

國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

感測系統之即時錯誤鑑別及更正方法

**A real-time fault identification and correction method of
sensor systems**

研究生：游仁植

指導教授：陳宗麟 教授

中華民國九十六年八月

感測系統之即時錯誤鑑別及更正方法

A real-time fault identification and correction method of sensor systems

研究生：游仁植

Student : Ren-Zhi You

指導教授：陳宗麟 博士

Advisor: Dr. Tsung-Lin Chen



A thesis
Submitted to Department of Mechanical Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master of Science
in
Mechanical Engineering
August 2007
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年八月

感測系統之即時錯誤鑑別及更正方法

學生：游仁植

指導教授：陳宗麟 博士

國立交通大學 機械工程學系

摘要

在一個採用多餘元件構成的感測系統中，錯誤元件的鑑別(faulty device identification)是透過個別元件輸出所組成的關係式“voting equations”來進行。然而當元件輸出帶有雜訊(noise)時，此鑑別方式無法達成“即時”的錯誤訊號鑑別，更無法達成“即時”的錯誤訊號更正。本論文針對此問題，提出一解決方式來達成“即時”的錯誤訊號鑑別，並可進一步法達成“即時”的錯誤更正。

所提出的解決方法如下：在傳統之“voting equations”外，新增數個個別元件輸出間之關係式，之後再將錯誤元件的鑑別問題轉化成一非線性系統的狀態估測(states estimation)問題。如此一來，便可以“即時”的獲得每一元件的誤差量，並加以補償，達成“即時”之錯誤更正。所新增之數個個別元件輸出之關係式乃是此“即時”的錯誤鑑別之所以可行之關鍵，亦是本論文與其它錯誤鑑別方法最大不同之處。我們將狀態估測的問題用儲存記憶褪去式卡曼濾波器(Kalman filter with fading memory)作為系統的觀察器，進而估測出狀態值以及配合狀態回授法達成更正某些出錯元件的訊號飄移現象(time-varying or drift)，使更正後的單元可繼續存在於感測系統中運作，以提高系統的輸出的精度。

藉由三個感測器的模擬結果印證本法可成功估測出錯誤訊號，其估測標準差約 10^{-3} ，對於訊號漂移亦可估測至標準差為 10^{-2} ，此外，可估測到最小的錯誤量約為雜訊 $1/2$ 大小。相關模擬探討於本文中詳見。

A real-time fault identification and correction method of sensor systems

Student: Ren-Zhi You

Advisor: Dr. Tsung-Lin Chen

Department of Mechanical Engineering National Chiao-Tung University

Abstract

In a sensing system that was constructed by employing redundant devices (components), the conventional approach for the fault-identification was done through the “voting equations”. However, when the outputs of the devices were contaminated by noise, the conventional fault-finding measure had to set up a threshold values and an observation periods along with voting equations. Due to the setup of an observation period, the conventional approach can not be done in a real-time manner. As a consequence, the real-time fault-correction was not possible.

In this thesis, we proposed a novel real-time fault-identification method to solve the problem above. Furthermore, the proposed method can combine with various feedback techniques to achieve real-time fault-correction. The proposed method uses the novel “output equations” along with “voting equations” to describe the relationship between each device output. After that, the real-time fault-identification problem was formulated into a nonlinear state estimation problem. The method of the newly added “output equations” was the key to the success of the proposed real-time fault-identification method. Furthermore, in order to handle the sensor drift (or time-varying fault) problem, we use the “Kalman filter with fading memory” techniques for the state observer. Moreover, we use state feedback techniques for

the purpose of the correction of fault, and the corrected device can be kept in the “fault-tolerant of sensor system” to increase the accuracy of system output.

We can estimate fault signals successfully by simulation of 3 sensors of the system, and its error standard deviation is about 10^{-3} . For drift, its standard deviation of estimation is about 10^{-2} . The minimum fault value that estimated is equals to 1/2 times of standard deviation of noise approximately. Besides, the state feedback technique give a fault correction to sensor output which has fault and, thus, a corrected signal is approximate to ideal signal. More facts shows in the thesis.



致 謝

本論文得以順利完成，首先要先感謝我的指導教授給予我學習及研究上的許多知識。老師於此領域有著廣泛的研究基礎，所以在指導我的論文上常解答我的困惑並且適時地提供研究方向讓我更有發展自己想法的空間。除了指導論文外，老師也以他的就學和研究的經驗累積給予我莫大的收穫，學習到研究應有的態度以及解決問題導向的方法，在此獻上誠摯的謝意與敬意。

此外，實驗室的學長、同學和學弟常一起討論學業和生活上的問題，也讓我在研究的路上並不孤單，大家一起相扶持相砥礪，感謝他們於這兩年間的給予我有著很好的回憶。

最後要感謝父親、母親及弟弟給予的支持使我能專心於課業及研究。



目錄

摘要	ii
Abstract	iii
致謝	v
目錄	vi
圖目錄	ix
表目錄	xi
第一章 緒論	1
1.1 研究動機與文獻回顧	<u>1</u>
1.1.1 相關文獻回顧	1
1.1.2 研究動機及改良	4
1.2 元件發生錯誤情形	<u>4</u>
1.3 本論文架構	<u>5</u>
第二章 即時錯誤鑑別法	6
2.1 傳統多餘元件式容錯系統	6
2.1.1 等值方程式	6
2.1.2 等值方程式錯誤鑑別法	7
2.1.3 Voting equations	7
2.1.4 Voting equations 錯誤鑑別法	8

2.1.5	錯誤鑑別於雜訊影響時的傳統處理方式	9
2.2	即時錯誤鑑別法	10
2.2.1.	統御方程式	10
2.2.2.	輸出方程式	11
2.2.3.	系統的觀察性	13
2.2.4	隨時間變化的錯誤訊號	14
2.2.5	本作法的特色	15
2.3	儲存記憶褪去式卡曼濾波器	15
2.3.1	卡曼濾波器	15
2.3.2	擴增型卡曼濾波器	15
2.3.3	儲存記憶褪去法	18
2.4	使用卡曼濾波器於本系統上	21
2.5	估測收斂性	21
第三章	錯誤更正	23
3.1	目的	23
3.2	狀態回授法	23
3.2.1	介紹	23
3.2.2	狀態回授與估測器之合成	23
3.3	系統穩定性	25

3.4	鑑別系統的狀態回授法設計.....	25
3.5	使用狀態回授法更正錯誤所存在更正不足現象.....	27
第四章	模擬結果與討論.....	29
4.1	即時錯誤鑑別系統架構.....	29
4.2	即時錯誤更正模擬.....	30
4.2.1	由奇異值判定系統觀察性.....	30
4.2.2	錯誤訊號為定值(dc-offset)時鑑別情形.....	31
4.2.3	錯誤訊號為隨時間變化(time-varying)時鑑別情形.....	34
4.2.4	使用儲存記憶褪去法的差別.....	37
4.2.5	本即時錯誤鑑別法所能估測到最小錯誤量.....	39
4.3	即時錯誤更正模擬.....	39
4.3.1	單一感測器錯誤補償更正.....	39
4.3.2	感測器依序出錯補償更正.....	47
4.4	討論.....	52
第五章	結論與未來計畫.....	54
5.1	結論.....	54
5.2	未來計畫.....	54
	參考文獻.....	55

圖目錄

圖 2.1	擴增型卡曼濾波器流程圖	17
圖 2.2	系統與擴增型卡曼濾波器方塊圖	17
圖 2.3	儲存記憶褪去式卡曼濾波器流程圖	20
圖 2.4	即時錯誤鑑別系統架構	22
圖 3.1	卡曼濾波器加上狀態回授方塊圖	26
圖 3.2	感測器容錯系統的架構流程圖	27
圖 4.1	3個感測元件奇異值	30
圖 4.2	各感測器輸出訊號圖(錯誤訊號:dc-offset)	31
圖 4.3	voting equation 輸出圖(錯誤訊號:dc-offset)	32
圖 4.4	各感測器錯誤訊號估測圖(錯誤訊號:dc-offset)	32
圖 4.5	各感測器估測誤差圖(錯誤訊號:dc-offset)	33
圖 4.6	各感測器估測誤差標準差圖(錯誤訊號:dc-offset)	33
圖 4.7	各感測器輸出訊號圖(錯誤訊號:time-varying fault)	35
圖 4.8	voting equation 輸出圖(錯誤:time-varying fault)	35
圖 4.9	各感測器錯誤估測圖(錯誤訊號:time-varying fault)	36
圖 4.10	各感測器估測誤差圖(錯誤訊號:time-varying fault)	36
圖 4.11	各感測器估測誤差標準差圖(錯誤訊號:time-varying fault)	37
圖 4.12	比較有無採用儲存記憶褪去法時估測	38

圖 4.13	感測器 M_1 於各種不同錯誤值時估測情形-----	39
圖 4.14	各感測器輸出訊號更正補償圖(錯誤訊號:dc-offset)-----	40
圖 4.15	各感測器錯誤訊號更正(錯誤訊號:dc-offset)-----	41
圖 4.16	錯誤更正誤差圖(錯誤訊號:dc-offset)-----	41
圖 4.17	連續時間時解出錯誤值及估測錯誤值-----	42
圖 4.18	各感測器輸出訊號更正補償圖(錯誤訊號:time-varying)-----	43
圖 4.19	各感測器錯誤估測圖(錯誤訊號:time-varying)-----	44
圖 4.20	錯誤更正誤差圖(錯誤訊號:time-varying)-----	44
圖 4.21	感測器 M_2 不同增益值下輸出訊號更正情形-----	46
圖 4.22	突發性錯誤更正情形-----	47
圖 4.23	緩慢發生錯誤訊號-----	47
圖 4.24	各感測器輸出訊號依序更正補償圖(錯誤訊號:dc-offset)-----	48
圖 4.25	各感測器依序錯誤訊號更正(錯誤訊號:dc-offset)-----	48
圖 4.26	錯誤更正誤差圖(錯誤訊號:dc-offset)-----	49
圖 4.27	各感測器輸出訊號依序更正補償圖(錯誤訊號:time-varying)-----	50
圖 4.28	各感測器依序錯誤訊號更正(錯誤訊號:time-varying)-----	51
圖 4.29	錯誤更正誤差圖(錯誤訊號:time-varying)-----	51
圖 4.30	各感測器輸出訊號依序更正補償圖(錯誤訊號:time-varying)-----	52

表目錄

表 4.1	各感測器經過 10 秒後估測錯誤值誤差標準差-----	34
表 4.2	各感測器計算 8~10 秒後估測錯誤值誤差標準差-----	34
表 4.3	各感測器經過 10 秒後估測錯誤值誤差標準差-----	37
表 4.4	各感測器計算 8~10 秒後估測錯誤值誤差標準差-----	37
表 4.5	各感測器經錯誤更正後計算 3~5 秒誤差標準差-----	42
表 4.6	錯誤訊號更正後誤差平均值(3~5 秒)-----	42
表 4.7	各感測器經錯誤更正後計算 5~10 秒誤差標準差-----	45
表 4.8	錯誤訊號更正後誤差平均值(13~15 秒)-----	49



第一章

緒論(Introduction)

1.1 文獻回顧與研究動機

感測元件應用範疇非常廣泛，凡舉機器人，汽車產業，航太，探測裝置以及虛擬實境(Virtual reality)等等，均需要許多不同的感測元件獲得系統資訊。例如利用加速規及陀螺儀作為運動追蹤的技術，而在要求高效率 and 精確度時，則使用如磁場感測器，光學感測器，超音波感測器等構成更精密的追蹤技術。也有感測器是用於檢測安全性的情況，例如化學工廠或是核能電廠必須裝置許多感測元件偵測各種不同的化學反應情形便於控制反應。可想而知，感測元件所輸出訊號的正確性及精確度是會影響系統裝置運作，所以增加感測元件的可靠度(reliability)來幫助系統能正常運作是必須的。對於元件錯誤鑑別法在 1971 年就有學者提出利用多餘(redundant)感測元件來使得系統能夠鑑別出錯誤 [1]。這方法用於許多工業及科學上的場合檢測系統元件錯誤，例如[4]核子反應爐所需要的中子流檢測裝置(neutron flux detector)用來偵測是否核分裂的流率過量。

感測元件出錯的情形有很多種，最常見到的是因溫度變化而使得感測元件內部的機械性質受到影響，而出現量測輸出訊號開始不穩定的飄移現象(drift)，換句話說，就是量測到的訊號與理想的輸出訊號有一偏差，可能與常溫時，也就是正常情況下所發生應有的機制有所差錯，這是會讓倚賴感測元件當作資訊來源的系統出現運作或控制錯誤的情況。有些元件回復到沒有此影響因素時的情形依舊可以有理想輸出情形，但有些卻可能已經長期使用而使得輸出就是存在著一定偏差錯誤。而除了溫度影響之外，機械震動的影響，元件疲勞效應，電能轉換功用退化等等因素均會造成感測元件的出錯。

1.1.1 相關文獻回顧

所謂錯誤鑑別法一般文獻研究通稱 FDI (fault detection & isolation)，而 FDI 的重點分

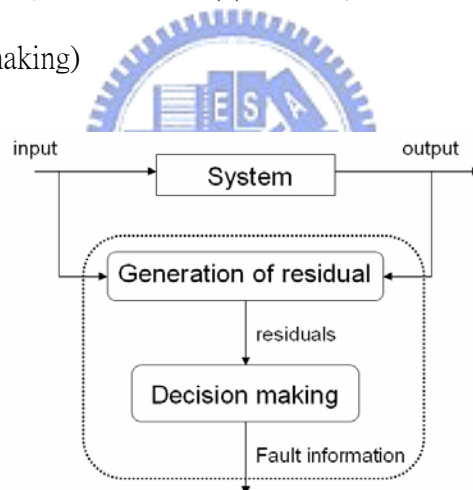
為下列兩點[8][17]：

1. fault detection：利用比較不同元件的方式來指出整個系統可能存在著某些出錯元件。
2. fault isolation：明確地指出哪些是發生錯誤的元件以及在什麼時間開始出錯。

慢慢後來有了許多相關的研究後，就再提出必須去找出這錯誤訊號的一些特性以有利於了解元件是由於哪些因素而發生錯誤，於是就有學者在發表 IA(identification and accommodation)方法，如此使得 FDI 法多了另外兩個部分做加強[8]：

3. fault identification：定義出錯誤訊號的大小、位置、錯誤變化情形。
4. fault accommodation：使用多餘元件中未出錯的元件取而代之。

FDI 可分為兩個主要步驟來鑑別錯誤：(1) “剩餘值產生法” (generation of residuals)，(2) “鑑別法則” (decision making)



圖示 FDI 兩個主要步驟流程

“剩餘值產生法” (generation of residuals)是 FDI 的一個重要環節也是最初步所必須進行的步驟，它分為三個主要的方法[12][16][17]：

1. 參數估測法(parameter estimation)：其“剩餘值”是藉由定義的(nominal)系統參數與估測出的系統參數兩者的差值所得出，適用於完整系統的錯誤鑑別。
2. 觀察器法(observer-based)：由實際量測的輸出值與用觀察器估測出的輸出值形成的差

量即為所得的“剩餘值”。

3. 等值關係(parity relations)：由各元件輸出所形成的配置關係(可說成輸出彼此之間構成拘束條件)其所得出的值為“剩餘值”。

本論文僅探討感測元件的錯誤鑑別，故採用了“等值關係”的方法達成“剩餘值產生”的步驟。而採用了此法就必須導入多餘元件(redundancy)的概念。首先是要找出系統元件之間的等值關係式(parity space)(亦可稱作 parity equations)，簡單講就是找出各元件輸出關係式。然而，系統裡並不是所有的感測元件均會有其一定的關係，有些可能是獨立的。為了讓系統上所有的感測元件皆有一致的等值關係就必須加入“多餘”的元件(redundancy)，靠這些多餘元件與系統靜態或動態的關係使獨立感測元件能夠形成一致的等值方程式。一般來說，多餘元件配置可分為兩類：

- 直接式多餘配置：其系統運作時系統元件輸出與多餘元件間的即時(instantaneous)關係式，可以說是靜態型的關係。
- 間接式多餘配置：將多餘元件與系統的動態構成關係式，會使得原系統的狀態空間有所改變。

FDI 第二步驟是所謂“鑑別法則”(Decision making)，也是最重要的步驟，因為錯誤訊號的檢測和鑑別都必須需要這個過程方能完成錯誤鑑別的目的。對於鑑別法則有很多的方法被提出，而大致上區分為兩種類型：(1)model-based，(2)model-free。第一種model-based 的方法由 Bread(1971)和 Jonse(1973)提出的“錯誤檢測器”(fault detection filter)[1]，利用實際系統與估測系統間的誤差方程式檢測是否存在錯誤量，但其缺點是無法應用於系統有外在干擾時的情況(disturbance、noise、parameter change...)。爾後，由 Isermann(1984)所提出“參數鑑別法”(parameter identification)[1]，它是與“參數估測法”一起搭配，建立起預設實際系統參數與理想系統參數間的關係式，再由真正實際系統參數去反推求得理想參數，將原本預設與估算出的理想參數作一差量比較可決定出錯誤量。而加入強健性的概念可有效運用於未知參數的系統估測，文獻可參考[1][2]中有大致

介紹相關方法。值得一提的是，這些錯誤鑑別也是有即時運算的特性，但由於其用法觀點與本論文不一樣，係因本論文由“等值關係”的觀點出發且是僅討論感測器輸出的 model-free 情況，故僅介紹但不作比較。

以等值關係的方式探討“鑑別法則”，由 Potter 和 suman(1977)及 Desai 和 Ray(1981)所提出的“等值空間鑑別法”(parity space approach)[1][2]，利用輸出“剩餘值”作一錯誤鑑別。由於系統輸出時常帶有雜訊(noise)，所得出剩餘值會是非零情況(此時存在錯誤訊號會鑑別不出)，這種現象就要以非即時的方法作一鑑別，因其需要一觀察期(observation)使雜訊項和錯誤訊號區隔出方才鑑別出出錯元件。其後，此鑑別法由 A.Ray 和 R.Luck(1991)在文獻[4]所提出運用在 model-free 的系統中，即是僅由感測器的輸出作錯誤鑑別的工作。他們提出由經等值關係輸出後的剩餘值的範值(norm)與事先的設定臨界值作判別，雖然這方法可以即時方式做運算，但缺點在於將錯誤訊號及誤差一起加入運算後臨界值的設定不好拿捏，設過大過小均會使得判別失準。其他的相關研究方法尚有 GLT(generalized likelihood test)法[3][5]，SVD[6]，Accommodation rule[7]…等

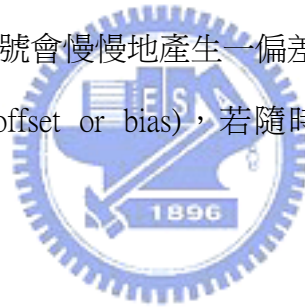
1.1.2 研究動機及改良

然而，傳統的等值關係鑑別法是無法達到即時(real-time)的功能，我們所提出的新方法不但取代了先前研究所用需事先設定臨界值[3][5][6][7]來判斷的法則，且可以即時鑑別出錯誤訊號即使有雜訊的情況存在，也改善了[4]所使用即時鑑別錯誤法的準確性。當我們確實鑑別出錯誤訊號及其形式變化時，便可以給予即時的更正(correction)，把這些偏差量補償更正到原本的理想輸出訊號，讓出錯的元件可以繼續的在系統中運作。而運用本論文的作法在一般系統中，就形成了所謂感測元件容錯系統(fault-tolerant of sensor system)，亦即在這個系統裡是允許出錯的感測元件在系統中運作而不影響整個系統運作目的以及控制性。

1.2 元件發生錯誤情形

在本論文研究中所指的“錯誤”(fault)並不是整個感測元件壞掉無法量測，而是說這個感測元件原本既定可以量測多少大小的訊號但因環境或元件本身因為所致，發生了與既定量測訊號多了些許的偏移量，更正確地說法是錯誤訊號影響了元件的輸出訊號。而另一個元件出錯的字眼為“損壞”(failure)，它有別於“fault”，因這個字眼是代表著整個元件已經無法正常運作，代表其輸出的訊號已無原本正常訊號的存在或是完全量測不到訊號。而在研究錯誤診斷系統領域裡，一般來說可把錯誤訊號發生情況分為兩大類 [12]：

1. 突發性錯誤訊號 (Abrupt or sudden faults)：顧名思義即是在元件的輸出訊號突然產生一個脈衝性或位階差的錯誤性訊號，這種情況的發生往往代表著之後元件的損壞情況即將發生，當鑑別出這種錯誤情形時，必須盡快地將出錯元件給予修正或更換。
2. 緩慢發生錯誤訊號 (incipient or slowly developing faults)：並不像是突發性的一樣，是元件使用一段時間後其訊號會慢慢地產生一偏差量，其形式依時間變化與否可分為定值偏差錯誤訊號 (dc-offset or bias)，若隨時間變化則稱為漂移偏差錯誤訊號 (time-varying or drift)。



1.3 本論文架構

本文共分為四個章節，第一章為緒論，介紹研究動機以及先前研究和文獻的回顧。第二章開始即是本論文的主要內容，介紹即時錯誤鑑別的方法，包括 voting equation 的提出，使用新增數個個別元件的關係式來構成本方法之所以可以即時鑑別出錯誤的概念，將這些關係式形成輸出式再利用狀態估測原理來估測出錯誤訊號。我們採用的估測器(觀察器)為擴增型卡曼濾波器搭配儲存記憶褪去法。在第三章裡，介紹了利用狀態回授(state-feedback)的技術把估測到的錯誤值做一個補償更正，同時也說明了加入這個方法於即時鑑別法後的系統可以維持系統穩定性。在第四章中，利用電腦軟體印證本法的模擬結果。第五章即提出了結論以及本論文的所使用的方法給予總整理，還有未來要繼續改進或是必須進行分析的一些問題。

第二章

即時錯誤鑑別法(Real-time fault identification)

2.1 傳統多餘元件式容錯系統(Conventional fault-tolerant Systems using Redundant Devices)

一般來說，一個容錯系統(fault-tolerance system)會使用多餘元件(redundant devices)來達到有效偵測出錯誤元件的功能，這些多餘元件是能讓系統中的測量元件形成一個等值方程式(parity equation)，然後藉由這些方程式來鑑別出哪個元件發生錯誤。

2.1.1 等值方程式(parity equation)

我們考慮一個加入多餘元件後的量測方程式

$$m = Hx + f \quad (2.1)$$

$x \in R^n$ 為系統狀態值向量， H 是元件配置的量測矩陣(measurement matrix)， f 是影響輸出的不良訊號，可為雜訊(noise)和錯誤訊號(fault)的組成， $m \in R^n$ 指的是元件輸出的向量表示(像是感測器的量測值) $m = [m_1 \ m_2 \ \dots \ m_n] \in R^n$ 。此時，存在一個矩陣 V 使得其與量測矩陣滿足了下式的正交情形：

$$VH = 0 \quad (2.2)$$

這時 V 稱為 H 的零空間(null space)。假設 H 是具有秩為 c 個維度的矩陣($\text{rank}(H) = c$)，所以最多可產生 $n - c$ 個線性獨立等值向量。而產生出多的向量就是加入多餘元件所形成的等值向量。由(2.2)的結果知：

$$Vm = VHx + Vf \Rightarrow Vm = Vf \quad (2.3)$$

此時， Vm 就稱為等值方程式(parity equation)。在感測元件無輸出情況時，等值方程式可

用 $V_m = 0$ 表示。上述的這種作法在錯誤鑑別的方法中叫做“剩餘值產生法”(generation of residuals)[1]，這是在錯誤鑑別中最初步的作法，以感測元件的錯誤鑑別來說，輸出訊號裡可能包含理想訊號、雜訊、錯誤訊號等等。透過“剩餘值產生法”可把理想輸出訊號部分“過濾”，剩下的即是雜訊或錯誤訊號。再來可利用觀察器或是卡曼濾波器估測出這些剩餘的值。

2.1.2 等值方程式錯誤鑑別法

首先，這個錯誤鑑別的方法有個限制條件，即感測元件的輸出無雜訊的情況下以及只允許一個感測器出錯(也就是向量 f 中只能存在一個值，其餘皆為 0)。利用等值方程式作錯誤鑑別至少需兩條以上的等值方程式，因為只有一條等值方程式無法由其剩餘值來判斷向量 f 中為何者所產生。使用兩條或以上的等值方程式鑑別錯誤有兩個準則：

1. 由缺少某個 f_j 的等值方程式其剩餘值是否為 0 鑑別出所對應的感測器為第 j 個出錯。
2. 若是某 f_j 同時存在於全部的等值方程式中，則可藉由其剩餘值的比值與 f_j 於等值方程式裡的所對應之係數的比值比較，若等式成立則是第 j 個感測器出錯，若不是則必須找下一個同時存在於等值方程式裡的 f_j ，重複以上方法。

2.1.3 Voting equations

我們在 2.1.1 節有提到，輸出向量 m 會比系統狀態向量 x 還多，這就是所加入的多餘元件後使得輸出向量的維度大於系統狀態維度。簡單來說，對於一個系統有 n 個狀態，我們至少需要 $n+1$ 個元件輸出值去形成一條等值方程式， $n+2$ 個形成兩條等值方程式，以此推算下去，多幾個元件便多幾條等值方程式。以 $n+2$ 條等值方程式的系統來看，假設只有一個發生錯誤的元件存在於這系統中，我們可以藉由把兩個等值方程式的輸出值來判斷在這 $n+2$ 個元件中哪一個出錯。由這兩條等值方程式再將其轉換成 $n+2$ 條方程式，其中每一條方程式都包含有 $n+1$ 個輸出，也就是說在這 $n+2$ 條方程式裡，每一條均會少某一個元件的組成，而缺少的某個元件並不重複於其餘的 $n+1$ 條方程

式中。將其轉換後的可得到一個維度 $(n+2) \times (n+2)$ 的方陣並且其對角線元素均為 0，但其餘元素不為 0。為了有別於“等值方程式”，我們把這些方程式叫做"voting equations"，其對應相關的矩陣叫"voting matrix"。

$$C_{\text{voting}} = \begin{bmatrix} 0 & c_{12} & c_{13} & \cdots & c_{1,n+2} \\ c_{21} & 0 & c_{23} & \cdots & c_{2,n+2} \\ \vdots & & & & \vdots \\ c_{n+2,1} & c_{n+2,2} & \cdots & c_{n+2,n+1} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\text{vot } 1} \\ C_{\text{vot } 2} \\ \vdots \\ C_{\text{vot } n+2} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\text{Voting Equations} \equiv C_{\text{voting}} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_{n+2} \end{bmatrix}, \quad m = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_{n+2} \end{bmatrix}$$

$C_{\text{vot } 1} \cdots C_{\text{vot } n+2}$ 為 C_{voting} 的列向量。由於 voting vectors 是由等值方程式中的各向量線性組合而成，所以 voting matrix C_{voting} 與系統量測方程式也有 $C_{\text{voting}} H = 0$ 的關係，同樣地， $C_{\text{voting}} m = C_{\text{voting}} f$ 。若理想狀態時，則 $C_{\text{voting}} m = 0$ (2.5)

2.1.4 voting equations 錯誤鑑別法

利用 voting equations，錯誤的元件可以相當容易的被鑑別出。以前一節所提及的 voting equations 來看，當某個元件發生錯誤時，在所有的 voting 列向量中會有一條方程式為 0，就是代表這條方程式不含有這個出錯的元件，但由於其他式子都有包括到這個出錯元件，所有其他條 voting equation 均不會為 0。舉例來說：假如第一條 voting equation 為 0 但其餘的 voting equations 均不為 0，我們可以馬上知道是 m_1 的元件發生錯誤。然而在元件輸出有雜訊的情況下，縱使所有的元件輸出皆正確，並不會有任何一條 voting equation 的輸出為 0。因此，無論是利用等值方程式或 voting equations 作錯誤鑑別均必須處理雜訊所造成的鑑別失效問題。

2.1.5 錯誤鑑別於雜訊影響時的傳統處理方式

傳統的錯誤鑑別法有分為非即時與即時兩種方式。因為實際量測系統透過等值方程式後的剩餘值不會為 0，將會是一堆雜訊干擾，而要去區隔出雜訊和錯誤訊號就要先把雜訊處理完。最簡單的作法就是將等值方程式的輸出值作一平均值計算，當雜訊為高斯雜訊(Gaussian noise)或是白雜訊(White noise)具有平均值為 0 的特性時，可找出是否有錯誤訊號的存在。然而，若雜訊不具有計算平均為 0 的性質，則我們必須設定所謂觀察期及臨界值。在一段觀察期內還是一樣做平均值計算，因為雜訊此時平均值不為 0，所以它的平均值會產生一個值存在，可以假定一個比這雜訊平均值還大的臨界值，若有一個值超過臨界值則可判定有錯誤訊號的存在。

$E\{ \}$: Average value

$$E\{Vm\} = E\{Vf\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \geq \text{Threshold} \Rightarrow \text{fault occur} \\ < \text{Threshold} \Rightarrow \text{no fault} \end{array} \right. \quad (2.6)$$

由於 Eq.(2.6)方法是對等值方程式取平均值再作判斷，要先設定一段時間，故無法達成即時運算的功能。

以即時方法作錯誤鑑別，在文獻[4]提出將剩餘值取範值(norm)，在藉由是否超過臨界值的判定作一錯誤的檢測：

$$\begin{aligned} \phi &= Vm = Vf = V_{col_1}f_1 + \dots + V_{col_j}f_j + \dots + V_{col_n+2}f_{n+2} \\ \|\phi\| &> \text{Threshold} \Rightarrow \text{fault occur} \end{aligned} \quad (2.7)$$

此法雖能作即時的檢測錯誤，但會造成鑑別錯誤的不準確，原因是以即時運算來看，其將每一時間之等值方程式的剩餘值與臨界值作比較，所以臨界值勢必要設定“夠大”，意即須以雜訊的標準差為範圍作設定。如此，有小於雜訊標準差範圍的錯誤訊號產生時，判別式會將此狀況視為無出錯，而造成了鑑別不準。

2.2 即時錯誤鑑別法(Real-time Fault Identification)

2.2.1 統御方程式(governing equations)

在此，我們提出一種即時的錯誤鑑別法。在本方法中，“錯誤鑑別”被視為一個狀態估測的問題(states estimation problem)，並藉由“擴增卡曼濾波器”(Extended Kalman Filter)及“儲存記憶褪去法”(Fading memory)的技巧建構適當的狀態觀察器(state observer)或叫狀態估測器(state estimator)，將每一元件的誤差量即時的估測出。因此，此方法具即時的“偵錯”能力。我們先定義出在量測的輸出訊號中所視為系統估測狀態值的部份。

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_j \\ \vdots \\ m_{n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{real_1} \\ \vdots \\ m_{real_j} \\ \vdots \\ m_{real_n+2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_j \\ \vdots \\ d_{n+2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_j \\ \vdots \\ e_{n+2} \end{bmatrix} \Rightarrow m = m_{real} + d + e \quad (2.8)$$

在 Eq.(2.8)中， m_j 代表具錯誤(即具有錯誤訊號)的元件真實輸出值而 m_{real_j} 代表元件理想的輸出值， d_j 則是我們所要去鑑別出的錯誤訊號(d 為實際上的錯誤訊號， e 為輸出雜訊，因其均是“汙染”了理想輸出的訊號，故將兩者視同為錯誤訊號。而本法使用擴增型卡曼濾波器，可將雜訊項 e 濾除，所估測出為 d)。假如我們把錯誤訊號的行向量視為系統狀態值，將估測的狀態視為定值量(constant)，則對於這些狀態值的統御方程式(governing equations)可以寫成：

$$\text{continuous-time} : \dot{d} = \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \vdots \\ \dot{d}_j \\ \vdots \\ \dot{d}_{n+2} \end{bmatrix} = 0 \quad (2.9)$$

discrete-time:

$$\begin{bmatrix} d_1(k+1) \\ \vdots \\ d_j(k+1) \\ \vdots \\ d_{n+2}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & & & 0 \\ & & 1 & & \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1(k) \\ \vdots \\ d_j(k) \\ \vdots \\ d_{n+2}(k) \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & & & 0 \\ & & 1 & & \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{(n+2) \times (n+2)}$$

$$\Rightarrow d_{k+1} = Ad_k \quad k: \text{sample}$$

2.2.2 輸出方程式

以系統的觀察性(observability)來看，我們需要一個秩為 $n+2$ 的觀察矩陣來觀測出 $n+2$ 個狀態值。因為 Eq.(2.9) 是一個靜態(static)系統 (因 $\dot{d} = 0$)，所以觀察性矩陣僅由輸出方程式組成，在此情況下，我們提倡的輸出方程式可以寫為：

$$z_p : \begin{bmatrix} C_{vot\ 1} \\ C_{vot\ 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{vot\ 1} \\ C_{vot\ 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 - m_{real_1} \\ m_2 - m_{real_2} \\ \vdots \\ m_{n+2} - m_{real_n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{vot\ 1} \\ C_{vot\ 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_{n+2} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$z_{aux} : C_{voing} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{n+2} \end{bmatrix} \cdot u_i \cdot d_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, n+2$$


$$\text{Output equation } z = \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

其中， u_i 為一單位矩陣。而在 z_p 中取的 $\begin{bmatrix} C_{vot\ 1} \\ C_{vot\ 2} \end{bmatrix}$ 矩陣，但不一定是要在 voting equations 中的第一及第二條列向量 ($C_{vot\ 1}$ 、 $C_{vot\ 2}$)，可以任意選取不同的兩條列向量來構成 z_p 的係數矩陣。而在 Eq.(2.10) 中，由於 m_{real} 是未受錯誤影響的正確量測值，故會有

$$C_{\text{voting}} m_{\text{real}} = 0 \text{ 的關係，所以式 } \begin{bmatrix} C_{\text{vot } 1} \\ C_{\text{vot } 2} \end{bmatrix} m = \begin{bmatrix} C_{\text{vot } 1} \\ C_{\text{vot } 2} \end{bmatrix} d \text{。}$$

在這個輸出方程式中，我們可由 z_p 得知系統是否有出錯，也由此得錯誤量值。不過僅由 z_p 無法解出唯一解，會有無限多組解的產生，造成無法界定錯誤量值是由哪一元件出錯以及其量值大小。所以我們必須新增數條輸出方程式以達成系統有唯一解的可能，而這些新增的輸出方程式即為 z_{aux} 。我們將 z_{aux} 設計想法作一說明：

由 Eq.(2.10) 來看， z_{aux} 的組合方式是將 voting matrix 中的每一列向量乘上其所對應的向量係數為 0 的元件。而我們由 voting equations 錯誤鑑別法(2.1.4)知當錯誤訊號開始發生時，有任意 $n+1$ 條 voting equations 輸出會不為 0，但不包含某個出錯元件所對應的 voting matrix 係數的 voting equations 輸出結果則會是 0。我們可以下式的概念說明：

$$\begin{aligned} q_1 &= C_{\text{vot } 1} d = C(d_2, d_3, \dots, d_{n+2}) \\ q_2 &= C_{\text{vot } 2} d = C(d_1, d_3, \dots, d_{n+2}) \\ &\vdots \\ q_j &= C_{\text{vot } j} d = C(d_1, \dots, d_{j-1}, d_{j+1}, \dots, d_{n+2}) \\ &\vdots \\ q_{n+2} &= C_{\text{vot } n+2} d = C(d_1, \dots, d_{n+1}) \end{aligned} \quad (2.12)$$


假如 $q_2, q_3, q_4 \dots q_{n+2}$ 這些式子計算結果不為 0，而 q_1 為 0，則 d_1 存在一定值，我們可說 m_1 這個元件發生錯誤。假如 $q_1, q_3, q_4 \dots q_{n+2}$ 這些式子計算結果不為 0，而 q_2 為 0，則 d_2 存在一定值，我們可說 m_2 這個元件發生錯誤，依此類推，可檢測出某個元件出錯。所以 z_{aux} 設計想法是將 $q_1, q_3, q_4 \dots q_{n+2}$ 乘上每一條輸出所缺少的 d_j ，其輸出均會是 0 當成已知這些新增輸出方程式的輸出結果。如此則完成此一設計步驟：

$$\begin{aligned} q_1 d_1 &= (C_{\text{vot } 1} f) d_1 = (C_{\text{vot } 1} d) d_1 = 0 \\ q_2 d_2 &= (C_{\text{vot } 2} f) d_2 = (C_{\text{vot } 2} d) d_2 = 0 \\ &\vdots \\ q_j d_j &= (C_{\text{vot } j} f) d_j = (C_{\text{vot } j} d) d_j = 0 \\ &\vdots \\ q_{n+2} d_{n+2} &= (C_{\text{vot } n+2} f) d_{n+2} = (C_{\text{vot } n+2} d) d_{n+2} = 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

上述的設計步驟的限制條件就是只允許在同一時間時只能有一個元件發生錯誤的情況下才能正確估測出錯誤量(即只能有一個 d_j 存在，其與 parity equations 及 voting equations 的限制條件一致)。由於本系統使用卡曼濾波器作估測，Eq.(2.13)的輸出不能零向量表示，須設一雜訊項，因為卡曼濾波器的量測雜訊協方差矩陣(Measurement noise covariance matrix)會有奇異性的問題產生。

$$\begin{aligned}
 q_1 d_1 &= (C_{\text{vor}1} f) d_1 = (C_{\text{vor}1} d) d_1 = v_1 \\
 q_2 d_2 &= (C_{\text{vor}2} f) d_2 = (C_{\text{vor}2} d) d_2 = v_2 \\
 &\vdots \\
 q_j d_j &= (C_{\text{vor}j} f) d_j = (C_{\text{vor}j} d) d_j = v_j \\
 &\vdots \\
 q_{n+2} d_{n+2} &= (C_{\text{vor}n+2} f) d_{n+2} = (C_{\text{vor}n+2} d) d_{n+2} = v_{n+2}
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

v_j 爲一虛設的雜訊向量

由 z_p 和 z_{aux} 的搭配能夠解出正確的錯誤量值以及出錯的元件。不過，是允許當同一時間時只能有一個元件發生錯誤的情況下才能正確估測出錯誤量。然而，若要形成一個多個元件在不同時間均出錯且能完成鑑別的系统，就必須給予這錯誤訊號適當更正，使得估測到有出錯的元件把它修正到正確的輸出訊號，如此，此一錯誤元件被更正後就可以再允許其他元件繼續出錯。而有關錯誤更正的部份在第三章會提出相關設計方法。

2.2.3 系統的觀察性

由於本系統是屬於一個非線性的估測問題(輸出方程式爲一非線性方程式)，故以非線性系統的觀點處理觀察性(observability)問題，非線性系統的觀察性矩陣(observability matrix)定義爲 $W_o = \nabla [z \dot{z} \ddot{z} \dots]^T$ ，因爲本系統爲靜態($\dot{d} = 0$)，則 $\nabla [\dot{z} \ddot{z} \dots]^T = 0$ ，所以只須找出輸出方程式的一階偏微分矩陣即可。

$$\begin{aligned}
\text{令 } \nabla &= \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial d_1} & \cdots & \frac{\partial}{\partial d_j} & \cdots & \frac{\partial}{\partial d_{n+2}} \end{bmatrix} \\
\nabla Z &= \nabla \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial d_1} \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix} & \cdots & \frac{\partial}{\partial d_j} \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix} & \cdots & \frac{\partial}{\partial d_{n+2}} \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} C_{\text{vot } 1} & & & & \\ & C_{\text{vot } 2} & & & \\ C_{\text{vot } 1} d & c_{12} d_1 & \cdots & c_{1,n+2} d_1 & \\ c_{21} d_2 & C_{\text{vot } 2} d & \cdots & c_{2,n+2} d_2 & \\ \vdots & & \ddots & \vdots & \\ c_{n+2,1} d_{n+2} & \cdots & \cdots & C_{\text{vot } n+2} d_{n+2} & \end{bmatrix}_{(n+4) \times (n+2)} \quad (2.15)
\end{aligned}$$

若是 $(d_1 \cdots d_j \cdots d_{n+2})$ 中任一有值，則 $\nabla \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix} \Big|_{d=d_j}$ 裡， ∇z_p 可以提供兩個獨立的列向

量作為組成觀察矩陣的一部份，具有 $n+2$ 個列向量的 $\nabla z_{aux} \Big|_{d=d_j}$ 最多可以提供 n 個獨立的列向量作為組成觀察矩陣的另一部份。所以整個觀察矩陣具有秩 $n+2$ (rank= $n+2$)，故經由觀察器設置我們可以觀察出 $n+2$ 個狀態值，即是成功地估測出錯誤值。

2.2.4 隨時間變化的錯誤訊號(time-varying fault or drift)

之前我們是利用定值錯誤訊號(dc-offset)來解釋本論文提出的鑑別架構法則，然而對於隨時間變化的錯誤訊號估測其實也適用於本方法。在 Eq.(2.9)中，是假設 d_j 為常數不變化，但是若這個錯誤訊號會隨著時間而變化的話，我們依然使用 Eq.(2.9)。只是此時 d 不再是常數，而是隨著每一取樣時間(sampling time)而改變，以兩段取樣時間來看，在這個微小的取樣間隔裡，其訊號可視為一定值。所以隨時間變化的錯誤訊號雖不為常數，但我們可將其看作許多一小段不同的常數組合而成的， $d_{k+1} = A d_k$ 仍然適用本方法來作估測。只是一般的非線性估測器都是針對系統動態不變的情況下來作估測，雖然我們繼續沿用 $d_{k+1} = A d_k$ 作為統御方程式， A 不變意味著系統動態沒有改變，但是狀態值已經都隨時間慢慢再變，以整體變動性來看，系統動態已經都在隨時間改變了。此時若使用一般非線性估測器，會發生”估測延遲情形”(estimation delay)，以普通的擴增卡曼濾波

器來說適用於系統動態性不變時，所以必須加入適應性(adaptive)的概念，本論文是採用“儲存記憶褪去法”(Fading memory)來使卡曼濾波器具有適應性的功能以達到即時估測時變訊號的變動。

2.2.5 本作法的特色

- 使用即時(real-time)運算方法取代了傳統錯誤鑑別使用離線(off-line)的方法。
- 搭配擴增卡曼濾波器使用可使得估測出的錯誤訊號即為實際的錯誤訊號，意即卡曼濾波器可以將雜訊濾掉保留住估測狀態值。
- 配合觀察器即可正確的達到錯誤估測目的，減少了系統複雜度。

2.3 儲存記憶褪去式卡曼濾波器(Kalman filter with fading memory)

2.3.1 卡曼濾波器



於 1960 年，由 R.E. Kalman 所發表一篇著名的論文中，利用遞迴(recursive)來解決離散資料的線性濾波問題。由於此時電腦數值計算正蓬勃的發展，因此卡曼濾波器在控制與導航系統領域中被大量的研究及應用。

卡曼濾波器是一種最佳化的估測器，它可以間接從不準確及不確定的量測值來獲得系統的狀態變數，尤其對於雜訊來源為高斯雜訊(Gaussian noise)時，卡曼濾波器可以得到最小化的均方誤差(mean square error)。

2.3.2 擴增型卡曼濾波器(Extended Kalman Filter, EKF)

卡曼濾波器是適用於線性系統估測問題時處理，但本論文的系統是屬於非線性問題，故要使用擴增型卡曼濾波器來使得非線性轉換成線性化問題來處理。

考慮以下的非線性系統：

$$\begin{aligned} \text{state equation: } x_{k+1} &= f(k, x_k, u_k) + w_k & n: \text{plant noise} \\ \text{measurement equation: } z_k &= h(k, x_k) + v_k & v: \text{measurement noise} \end{aligned} \quad (2.16)$$

k : sample

擴增卡曼濾波器的設計方法分為兩個主要步驟：1.狀態的預測(prediction of states) 2.狀態的修正(correction of states)。”狀態的預測”是指從這此刻的狀態及輸入來估測下一刻時間的狀態。

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1}^- &= f(k, \hat{x}_k, u_k) \\ P_{k+1}^- &= A_k P_k A_k^T + Q_k \end{aligned} \quad (2.17)$$

我們稱上式為” prediction equation “，其中 P_k 稱為狀態值估測協方差矩陣(state covariance matrix)，定義成 $P_k = E[(\hat{x}_k - x_k)(\hat{x}_k - x_k)^T]$ ， \hat{x}_k 則是估測的狀態值。 Q_k 是系統雜訊的協方差矩陣。另一個步驟為”狀態的修正”，利用量測值修正前一個步驟所預測的狀態，以獲得較佳估測值。

$$\begin{aligned} K_{k+1} &= P_{k+1}^- H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \\ P_{k+1} &= (I - K_{k+1} H_{k+1}) P_{k+1}^- \\ \text{residual} &= z_{k+1} - h(k, \hat{x}_{k+1}^-) \\ \hat{x}_{k+1} &= \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} \cdot \text{residual} \end{aligned} \quad (2.18)$$

上式稱為” correction equation “， R_k 稱為量測雜訊的協方差矩陣， K_{k+1} 稱為卡曼增益(Kalman gain)，而在這個步驟的重點就是這個增益值的判斷，它可由先前所估測到狀態值變異情形而調整估測協方差矩陣 P_k ，在估測時，是否要選擇相信先前所估測到的狀態資訊去修正新的狀態值，還是選擇相信目前所得量測到的輸出值來修正新的狀態值。而在 Eq.(2.17)和 Eq.(2.18)中的 A、H 矩陣求法如下：

$$\begin{aligned} A_k &= \left. \frac{\partial f_k}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k} \\ H_{k+1} &= \left. \frac{\partial h_{k+1}}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k+1}^-} \end{aligned} \quad (2.19)$$

我們可以把 EKF 用流程圖表示：

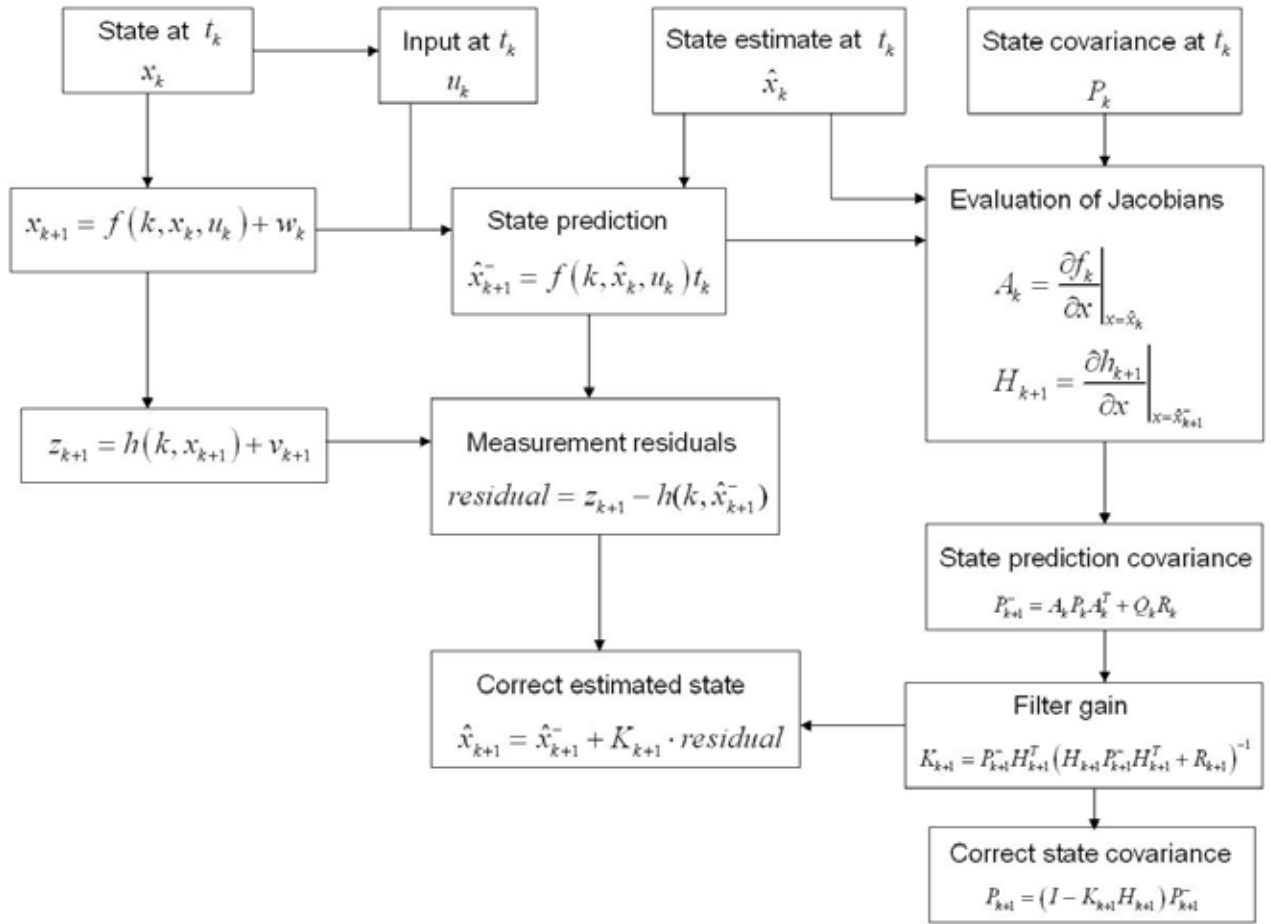


圖 2.1 擴增型卡曼濾波器流程圖

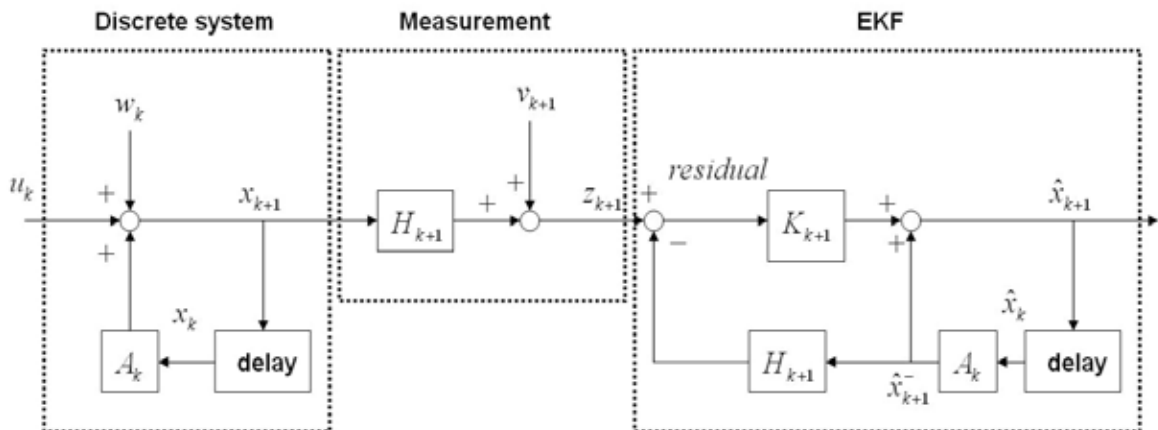


圖 2.2 系統與擴增型卡曼濾波器方塊圖

2.3.3 儲存記憶褪去法(Fading memory)

這個作法的提出始因於在設計卡曼濾波器時，對於濾波器本身的觀察系統設定有錯誤，亦即真實系統的參數描述或資訊描述與濾波器不同，會造成估測發散(divergence)的情形。而採用“儲存記憶褪去法”加入卡曼濾波器可有效改善發散的現象。這個理念運用到我們先前提到當系統動態發生改變時(2.2.4 節)，由於濾波器本身當初設定系統矩陣 A 並不會因真實系統改變而自行調整，所以才會出現估測時間緩慢亦或是估不到正確值的情形。所以我們採用儲存記憶褪去法來輔助卡曼濾波器的設計。因而稱此為儲存記憶褪去式卡曼濾波器(Kalman Filter with Fading memory)。這種濾波器在文獻[9][10][11]中有提到，除了上述幾個改善特點外，它是非常有利於狀態值在某些時候發生了不規則跳動或是瞬時變化時作估測而不會導致發散現象，故此即對本論文有非常大的幫助。

一般卡曼濾波器在估測狀態時，若是收斂情況發生，則 covariance prediction equation 中的 $P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^T + Q_k R_k$ 會變小，意思是說收斂時估測與實際值的誤差量會變小，則相對於估測協方差矩陣也隨之變小。這時卡曼增益值也變小使得輸出方程式的殘餘值(residuals)的差異量加到狀態值更新式影響很少。簡單的說，就是依照著之前舊有的估測協方差矩陣的資訊來維持狀態收斂性而不去“相信”目前所得到的輸出值。而儲存記憶褪去的作法就是不要去依賴舊有的估測協方差矩陣資訊來收斂狀態值，而是視實際輸出方程式的變動而定，若是目前輸出維持著先前的大小時，不去更動 covariance prediction equation。若是輸出開始有了變動時(這時就可能是系統動態性發生變化或是狀態值突然改變不依照系統矩陣所產生)，開始褪去之前所倚賴的狀態累積記憶資訊，轉而加大目前的狀態差異性矩陣迫使系統接收到開始不收斂的情況，讓卡曼增益能夠再度變大以提高估測值更新的變動量。而利用褪去狀態累積記憶資訊的作法便是加入一個褪去因子(forgetting factor) λ_k ，使得系統之前所累積的收斂資訊以指數衰減的方式褪去。加入褪去因子後的卡曼濾波器只需改變 prediction equation：

$$P_{k+1}^- = \lambda_{k+1} A_k P_k A_k^T + Q_k \quad (2.20)$$

其 $\lambda_k \geq 1$ ，這個因子等於 1 時是一般卡曼濾波器，若是大於 1 時便成爲了儲存記憶褪去式卡曼濾波器。所以這種濾波器的性能是完全取決於褪去因子的選擇來切換功能。

接下來就是決定褪去因子演算法則，這個因子係利用最佳化的理論來推導出來(文獻[7])。首先，先計算輸出殘餘值的差異性矩陣(covariance of residuals)：

$$C_0 = E[\text{residual}_k \text{residual}_k^T] = H_k P_k^- H_k^T + R_k \quad (2.21)$$

由 Eq.(2.21)，得 $C_0 - R_k = H_k P_k^- H_k^T$ ，將 Eq.(2.20)代入可得

$$\lambda_k H_k A_{k-1} P_{k-1}^- A_{k-1}^T H_k^T = C_0 - H_k Q_{k-1} H_k^T - R_k \quad (2.22)$$

此時令

$$\begin{aligned} M &= H_k A_{k-1} P_{k-1}^- A_{k-1}^T H_k^T \\ N &= C_0 - H_k Q_{k-1} H_k^T - R_k \end{aligned} \quad (2.23)$$

則 Eq.(2.22)變成 $\lambda_k M = N$ 或是 $\lambda_k I = N M^{-1}$ $\lambda_k \geq 1$ (2.24)

將 Eq.(2.24)等式兩邊取跡(trace)，可以得到一決定褪去因子的關係式：

$$\lambda_k = \max \left\{ 1, \frac{1}{m} \text{trace}[N M^{-1}] \right\} \quad (2.25)$$

當我們在做模擬運算時，Eq.(2.25)對即時運算功能上有諸多限制，爲此要求計算方便簡易，可以下式代替：

$$\lambda_k = \max \{1, \text{trace}[N] / \text{trace}[M]\} \quad (2.26)$$

由電腦模擬印證出 Eq.(2.26)也可滿足褪去因子的選擇性。

系統動態有所變動時，其會藉由狀態值的變動反應至輸出方程式，以 C_0 來說，它的意義是在於計算出前 k 個單位時間的輸出方程式殘餘值平均期望值，若是在第 $k+1$ 個單位時間後系統動態開始變動，則其輸出方程式也會跟著變動，對 C_0 來說就會增大，因 Eq.(2.23)中 N 的 H 、 Q 、 R 不會變，所以使 N 也會增大。在 $\text{trace}[N] / \text{trace}[M]$ 裡顯然就會產生一個大於 1 的值，所以這時 Eq.(2.26)便會產生一個最佳的褪去因子來修正系統。

但如果系統動態均不變，則 $M = N$ ，於是 $\lambda_k = 1$ ，這時褪去因子便不發生作用。

在 2.2.4 節中提到的隨時間變化的錯誤訊號，因為我們把欲估測的錯誤訊號當作成一靜態系統(A：identity matrix)，所以當錯誤值在變化時系統便產生動態性，亦即系統的靜態性被改變，所以適合運用儲存記憶褪去法來改善。

把加入儲存記憶褪去法後的 EKF 的流程圖：

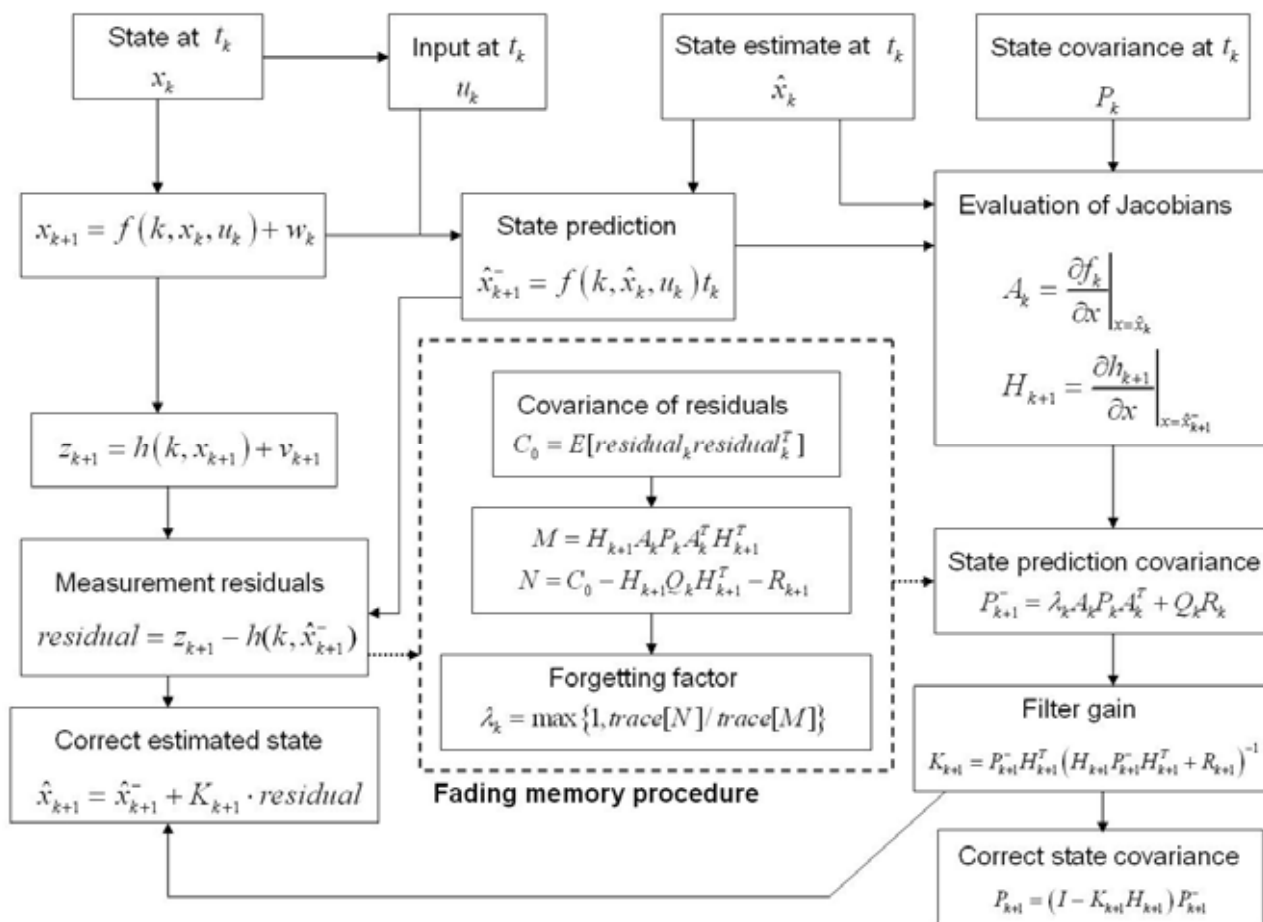


圖 2.3 儲存記憶褪去式卡曼濾波器流程圖

2.4 使用卡曼濾波器於本系統上

介紹完卡曼濾波器後，將其當成本系統的估測器，作法如下：

- 我們在 Eq.(2.9)裡把待估測的錯誤訊號以 $d_{k+1} = Ad_k$ 表示，將估測器的預測系統狀態值以 $\hat{d}_{k+1} = A\hat{d}_k$ 當作估測器系統所估測到的錯誤值。

- 輸出量測矩陣 H_k 由 $\left. \frac{\partial z_{k+1}}{\partial d} \right|_{d=\hat{d}_{k+1}^-}$ 求出。

- 輸出方程式殘餘值 $residual = \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix}_{k+1} - z(k, \hat{d}_{k+1}^-) = z_{k+1} - z(k, \hat{d}_{k+1}^-) = z_{k+1} - \hat{z}_{k+1}$ 。

2.5 估測收斂性

而我們知 state correction equation: $\hat{d}_{k+1} = \hat{d}_{k+1}^- + K_{k+1}(residual) = \hat{d}_{k+1}^- + K_{k+1}(z_{k+1} - \hat{z}_{k+1})$

其中，output equations z 與輸出量測向量 m 的關係為：

$$z_{k+1} = \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{vot1} \\ C_{vot2} \\ z_{aux} \end{bmatrix} \cdot m = \begin{bmatrix} C_{vot1} \\ C_{vot2} \\ z_{aux} \end{bmatrix} \cdot (m_{real} + d_{k+1}) = \begin{bmatrix} C_{vot1} \\ C_{vot2} \\ z_{aux} \end{bmatrix} \cdot d_{k+1} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{vot1} \\ C_{vot2} \end{bmatrix} \cdot d_{k+1} \\ v_1 \\ \vdots \\ v_{n+2} \end{bmatrix}_{k+1}$$

而 \hat{z} 與估測值 \hat{d}_k 的關係：

$$z(k, \hat{d}_{k+1}^-) = \hat{z} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{vot1} \\ C_{vot2} \end{bmatrix} \cdot \hat{d}_{k+1}^- \\ C_{vot1} \\ \vdots \\ C_{vot\ n+2} \end{bmatrix} \cdot \hat{d}_{k+1}^- \cdot u_j \cdot \hat{d}_{k+1}^-$$

$$\text{所以 } \hat{d}_{k+1} = \hat{d}_{k+1}^- + K_{k+1} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{vot1} \\ C_{vot2} \end{bmatrix} (d_{k+1} - \hat{d}_{k+1}^-) \\ v_1 - C_{vot1} \\ \vdots \\ v_{n+2} - C_{vot\ n+2} \end{bmatrix} \hat{d}_{k+1}^- \cdot u_j \cdot \hat{d}_{k+1}^-$$
，因為只允許一個錯誤存在，

$$\text{則} \begin{bmatrix} C_{\text{vor}1} \\ \vdots \\ C_{\text{vor}n+2} \end{bmatrix} \cdot \hat{d}_{k+1}^- \cdot u_j \cdot \hat{d}_{k+1}^- \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ 又 } \hat{d}_{k+1}^- = A\hat{d}_k, \text{ 可以得}$$

$$\hat{d}_{k+1} = A\hat{d}_k + K_{k+1} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{\text{vor}1} \\ C_{\text{vor}2} \end{bmatrix} A(d_k - \hat{d}_k) \\ v_1 \\ \vdots \\ v_{n+2} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

我們定義實際錯誤值與估測錯誤值的誤差為 $\varepsilon_k = d_k - \hat{d}_k$ ，將其代入 Eq.(2.27)得：

$$\varepsilon_{k+1} = A\varepsilon_k - K_{k+1} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{\text{vor}1} \\ C_{\text{vor}2} \end{bmatrix} A\varepsilon_k \\ v_1 \\ \vdots \\ v_{n+2} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

若是可以找出一個 K_{k+1} 值使得 $\varepsilon \rightarrow 0$ ，則估測值收斂於正確值，此時估測器就可以正確估測出錯誤值。而本方法架構可以下圖表示：

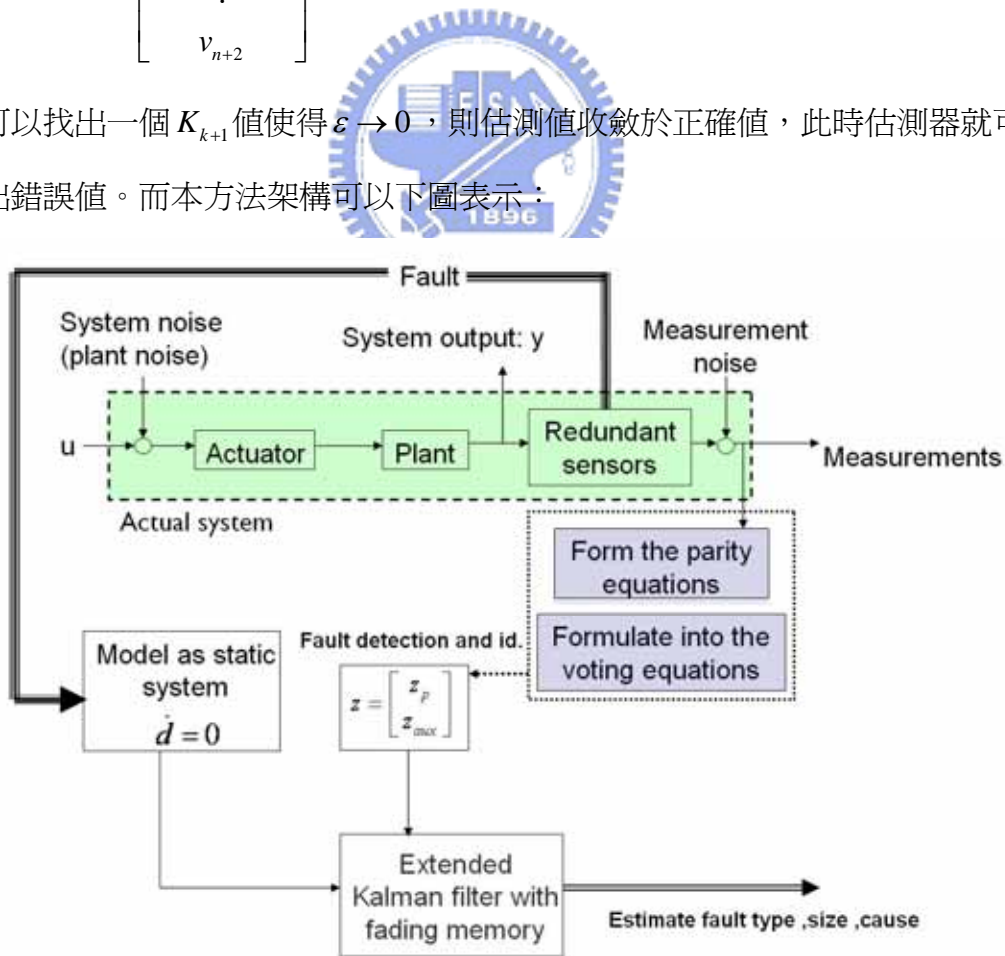


圖 2.4 即時錯誤鑑別系統架構

第三章

錯誤更正(Fault correction)

3.1 目的

完成了狀態估測的步驟後，可以成功地鑑別出發生錯誤的某個元件，而且對於其元件所產生的定值或是時變漂移的錯誤訊號(dc-offset/time-varying drift)也能估測到其大小、形式、運動情形。然而在 2.2.2 節後半我們有提及到這種即時錯誤鑑別法在同一時間只能允許一個元件錯誤發生，若是要讓下一個元件發生錯誤時也能鑑別出就必須使第一個出錯元件更正到理想狀態。為此，要達到感測系統可容錯的目的，就必須容許在這個系統中的任何元件都能發生錯誤而不會影響系統的運作性。在這一章裡就要介紹更正錯誤的概念與設計，搭配即時錯誤鑑別法去構成一個可行的感測容錯系統。

3.2 狀態回授法(state feedback)

3.2.1 介紹

一般控制系統中常用到的狀態回授技巧，即是利用系統中由觀察器所得到的狀態值經由一個增益值後回授至控制輸入命令裡，在從控制輸入中去控制所希望達到的狀態變數。而我們利用此法的概念在於由估測器所估測到的狀態值就是元件上的錯誤訊號值，而我們把這些狀態值回授到來源量測輸出值中(即 m_j)，使得具有錯誤的輸出值 m_j 能夠藉由狀態回授增益的影響讓錯誤消弭，達到輸出值為 m_{real_j} 的目的。

3.2.2 狀態回授與估測器之合成

$$\text{由 Eq.(2.15) 的 state correction equation 可知 } \hat{d}_{k+1} = \hat{d}_{k+1}^- + K_{k+1} [z_{k+1} - z(k, \hat{d}_{k+1}^-)] \quad (3.1)$$

\hat{d}_k 為估測值， \hat{d}_k^- 為更新前估測值。上式為卡曼濾波器的更新估測狀態值的形式。

$$\begin{cases} \hat{d}_{k+1}^- = A\hat{d}_k \\ \hat{d}_{k+1} = \hat{d}_{k+1}^- + K_{k+1} [z_{k+1} - z(k, \hat{d}_{k+1}^-)] \end{cases} \quad (3.2)$$

若是以 Eq.(2.25)來看，在控制系統可看作爲一觀察器形式(observer-based)，K 雖爲卡曼增益卻也可視爲觀察器增益。

我們加入一控制器 $u = -B\alpha\hat{d}_k$ ， α 爲一回授增益向量，這個控制器便是我們所用來作爲狀態回授功能控制命令輸入，而此控制方式爲一簡單的比例控制動作(proportional control)。Eq.(2.25)可以改寫成：

$$\begin{cases} \hat{d}_{k+1}^- = A\hat{d}_k - B\alpha\hat{d}_k \\ \hat{d}_{k+1} = \hat{d}_{k+1}^- + K_{k+1} [z_{k+1} - z(k, \hat{d}_{k+1}^-)] \end{cases} \quad (3.3)$$

在此，我們假設 B 爲一單位矩陣，原因是原本系統中並無控制命令輸入，而我們所加入的控制輸入是可完全由 α 作控制，故 B 假設成不影響控制變因爲原則。而系統是一靜態系統，所以爲狀態可控制。又 2.2.3 節中我們有證明出這個估測系統是狀態可觀察的。所以當我們引用狀態觀察器(估測器)來達成狀態回授之閉迴路設計時，加上系統參數矩陣又都已知的狀況下，依照分離原理(Separation principle)，狀態觀察器與狀態回授可以分離設計。而實際上錯誤值的動態方程式被我們描述爲 $d_{k+1} = Ad_k + Bu$ (3.4)

則 Eq.(3.3)可以誤差狀態方程式表示：

$$\begin{aligned} \Delta d_{k+1} &= d_{k+1} - \hat{d}_{k+1} = A(d_k - \hat{d}_k) - K_{k+1}(z_{k+1} - z(k, \hat{d}_{k+1}^-)) \\ &= A(d_k - \hat{d}_k) - K_{k+1}(z_{k+1} - \hat{z}_{k+1}) = A\Delta d_k - K_{k+1}(z_{k+1} - \hat{z}_{k+1}) \\ d_{k+1} &= Ad_k - B\alpha\hat{d}_k = Ad_k - B\alpha d_k + B\alpha d_k - B\alpha\hat{d}_k = (A - B\alpha)d_k + B\alpha\Delta d_k \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} d_{k+1} \\ \Delta d_{k+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (A - B\alpha) & B\alpha \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_k \\ \Delta d_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_{k+1}(z_{k+1} - \hat{z}_{k+1}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.5)$$

由於在這系統中所採用的觀察器爲卡曼濾波器，它的特性是可以藉由狀態實際與估測的差值自行調整增益以收斂誤差，所以 Eq.(3.4)裡我們僅決定回授增益 α 即可。Eq.(3.4)我

們可藉由 Z 轉換(Z-transform)的關係得到特徵方程式 $\det(ZI - A + B\alpha) = 0$ (3.6)

來決定閉迴路極點。

3.3 系統穩定性(stability)

以離散時間系統來說，若是要求其狀態回授後的系統穩定，則此系統的特徵方程式(characteristic equation)的特徵值(eigenvalues)(極點)需位於單位圓(unit circle)內。以 Eq.(3.5) 為例，方陣 $(A - B\alpha)$ 的特徵值假設為 μ_i ，則對於所有的 μ_i 來說均需小於 1。在這個拘束關係下，我們可以找到一組符合此拘束關係的回授增益值 α ，使系統在錯誤更正後可保持穩定度。

3.4 鑑別系統的狀態回授法設計



在 3.2 節中我們知加入狀態回授後的描述方程式為 $d_{k+1} = Ad_k + Bu$ ，事實上，我們不可能直接量測到錯誤訊號值，所以無法得知真實錯誤值情形，都是藉由估測器所估測出來的。控制命令輸入 u 為一狀態回授命令，改寫整個回授系統形式讓量測輸出項與回授控制器有關聯：

A 、 B 均為單位矩陣，Eq.(3.3)及 Eq.(3.4)可改寫成：

$$\hat{d}_{k+1} = A\hat{d}_k - B\alpha\hat{d}_k = \hat{d}_k - \alpha\hat{d}_k \text{ (收斂時 } K_{k+1}(z_{k+1} - \hat{z}_{k+1}) \text{ 會趨近於 } 0) \quad (3.7)$$

$$d_{k+1} = Ad_k - B\alpha\hat{d}_k = d_k - \alpha\hat{d}_k \quad (3.8)$$

由上二式我們可由疊代關係知

$$\begin{aligned} d_1 &= d_0 - \alpha\hat{d}_0 \\ d_2 &= d_1 - \alpha\hat{d}_1 = d_0 - \alpha\hat{d}_0 - \alpha\hat{d}_1 \\ &\vdots \\ d_{k+1} &= d_0 - \alpha \sum_{j=0}^k \hat{d}_j \end{aligned} \quad (3.9)$$

而由 Eq.(2.7)我們知 $m = m_{real} + d_{k+1} + e$ ，則將 Eq.(3.9)代入得

$$m = m_{real} + d_0 + e - \alpha \sum_{j=0}^k \hat{d}_j \quad (3.10)$$

此時，經由回授過後的量測訊號向量就不再是 m 了，而以 m_{com} 表示。

$$m_{com} = m - \alpha \sum_{j=0}^k \hat{d}_j \quad (3.11)$$

m_{com} 為經控制器回授後的更正訊號，以 Eq.(3.11)來看，量測到的訊號值是減去回授增益乘上估測到的狀態累加值，意思是說當 $\alpha \sum_{j=0}^k \hat{d}_j$ 這一項累積到與實際錯誤值一樣時，所帶有錯誤訊號的 m 減去後即會更正至 m_{real} ，則 $m_{com} = m_{real}$ 。爾後，利用更正後的量測值代入輸出方程式 z 中，在經由估測器估到的 \hat{d} 就會趨近 0，而 $\sum_{j=0}^k \hat{d}_j$ 便開始固定不再變化使得每次量測到的 m 均可順利更正。

然而若是 d 會隨時間變化時，只要其變化率不快，我們還是可以利用 Eq.(3.11)將變化時每一個單位時間的差量累加至 $\alpha \sum_{j=0}^k \hat{d}_j$ 中給予 m 的更正。但是在此我們是強調這錯誤訊號是“變化速度在一定的範圍之下”，若是變化率太快，這時更正收斂不及變化速度，如此 m 便無法順利更正至 m_{real} ，這時如果有兩個以上元件出錯，則我們所設計的即時錯誤鑑別法將無法正確估測出錯誤值。

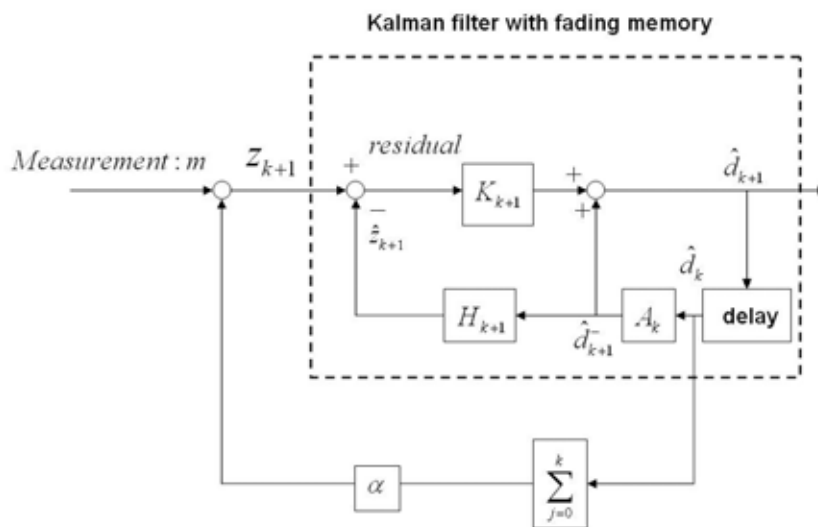


圖 3.1 卡曼濾波器加上狀態回授方塊圖

加入了狀態回授的方法後，這個系統即可形成一個感測容錯系統，可以一個完整的架構流程圖表示：

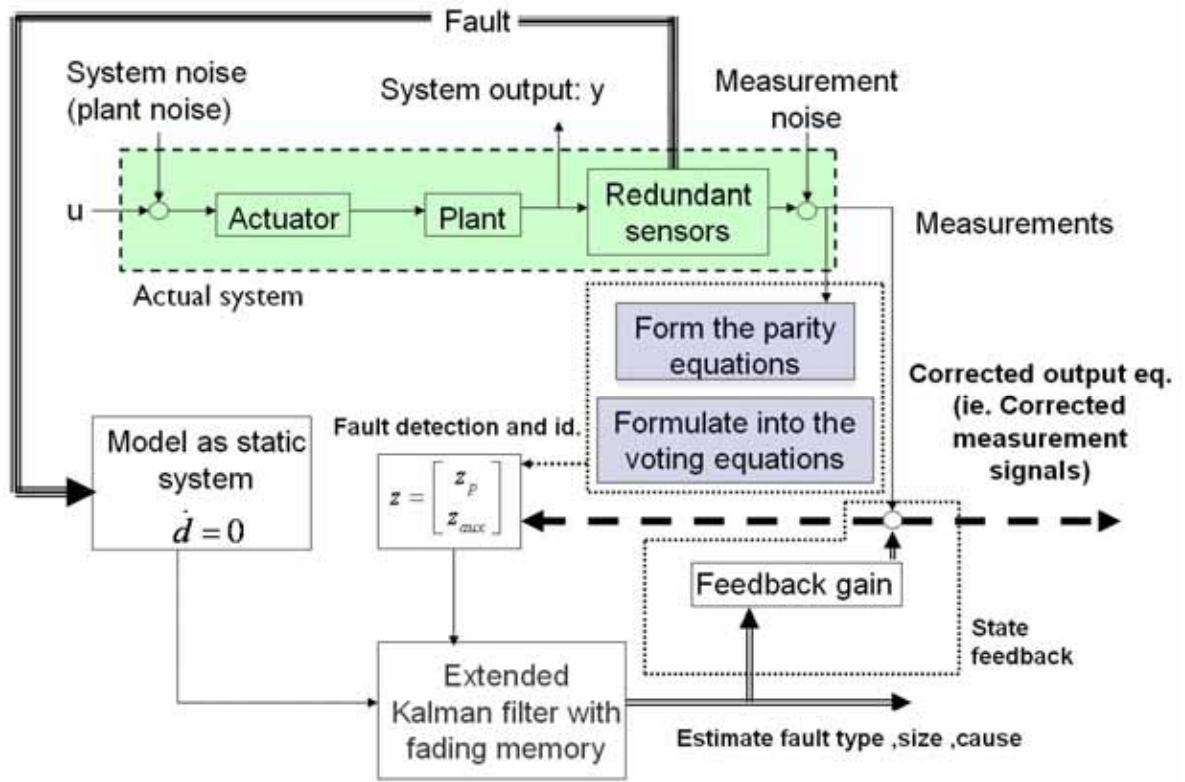


圖 3.2 感測器容錯系統的架構流程圖

3.5 使用狀態回授法更正錯誤所存在更正不足的現象

使用狀態回授法有機會把錯誤完全更正至 0，但卻也會有無法更正至 0 的時候。我們藉由下列的說明來闡述當系統穩定時狀態值收斂到 0 的情形：

我們令 Eq.(2.9)中 $\begin{bmatrix} C_{\text{vor } 1} \\ C_{\text{vor } 2} \end{bmatrix} = C$ 以及將卡曼增益 K 分為 $[K_1 \quad K_2]$ ，以連續時間觀點來看本

系統可以下式表示：

$$\begin{aligned} \dot{d} &= -\alpha \hat{d} \\ \dot{\hat{d}} &= -\alpha \hat{d} + K(z - \hat{z}) \end{aligned} \tag{3.12}$$

在此假設輸出方程式的虛設雜訊為 0，而輸出方程式 $z = \begin{bmatrix} Cd \\ 0 \end{bmatrix}$ ， $\hat{z} = \begin{bmatrix} C\hat{d} \\ f(\hat{d}) \end{bmatrix}$ 。

Eq.(3.12)可改寫為

$$\begin{aligned} \dot{d} &= -\alpha\hat{d} \\ \dot{\hat{d}} &= -\alpha\hat{d} + [K_1 \quad K_2] \begin{bmatrix} Cd - C\hat{d} \\ 0 - f(\hat{d}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.13)$$

最後可得出

$$\begin{bmatrix} \dot{d} \\ \dot{\hat{d}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha I \\ K_1 C & -\alpha I - K_1 C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ \hat{d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -K_2 f(\hat{d}) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

假設系統穩定，則 $\dot{d} \rightarrow 0$ ， $\dot{\hat{d}} \rightarrow 0$ 。此時，可由 $\dot{d} = -\alpha I \hat{d} \rightarrow 0$ 得出 $\hat{d} \rightarrow 0$ (α 為固定值不會改變)。而將 $\dot{\hat{d}} \rightarrow 0$ 和 $\hat{d} \rightarrow 0$ 的關係結合，可得出

$$\dot{\hat{d}} = K_1 C d \rightarrow 0 \quad (3.15)$$

($f(\hat{d})$ 為非線性項，其 \hat{d} 互相相乘，所以 $\hat{d} \rightarrow 0$ 則 $f(\hat{d}) \rightarrow 0$)。

由 Eq.(3.15)來看， C 矩陣為固定值，若向量 d 的改變恰好成為 C 的零空間(null space)，則 $Cd = 0$ ，此時系統達成 $\dot{\hat{d}} = 0$ ， d 不再變動。

理論上來說，我們可以找到一個向量 n_c 讓 Cn_c 滿足正交關係 $Cn_c = 0$ ，而 n_c 若為 d 的基底方向，則 $d = rn_c$ (r 為純量) 就會使 $Crn_c = 0$ 。所以當 C 成為 d 的一個零核方向時，則 $\dot{\hat{d}} = 0$ ，無法再透過卡曼增益 K_1 讓 $d \rightarrow 0$ 。不過， r 並非我們可決定的值，它是 d 與 n_c 的比率關係，也就是說， r 是在系統穩定過程中 d 成為 C 的零空間的大小量值。這個結果顯示出利用狀態回授更正錯誤時不見得會將錯誤值完全更正至 0，但若是在更正過程中恰好避開了會使 $Cd = 0$ 的特定正交方向，那狀態回授法即能完全將狀態值更正至 0。

第四章

模擬結果與討論(Simulation result and discussion)

爲了驗證我們提出即時錯誤鑑別法及狀態回授更正法，利用電腦軟體 Matlab 作演算而繪出相關的模擬圖。我們假定一個簡單的運動量測系統，它運用一個感測器(sensor)來量測系統的狀態，而再外加兩個感測器形成一個錯誤訊號鑑別的系统。令系統取樣頻率爲 100Hz，此外給定感測器一高斯分佈的隨機雜訊，其標準差爲 0.1 量測單位。

4.1 即時錯誤鑑別系統架構

假定這三個感測器所形成的感測系統具有以下的配置關係：

$$\begin{cases} m_1 = 0.5m_2 \\ m_1 = 0.2m_3 \end{cases} \quad (\text{其中 } m_1、m_2、m_3 \text{ 分別爲感測器 } M_1、M_2、M_3 \text{ 之輸出訊號}) \quad (4.1)$$

由(4.1)的等值關係可得出：

$$\begin{cases} d_1 - 0.5d_2 = 0 \\ d_1 - 0.2d_3 = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

可得出 parity equations 及 voting equations：

$$\begin{aligned} \text{parity equations : } & \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.5 \\ 1 & -0.2 & 0 \end{bmatrix} m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \text{voting equations : } & \begin{bmatrix} 0 & 1 & -0.4 \\ 1 & 0 & -0.5 \\ 1 & -0.2 & 0 \end{bmatrix} m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.3)$$

我們所提出的輸出方程式在於可即時鑑別出錯誤值，其方程式如下所示：

$$z_p = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & 0 \\ 1 & 0 & -0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$z_{aux} = \begin{bmatrix} (d_1 - 0.5d_2)d_3 \\ (d_1 - 0.2d_3)d_2 \\ (d_2 - 0.4d_3)d_1 \end{bmatrix}$$

其感測器 M_1 輸出的訊號形式為： $1 \cdot \cos(wf \cdot t)$ ， $wf = 0.75 \text{ rad/sec}$ (4.5)

4.2 即時錯誤鑑別的模擬

4.2.1 由奇異值判定系統觀察性

在 2.2.2 我們利用觀察性矩陣來判定系統的觀察性。另外，也可用奇異值(singular value)來看觀察性。假設系統有 $n + 2$ 個狀態值，要使系統可估測就必須有 $n + 2$ 不為 0 的奇異值。因此在本模擬中，此系統具有 3 個狀態值，利用電腦計算本鑑別法奇異值隨著時間的變化，圖 4.1 所得出有 3 個不為 0 的奇異值，故可成功估測出 3 個狀態值。

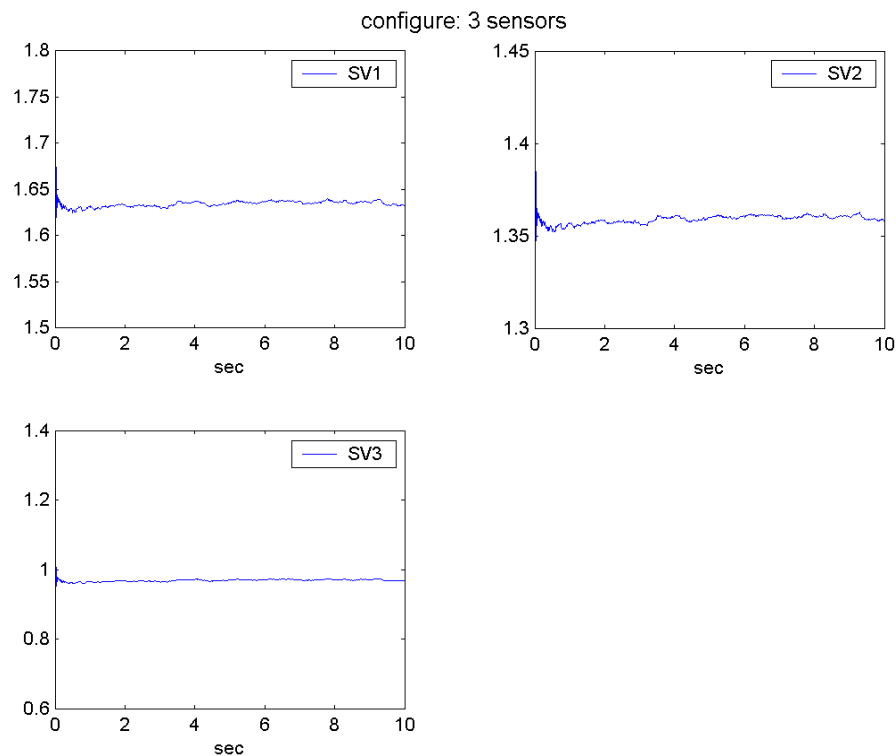


圖 4.1 3 個感測元件奇異值

4.2.2 錯誤訊號為定值(dc-offset)時鑑別情形

我們先假設感測器此時發生的錯誤訊號為一定值錯誤訊號(dc-offset)，而設定出錯的對象為第一個感測器(Sensor M_1)。經由 Matlab 輔助我們所設計的演算法得出模擬顯示，圖 4.1 中為各感測器的輸出訊號圖，而其理想訊號輸出以虛線表示，實際輸出訊號以實線表示。可以發現感測器 M_1 因為受到一個錯誤訊號影響，整體的輸出訊號與理想輸出產生一個差量。而在圖 4.2 中，利用我們提出的即時鑑別的方法，可以成功估測到這個錯誤訊號是一個輸出訊號單位為 1 的偏差值，其他兩個感測器因為沒有受到錯誤訊號影響，故其所估測到的錯誤值均為 0。而圖 4.3 中顯示即時鑑別法如何去鑑別出錯誤的元件，在 2.2.2 節裡有提到，當有某個元件出錯時，所對應的 voting equation 會是 0。所以缺少感測器 M_1 的 voting equation 為 0，此時由此判別出感測器 M_1 是出錯的。

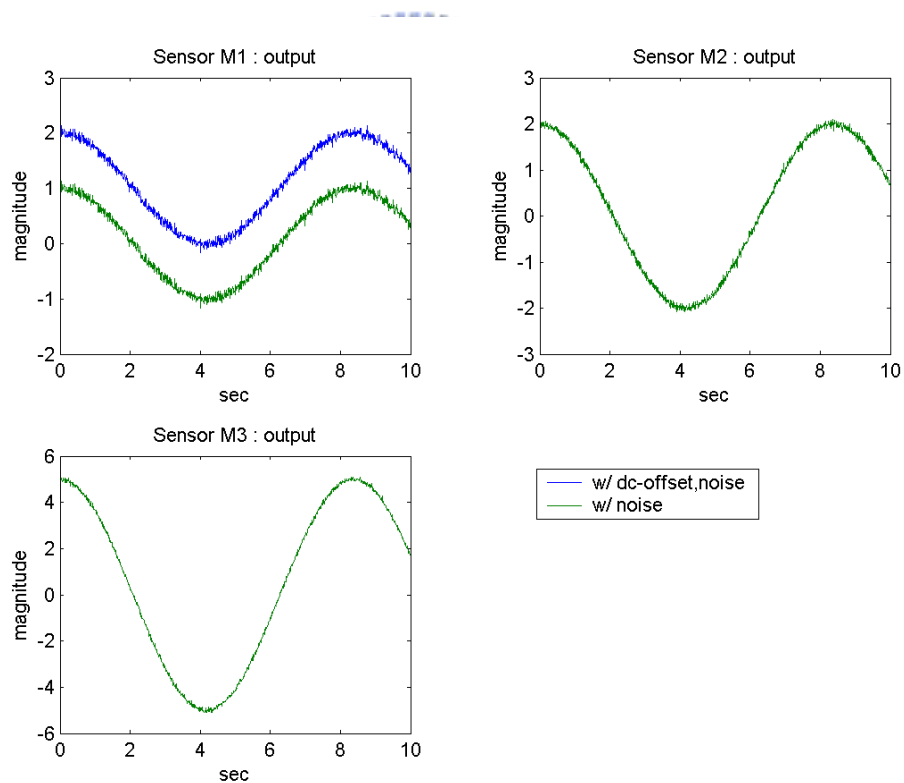


圖 4.2 各感測器輸出訊號圖(錯誤訊號：dc-offset)

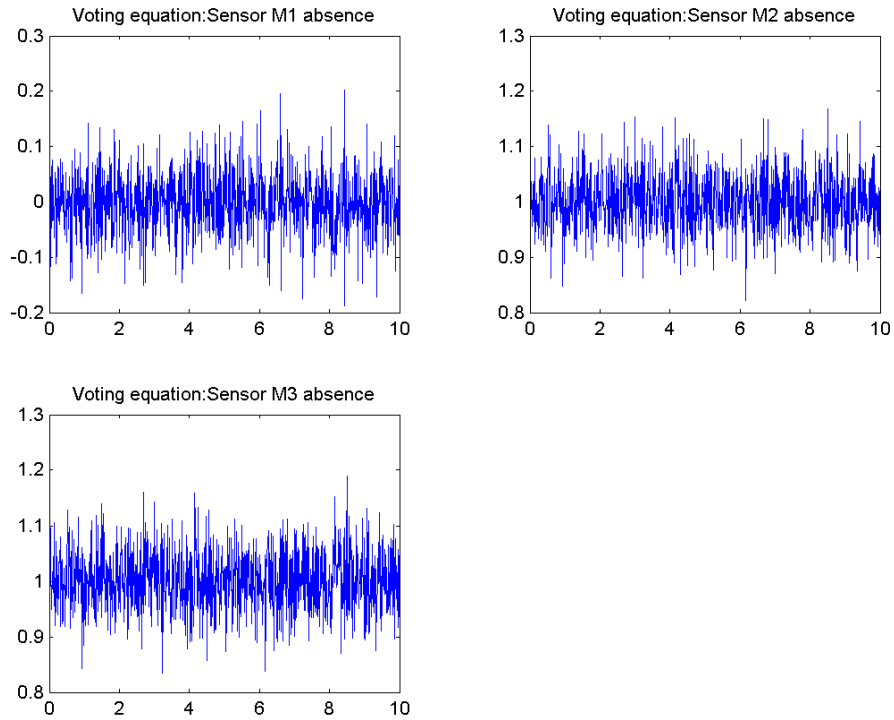


圖 4.3 voting equation 輸出圖(錯誤訊號：dc-offset)

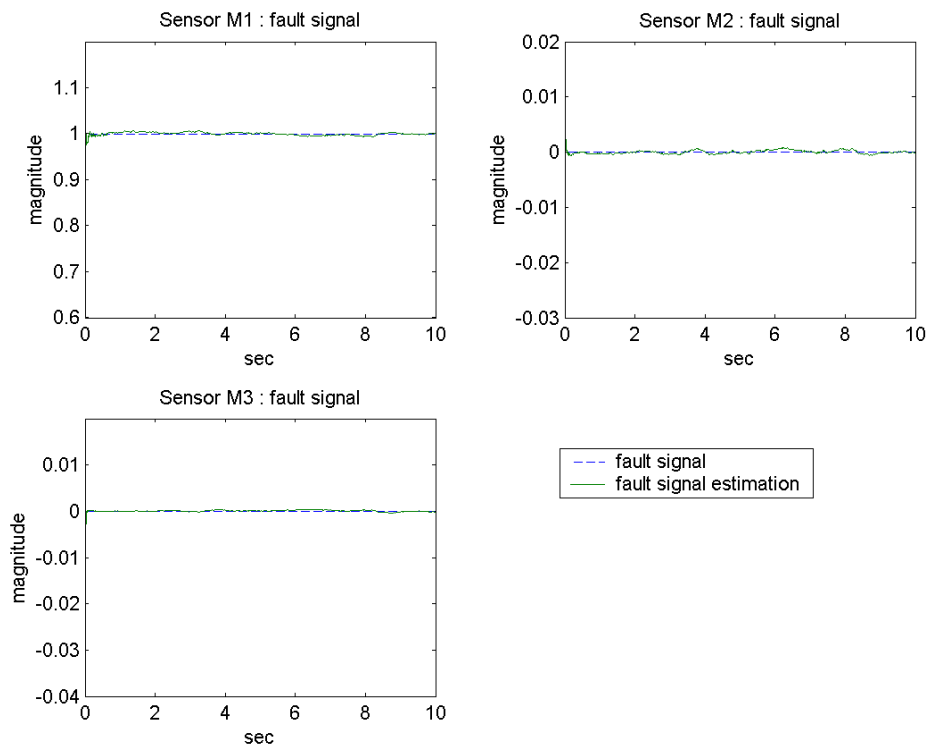


圖 4.4 各感測器錯誤訊號估測圖(錯誤訊號：dc-offset)

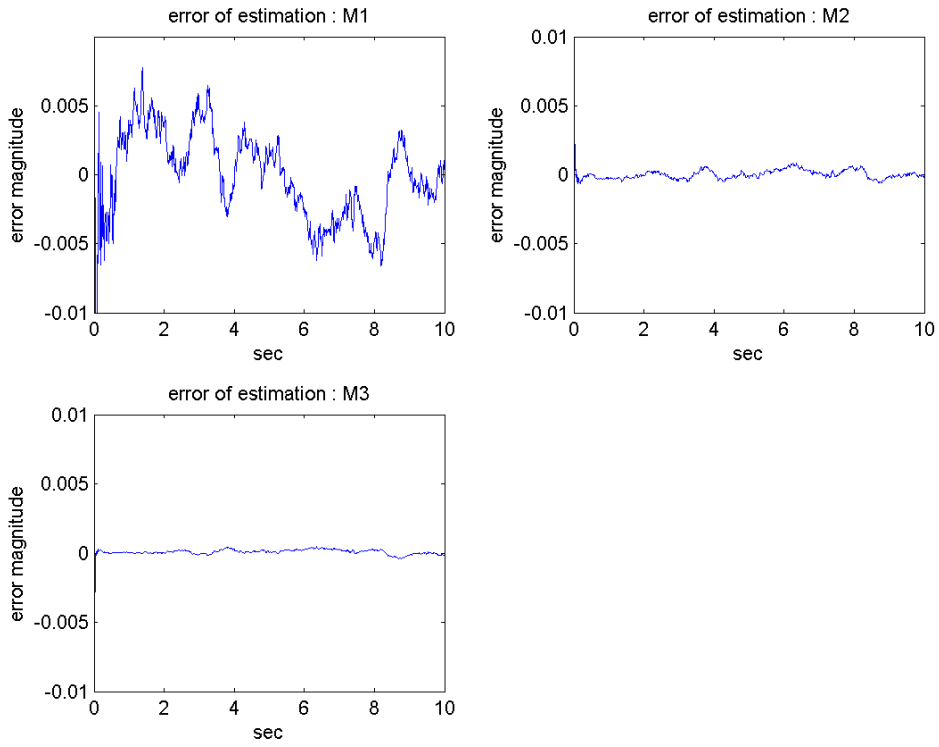


圖 4.5 各感測器估測誤差圖(錯誤訊號：dc-offset)

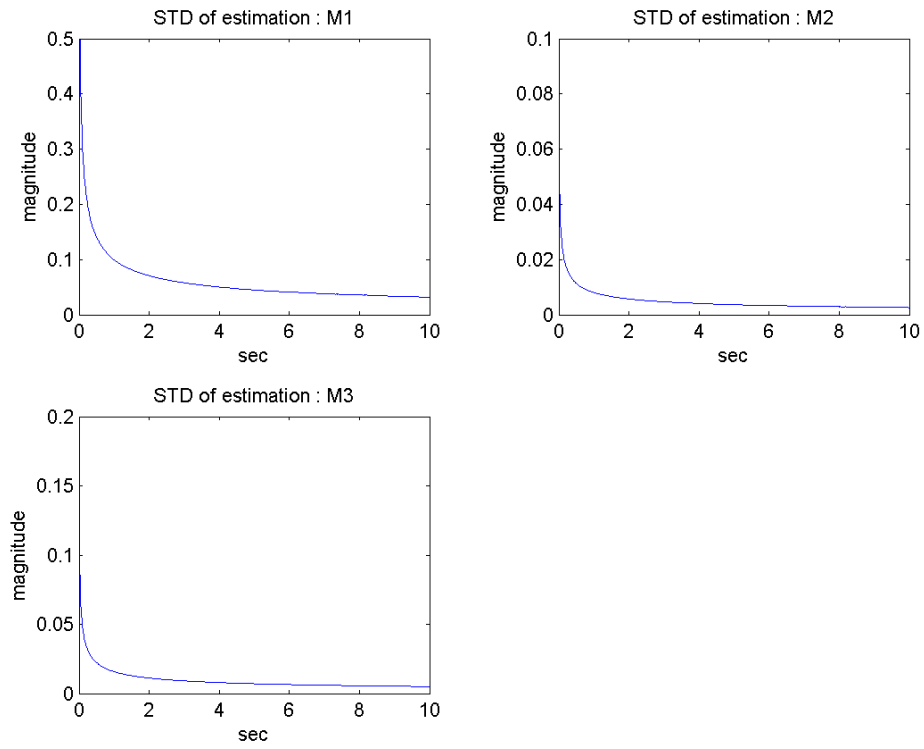


圖 4.6 各感測器估測誤差標準差圖(錯誤訊號：dc-offset)

感測器編號	M_1	M_2	M_3
標準差	0.031825	0.0025865	0.0050269

表 4.1 各感測器經過 10 秒後估測錯誤值誤差標準差

感測器編號	M_1	M_2	M_3
標準差	0.0019061	0.00026667	0.00012381

表 4.2 各感測器計算 8~10 秒後估測錯誤值誤差標準差

4.2.3 錯誤訊號為隨時間變化(time-varying)時鑑別情形

現在，我們藉由即時鑑別法在去鑑別估測當錯誤值會變動的情形。這時我們將出錯元件設定為第 2 個感測器(Sensor M_2)，與 4.2.1 所描述的情形一樣，圖 4.6 亦為各元件輸出訊號圖，圖 4.8 顯示本法確實可以估測到偏壓緩慢變動情形。而圖 4.7 產生現象解釋與圖 4.2 說法一致。此錯誤訊號隨時間變動的函數：

$$d_2(t) = 2 + 0.4 \cdot \sin(1 \cdot wf \cdot t) + 0.4 \cdot \cos(1.75 \cdot wf \cdot t) + 0.2 \cdot \cos(1.6 \cdot wf \cdot t) \quad (4.6)$$

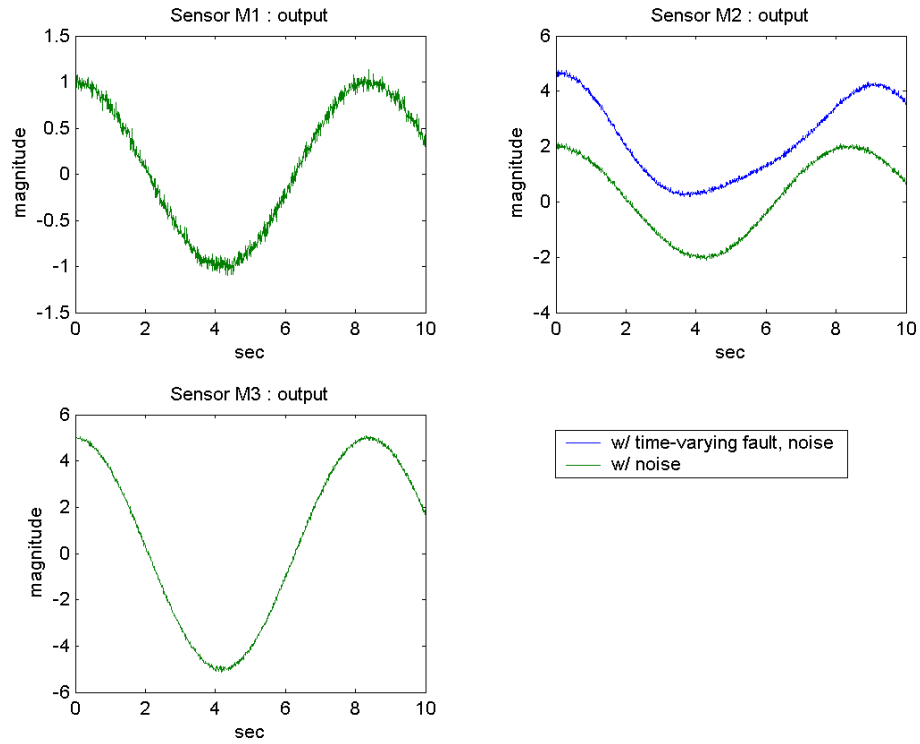


圖 4.7 各感測器輸出訊號圖(錯誤訊號: time-varying fault)

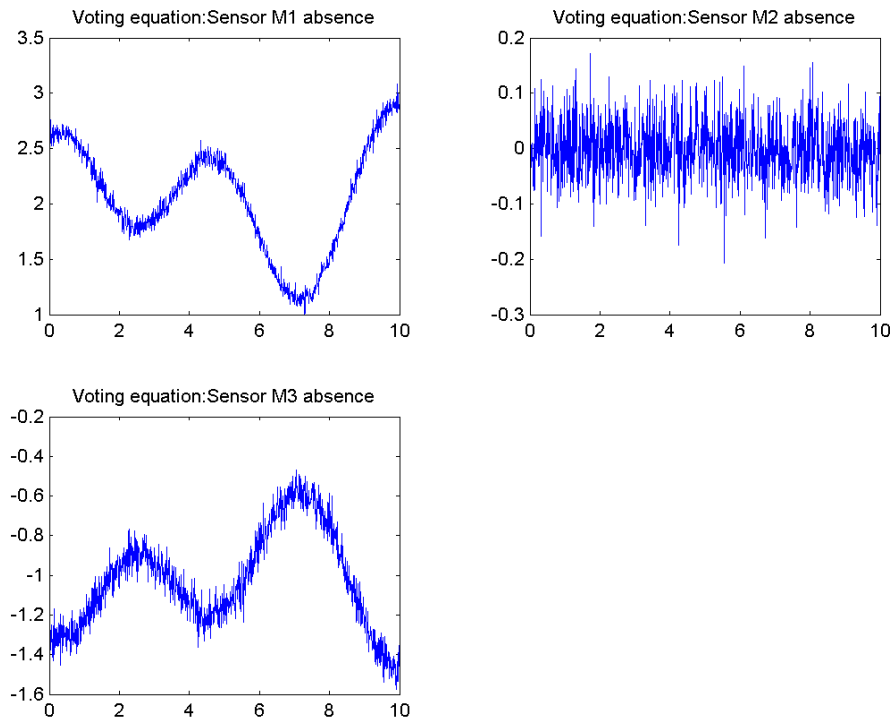


圖 4.8 voting equation 輸出圖(錯誤: time-varying fault)

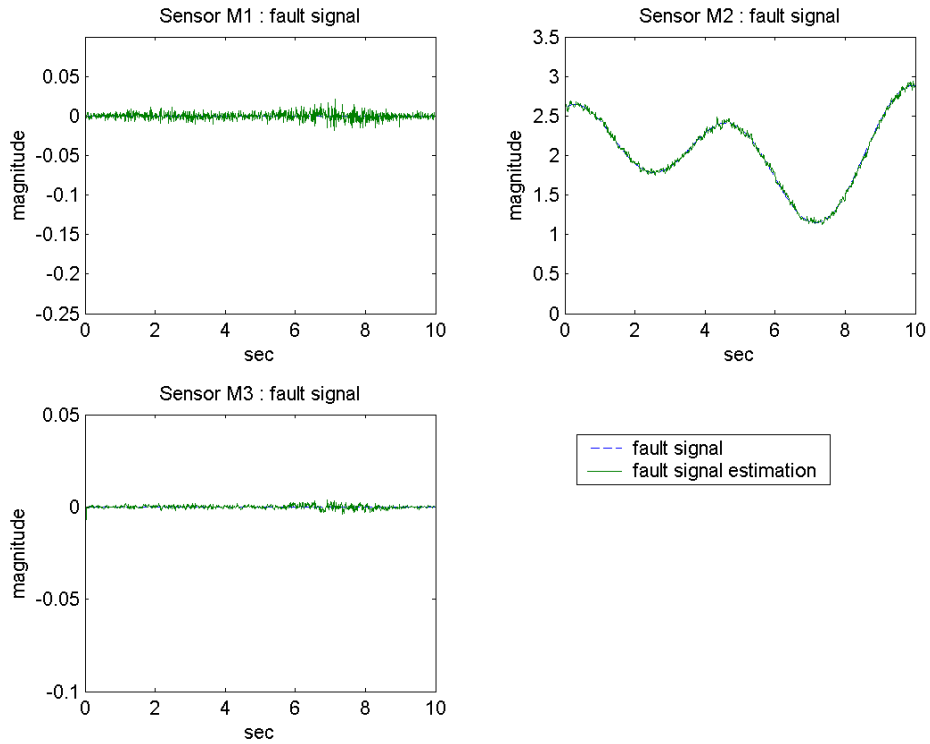


圖 4.9 各感測器錯誤估測圖(錯誤訊號：time-varying fault)

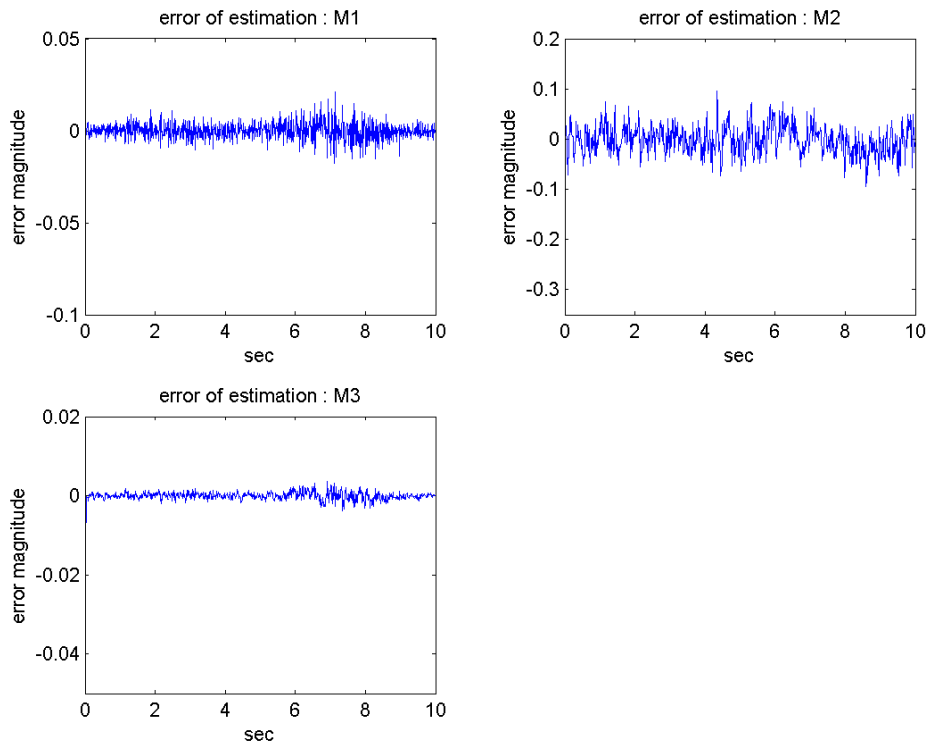


圖 4.10 各感測器估測誤差圖(錯誤訊號：time-varying fault)

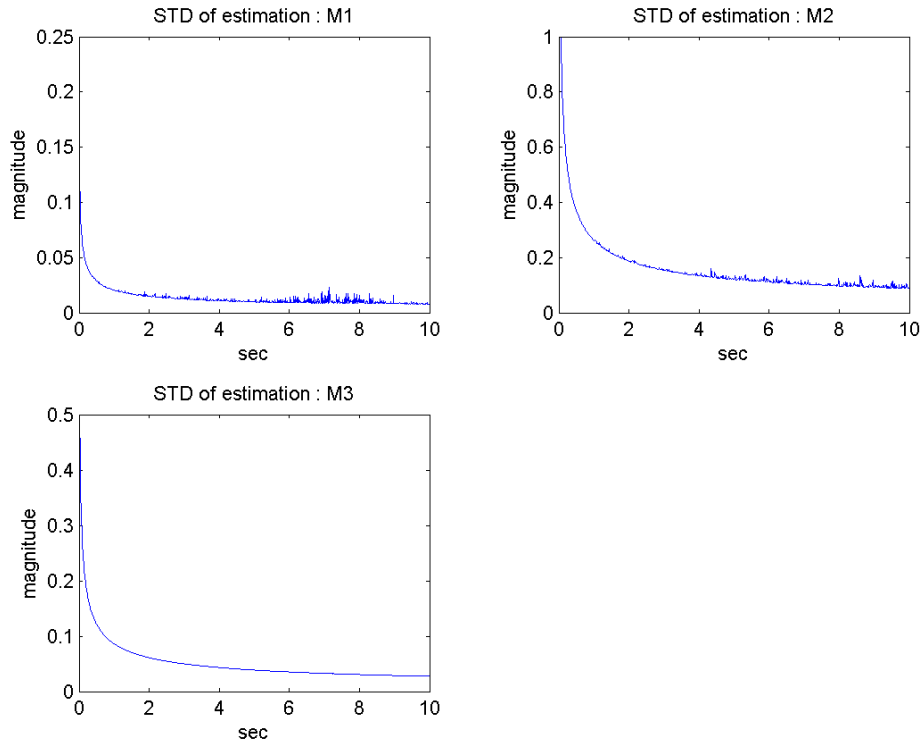


圖 4.11 各感測器估測誤差標準差圖(錯誤訊號：time-varying fault)

感測器編號	M_1	M_2	M_3
標準差	0.0079095	0.088713	0.027306

表 4.3 各感測器經過 10 秒後估測錯誤值誤差標準差

感測器編號	M_1	M_2	M_3
標準差	0.0047875	0.032821	0.00071747

表 4.4 各感測器計算 8~10 秒後估測錯誤值誤差標準差

4.2.4 使用儲存記憶褪去法的差別

前面我們有提到，使用一般擴增型卡曼濾波器只能估測系統動態不變化時或是狀態值為靜態的情況。但是針對錯誤訊號為隨時間變化時，上述所便會發生估測延遲或是估測不準確的情形，所以在本論文才會使用儲存記憶褪去法來改善這項缺失，而我們以

4.2.2 中第二個感測器出錯的例子來比較，在圖 4.11，左圖模擬時是加入了儲存記憶褪去法的估測情況，而右圖則是沒有儲存記憶褪去的一般擴增卡曼濾波器。

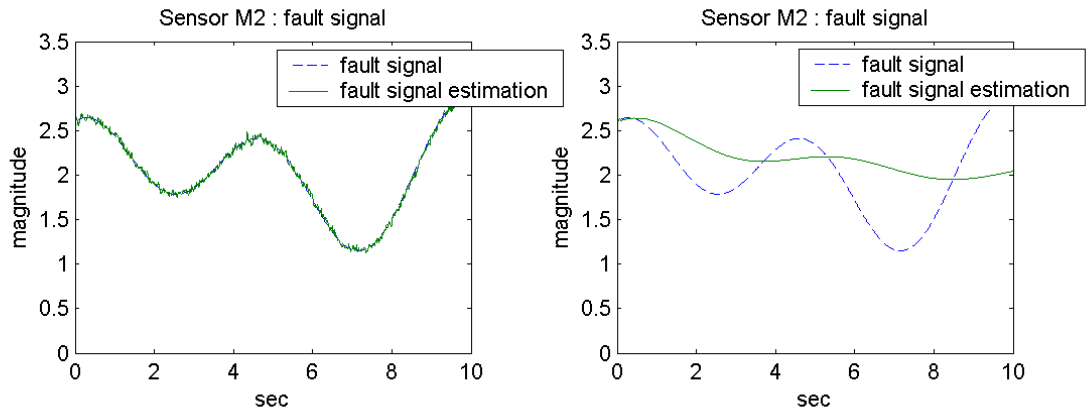


圖 4.12 比較有無採用儲存記憶褪去法時估測



4.2.4 本即時錯誤鑑別法所能估測到最小錯誤量

本模擬給予感測器雜訊的標準差為 0.1 量測單位，而其最小可以估測到的錯誤訊號大約為雜訊的 1/10 大小，可以說錯誤訊號若是與雜訊同樣大小時，利用本即時鑑別法也可以成功的鑑別出。

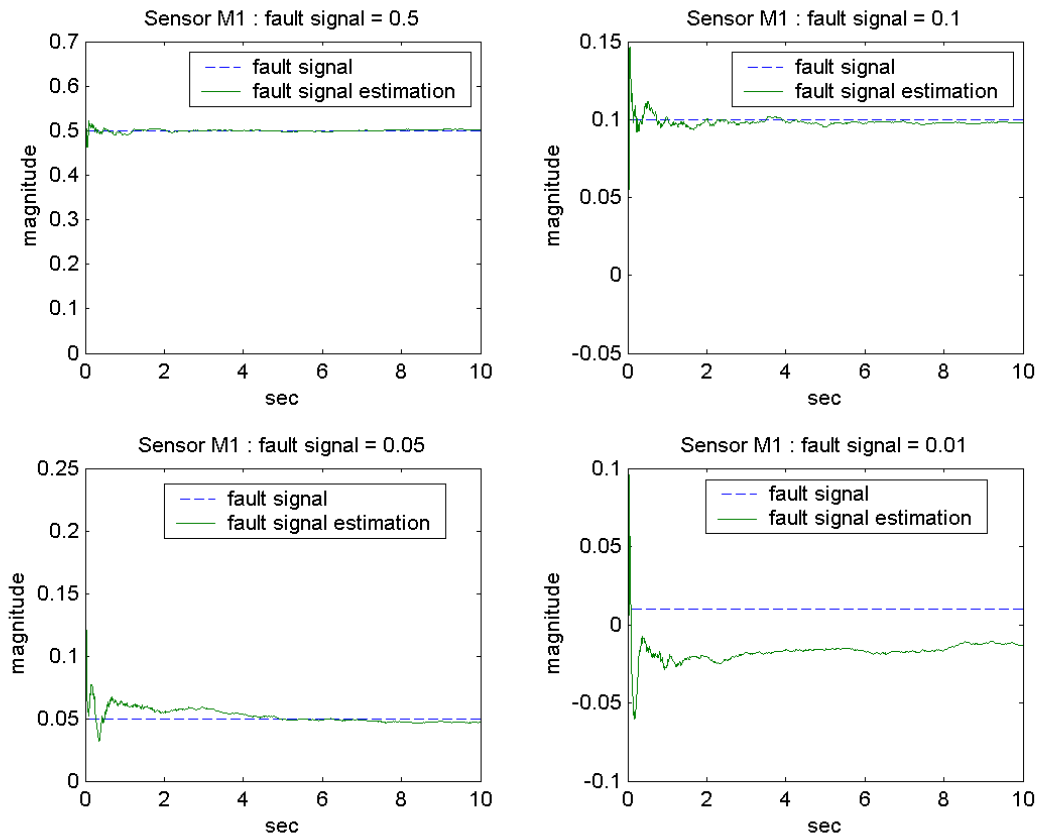


圖 4.13 感測器 M_1 於各種不同錯誤值時估測情形

4.3 即時錯誤更正模擬

4.3.1 單一感測器錯誤補償更正

令感測器 M_1 發生錯誤，而其錯誤訊號為定值錯誤訊號。而回授增益值 λ 設為 0.02，圖 4.13 可以看出加入狀態回授後可將帶有錯誤值的量測訊號更正為理想時的正確訊號，圖 4.14 為即時估測出錯誤值經狀態回授後將其更正至 0。在 3.4 節中所提到更正不

足現象由圖 4.15 說明，將三個感測器更正後的值與理想輸出訊號作一誤差比較，由平均值看出 (表 4.6)，更正後狀態值的方向會停在 C 的零空間方向上 ($null(C) = [0.9129 \ 0.3651 \ 0.1826]$)，其大小約為 $r \approx 0.05$ 。但 r 並不會每次固定，它會隨著數值解的不同而有所改變。

爲了實際印證出系統穩定時 $\hat{d} \rightarrow 0$ ，但不一定 $d \rightarrow 0$ ，藉由本節的例子模擬 Eq.(3.14) 的系統，圖 4.16 可以看出 $\hat{d}_1, \hat{d}_2, \hat{d}_3 \rightarrow 0$ ，但 $d_1, d_2, d_3 \not\rightarrow 0$ 。

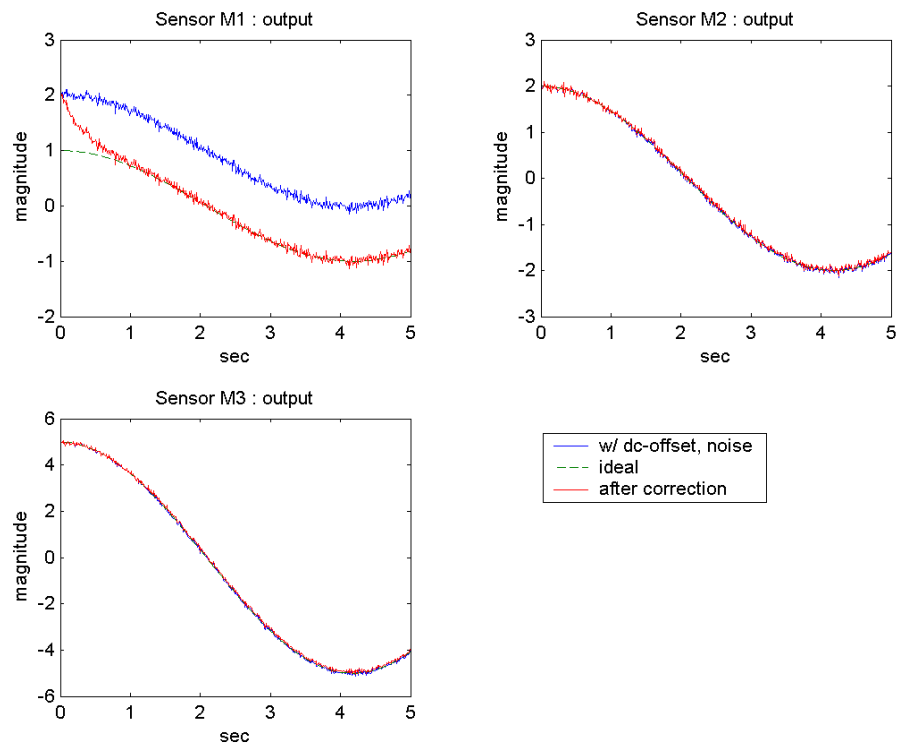


圖 4.14 各感測器輸出訊號更正補償圖(錯誤訊號：dc-offset)

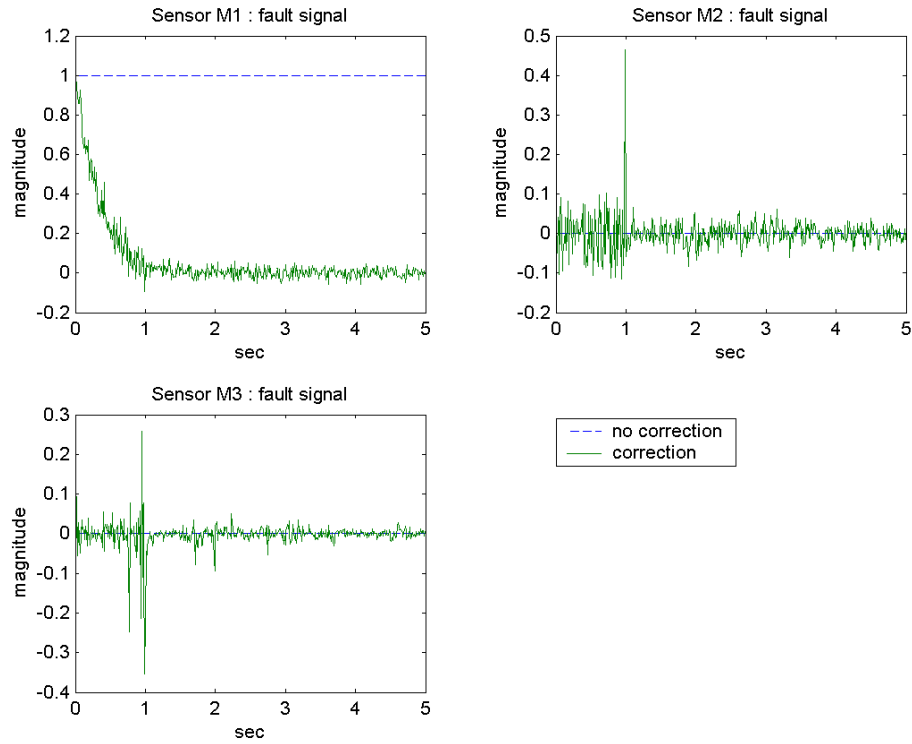


圖 4.15 各感測器錯誤訊號更正(錯誤訊號：dc-offset)

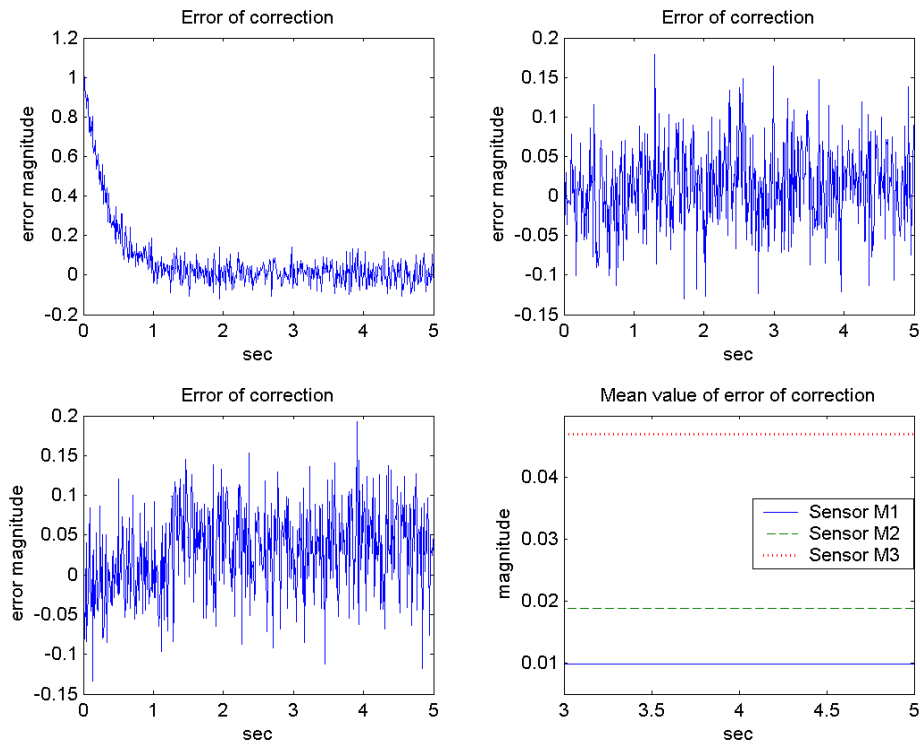


圖 4.16 錯誤更正誤差圖(錯誤訊號：dc-offset)

感測器編號	M_1	M_2	M_3
標準差	0.099096	0.10279	0.10479

表 4.5 各感測器經錯誤修正後計算 3~5 秒誤差標準差

感測器編號	M_1	M_2	M_3
誤差平均值	0.009872	0.018865	0.047012

表 4.6 錯誤訊號修正後平均值(3~5 秒)

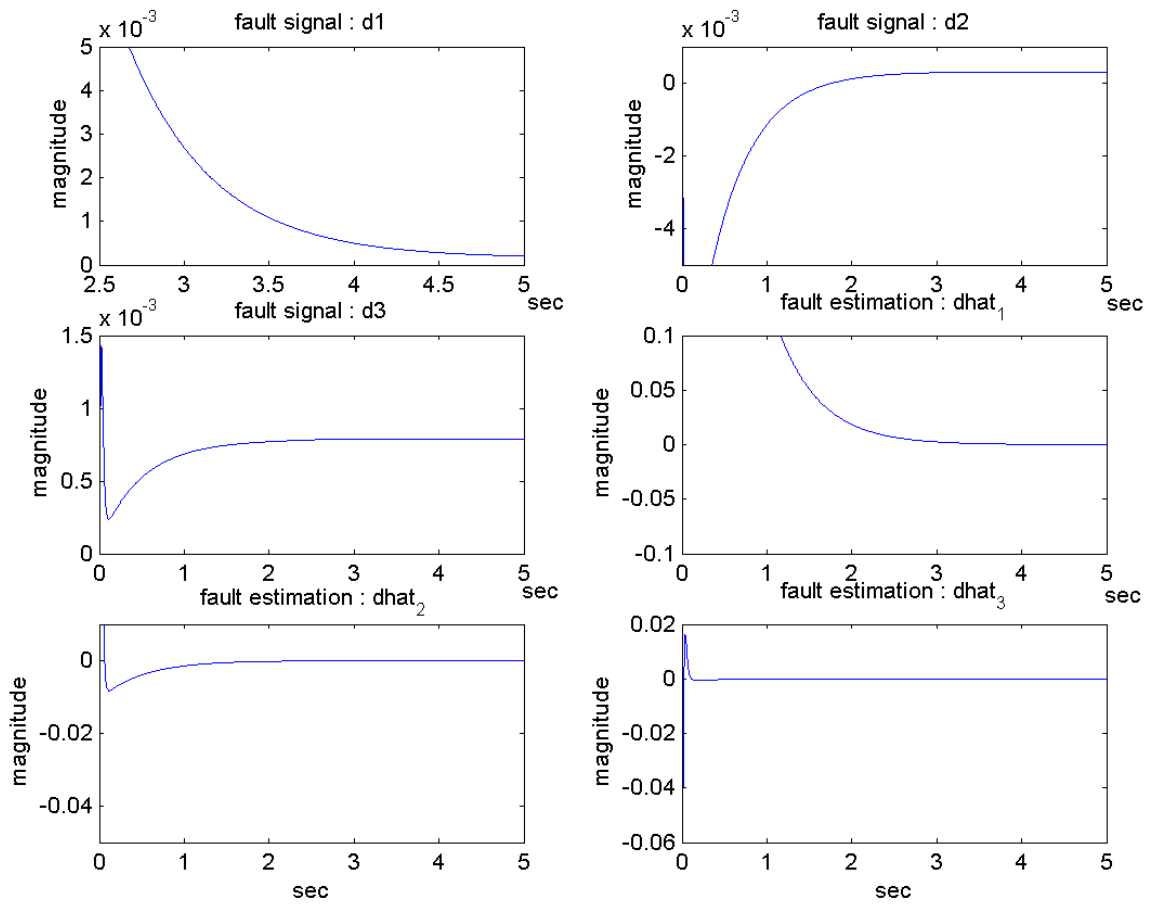


圖 4.17 連續時間時解出錯誤值及估測錯誤值

讓出錯的情形變成隨時間變化的錯誤訊號，其回授增益為 0.05。在圖 4.13 中可以見到受時變訊號影響輸出的情形，可藉由即時錯誤鑑別法估測出後將其更正至理想訊號。本方法還有一項優點，當錯誤訊號變化率大於理想訊號的頻率時，亦可更正回理想訊號(4.3 節所提及現象還是存在，但整體上的可更正在誤差為 0 附近)。在這個例子裡，設定時變的錯誤訊號函數為：

$$d_2(t) = 2 + 0.4 \cdot \sin(1 \cdot wf \cdot t) + 0.4 \cdot \cos(1.75 \cdot wf \cdot t) + 0.2 \cdot \cos(1.6 \cdot wf \cdot t) \quad (4.7)$$

必須注意的是，若變化率過大，在某些有大變化率的時間上就會發生更正不足的情形，此時就必須調整回授增益值 α 來改善更正補償速率以追上錯誤訊號變化的速率。

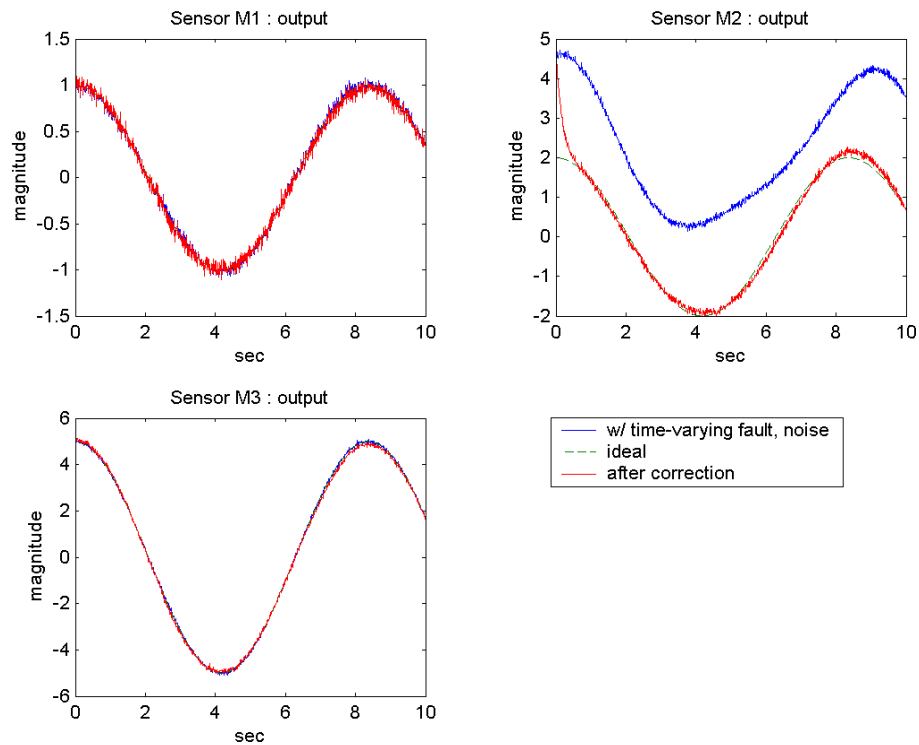


圖 4.18 各感測器輸出訊號更正補償圖(錯誤訊號：time-varying)

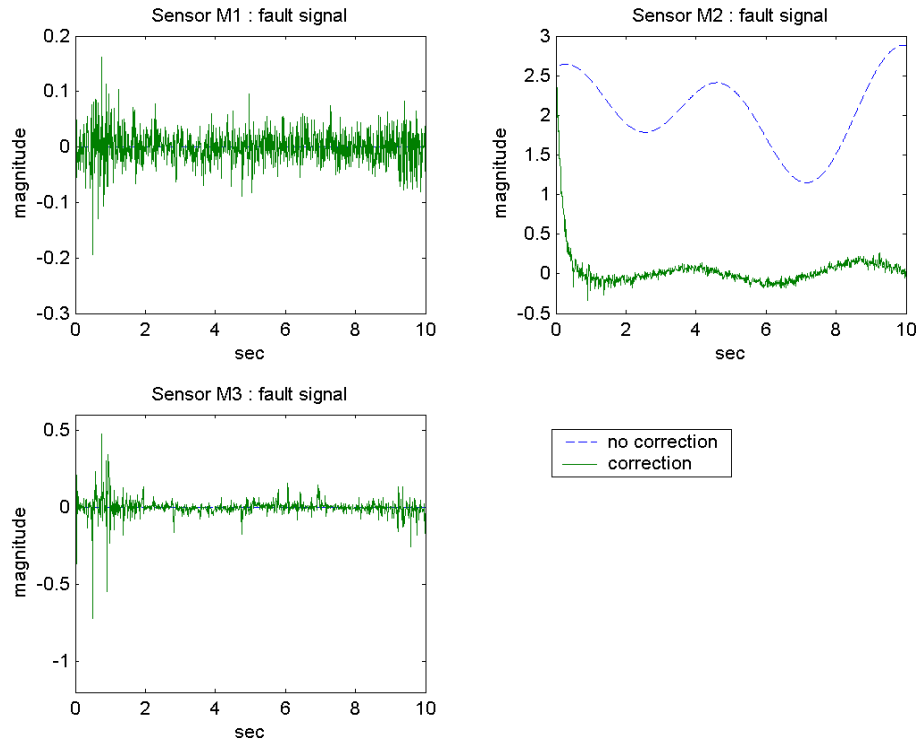


圖 4.19 各感測器錯誤估測圖(錯誤訊號：time-varying)

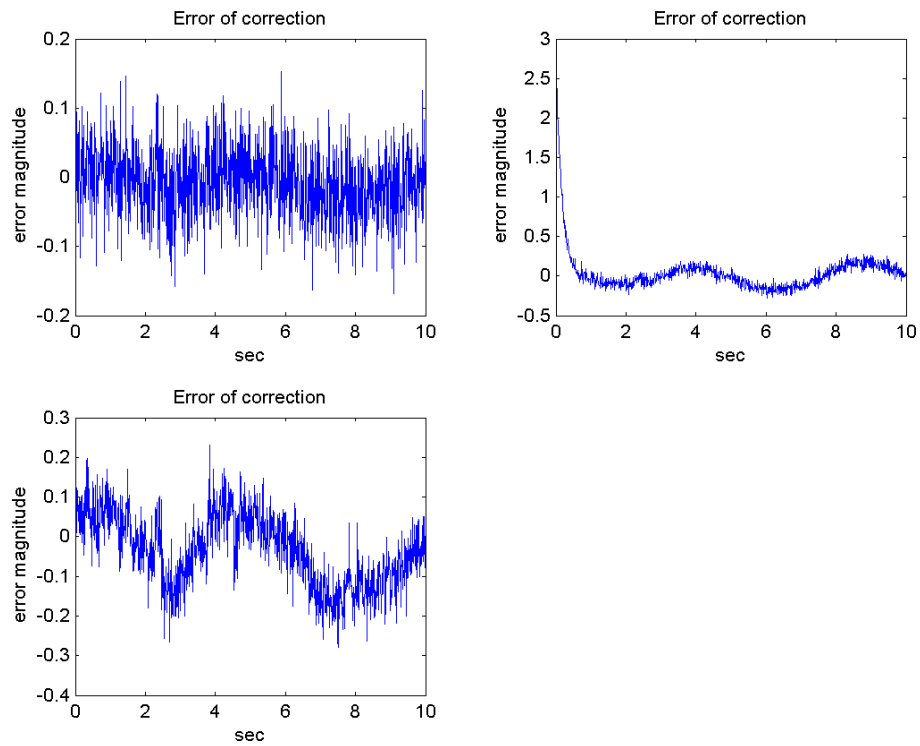


圖 4.20 錯誤更正誤差圖(錯誤訊號：time-varying)

感測器編號	M_1	M_2	M_3
標準差	0.10557	0.19981	0.17555

表 4.7 各感測器經錯誤更正後計算 5~10 秒誤差標準差

若是我們加大回授增益值確實可以改善更正補償的準確性，但是回授增益值無法無限制增大，第一它必須滿足系統穩定度的條件，其選擇的 α 要讓系統特徵方程式的極點位於單位圓內， $0 < \alpha < 2$ 。第二是有關於增益值會將估測誤差及雜訊放大的問題。由 Eq.(3.11) 中知道帶有錯誤訊號的量測值是藉由減去估測值的累加項在乘上增益值 α ，假設估測值收斂時可以正確估測出實際錯誤值，在初始時估測值並不是完全“等於”正確值，我們把這稱作估測誤差值。另一方面由於雜訊的影響，卡曼濾波器在系統未收斂時並不能完全地將雜訊濾除，會在初始時也把雜訊項與狀態值一起回授至系統裡。由此可知，系統未收斂時有兩個影響估測性的因素存在一估測誤差值和雜訊項，若將回授增益增大，則會將兩者影響也放大，造成回授到系統的估測狀態值會與實際狀態值差異變大，導致估測不準確。以經驗調整來說 $0.01 < \alpha < 0.1$ 這個範圍是我們經過多次的模擬實驗所得出的約略結果。我們利用時變錯誤訊號的例子改變回授增益來看這個現象。在圖 4.12 中， $\alpha = 0.01$ 時，更正後訊號略顯得稍有不準，而 α 在 0.05、0.1 可以看到就慢慢改善更正不足的地方。值得注意的是，在 $\alpha = 0.2$ 時，收斂速度很快，但是由於增益值放大了估測雜訊，使得另外未出錯的兩個元件也開始產生錯誤，此時錯誤鑑別法便開始產生些微的誤差，如果增益值在加大，那麼鑑別的誤差也就跟著變大了。

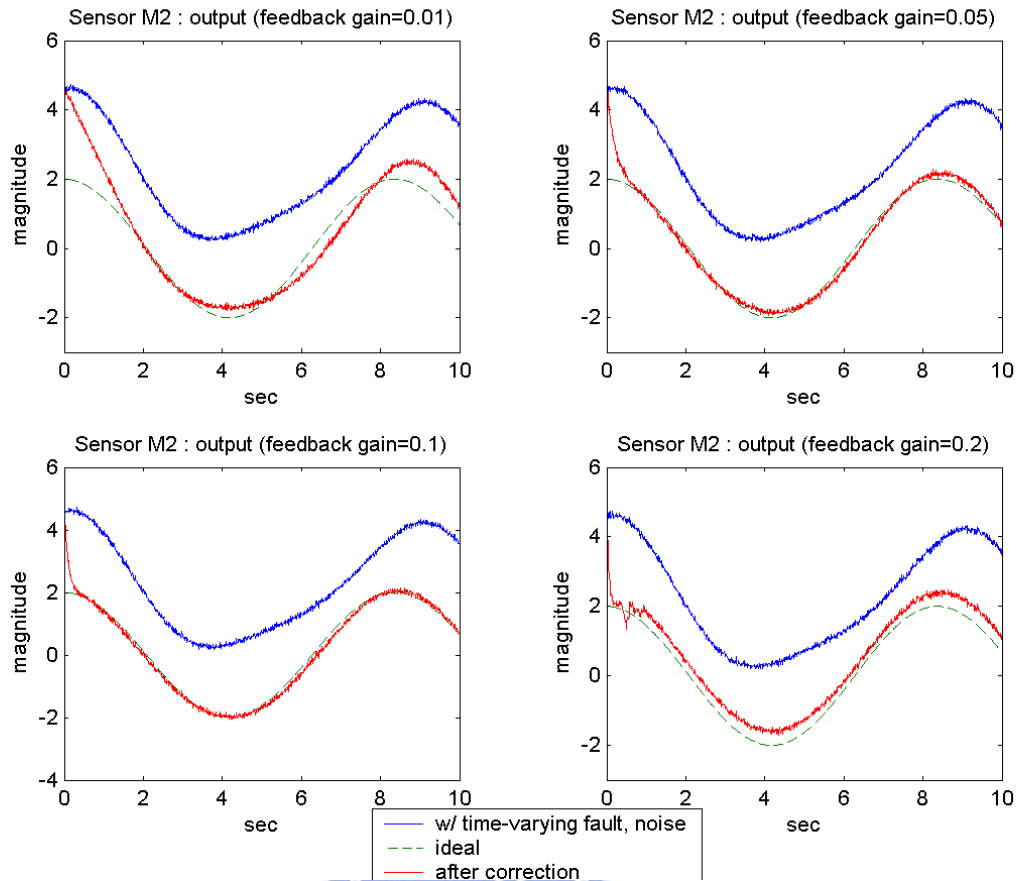


圖 4.21 感測器 M_2 不同增益值下輸出訊號更正情形

在 2.2.1 中有提到錯誤訊號開始發生的形式，所謂突發性錯誤訊號就如圖 4.21 所示，在大約 3 秒時突然產生一個階梯式跳動的訊號變動就開始漸漸飄掉。緩慢發生錯誤訊號則是圖 4.22 所示，是慢慢的產生時變訊號，不會像突發性的瞬間跳動。事實上，若有像第一種的錯誤情形產生時，本作法可馬上鑑別出錯誤發生時間點及出錯量大小給于更正，這也是優點之一，傳統的錯誤鑑別則無法達成如此快速的鑑別時間。

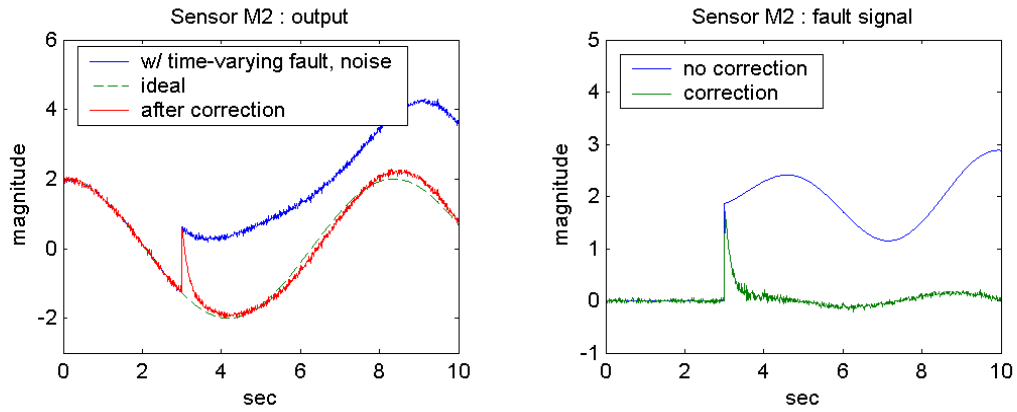


圖 4.22 突發性錯誤更正情形

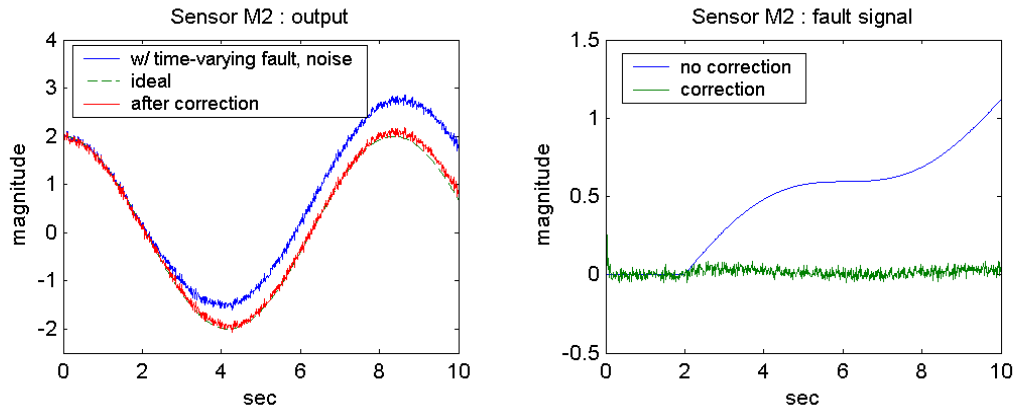


圖 4.23 緩慢發生錯誤訊號

4.3.2 感測器依序出錯補償更正

4.2.1 節我們提到有關單一感測器錯誤更正的模擬情形。在不同時間出錯的前提下，將感測器 M_2 、 M_3 依序出錯，回授增益為 0.05。由圖 4.23 可看出待上一感測器更正完後下一感測器也可更正回理想訊號。圖 4.25 可發現誤差平均值會隨著每次的更正後而略大於更正前時，比較表 4.6 及表 4.8 發現經由三個感測器的出錯更正後其與理想訊號的差量(更正不足量)會比只有一個感測器出錯時來得大。

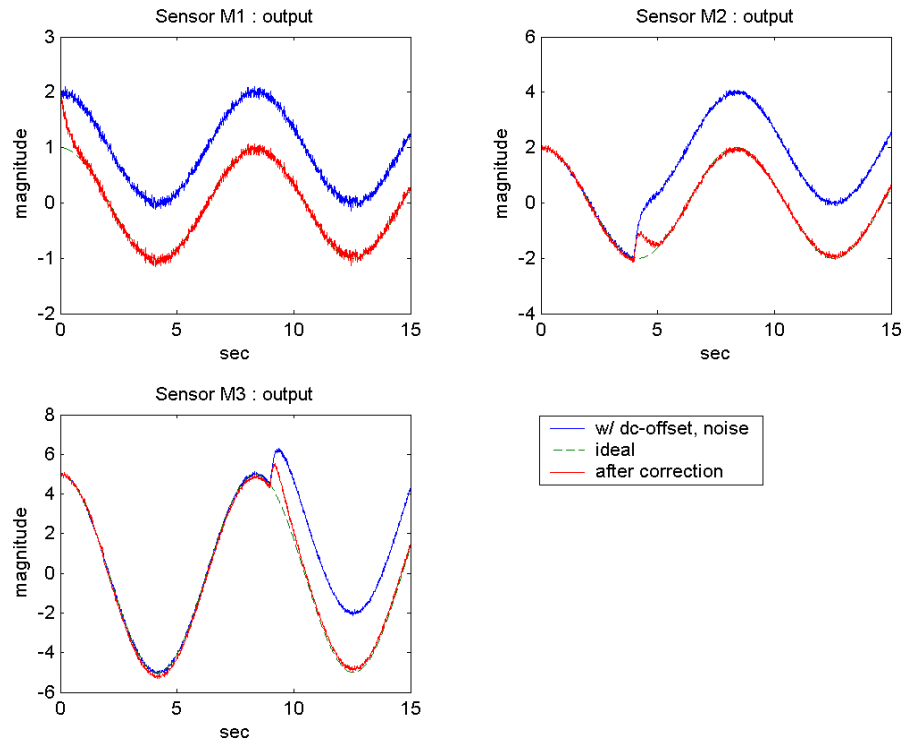


圖 4.24 各感測器輸出訊號依序更正補償圖(錯誤訊號：dc-offset)

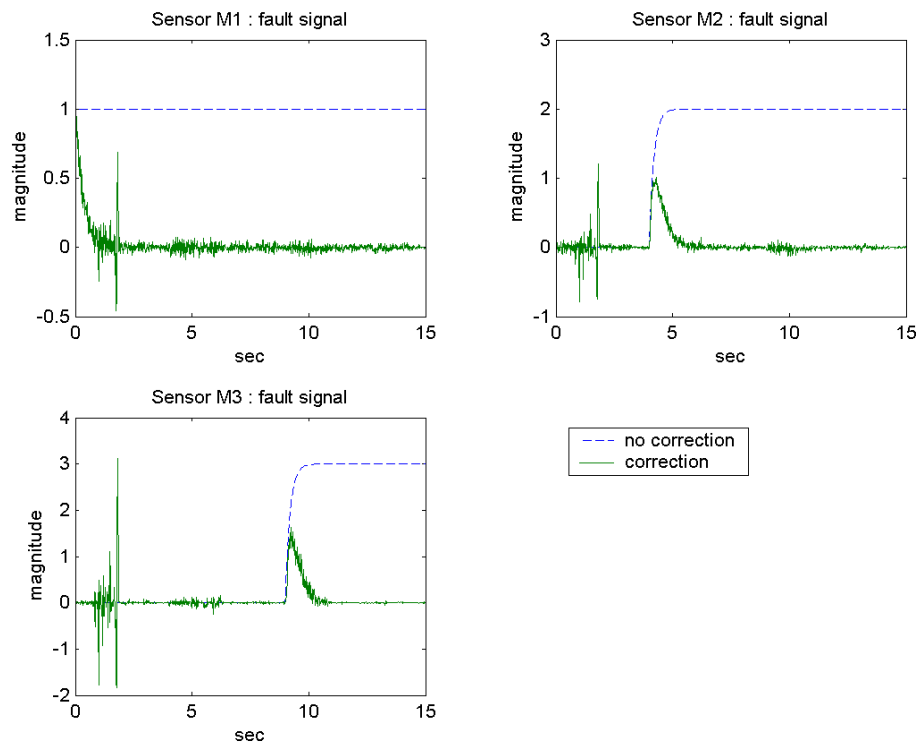


圖 4.25 各感測器依序錯誤訊號更正(錯誤訊號：dc-offset)

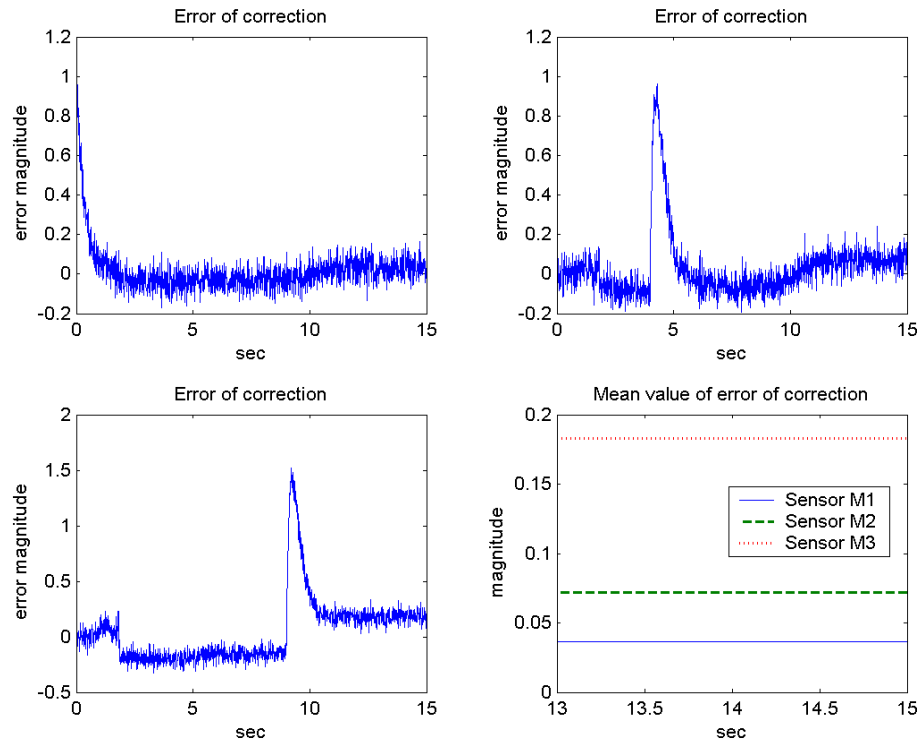


圖 4.26 錯誤更正誤差圖(錯誤訊號：dc-offset)

感測器編號	M_1	M_2	M_3
誤差平均值	0.036719	0.072202	0.1831

表 4.8 錯誤訊號更正後誤差平均值(13~15 秒)

而錯誤訊號為時變訊號時可由圖 4.26 的模擬看出，三個感測器的輸出均受一時變訊號的影響。設回授增益為 0.08，而此三個錯誤訊號函數為：

$$\begin{aligned}
 d_1(t) &= 2 + 0.4 \cdot \sin(1 \cdot wf \cdot t) + 0.4 \cdot \cos(1.75 \cdot wf \cdot t) + 0.2 \cdot \cos(1.6 \cdot wf \cdot t) \\
 d_2(t) &= 2 \cdot (1 - e^{-t}) + 0.25 \cdot \sin(0.6 \cdot wf \cdot t) - 0.3 \cdot \cos(0.45 \cdot wf \cdot t) + 0.2 \cdot \cos(wf \cdot t) \\
 d_3(t) &= 3 \cdot (1 - e^{-2t}) + 1.2 \cdot \sin(0.4 \cdot wf \cdot t)
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

值得注意的是，5 秒之後的訊號輸出，此時有兩個錯誤訊號分別影響著 M_1 、 M_2 ，而此時的錯誤訊號又是隨時間變化，也就是說在 5 秒之後的某個時間間隔裡，存在兩個

錯誤訊號在變化，但本法只適用於一個錯誤只能鑑別出一個元件出錯的情形，但又為何藉由模擬卻驗證可以採用？事實上本作法可以允許有同時出錯量的存在，這說法可由先前一再討論的更正不足現象說明。也是由於在錯誤更正這個步驟我們採用了狀態回授方法。既然 d_1 、 d_2 、 d_3 會停在矩陣 C 的方向上使得系統穩定，表示有三個出錯量存在時也是允許的。以本例來說在某個時間點裡，一個出錯量大另一個(錯誤訊號變動斜率比另一個高)，系統便會將其更正至穩定的方向，而下一個時間裡就更正另一個出錯量。由於出錯量可同時存在，故在更正其中一個時，其他的出錯量可允許小範圍的變動。我們可以藉由改變回授增益來改善其更正速率以及誤差的減少。而錯誤訊號的變動速率太快，使得出錯量超出同時允許的限定範圍內，則系統就便會無法更正完全。

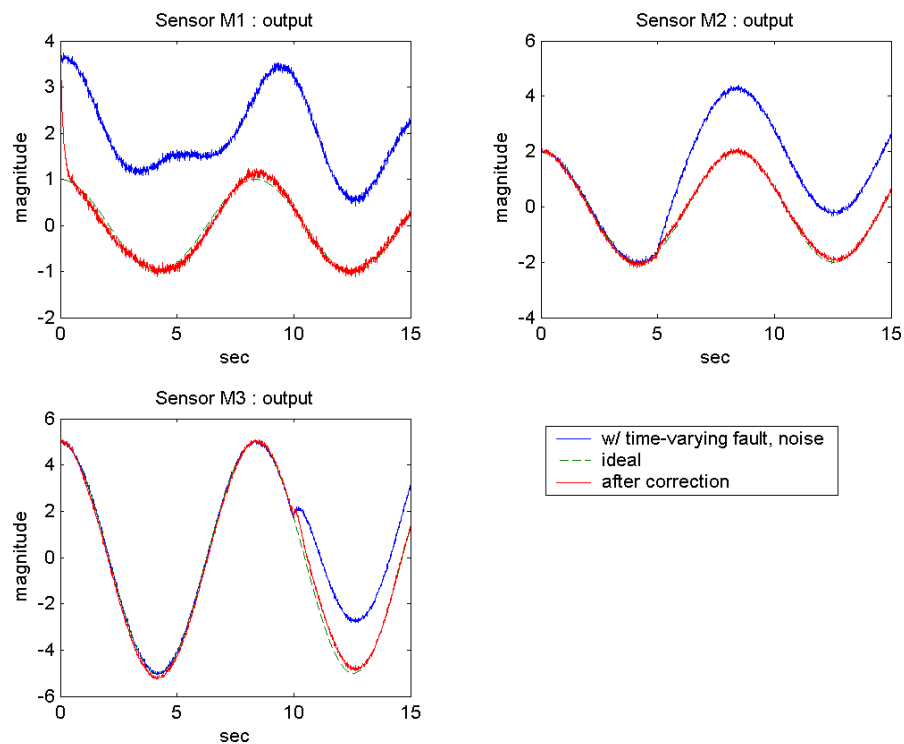


圖 4.27 各感測器輸出訊號依序更正補償圖(錯誤訊號：time-varying)

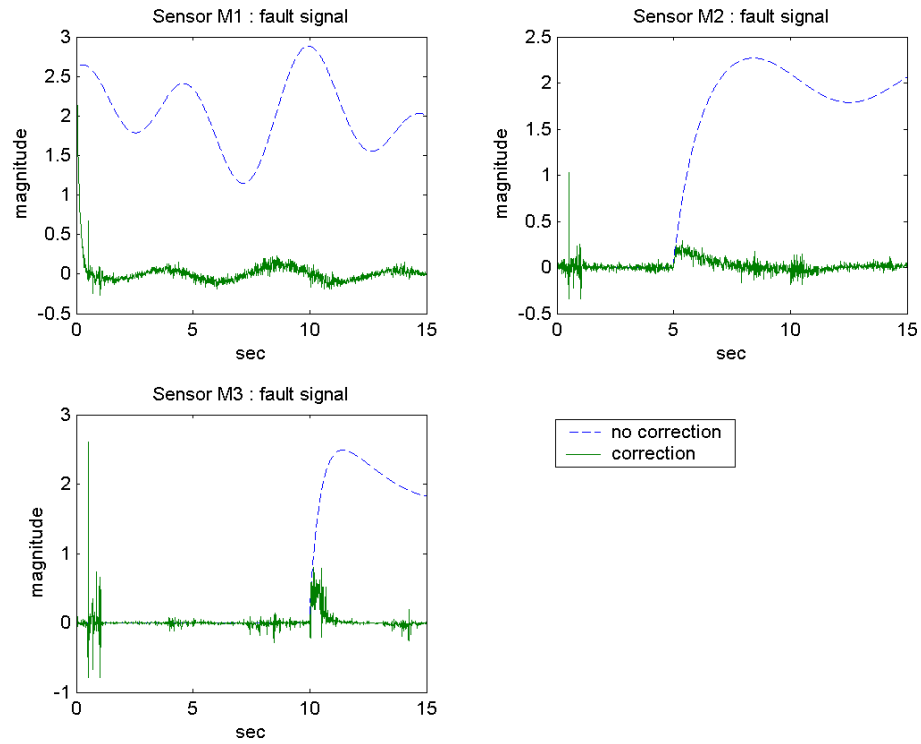


圖 4.28 各感測器依序錯誤訊號更正(錯誤訊號：time-varying)

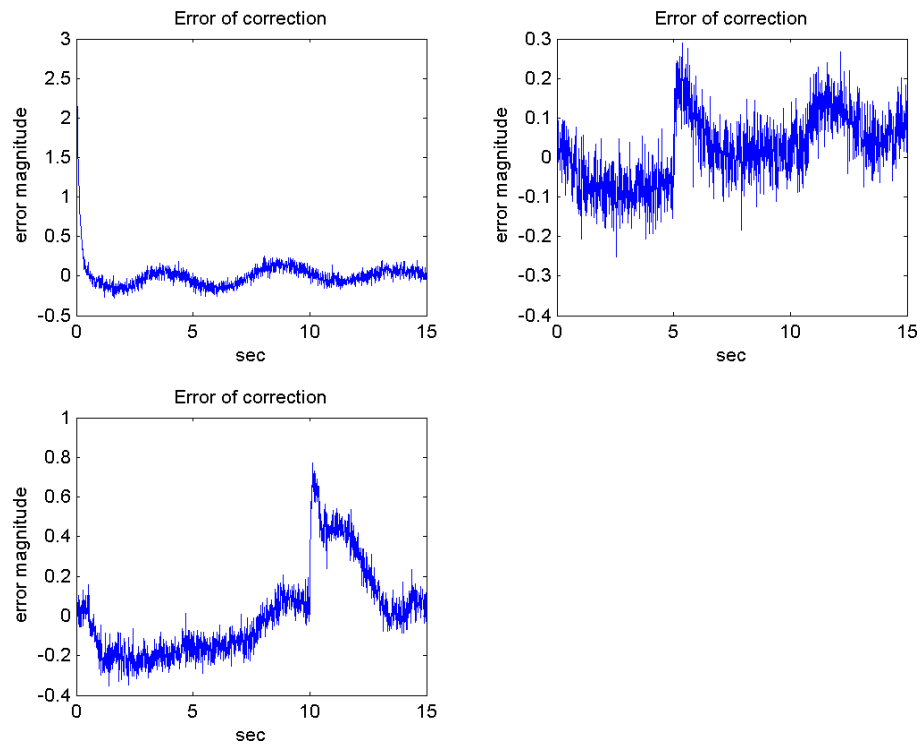


圖 4.29 錯誤更正誤差圖(錯誤訊號：time-varying)

前面曾經提到改變回授增益對於系統更正速率的影響(圖 4.20)。若以相同情況用於三個感測器依序出錯時，則其不良的效果會更顯著。圖 4.29 是回授增益設為 0.2 的情形：

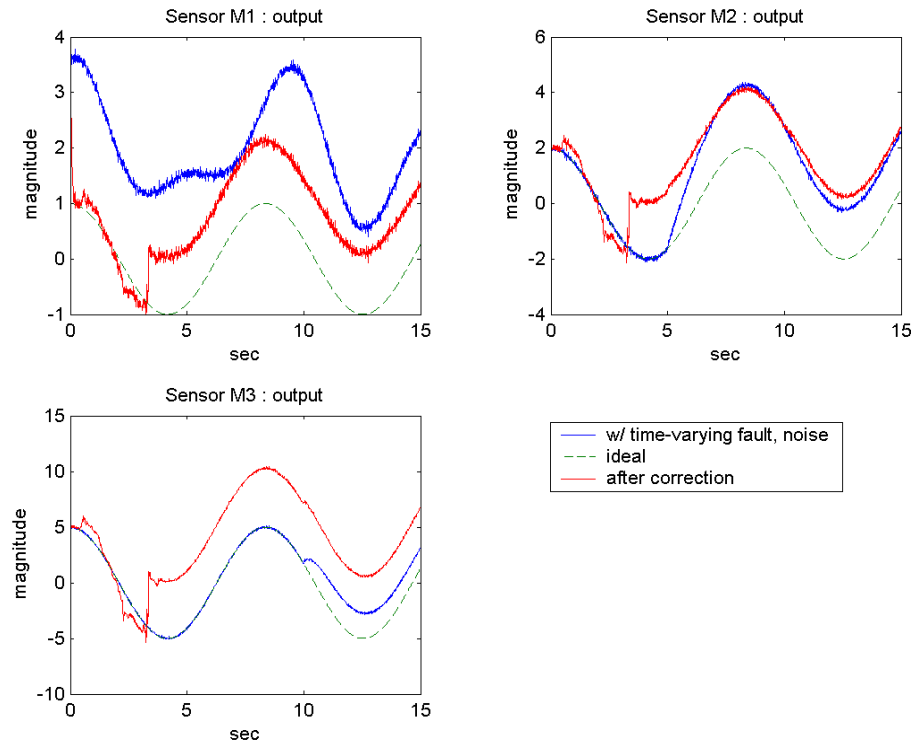


圖 4.30 各感測器輸出訊號依序更正補償圖(錯誤訊號：time-varying)

4.4 討論

對於多個感測元件發生時間變化錯誤訊號來說，我們只能更正收斂速度以改變允許錯誤變動量的大小，錯誤變動率的範圍可在我們系統允許範圍。若錯誤訊號的變動率大過於系統所能允許同時變動範圍時，會造成更正不到理想訊號的情況。而前面有提及加大增益值來加快更正收斂速度，假設我們只需更正一個感測器，而它完全更正至正確值須 1 單位時間，而兩個感測器出錯就需要 1/2 單位時間，三個出錯則需 1/3 單位時間…依此類推。所以要更正多個感測器就必須加快更正速率，然而如同前述所強調回授增益值有一定增加範圍，所以頂多加大至增益值的一個極限，但是系統所使用的感測元件卻

是不確定的，有的簡單使用 3 個，有的複雜則使用 30 個。所以就之後改善重點可以著重在系統可以確實同時允許兩個或以上的元件出錯，如此一來，系統同時出錯元件的個數就可以允許比較多，也就降低了更正不足的情形。



第五章

結論及未來計畫(conclusion & future work)

5.1 結論

本論文利用 voting equation 與單一元件輸出的關係式當成鑑別錯誤的輸出方程式，並搭配儲存記憶褪去式卡曼濾波器成功發展出一套即時錯誤鑑別法，可以即時偵測出元件上所發生的錯誤量值。比較文獻[4]，我們準確的估測出錯誤訊號。比較[3][5][6][7]，我們運用即時的狀態估測法來做線上(on-line)資料的估測。而在搭配狀態回授的方法把錯誤訊號的量值更正回理想訊號狀態，不過利用狀態回授法會遇到如 3.4 所提及無法完全更正至理想時的情況，未來可改善的方向可以採用不同的更正補償方式，或是討論感測元件的配置關係來比較未更正完全的錯誤值大小。未來在錯誤更正有明顯改善後，即可採用本方法使得感測元件應用的場合成爲一個感測容錯系統，進而加強系統的可靠度及信賴度。於工業用途上，可以改良慣性導航系統上加速規的訊號飄移情形，機器人控制所用的位置方向感測器輸出訊號出錯情形以及許多感測器應用的系統上。

5.2 未來計畫

- 探討及改善本法能夠將出錯的輸出訊號更正至理想訊號。
- 改良鑑別法則，使得系統可以允許兩個或以上的元件出錯也能估測出錯誤。
- 建立實驗架構。

參考文獻(Reference)

- [1] **P.M. Frank** “Fault diagnosis in dynamics systems using analytical and knowledge-based redundancy a survey and some new result” *Automatica*, Vol.26, pp.459-474, May 1990.
- [2] **J.J. Gerlter**, “Survey of Model-based failure detection and isolation in complex plants” *IEEE Control Syst. Mag.*, Vol.8 pp.3-11, Dec. 1988
- [3] **K. C. Daly , E. G.i and J. V. Harrison** , “Generalized Likelihood Test for IFDI in Redundant Sensor Configurations,” *Journal of Guidance and Control*. Vol.2, No. 1, Jan-Feb 1979.
- [4] **Asok Ray and Rogelio Luck** ,” An introduction to sensor signal validation in redundant measurement systems” ,*IEEE control system*,pp.44-49,1991
- [5] **Jin, H. and Zhang, H.Y.**,” Optimal Parity Vector Sensitive to Designated Sensor Fault”, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 35, No. 35 pp.1122-1128, October, 1999.
- [6] **D.S. Shim and C.K. Yang**,” Geometric FDI based on SVD for Redundant Inertial Sensor Systems”, *2004 5th Asian Control Conference*,vol.2, 1094- 1100, July 2004
- [7] **D.S. Shim and C.K. Yang**,” Accommodation Rule with Faulty Sensors based on System Performance”, *2004 5th Asian Control Conference*,vol.2, 1101- 1106 ,July 2004
- [8] **R.J. Pattern**, “Fault detection and diagnosis in aerospace systems using analytical redundancy”, *IEE*, pp.1/1-1/20, 1990
- [9] **Efe.M and Ozbek.L**,” Fading Kalman Filter For Manoeuvring Target Tracking”
- [10] **Q. Xia, M. Rao, Y. Ying and S. X. Shen**,” A New State Estimation Algorithm Adaptive Fading Kalman Filter”,31st conference on Decision and Control IEEE vol.WP13 pp.1216-1221,December 1992

- [11] **Congwei Hu, Wu Chen¹, Yongqi Chen and Dajie Liu,**” Adaptive Kalman Filtering for Vehicle Navigation”, *Journal of Global Positioning Systems* (2003), Vol. 2, No. 1 : 42-47
- [12] **Silvio Simani, Cesare Fantuzzi, and Ron J. Patton.**”*Model-based fault diagnosis in dynamic systems using identification techniques.*” Springer,c2003. New York
- [13] **Bar-Shalom, Yaakov. and Li, Xiao-Rong,** *Estimation with applications to tracking and navigation* ,John Wiley & Sons, Inc.2003
- [14] **Grewal, Mohinder S./Andrews, Angus P. ,***Kalman filtering : theory and practice using MATLAB*, Wiley-Interscience,2001
- [15] **Miller, Scott L./Childers, Donald G. ,***Probability and random processes :with applications to signal processing and communications*, Elsevier Academic Press,2004
- [16] **A. D. Pouliezos & G. S. Stavrakakis,** *Real time fault monitoring of industrial processes*, Dordrecht /Kluwer Academic Publishers /c1994/Boston
- [17] **Jie Chen, Ron J. Patton,** *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*, Kluwer Academic Publishers/c1999/ Boston.
- [18] **Leo H. Chiang, E.L. Russell, and R.D. Braatz,** *Fault detection and diagnosis in industrial systems*, London ;Springer,c2001.