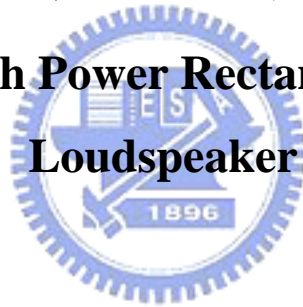


國立交通大學  
機械工程學系  
碩士論文

長形高功率平面揚聲器之研製

**The Study of High Power Rectangular Flat –panel  
Loudspeaker**



研究生：鍾魁原

指導教授：金大仁

中華民國九十六年七月

長形高功率平面揚聲器之研製

**The Study of High Power Rectangular Flat –panel  
Loudspeaker**

研究生：鍾魁原

Student：Kuei-Yuan Chung

指導教授：金大仁 博士

Advisor：Tai-Yan Kam

國立交通大學

機械工程學系



A Thesis

Submitted to Department of Mechanical Engineering  
College of Engineering  
National Chiao Tung University  
in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master of Science  
in  
Mechanical Engineering  
September 2007  
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年七月

# 長形高功率平面揚聲器之研製

研究生：鍾魁原

指導教授：金大仁 博士

國立交通大學機械工程研究所

## 摘要

本文研究長形高功率揚聲器之設計與實作，首先為揚聲器彈性支承的研製，其中包括支承材料的選擇、支承結構的幾何形狀。此彈性支承可用以提高揚聲器容許的最大功率，並增加揚聲器的穩定性及回復性，使振動板在大瓦數的工作下能順利回復至平衡位置，同時也解決了僅有傳統彈波及懸邊在長久工作下產生的塌陷問題。另外也使用複合材料來加勁振動板，因為不良模態的存在破壞了揚聲器的聲射，以致在某些頻段下，聲壓的輸出產生落差。本文應用驗證過的 ANSYS 有限元素模型作分析來找出這些不良的模態，由碳纖三明治板的減重著手，找出適合抑制或導正這些不良模態的加勁區域，平滑揚聲器的聲壓曲線並提高其感度。最後本文依分析的結果實際製作出揚聲器並量測其聲壓曲線，結果顯示其確有較平滑的聲壓曲線及較高感度的表現。

# **The Study of High Power Rectangular Flat –panel Loudspeaker**

Student : Kuei-Yuan Chung

Advisor : Dr. Tai-Yan Kam

Department of Mechanical Engineering  
National Chiao Tung University

## **ABSTRACT**

There are two major parts in the thesis. The first part is related to the design and manufacture of the elastic suspensions of loudspeakers, including the choices of the materials of the supports and their geometrical shapes, which are used to increase the stability and recoverability of loudspeakers. This kind of design makes the panel resume to its equilibrium position under large power easily. It also raises the maximum allowable output power and improves the bass performance while at the same time, the collapse problem of conventional suspension under long period working is also solved. The second part is related to the design of reinforced panel using composite materials. Some mode shapes that may have adverse influences on the sound radiation in certain frequency ranges are determined using a verified ANSYS FEA model. An appropriate reinforced region is determined to suppress the detrimental modes while at the same time, reduce panel weight, make the SPL curve smoother and the speaker possess higher sensitivity.

## 誌謝

在交大的這兩年碩士求學生涯，承蒙吾師金大仁教授的熱心指導，除了完成學業及論文之外，更學習到正確的處事及求學態度，在此致上無限的感謝與敬意。

感謝父母及弟妹的支持與鼓勵，讓我順利無憂的完成碩士班學業。還要感謝偉芬學姊、志明學長、于昇學長、昌毅學長、崧哥、勳哥、小 A、小帥哥、及肌肉男在課業及生活上的種種指導與協助，以及好戰友永立、國真、聖傑的互相勉勵，使我求學過程中不感孤單，另外也要感謝學弟宏銘、建儒、志傑、政霖在各方面的幫忙，並要感謝所有幫助過我的人，最後僅將本文獻給我的家人、師長與朋友。

魁原 2007.7 于交大

## 目錄

中文摘要	.....	i
英文摘要	.....	ii
誌謝	.....	iii
目錄	.....	iv
表目錄	.....	vi
圖目錄	.....	vii
第一章	緒論.....	1
1-1	前言.....	1
1-2	文獻回顧.....	1
1-3	研究方法.....	2
第二章	複合材料積層板的基本原理.....	5
2-1	一階剪變形平板理論.....	5
2-1.1	基本假設.....	5
2-1.2	應力應變關係.....	6
2-1.3	構成方程式(governing equation).....	8
2-2	多層一階剪變形平板理論.....	9
2-2.1	位移與應變.....	9
2-2.2	應力與應變關係.....	12
2-3	振動板的彈性支承.....	15
2-4	複合材料板的應變能與動能.....	16
2-5	瑞雷-黎茲法(Rayleigh-Ritz method).....	16
2-6	特徵值與特徵向量.....	18
2-7	受外力的振動系統.....	19
第三章	有限元素分析與聲壓計算.....	22
3-1	ANSYS 有限元素模型之建立.....	22
3-1.1	模擬元素的選擇.....	22
3-1.2	ANSYS 模型建立步驟.....	22
3-2	ANSYS 模擬分析中各參數的取得.....	25
3-2.1	材料常數的給定.....	26
3-2.2	質點元素的參數.....	26
3-2.3	彈簧元素的參數.....	26
3-2.4	激振力的給定.....	26
3-2.5	阻尼比的給定.....	27
3-3	聲壓的計算及應用.....	28
3-3.1	聲壓波動方程式.....	28

3-4	ANSYS 模型之驗證.....	32
3-4.1	自然頻率驗證.....	32
3-4.2	聲壓模擬的驗證.....	32
第四章	平面揚聲器之製作及各項實驗.....	34
4-1	平面揚聲器各零件之製作.....	34
4-1.1	具複材加勁振動板之製作.....	34
4-1.2	彈性支承之製作.....	35
4-1.3	懸邊之製作.....	35
4-1.4	音圈、彈波、激振器、框架及治具.....	36
4-2	揚聲器之組裝流程.....	36
4-3	揚聲器各項實驗程序.....	36
4-3.1	阻尼量測實驗.....	37
4-3.2	聲壓量測實驗.....	38
4-3.3	阻抗量測實驗.....	38
4-3.4	單體參數量測實驗.....	39
第五章	彈性支承之設計與討論.....	40
5-1	彈性支承的設計.....	40
5-1.1	支承的材料選擇.....	40
5-1.2	支承的形狀設計.....	41
5-2	彈性支承對揚聲器的影響.....	42
第六章	振動板之分析與實驗結果.....	44
6-1	造成聲壓落差的原因.....	44
6-2	未加勁之純巴沙木振動板揚聲器的聲壓表現.....	45
6-2.1	純巴沙木振動板的自然模態與受外力激振之振形.....	46
6-2.2	造成聲壓落差的模態.....	46
6-3	碳纖三明治振動板揚聲器的優缺點.....	47
6-4	局部加勁對聲壓的影響.....	48
6-4.1	由外而內減少加勁面積.....	49
6-4.2	較高頻處聲壓落差的修正.....	49
6-5	分析結果討論與實驗比較.....	50
第七章	結論與未來研究方向.....	51
7-1	結論.....	51
7-2	未來研究方向.....	51
參考文獻	.....	53

## 表目錄

表 3-1	文獻[14]中三明治板材料常數.....	55
表 3-2	ANSYS 分析之自然頻率(Hz)與文獻[14]比較.....	55
表 3-3	ANSYS 分析所需之各材料的材料常數.....	56





## 圖目錄

圖 1-1	傳統振動板為錐盆型的揚聲器.....	57
圖 1-2	振動板為一平板的揚聲器.....	57
圖 2-1	複合材料積層板座標系統.....	58
圖 2-2	複合材料積層板沿厚度方向之合力與合力矩.....	59
圖 2-3	多層一階剪變形位移場示意圖.....	60
圖 2-4	積層板之幾何與層數系統.....	60
圖 2-5	複合材料三明治板之邊界條件.....	60
圖 2-6	振動板中心之頻率響應圖.....	61
圖 2-7	Rayleigh Damping.....	61
圖 3-1	平面揚聲系統之有限元素模型示意圖.....	62
圖 3-2	純巴沙木振動板揚聲器阻抗曲線及其相關參數.....	63
圖 3-3	內磁式激振器剖面圖.....	64
圖 3-4	雷射測速儀量測之振動板中心之頻率響應.....	65
圖 3-5	聲壓距離示意圖.....	66
圖 3-6	聲壓曲線的平滑處理.....	66
圖 3-7	文獻中三明治板示意圖.....	67
圖 3-8	以珍珠板作為振動板的揚聲器(驗證用).....	67
圖 3-9	珍珠板揚聲器模擬與實驗之聲壓曲線比較.....	68
圖 3-10	純巴沙木板揚聲器模擬與實驗之聲壓曲線比較.....	69
圖 4-1	本文揚聲器主要零件規格圖(part 1).....	71
	本文揚聲器主要零件規格圖(part 2).....	71
圖 4-2	揚聲器結構圖.....	72
圖 4-3	本文揚聲器爆炸圖.....	72
圖 4-4	熱壓機.....	73
圖 4-5	複材加勁振動板及彈性支承之加熱加壓硬化成型製程圖....	73
圖 4-6	具複材加勁振動板完成圖.....	74
圖 4-7	彈性支承完成圖.....	74
圖 4-8	懸邊製作.....	75
圖 4-9	懸邊製作模具.....	75
圖 4-10	懸邊完成圖.....	76
圖 4-11	揚聲器組裝流程(step 1).....	76
圖 4-12	揚聲器組裝流程(step 2).....	77
圖 4-13	揚聲器組裝流程(step 3).....	77
圖 4-14	揚聲器組裝流程(step 4).....	78
圖 4-15	揚聲器組裝流程(step 5).....	78

圖 4-16	揚聲器組裝流程(step 6).....	79
圖 4-17	揚聲器組裝流程(step 7).....	79
圖 4-18	揚聲器組裝流程(step 8).....	80
圖 4-19	揚聲器組裝流程(step 9).....	80
圖 4-20	揚聲器組裝流程(step 10).....	81
圖 4-21	揚聲器組裝流程(step 11).....	81
圖 4-22	阻尼比量測實驗架設圖.....	82
圖 4-23	聲壓量測實驗架設圖.....	82
圖 5-1	泡棉支承結構.....	83
圖 5-2	冂形支承結構.....	83
圖 5-3	冂形碳纖支承的力量-位移關係.....	84
圖 5-4	波浪形碳纖支承的力量-位移關係.....	84
圖 5-5	波浪形玻纖支承的力量-位移關係.....	85
圖 5-6	彈性支承對聲壓的影響(皆為純巴沙木振動板).....	85
圖 5-7	各組揚聲器的阻抗曲線.....	86
圖 6-1	振動板作活塞運動產生的波.....	87
圖 6-2	振動板作活塞運動伴隨發生彎曲運動.....	87
圖 6-3	ANSYS 分析所得純巴沙木振動板揚聲器之聲壓曲線.....	88
圖 6-4	聲壓落差範圍前後純巴沙木振動板模態圖(part 1).....	89
	聲壓落差範圍前後純巴沙木振動板模態圖(part 2).....	90
	聲壓落差範圍前後純巴沙木振動板模態圖(part 3).....	91
圖 6-5	6000 Hz 內純巴沙木振動板受激振之變形圖(part 1).....	92
	6000 Hz 內純巴沙木振動板受激振之變形圖(part 2).....	93
圖 6-6	6000Hz 內純巴沙木振動板所有對稱的模態圖(part 1).....	94
	6000Hz 內純巴沙木振動板所有對稱的模態圖(part 2).....	95
圖 6-7	純巴沙木與碳纖三明治振動板揚聲器之聲壓模擬比較.....	96
圖 6-8	碳纖三明治振動板對稱的模態圖.....	97
圖 6-9	碳纖三明治振動板在幾個聲壓落差低點的變形圖.....	98
圖 6-10	振動板面積分割示意圖.....	98
圖 6-11	加勁組號 1 的圖示、主要造成聲壓落差的模態及聲壓曲線分析比較.....	99
圖 6-12	加勁組號 2 的圖示、主要造成聲壓落差的模態及聲壓曲線分析比較.....	100
圖 6-13	加勁組號 3 的圖示、主要造成聲壓落差的模態及聲壓曲線分析比較.....	101
圖 6-14	加勁組號 4 的圖示、主要造成聲壓落差的模態及聲壓曲線分析比較.....	102

圖 6-15	加勁組號 5 的圖示、主要造成聲壓落差的模態及聲壓曲線分析比較.....	103
圖 6-16	加勁組號 4-1 的圖示及聲壓曲線分析比較.....	104
圖 6-17	加勁組號 4-2 的圖示及聲壓曲線分析比較.....	105
圖 6-18	加勁組號 4-3 的圖示及聲壓曲線分析比較.....	106
圖 6-19	加勁組號 4-4 的圖示及聲壓曲線分析比較.....	107
圖 6-20	加勁組號 4-5 的圖示及聲壓曲線分析比較.....	108
圖 6-21	加勁組號 4-6 的圖示及聲壓曲線分析比較.....	109
圖 6-22	加勁組號 4-4 與碳纖三明治板揚聲器之聲壓實測比較.....	110



# 第一章 緒論

## 1-1 前言

由於顯示器、電視、筆記型電腦等產品逐漸平面化、薄型化的影響下，許多揚聲器為因應需求而發展出有別於一般傳統錐盆型振動板的揚聲器(如圖 1-1)，改而搭載振動板為平面型的揚聲器(如圖 1-2)，其中又以長形的平面揚聲器空間利用的彈性較大，如裝置於 LCD TV 的兩側。一般較常見的電磁動圈式平面揚聲器，其結構大致可分為振動板、懸邊、彈波、音圈及場磁鐵(如圖 4-2)。

在空間受限的情況下，如何設計出更具效率的揚聲器，改善其頻率響應(或稱聲壓，Sound Pressure Level, SPL)，成為最主要的研究目標，而複合材料在質輕、高強度上即符合平面揚聲器振動板的設計需求，本文即是探討具複材彈性支承、複材加勁振動板之長形高功率平面揚聲器振動特性及發聲行為，設計並實際製作出適合高功率揚聲器的複材彈性支承，增加系統的回復性並不致使  $F_0$  上升過多，另外也針對影響揚聲器聲壓曲線的振動板部分，在既定的規格及尺寸下(如圖 4-1)，尋求較佳的加勁方式，以提高揚聲器的聲壓位準及其平滑程度。

## 1-2 文獻回顧

以基於古典板理論(Classical Plate Theory, 簡稱 CPT)[1]的古典積層板理論(Classical Lamination Theory)對複合材料薄板來進行分析已能得到不錯的結果，但對於厚板而言，由於複合材料積層板之側向剪力模數(Shear modulus)比沿纖維方向的楊氏係數(Young's modulus)低很多，且在厚度上較薄板高出

許多，因此容易產生側向剪變形，所以古典板理論不適合分析較厚之複合材料板。為此，Mindlin 提出了一階剪變形理論(The First-order Shear Deformation Theory，簡稱 FSDT)[2]，首先將側向剪力的影響加以考慮，但是因為假設側向剪力分布為常數，並不符合實際的情況，於是 Whitney[3、4]便提出了剪力修正因子來加以修正，此種理論比較適合用在長厚比大於 15 的結構上；之後，學者又提出了各種高階剪變形的理論，雖有提高理論值與實際狀況相比之準確性，但往往較適用於厚板結構(長厚比大於 15)之情況，且其計算上比較複雜許多，而本文中使用的複合材料結構板並不在厚板結構的範圍內，所以仍以一階剪變形理論為主，來分析振動板之變形行為。

在研究三明治板的文獻方面，Reissner[5]推導控制方程式研究應用小變形、等向性三明治板的力學行為，文獻將面層假設為薄膜，並忽略中心層平行面層的應力。O'Connor[8]提出用有限元素法來分析三明治結構，他以平面彈性元素來構建中心層，樑元素來構建面層。Kanematsu[9]用 Ritz method 來分析矩型板的彎曲和振動。

對於聲學與聲壓計算方面，Morse[10]中推導出了聲源在空氣中傳遞之聲壓方程式，在 Takeo[11]中引用出有限元素之聲壓方程式，而 Tan[12]中討論了藉由促動器(actuator)主動控制對平板之聲場的影響。文獻[13]中陳述了關於揚聲器量測的各參數的討論。

### 1-3 研究方法

本文先設計並實際製作出適用於高功率平面揚聲器的彈性支承，配合彈波和懸邊支撐住振動板，增加系統的回復性及穩定性，在低音的大振幅

運動時仍能避免不穩定的現象發生，排除雜音的產生，提高揚聲器的最大容許功率。

確定了懸掛系統後，即開始研究改善聲壓曲線。而其影響最劇者屬揚聲器的振動板。在第一自然頻率  $F_0$  之後，板開始伴隨發生彎曲變形，這些相對於活塞運動的逆相位彎曲使聲音輸出相互抵消的現象產生，且較常發生在中音區域，在此頻域聲壓曲線會出現一個明顯的落差，常稱之為中音谷。

若想要使聲音聽起來更悅耳，必須使聲壓曲線更加平滑，改善的方法通常是加強振動板的剛度，例如使用複合材料三明治板，但若是整塊振動板都採用三明治式加勁，比起單純只用心層材料的振動板，雖然強度增加了很多，板的質量也會隨之增加，使得整體的感度下降，導致在相同的輸出功率下發出的音量變小，所以我們首先針對純巴沙木板及複合材料三明治板作探討，找出聲壓位準產生落差的頻率區段，並對該區段下板的模態作討論，在減少加勁面積的同時仍能抑制板不當的變形，以提高聲壓感度，並同時可維持聲壓曲線的平滑。

實驗部份，以一既定尺寸之振動板及音圈(詳細規格如圖 4-1a)以及碳纖維支承系統，完整組裝起來後再由 LMS 聲壓測試系統量測聲壓、阻抗及其它參數，再利用 PULSE 訊號分析儀及 Polytec OFV350 雷射測速儀量測揚聲器系統自然頻率。

本文使用 ANSYS 軟體進行分析，其為一泛用型有限元素分析軟體 (general-purpose finite element software)，利用有限元素法 (finite element method, FEM) 求解，它已被廣泛應用於學術界與工業界，領域包括了結構應

力、振動、動態、熱傳、流體、電磁場、聲場、耦合場等分析。首先在軟體中建立相應的有限元素模型，進行系統之模態及簡諧激振響應分析，計算不同激振頻率下振動板各點之振幅及相位角，將其輸入以聲壓公式寫成的 Fortran 程式計算出聲壓，進而繪製出聲壓曲線。比對分析與實驗所得的兩條曲線，以求模型能適當地模擬出實際狀況。當整個模型驗證無誤之後，再嘗試改變振動板加勁區域，配合觀察模態與簡諧激振分析所得之變形圖，找出適當的加勁區域，最後也以實驗再次驗證分析結果，以獲得更平滑且更高感度的聲壓曲線。



## 第二章 複合材料積層板的基本原理

若振動板為純巴沙木板，使用一階剪變形來進行分析，但振動板為複合材料三明治板時，其面層與夾心層間材料性質差異性很大，面層是由不同纖維方向的複合材料層板所組成，因此面層與夾心層間在同一方向的勁度會有很大的差異，所以複合材料三明治板沿整個厚度方向的位移並不如一階剪變形位移場平板理論所假設的整個板厚度為一斜率相同的直線，故將整個複合材料三明治板的每一層當作一個一階剪變形的位移場，並考慮每一層與層之間位移的連續性(如圖 2.3)。

### 2-1 一階剪變形平板理論

#### 2-1.1 基本假設

以一階剪變形理論 FSDT(The First Order Shear Deformation Theory)來作為積層板分析的基礎，其基本假設如下：

1. 板的長、寬為板的厚度的 15 倍以上。
2. 板的截面變形後仍保持平面。
3. 厚度仍保持不變，即  $\varepsilon_z=0$ 。
4. 板的變形量  $u, v, w$  很小。

其位移場的假設如下：

$$u = u_0(x, y, t) + z\theta_x(x, y, t)$$

$$v = v_0(x, y, t) + z\theta_y(x, y, t)$$

$$w = w(x, y, t)$$

(2.1)

其應變場如下：

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x} = u_{0,x} + z\theta_{x,x} = \varepsilon_1^0 + z\kappa_1^0$$



$$\begin{aligned}\varepsilon_2 &= \frac{\partial v}{\partial y} = v_{0,y} + z\theta_{y,y} = \varepsilon_2^0 + z\kappa_2^0 \\ \varepsilon_4 &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = w_{,y} + \theta_y \\ \varepsilon_5 &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = w_{,x} + \theta_x \\ \varepsilon_6 &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = (u_{0,y} + v_{0,x}) + z(\theta_{x,y} + \theta_{y,x}) = \varepsilon_6^0 + z\kappa_6^0\end{aligned}\quad (2.2)$$

其中  $u$ 、 $v$ 、 $w$  分別代表積層板在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向之位移量， $t$  代表時間， $u_0$ 、

$v_0$  分別代表積層板中間面在  $x$ 、 $y$  方向上的位移，而  $\theta_x = -\frac{\partial w}{\partial x}$ 、 $\theta_y = -\frac{\partial w}{\partial y}$

是剪應變所產生之旋轉量(Shear Rotation)。

而中間面之曲率為

$$\begin{aligned}\kappa_1^0 &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \kappa_2^0 &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \kappa_6^0 &= -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\end{aligned}$$



## 2-1.2 應力應變關係

複合材料積層板是由多層薄片(Lamina) 疊合而成的，而每一層的纖維排列方向與積層板主軸方向夾一  $\theta^n$  角(如圖 2-1)，則在材料座標系  $X'Y'Z'$  座標的構成方程式(Constitutive Equation)為：

$$\bar{\underline{\sigma}}_{5 \times 1} = \bar{\underline{Q}}_{5 \times 5}^n \bar{\underline{\varepsilon}}_{5 \times 1} \quad (2.3)$$

其中

$$\underline{\bar{Q}}_{5 \times 5}^n = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^n & \bar{Q}_{12}^n & 0 & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12}^n & \bar{Q}_{22}^n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{66}^n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44}^n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{55}^n \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\bar{Q}_{11}^n = \frac{E_1^n}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} \quad \bar{Q}_{12}^n = \frac{E_2^n \nu_{12}}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

$$\bar{Q}_{22}^n = \frac{E_2^n}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} \quad \bar{Q}_{66}^n = G_{12}^n$$

$$\bar{Q}_{44}^n = G_{23}^n \quad \bar{Q}_{55}^n = G_{13}^n \quad (2.5)$$

其中  $\bar{Q}_{ij}^n$  為彈性係數， $E_i^n$  為楊氏模數， $\nu_{ij}$  為蒲松比， $G_{ij}^n$  為剪力模數。由座標轉換的關係，求出積層平板主軸方向 XYZ 座標系的應力及應變關係

$$\underline{\sigma}_{5 \times 1}^n = (\underline{T}^n)^{-1} \underline{\bar{Q}}_{5 \times 5}^n [(\underline{T}^n)^{-1}]^t_{5 \times 5} \underline{\epsilon}_{5 \times 1}^n = \underline{Q}_{5 \times 5}^n \underline{\epsilon}_{5 \times 1}^n \quad (2.6)$$

$$(\underline{T}^n)^{-1}_{5 \times 5} = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & -2SC & 0 & 0 \\ S^2 & C^2 & 2SC & 0 & 0 \\ SC & -SC & C^2 - S^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & S \\ 0 & 0 & 0 & -S & C \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$C = \cos(\theta^n), \quad S = \sin(\theta^n)$$

而

$$\underline{Q}_{5 \times 5}^n = \begin{bmatrix} Q_{11}^n & Q_{12}^n & Q_{16}^n & 0 & 0 \\ Q_{12}^n & Q_{22}^n & Q_{26}^n & 0 & 0 \\ Q_{16}^n & Q_{26}^n & Q_{66}^n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44}^n & Q_{45}^n \\ 0 & 0 & 0 & Q_{45}^n & Q_{55}^n \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

其中  $\underline{\bar{Q}}_{5 \times 5}^n$  矩陣與  $\underline{Q}_{5 \times 5}^n$  矩陣間之關係為：

$$\begin{aligned}
Q_{11}^n &= \bar{Q}_{11}^n C^4 + 2(\bar{Q}_{12}^n + 2\bar{Q}_{66}^n) C^2 S^2 + \bar{Q}_{22}^n S^4 \\
Q_{12}^n &= (\bar{Q}_{11}^n + \bar{Q}_{22}^n - 4\bar{Q}_{66}^n) C^2 S^2 + \bar{Q}_{12}^n (C^4 + S^4) \\
Q_{22}^n &= \bar{Q}_{11}^n S^4 + 2(\bar{Q}_{12}^n + 2\bar{Q}_{66}^n) C^2 S^2 + \bar{Q}_{22}^n C^4 \\
Q_{16}^n &= (\bar{Q}_{11}^n - \bar{Q}_{12}^n - 2\bar{Q}_{66}^n) C^3 S + (\bar{Q}_{11}^n - \bar{Q}_{12}^n + 2\bar{Q}_{66}^n) C S^3 \\
Q_{26}^n &= (\bar{Q}_{11}^n - \bar{Q}_{12}^n - 2\bar{Q}_{66}^n) C S^3 + (\bar{Q}_{11}^n - \bar{Q}_{12}^n + 2\bar{Q}_{66}^n) C^3 S \\
Q_{66}^n &= (\bar{Q}_{11}^n + \bar{Q}_{22}^n - 2\bar{Q}_{12}^n - 2\bar{Q}_{66}^n) C^2 S^2 + \bar{Q}_{66}^n (C^4 + S^4) \\
Q_{44}^n &= \bar{Q}_{44}^n C^2 + \bar{Q}_{55}^n S^2 \\
Q_{45}^n &= \bar{Q}_{55}^n C S - \bar{Q}_{44}^n C S \\
Q_{55}^n &= \bar{Q}_{44}^n S^2 + \bar{Q}_{55}^n C^2
\end{aligned} \tag{2.9}$$

### 2-1.3 構成方程式(governing equation)

因複合材料積層板與一般平板理論有所差異，其差異性在於複合積層平板必須考慮到每一層薄片的力學性質，然後再將它們累加起來，始可得到合應力及合應力矩(Stress and Moment Resultants) (如圖 2-2)，複合積層平板之應力與應力矩為

$$\begin{aligned}
N_i &= \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} Q_{ij}^n \varepsilon_{ij} dz = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} Q_{ij}^n (\varepsilon_j^0 + z \kappa_j^0) dz = A_{ij} \varepsilon_j^0 + B_{ij} \kappa_j^0 \\
M_i &= \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} z Q_{ij}^n \varepsilon_{ij} dz = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} Q_{ij}^n (z \varepsilon_j^0 + z^2 \kappa_j^0) dz = B_{ij} \varepsilon_j^0 + D_{ij} \kappa_j^0
\end{aligned} \tag{2.10}$$

$$\begin{aligned}
A_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^n dz = \sum_{n=1}^N Q_{ij}^n (z_{n+1} - z_n) \\
B_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^n z dz = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N Q_{ij}^n (z_{n+1}^2 - z_n^2) \\
D_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^n z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^N Q_{ij}^n (z_{n+1}^3 - z_n^3)
\end{aligned}$$

$$(i,j=1,2,6) \quad (2.11)$$

其中  $z_n$  為第  $n$  層薄板之表面到中間面的距離， $A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}$  ( $i,j=1,2,6$ ) 分別代表拉伸、偶合、彎曲勁度矩陣(Extensional Stiffness Matrix、Coupling Stiffness Matrix、Bending Stiffness Matrix)，將合力及合力矩寫成矩陣形式如下：

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{0,x} \\ v_{0,y} \\ u_{0,y} + v_{0,x} \\ \theta_{x,x} \\ \theta_{y,y} \\ \theta_{x,y} + \theta_{y,x} \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

## 2-2 多層一階剪變形平板理論

由於複合材料三明治板的面層與夾心層間材料性質差異性很大，而且面層是由不同纖維方向的複合材料層板所組成；因此，面層與夾心層間在同一方向的勁度會有很大的差異，所以複合材料三明治板沿整個厚度方向的位移並不如一階剪變形位移場平板理論所假設的整個板厚度為一斜率相同的直線，故我們將整個複合材料三明治板的每一層當作一個一階剪變形的位移場，並考慮每一層與層之間位移的連續性(如圖 2-3)。之後將以此位移場為基礎，分析複合材料三明治板的自然頻率與模態。

### 2-2.1 位移與應變

多層一階剪變形平板理論是將複合材料三明治層板的每一層當作一個一階剪變形的平板來分析。假設層板任一層的位移場為

$$\begin{aligned}
u^{(i)} &= u_0^{(i)}(x, y) + z^{(i)}\phi_x^{(i)}(x, y) \\
v^{(i)} &= v_0^{(i)}(x, y) + z^{(i)}\phi_y^{(i)}(x, y) \\
w^{(i)} &= w_0^{(i)}(x, y) = w^{(i)}(x, y) \\
(i &= 1, 2, \dots, M)
\end{aligned} \tag{2.13}$$

其中， $u^{(i)}$ 、 $v^{(i)}$ 、 $w^{(i)}$  分別為任一層在平板參考座標中  $x$ 、 $y$ 、 $z$  上之位移分量，而  $u_0^{(i)}$ 、 $v_0^{(i)}$ 、 $w_0^{(i)}$  分別代表任一層之層板中間面在方向  $x$ 、 $y$ 、 $z$  上之位移量， $\phi_x^{(i)}$ 、 $\phi_y^{(i)}$  則分別代表為任一層垂直於  $x$ 、 $y$  軸之截面的旋轉量。

若將層數設為三層，如圖 2-4 所示，上下面層為非等向性材料，中心層為等向性材料，依據式(2.13)，並考量每一層於交界面上的位移必須連續，可得每一層的位移場為

$$\begin{aligned}
u^{(1)} &= u_0^{(1)}(x, y) + z^{(1)}\phi_x^{(1)}(x, y) \\
v^{(1)} &= v_0^{(1)}(x, y) + z^{(1)}\phi_y^{(1)}(x, y) \\
w^{(1)} &= w^{(1)}(x, y) = w(x, y)
\end{aligned} \tag{2.14a}$$

$$\begin{aligned}
u^{(2)} &= u_0^{(2)} + z^{(2)}\phi_x^{(2)} = u_0^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(1)}\phi_x^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(2)}\phi_x^{(2)} + z^{(2)}\phi_x^{(2)} \\
v^{(2)} &= v_0^{(2)} + z^{(2)}\phi_y^{(2)} = v_0^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(1)}\phi_y^{(1)} + \frac{1}{2}t^{(2)}\phi_y^{(2)} + z^{(2)}\phi_y^{(2)} \\
w^{(2)} &= w(x, y)
\end{aligned} \tag{2.14b}$$

$$\begin{aligned}
u^{(3)} &= u_0^{(3)} + z^{(3)}\phi_x^{(3)} = u_0^{(1)} - \frac{1}{2}t^{(1)}\phi_x^{(1)} - \frac{1}{2}t^{(3)}\phi_x^{(3)} + z^{(3)}\phi_x^{(3)} \\
v^{(3)} &= v_0^{(3)} + z^{(3)}\phi_y^{(3)} = v_0^{(1)} - \frac{1}{2}t^{(1)}\phi_y^{(1)} - \frac{1}{2}t^{(3)}\phi_y^{(3)} + z^{(3)}\phi_y^{(3)} \\
w^{(3)} &= w(x, y)
\end{aligned} \tag{2.14c}$$

其中  $t^{(i)}$  為第  $i$  層厚度。

假設厚度方向應變仍保持不變  $\epsilon_z=0$ ，應變可表示為：

$$[\varepsilon] = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u^{(i)}}{\partial x} \\ \frac{\partial v^{(i)}}{\partial y} \\ \frac{\partial u^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial v^{(i)}}{\partial x} \\ \frac{\partial u^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial w^{(i)}}{\partial x} \\ \frac{\partial v^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial w^{(i)}}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad i=1,2,3 \quad (2.15)$$

其中  $\varepsilon_x$ 、 $\varepsilon_y$  為平板參考座標中  $x$ 、 $y$  上之應變， $\varepsilon_{xy}$  為平板參考座標中  $x$ 、 $y$  上之剪應變， $\varepsilon_{yz}$  為平板參考座標中  $y$ 、 $z$  上之剪應變， $\varepsilon_{xz}$  為平板參考座標中  $x$ 、 $z$  上之剪應變。

對於層板的橫向振動(transverse vibration)問題，可假設  $u_0^{(1)}(x, y) = 0$  及  $v_0^{(1)}(x, y) = 0$ ，並將式(2.14)代入式(2.15)，可得到應變張量  $[\varepsilon]$ ：

$$[\varepsilon^{(1)}] = \begin{Bmatrix} z^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial x} \\ z^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial y} \\ z^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial y} + z^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial x} \\ \phi_x^{(1)} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \phi_y^{(1)} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.16a)$$

$$[\varepsilon^{(2)}] = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}t^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial x} + \frac{1}{2}t^{(2)} \frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial x} + z^{(2)} \frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial x} \\ \frac{1}{2}t^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial y} + \frac{1}{2}t^{(2)} \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial y} + z^{(2)} \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial y} \\ \frac{1}{2}t^{(1)} \left[ \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial x} \right] + \frac{1}{2}t^{(2)} \left[ \frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial x} \right] + z^{(2)} \left[ \frac{\partial \phi_x^{(2)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(2)}}{\partial x} \right] \\ \phi_x^{(2)} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \phi_y^{(2)} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{array} \right\} \quad (2.16b)$$

$$[\varepsilon^{(3)}] = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{2}t^{(1)} \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial x} - \frac{1}{2}t^{(3)} \frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial x} + z^{(3)} \frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial x} \\ -\frac{1}{2}t^{(1)} \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial y} - \frac{1}{2}t^{(3)} \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial y} + z^{(3)} \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial y} \\ -\frac{1}{2}t^{(1)} \left[ \frac{\partial \phi_x^{(1)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(1)}}{\partial x} \right] - \frac{1}{2}t^{(3)} \left[ \frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial x} \right] + z^{(3)} \left[ \frac{\partial \phi_x^{(3)}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y^{(3)}}{\partial x} \right] \\ \phi_x^{(3)} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \phi_y^{(3)} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{array} \right\} \quad (2.16c)$$

## 2-2.2 應力與應變關係

考慮一個單層複合材料平板，在材料主軸方向的應力與應變關係可以表示如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{array} \right\} = \left[ \begin{array}{cccccc} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ 0 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{array} \right\} \quad (2.17)$$

下標1、2代表主軸方向，也就是各層纖維的方向，而  $Q_{ij}$  為彈性係數，定義如下：

$$\begin{aligned}
 Q_{11} &= \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} \\
 Q_{12} &= \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{E_2 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_3 \Delta} \\
 Q_{13} &= \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{E_1 E_2 \Delta} \\
 Q_{22} &= \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta} \\
 Q_{23} &= \frac{\nu_{23} + \nu_{12}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{E_1 E_3 \Delta} \\
 Q_{33} &= \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta} \\
 Q_{44} = G_{23}, \quad Q_{55} = G_{13}, \quad Q_{66} = G_{12} \\
 \Delta &= \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{13}\nu_{31} - \nu_{32}\nu_{23} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_2 E_3}
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

因複合材料是由不同角度的層板疊合而成，所以必須將主軸方向的材料性質，轉換至層板的座標  $x-y$  方向，如圖2-1所示。則在材料主軸座標系的構成方程式 (Constitutive equation) 為：

$$\{\sigma\} = [\bar{Q}] \{\varepsilon\} \tag{2.19}$$

展開寫成



$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{33} & 0 & 0 & \bar{Q}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{36} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ 0 \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11}C^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})C^2S^2 + Q_{22}S^4$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})C^2S^2 + Q_{12}(C^4 + S^4)$$

$$\bar{Q}_{13} = Q_{13}C^2 + Q_{23}S^2$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11}S^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})C^2S^2 + Q_{22}C^4$$

$$\bar{Q}_{23} = Q_{23}C^2 + Q_{13}S^2$$

$$\bar{Q}_{33} = Q_{33}$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})C^3S + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})CS^3$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})CS^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})C^3S$$

$$\bar{Q}_{36} = (Q_{13} - Q_{23})CS$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})C^2S^2 + Q_{66}(C^4 + S^4)$$

$$\bar{Q}_{44} = Q_{44}C^2 + Q_{55}S^2$$

$$\bar{Q}_{55} = Q_{55}C^2 + Q_{44}S^2$$

$$\bar{Q}_{45} = (Q_{55} - Q_{44})CS$$

$$C = \cos \theta_i, \quad S = \sin \theta_i \quad (2.21)$$

而主軸方向與  $x-y$  方向夾角為  $\theta$ (如圖2-1)，從整個複合材料積層板而言，必須考慮各單層板之應力沿厚度方向積分，可得複合材料積層板的合力與合力矩如，如圖2-4所示，其結果如下：

$$N_i = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \sigma_i^n dz = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^n (\epsilon_j^0 + z \kappa_j^0) dz = A_{ij} \epsilon_j^0 + B_{ij} \kappa_j^0$$

$$(Q_x, Q_y) = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} (\sigma_{xz}^n, \sigma_{yz}^n) dz \quad (2.22)$$

$$M_i = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \sigma_i^n z dz = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^n (z \epsilon_j^0 + z^2 \kappa_j^0) dz = B_{ij} \epsilon_j^0 + D_{ij} \kappa_j^0$$

$i, j=1, 2, 6$

$z_n$  為第  $n$  層板之下表面至中性面的距離， $A_{ij}$ 、 $B_{ij}$ 、 $D_{ij}$  分別代表拉伸勁度矩陣(extensional stiffness matrix)、耦合勁度矩陣(Coupling stiffness matrix)、彎曲勁度矩陣(Bending stiffness matrix)：

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^n (1, z, z^2) dz$$

$$i, j=1, 2, 6 \quad (2.23)$$



### 2-3 振動板的彈性支承

對於在平板邊界上有彈性支承的情況，可模擬成如圖2-5所示，邊界之彈性支承以橫向(Translation)及旋轉(Rotation)彈簧加以表示，而其所引起的應變能為：

$$U_T = \frac{1}{2} \int_S V_n w dS \quad (2.24)$$

$$U_R = \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2} \int_S M_n \phi^{(i)} dS \quad (2.25)$$

其中， $U_T$  為橫向彈簧所引起的應變能， $U_R$  為旋轉彈簧所引起的應變能， $S$  為彈性支承的邊界， $V_n$  為橫向力， $M_n$  為彎矩。

橫向力  $V_n$  及彎矩  $M_n$  可分別表示為：

$$V_n = K_{L_n} w \quad (2.26)$$

$$M_n = \sum_{i=1}^3 K_{Rn} \phi^{(i)} \quad (2.27)$$

將式(2.26)和(2.27)代入式(2.24)及(2.25)可將應變能表示為：

$$U_T = \frac{K_{L1}}{2} \int_0^b w^2 \Big|_{x=0} dy + \frac{K_{L2}}{2} \int_0^b w^2 \Big|_{x=a} dy \\ + \frac{K_{L3}}{2} \int_0^a w^2 \Big|_{y=0} dx + \frac{K_{L4}}{2} \int_0^a w^2 \Big|_{y=b} dx \quad (2.28)$$

$$U_R = \sum_{i=1}^3 \left[ \frac{K_{R1}}{2} \int_0^b (\phi_x^{(i)})^2 \Big|_{x=0} dy + \frac{K_{R2}}{2} \int_0^b (\phi_x^{(i)})^2 \Big|_{x=a} dy \right. \\ \left. + \frac{K_{R3}}{2} \int_0^a (\phi_y^{(i)})^2 \Big|_{y=0} dx + \frac{K_{R4}}{2} \int_0^a (\phi_y^{(i)})^2 \Big|_{y=b} dx \right] \quad (2.29)$$

$K_{Ln}$  為平板四邊的橫向剛性( Translational stiffness) ,  $K_{Rn}$  為平板四邊的旋轉剛性(Rotational stiffness)。



## 2-4 複合材料板的應變能與動能

考慮任一單層複合材料層板，可將其應變能表示為：

$$U_p^{(i)} = \frac{1}{2} \int_{V^{(i)}} [\sigma^{(i)}]^T [\varepsilon^{(i)}] dV^{(i)} ; i=1,2,3 \quad (2.30)$$

應用上式與(2.14)、(2.19)式，可求得  $U_p^{(1)}$ 、 $U_p^{(2)}$  及  $U_p^{(3)}$ ，複合材料層板彎曲的應變能為：

$$U_p = \sum_{k=1}^3 U_p^{(k)} \quad (2.31)$$

總應變能  $U$  為複合材料層板彎曲的應變能( $U_p$ )與彈性支承引起的應變能( $U_T$ 、 $U_R$ )之總和。

$$U = U_p + U_T + U_R \quad (2.32)$$

每一單層板的動能  $T^{(i)}$  為：

$$T^{(i)} = \frac{\rho^{(i)}}{2} \int_{V^{(i)}} \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{u}^{(i)}}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathbf{v}^{(i)}}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathbf{w}^{(i)}}{\partial t} \right)^2 \right] dV^{(i)} \quad ; i = 1, 2, 3 \quad (2.33)$$

應用上式與(2.14)式，可求得  $T^{(1)}$ 、 $T^{(2)}$  及  $T^{(3)}$ ，複合材料層板的最大動能為：

$$T = \sum_{i=1}^3 T^{(i)} \quad (2.34)$$

複合材料層板的總能量  $\Pi$  可表示為：

$$\Pi = U - T \quad (2.35)$$

## 2-5 瑞雷-黎茲法(Rayleigh-Ritz method)

基於Rayleigh-Ritz method，假設位移函數(deflection function)及橫切面轉角函數(cross-sectional rotation function)共有七個分別是  $w$ 、 $\phi_x^{(1)}$ 、 $\phi_y^{(1)}$ 、 $\phi_x^{(2)}$ 、 $\phi_y^{(2)}$ 、 $\phi_x^{(3)}$  及  $\phi_y^{(3)}$ ，每一個函數以無因次化可表示為：

$$w(\xi, \eta) = \sum_{i_1=1}^{I_1} \sum_{j_1=1}^{J_1} C_{i_1 j_1}^{(1)} \Phi_{x_{i_1}}(\xi) \Psi_{y_{j_1}}(\eta) \quad (2.36a)$$

$$\phi_x^{(1)}(\xi, \eta) = \sum_{i_2=1}^{I_2} \sum_{j_2=1}^{J_2} C_{i_2 j_2}^{(2)} \Phi_{x_{i_2}}(\xi) \Psi_{y_{j_2}}(\eta) \quad (2.36b)$$

$$\phi_y^{(1)}(\xi, \eta) = \sum_{i_3=1}^{I_3} \sum_{j_3=1}^{J_3} C_{i_3 j_3}^{(3)} \Phi_{x_{i_3}}(\xi) \Psi_{y_{j_3}}(\eta) \quad (2.36c)$$

$$\phi_x^{(2)}(\xi, \eta) = \sum_{i_4=1}^{I_4} \sum_{j_4=1}^{J_4} C_{i_4 j_4}^{(4)} \Phi_{x_{i_4}}(\xi) \Psi_{y_{j_4}}(\eta) \quad (2.36d)$$

$$\phi_y^{(2)}(\xi, \eta) = \sum_{i_5=1}^{I_5} \sum_{j_5=1}^{J_5} C_{i_5 j_5}^{(5)} \Phi_{x_{i_5}}(\xi) \Psi_{y_{j_5}}(\eta) \quad (2.36e)$$

$$\phi_x^{(3)}(\xi, \eta) = \sum_{i_6=1}^{I_6} \sum_{j_6=1}^{J_6} C_{i_6 j_6}^{(6)} \Phi_{x_{i_6}}(\xi) \Psi_{y_{j_6}}(\eta) \quad (2.36f)$$

$$\phi_y^{(3)}(\xi, \eta) = \sum_{i_7=1}^{I_7} \sum_{j_7=1}^{J_7} C_{i_7 j_7}^{(7)} \Phi_{x_{i_7}}(\xi) \Psi_{y_{j_7}}(\eta) \quad (2.36g)$$

其中  $C_{i_1 j_1}^{(1)}$ 、 $C_{i_2 j_2}^{(2)}$ 、 $C_{i_3 j_3}^{(3)}$ 、 $C_{i_4 j_4}^{(4)}$ 、 $C_{i_5 j_5}^{(5)}$ 、 $C_{i_6 j_6}^{(6)}$ 、 $C_{i_7 j_7}^{(7)}$  為未定係數， $\xi$ 、 $\eta$  為無因次參數，且  $x = a\xi$ ， $y = b\eta$ ， $\Phi_x$ 、 $\Psi_y$  係由 Gram-Schmidt 正交化法所產生的多項式函數 (polynomial functions)，亦是所謂之形狀函數 (shape function)。

以  $\Phi_x$  為例：

$$\begin{aligned} \Phi_1(\xi) &= (\xi - B_1)\Phi_0 \\ \Phi_k(\xi) &= (\xi - B_k)\Phi_{k-1} - C_k \Phi_{k-2}(\xi) \quad k \geq 2 \end{aligned} \quad (2.37)$$

其中

$$B_k = \frac{\int_{-0.5}^{0.5} \xi \Phi_{x_{k-1}}^2(\xi) d\xi}{\int_{-0.5}^{0.5} \Phi_{x_{k-1}}^2(\xi) d\xi} \quad C_n = \frac{\int_{-0.5}^{0.5} \xi \Phi_{x_{k-1}}(\xi) \Phi_{x_{k-2}}(\xi) d\xi}{\int_{-0.5}^{0.5} \Phi_{x_{k-2}}^2(\xi) d\xi} \quad (2.38)$$

此多項式函數必符合：

$$\int_{-0.5}^{0.5} \Phi_{x_i}(\xi) \Phi_{x_j}(\xi) d\xi = \delta_{ij} \quad (2.39)$$

其中  $\delta_{ij}$  是 Kronecker，

令  $\Phi_{x_1}(\xi) = 1$  及  $\Psi_{y_1}(\eta) = 1$

為求未定係數，令

$$\begin{aligned} \partial \Pi / \partial C_{i_1 j_1}^{(1)} &= 0, \quad \partial \Pi / \partial C_{i_2 j_2}^{(2)} = 0, \quad \partial \Pi / \partial C_{i_3 j_3}^{(3)} = 0, \quad \partial \Pi / \partial C_{i_4 j_4}^{(4)} = 0, \\ \partial \Pi / \partial C_{i_5 j_5}^{(5)} &= 0, \quad \partial \Pi / \partial C_{i_6 j_6}^{(6)} = 0, \quad \partial \Pi / \partial C_{i_7 j_7}^{(7)} = 0, \end{aligned} \quad (2.40)$$

將(2.24)代入上式可得一典型的特徵值方程：

$$(K - \omega^2 M)\{C\} = \{0\} \quad (2.41)$$

求解上式即可得到複合材料層板振動的自然頻率  $\omega$ 。

## 2-6 特徵值與特徵向量

一般探討結構系統的基本模態，係假設為無阻尼狀態下的自由振動模態，其運動方程式可寫為：

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = 0 \quad (2.42)$$

其中， $[M]$ 為質量矩陣； $[K]$ 為勁度矩陣； $\{X\}$ 為位移向量；而對任何線性結構系統而言(該系統之受力與變形關係為線性)，上式中之 $[M]$ 、 $[K]$ 均為實數對稱(Real Symmetric)矩陣。

求解任何線性結構系統時，通常假設在結構系統中，各不同部位之振動為簡諧運動，且其振頻與相位均為相同，即

$$\{X\} = \{\Phi\}e^{i\omega t} \quad (2.43)$$

$$\{\ddot{X}\} = -\omega^2 \{X\} = -\lambda \{X\} \quad (2.44)$$

其中 $\{\Phi\}$ 為實向量； $\omega$ 為簡諧運動之角頻率； $\lambda = \omega^2$ 。

代回式(2.36)可得：

$$([K] - \omega^2[M])\{\Phi\}e^{i\omega t} = \{0\} \quad (2.45)$$

上式中 $\{\Phi\}$ 有非零解之條件為 $[K] - \omega^2[M]$ 為奇異性(Singular)，亦即為：

$$\det|[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (2.46)$$

上式即為此系統之特徵方程式， $\omega_r$ 為系統之第  $r$  各自然頻率，而相對應之 $\{\Phi\}_r$ 為特徵向量，寫成矩陣型式為：

$$\begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & \omega_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}, [\Psi] = [\{\Phi\}_1 \cdots \{\Phi\}_r \cdots]$$

## 2-7 受外力的振動系統

假設此系統具有比例阻尼(Proportional Damping)

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2.47)$$

其中  $\alpha$ 、 $\beta$  將以下述之 Bandwidth Method 和 Rayleigh Damping 取得：

### (一) Bandwidth Method

如圖 2-6 所示為一振動板中心之頻率響應圖，其中  $A_p$  為某一共振頻率相對應之振幅， $f_1$  及  $f_2$  則為曲線和  $A_p$  的  $1/\sqrt{2}$  倍位準處之交點。利用下式求得共振頻率之阻尼比：

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (2-48)$$

$\xi$  為此共振頻率之阻尼比。

### (二) Rayleigh Damping

由 Bandwidth Method 得到每一共振頻率相對應之阻尼比後，可從任二組共振頻率響應得到系統阻尼比(如圖 2-7 所示)。利用下式可以求得系統  $\alpha$ -damping 和  $\beta$ -damping：

$$\xi_i = \alpha / (2\Omega_i) + \beta (\Omega_i / 2) \quad (2-49)$$

$\xi_i$ ：第  $i$  個模態之阻尼比

$\Omega_i$ ：第  $i$  個模態之角自然頻率

$\alpha$ ：與質量矩陣有關的阻尼比

$\beta$ ：與勁度矩陣有關的阻尼比

而振動系統之運動方程式可寫為：

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \sin \omega t \quad (2.50)$$

因為  $[M]$ 、 $[K]$ 、 $[C]$  為實對稱矩陣，所以我們將其對角化為：

$$[\Psi]^T [M] [\Psi] = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & m_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}$$

$$[\Psi]^T[K][\Psi] = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & k_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$[\Psi]^T[C][\Psi] = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & c_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}$$

我們將  $\{X\} = [\Psi]\{x\}$  代入(2.43)式並乘上  $[\Psi]^T$  可改寫成為：

$$[m_r]\{\ddot{x}\} + [c_r]\{\dot{x}\} + [k_r]\{x\} = [\Psi]^T\{F\}\sin\omega t \quad r=1,2,\dots,n \quad (2.52)$$

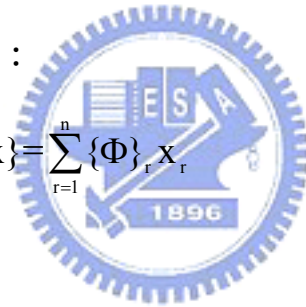
即可求得

$$x_r = \frac{F_r}{k_r} \left( \frac{1-\eta^2}{(1-\eta^2)^2 + (2c_r\eta)^2} + j \frac{2c_r\eta}{(1-\eta^2)^2 + (2c_r\eta)^2} \right) \quad (2.53)$$

$$\eta = \bar{\omega} / \omega_r$$

因此，可得系統響應  $\{X\}$ ：

$$\{X\} = [\Psi]\{x\} = \sum_{r=1}^n \{\Phi\}_r x_r \quad (2.54)$$





## 第三章 有限元素分析與聲壓計算

對於振動分析而言，常用的方法有第二章介紹過的 Ritz method，而近來因電腦軟硬體突飛猛進，有限元素法的發展也趨於成熟，可將原先複雜的幾何模型分成簡單、小的計算單位，稱之為元素或單元(element)，而元素和元素間互相連結的點稱為節點(node)。根據個別元素所受的外力等影響，配合形狀函數，列出其位移及變形的方程式，再組合聯立計算原本整體的位移及變形。本文則選用有限元素軟體 ANSYS 進行簡諧激振分析，得到振動板上各節點的振幅及相角後，代入聲壓公式計算出各頻率下的聲壓數據，將其連成趨勢線即可得一揚聲系統的聲壓曲線。

本章首先介紹 ANSYS 有限元素模型的建立流程，並介紹計算揚聲器聲壓曲線的聲壓公式。最後驗證模型的正確性，並在第六章敘述以此模型分析揚聲器振動板不同的加勁設計。



### 3-1 ANSYS 有限元素模型之建立

#### 3-1.1 模擬元素的選擇

在 ANSYS 有限元素模擬分析揚聲器振動板的過程中，選用符合理論的 shell91 元素來模擬振動板，因音圈及懸邊對振動板的變形影響較小，所以僅用 mass21 元素來模擬音圈及懸邊的質量效應，另外以 spring-damper14 彈簧元素模擬系統的等效支承。

#### 3-1.2 ANSYS 模型建立步驟

前處理部分：

1. Preprocessor → Element type：選擇振動板 shell91，彈簧元素 spring-damper 14，附加物質量點 mass21。
2. Preprocessor → Real constant：設定元素之參數，如彈簧常數等。
3. Preprocessor → Material Props → Material Models：設定各元素之材料性質。
4. Preprocessor → Modeling：由點、線、面建立振動板的模型外觀。
5. Preprocessor → MeshTool：選擇元素參數、材料性質、各元素之尺寸大小，並分割元素。
6. Preprocessor → Modeling → Copy → Nodes：將必須建立懸邊(彈簧)的地方偏移複製，偏移之距離即為彈簧之長度。
7. Preprocessor → Modeling → Create → Elements → Auto Numbered → Thru Nodes：逐一點選以兩個節點為一組之節點來建立彈簧元素，亦可由迴圈程式輔助完成此重複性動作。
8. Preprocessor → Modeling → Create → Keypoints → on Node：逐一點選音圈、支承部份的位置建立 Keypoints。
9. Preprocessor → MeshTool：選擇音圈、支承的元素參數。
10. Preprocessor → Coupling/Ceqn → Coincident Nodes：將音圈元素與振動板模型上相同位置之節點設定成具有相同的自由度，來模擬振動板

上附加音圈的真實狀況。

至此前處理即完成，圖 3-1 為依前述步驟完成的有限元素模型示意圖。

模態分析部分：

11. Solution → Analysis Type → New Analysis：選擇分析型態，自然頻率模態分析點選“Modal”。

12. Solution → Analysis Type → Analysis Options：No. of modes to extract 為要分析的模態個數。

13. Solution → Define Loads → Apply → Structural → Displacement → On Nodes：限制彈簧元素另一端節點的全部自由度。

14. Solution → Solve → Current Ls：求解。

15. General Postproc → Results Summary：列出所有的自然頻率。

16. General Postproc → Read Results → By Pick：選出想看 Mode Shapes 的自然頻率。

17. General Postproc → Plot Results → Contour Plot → Nodal Solu：再選 Nodal Solution → Z-Component of displacement，列出 Z 方向的位移。

即可得到自然頻率及模態。

如果要分析聲壓，在 ANSYS 部分如下：

11. Solution → Analysis Type → New Analysis：選擇分析型態，簡諧頻率

響應分析點選“Harmonic”。

12. Solution → Define Loads → Apply → Structural → Displacement → On

Nodes：限制彈簧元素另一端節點的全部自由度。

13. Solution → Define Loads → Apply → Structural → Force/Moment → On

Nodes：在位於音圈底部的節點施予 Z 方向且相角為零之推力。

14. Solution → Load Step Opts → Time/Frequenc → Damping：輸入系統阻

尼  $\alpha$ 、 $\beta$  的值。

15. Solution → Load Step Opts → Time/Frequenc → Freq and Substps：輸入

欲分析頻率響應之頻寬。

16. Solution → Solve → Current Ls：求解。

17. TimeHist Postpro → List Variables：輸出振動板模型全部節點的振幅及相角。

由上面簡諧激振分析可得到以下資料：

1. 節點編號 NodeNo(i) 及位置  $x(i), y(i), z(i)$

2. 第 i 節點在第 j 頻率的振幅 Amplitude(i,j) 及相角 phase(i,j)

### 3-2 ANSYS 模擬分析中各參數的取得

ANSYS 模型中質點元素、彈簧元素的各參數和模擬音圈激振的施力皆可由實驗取得。如圖 3-2 為純巴沙木振動板揚聲器的阻抗圖和單體參數值，以下先討論參數值中的 Mms、Cms 及 BL 值，其實驗過程將在第四章中作

敘述。而系統的  $\alpha$ -damping 和  $\beta$ -damping 也可由阻尼量測實驗來取得。

### 3-2.1 材料常數的給定

本文使用之具複材加勁振動板係由心層的巴沙木材料與面層的碳纖維材料組成，各材料常數如表 3-3 所示。

### 3-2.2 質點元素的參數

先將懸邊、音圈、彈波、支承等零件在組裝前以電子秤量測其質量，加總後再和參數值中的  $M_{ms}$  值作比較和驗證，量測加總的質量和  $M_{ms}$  的值是吻合的，其中  $M_{ms}$  值是揚聲器振動板系統之等效質量，將其扣除振動板的質量後，即為有限元素模型中質點元素所需給定的質量。

### 3-2.3 彈簧元素的參數

彈簧元素方面，彈簧常數的給定可由參數中的  $C_{ms}$  值計算出來。 $C_{ms}$  係指系統每牛頓施力產生的位移。由參數中  $C_{ms}=639.322u$ ，所以系統的等效彈簧彈性係數  $k=1/C_{ms}=1/639.322u=1564.157\text{ N/m}$ 。

### 3-2.4 激振力的給定

如圖 3-3 為一個圓形激振器的剖面模型。當音圈通電後會受到電磁力(Lorentz force)而開始作上下運動。設音圈卷幅在磁場範圍中的總長度為  $L$ ，電流為  $I$ ，音圈會受到一個垂直磁場方向與電流方向的力量  $F$ 。激振器的磁路設計，即是在音圈卷幅的放置範圍內，提供一個橫方向近似

均勻的磁場。其推力的關係式如下：

$$\vec{F} = \int (\vec{I} \times \vec{B}) d\ell \quad (3.1)$$

其中 B 為磁通密度，單位為 T (Tesla)；電流 I 的單位為 A(安培)；力量 F 的單位為 N(牛頓)。因所需的推力方向固定，所以式(2.1)可以簡化為純量關係式：

$$F = BLI \quad (3.2)$$

F 即為揚聲系統的激振力，其中 BL 值可由量測取得，且由於線圈阻抗 R 為已知，而本文量測聲壓時使用標準的量測功率為一瓦，再由  $W=I^2R$ (其中 W 為功率，I 為電流)即可計算出 I 值，即確定了分析中所需的激振力 F。

### 3-2.5 阻尼比的給定



在陳建勳[22]中討論過  $\alpha$ -damping 及  $\beta$ -damping 對揚聲器聲壓曲線的影響，結果顯示其值些許改變對揚聲器的聲壓趨勢沒有極大的影響，所以本文於 20000Hz 的頻寬內以阻尼量測實驗測得兩個頻率來計算一組  $\alpha$ -damping 和  $\beta$ -damping，包括第一個自然頻率（如圖 3-4a），以及在 10000Hz 之後找一個有明顯響應的自然頻率（如圖 3-4b），接著取得式 2.48 中所需的  $f_1$  與  $f_2$  後，再配合式 2.49 來計算出一組  $\alpha$ -damping 及  $\beta$ -damping，用於 ANSYS 在 20000Hz 內的簡諧激振分析。

由式 2.48 及 2.49：

$$\xi_1 = \frac{120.6 - 80.31}{120.6 + 80.31} = \frac{\alpha}{2 \times 2\pi \times 102.5} + \frac{\beta \times 2\pi \times 102.5}{2}$$

$$\xi_2 = \frac{13200 - 11600}{13200 + 11600} = \frac{\alpha}{2 \times 2\pi \times 12250} + \frac{\beta \times 2\pi \times 12250}{2}$$

可解得：

$$\alpha = 257.626$$

$$\beta = 1.633 \times 10^{-6}$$

此為純巴沙木振動板揚聲器搭載碳纖波浪形支承(於第五章再述)所量測計算出來的，然而不同的加勁板使其值變動的程​​度不會對聲壓落差的趨勢有極大改變，因此本文加勁後振動板在 ANSYS 中皆固定以此數值代入。

### 3-3 聲壓的計算及應用

將依上述方法建立的 ANSYS 模型做簡諧激振分析，可以得到振動板上各節點的座標和各頻率下各節點的振幅、相角，將以上 ANSYS 模擬得到的數據代入本節所推導的聲壓公式，即可得到振動板在受外力於各頻率下激振所產生的聲壓。

#### 3-3.1 聲壓波動方程式

對平面波而言，一維波動方程式為

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.3)$$

其中  $c$  為聲音之速度，在常溫  $24^\circ\text{C}$  時， $c=343\text{m/s}$ 。利用特徵曲線法(method of characteristics)可求得

$$p(x, t) = f_1(x - ct) + f_2(x + ct),$$

$f_1, f_2$  為任意函數，對於諧波聲場，可直接求解

$$\frac{d^2 \tilde{p}}{dx^2} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \tilde{p} = 0 \quad (3.4)$$

令  $k = \omega/c$ ，為波數(wave number)，可求得

$$\tilde{p}(x) = \tilde{A}e^{-ikx} + \tilde{B}e^{ikx} \quad (3.5)$$

還原成時間域的代表法

$$p(x, t) = \tilde{A}e^{i(\omega t - kx)} + \tilde{B}e^{i(\omega t + kx)} \quad (3.6)$$

其中  $\tilde{A}$ ， $\tilde{B}$  為未定複數，對於點聲源而言，3-D 波動方程式在球面座標 (spherical coordinate) 為

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \tan \theta} \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.7)$$

因為點聲源是一個完全對稱的聲源，所以我們可以預期它所產生的聲場應該不會有方向性，所以可忽略與角度相關的項，所以式(3.7)可以簡化成

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.8)$$

其中  $r$  為點聲源距量測點的距離

上式可改寫成

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rp) = \frac{1}{r} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (rp)$$

故

$$\frac{\partial^2 (rp)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (rp)}{\partial t^2} \quad (3.9)$$

觀察(3.9)式的形式，可以發現它的形式和前面的一維波動方程式是一樣的，所以其解為

$$rp = f_1(r - ct) + f_2(r + ct)$$

所以



$$p(r,t) = \frac{1}{r} f_1(r-ct) + \frac{1}{r} f_2(r+ct) \quad (3.10)$$

而一個點聲源只會發出外傳波(outgoing wave) ,

$$p(r,t) = \frac{1}{r} f_1(r-ct) \quad (3.11)$$

對於簡諧球面波(harmonic spherical wave) 而言

$$p(r,t) = \frac{\bar{A}}{r} e^{i(\omega t - kr)} \quad (3.12)$$

對面積為  $\delta s$  的微小振動板而言，距離振動板  $r$  的聲壓可由 Rayleigh's first integral 計算出來，積分形式如下：

$$p(r,t) = \left( \frac{i\omega \rho_{\text{air}} u_d \delta s}{2\pi r} \right) e^{i(\omega t - kr)} \quad (3.13)$$

對一塊振動板而言，聲壓

$$p(r,t) = \frac{i\omega \rho_{\text{air}}}{2\pi} e^{i\omega t} \int_s \frac{u_d(r,t) e^{-ikr}}{r} dS \quad (3.14)$$

設  $A_d(r,t) = A e^{i(\omega t - kr)}$

則  $u_d(r,t) = i\omega A e^{i(\omega t - kr)} = i\omega A_d(r,t)$

所以

$$p(r,t) = \frac{-\omega^2 \rho_{\text{air}}}{2\pi} e^{i\omega t} \int_s \frac{A_d(r,t) e^{-ikr}}{r} dS \quad (3.15)$$

$$p(r,t) = \frac{-\omega^2 \rho_{\text{air}}}{2\pi} \sum_i A_d(r_i, t) \times e^{i(\omega t - kr)} \frac{\Delta S}{r_i} \quad (3.16)$$

$$p(r,t) = \frac{-\omega^2 \rho_{\text{air}}}{2\pi} \sum_i (A_d(r_i, t) \times \cos(\omega t - kr_i)) \frac{\Delta S}{r_i} \quad (3.17)$$

現在假設聲源的力是簡諧激振的模式，並且其簡諧激振響應的解採用穩態解。並考慮聲音接收處是位於垂直中心點  $r$  處，接收時間考慮使用的頻率區間，則：

$$P = \frac{-\omega^2 \rho_{\text{air}}}{2\pi} \sum_i (A(x_i, y_i) \times \cos(\theta_i - kr_i)) \frac{\Delta S}{r_i} \quad (3.18)$$

其中  $p(r, t)$  為量測點與振動板距離  $r$  處的聲壓， $\rho_{\text{air}}$  為空氣密度， $u_d(r, t)$  為振動板表面元素之速度大小， $A(x_i, y_i)$  為振動板表面元素之振幅大小， $\omega$  為當時之激振頻率， $\theta_i$  為板子當時之相位角， $r_i$  為量測點與振動板表面元素  $\Delta S$  之距離(如圖 3-5)， $k$  為波數( $\frac{\omega}{c}$ )， $j = \sqrt{-1}$ ，其中  $A(x_i, y_i)$ 、 $\theta_i$ 、 $r_i$  的結果可由有限元素分析軟體 ANSYS 進行簡諧激振響應分析得到。

實務上，量化聲音較常使用的尺度是分貝(decibel, dB)，其為一對數尺度(log scale)，採對數尺度主要原因是聲音的動態範圍非常之大，同時人耳對音量的感覺也是比較接近對數尺度。

聲壓位準(Sound Pressure Level)

$$\text{SPL} = 20 \log\left(\frac{P_{\text{rms}}}{P_{\text{ref}}}\right) (\text{dB}) \quad (3.19)$$

$P_{\text{rms}}$  為量測點聲壓之均方根值為

$$P_{\text{rms}} = \left[ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |p(r, t)|^2 dt \right]^{1/2} \quad (3.20)$$

聲壓參考值  $P_{\text{ref}} = 2 \times 10^{-5}$  pa

一般在測量聲壓的儀器看到的聲壓曲線即為頻率響應曲線，縱軸為分貝(dB)，橫軸為激振頻率(Hz)。

因為人耳無法很精準的聽到某個頻率下的聲壓，在某個頻率下聽到的聲壓會和附近的聲壓混合，所以研究上對聲壓曲線常會作平滑處理而觀察它的趨勢，而圖 3-6 即為一個實驗聲壓值在平滑處理前和平滑處理後的差別。

聲壓在分析模擬的部分，經由 ANSYS 求得振動板受各頻率激振時各節點產生的位移、相角等資料後，將其輸入以聲壓公式寫成的 Fortran 程式計算出聲壓，即可由繪圖軟體繪製出模擬的聲壓曲線，而本文在 ANSYS 中作簡諧激振分析以計算各頻率聲壓所需的資料時，激振的頻率間隔統一取：0Hz~3000Hz 間每隔 250Hz 分析一次，3000Hz~20000Hz 間每隔 340Hz 分析一次(共 100 個資料點)。

### 3-4 ANSYS 模型之驗證

#### 3-4.1 自然頻率驗證

此處採用文獻[14]中提到的三明治結構(如圖 3-7)來作自然頻率的驗證，其材料常數如表 3-1 所示。詳細尺寸為長 1.83 公尺、寬 1.22 公尺、心層厚度 0.0064 公尺、面層厚度 0.000406 公尺，疊層方向為 $[0^0/0^0/0^0]$ ，以此分析結果與文獻中的自然頻率相比較(如表 3-2)，得到 shell91 元素用於以下的分析是可以接受的。

#### 3-4.2 聲壓模擬的驗證

由於振動板心層使用天然的巴沙木材，其材料性質差異性較大，故先以材料性質固定的珍珠板材來驗證模型的正確性。將有著與巴沙木振動板一樣尺寸的珍珠板以相同的程序(於第四章敘述)來組裝揚聲器，也就是製作一個除了振動板材料不同而其餘零件皆相同的揚聲器(如圖 3-8)，先實驗得到珍珠板揚聲器的聲壓曲線，再將 ANSYS 模型中振動板

的材料常數以均勻的珍珠板材料常數(如表 3-3)取代，模擬出珍珠板揚聲器的聲壓曲線，比較兩條曲線(如圖 3-9)可知實驗和模擬出來的聲壓曲線有著相近的趨勢，可知由此 ANSYS 模型分析所得之聲壓曲線有著相當程度的參考價值。接著再將相同的 ANSYS 模型中振動板材料常數的部分，改成本文振動板心層材料巴沙木，與巴沙木振動板揚聲器實際量測得到的聲壓曲線作比較(如圖 3-10)，一樣有著大致相同的趨勢，而其中仍存在些許差異的主要原因如下：

1. 懸邊的影響，分析時模型不考慮懸邊是因其剛性極低，對中音谷的產生沒有極大的影響，在中音谷處，分析和實驗皆能明顯看出落差。雖非整體懸邊都會振動，但實際上懸邊也有少許推動空氣的效應。
2. 實際的材料常數與分析時給定的值存在些許誤差。
3. ANSYS 分析時給定固定的激振力，從圖 3-2 的阻抗圖可看出實際在高頻時阻抗有明顯升高現象，在固定電壓下電阻升高，電流當減小，激振力因此降低。

雖然如此，但上述分析所得的曲線已可滿足我們對揚聲器聲壓趨勢的了解，經由這樣的分析可有效率的針對振動板作優化，節省大量的時間，所以第六章將基於此分析過程針對振動板的加勁進行討論。

## 第四章 平面揚聲器之製作及各項實驗

本章將介紹具彈性支承之高瓦數平面揚聲器的製作過程，以及揚聲器各項實驗的程序，而本文的揚聲器將基於如圖 4-1 的各主要零件既定規格製作，其中彈性支承及振動板的設計則在第五、六兩章作詳細的討論。

### 4-1 平面揚聲器各零件之製作

平面揚聲器的結構主要可分為振動板、激振器、懸掛系統及框架，其中激振器包含音圈及場磁鐵，提供系統外力，推動振動板而發出聲音。懸掛系統則包含彈波、彈性支承及懸邊，提供系統的回復性及穩定性。揚聲器結構圖如圖 4-2，爆炸圖如圖 4-3。

#### 4-1.1 具複材加勁振動板之製作



使用材料為碳纖預浸材與巴沙木，製作步驟如下：

- (1) 製作前先從冷凍庫中取出複合材料預浸材，並在室溫下回溫 12~14 小時。
- (2) 將預浸材依需要的疊層數目、角度和大小剪裁、堆疊。
- (3) 將巴沙木裁剪成所需之尺寸並將表面稍作修磨後漆黑。
- (4) 將剪裁及堆疊好的預浸材依所需加勁位置黏貼至巴沙木上。
- (5) 在鐵板上依序放置輔助材及上述待熱壓物，再將鐵板送上熱壓機(圖 4-4)，依加溫時間-溫度關係及溫度-壓力關係(圖 4-5)來控制其成型條件。
- (6) 熱壓完成後，使其在室溫下自然冷卻，待溫度到達室溫後，再將板取出。

(7) 最後放置陰涼處 18 小時，使其完全密合即完成(圖 4-6)。

#### 4-1.2 彈性支承之製作

以碳纖或玻纖等預浸材配合 PC 膜製作彈性支承(於第五章再作詳細討論)，其製作過程如下：

- (1) 製作前先從冷凍庫中取出複合材料預浸材，並在室溫下回溫 12~14 小時。
- (2) 將預浸材依需要角度和大小剪裁。
- (3) 將剪裁好的預浸材上下兩面各加一層 PC 膜。
- (4) 在模具上依序放置輔助材及上述待熱壓物，再將模具送上熱壓機，依加溫時間-溫度關係及溫度-壓力關係(圖 4-5)來控制彈性支承成型條件。
- (5) 熱壓完成後，使其在室溫下自然冷卻，待溫度到達室溫後，再將彈性支承片取出。
- (6) 將彈性支承片依所需寬度切好，即完成彈性支承(圖 4-7)。

#### 4-1.3 懸邊之製作

懸邊採用不織布熱壓而成，塗抹一層矽膠以增加穩定性及氣密性，製作步驟如下：

- (1) 首先剪裁一片適當大小的不織布，並將矽膠均勻塗抹在其面上(圖 4-8)。
- (2) 在模具(圖 4-9)上放置已塗抹矽膠之不織布，再將模具送上熱壓機，以攝氏 100 度及 350psi 熱壓 30 分鐘。
- (3) 熱壓完成後，使其在室溫下自然冷卻，待溫度到達室溫後，再將

懸邊取出後裁剪即完成(圖 4-10)。

#### 4-1.4 音圈、彈波、激振器、框架及治具

音圈、彈波及磁鐵(激振器)，依此規格委託廠商製作。框架及組裝過程所需之治具則是利用 CAD 軟體繪製後委託 CNC 加工廠製作。

### 4-2 揚聲器之組裝流程

- (1) 將振動版及外框架置於治具上(圖 4-11)。
- (2) 以框上凹槽定位後將支承中間處黏於框架上，左右兩端點黏於振動板上(圖 4-12)。
- (3) 以碳纖片黏於支承頂部作為上蓋補強(圖 4-13)。
- (4) 將紗布上膠補強支承與板之接合(圖 4-14)。
- (5) 將彈波黏於激振器框架上(以凹槽定位)(圖 4-15)。
- (6) 將激振器框架套入治具中頂住，並將音圈也套入至底定位，接著將音圈及彈波黏合，注意錦織線需朝向端子台(圖 4-16)。
- (7) 將激振器框架套入板外框以黏合音圈及振動板(圖 4-17)。
- (8) 裝上端子並將錦織線銲好(圖 4-18)。
- (9) 將懸邊置於治具內並上膠，接著以外框套上治具來黏合懸邊(圖 4-19)。
- (10) 套入激振器並上膠黏合(圖 4-20)。
- (11) 靜置至膠乾後即完成(圖 4-21)。

### 4-3 揚聲器各項實驗程序

### 4-3.1 阻尼量測實驗

本實驗使用 B&K 的 PULSE 頻譜分析儀和雷射測速儀進行振動板之頻率-響應量測，並藉由 Bandwidth Method 來計算各激振頻率之系統阻尼比。

#### (一) 基本設備

- (1) PULSE 信號收集及處理器
- (2) PULSE 軟體
- (3) Polytec OFV350 雷射測速儀
- (4) Polytec OFV2500 測速儀控制器
- (5) 個人電腦
- (6) 組裝好之平面揚聲器



將儀器如圖 4-22 所示完成架設。

#### (二) 實驗程序

- (1) 將待測之平面揚聲器放置在一固定台上。
- (2) 啟動 PULSE 程式，設定好量測頻寬、解析度、激發方式、訊號模擬方法等。
- (3) 先將 OFV2500 控制器接上 OFV350 雷射測速儀對平面揚聲器進行對焦，盡量使控制器接受訊號強度達到最大，再將 PULSE 訊號分析儀之訊號(輸出電壓)經電纜線接到激振器上。
- (4) 驅動激振器，並將傳回的訊號分析處理，由於所傳回之訊號為振動板之速度，需要將訊號對時間做一次積分以便得到振動板的位移響應。
- (5) 利用 Bandwidth Method 處理振動板之位移響應，以得到某自然頻率之



阻尼比。

### 4-3.2 聲壓量測實驗

聲壓量測以 LINEARX 公司出的 LMS 聲壓測試系統。

設備介紹如下：

- (1) LMS 聲壓測試系統(內含寬頻雜訊產生器、聲壓頻譜分析)
- (2) 桌上型電腦
- (3) 訊號放大器(Amplifier)
- (4) 麥克風

將揚聲器如圖 4-23 所示架設於障板上。

量測步驟如下：

- (1) 將揚聲器架設妥當。
- (2) 軟體內部校正及外部校正，並將環境設定完成(如：測試頻寬、測試速度、解析度)。
- (3) 麥克風放置在離揚聲器中心一公尺外之同一高度腳架上。
- (4) 待一切準備就緒，啟動電腦發出訊號，由麥克風接收聲壓訊號，傳回電腦。
- (5) 將曲線平滑處理，平滑的參數是  $1/3$ (Octave Width to Smooth By 0.3333)，即可得出頻率響應之聲壓分貝圖。



### 4-3.3 阻抗量測實驗

同上使用 LMS 系統，經過校正後，可量測出揚聲器系統的阻抗圖，

圖中阻抗曲線第一個突起的頂峰頻率就是整個揚聲器系統的第一個自然頻率  $f_0$ 。

#### 4-3.4 單體參數量測實驗

同阻抗量測試驗，量測出第一條同上未加質量時的阻抗曲線，再附加額外的質量黏在板子中央處，所附加的質量要讓附加質量後量測出的阻抗曲線的第一個突起頂峰頻率較第一條阻抗曲線的第一個突起頂峰的頻率值減少 20%~50%才可計算出準確的參數值，一般來說所附加的質量接近振動板的質量即可在此範圍內。

量測出兩條阻抗曲線後，輸入振動板的面積和附加的質量即可由 LMS 計算出相關參數。



## 第五章 彈性支承之設計與討論

揚聲器在高瓦數下工作時，因振幅較大，音圈卷幅中心線處與導磁片的相對距離變大，激振力的突然衰減將會導致失真度上升，故須選用卷幅及全高較長之音圈，而其懸掛系統也須具備良好的穩定效果及回復效果。一般傳統揚聲器僅使用彈波及懸邊來定位及定向，雖然已可達到部份程度的定位效果，但在較高功率的工作下並使用長形的振動板時，彈波的定位效果無法提供振動板兩端足夠的穩定性，且整體來說缺乏良好的回復效果，彈波及懸邊也容易在長期工作下逐漸塌陷，這時候音圈就算在靜平衡下，卷幅與導磁片兩者之中心線也不再位於同一個水平面上，這對揚聲器的原音重現有著非常大的不良影響。

本章的重點即在研製適用的彈性支承來提升長形揚聲器振動系統的穩定性及回復性，除了考量回復效果外，也考慮到振動板在不同方向運動時，懸掛系統給予的支承力是否相同，以避免嚴重失真的發生。

### 5-1 彈性支承的設計

#### 5-1.1 支承的材料選擇

一般揚聲器的起始頻率可由  $F_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}$  (K 為系統之彈性係數、M 為系統質量) 求得，其係指每一個揚聲器的聲壓曲線從低音域開始的第一個高峰所在，稱之為低音諧振點，也是劃定揚聲器之低音域所在界限的一個重要條件，通常以  $F_0$  來代表，也是振動板最強烈的振動所在。一個

好的揚聲器需要具備較小的  $F_0$ ，若要降低其值，可減少系統的彈性係數，或是增加系統的質量，然而增加系統質量會使揚聲器的效率降低，所以以往的支承結構通常選用密度低的材料來製作，以減少支承對系統的加重而影響揚聲器的效率。如許哲瑋[21]、陳建勳[22]皆曾以泡棉材料來製作如圖 5-1 的支承結構，此種結構的優點是質輕、柔軟，不會使揚聲器的  $F_0$  提升過多，但缺點是回復性不佳，且容易在長時間的運動下在彎曲處逐漸產生裂紋而破壞，較不適用於高功率揚聲器。

本文則嘗試改以複合材料來製作彈性支承，前後使用了碳纖維及玻璃纖維等預浸材料，配合在纖維上下兩面加上 PC 薄膜，再依所需的形狀製作模具壓製成型(如 4-1.2 所述)，這樣可些許增加支承在垂直纖維向的強度，避免裁切的不便。

因複合材料具質輕、強度佳等優點，僅用一層纖維即可滿足所需強度，又不致對系統加重過多，且回復性較泡棉好，只要在結構形狀及寬度下作好調整，亦不致使  $F_0$  升高過多，所以可選用此等複材來製作揚聲器的彈性支承。

### 5-1.2 支承的形狀設計

懸掛系統為影響揚聲器失真度的重要因素之一，當振動板朝內與朝外作往復運動推動空氣產生聲音時，因低頻的振幅較大，若懸掛系統在此時振動板朝內位移的彈性係數與朝外位移的相差過多，直接就會影響到揚聲器低頻的原音重現，使得失真度增加。

為了研究彈性支承對整個懸掛系統彈性力的影響，首先製作一組冂形碳纖彈性支承(如圖 5-3)，寬度裁切成 2.5mm 後裝於振動板的兩端，量測此系統的力量-位移關係(如圖 5-4)，發現冂形彈性支承在將振動板推入的彈性係數明顯較推出的高，所以這樣的設計並不良好。

第二種設計為波浪形彈性支承(如圖 4-7)，碳纖支承實驗的結果如圖 5-4，推入與推出的力量-位移線的斜率相近了許多，也就是推入與推出有著相近的彈性係數，可知此種形狀的彈性支承設計較佳，圖 5-5 則為玻纖支承的實驗結果，推入與推出的力量-位移線也一樣有著相近的斜率，所以採用此種設計會有較佳的低音表現，並且也增加了長形振動板兩端的穩定性。



## 5-2 彈性支承對揚聲器的影響

首先將無複材支承、波浪形碳纖彈性支承、波浪形玻纖彈性支承等三組揚聲器作聲壓量測(皆為純巴沙木振動板，支承皆為 2.5mm 寬)，得到的結果如圖 5-6，可知彈性支承對聲壓曲線的趨勢並不影響。接著將上述這三組揚聲器作阻抗曲線量測(如圖 5-7)，觀察阻抗曲線，第一個峰值即為揚聲器的  $F_0$ ，可知碳纖支承將揚聲器的  $F_0$  升高較玻纖支承多。

實際聆聽的結果，在振動板相同的條件下，碳纖支承因回復性較強，低音的表現較玻纖支承強，但玻纖支承的音色整體表現較柔合，且  $F_0$  較低，兩種材料各有其優點，所以實際應用時可依需求選擇碳纖或玻纖材料來搭配使用，在振動板兩端增加了彈性支承後，可順利將揚聲器的最大容許功

率提高，並在 20W 的工作頻率下順利通過 72 小時的耐久測試。而下一章則是討論在固定使用波浪形碳纖支承的情況下對振動板的設計作討論。




## 第六章 振動板之分析與實驗結果

在第三章中先使用了相同尺寸的珍珠板作為振動板進行了有限元素模型的驗證(如圖 3-8)，接著再比較純巴沙木振動板的分析與實驗結果(如圖 3-9)，對照結果顯示此模型用來分析揚聲器振動板是可行的。

因此，本章利用已驗證的有限元素模型作有效率的分析，先找出純巴沙木振動板聲壓發生落差的頻率附近是何模態，依其彎曲的型態，判斷較適合的加勁方式，使整體聲壓曲線趨勢更平滑且具效率。

### 6-1 造成聲壓落差的原因



空氣受振動板的來回振動產生縱波(疏密波)，如果振動板僅作活塞運動(如圖 6-1)，產生的波動也是很整齊的縱波，振動板在平衡位置之間往復振動，由空氣密度的不同，傳遞到接收器如人耳或麥克風，即可聽到聲音。如果產生的縱波強度很強，也就是說空氣的疏密程度相差的愈大，聲音就會愈大聲，即聲壓值較大，反之如果空氣的疏密程度相差很小，聲壓值就較小，如果空氣密度沒有任何變化，麥克風就接收不到沒有任何訊號。然而實際上的振動板受激振時通常會伴隨產生彎曲運動(如圖 6-2)，振動板同樣在平衡位置附近作往復振動，但對聲壓量測點而言，中心產生的空氣疏密狀況則和兩邊產生的疏密狀況相反，相互抵消下，使量測點的疏密程度變小，聲壓值就會降低。

如前所述，實際上揚聲器振動板受激振時的運動大致可分為板的活塞運動及板的彎曲運動。當激振頻率小於第一個自然頻率時，振動板大致上

作活塞運動，而激振頻率等於或大於第一個自然頻率時，板則同時出現活塞運動與彎曲運動，板的活塞運動所佔比例會隨著激振頻率升高而降低，彎曲運動的比例則相對提高。將激振頻率持續增高後，在第二個自然頻率前，彎曲運動大致與活塞運動相位相同，再接近第二個自然頻率時，彎曲運動達到高峰，此時聲壓明顯升高，在激振頻率達到第二個自然頻率之後，彎曲運動的相位突然改變  $180^{\circ}$ ，使得彎曲區域貢獻的聲壓與活塞運動貢獻的聲壓相互抵銷，造成當時總和的聲壓明顯降低，在之後的幾個自然頻率前後，一樣有著類似的情況發生，若聲壓相互抵銷的情況嚴重，使聲壓曲線出現一個深谷現象，常稱之為中音谷，這對揚聲器的聲射有著非常不良的影響。

要減少聲壓曲線的落差，可以調整振動板的長寬比或激振區域，但是這些作法在實際的應用上較無可變的彈性，易受空間限制其設計，所以用複合材料對振動板加勁，修正破壞性模態的影響是一個有較高自由度的優化法。

## 6-2 未加勁之純巴沙木振動板揚聲器的聲壓表現

巴沙木(Balsa)是一種相對輕質、強度佳的材料。經處理後的巴沙木耐撞擊，不易扯裂，可以經受超量的動態負載，耐疲勞。是良好的複合材料三明治結構之心層材料，所以一般常用其配合碳纖維加勁，製作如桌球拍、平面揚聲器振動板等，因此本文也選用巴沙木作為振動板的心層材料。

首先探討僅使用巴沙木材而無任何加勁來作為振動板的揚聲器，其聲



壓表現如圖 3-9 所示，可以明顯看到純巴沙木振動板揚聲器的聲壓曲線分別在 800Hz 及 5000Hz 前後，有著非常嚴重的聲壓落差，此處的聲音將無法良好地表現出來，這樣的揚聲器則非上品。

### 6-2.1 純巴沙木振動板的自然模態與受外力激振之振形

為了判斷是哪些自然模態造成聲壓落差，先對純巴沙木振動板揚聲系統之有限元素模型作板的模態分析，由於在分析的聲壓結果中(圖 6-3)，兩個主要的中音谷分別發生在 6000Hz 內，所以先找出此頻率範圍前後振動板的自然振動模態(如圖 6-4)，再於同樣的頻段下於音圈底部施加外力作簡諧激振分析，也得到純巴沙木板在音圈施力下的變形圖(如圖 6-5)。




### 6-2.2 造成聲壓落差的模態

觀察受激振的變形圖(如圖 6-5)，可明顯發現實際上振動板受激振的變形並非所有模態皆會出現，由於給予對稱激振，出現皆為上下左右相互對稱的振形，而不同頻率下的振形則是由不同頻率下的模態彼此混合而成，如圖 6-6 為純巴沙木板在 6000Hz 內所有對稱的自然振動模態。

經由對照上述的對稱自然振動模態(如圖 6-6)和受不同頻率激振下的變形圖(如圖 6-5)，觀察振動板在受各個頻率激振下的變情形形，判斷振動板在受激振下會產生什麼形式的變形，即可辨別出是由哪些自然頻率的振動模態在影響整個聲壓曲線的起伏落差。可以知道圖 6-6 中的 1

號模態為揚聲器聲壓起始頻率  $F_0$  下的模態，為一活塞運動， $F_0$  之後的聲壓趨於平緩。圖 6-6 中的 2 號模態為影響 800Hz 附近之中音谷最甚的模態，為長軸方向的整體彎曲(存在兩條節線)，其中激振區域附近的運動為剛體運動，若假設其貢獻正聲壓，與其呈反向運動的區域即為貢獻負聲壓，導致聲壓被抵銷而產生落差。圖 6-6 中的 7 號模態則是影響 5000Hz 附近之中音谷最甚的模態，在激振區域兩旁的反向凹入即為抵消聲壓的區域。然而圖 6-6 中的其他模態對聲壓的起伏影響並不大，所以圖 6-6 中的 2 號模態及 7 號模態即為影響純巴沙木板揚聲器聲壓最大的兩個模態。

### 6-3 碳纖三明治振動板揚聲器的優缺點



以碳纖維針對整片巴沙木板作加勁的三明治結構是以往最常見的加勁方式，由於長形的振動板較常發生沿長軸方向的彎曲變形，所以將碳纖依長軸方向(同巴沙木纖維方向)作整片式的加勁，藉此抑制中高頻許多不同的彎曲變形來減少聲壓落差。

由於巴沙木的密度只有  $140\text{Kg/m}^3$ ，遠低於碳纖維的  $1747\text{Kg/m}^3$ ，而上述使用的純巴沙木振動板重量不到 1g，若使用碳纖維作整片加勁，重量將加重至 1.9g，即振動板的總質量增加了近 1 倍。將有限元素模型振動板部分改為上下各一層 0.125mm 的碳纖維，心層為 2mm 的巴沙木，若設板的長軸方向為  $0^\circ$ ，疊層方向則為  $[0^\circ/0^\circ/0^\circ]$ ，對其作簡諧激振分析，模擬出碳纖三明治板揚聲器的聲壓曲線，並將其與純巴沙木振動板揚聲器模擬的聲壓作比較(如圖 6-7)，因為加勁會使得板的自然頻率提高，所以聲壓落差發

生的頻率皆延後了，可讓  $F_0$  至第一個聲壓落差之間的平滑頻段增加，整體來說確有讓聲壓平滑的趨勢，但是整體聲壓卻比未加勁的純巴沙木振動板低了 5dB 以上，使得揚聲器的效率大大地減低。

同樣地，將碳纖三明治板對稱的模態找出(如圖 6-8)，發現碳纖三明治板在聲壓落差附近的振形(如圖 6-9)，同樣受類似的模態影響著，雖因加勁的關係使得彎曲變形程度降低，也使聲壓落差的程度減低，但如上所述，加重過多的結果使得揚聲器效率降低。

#### 6-4 局部加勁對聲壓的影響

經由上述討論，已經得知導致純巴沙木板聲壓發生落差的模態，也比較過以整片式加勁的碳纖三明治板的優缺點，最大的問題就是效率不佳，所以第一改善的目標就是減重，也就是減少較不必要的加勁面積，所以本節將 ANSYS 模型的振動板部分作面積分割，依序改變加勁區域來分析其聲壓趨勢，另外由於非對稱的加勁易使得振動板在壓製後產生翹曲，所以分割的面積為上下左右對稱，加勁處也是上下左右同時作改變。首先在板的中心處，依音圈的大小(激振圓周直徑為 25.4mm)先訂出長軸方向 29mm，短軸方向 30mm 的一個  $29 \times 30 \text{ mm}^2$  固定不變矩形加勁區域，這樣做的目的是讓振動板和音圈有良好的接合面，激振力才能均勻的傳到振動板上，接著由中心固定加勁區預算起，分別往上、下、左、右朝外每隔 3mm 分割一次，亦即每個分割格的面積為  $3 \times 3 \text{ mm}^2$ (如圖 6-10)，作這樣分割的用意將在下兩個小節說明。

#### 6-4.1 由外而內減少加勁面積


經 6-2.2 與 6-3 節的討論，已經知道造成本文長形的純巴沙木板及碳纖三明治板第一個聲壓落差的模態，為沿長軸中心線的整體彎曲，造成較高頻聲壓落差的模態則是在長軸中心線兩旁為主的凹入及凹出，有著四條節線的彎曲，變形最嚴重的區域皆通過長軸中心線，所以選擇以長軸中心線為基準，由外而內減少加勁面積的方式來減重，留下長軸中心處的加勁以抑制振動板兩翼的逆向變形，以前述的分割方式來說，即為在振動板長邊的兩側由外而內每次減少 6mm 寬的加勁，這個部份的疊層角度皆為 $[0^0/0^0/0^0]$ ，依此分析出可容許減少的面積。

圖 6-11~6-15 為這一系列減少加勁的示意圖與主要造成聲壓落差的模態以及聲壓曲線比較，加勁示意圖中黑色的部份即為三明治結構，白色的部份為純巴沙木，可以發現在長軸兩側由外而內逐漸減少加勁的結果，主要影響較低頻聲壓落差的模態與原先的類似，大致仍為長軸方向的彎曲，但是主要影響較高頻聲壓落差的模態中，貢獻負聲壓的區域再逐漸減少加勁下由原先在激振區域兩旁的逆向凹入，逐漸改變成在板四個角落，觀察各組的聲壓曲線，以加勁組號 4 的有較佳的效果，除了整體聲壓因減重上升至 80dB 以上，因減少加勁而使第一個聲壓落差擴大的程度也較低，故這一系列較佳的減重方式為加勁組號 4，但其較高頻的聲壓落差程度仍大，下節則討論如何改善其較高頻的聲壓落差。

#### 6-4.2 較高頻處聲壓落差的修正

經由上述的減重分析後，可知加勁組號 4 為較佳的減重加勁，觀察加勁組號 4 主要影響其較高頻聲壓落差的模態，貢獻負聲壓的區域從原先的激振區域兩旁改變成為左上、左下、右上、右下等四個沒有加勁的區域，可基於加勁組號 4 的狀態下，在板上嘗試再加上寬度為兩格寬 (6mm)，纖維方向  $90^0$  的碳纖維作加勁，並在模態逆向變形區域附近移動加勁位置，以抑制這些區域的逆向變形，分散原先模態的影響比例，又不會對系統有太大的增重，將其依序命名為加勁組號 4-1~4-6，如圖 6-16~6-21，可得加勁組號 4-3 及 4-4 對較高頻的聲壓落差皆有不錯的修正效果。

## 6-5 分析結果討論與實驗比較



經上述一系列的分析，可得較佳的加勁方式為加勁組號 4-3(如圖 6-18) 及 4-4(如圖 6-19)，兩者的高頻皆有良好的修正效果，擇一取加勁組號 4-4 作以下討論，依照第四章的製作程序，壓製出與加勁組號 4-4 相同的實際振動板並完成揚聲器組裝後，實際量測其聲壓曲線，並與碳纖三明治板揚聲器實測的曲線作比較(如圖 6-22)，可明顯看出因經過加勁面積的減少，加勁組號 4-4 的整體聲壓位準較三明治板高(已達 80dB 以上)，且碳纖三明治板較高頻的一個音谷的確獲得了修正，上述分析的結果及得到了驗證。

由此可知，碳纖三明治板並非是長形振動板最好的加勁方式，除了聲壓位準偏低外，在高頻處仍容易產生音谷，本文則從碳纖三明治板逐漸減少加勁的方式，觀察其模態變化，調整加勁位置，可得較三明治板良好的加勁方式。

## 第七章 結論與未來研究方向

### 7-1 結論

高功率的平面揚聲器懸掛系統須具備良好的穩定效果及回復效果，除了傳統的懸邊及彈波外，增加額外的彈性支承可在不使  $F_0$  上升過多的情況下增加揚聲器的容許功率，且可改善懸掛系統回復性不足的問題。

彈性支承的研製過程中，材料的選擇為碳纖、玻纖等預浸複合材料，配合 PC 薄膜壓製而成，複材的高強度改善了以往泡棉材料容易裂開的問題，因為使用一層預浸材即可滿足需求，所以重量也在可接受範圍內。而支承形狀採用波浪狀，在振動板的出入運動下，較可維持相同的線性彈性支承力。



至於揚聲器聲壓落差改善方面，分析結果顯示整面使用碳纖作的加勁的三明治板對振動板的增重過多，導致揚聲器的聲壓感度減低。本文以三明治板為基本，觀察常造成長形揚聲器聲壓落差的模態，先減去較不必要的加勁面積，提高感度後，再觀察此時影響高頻音谷的模態改變並作不同位置的加勁，結果顯示加勁組號 4-4 有著最好的改良趨勢且感度也在三明治板之上，實際製作出振動板並將揚聲器組裝後量測其聲壓曲線，相較於三明治板的聲壓趨勢的確更趨平滑。

### 7-2 未來研究方向

本文是找出影響聲壓落差最多的模態，對其容易產生逆向變形的區域

作加勁，分散破壞性模態的影響，減少正負聲壓的抵消情況，而未來可以研究當改變加勁方式時，各自然模態對板實際受到激振時的振形貢獻的程度會如何改變，以期準確地控制這些對振動板聲射有不良影響的模態。



## 參考文獻

1. J. N. Reddy, Energy and Variational Methods in Applied Mechanics, Junuthula Narasimha, 1945.
2. R. D. Mindlin, Influence of Rotatory Inertia and Shear Deformation on Flexural Motion of Isotropic, Elastic Plates, J. Applied Mechanics, 18, pp. 33-38, 1951.
3. J. M. Whitney, Shear Correction Factor Laminates Under Static Load, J. Applied Mechanics, 40, pp.302-304, 1973.
4. J. M. Whitney, Stress Analysis of Thick Laminated Composite and Sandwich Plates, J. Applied Mechanics, 40, pp.302-304, 1973.
5. E. Reissner, Finite deflection of sandwich plates J. Aeronaut. Sci. July, 435-440, 1948.
6. B. D. Liaw and R. W. Little, Theory of bending multiplayer sandwich plates, AAIA J. , 5, 301-304, 1967.
7. J. J. Azar, Bending theory of multiplayer orthotropic sandwich plates, AIAA J. , 6, 2166-2169, 1968.
8. D. J. O'Connor, A finite element package for the analysis of sandwich construction, Compos. Struct. , 8, 143-161, 1987.
9. H. H. Kanematsu, Y. Hirano and H. Iyama, Bending and vibration of CFRP-faced rectangular sandwich plates, Compos. Struct. , 10, 145-163, 1988.
10. P. M. Morse and K. U. Ingrad, Theoretical Acoustics, McGraw-Hill, NY, 1968, rpt. Princeton University Press, NJ, pp.375-379, 1986.
11. T. Shindo, O. Yashima and H. Suzuki, Effect of Voice-Coil and Surround on Vibration and Sound Pressure Response of Loudspeaker Cones, Journal of the Audio Engineering Society, Vol. , 28, No. 1, pp. 31-51, 1997.
12. C. C. Tan and C. I. Hird, Active Control of the Sound Field of a Constrained Panel by an Electromagnetic Actuator-an Experimental Study, Applied



- Acoustics, 52, pp.31-51, 1997.
- 13.W. JR. Leach, R. Schafer, T. Barnwell, Time-Domain Measurement of Loudspeaker Driver Parameters, IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing V27, No.6, 734-739, 1979.
  - 14.N. S. Bardell, J. M. Dunsdon, R. S. Langley, Free vibration analysis of coplanar sandwich panels, Composite Structures, V38, No.1-4, 463-475, 1997.
  - 15.王柏村, 振動學, 全華書局, 台北市, 1996。
  - 16.施志鴻, 具彈性支撐複合材料圓板之振動與聲傳研究, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2004。
  - 17.蘇鎮隆, 複合材料板的聲傳平滑研究, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2004。
  - 18.彭國晉, 具加勁複合材料結構板之聲傳研究, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2004。
  - 19.詹東恩, 複合材料三明治板之振動與聲射研究, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2003。
  - 20.戴建郎, 平板受橢圓激震器激震之振動研究, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2005。
  - 21.許哲瑋, 具條狀支撐方形平面揚聲器之研製, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2006。
  - 22.陳建勳, 揚聲平板之最佳設計參數研究, 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2006。

表 3-1 文獻[14]中三明治板材料常數

	面層	心層
Yong's modulus ( $E_1$ )	68.9 GPa	0.37 Gpa
Yong's modulus ( $E_2$ )	68.9 GPa	0.15 Gpa
Poisson's ratio ( $\gamma$ )	0.3	0.3
Shear modulus ( $G_{12}$ )	26.5 GPa	0.134 GPa
Shear modulus ( $G_{23}$ )	26.5 GPa	0.052 GPa
Shear modulus ( $G_{13}$ )	26.5 GPa	0.134 GPa
Density ( $\rho$ )	2770 Kg/m <sup>3</sup>	122 Kg/m <sup>3</sup>
Thickness ( $t$ )	0.406 mm	6.4 mm
Boundary conditions	simple support	



表 3-2 ANSYS 分析之自然頻率(Hz)與文獻[14]比較

Mode	ANSYS(shell91)	文獻[14]
1	22.883	23.05
2	43.850	43.91
3	69.597	71.06
4	78.962	78.37
5	89.397	90.85
6	122.89	123.82

表 3-3 ANSYS 分析所需之各材料的材料常數

材料	巴沙木	碳纖預浸材	珍珠板
$E_1$	3.7 GPa	147.503 GPa	11.33 MPa
$E_2$	0.055 GPa	9.223 GPa	
$E_3$	0.055 GPa	9.223 GPa	
$G_{12}$	0.01 GPa	6.8355 GPa	
$G_{23}$	0.00167 GPa	1.123 GPa	
$G_{13}$	0.01 GPa	6.8355 GPa	
$\gamma_{12}$	0.02	0.306	0.33
$\gamma_{23}$	0.5	0.25	
$\gamma_{13}$	0.02	0.306	
$\rho$	140 Kg/m <sup>3</sup>	1747 Kg/m <sup>3</sup>	64.3 Kg/m <sup>3</sup>
厚度	2 mm	0.125 mm	2 mm



圖 1-1 傳統振動板為錐盆型的揚聲器



圖 1-2 振動板為一平板的揚聲器

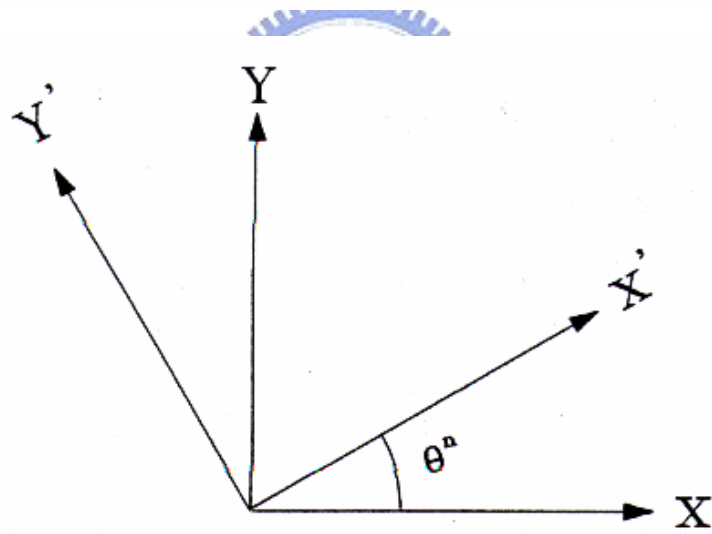
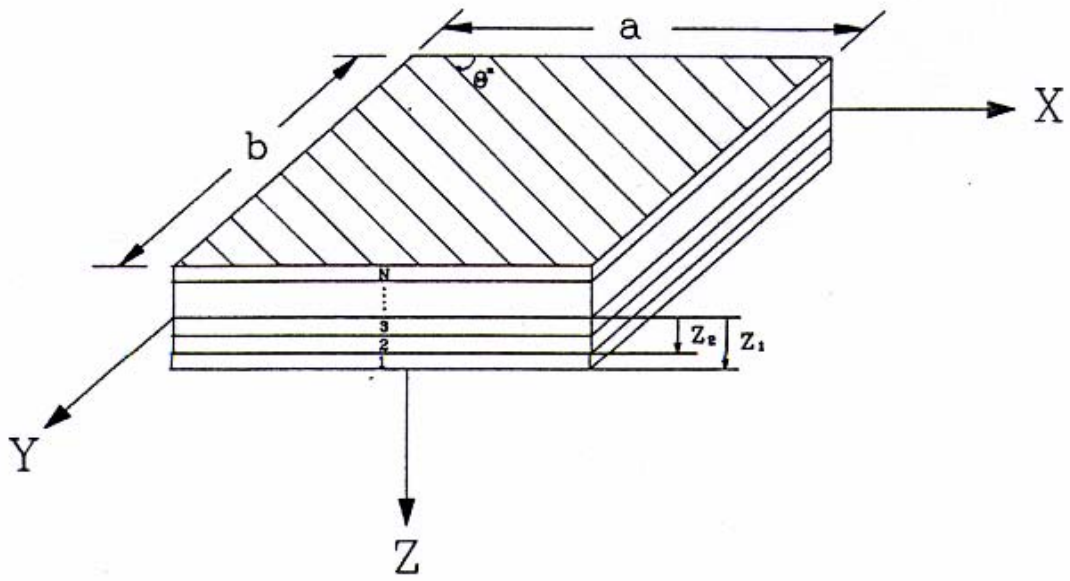
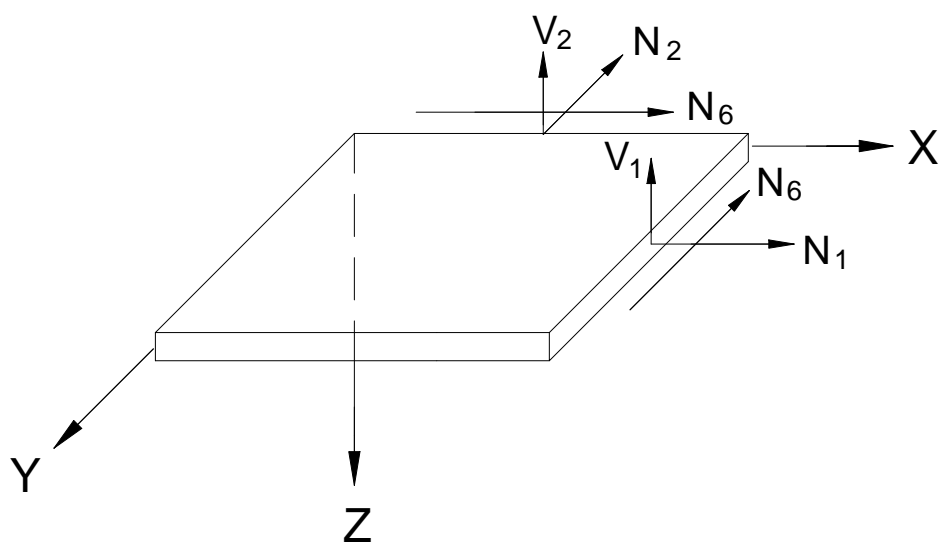


圖 2-1 複合材料積層板座標系統



平板所受應力的合力圖

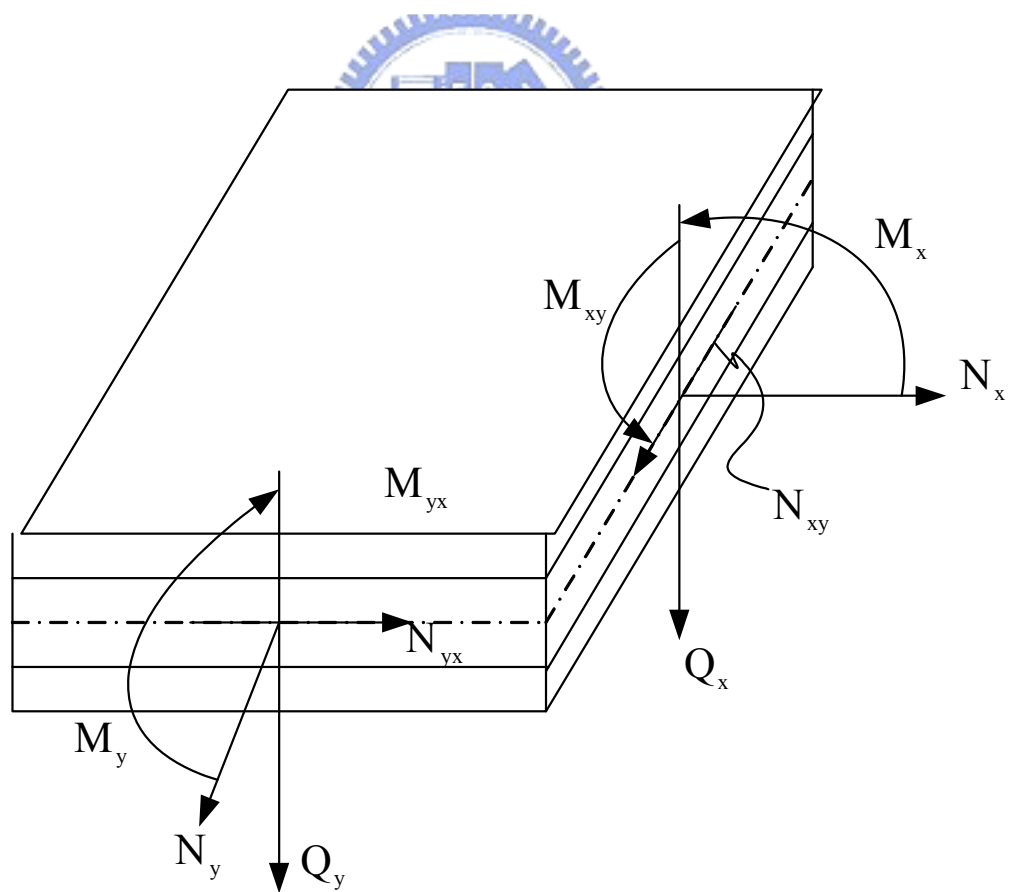


圖 2-2 複合材料積層板沿厚度方向之合力與合力矩

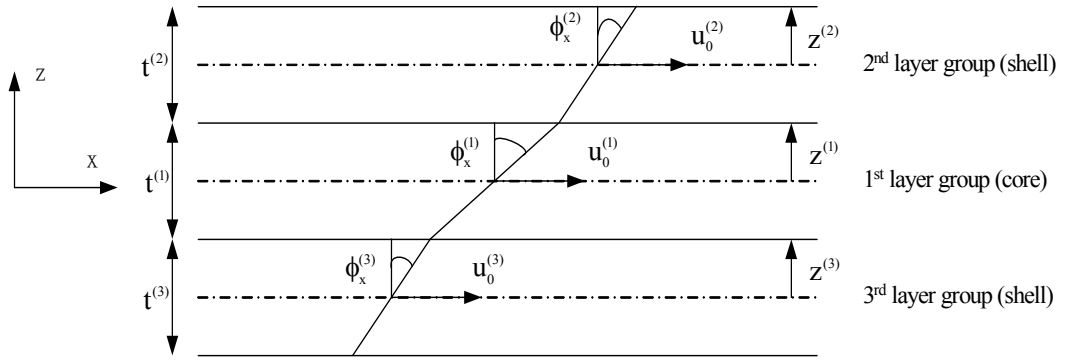


圖 2-3 多層一階剪變形位移場示意圖

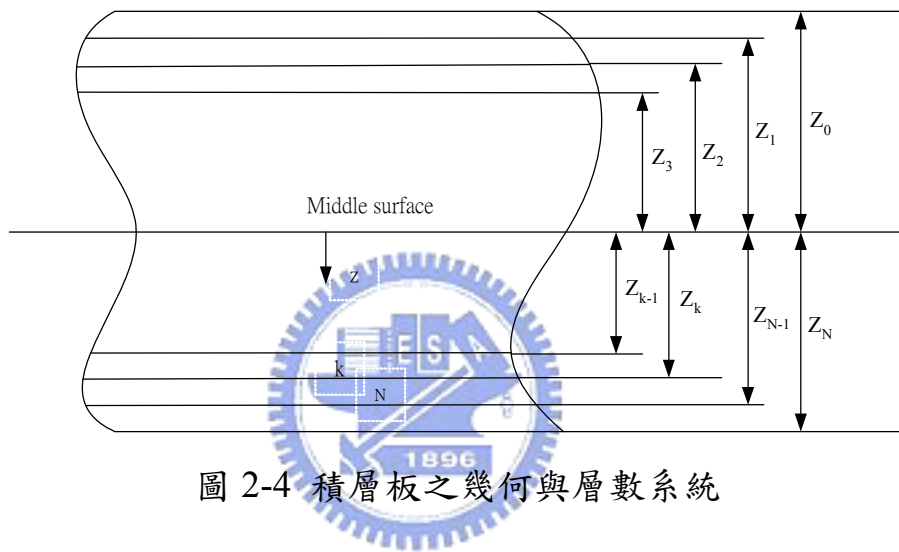


圖 2-4 積層板之幾何與層數系統

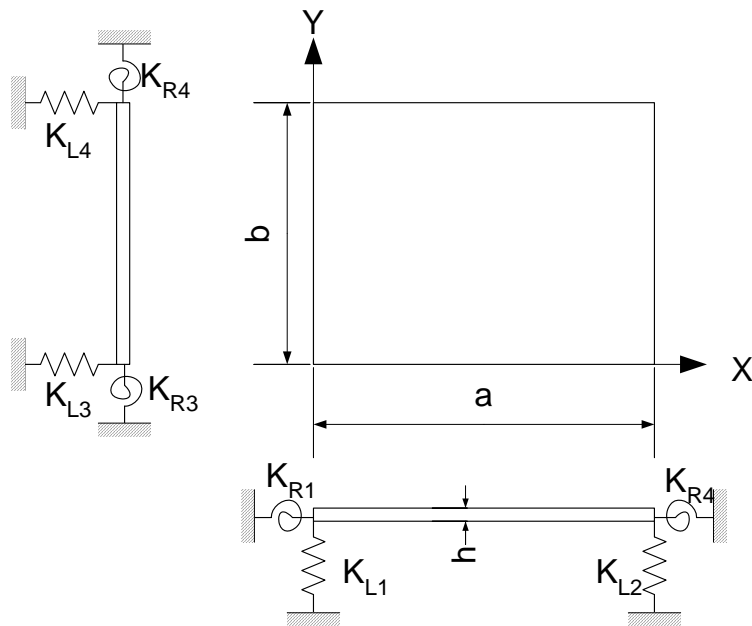


圖 2-5 複合材料三明治板之邊界條件

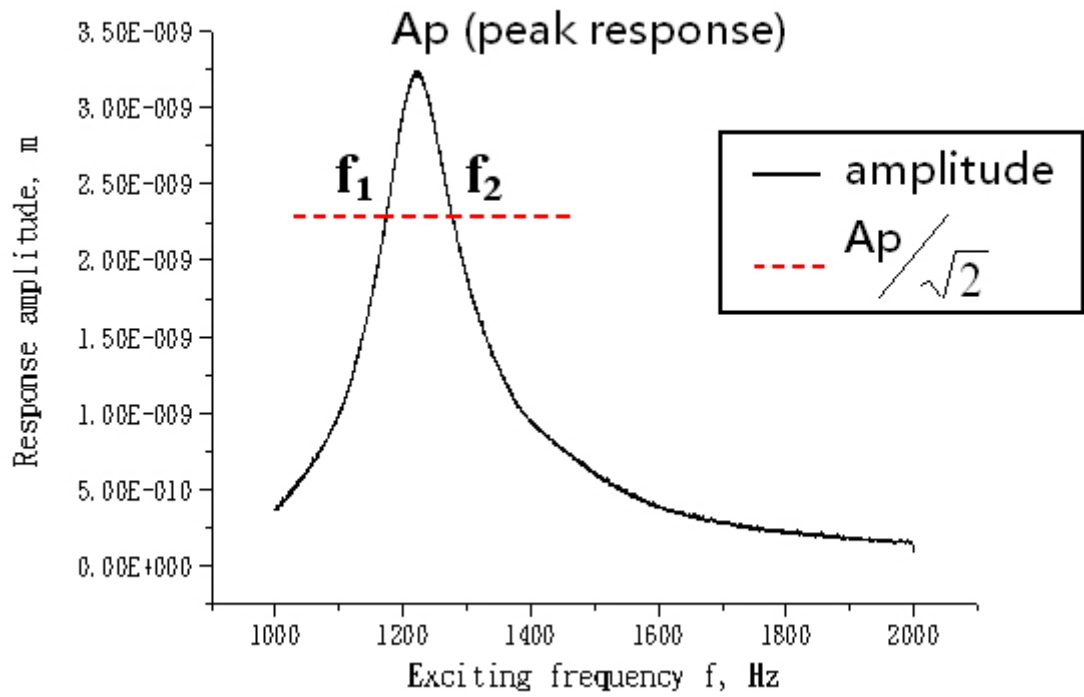


圖 2-6 振動板中心之頻率響應圖

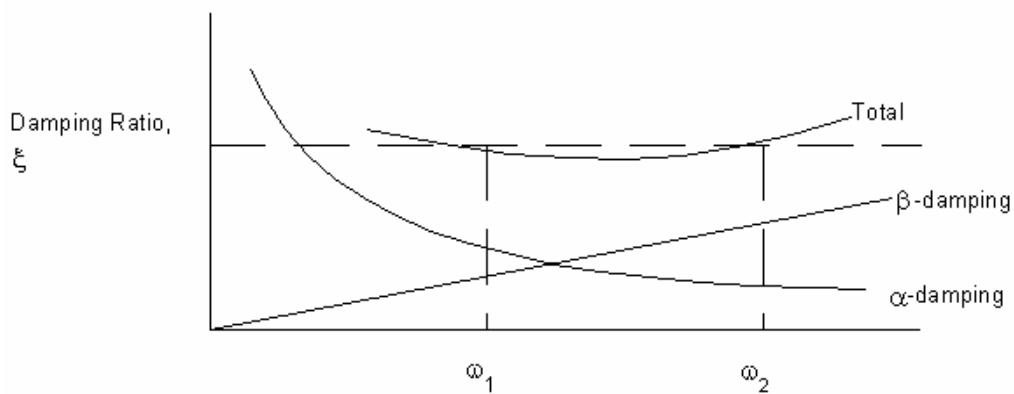


圖 2-7 Rayleigh Damping



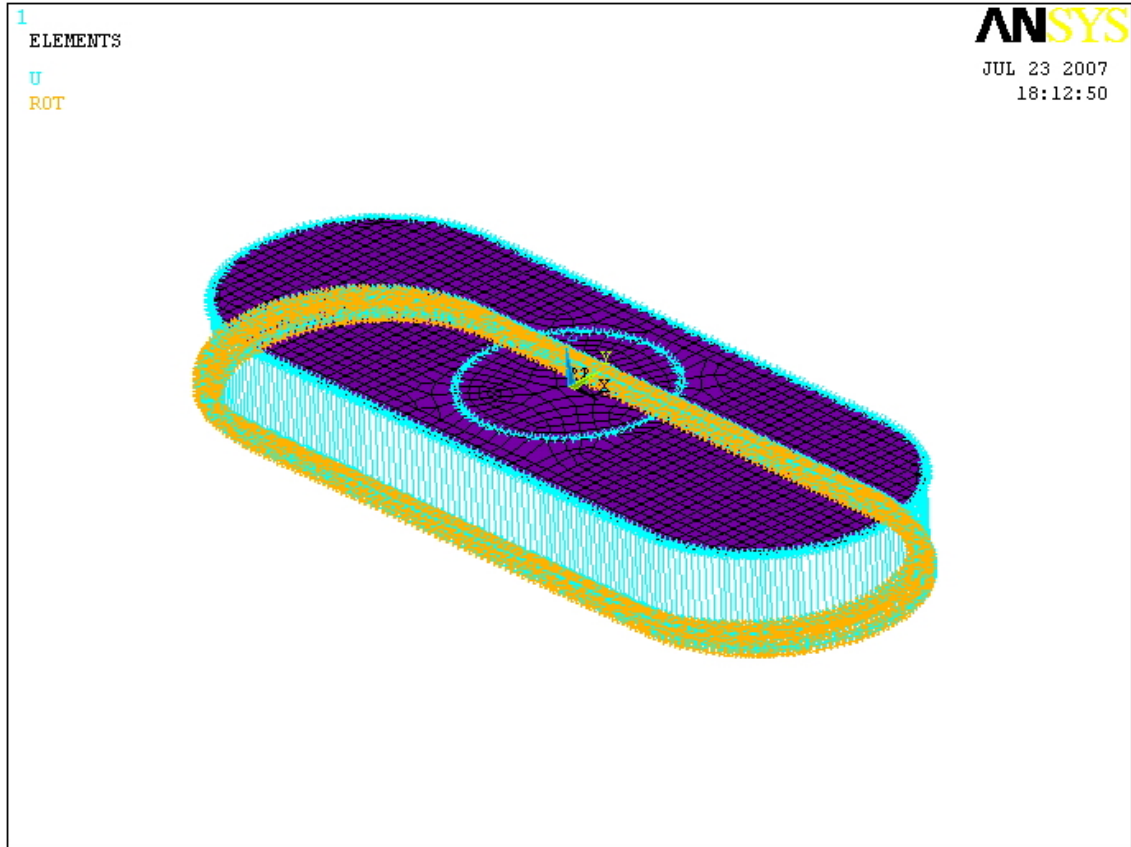
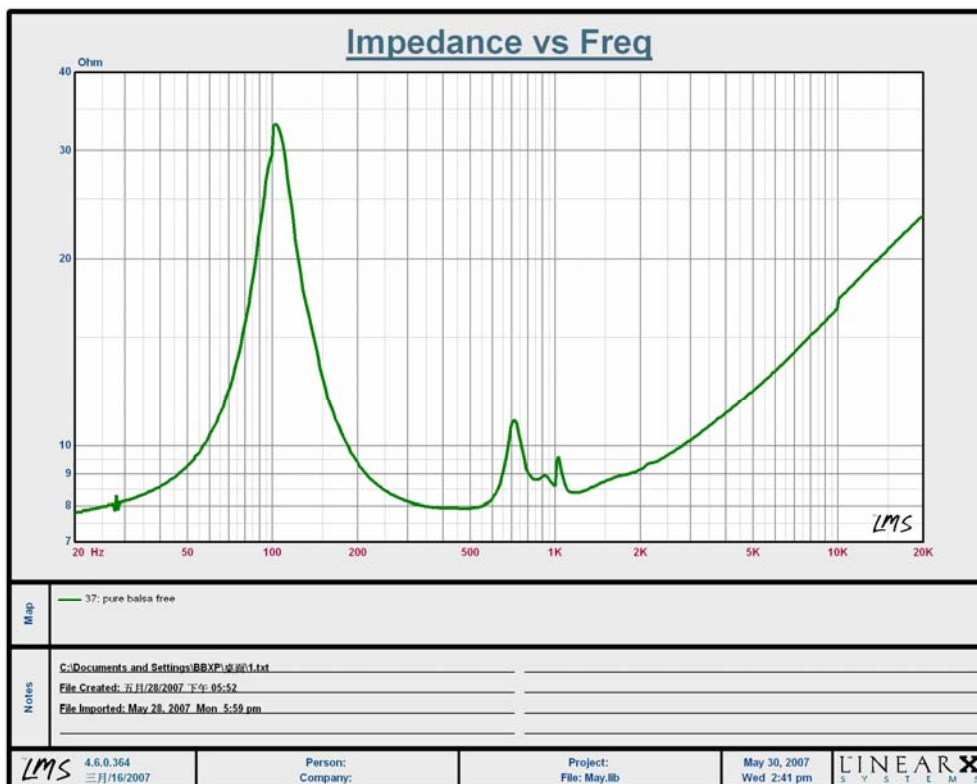


圖 3-1 平面揚聲系統之有限元素模型示意圖



Electrical / Mechanical Parameters			
Revc	(D-C-R)	7.600	Ohm
Fo	(Res Freq)	103.818	Hz
Cms	(Compliance)	639.322u	M/N
Mms	(Total Mass)	3.676	Gram
BL	(Flux*Length)	3.883	TM
Qms	(Mech Q)	4.019	
Qts	(Elec Q)	0.929	
Sd	(Piston Area)	3.358m	sqM
SPLo	(SPL at 1W)	81.639	dB

圖 3-2 純巴沙木振動板揚聲器阻抗曲線及其相關參數

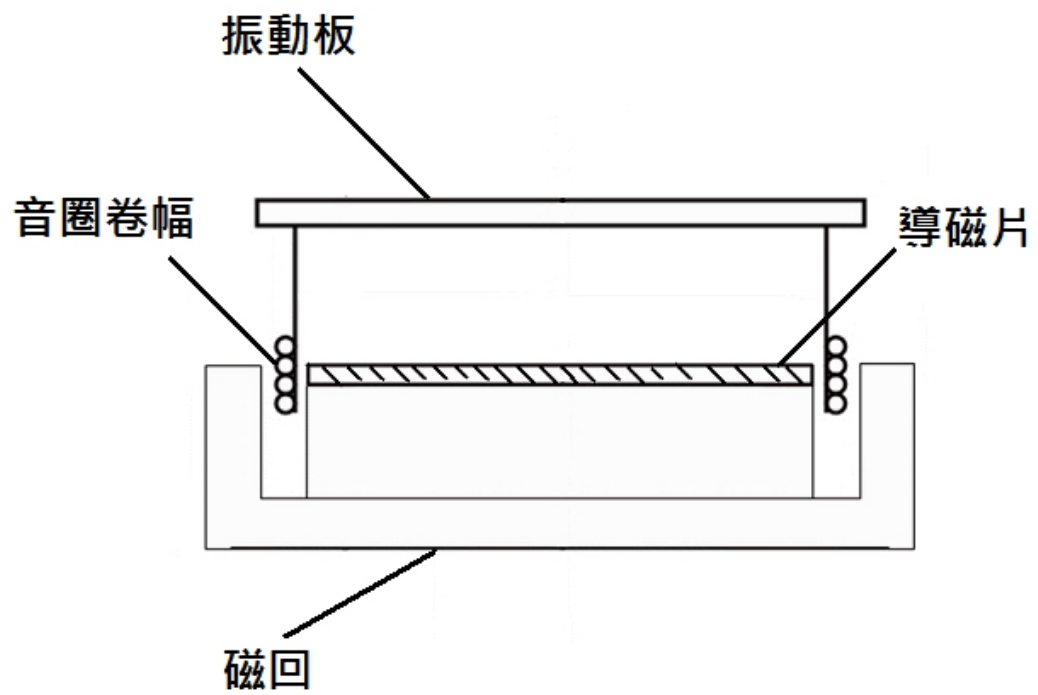
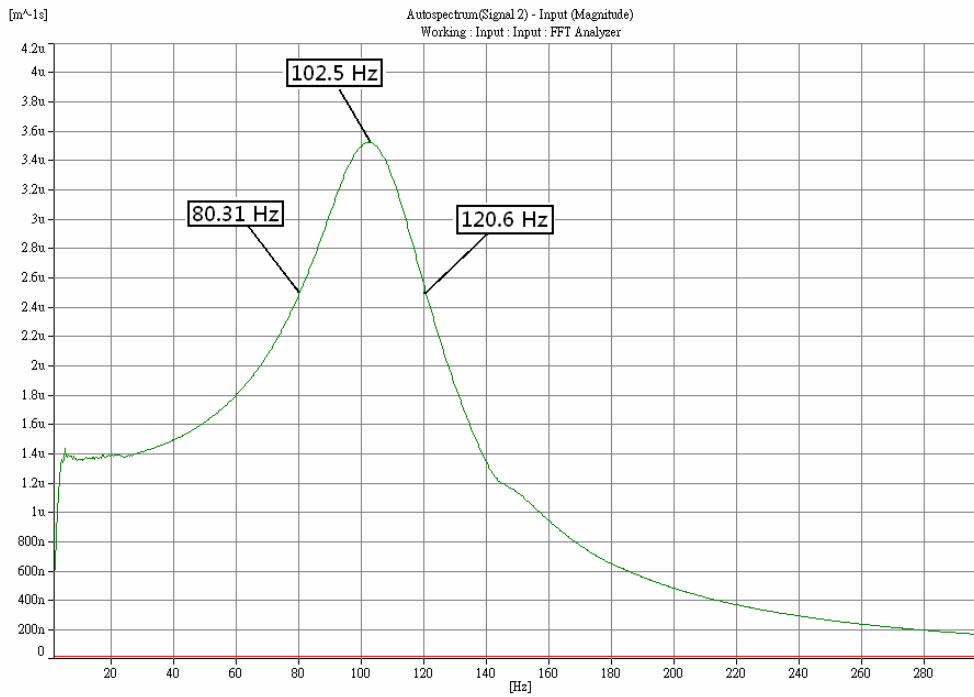
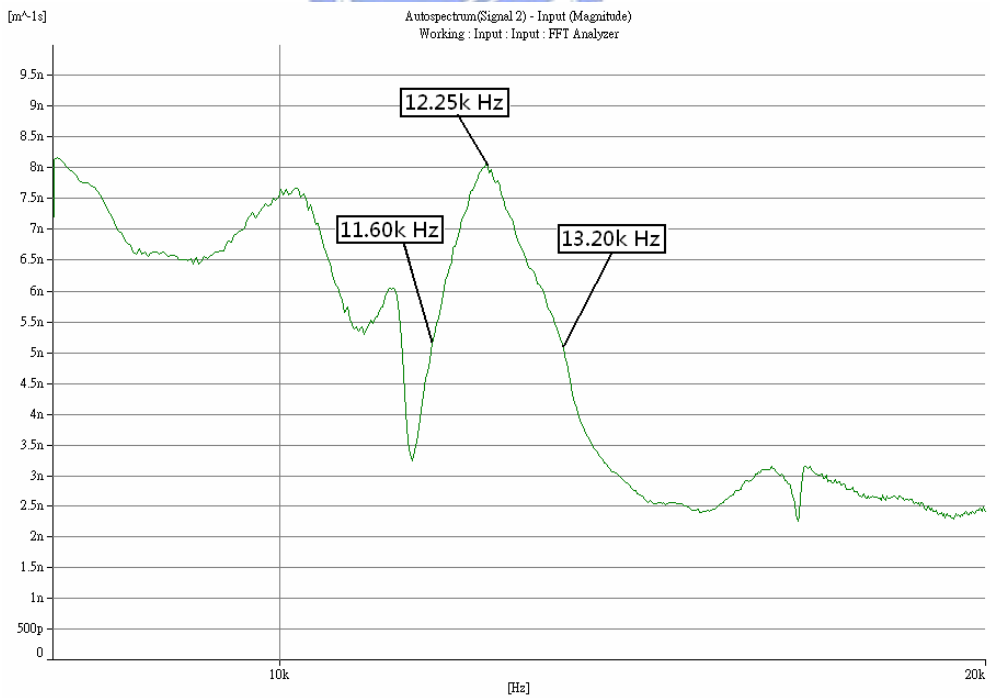


圖 3-3 內磁式激振器剖面圖



(a) 低頻部份之響應



(b) 高頻部份之響應

圖 3-4 雷射測速儀量測之振動板中心之頻率響應

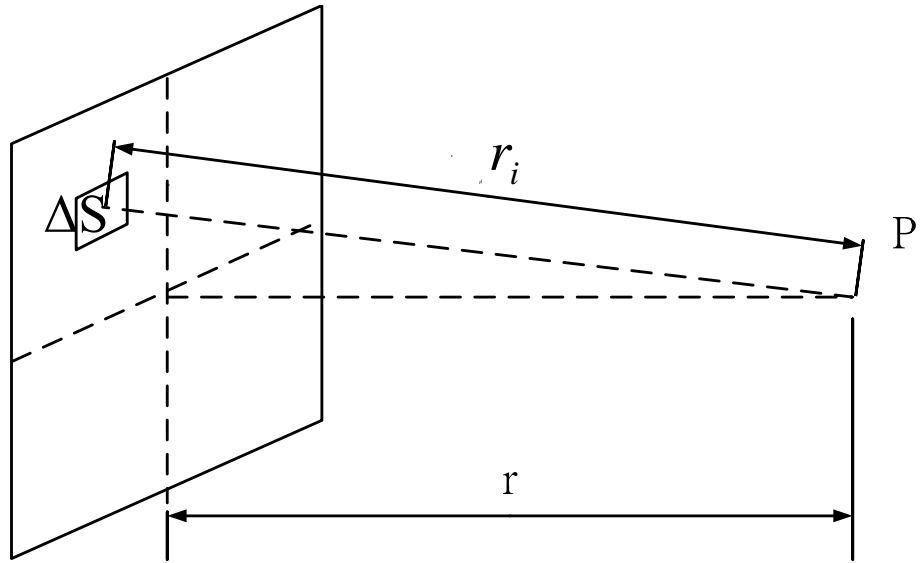


圖 3-5 聲壓距離示意圖( $r$  為 1 公尺)

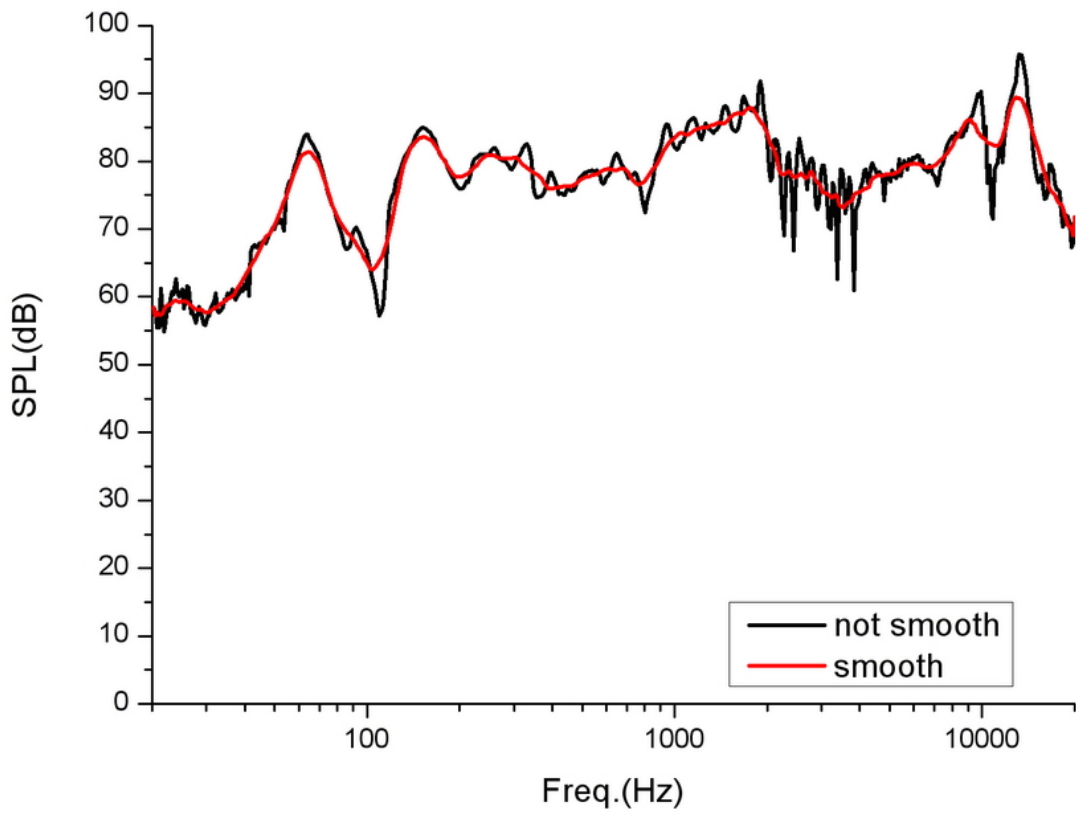


圖 3-6 聲壓曲線的平滑處理

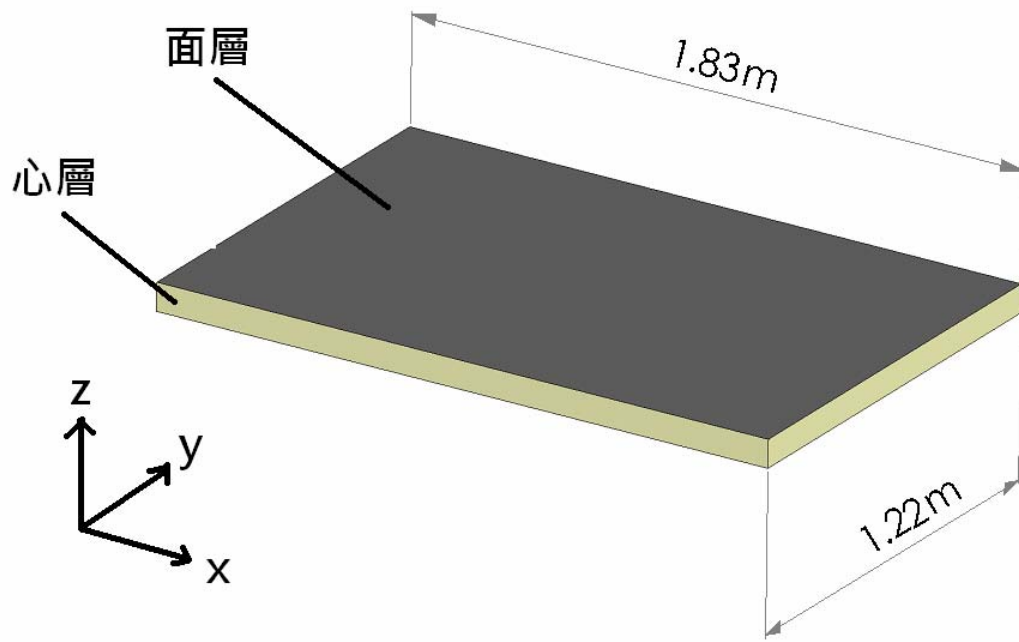


圖 3-7 文獻中三明治板示意圖



圖 3-8 以珍珠板作為振動板的揚聲器(驗證用)

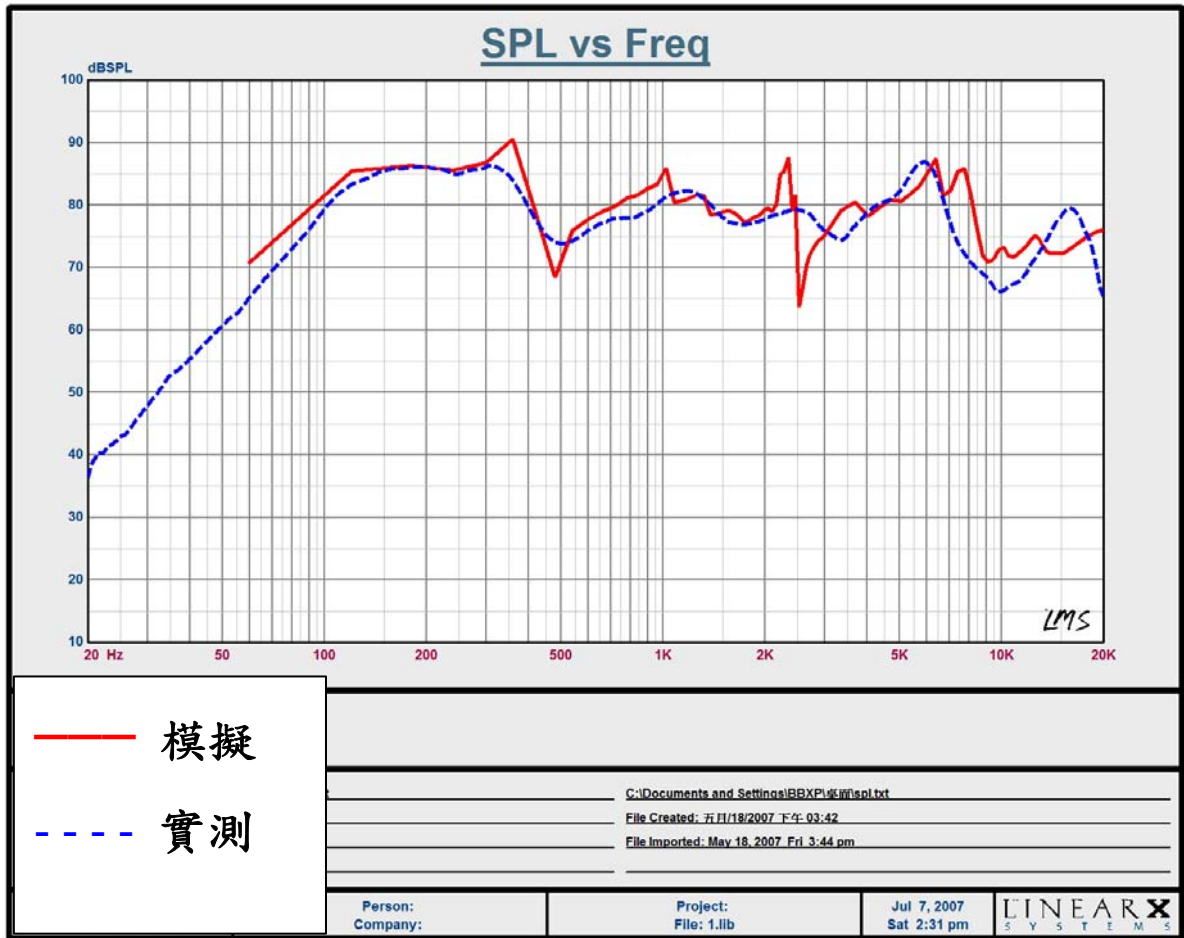


圖 3-9 珍珠板揚聲器模擬與實測之聲壓曲線比較

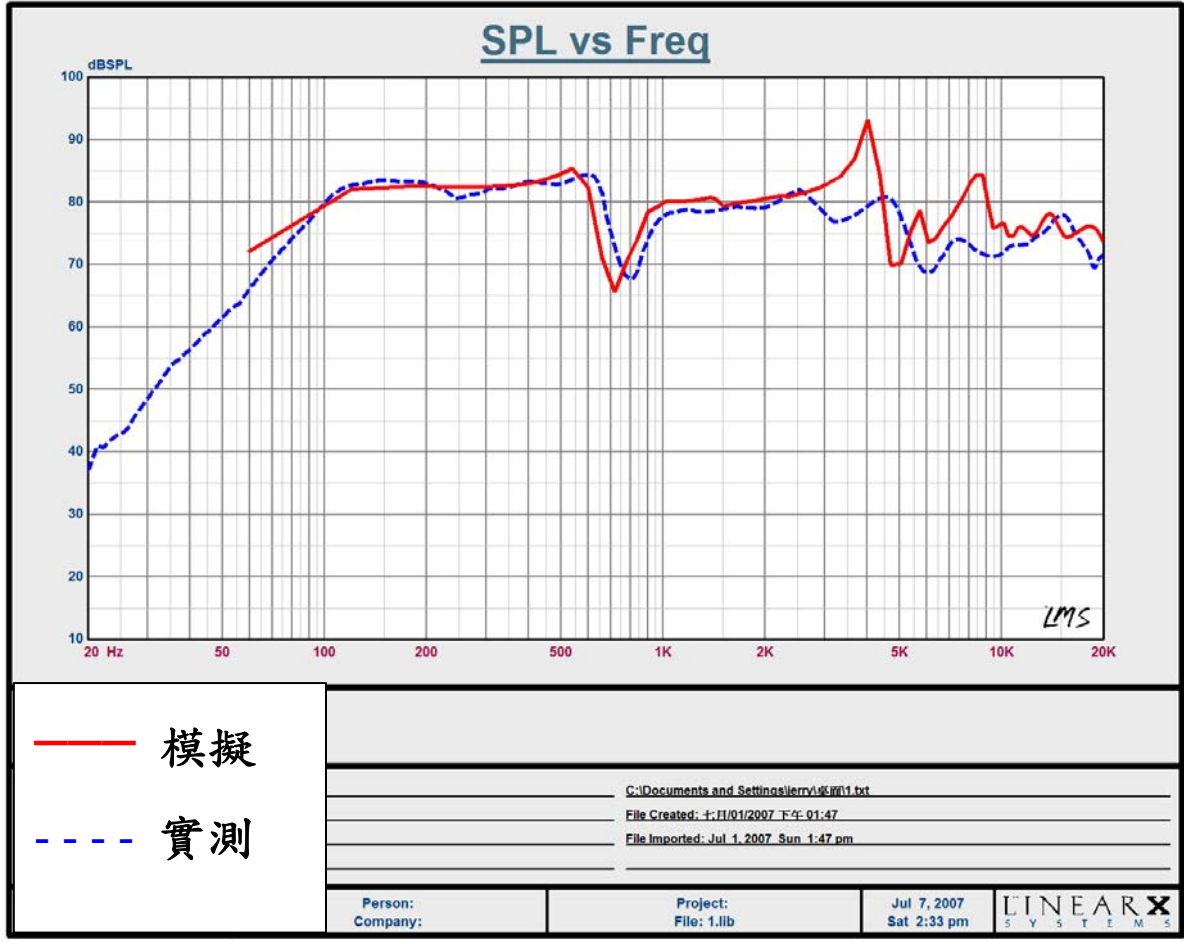
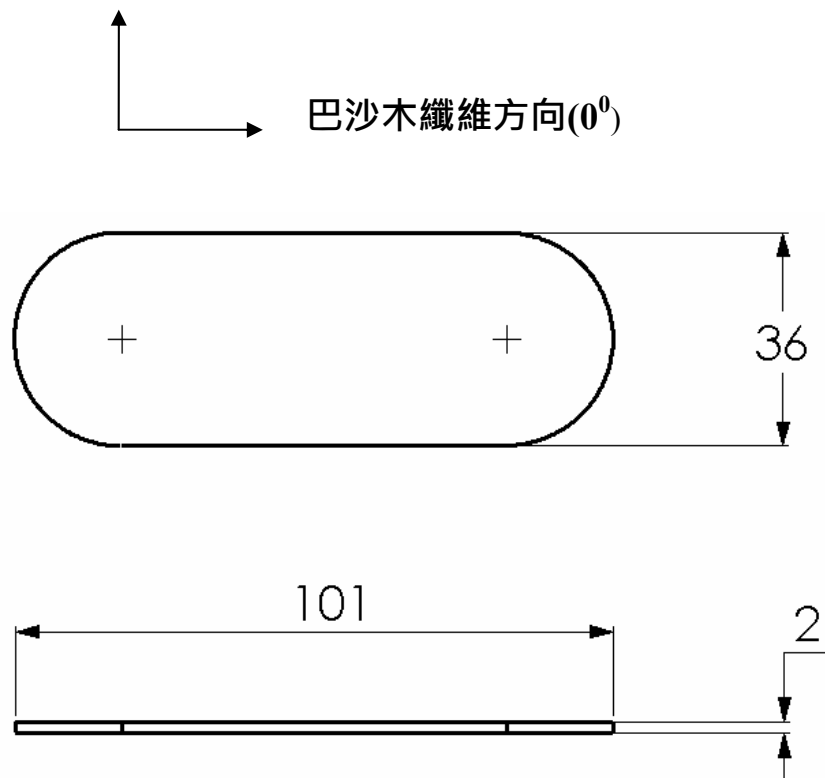
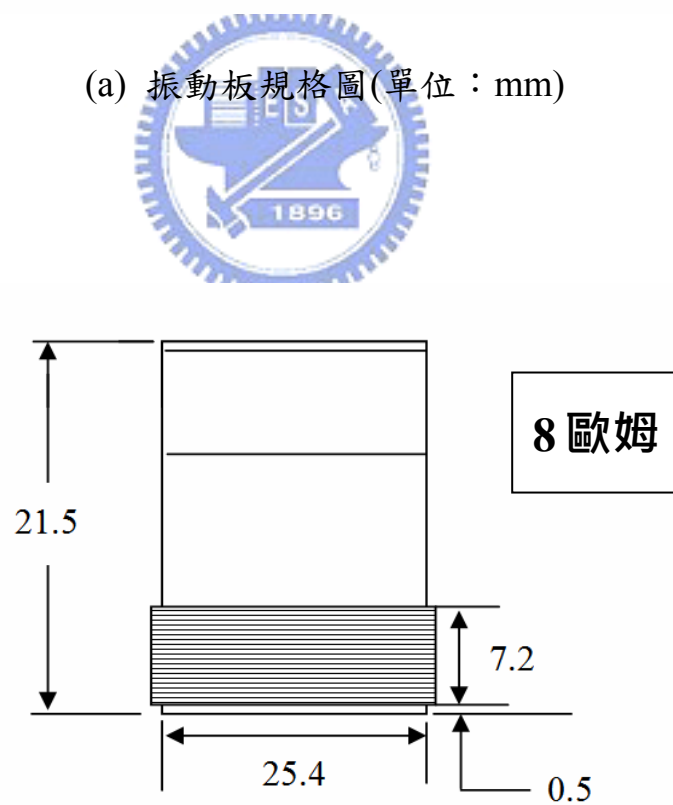


圖 3-10 純巴沙木板揚聲器模擬與實測之聲壓曲線比較



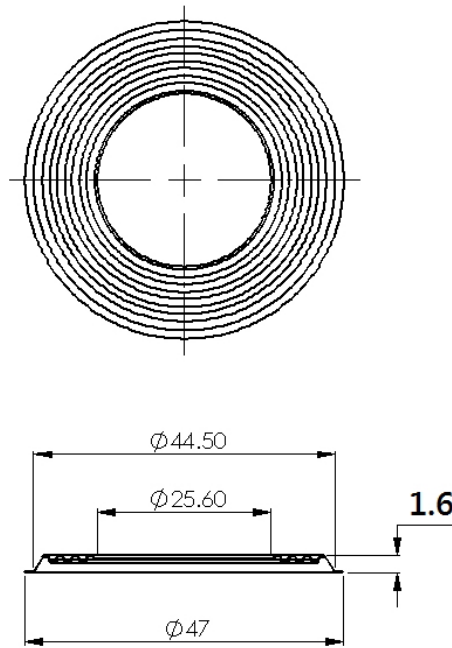


(a) 振動板規格圖(單位：mm)

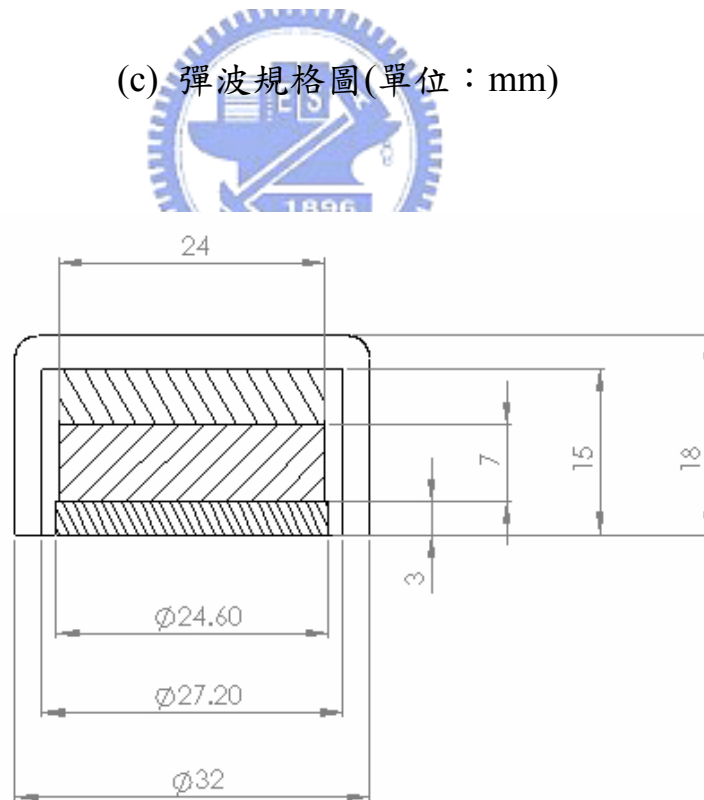


(b) 音圈規格圖(單位：mm)

圖 4-1 本文揚聲器主要零件規格圖(part 1)



(c) 彈波規格圖(單位：mm)



(d) 激振器規格圖(單位：mm)

圖 4-1 本文揚聲器主要零件規格圖(part 2)

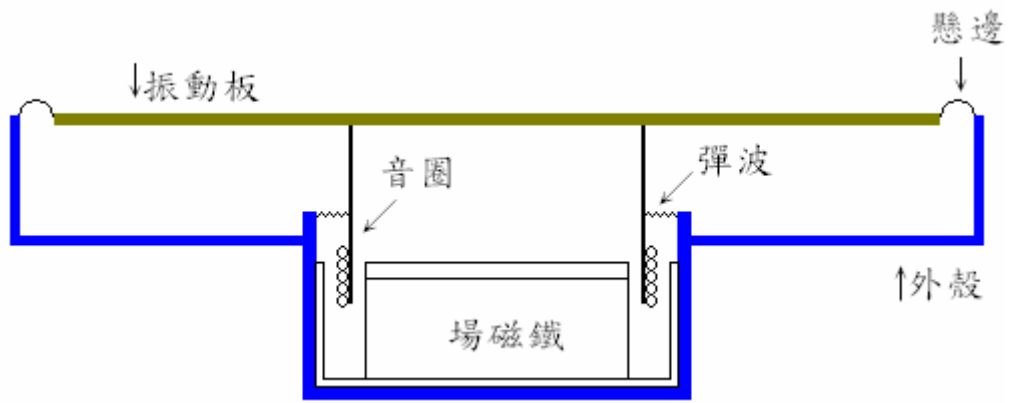


圖 4-2 揚聲器結構圖

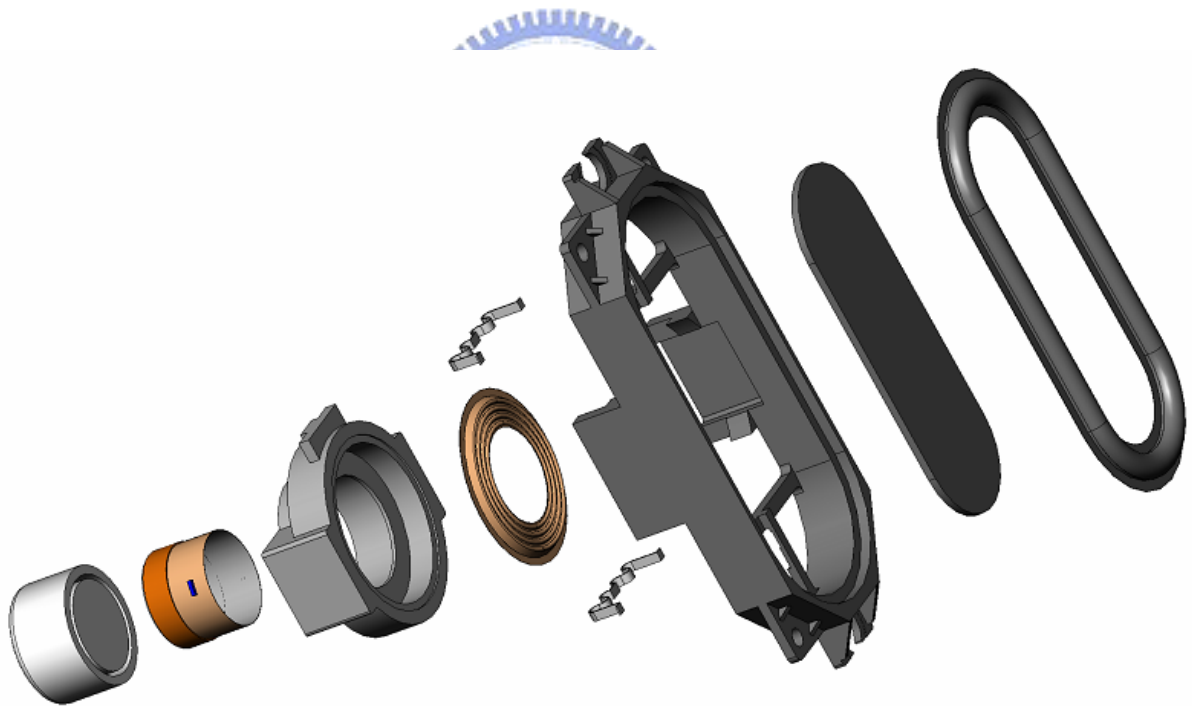


圖 4-3 本文揚聲器爆炸圖



圖 4-4 熱壓機

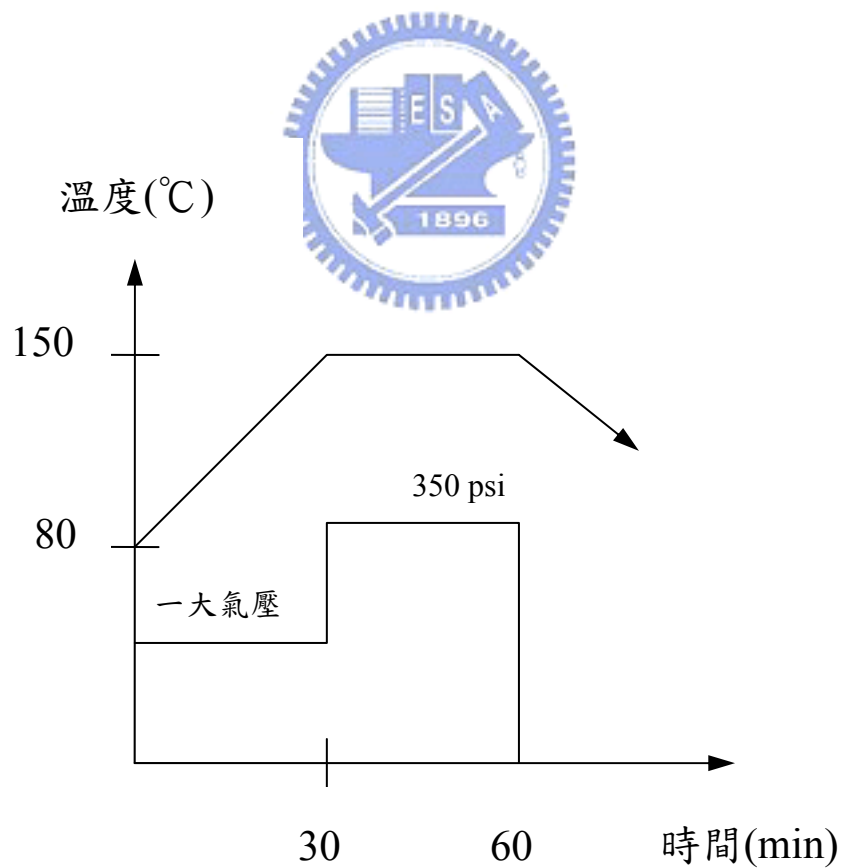


圖 4-5 複材加勁振動板及彈性支承之加熱加壓硬化成型製程圖



圖 4-6 具複材加勁振動板完成圖

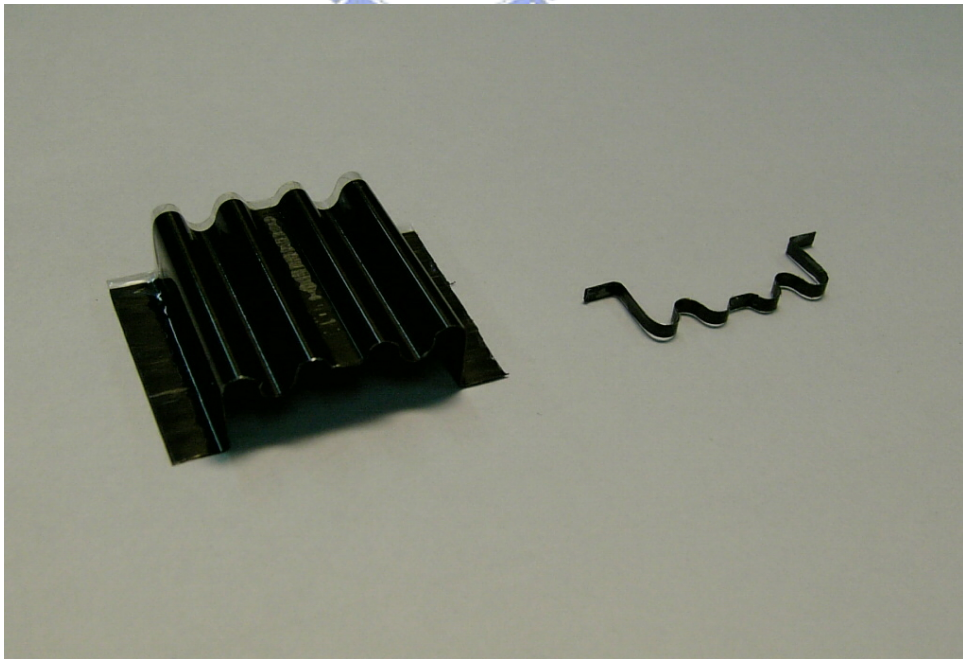


圖 4-7 彈性支承完成圖



圖 4-8 懸邊製作



圖 4-9 懸邊製作模具



圖 4-10 懸邊完成圖

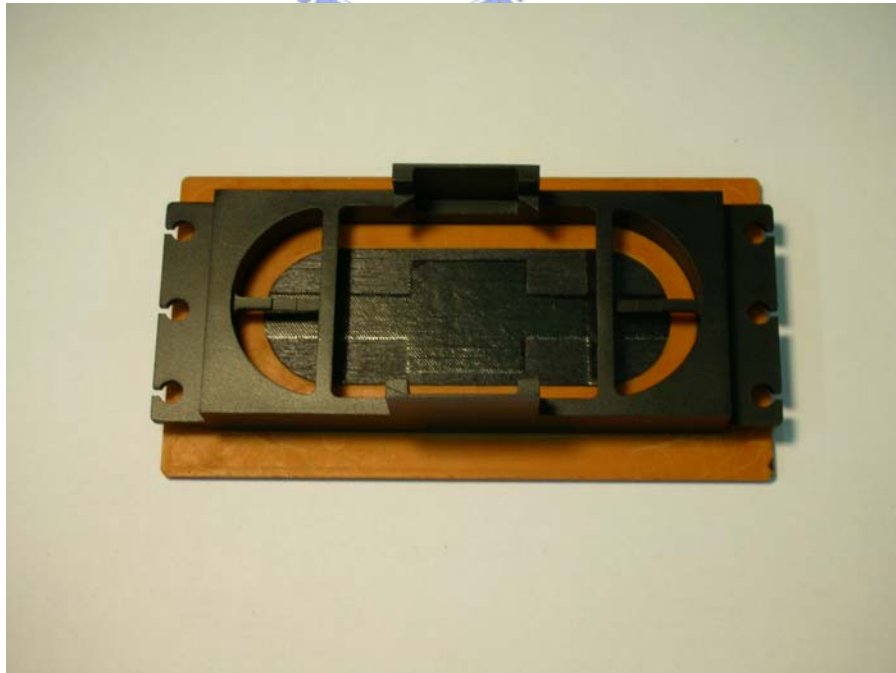


圖 4-11 揚聲器組裝流程(step 1)

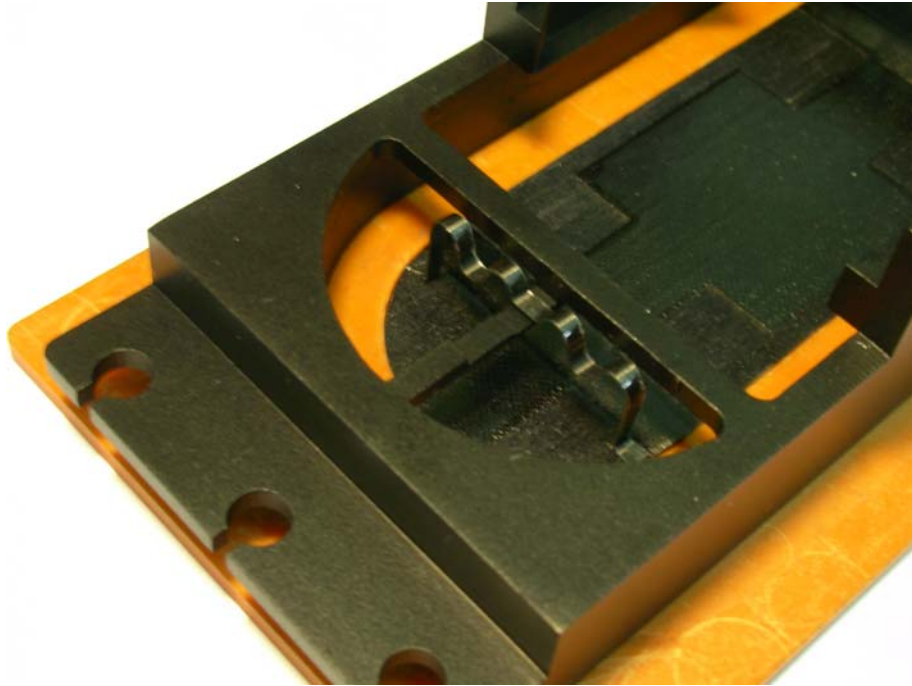


圖 4-12 揚聲器組裝流程(step 2)

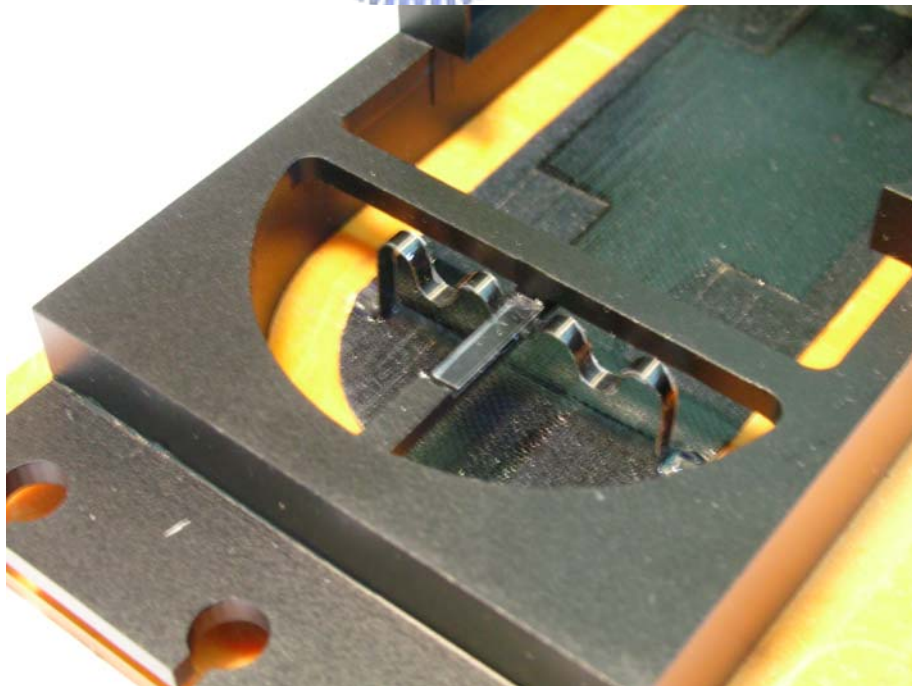


圖 4-13 揚聲器組裝流程(step 3)



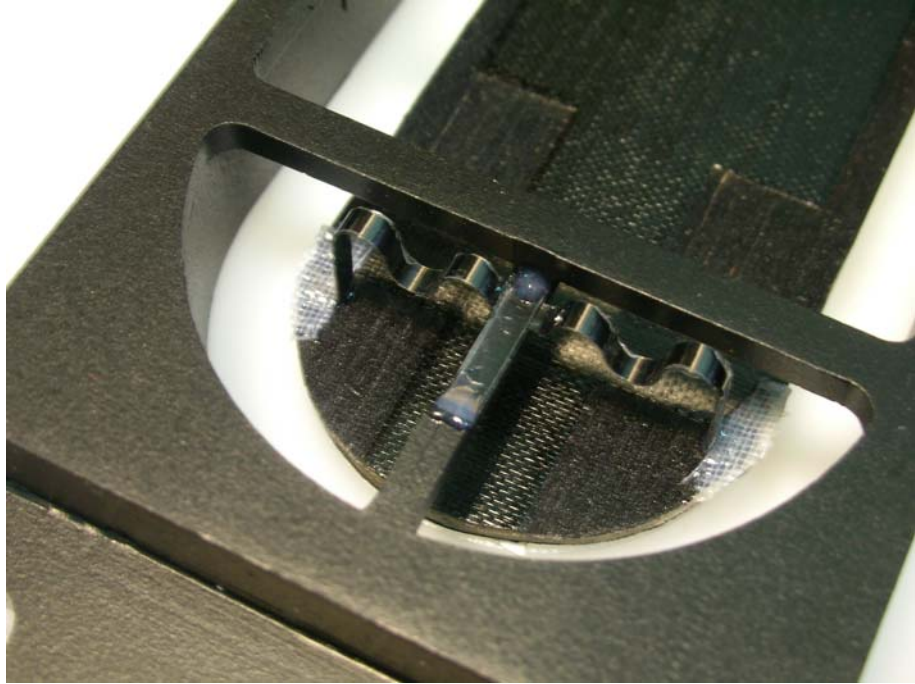


圖 4-14 揚聲器組裝流程(step 4)



圖 4-15 揚聲器組裝流程(step 5)

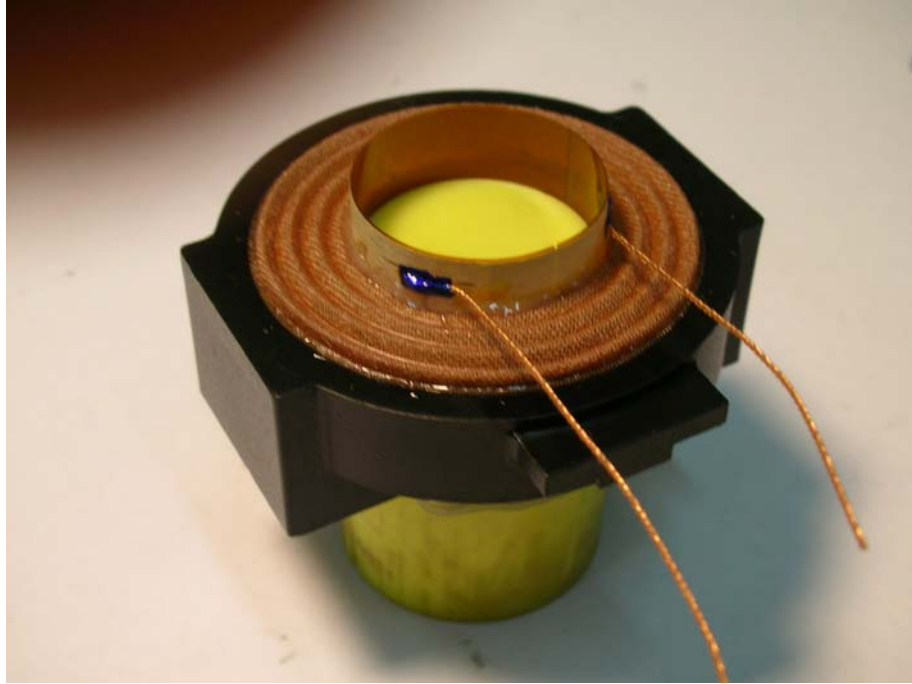


圖 4-16 揚聲器組裝流程(step 6)

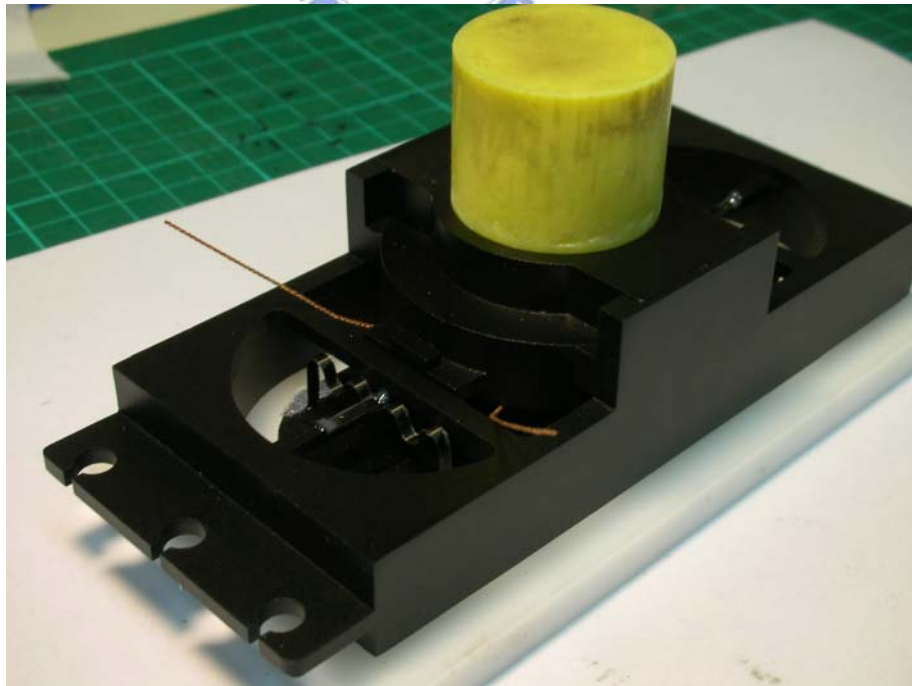


圖 4-17 揚聲器組裝流程(step 7)

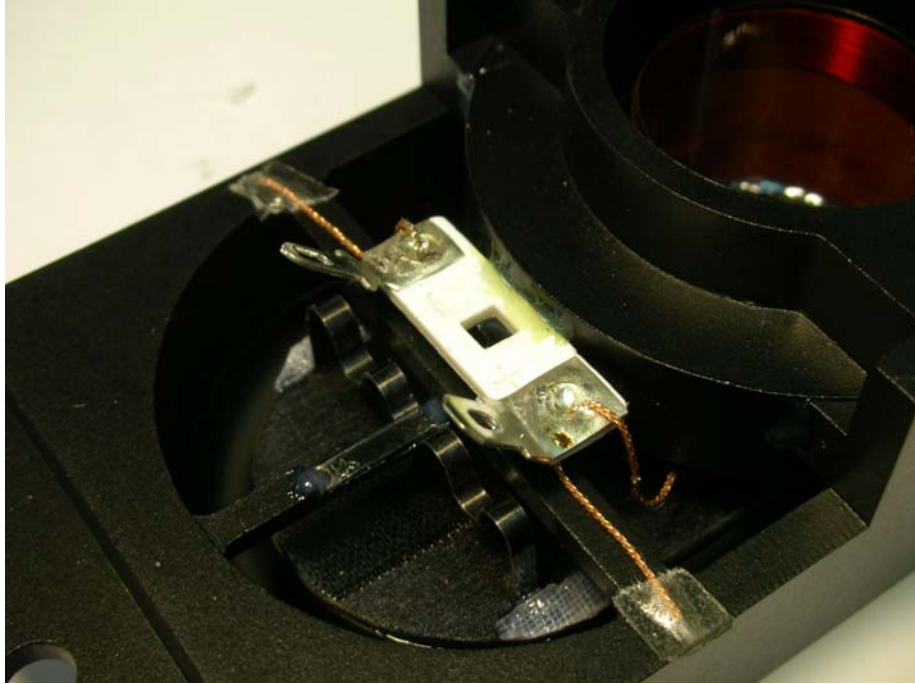


圖 4-18 揚聲器組裝流程(step 8)



圖 4-19 揚聲器組裝流程(step 9)



圖 4-20 揚聲器組裝流程(step 10)

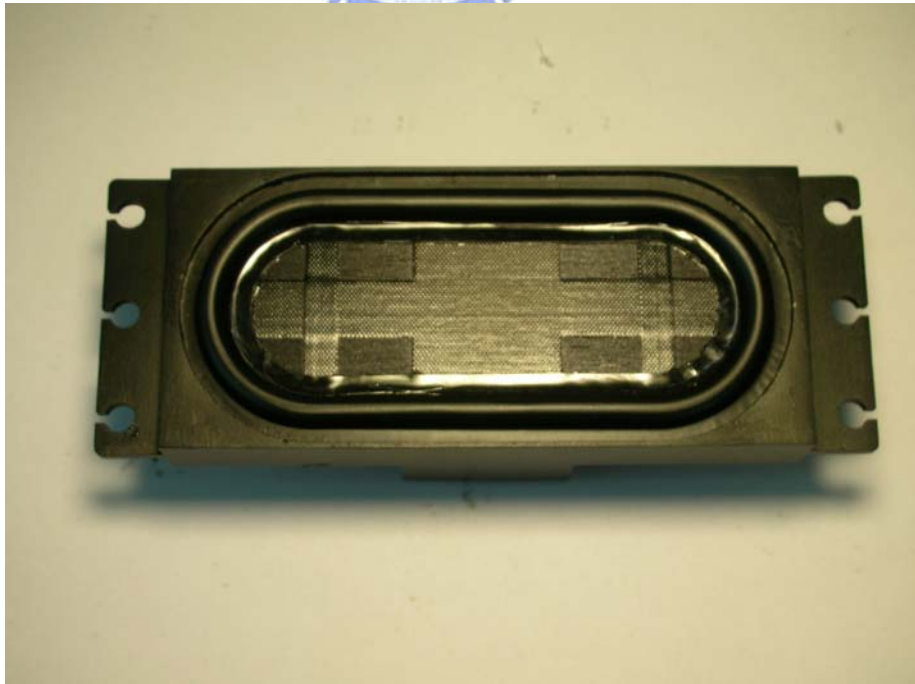


圖 4-21 揚聲器組裝流程(step 11)



圖 4-22 阻尼比量測實驗架設圖



圖 4-23 聲壓量測實驗架設圖



圖 5-1 泡棉支承結構

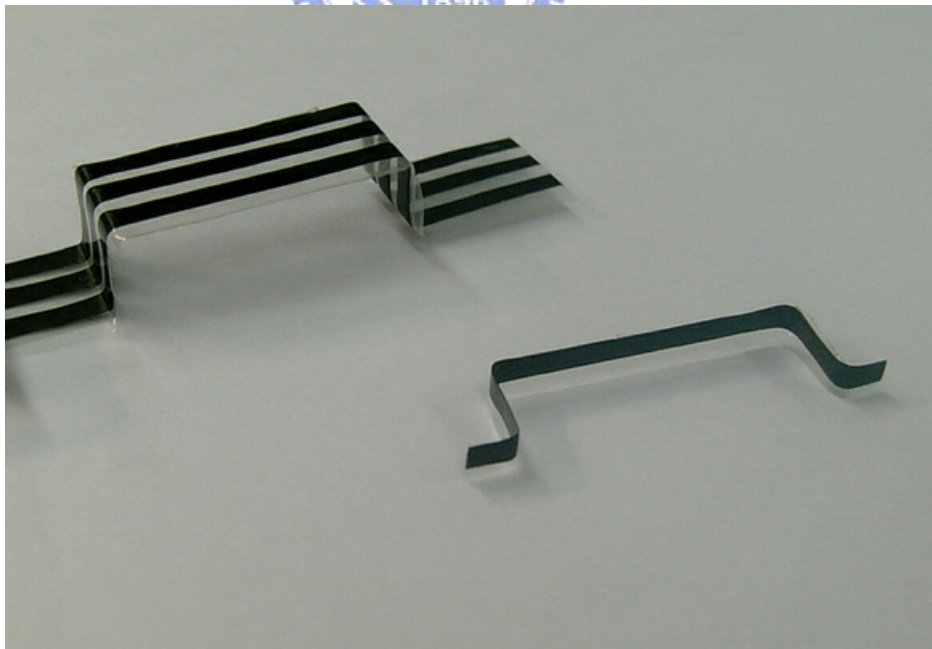


圖 5-2 冂形支承結構

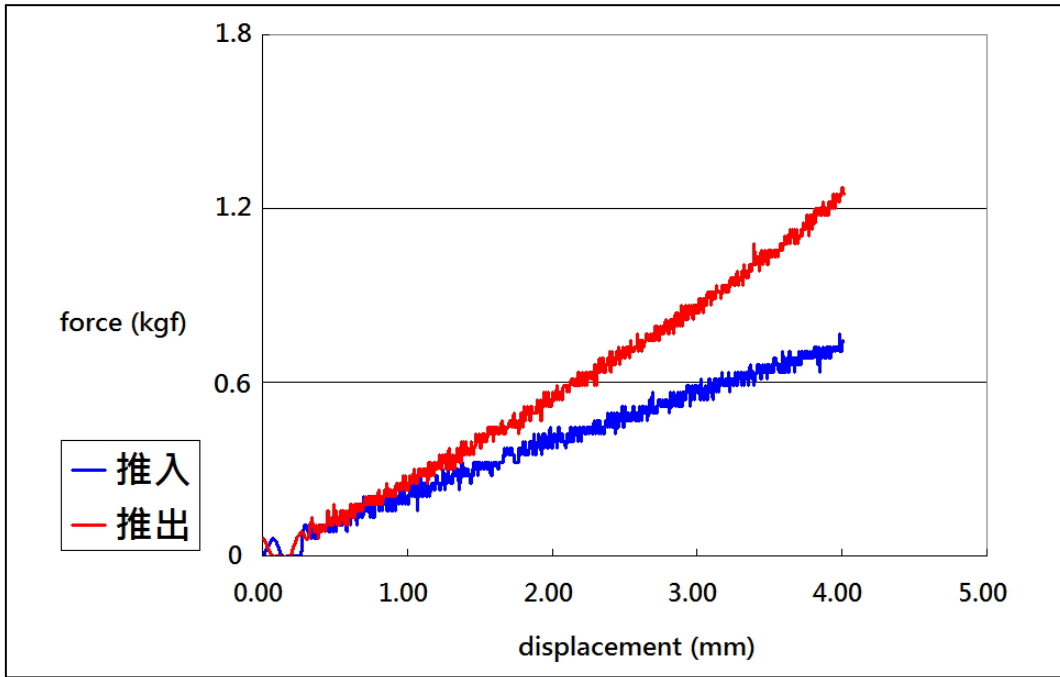


圖 5-3 冂形碳纖支承的力量-位移關係

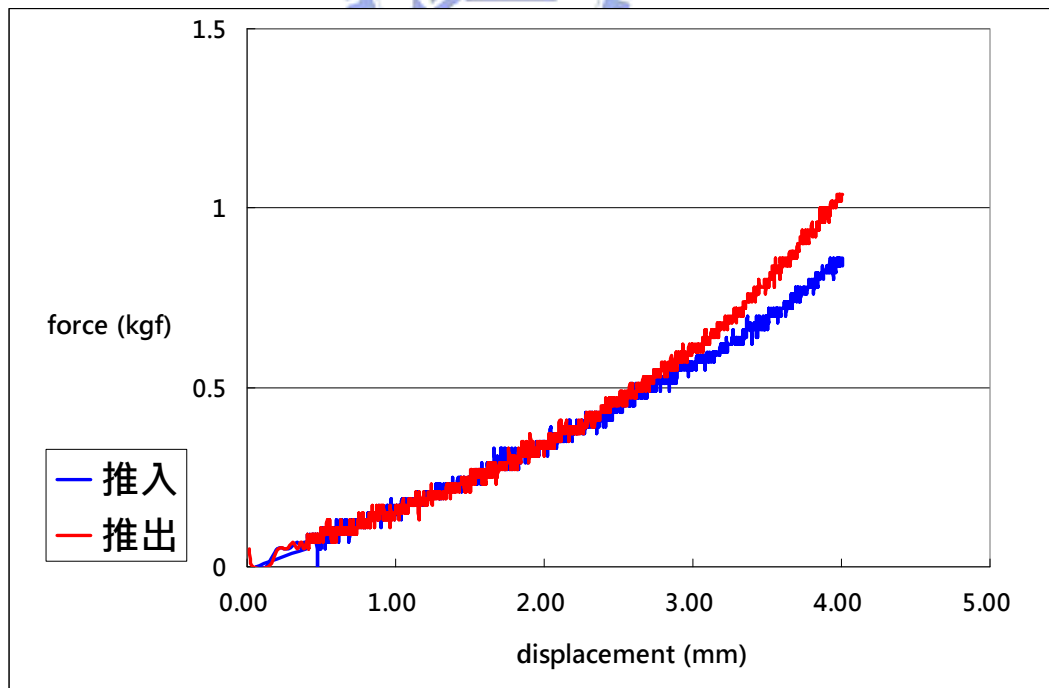


圖 5-4 波浪形碳纖支承的力量-位移關係

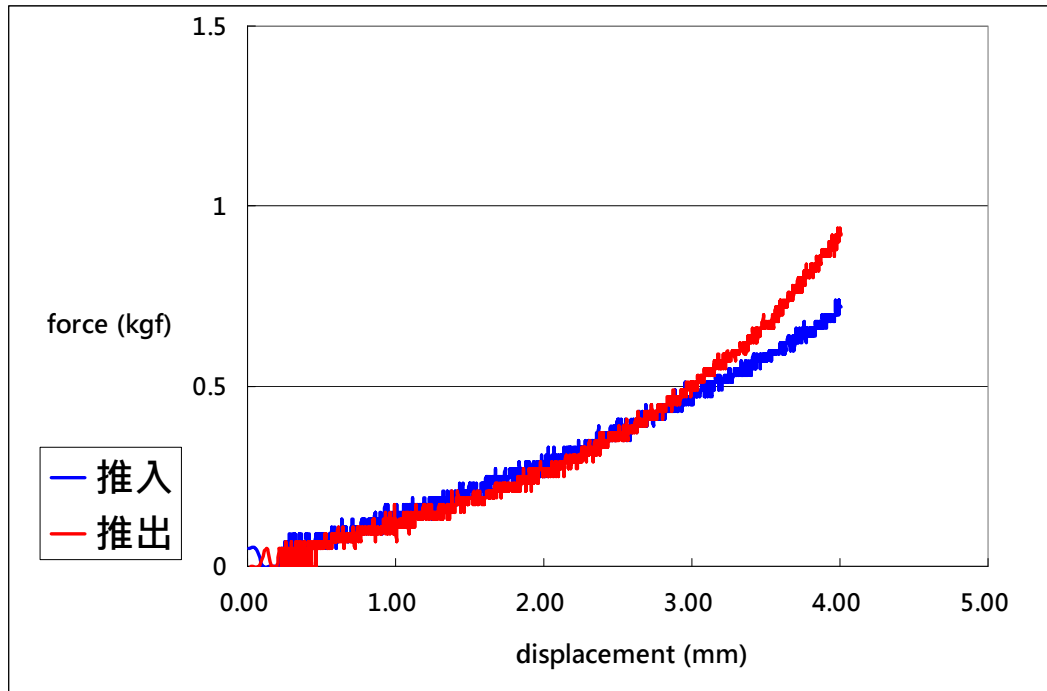


圖 5-5 波浪形玻纖支承的力量-位移關係

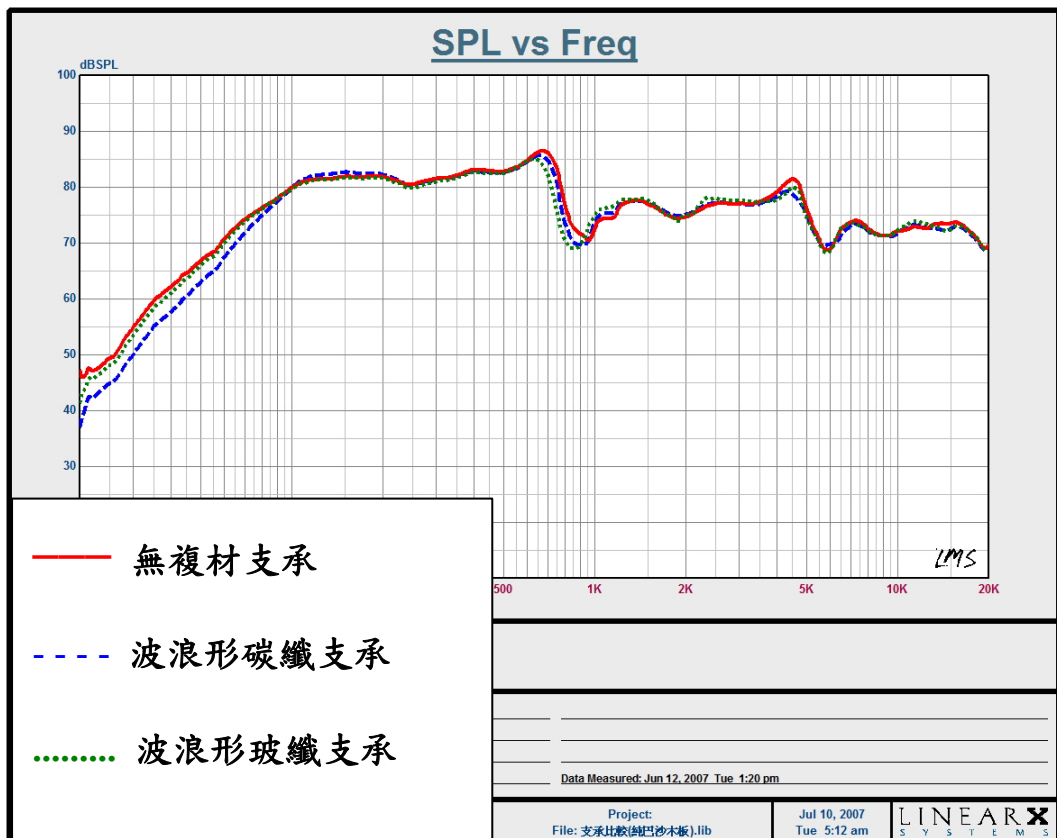


圖 5-6 彈性支承對聲壓的影響(皆為純巴沙木振動板)



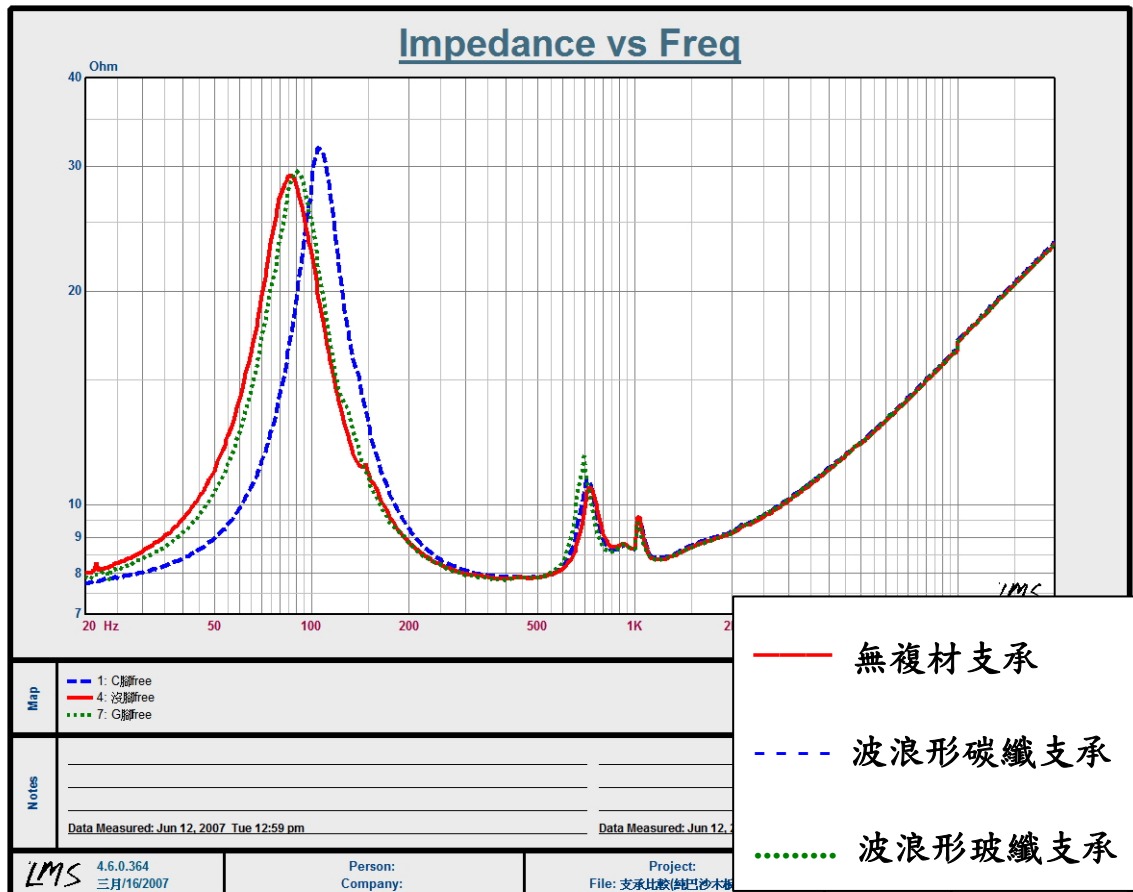


圖 5-7 各組揚聲器的阻抗曲線

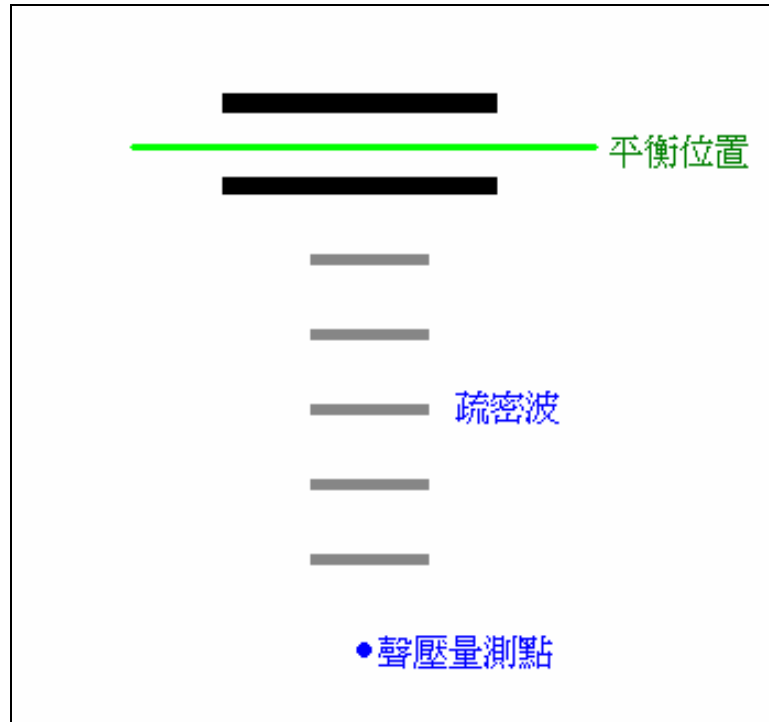


圖 6-1 振動板作活塞運動產生的波

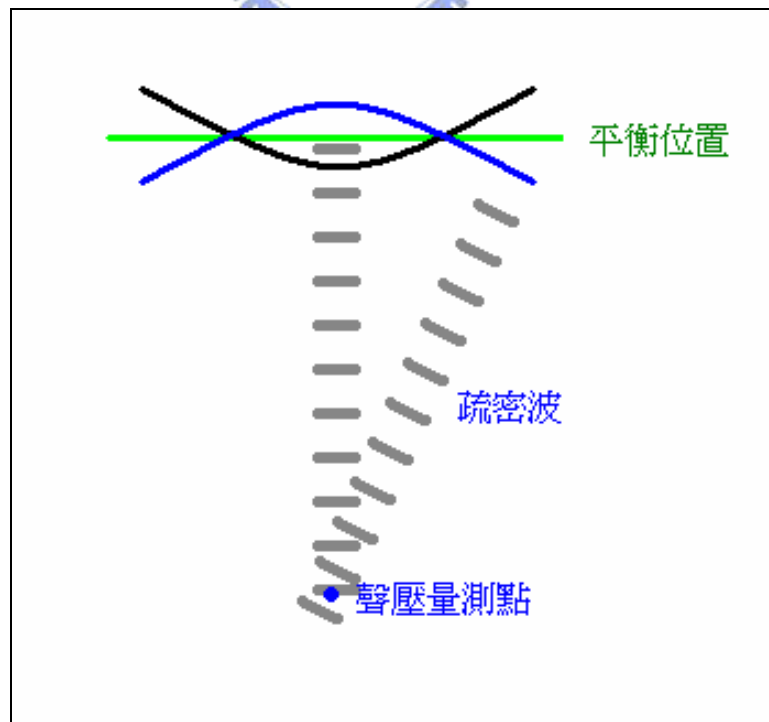


圖 6-2 振動板作活塞運動伴隨發生彎曲運動

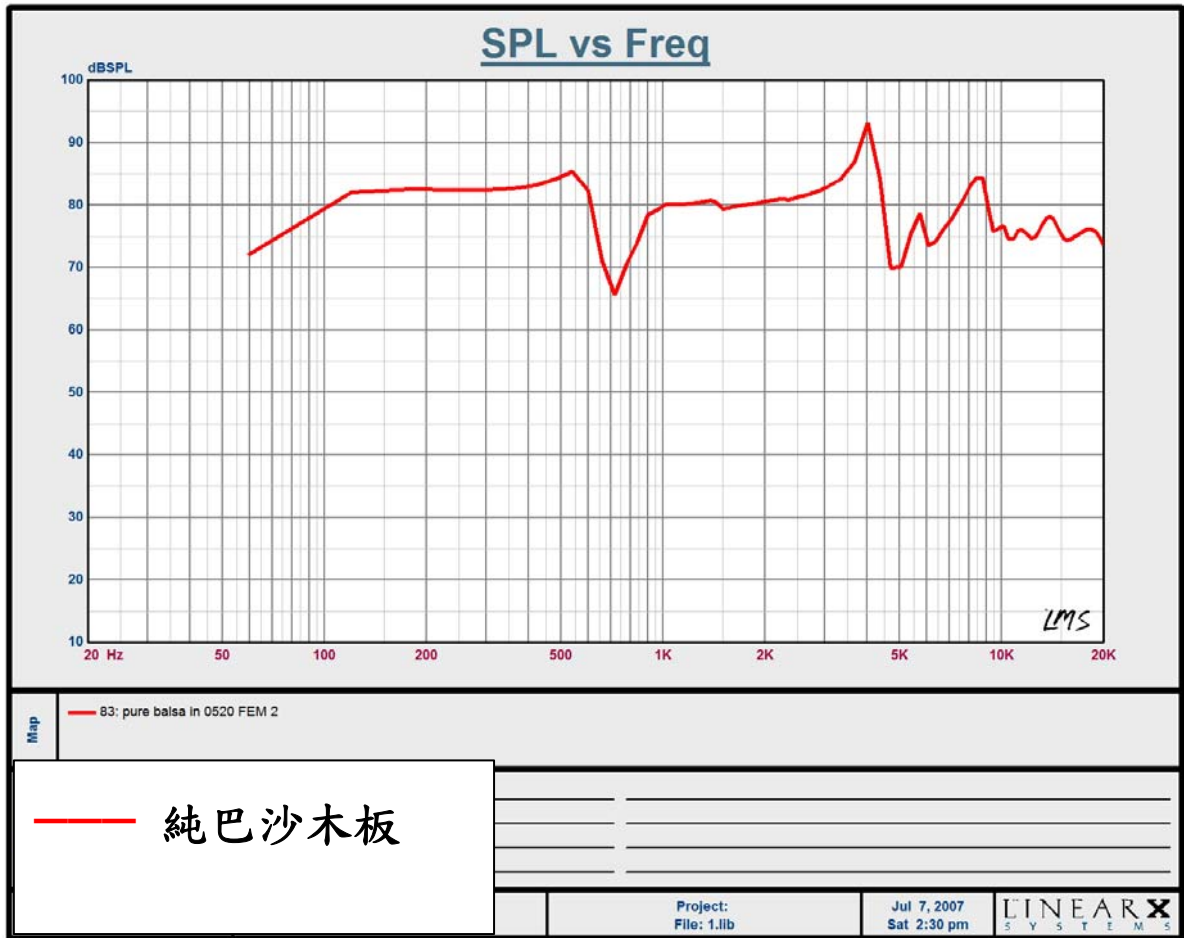


圖 6-3 ANSYS 分析所得純巴沙木振動板揚聲器之聲壓曲線

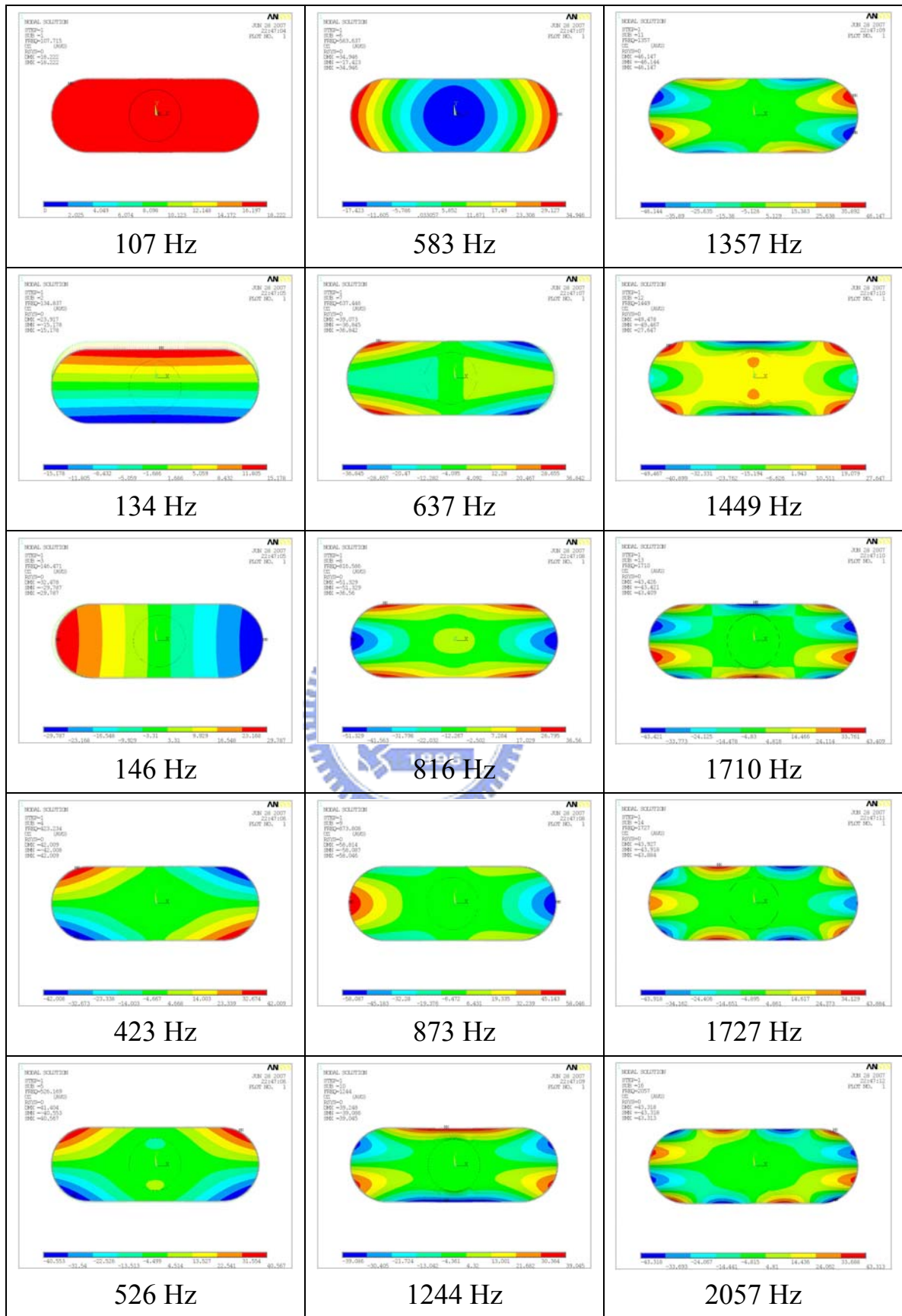


圖 6-4 聲壓落差範圍前後純巴沙木振動板模態圖(part 1)

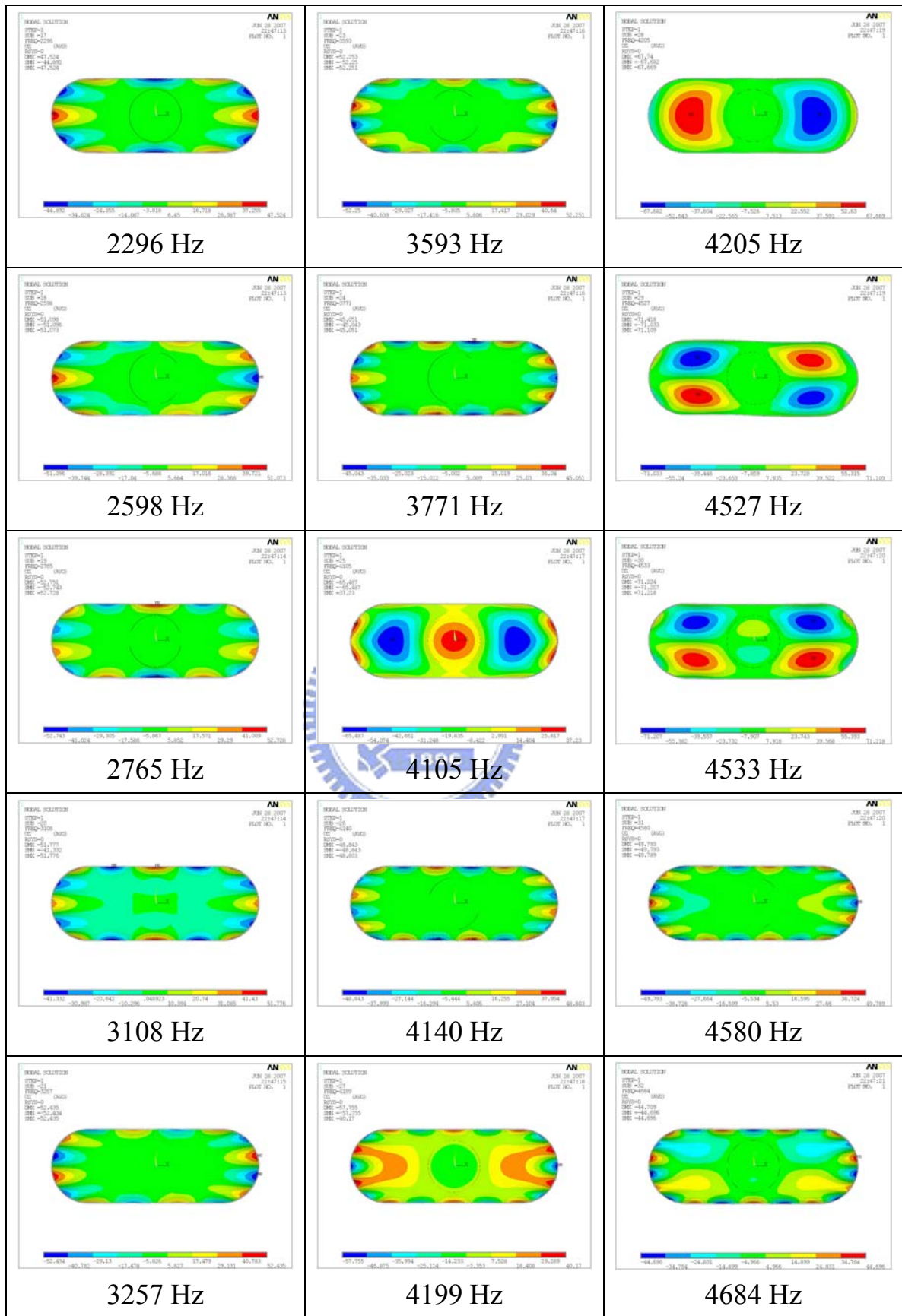


圖 6-4 聲壓落差範圍前後純巴沙木振動板模態圖(part 2)



圖 6-4 聲壓落差範圍前後純巴沙木振動板模態圖(part 3)

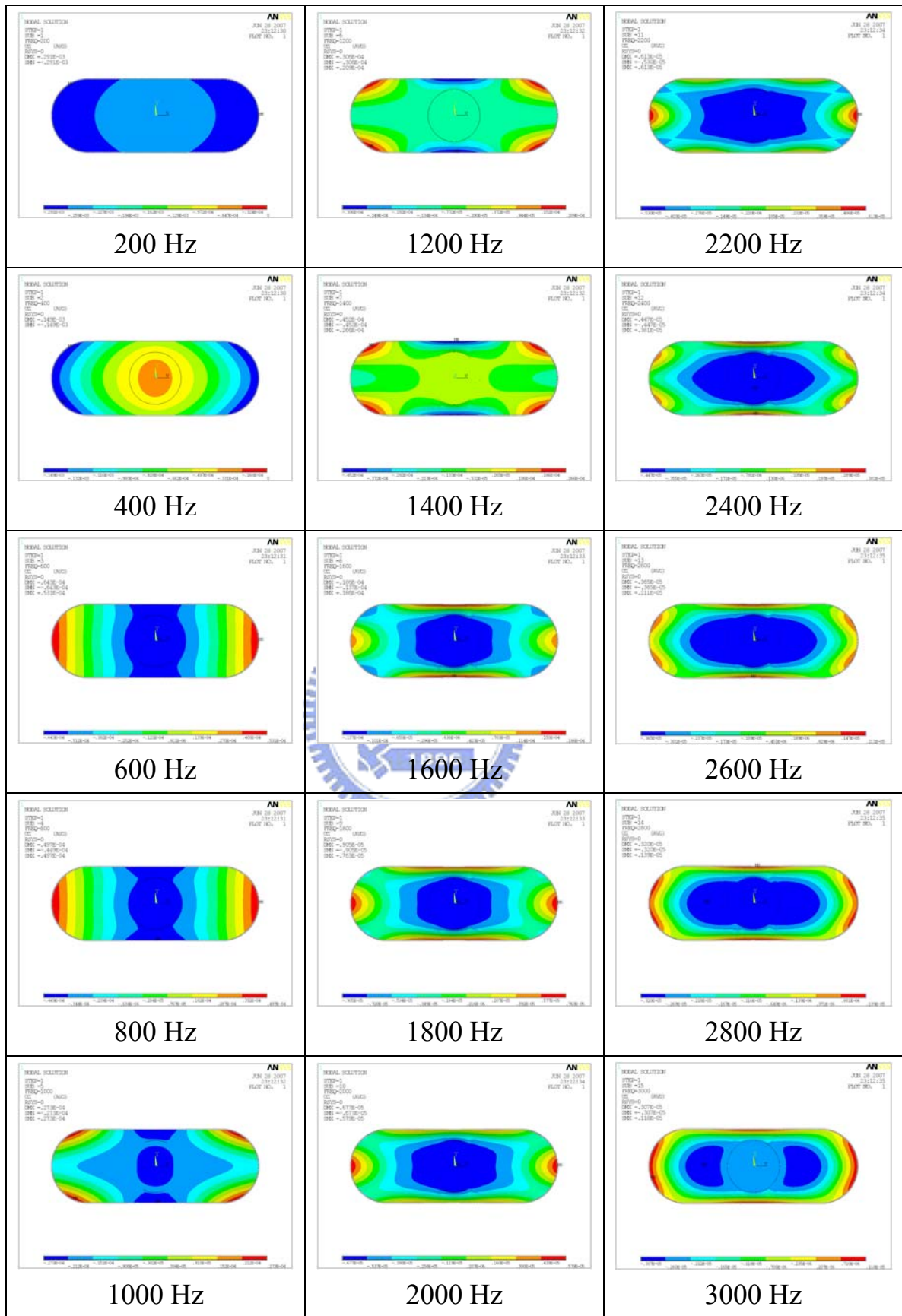


圖 6-5 6000 Hz 內純巴沙木振動板受激振之變形圖(part 1)

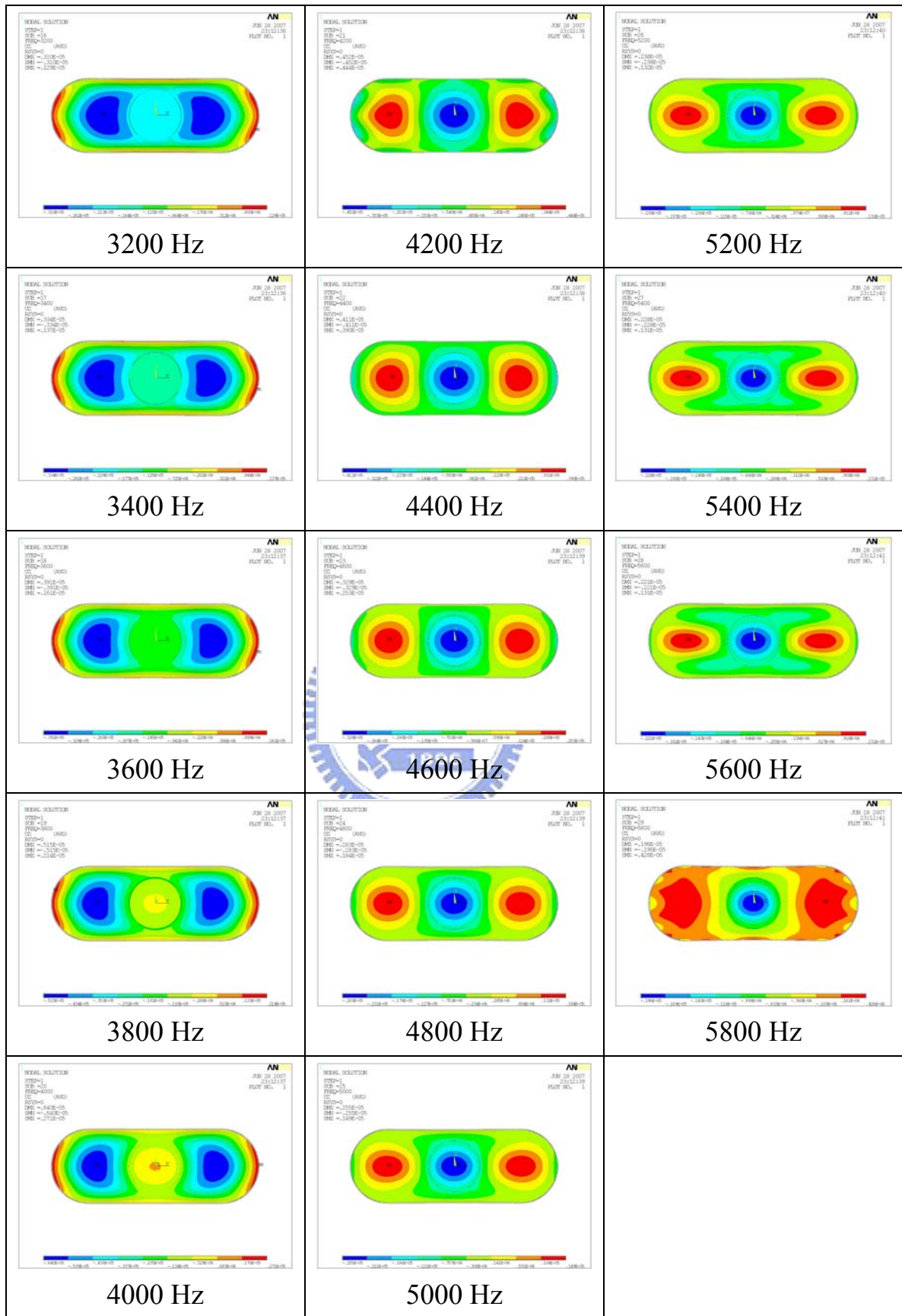


圖 6-5 6000 Hz 內純巴沙木振動板受激振之變形圖(part 2)



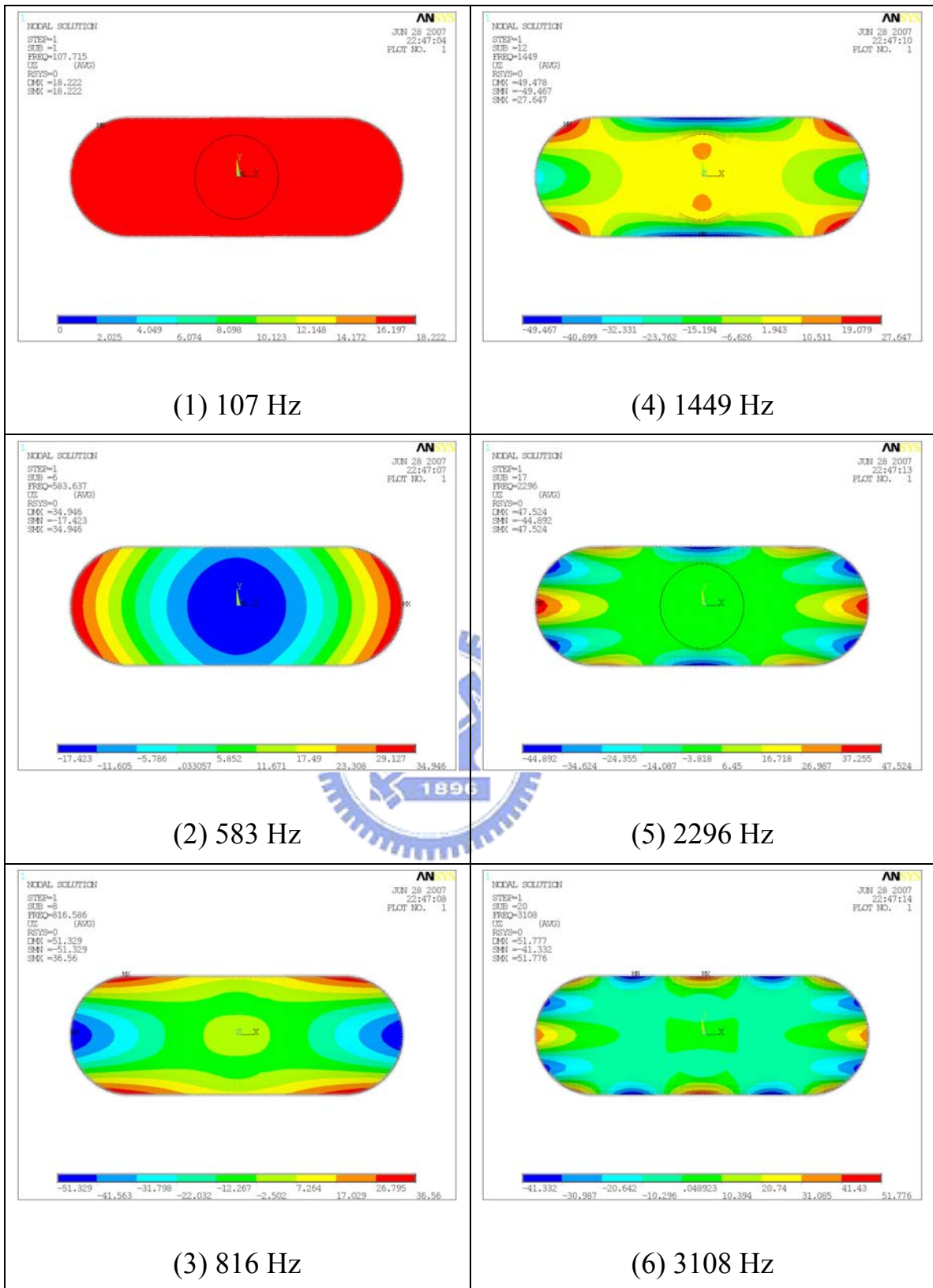


圖 6-6 6000Hz 內純巴沙木振動板所有對稱的模態圖(part 1)

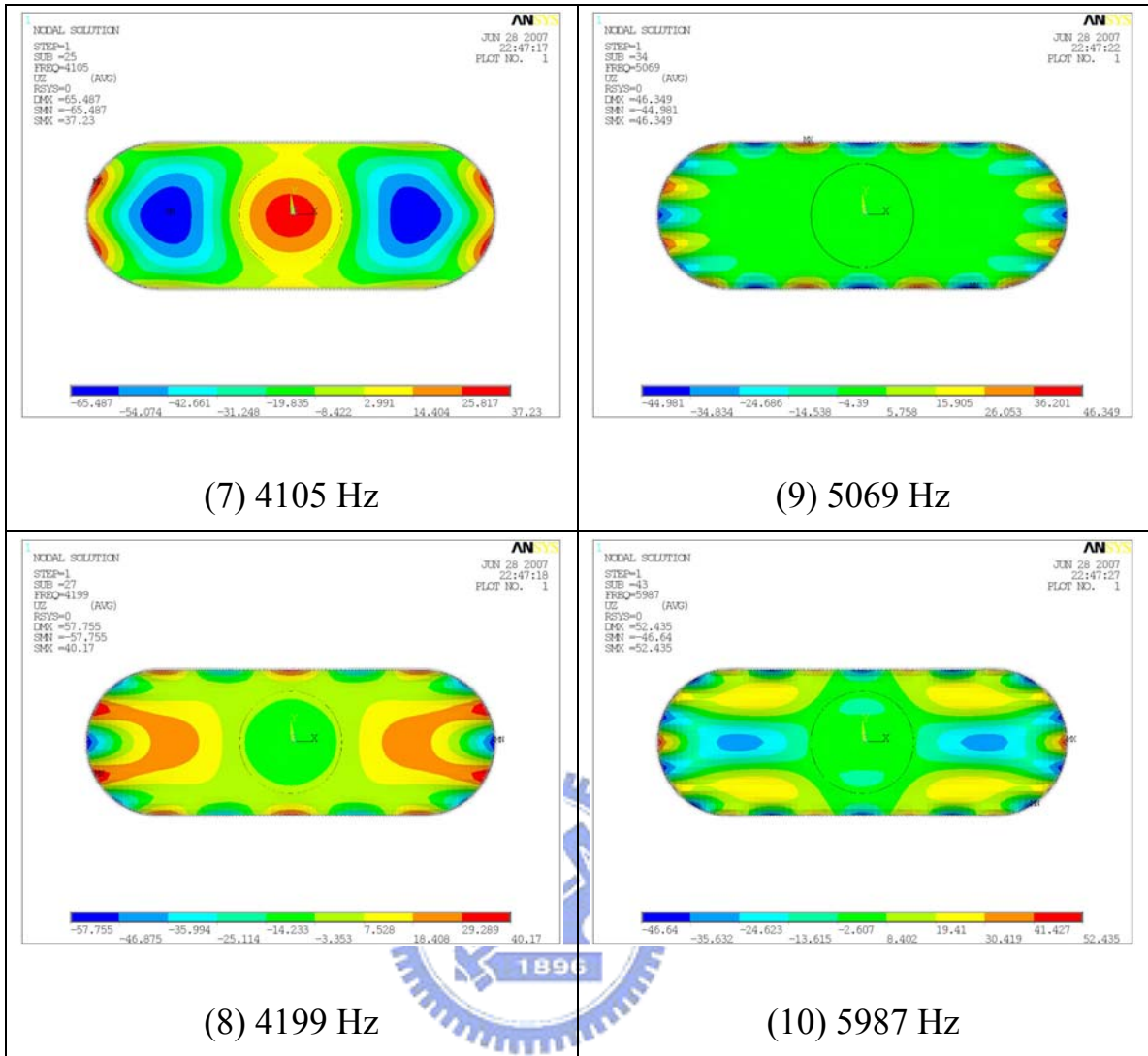


圖 6-6 6000Hz 內純巴沙木振動板所有對稱的模態圖(part 2)

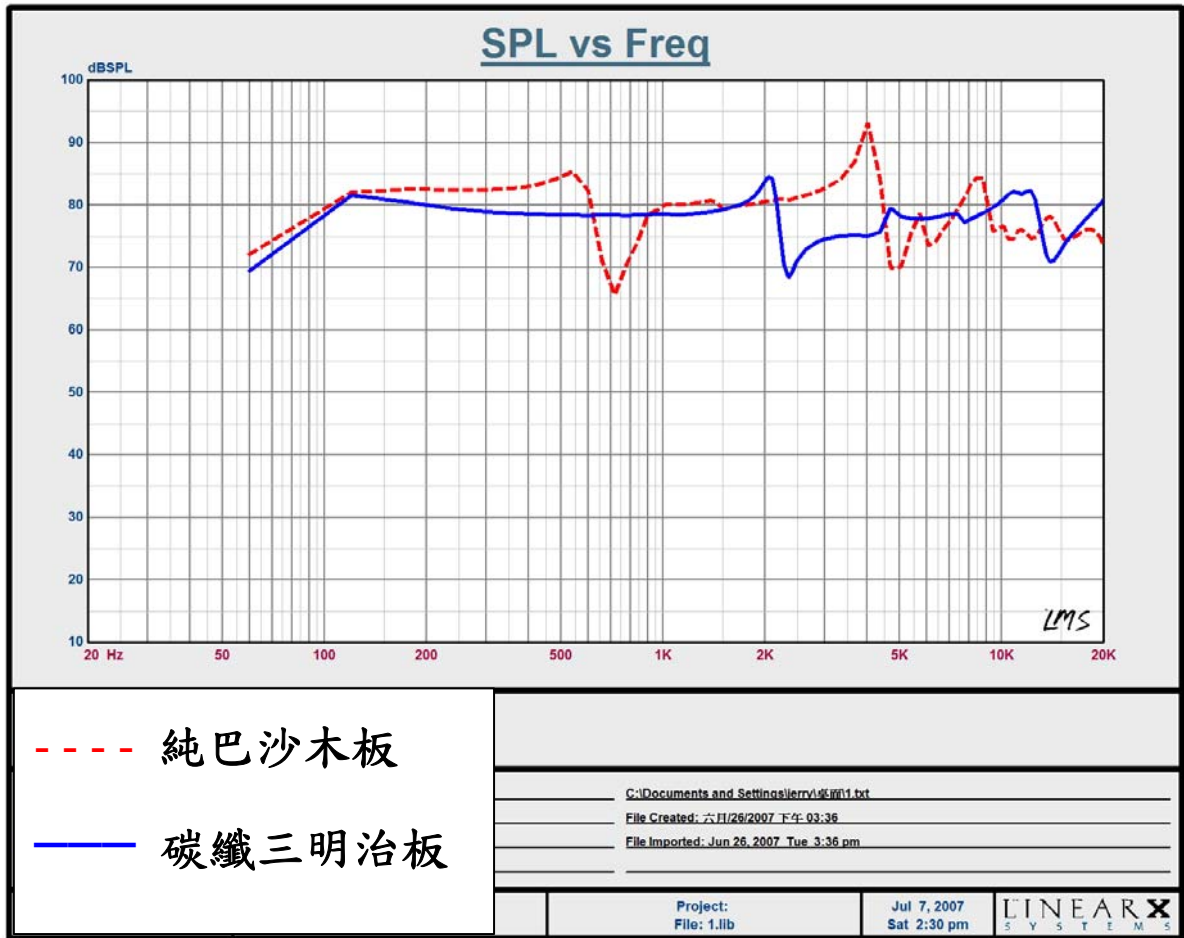


圖 6-7 純巴沙木與碳纖三明治振動板揚聲器之聲壓模擬比較

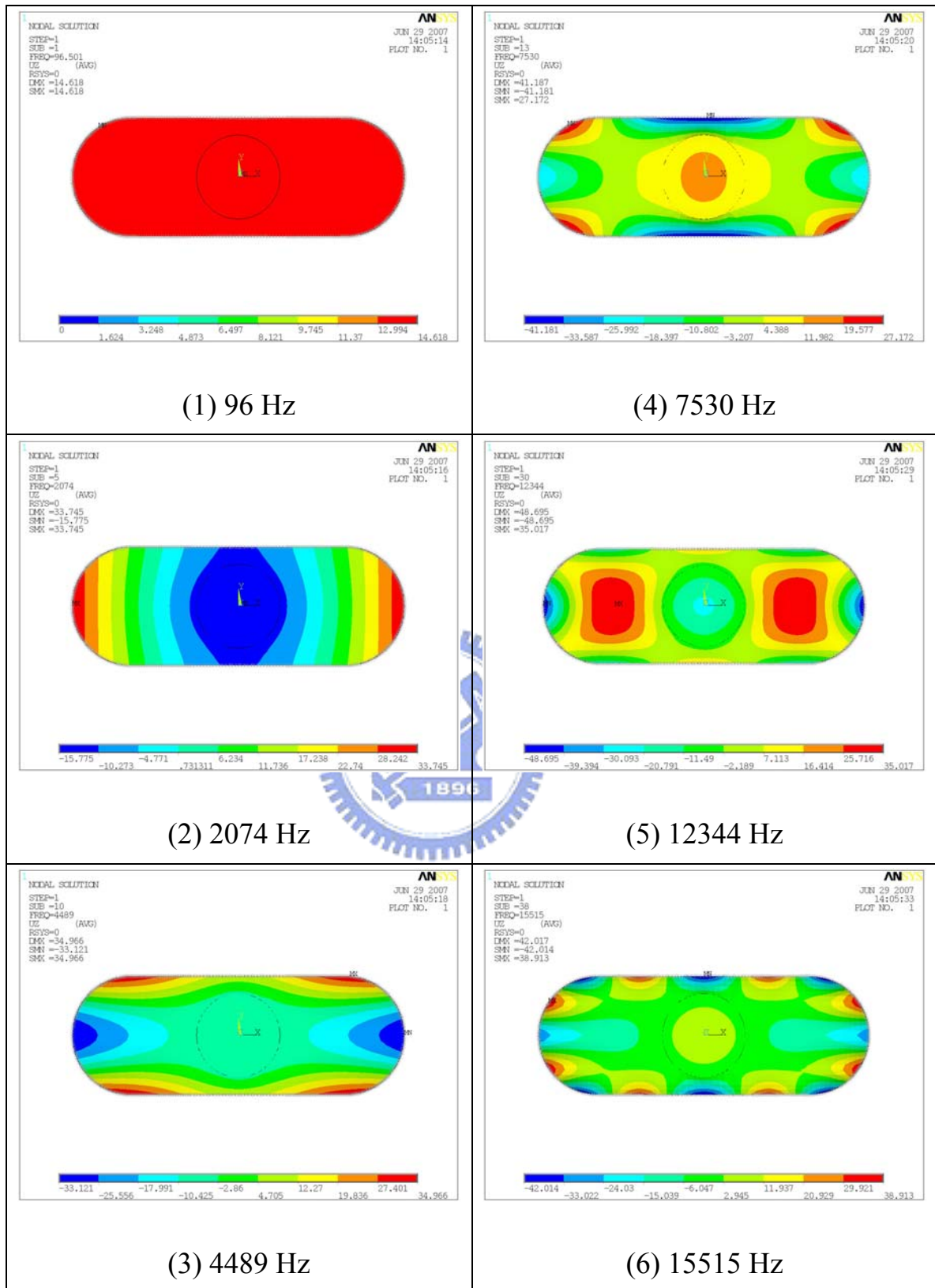


圖 6-8 碳纖三明治振動板對稱的模態圖

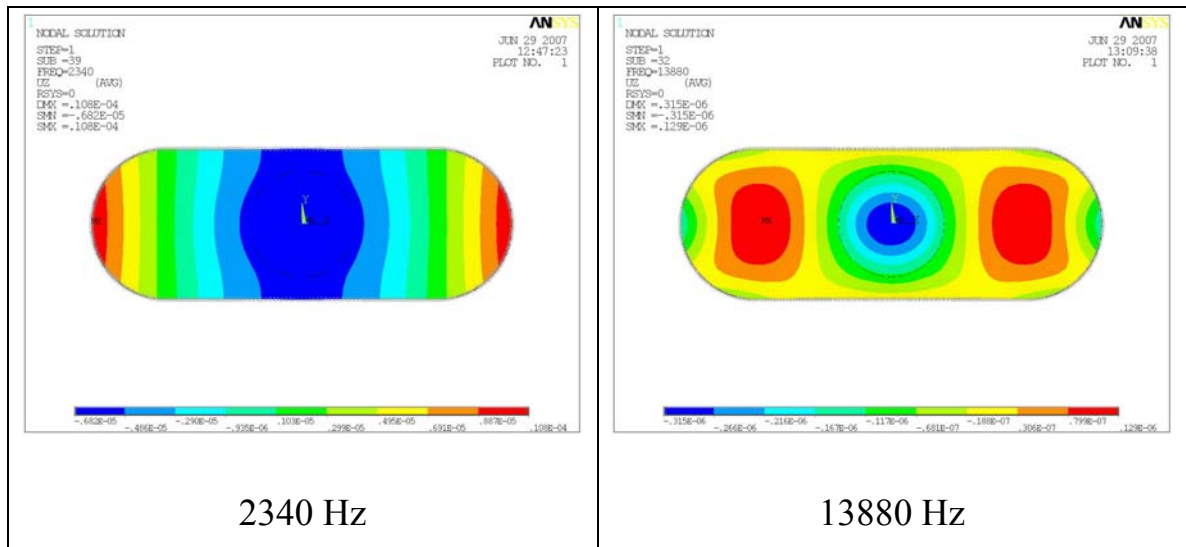


圖 6-9 碳纖三明治振動板在幾個聲壓落差低點的變形圖

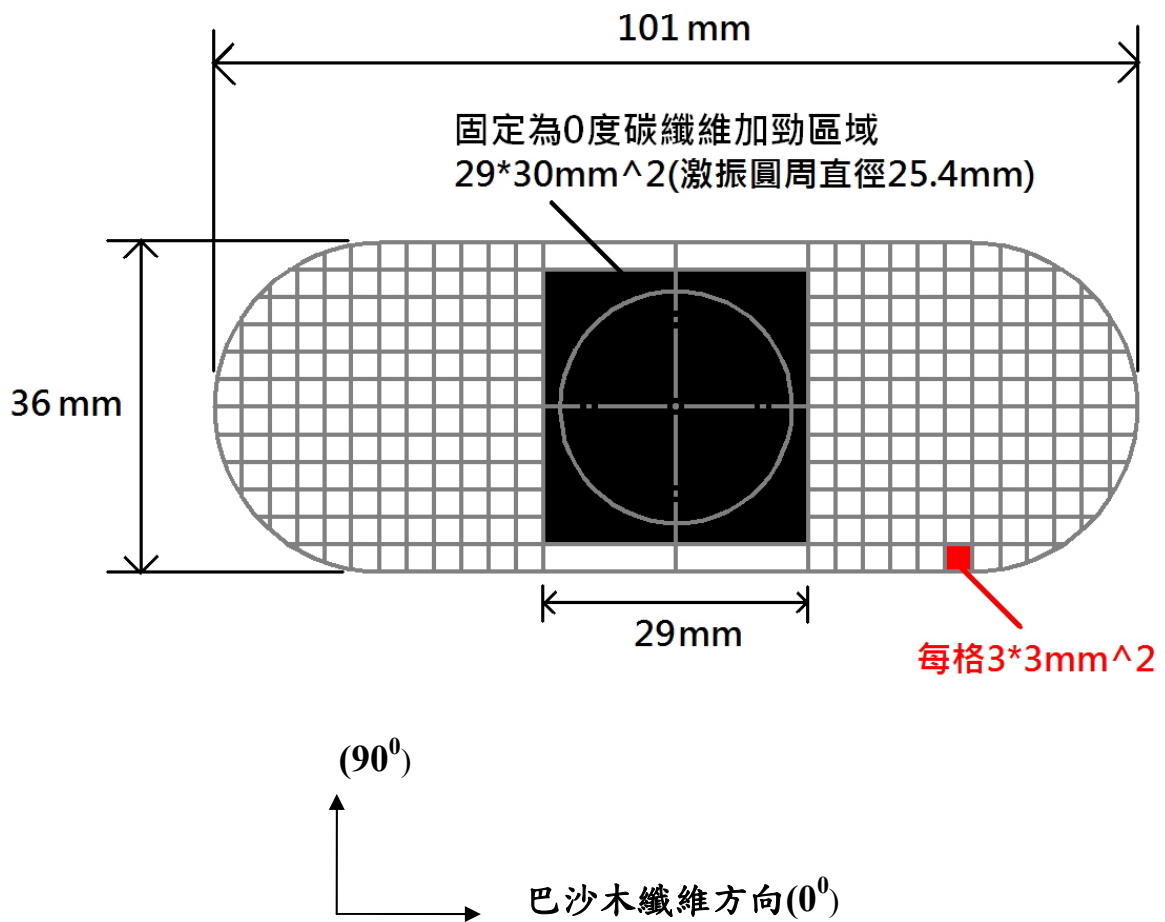


圖 6-10 振動板面積分割示意圖

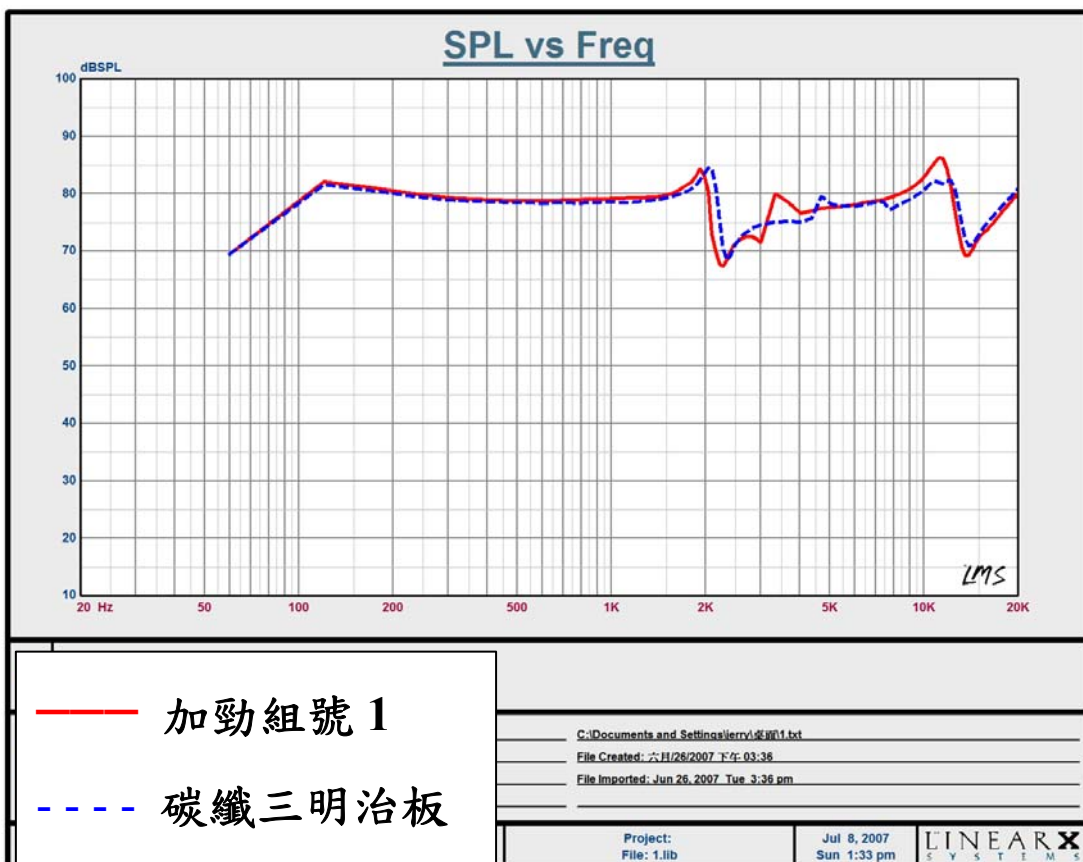
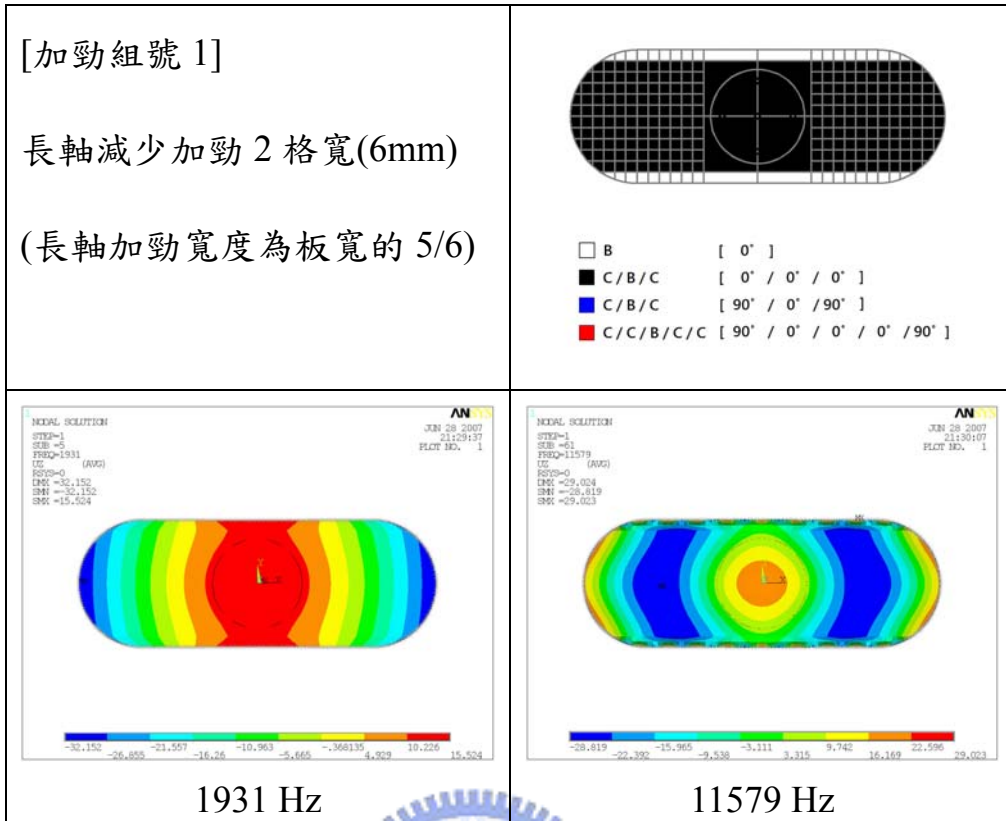


圖 6-11 加勁組號 1 的圖示、主要造成聲壓落差的模態及聲壓曲線分析比較

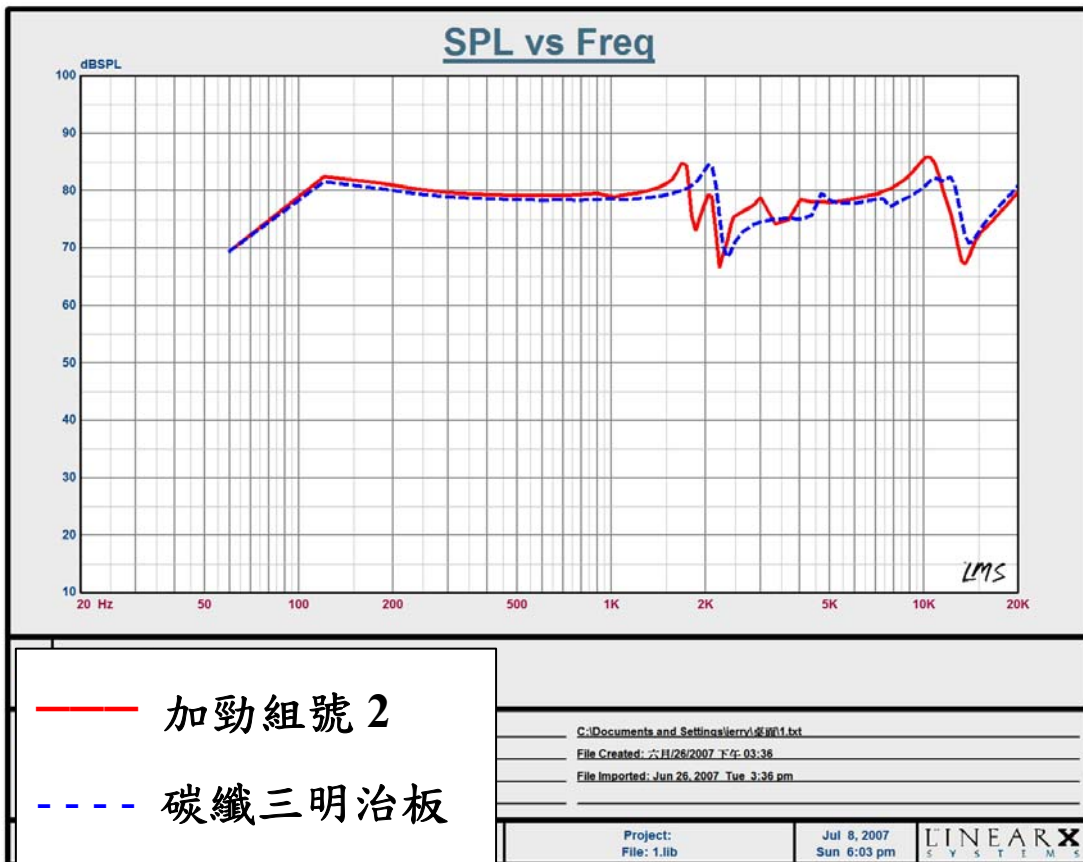
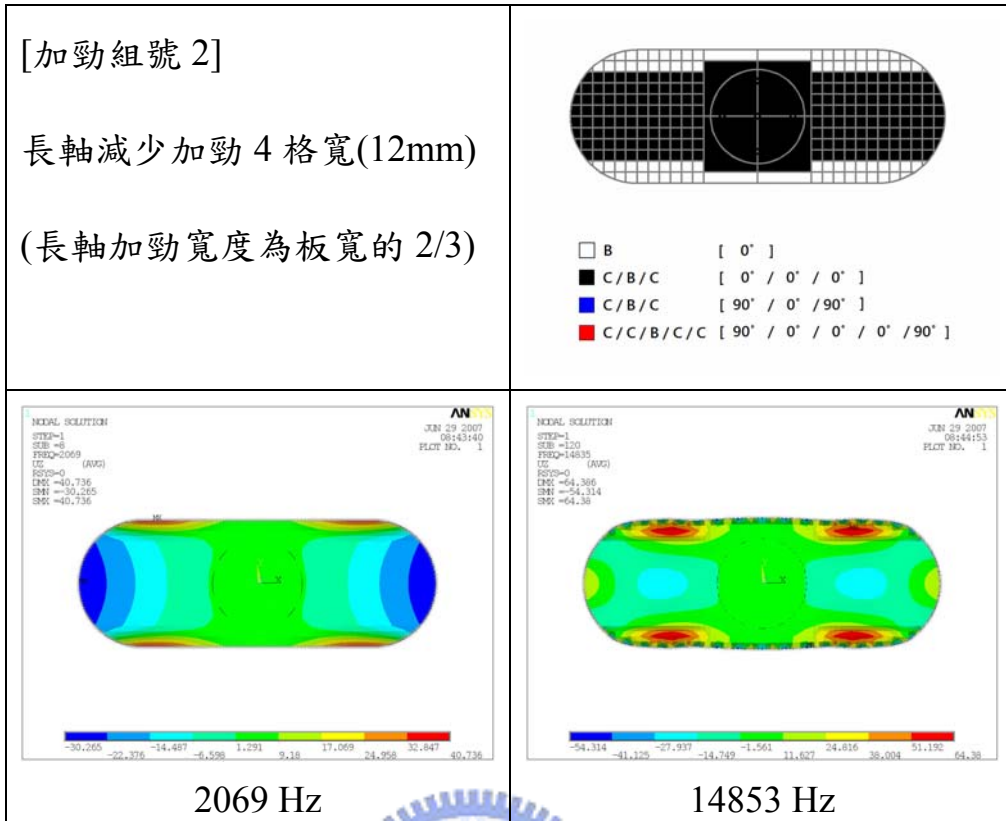


圖 6-12 加勁組號 2 的圖示、主要造成聲壓落差的模態及聲壓曲線分析比較

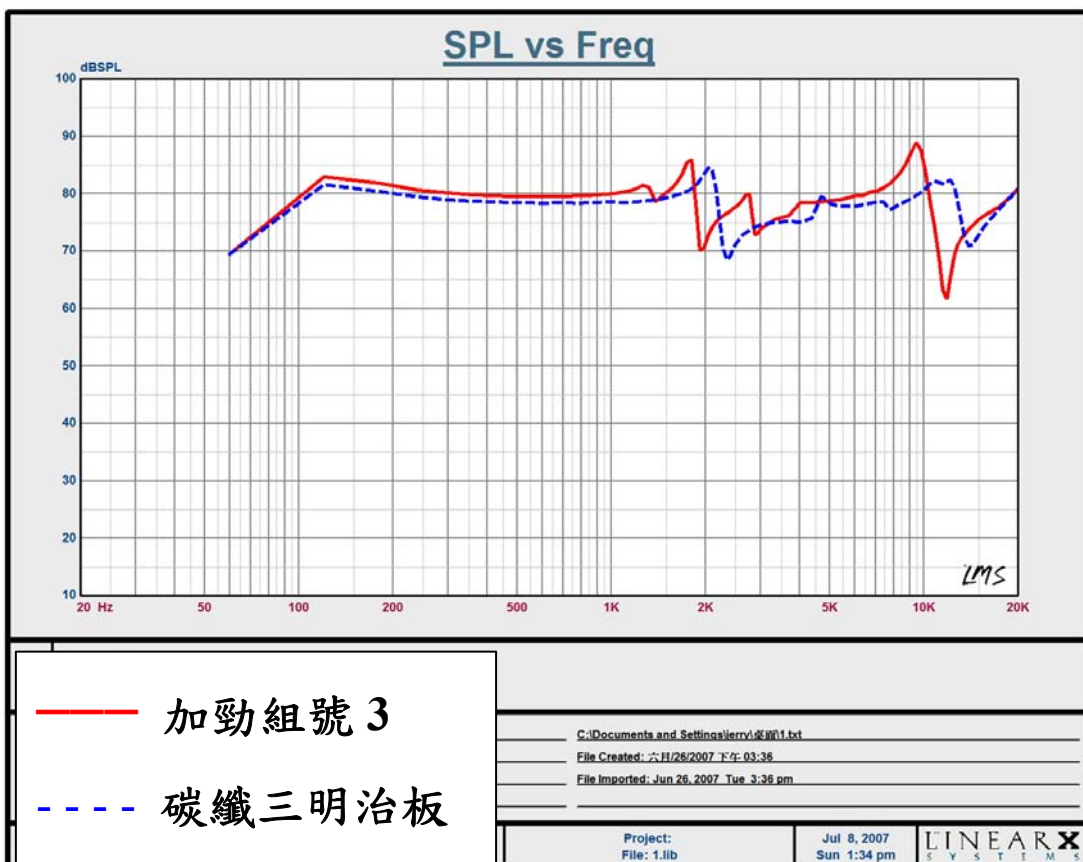
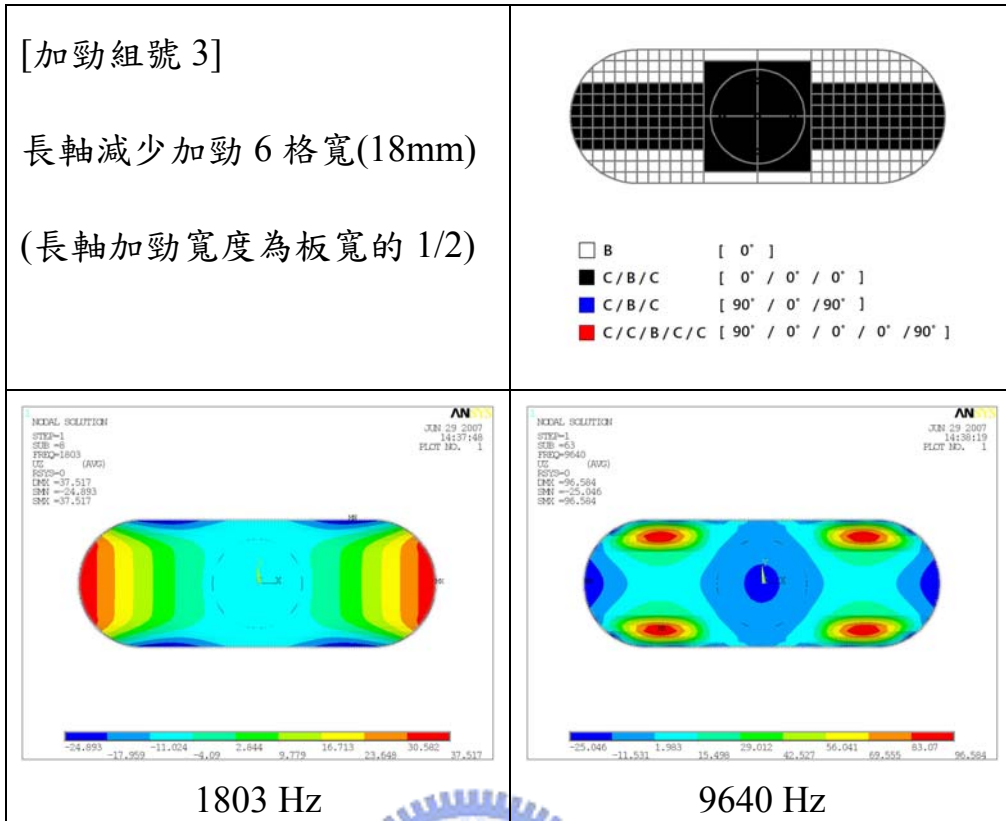


圖 6-13 加勁組號 3 的圖示、主要造成聲壓落差的模態及聲壓曲線分析比較



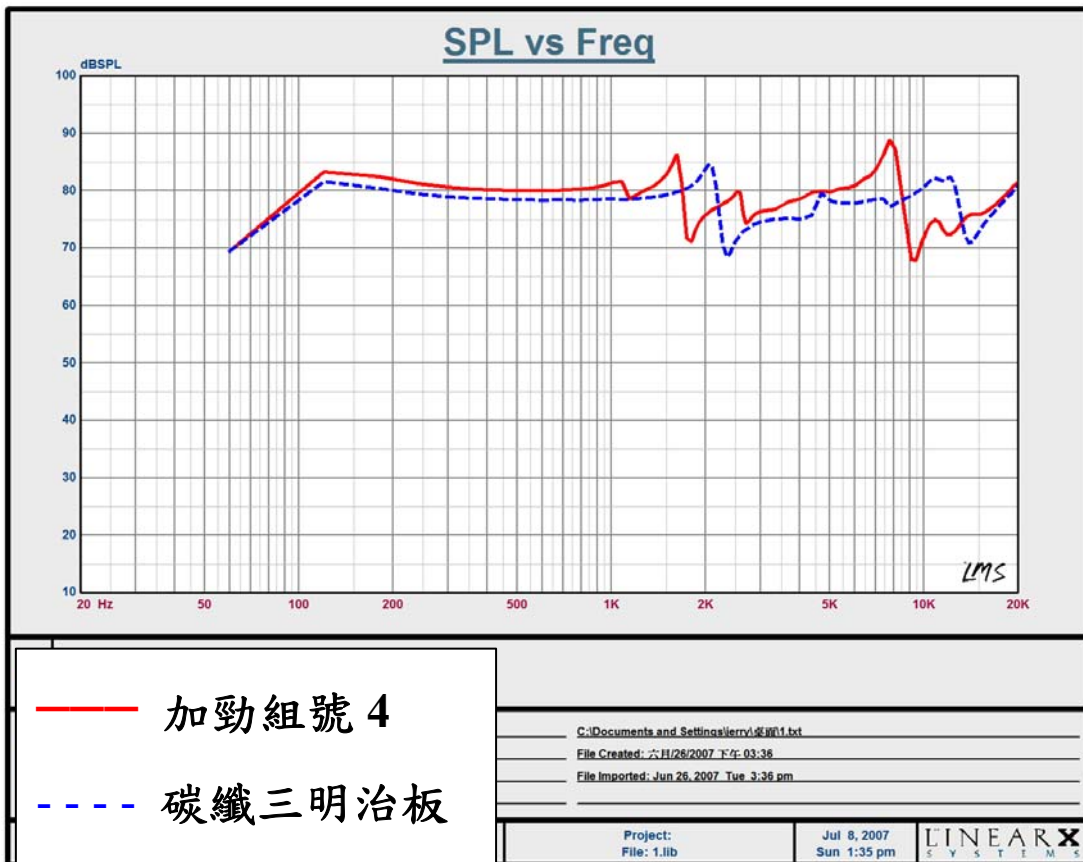
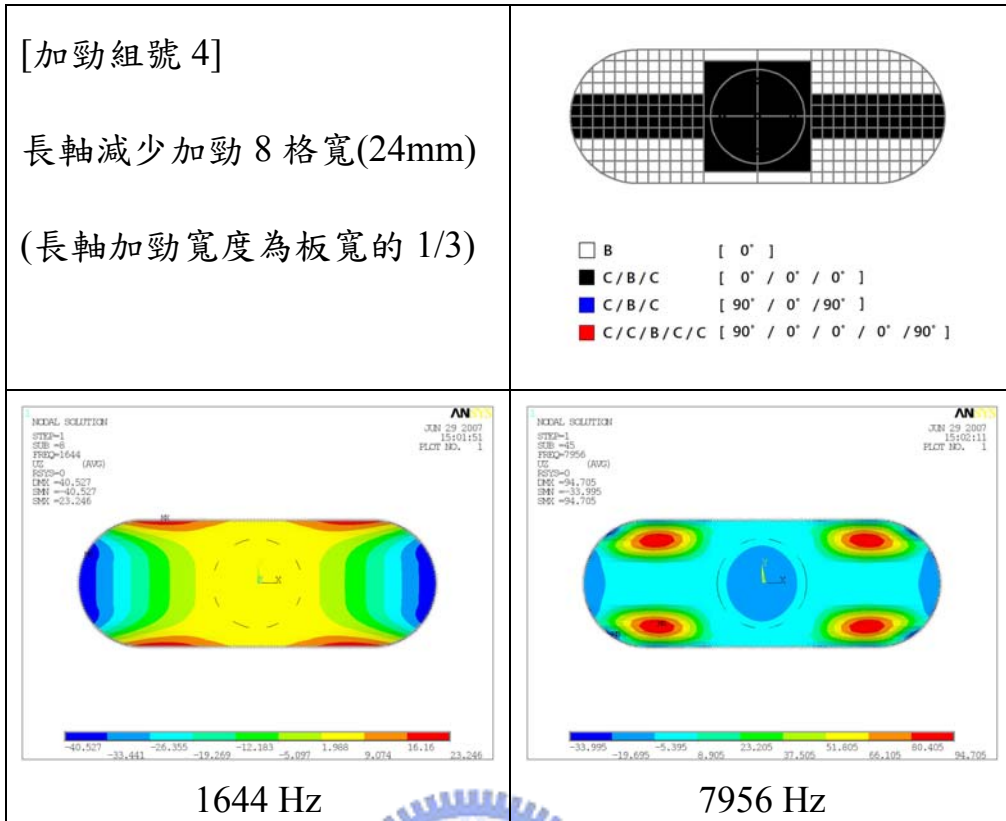


圖 6-14 加勁組號 4 的圖示、主要造成聲壓落差的模態及聲壓曲線分析比較

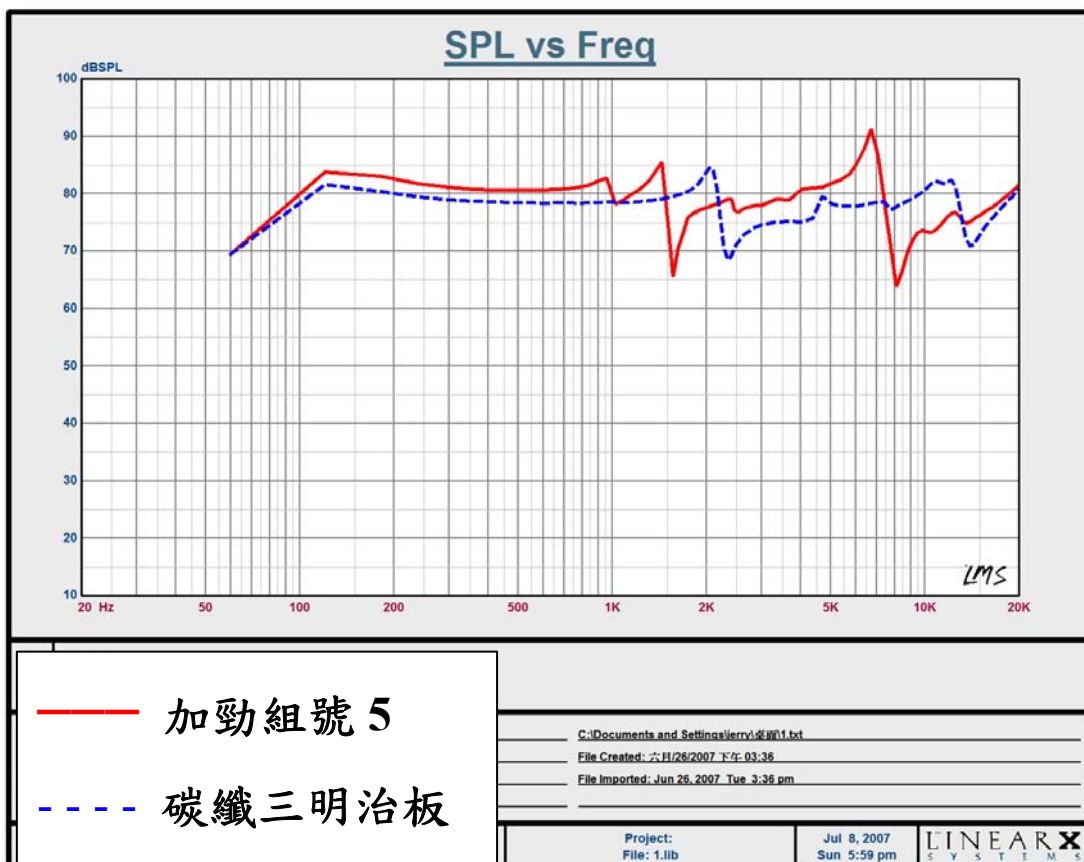
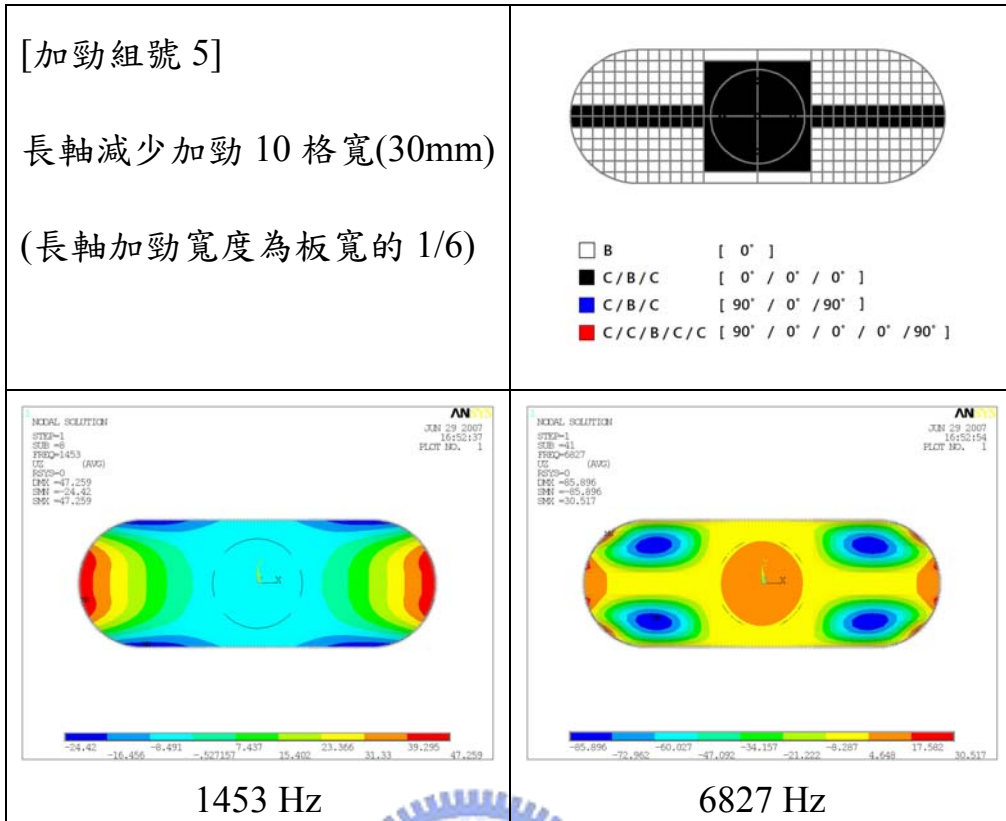
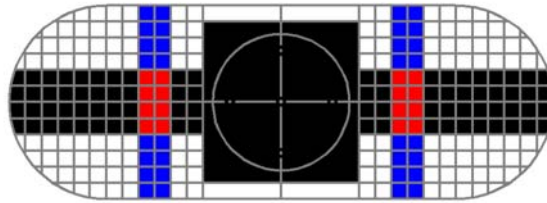


圖 6-15 加勁組號 5 的圖示、主要造成聲壓落差的模態及聲壓曲線分析比較

[加勁組號 4-1]

兩側 90 度疊層分別距短軸中心線 20.5mm



- B [ 0° ]
- C/B/C [ 0° / 0° / 0° ]
- C/B/C [ 90° / 0° / 90° ]
- C/C/B/C/C [ 90° / 0° / 0° / 0° / 90° ]

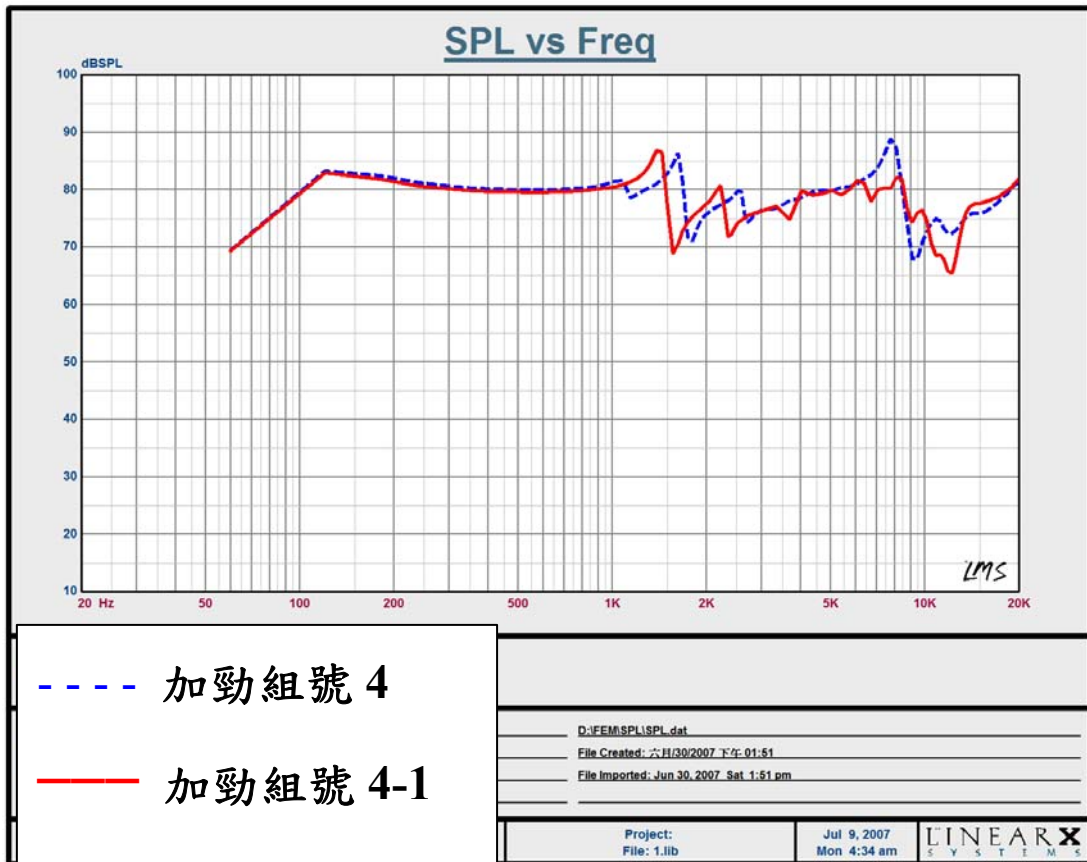
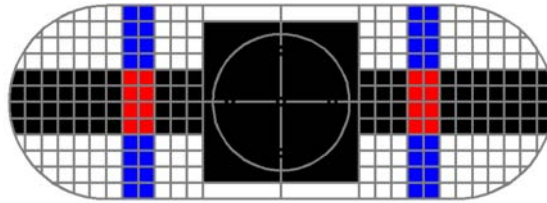


圖 6-16 加勁組號 4-1 的圖示及聲壓曲線分析比較

[加勁組號 4-2]

兩側 90 度疊層分別距短軸中心線 23.5mm



- B [ 0° ]
- C/B/C [ 0° / 0° / 0° ]
- C/B/C [ 90° / 0° / 90° ]
- C/C/B/C/C [ 90° / 0° / 0° / 0° / 90° ]

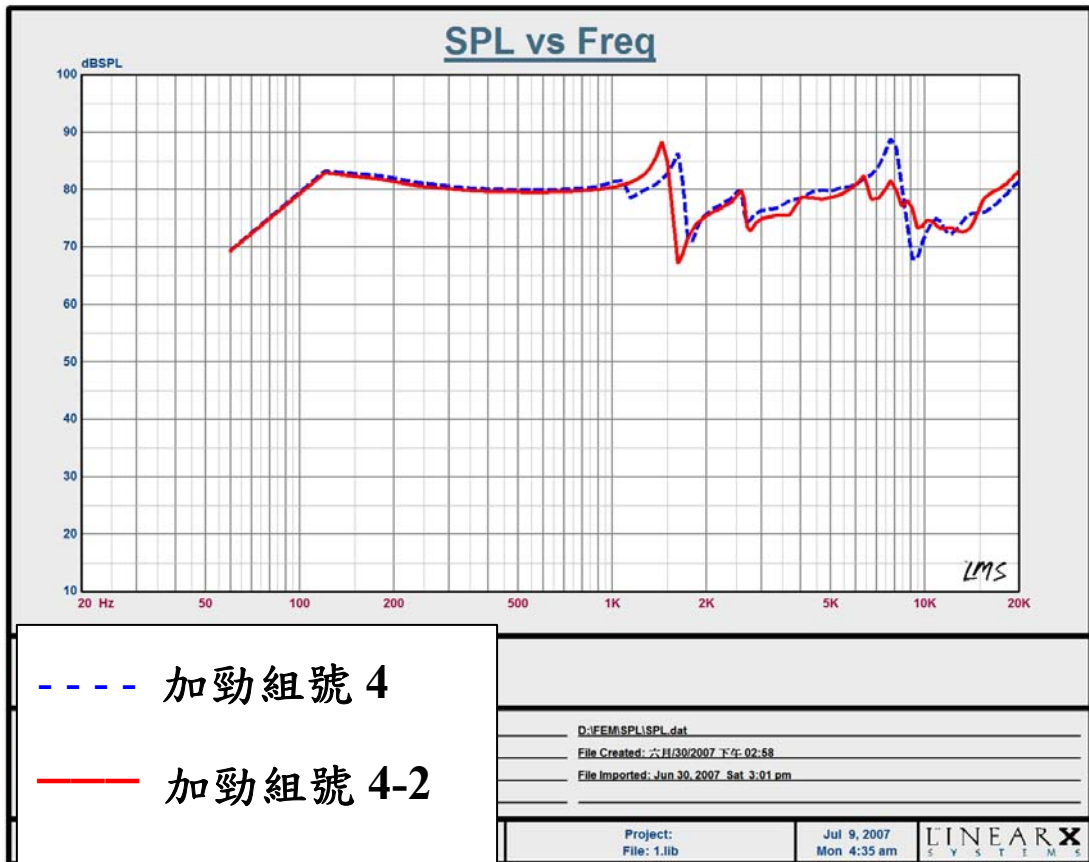
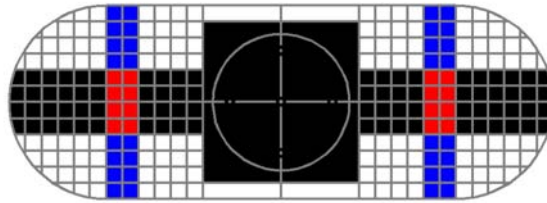


圖 6-17 加勁組號 4-2 的圖示及聲壓曲線分析比較

[加勁組號 4-3]

兩側 90 度疊層分別距短軸中心線 26.5mm



- B [ 0° ]
- C/B/C [ 0° / 0° / 0° ]
- C/B/C [ 90° / 0° / 90° ]
- C/C/B/C/C [ 90° / 0° / 0° / 0° / 90° ]

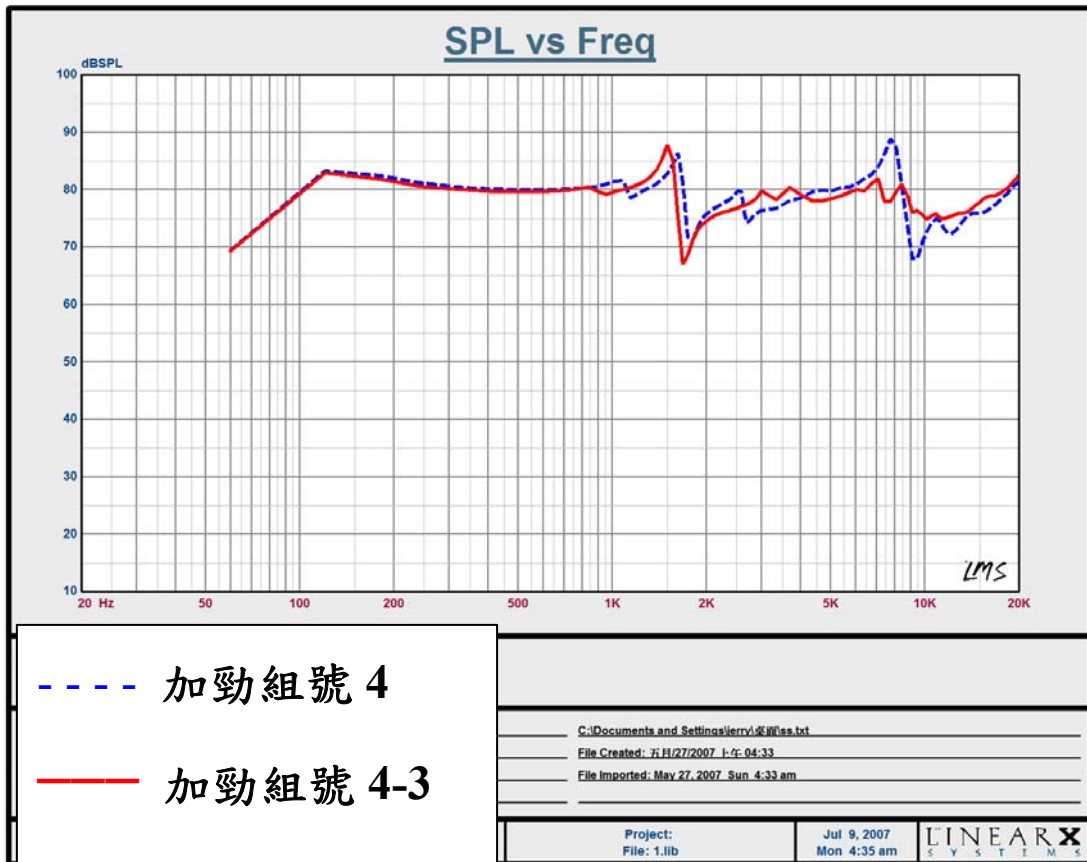
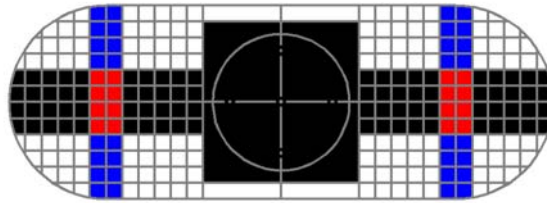


圖 6-18 加勁組號 4-3 的圖示及聲壓曲線分析比較

[加勁組號 4-4]

兩側 90 度疊層分別距短軸中心線 29.5mm



- B [ 0° ]
- C/B/C [ 0° / 0° / 0° ]
- C/B/C [ 90° / 0° / 90° ]
- C/C/B/C/C [ 90° / 0° / 0° / 0° / 90° ]

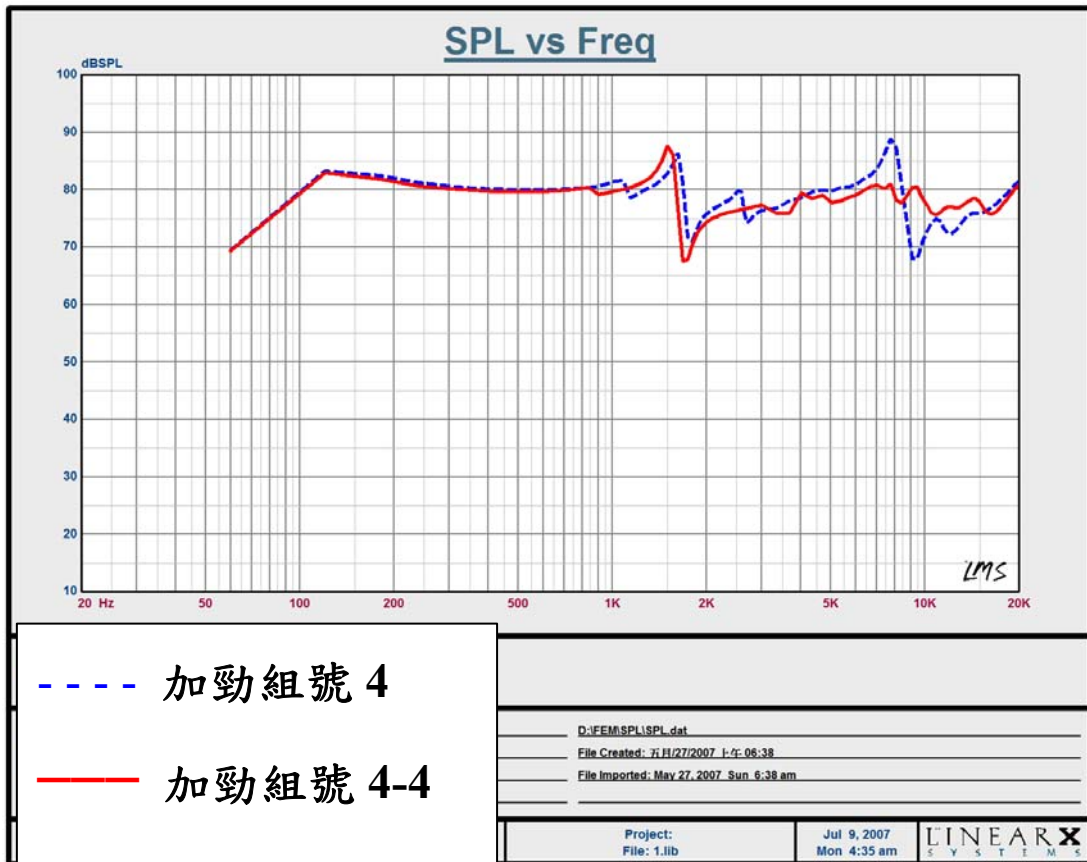
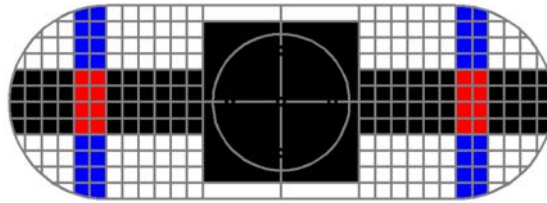


圖 6-19 加勁組號 4-4 的圖示及聲壓曲線分析比較

[加勁組號 4-5]

兩側 90 度疊層分別距短軸中心線 32.5mm



- B [ 0° ]
- C/B/C [ 0° / 0° / 0° ]
- C/B/C [ 90° / 0° / 90° ]
- C/C/B/C/C [ 90° / 0° / 0° / 0° / 90° ]

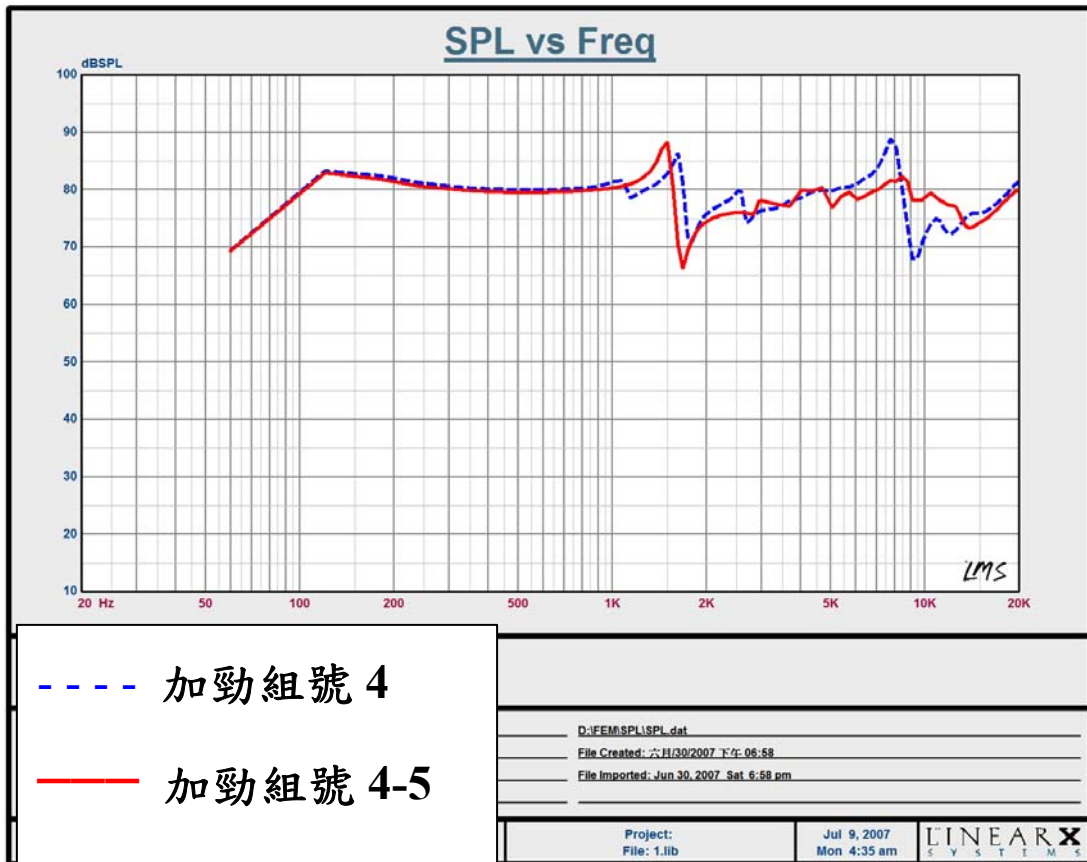
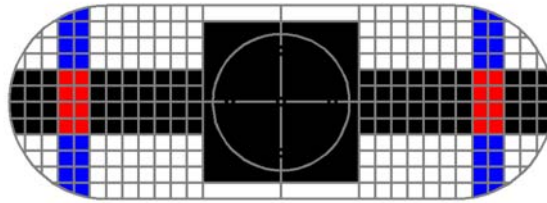


圖 6-20 加勁組號 4-5 的圖示及聲壓曲線分析比較

[加勁組號 4-6]

兩側 90 度疊層分別距短軸中心線 35.5mm



- B [ 0° ]
- C/B/C [ 0° / 0° / 0° ]
- C/B/C [ 90° / 0° / 90° ]
- C/C/B/C/C [ 90° / 0° / 0° / 0° / 90° ]

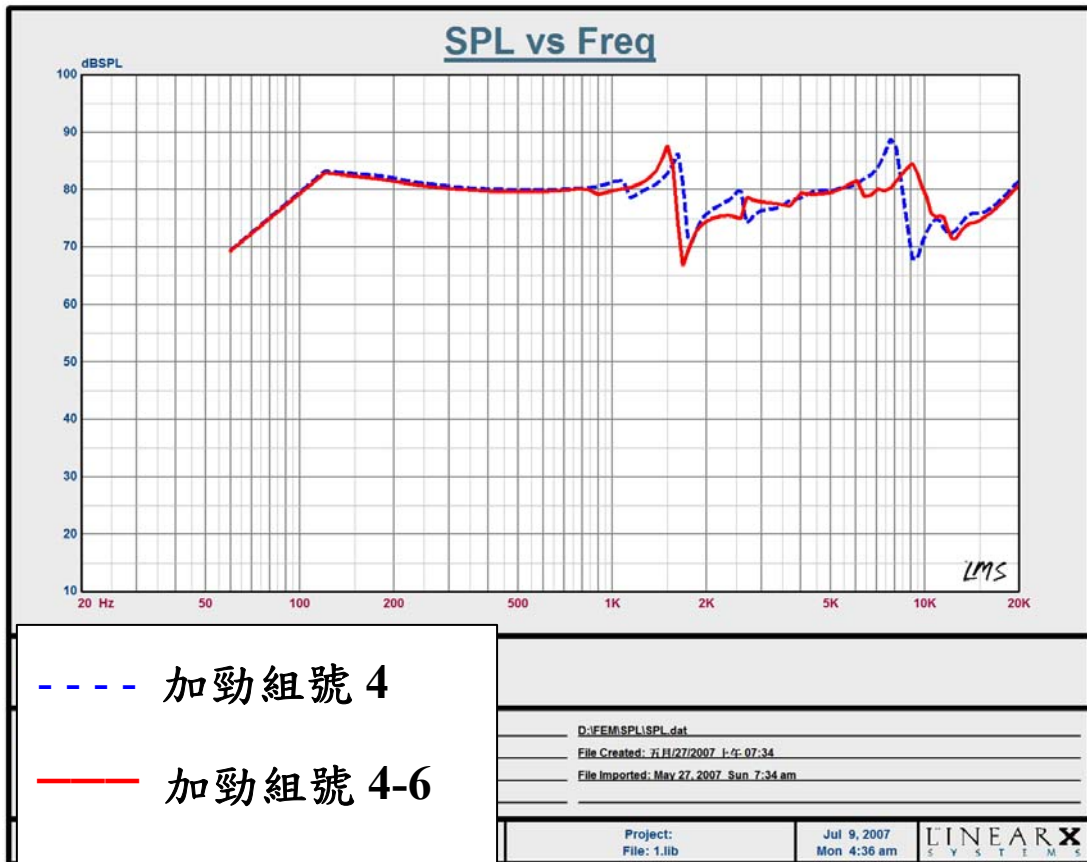


圖 6-21 加勁組號 4-6 的圖示及聲壓曲線分析比較



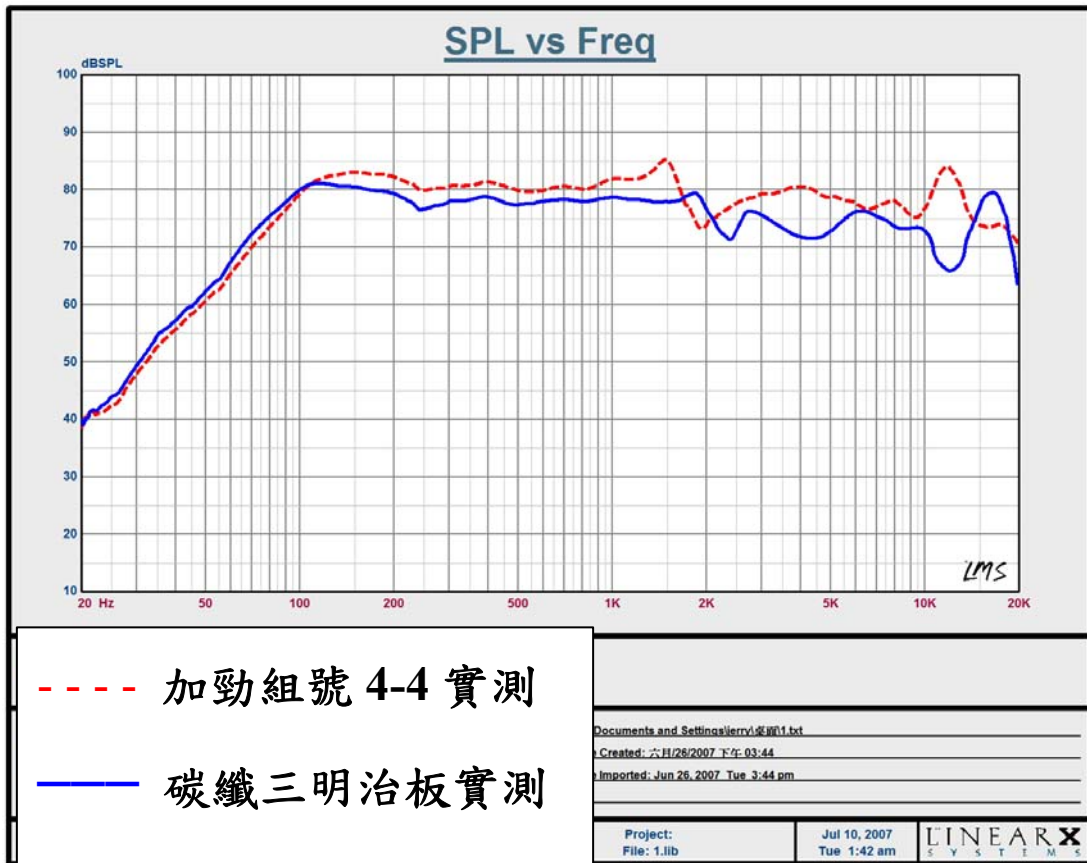


圖 6-22 加勁組號 4-4 與碳纖三明治板揚聲器之聲壓實測比較