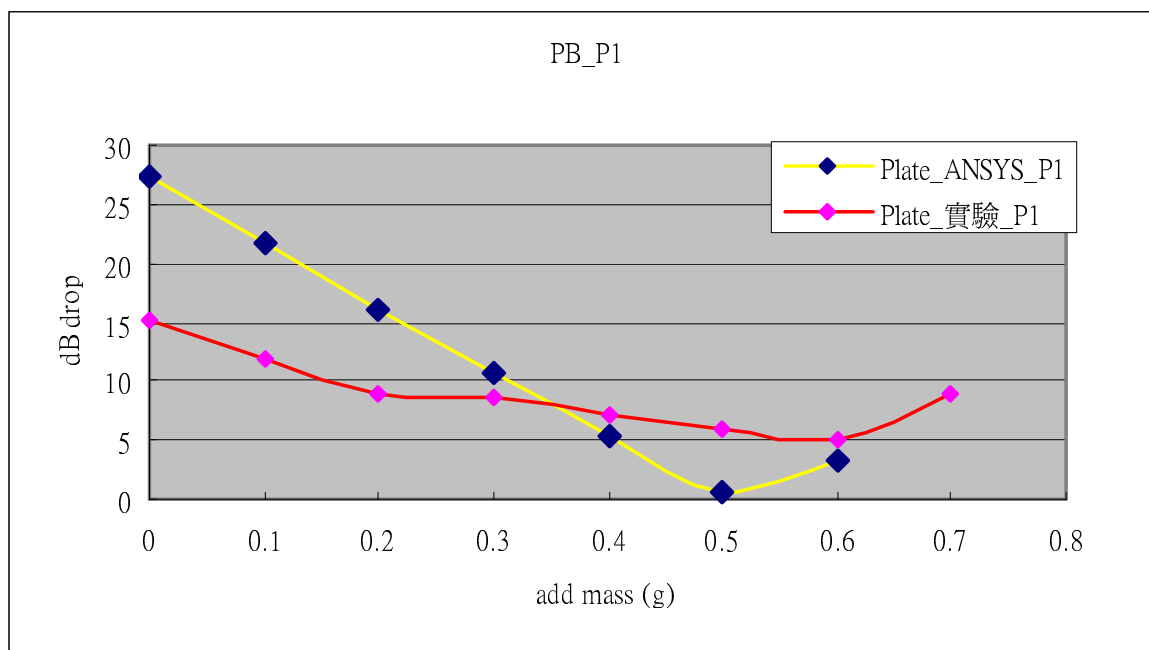


圖 5-18 巴桑木板附加質量與聲壓落差比較

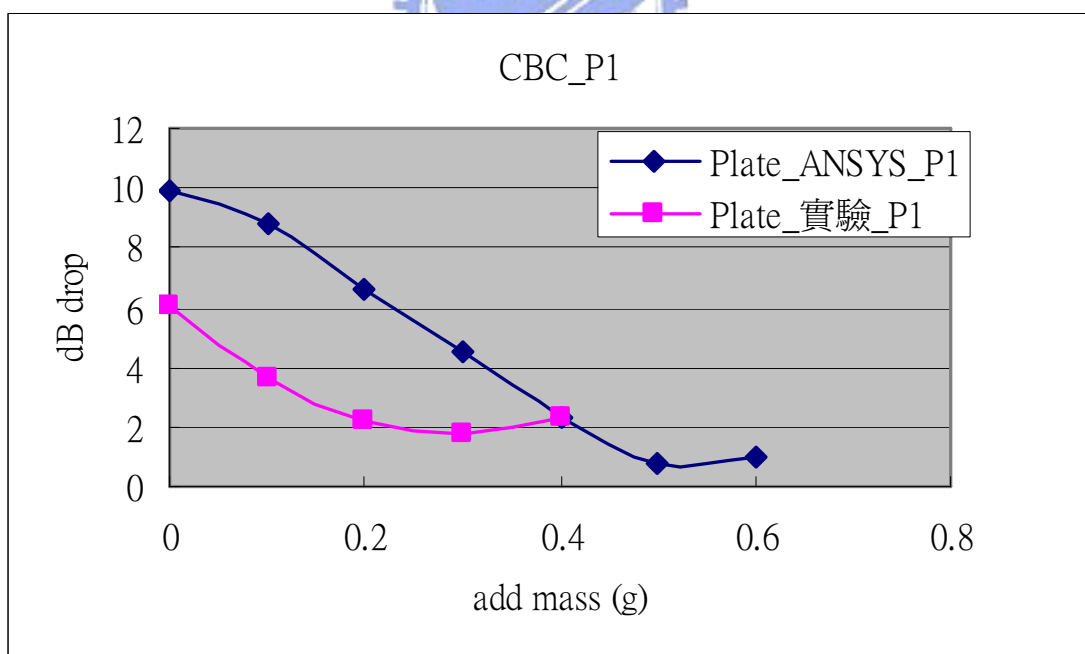


圖 5-19 碳纖三明治附加質量與聲壓落差比較

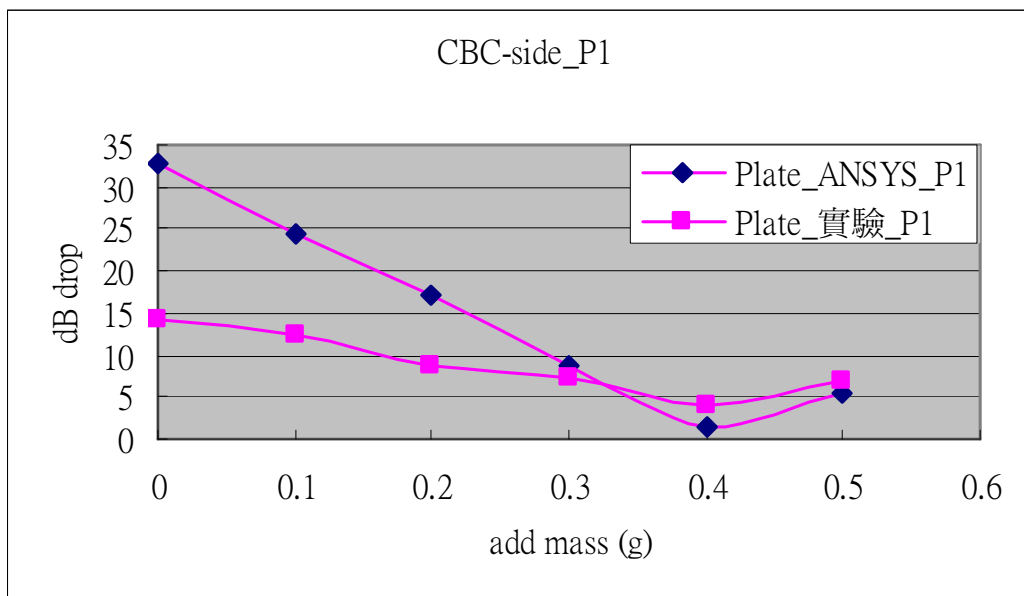


圖 5-20 碳纖局部加勁附加質量與聲壓落差比較

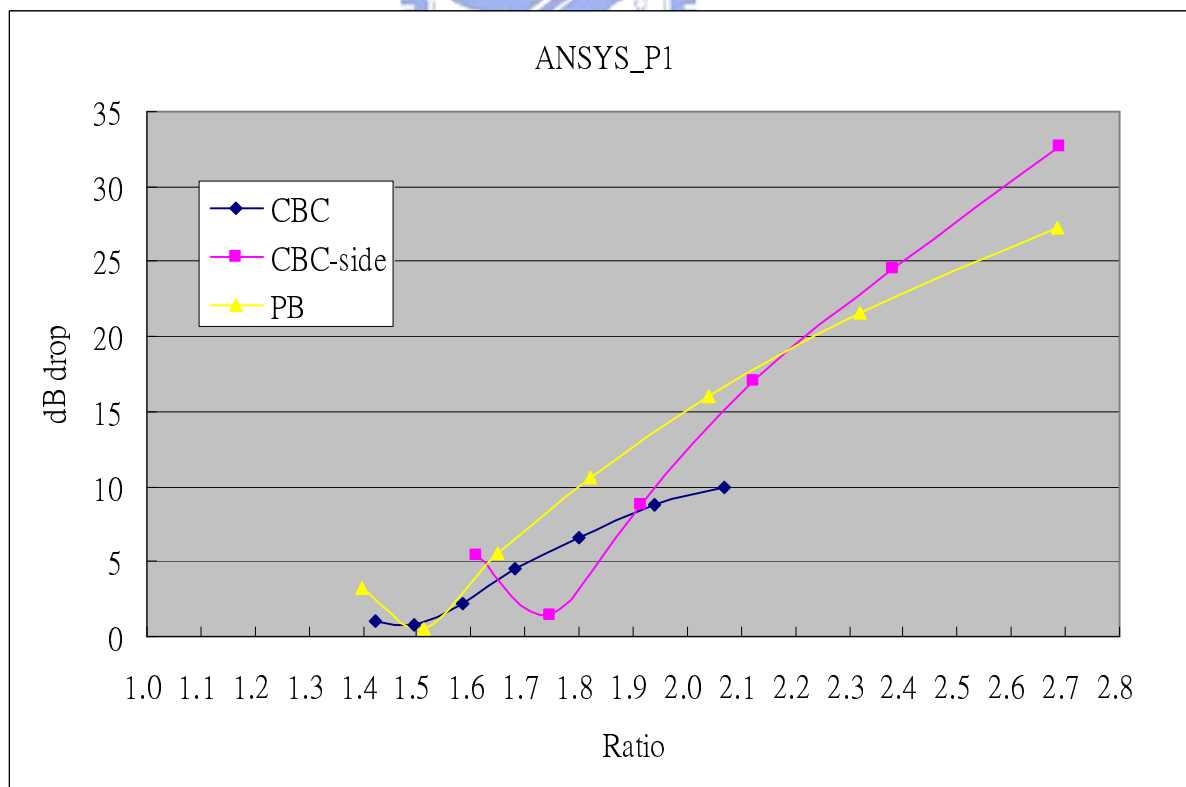


圖 5-21 聲壓落差與振動板振形比較

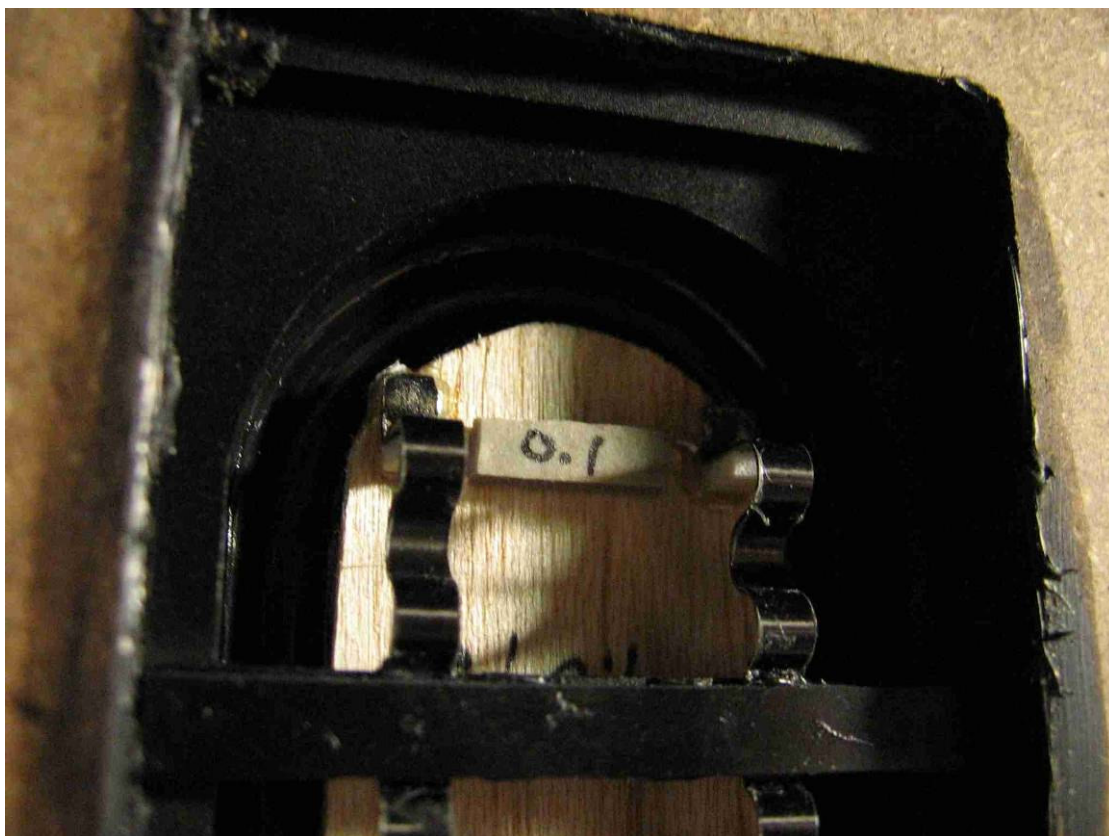


圖 5-22 附加質量實驗方法

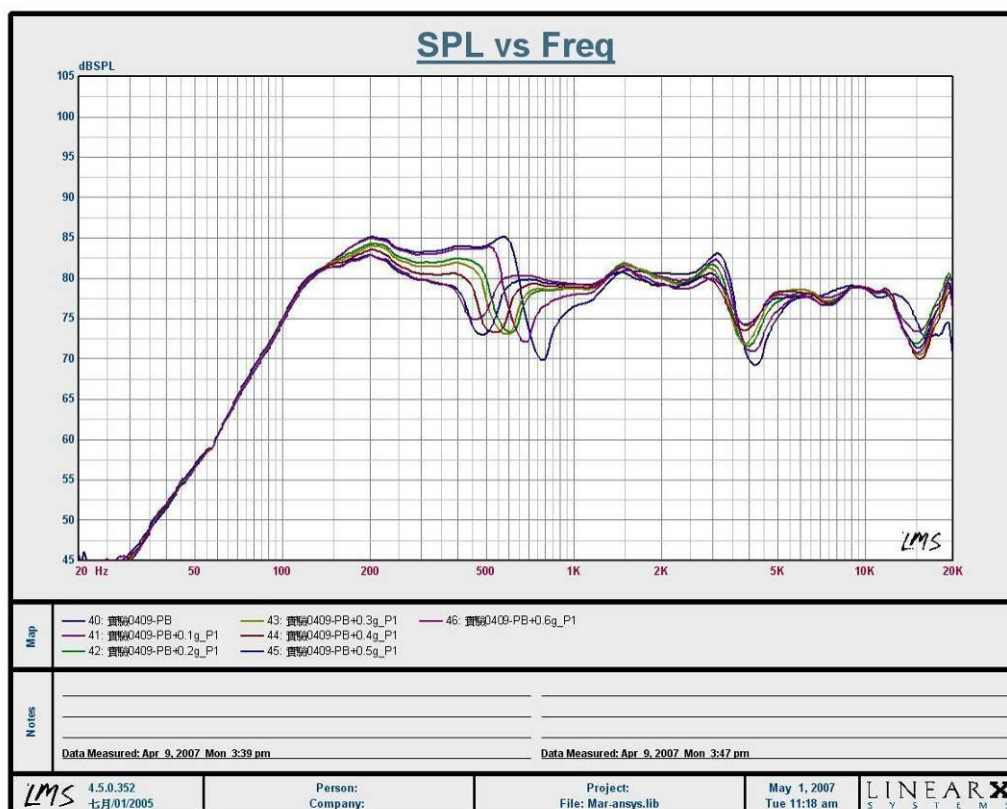


圖 5-23 巴桑木板附加質量實驗量測聲壓曲線

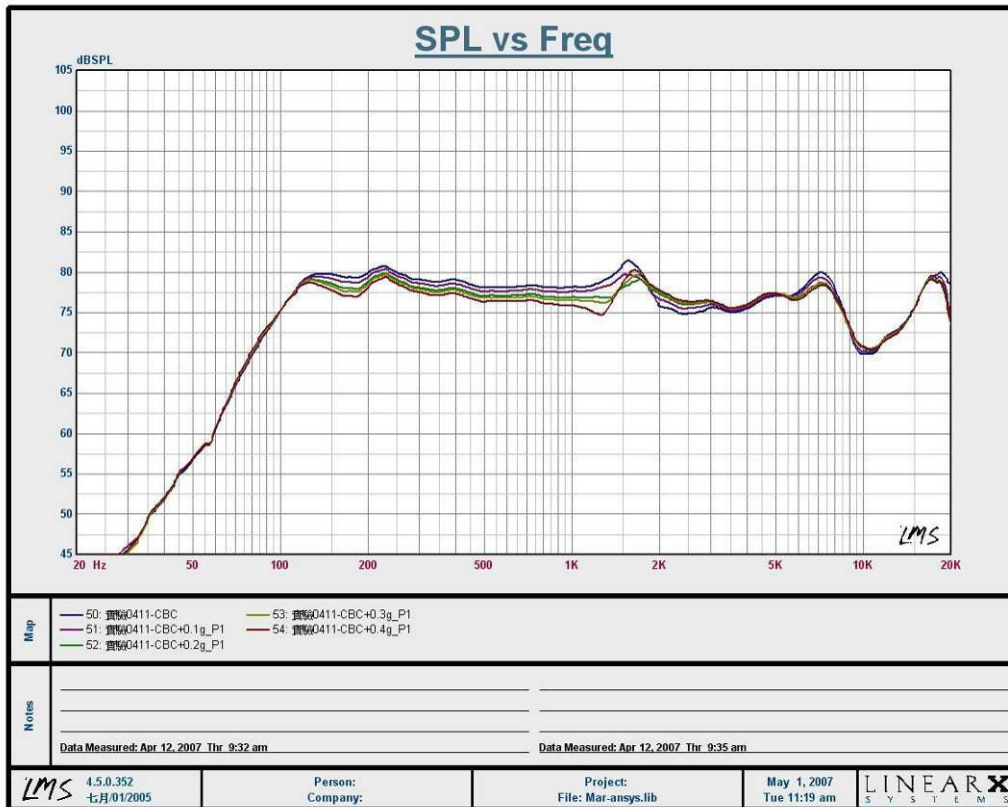


圖 5-24 碳纖三明治板附加質量實驗量測聲壓

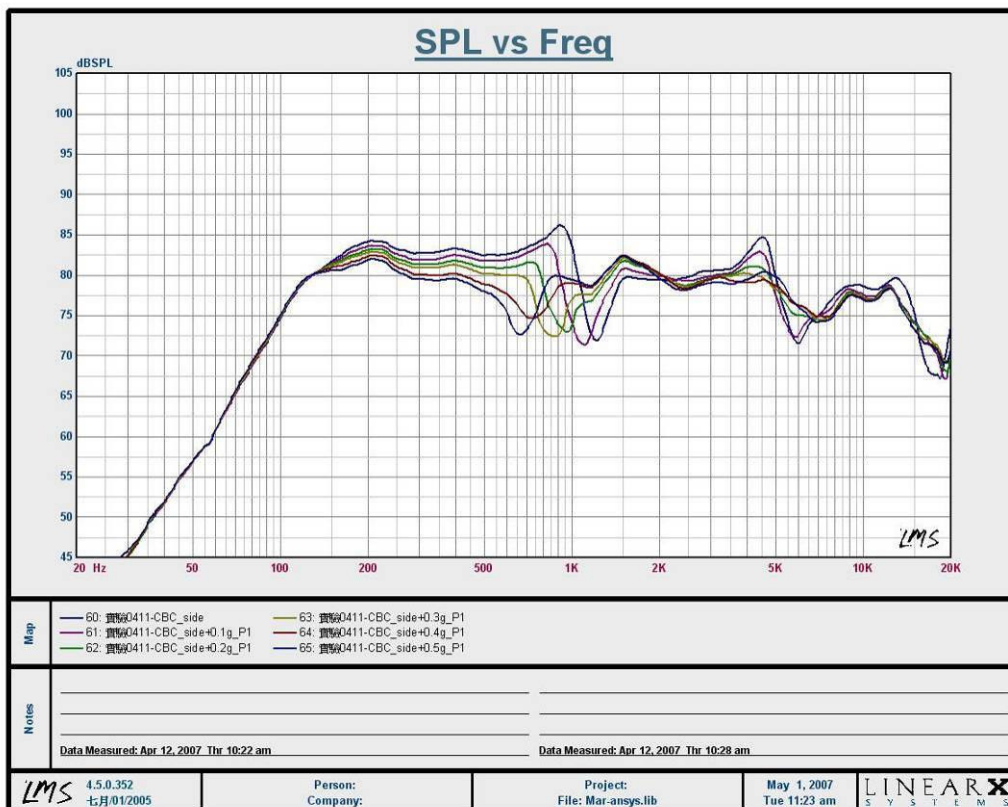


圖 5-25 碳纖局部加勁附加質量實驗聲壓曲線

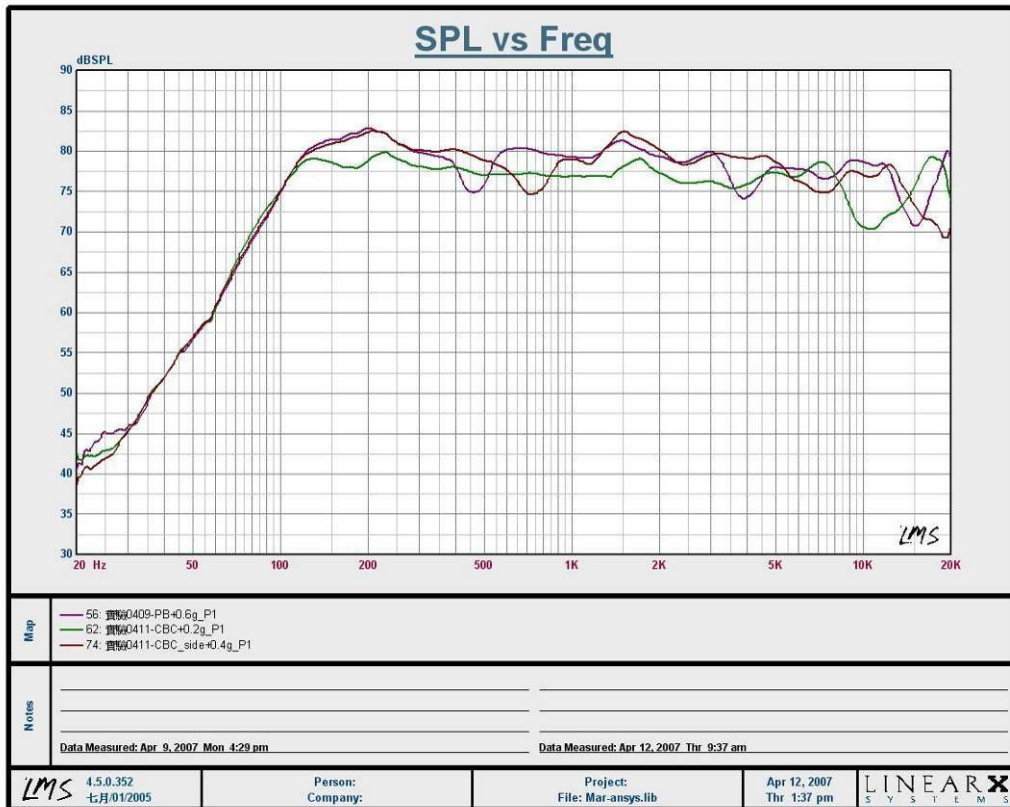


圖 5-26 不同振動板附加質量聲壓比較

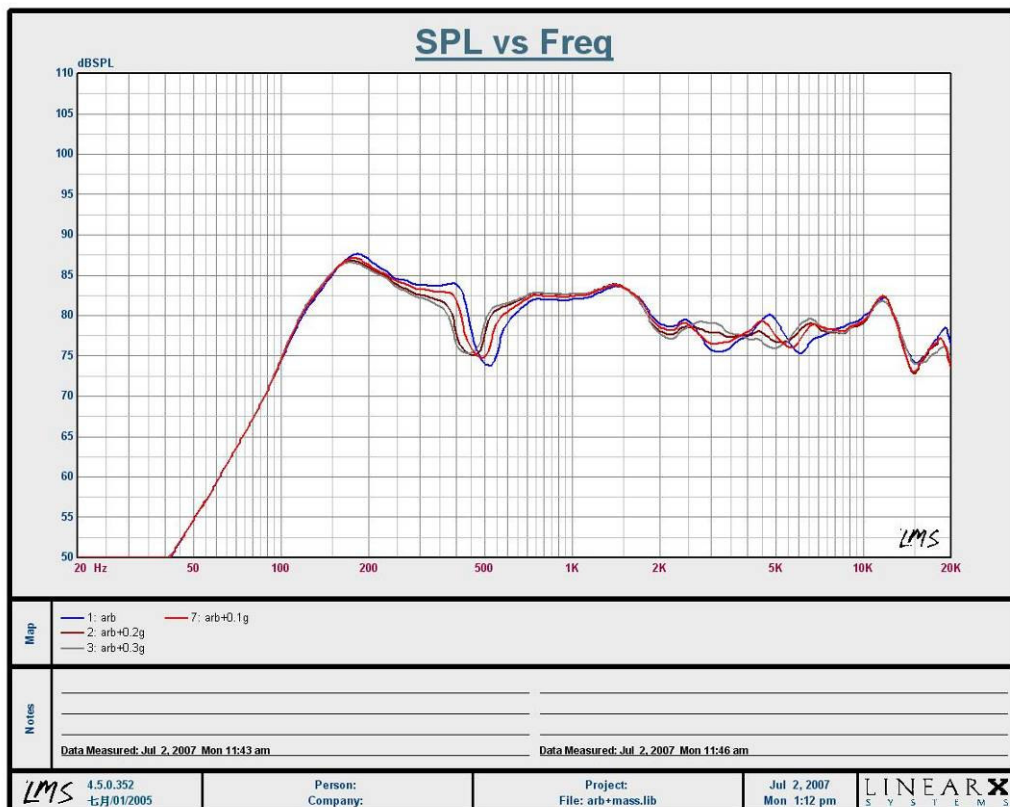


圖 5-27 長寬比較大之揚聲器附加質量聲壓曲線圖