

國立交通大學
機械工程學系
博士論文

振動渠道之熱傳分析

Analyses on heat transfer of a reciprocating channel



研究生：連信宏

指導教授：傅武雄 博士

中華民國九十八年六月

振動渠道之熱傳分析

Analyses on heat transfer of a reciprocating channel

研究生：連信宏

Student: Sin-Hong Lian

指導教授：傅武雄

Advisor: Wu-Shung Fu



submitted to Department of Mechanical Engineering

Collage of Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Doctor of Philosophy

In

Mechanical Engineering

June 2009

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

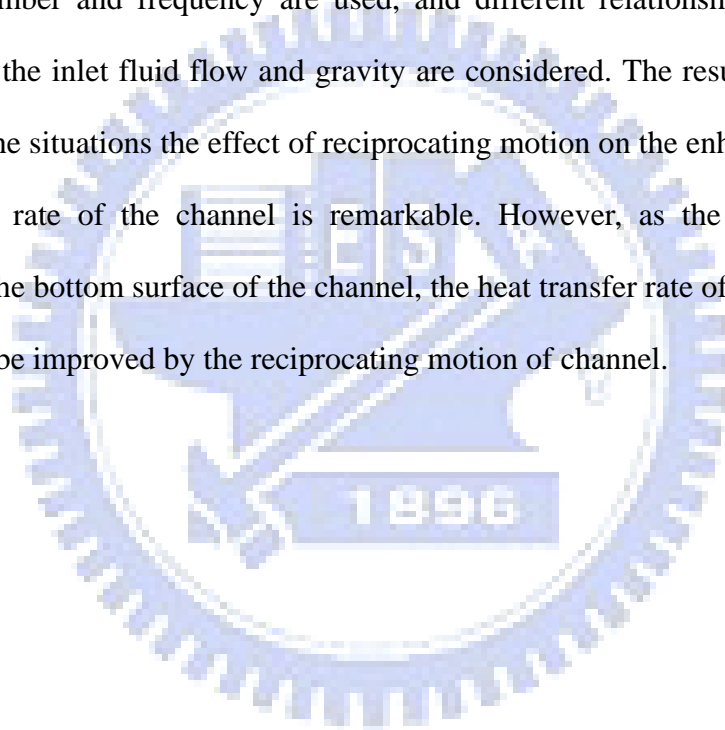
摘要

本研究利用數值方法與實驗量測，研究口字型管道高溫面在強制對流與混合對流下的熱傳效率，並利用管道的振動來幫助增強高溫面的平均紐塞數。受到管道的振動影響，本研究可以歸屬於移動邊界問題，因此特別採用了適於分析移動邊界的 ALE 座標描述以及有限元素法來做數值模擬的分析；而對於實驗方面，則是設計了一振動系統，使口字型管道可以往復運動，並量測流體從高溫面帶走的熱量，以了解高溫面的熱傳效率。而研究結果顯示，增加入口流體的雷諾數是增強熱傳效率最有效方法；且管道開始振動後，在強制對流情況下，振動可以幫助熱傳效率，但在混合對流的情況下，則必須視管道的擺設位置而定，在管道擺成口字型的情況下，振動對於增強熱傳效率的幫助有限。



Abstract

Heat transfer rates of a high temperature surface in a \sqcap shape channel under forced and mixed convection situation are studied numerically and experimentally. In order to simulate behaviors of a piston, a \sqcap shape channel possessing reciprocating motions is designed for experimental study. Due to the reciprocating motion of the channel, the problem becomes a moving boundary problem and arbitrary Lagrangian-Eulerian Kinematics method is used for numerical study. Parameters of Reynolds number and frequency are used, and different relationships between the directions of the inlet fluid flow and gravity are considered. The results show that in the most of the situations the effect of reciprocating motion on the enhancement of the heat transfer rate of the channel is remarkable. However, as the heat surface is installed on the bottom surface of the channel, the heat transfer rate of channel can not guarantee to be improved by the reciprocating motion of channel.



致 謝

衷心的感謝指導老師傅武雄教授六年來給予課業上以及論文上的指導，以及在生活各方面上的關心與教誨，在此謹致最高的謝忱與敬意。同時也感謝機械系諸師長在課業方面的指導，以及各位學長、學弟在研究方面給予的援助。

更要感謝父母含辛茹苦的養育之恩，與女朋友、家人、諸位親友的支持與關懷，今日方能順利完成學業。最後謹將此喜悅與所有關心我的人共同分享。



目錄

中文摘要.....	II
英文摘要.....	III
致謝.....	IV
目錄.....	V
表目錄.....	VII
圖目錄.....	VIII
第一章 緒論.....	1
第二章 ALE 法之運動學理論與數學模式.....	8
2.1 網格描述與座標系統.....	8
2.2 座標定義域.....	8
2.3 速度定義.....	9
2.4 座標轉換.....	10
2.5 ALE 統馭方程式.....	12
2.5.1 強制對流情況下，移動邊界問題之無因次統御方程式.....	12
2.5.2 混合對流情況下，移動邊界問題之無因次統御方程式.....	13
2.6 網格速度.....	14
第三章 數值方法.....	17
3.1 強制對流下的統馭方程式.....	17
3.2 混合對流下的統馭方程式.....	23
第四章 強制對流情況下，冷卻流體對口字型管道中的高溫面之散熱效率影響.....	27
4.1 物理模式.....	27
4.2 統馭方程式與邊界條件.....	28
4.3 數值方法.....	29
4.4 結果與討論.....	31
4.4.1 不同振動頻率對高溫面熱傳效率的影響.....	33
4.4.2 不同振幅對高溫面熱傳效率的影響.....	35
4.4.3 不同進口流雷諾數對高溫面熱傳效率的影響.....	36
4.4.4 綜合比較.....	36
4.4.5 結論.....	37
第五章 在混合對流情況下，冷卻流體對於口、口字型管道中高溫面的散熱效率影響.....	54
5.1 物理模形.....	54
5.2 統馭方程式與邊界條件.....	55
5.3 數值方法.....	57
5.4 結果與討論.....	59

5.4.1 冂型管道靜止.....	59
5.4.2 冂型管道往復振動.....	61
5.4.3 凵型管道.....	63
5.5 結論.....	66
5.5.1 冂型管道.....	66
5.5.2 凵型管道.....	67
第六章 以實驗量測在強制對流情況下，冷卻流體對於冂字型管道中高溫面的散熱效率影響.....	89
6.1 緒論.....	89
6.2 物理模型與實驗設備.....	89
6.3 結果與討論.....	95
6.4 結論.....	99
第七章 以實驗量測混合對流情況下，冷卻流體入口方向與重力方向相同時，凵字型管道中高溫面的散熱效率研究.....	116
7.1 物理模型與實驗設備.....	116
7.2 結果與討論.....	123
7.3 結論.....	126
第八章 總結與建議.....	148
8.1 結論.....	148
8.2 建議.....	149
參考文獻.....	150
附錄 A.....	156
附錄 B.....	158
附錄 C.....	159
附錄 D.....	161
期刊論文與研討會文章.....	168

表目錄

表 4-1 計算參數表.....	38
表 5-1 冂型管道的計算參數表.....	68
表 5-2 凵型管道的計算參數表.....	69
表 6-1 加熱片測試各點溫度.....	100
表 6-2 管道靜止狀態下不同雷諾數之模擬和實驗結果.....	101
表 7-1 加熱片測試各點溫度.....	128
表 7-2 實驗參數組合表.....	129



圖目錄

圖 1-1	目前主流的 Sulzer 大型柴油引擎之轉速與輸出功率.....	6
圖 1-2	Sulzer 大型柴油引擎所使用的活塞冷卻設計.....	7
圖 2-1	ALE 座標關係圖.....	15
圖 2-2	網格變化.....	16
圖 3-1	元素節點排列方式示意圖.....	26
圖 4-1	引擎活塞機構示意圖.....	39
圖 4-2	物理模式圖.....	40
圖 4-3	計算流程圖.....	41
圖 4-4	網格測試 ($Re = 750$)	42
圖 4-5	時間步進測試 ($Re = 750$ 、 $F_c = 0.1$ 、 $L_c = 0.25$)	43
圖 4-6	Case 2，在 $Re=200$ ， $F_c=0.2$ ， $L_c=0.25$ 時，管道中的流線及溫度場等溫線變化情形.....	44
圖 4-7	Case 2， $Re=200$ ， $F_c=0.2$ ， $L_c=0.25$ 時，一週期中高溫面在各時間點的局部紐塞數.....	46
圖 4-8	Case 1， $Re=200$ ， $F_c=0.1$ ， $L_c=0.25$ 時，一週期中高溫面在各時間點的局部紐塞數.....	47
圖 4-9	Case 3， $Re=200$ ， $F_c=0.4$ ， $L_c=0.25$ 時，一週期中高溫面在各時間點的局部紐塞數.....	48
圖 4-10(a)	在 Case 3 中，出口處的無因次體積流率隨時間變化圖.....	49
圖 4-10(b)	在 Case 3 中， $\tau=\tau_p/4$ 瞬間出口處的速度分布圖.....	49
圖 4-11	Case 1、2、3 的平均紐塞數隨時間變化， $Re=200$ ， $F_c=0.1$ 、 0.2 、 0.4 ， $L_c=0.25$	50
圖 4-12	Case 1、4、5 的平均紐塞數隨時間變化， $Re=200$ ， $F_c=0.1$ ， $L_c=0.25$ 、 0.5 、 1	51
圖 4-13	Case 1、6、7 的平均紐塞數隨時間變化， $Re=200$ 、 500 、 750 ， $F_c=0.1$ ， $L_c=0.25$	52
圖 4-14	時間平均紐塞數隨時間變化圖.....	53
圖 5-1	冂字型管道物理模式圖，重力方向和冷卻流體在入口處流動方向相反.....	70
圖 5-2	冂字型管道物理模式圖，重力方向和冷卻流體在入口處流動方向相同.....	71
圖 5-3	冂型管道的網格測試.....	72
圖 5-4	冂型管道的網格測試.....	73
圖 5-5(a)	$Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 1$ 之流線分布.....	74
圖 5-5(b)	$Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 1$ 之等溫線分布.....	74
圖 5-6(a)	$Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 250$ 之流線分布.....	75

圖 5-6(b)	$Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 250$ 之等溫線分布	75
圖 5-7(a)	$Re = 500$ 、 $Gr/Re^2 = 0.16$ 之流線分布	76
圖 5-7(b)	$Re = 500$ 、 $Gr/Re^2 = 0.16$ 之等溫線分布	76
圖 5-8(a)	$Re = 500$ 、 $Gr/Re^2 = 40$ 之流線分布	77
圖 5-8(b)	$Re = 500$ 、 $Gr/Re^2 = 40$ 之等溫線分布	77
圖 5-9	高溫面的區域紐塞數分布	78
圖 5-10	在 $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 250$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的形況下，管道振動一個週期中，不同時間點的流線分布圖	79
圖 5-11	在 $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 250$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的形況下，管道振動一個週期中，不同時間點的等溫線分布圖	80
圖 5-12	在 $Re = 500$ 、 $Gr/Re^2 = 40$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的形況下，管道振動一個週期中，不同時間點的流線分布圖	81
圖 5-13	在 $Re = 500$ 、 $Gr/Re^2 = 40$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的形況下，管道振動一個週期中，不同時間點的等溫線分布圖	82
圖 5-14	各種參數下的平均紐塞數隨時間分佈圖	83
圖 5-15	U型管道靜止時， $Re=200$ 、 300 分別在混合對流與強制對流情況下的區域紐塞數分布比較	84
圖 5-16	在 $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 10$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的情況下，管道振動一個週期中，不同時間點的流線分布圖	85
圖 5-17	在 $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 10$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的情況下，管道振動一個週期中，不同時間點的等溫線分布圖	86
圖 5-18	在 $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 10$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的情況下，管道振動一個週期中，不同時間點與管道靜止不動時的高溫面區域紐塞數分布比較	87
圖 5-19	在 $Re = 300$ 、 $Gr/Re^2 = 10$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的情況下，管道振動一個週期中，不同時間點與管道靜止不動時的高溫面區域紐塞數分布比較	88
圖 6-1	實驗設備示意圖	102
圖 6-2	冷卻管道尺寸圖	103
圖 6-3	水平管道與加熱片裝設位置	104
圖 6-4(a)	振動系統	105
圖 6-4(b)	振動系統側視圖	106
圖 6-5	加熱片之結構示意圖	107
圖 6-6	管道振盪速度圖	108
圖 6-7	在 $Re=200$ 、 $F_c=0.1$ 、 $L_c=0.5$ ，且 $\tau = \tau_p/4$ 時，流場可視化與數值模擬流線圖之比較	109
圖 6-8	在 $Re=200$ 、 $F_c=0.1$ 、 $L_c=0.5$ ，且 $\tau = 3\tau_p/4$ 時，流場可視化與數值模擬流線圖之比較	110

圖 6-9	在 $Re=200$ 、 $F_c=0.1$ 、 $L_c=0.5$ ，且 $\tau = \tau_p/4$ 時，流場可視化與數值模擬在出口端速度分布之比較.....	111
圖 6-10	實驗器材之重複性測試， $Re=500$ 、 $F_c=0.1$ 、 $L_c=0.5$	112
圖 6-11	$Re=300$ 時，不同的振動頻率下之高溫壁面平均紐塞數.....	113
圖 6-12	$Re=500$ 時，不同的振動頻率下之高溫壁面平均紐塞數.....	114
圖 6-13	$Re=700$ 時，不同的振動頻率下之高溫壁面平均紐塞數.....	115
圖 7-1	實驗設備圖.....	130
圖 7-2	振動管道尺寸.....	131
圖 7-3	各加熱區在壁面上的擺設位置.....	132
圖 7-4	往復振動系統.....	133
圖 7-5	往復振動系統與口字型振動管道的結合示意圖.....	134
圖 7-6	加熱片結構與組合成加熱區之示意圖.....	135
圖 7-7(a)	管道靜止情況下， $Re=150$ ， $\Delta T_w=40^\circ\text{C}$ 時，口字型管道入口端的實驗及數值模擬之流場可視化比較圖.....	136
圖 7-7(b)	管道靜止情況下， $Re=150$ ， $\Delta T_w=40^\circ\text{C}$ 時，口字型管道出口端的實驗及數值模擬之流場可視化比較圖.....	137
圖 7-8(a)	管道振動情況下， $Re=150$ 、 $\Delta T_w=40^\circ\text{C}$ 、 $F_c=0.2$ 在 $\tau=3\tau_p/4$ 瞬間，口字型管道入口端的實驗及數值模擬之流場可視化比較圖.....	138
圖 7-8(b)	管道振動情況下， $Re=150$ 、 $\Delta T_w=40^\circ\text{C}$ 、 $F_c=0.2$ 在 $\tau=3\tau_p/4$ 瞬間，口字型管道出口端的實驗及數值模擬之流場可視化比較圖.....	139
圖 7-9	實驗重複性測試.....	140
圖 7-10	在 $Re=300$ 、 $Gr/Re^2=0.40(\Delta T_w=10^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，各加熱區的紐塞數分布.....	141
圖 7-11	在 $Re=300$ 、 $Gr/Re^2=1.62(\Delta T_w=40^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，各加熱區的紐塞數分布.....	142
圖 7-12	在 $Re=200$ 、 $Gr/Re^2=0.91(\Delta T_w=10^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，各加熱區的紐塞數分布.....	143
圖 7-13	在 $Re=200$ 、 $Gr/Re^2=3.64(\Delta T_w=40^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，各加熱區的紐塞數分布.....	144
圖 7-14	在 $Re=150$ 、 $Gr/Re^2=1.62(\Delta T_w=10^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，各加熱區的紐塞數分布.....	145
圖 7-15	在 $Re=150$ 、 $Gr/Re^2=6.47(\Delta T_w=40^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，各加熱區的紐塞數分布.....	146
圖 7-16	管道振動對於高溫面的熱傳增益比較.....	147

第一章 緒論

近年來為因應許多工程上的需要，機械元件所需承受的熱負載不斷增加，為解決此一現象所衍生的元件損害與故障，熱機構熱傳效應的提昇一直是重要的研究課題。

船舶的引擎為船舶推進的動力來源，一旦引擎發生故障，將造成船舶無法正常繼續航行。而位於引擎燃燒室附近之機械元件，因長期處在高溫高壓的熱負載狀態下，容易且經常發生故障。尤其以燃燒室內之活塞，其頂部直接與汽缸內之火焰接觸，除了承受爆炸瞬間的極大壓力外，亦從燃氣中吸收了大量的熱量，若活塞頂部溫度過高，又不能及時冷卻，使用日久，將造成活塞燒損或龜裂，這不只使引擎無法正常運轉，發揮其最大效率，也會使維修營運成本增加。

為因應全球石油危機，節約能源政策已在全世界所有國家努力下執行，因此為了降低燃油成本在航運成本所佔的高比例，及避免推進葉片因轉速過快產生空蝕的現象，船舶引擎的發展將朝向低引擎轉速（圖 1-1）、高溫高壓之熱力循環等方向邁進。目前船舶柴油主機推進引擎，其內部燃燒室之最大循環壓力與溫度（Maximum cycle pressure and temperature）已高達 125 bar 及 1500°C，活塞在此高溫高壓工作環境下，經常會有損壞的情形。為因應船舶引擎的輸出功率再提高所造成引擎活塞熱負載增高的問題，活塞之冷卻技術及冷卻效率必須配合提昇，以最有效率的方式來冷卻活塞，降低其溫度，使活塞材料能夠承受更高的溫度與壓力。因此如何有效增強，實為現代造船工業朝向低耗油率、輸出馬力大等發展趨勢之重要研究焦點。

目前船舶用柴油主機的活塞冷卻系統種類繁多，以蘇撒（Sulzer）的大型柴油引擎為例，其活塞的冷卻大多採用孔道式冷卻系統；而為了能使活塞承受更大的輸出功率，蘇撒採用了另一種冷卻系統，此冷卻系統保留之前的冷卻室，但額外於在活塞冠下方加裝少許的密封管道，稱之為往復運動熱管，即是利用其往復運動的特性來增加冷卻效果，又因此冷卻管道可盡量接近受熱表面，使冷卻效果大

增。在最近幾年，更出現以衝擊噴射（Jet Impingement，如圖 1-2 所示）來提昇活塞內的熱傳性能，雖然此技術有助於冷卻效率的提昇，卻也因此無形中增加了製造上的困難。

由於活塞冷卻通道內之冷卻流體會隨活塞作往復運動，其流場與其熱傳特性除與管道的幾何形狀有關外，也會受系統往復運動時所產生的往復力影響，形成流場邊界隨往復運動移動之特殊流場，可歸屬於移動邊界的問題，此類相關的研究文獻並不多見。

誠如上所述，冷卻流體在管道內的熱流現象會受到邊界移動的影響，相關之分析皆屬於內流場熱傳問題，和加熱邊界在開放空間裡所引起的熱傳問題並不相同。而關於探討邊界反覆運動對內流場造成的熱傳現象主要分為兩大類：一是處於密閉空間內，並受到壁面、重力或是振動所衍生的熱、質傳現象；二則是流體在開放管道內流動，受到加熱面以及振動邊界所引起的熱傳現象。對於密閉空間內的熱、質傳問題，過去已有相當多的研究結果；Fu 和 Shieh [1,2]對密閉環境中變動加速度和振動對自然對流的影響加以探討，並發現簡明的修正公式以預測共振頻率及紐塞數的變化。Savino [3]、Jue[4]與 Chacha[5]以數值方法模擬矩形密閉空間在不同的加速度下之熱、質傳現象，並發現振動頻率提高會加強高溫面的熱傳效率，以及使兩種物質有更好的混合現象。Antohe[6]、Kawk[7]及 Kim[8]以模擬和實驗研究密閉空穴中，高溫面施以不同的週期性溫度變化對於自然對流的影響，結果顯示流場也會產生一週期性的變化，並使高溫面的熱傳效率上升。Aydin[9]研究移動壁面對密閉空穴中的熱傳影響，其結果發現當垂直壁面的移動方向和重力方向相同時， Gr/Re^2 屬於混合對流的範圍會變得較大。Oztop[10]則是在研究中發現 Gr/Re^2 的提高會使熱傳效率變差，並將不同的 Ri ($Ri=Gr/Re^2$) 分為強制 ($Ri<1$)、混合 ($Ri=1$) 以及自然 ($Ri>1$) 對流三個區域。Guo[11]對垂直壁面會移動與底部為固定熱通量的密閉空穴進行研究，比較不同的高寬比、加熱面積與 Gr/Re^2 對熱傳效率的影響，其結果顯示 Gr/Re^2 越高、加熱面積越小可以加強熱傳效率；而高寬比越大雖會增加熱傳效率，但在高寬比大於 1 以後，熱傳

增加的幅度並不明顯。Sert 與 Beskok[12]利用流體在兩個腔室中來回流動來幫助電子元件散熱，研究結果發現流體的散熱效果與雷諾數及普郎特（Prandtl number）數有關，且工作流體的性質最好要符合低黏性、低密度與高導熱率。由以上的研究可知，密閉空穴產生振動的時候，通常可以加強高溫面的熱、質傳效率。

針對第二類開放式振動管道的熱質傳問題，過去也有許多的研究結果，其內容更是包容萬象。Bergles[13]指出近年來工業界提昇熱傳性能的技術有環形管流（coiled tubes）、表面粗糙法（rough surface）、衝擊噴射（jet impingement）等實用技術。其中以表面粗糙法之內設凸起物（rib）較被廣泛採用，於工業應用中，很多熱交換器及燃器渦輪葉片內，即利用各種不同形式之凸起物來提昇熱傳性能，因為凸起物本身穿透流場次邊界層（sub-layer），並引生渦流（eddy）及增加紊流強度（turbulence intensity），使得熱傳性能得以提昇。Baxi 和 Ramachandran[14]利用實驗的方法來分析振動圓柱對自然與強制對流的影響，當雷諾數小於 200 時，其對熱傳速率的影響變動不大，但是當雷諾數大於 200 時，振動對於熱傳速率的提升將有很明顯的影響，甚至可以比沒有振動情形下的自然對流高達七倍的熱傳速率。Krishnan 與 Rao [15]利用實驗的方法來探討振動對兩根管路間熱交換現象的影響，當振動頻率達 780-840cpm 時，振動頻率與熱傳效果沒有明顯關聯，但是當頻率繼續增加時，則熱傳速率會有微量的增加。Ivanova 與 Kozlov [16]亦針對水平圓柱之垂直振動對葛雷修數（Grashof numbers）的影響作一深入研究。Ichioka 等[17]使用 CFD 技術來模擬兩個振動圓柱與多個振動圓柱列所引起的流體振動問題，其所造成的渦流剝離與流場不穩定現象皆可清楚的觀察到。Fu 與 Tong [18-20]曾針對管道中振動圓柱對強制對流流場的影響作一探討，發現圓柱振動對於管道壁面的熱傳速率有明顯增加。Yoon[21]以數值方法研究二維層流管道中，高溫圓柱與壁面的距離和圓柱熱傳效率的關係，其研究結果顯示圓柱越靠近壁面時，圓柱後方的渦流尺寸越小，熱傳效率因而下降。Chang[22]以實驗量測在一水平振動的管道之中加設與進口流方向夾角 45 度的肋條時，不

同的進口雷諾數、振動速度與浮力效應對管道散熱效率的影響；其研究結果顯示在加設肋條之後，相較於平滑管道的熱傳效率約可提升 2.6 到 3 倍；在管道開始前後振動與低雷諾數的情況下，振動頻率的提升會使散熱效率先降低而後升高；在高雷諾數時，振動頻率提高會增強散熱效果。Chang[23]另一實驗則將冷卻流體通入振動活塞之中，並量測活塞散熱效率與進口流雷諾數、振動頻率以及葛雷秀夫數（Grashof number）的關係；其實驗結果顯示，葛雷秀夫數提升、雷諾數與振動頻率降低都會使活塞散熱效率變差。近年，Chang[24,25]再以實驗針對活塞中的弧型散熱管道進行研究，研究結果發現冷卻管道的散熱效果深受流體慣性力、離心力與活塞往復力的影響，離心力的增強會使局部的紐塞數降低，散熱效果比活塞靜止不動時更差，但是在活塞振動產生的往復力變高之後，活塞的散熱效果會隨之加強。Wu 等[26,27]模擬偏心旋轉散熱管道中的熱傳現象，研究結果顯示提高進口流雷諾數、葛雷秀夫數與振動頻率皆會使管道的熱傳效率上升。Florio 與 Harnoy[28,29]利用振動平板增強管道中電子元件的散熱效果，其結果顯示加大平板的振動幅度比提高振動頻率更能增加散熱效率。Fu 與 Huang[30,31]利用數值分析的方法探討垂直通道中，加熱振動面之振動頻率、振幅以及雷利數（Rayleigh number）對於自然以及混合對流的影響；在相同的雷利數下，加熱面以不同的振動頻率與振動幅度之組合下，其熱傳速率有可能會小於固定不動的狀態，也就是在不同的振動頻率與雷利數組合之下可以找到一臨界振動頻率，並可利用振幅與雷利數來表示之。

由於過去大部分的研究都是有關於直管道邊界振動的熱傳問題，對於振動中的門字型管道之熱、質傳研究則較為稀少，因此本研究的熱傳模式為一門字型的管道，頂端設有高溫面，工作流體由伸縮管道流進、出門字型管道，因此所產生的熱流現象和密閉空間或是直管道振動所引起的熱傳現象並不盡相同。初始條件門字型管道靜止不動，並計算出靜止的時候冷卻流體所造成的熱傳係數，之後再讓門字型管道上下振動，並計算在不同的振幅、頻率以及進口流雷諾數下的高溫面熱傳係數。由熱傳導的傅利葉定律可知，在溫度梯度小的情況下，熱傳量也比

較小，因此溫度邊界層的存在將限制壁面所能傳出之熱傳量。為了大幅提高高溫壁面的熱傳效率，必須移除熱傳面上的邊界層，使高溫壁面直接與低溫流體接觸，進而提高壁面與流體之間的溫度梯度，達到增加壁面熱傳量的目的。此外， Γ 字型管道的振動，以及伸縮管道伸長或縮短時造成一類似脈動流的現象 [32-36]，可使冷卻流體破壞高溫面附近產生的溫度邊界層，以利熱量傳遞。

本文針對冷卻流體在一來回振動的 Γ 字型管道內，對高溫面的熱傳效率影響，因此屬於擁有移動邊界的熱流場問題。對於所探討的移動邊界問題，欲以數值方法模擬時，必須考慮流體與物體間的移動介面，為了實際上的需要，理應採用拉格朗日方法，如此方能模擬這類問題，但是當移動邊界所造成的流場之外另有其他流場存在時，則容易產生誤差，乃至於無法得到收斂解。因此，單獨採用拉格朗日或尤拉方法，均無法適切的描述這類流場，為了解決此一缺點，以便能適切的模擬上述的移動邊界問題，Noh [37]提出了一種結合了拉格朗日和尤拉方法特徵的方法，稱為 Couple Lagrangian-Eulerian method，首先用於計算包含可動液體邊界之二維液動問題，證明這種方法能適切的用於描述移動邊界問題。Hirt 等人[38]則採用了 Couple Lagrangian-Eulerian method，並利用有限差分 (finite difference) 方法處理可壓縮與不可壓縮流場的移動邊界問題，並將此方法改稱為 arbitrary Lagrangian-Eulerian method (ALE)，對於 ALE 的使用方法、穩定性、準確度和網格處理方式有初步的描述。

本研究除了第一章為緒論以外，尚可分為第二章、ALE 法之運動學理論與數學模式；第三章、在強制對流情況下，冷卻流體對 Γ 字型管道中的高溫面之散熱效率影響；第四章、在混合對流情況下，冷卻流體對於 Γ 、 \square 字型管道中高溫面的散熱效率影響；第五章、以實驗量測在強制對流情況下，冷卻流體對於 Γ 字型管道中高溫面的散熱效率影響；第六章、以實驗量測在混合對流情況下，冷卻流體入口方向與重力方向相同時，對於 \square 字型管道中高溫面的散熱效率影響；第七章、總結與建議。

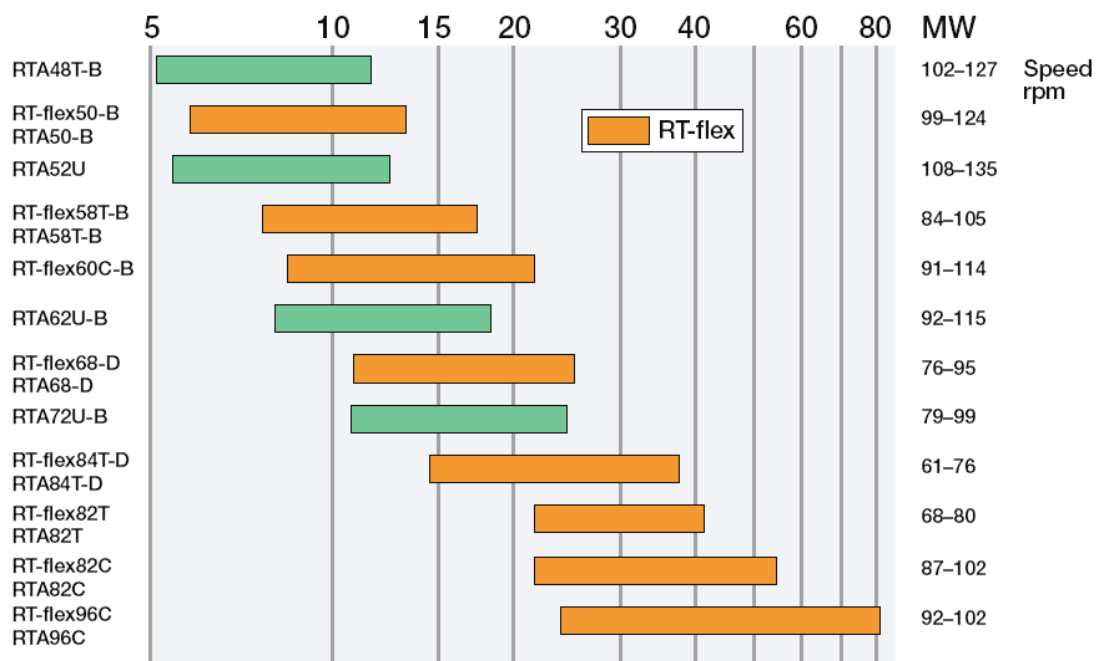
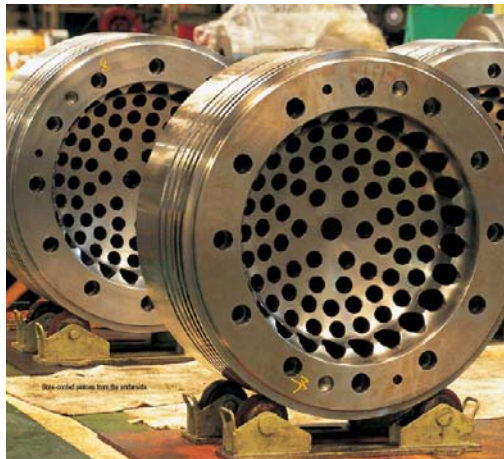
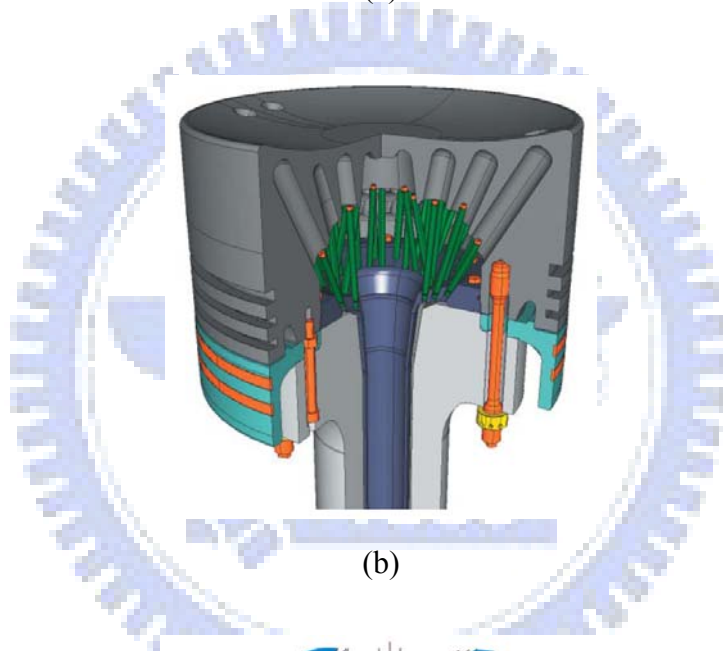


圖 1-1 目前主流的 Sulzer 大型柴油引擎之轉速與輸出功率

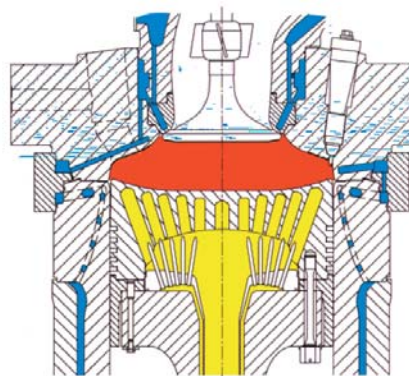
REF: <http://www.wartsila.com/>



(a)



(b)



(c)

圖 1-2 Sulzer 大型柴油引擎所使用的活塞冷卻設計

REF: <http://www.wartsila.com/>

第二章 ALE 法之運動學理論與數學模式

由於高溫面於管道流中振動的交互作用影響，流場與溫度場的變化屬於隨時間而變化的移動邊界問題，因此可以 Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) 方法適當的描述。Sheu[39]、Siauw[40]、Beskok[41]與 Zhao[42]都曾使用 ALE 法來模擬管道振動，並確認使用 ALE 法可以適切地處理網格或是邊界移動問題，在其著作之中也對 ALE 法有些簡單的描述。ALE 是結合拉格朗日 (Lagrangian) 與尤拉 (Eulerian) 座標系統所衍生出的座標系統，能有效的處理移動邊界問題，並且在計算的過程中控制網格的變形。本章節將詳細說明 ALE 法的運動學理論、數學模式、格點速度以及應用方式等。

2.1 網格描述與座標系統

現今數值模擬的技術中，不論利用有限差分法 (finite difference method) 或有限元素法 (finite element method) 離散計算區域，描述流體運動的參考座標有兩種，一為拉格朗日 (Lagrangian) 座標系統，另一為尤拉 (Eulerian) 座標系統。其中，採用拉格朗日座標系統所計算之流場，其觀察流場的焦點會集中在各個流體質點上，因此數值計算過程中，其網格會隨著節點上的流體速度而移動；另外，若是採用尤拉座標系統來計算流場速度時，則觀察流場的焦點會固定在空間中，所以網格不會隨著流體流動而改變位置。通常模擬本文所探討的移動邊界等類似問題，多會採用拉格朗日座標系統，但是當移動邊界所造成的流場之外另有其他流場存在時，則容易產生誤差乃至於無法求得收斂解，因此利用 ALE 的方法將可更加有效的處理此一移動邊界問題。

2.2 座標定義域

在使用 ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 法計算移動邊界問題的座標中，有三種座標定義域的關係存在，分別敘述如下所示，亦可參考圖 2-1 之描繪

[43,44] :

1. 空間定義域 (spatial domain, Ω_y)

代表固定不動的定義域，因此在數值方法中為固定的座標系統，其為一般流體問題所陳述的定義域，而在數值方法的格點劃分上，此定義域即為節點座標，又稱為尤拉 (Eulerian) 座標系統。

2. 物質定義域 (material domain, Ω_z)

代表流體粒子所佔有的定義域，一般來說會隨著流體的質點移動，而在數值方法的計算中，此定義域即為流體本身，其座標系統稱為拉格朗日

(Lagrangian) 座標系統。若是存在某座標點 z_i ，則其與空間定義域之座標點 y_i 的關係如下：

$$y_i = \Phi(z_i, t) = \Phi_i(z_i) \quad (2.1)$$

3. 參考定義域 (referential domain, Ω_x)

在探討移動邊界問題的領域中，此定義域會移動，通常稱之為參考 (Referential) 座標系統。若是存在某座標點 x_i ，則其與空間定義域之座標點 y_i 的關係如下：

$$y_i = \Phi(x_i, t) = \Phi_i(x_i) \quad (2.2)$$

而物質座標點 z_i 與參考座標點 x_i 的關係則為

$$x_i = \Psi(z_i, t) = \Psi_i(z_i) \quad (2.3)$$

且

$$\Psi_i = \hat{\Phi}_i^{-1} \cdot \Phi_i \quad (2.4)$$

2.3 速度定義

根據上列所述的三種座標系統與空間定義域，ALE 法亦因此而產生了三種不同的速度定義，分別描述如下：

1. 流體速度 (material velocity, u)

$$u = \left. \frac{\partial y_i}{\partial t} \right|_{z_i} \quad (2.5)$$

2. 節點速度 (mesh velocity, \hat{u})

$$\hat{u} = \left. \frac{\partial y_i}{\partial t} \right|_{x_i} \quad (2.6)$$

3. 對流速度 (convective velocity, \hat{c})

$$\hat{c} = \left. \frac{\partial x_i}{\partial t} \right|_{z_i} \quad (2.7)$$

且

$$\hat{c} = u - \hat{u} \quad (2.8)$$

2.4 座標轉換

另外，由三種不同的座標定義域可以獲得如下的座標轉換關係：

1. 參考 (Referential) 座標與拉格朗日 (Lagrangian) 座標之轉換

根據微分定理可知，任一函數 f 可以滿足

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{z_i} = \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{x_i} + \frac{\partial f}{\partial x_i} \left. \frac{\partial x_i}{\partial t} \right|_{z_i} \quad (2.9)$$

若是把函數 f 以座標函數 y 代入，即可得

$$\left. \frac{\partial y_i}{\partial t} \right|_{z_i} = \left. \frac{\partial y_i}{\partial t} \right|_{x_i} + \frac{\partial y_i}{\partial x_i} \left. \frac{\partial x_i}{\partial t} \right|_{z_i} \quad (2.10)$$

亦即

$$u = \hat{u} + \frac{\partial y_i}{\partial x_i} \left. \frac{\partial x_i}{\partial t} \right|_{z_i} \quad (2.11)$$

則

$$\left. \frac{\partial x_i}{\partial t} \right|_{z_i} = (u - \hat{u}) \frac{\partial x_i}{\partial y_i} \quad (2.12)$$

再將其代入式(3-9)即可獲得最後之座標轉換式

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{z_i} = \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{x_i} + (u - \hat{u}) \frac{\partial f}{\partial y_i} \quad (2.13)$$

2. 尤拉 (Eulerian) 座標與拉格朗日 (Lagrangian) 座標之轉換

同理，根據微分定理可知，任一函數 f 可以滿足

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{z_i} = \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{y_i} + \frac{\partial f}{\partial y_i} \left. \frac{\partial y_i}{\partial t} \right|_{z_i} \quad (2.14)$$

而上式最後之微分項由前面之流體速度的定義式(2.5)可知其恰好為 u ，故可直接獲得尤拉 (Eulerian) 與拉格朗日 (Lagrangian) 兩座標間的轉換關係式如下：

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{z_i} = \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{y_i} + u \frac{\partial f}{\partial y_i} \quad (2.15)$$

3. 參考 (Referential) 座標與尤拉 (Eulerian) 座標之轉換

相同地，根據微分定理可知，任一函數 f 可以滿足

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{y_i} = \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{x_i} + \frac{\partial f}{\partial x_i} \left. \frac{\partial x_i}{\partial t} \right|_{y_i} \quad (2.16)$$

再把函數 f 以尤拉 (Eulerian) 座標函數 y 代入，即可得

$$\left. \frac{\partial y_i}{\partial t} \right|_{y_i} = \left. \frac{\partial y_i}{\partial t} \right|_{x_i} + \frac{\partial y_i}{\partial x_i} \left. \frac{\partial x_i}{\partial t} \right|_{y_i} \quad (2.17)$$

亦即

$$0 = \hat{u} + \frac{\partial y_i}{\partial x_i} \left. \frac{\partial x_i}{\partial t} \right|_{y_i} \quad (2.18)$$

則

$$\left. \frac{\partial x_i}{\partial t} \right|_{y_i} = -\hat{u} \frac{\partial x_i}{\partial y_i} \quad (2.19)$$

再將上式所得之結果代入式(2.17)即可獲得參考 (Referential) 座標與尤拉 (Eulerian) 座標之轉換關係式如下：

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{y_i} = \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{x_i} - \hat{u} \frac{\partial f}{\partial y_i} \quad (2.20)$$

ALE 綜合上述座標系統的概念，將觀測流場的焦點定在新定義的參考定義域 (reference domain) 上，此參考定義域以任意速度 \hat{u} 在計算區域中運動；計算網格則固定在參考定義域上，與參考定義域同以 \hat{u} 的速度移動。ALE 與拉格朗日 (Lagrangian)、尤拉 (Eulerian) 座標系統間的關係，由 \hat{u} 決定：

1. 當 $\hat{u} = 0$ 時：

參考定義域 (reference domain) 與計算網格皆靜止不動，此時 ALE 描

述流場的觀點與尤拉（Eulerian）座標系統相同。

2. 當 $\hat{u} = u$ 時：

此時參考定義域（reference domain）的移動速度與流體質點的速度相同，ALE 描述流場的觀點則與拉格朗日（Lagrangian）座標系統相同。

3. 當 $\hat{u} \neq 0$ 且 $\hat{u} \neq u$ 時：

此時參考定義域（reference domain）描述流場的觀點即為 ALE 法。

又在實際的數值模擬運用上，無論 $\hat{u} = 0$ 、 $\hat{u} = u$ 或 $\hat{u} \neq 0$ 且 $\hat{u} \neq u$ 的各種情形，都會同時發生在同一計算空間內的不同網格節點上，如此彈性的變化，正是利用 ALE 法模擬移動邊界問題的重點與精隨之所在。

2.5 ALE 統馭方程式

一般考慮浮力項之二維熱、流場的連續方程式、動量方程式與能量方程式可以表示為：

連續方程式：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.21)$$

動量方程式：

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.22)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - g \quad (2.23)$$

能量方程式：

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.24)$$

2.5.1 強制對流情況下，移動邊界問題之無因次統馭方程式

在強制對流的請況之下，重力造成的影響已不復存在，因此動量方程式中的重力項可以消去，此外在移動邊界問題中，原有的統馭方程式經過 ALE 法變換

之後，連續方程式保持不變，但是動量方程式與能量方程式需改寫為下列式子。

動量方程式：

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + (u - \hat{u}) \frac{\partial u}{\partial x} + (v - \hat{v}) \frac{\partial u}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.25)$$

$$\rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + (u - \hat{u}) \frac{\partial v}{\partial x} + (v - \hat{v}) \frac{\partial v}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.26)$$

能量方程式：

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (u - \hat{u}) \frac{\partial T}{\partial x} + (v - \hat{v}) \frac{\partial T}{\partial y} \right] = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.27)$$

在使用適當的無因次參數對統御方程式進行變換之後，強制對流情況下之無因次統御方程式可寫成以下形式。

連續方程式：

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.28)$$

動量方程式：

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + (U - \hat{U}) \frac{\partial U}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + (U - \hat{U}) \frac{\partial V}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (2.30)$$

能量方程式：

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + (U - \hat{U}) \frac{\partial \theta}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr Re}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (2.31)$$

2.5.2 混合對流情況下，移動邊界問題之無因次統御方程式

本研究對於混合對流的問題加以分析與經過適當的無因次參數變化之後，原本的統御方程式(2.21)~(2.24)可改寫成如下之無因次統御方程式。

連續方程式：

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.28)$$

動量方程式：

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + (U - \hat{U}) \frac{\partial U}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + (U - \hat{U}) \frac{\partial V}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{Gr}{\text{Re}^2} \theta \quad (2.30)$$

能量方程式：

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + (U - \hat{U}) \frac{\partial \theta}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr Re}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (2.31)$$

2.6 網格速度

在 ALE 法中，參考座標系統的移動速度是可以任意給定的，因此計算網格的移動速度與流體速度間彼此獨立，可以根據計算的需要給定適當的網格速度。

本研究依據不同的物理邊界條件，將網格速度分為三種區域：

1. 固定邊界上，如圖 2-2 所示之(a)區， $\hat{U} = \hat{V} = 0$ 。
2. 移動邊界上，網格速度等於壁面速度，亦與移動邊界上的流體等速， $\hat{U} = 0$ 、 $\hat{V} = V_c$ ，如圖 2-2 所示之(c)區
3. 在固定邊界與移動邊界間，如圖 2-2 之(b)區所示，網格速度可以依需求設定，以避免網格過度扭曲導致計算發散；在本研究中則根據格點與壁面間的距離，使網格速度成線性分佈。

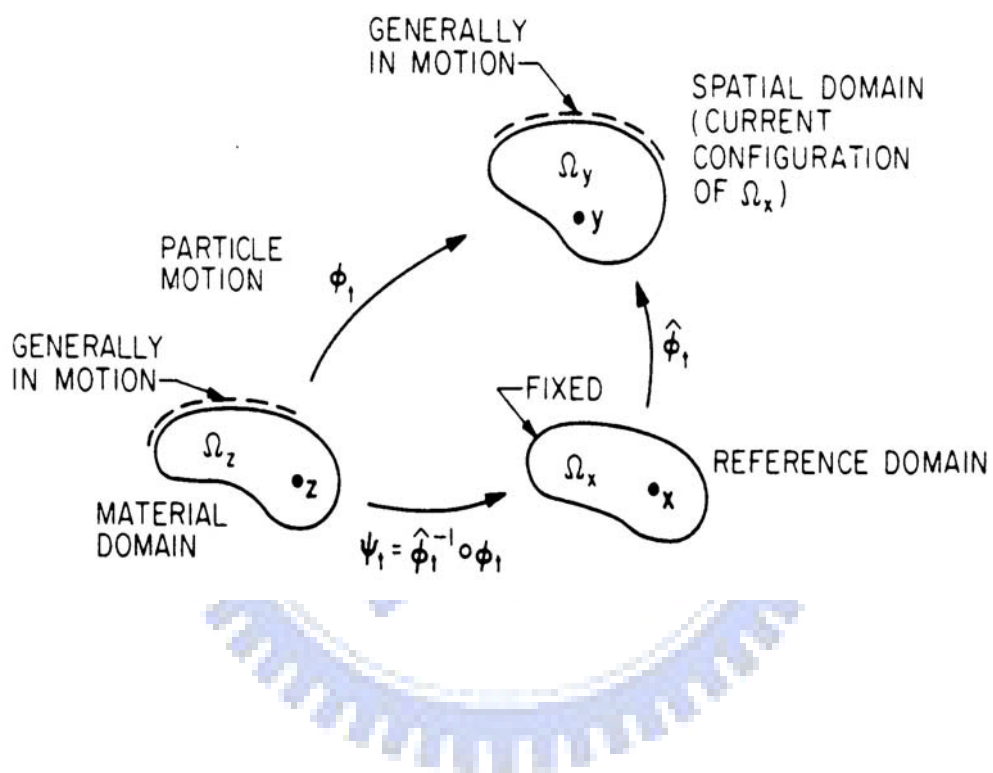
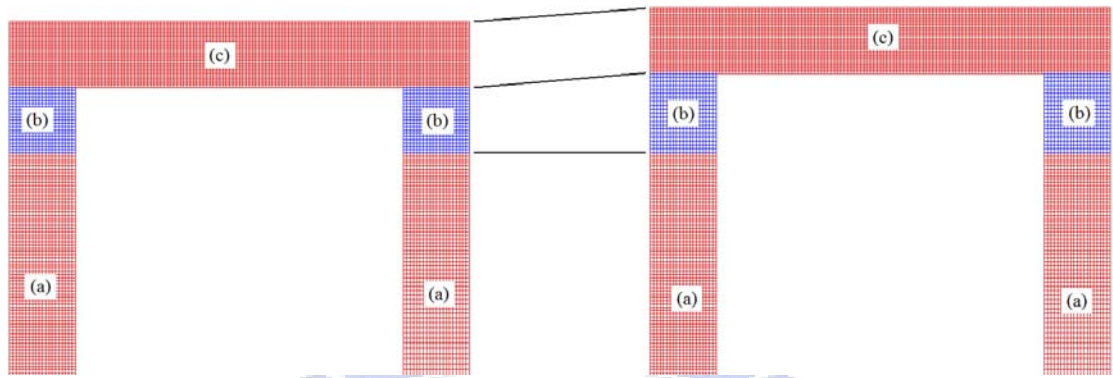


圖 2-1 ALE 座標關係圖



- (a) 固定網格
- (b) 移動網格
- (c) 線性變化網格

圖 2-2 網格變化

第三章 數值方法

本研究的數值方法採用葛拉金有限元素法 (Galerkin finite element method)。所有元素均為八節點二次等參元素，並引入處罰函數 (penalty function) 處理壓力項和連續方程式，使所需計算的變數僅為 U 、 V 和 θ ，對於時間項則採用後向差分隱式法 (backward different implicit method)。此外，應用牛頓拉斐遜 (Newton-Raphson) 迭代法處理動量方程式中的非線性項。速度和溫度均採用四邊形八節點二次等參元素，其節點排列方式如圖 3-1 所示。

3.1 強制對流下的統馭方程式

在強制對流情況下，為了簡化分析，本研究需先做出以下假設：

- (1) 工作流體為空氣，屬於牛頓流體且為二維不可壓縮層流流場。
- (2) 工作流體各項性質皆為常數。
- (3) 流體與物體之界面滿足無滑動條件 (no-slip condition)，亦即移動面之流體速度等於管道壁面之運動速度。

本研究分別以進口速度 v_0 、外界溫度 T_0 和管道寬度 w 為特徵速度、溫度和長度，將 ALE 統馭方程式簡化如下；其中 \hat{v} 為格點速度 (mesh velocity)， l_c 與 f_c 分別為振動幅度與振動頻率：

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{w}, & Y &= \frac{y}{w}, & U &= \frac{u}{v_0}, & V &= \frac{v}{v_0}, & \hat{V} &= \frac{\hat{v}}{v_0} \\ V_c &= \frac{v_c}{v_0}, & V_m &= \frac{v_m}{v_0}, & P &= \frac{p - p_\infty}{\rho v_0^2}, & \tau &= \frac{t v_0}{w}, & \theta &= \frac{T - T_0}{T_h - T_0} \\ F_c &= \frac{f_c w}{v_0}, & L_c &= \frac{l_c}{w}, & Re &= \frac{v_0 w}{\nu}, & Pr &= \frac{\nu}{\alpha} \end{aligned} \quad (3.1)$$

連續方程式：

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3.2)$$

動量方程式：

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (3.4)$$

能量方程式：

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (3.5)$$

其中 \hat{U} ($\hat{U} = \frac{\hat{u}}{v_0}$) 為計算網格在 Y 方向之移動速度。

利用葛拉金有限元素法，並使用形狀函數 N_i 為加權函數，則原統御方程式可以轉換成如下之積分形式：

$$\int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial U}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + N_i \frac{\partial P}{\partial X} - \frac{N_i}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \right] d\Omega = 0 \quad (3.6)$$

$$\int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial V}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + N_i \frac{\partial P}{\partial Y} - \frac{N_i}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \right] d\Omega = 0 \quad (3.7)$$

$$\int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) - \frac{N_i}{Pr Re} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \right] d\Omega = 0 \quad (3.8)$$

再將二次項及壓力項利用高斯積分定理加以化簡：

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial P}{\partial X} d\Omega = \int_{\Gamma_e} P N_i n_x d\Gamma - \int_{\Omega_e} P \frac{\partial N_i}{\partial X} d\Omega \quad (3.9a)$$

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial P}{\partial Y} d\Omega = \int_{\Gamma_e} P N_i n_y d\Gamma - \int_{\Omega_e} P \frac{\partial N_i}{\partial Y} d\Omega \quad (3.9b)$$

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} d\Omega = \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial U}{\partial X} d\Gamma - \int_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial X} d\Omega \quad (3.10a)$$

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} d\Omega = \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial U}{\partial Y} d\Gamma - \int_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial U}{\partial Y} d\Omega \quad (3.10b)$$

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} d\Omega = \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial V}{\partial X} d\Gamma - \int_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial V}{\partial X} d\Omega \quad (3.11a)$$

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} d\Omega = \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial V}{\partial Y} d\Gamma - \int_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial V}{\partial Y} d\Omega \quad (3.11b)$$

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} d\Omega = \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial \theta}{\partial X} d\Gamma - \int_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial X} d\Omega \quad (3.12a)$$

$$\int_{\Omega_e} N_i \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} d\Omega = \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial \theta}{\partial Y} d\Gamma - \int_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial Y} d\Omega \quad (3.12b)$$

則原積分式可以改寫如下：

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial Y} \right) - P \frac{\partial N_i}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \\ = \frac{1}{Re} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_e} P N_i n_x d\Gamma \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial Y} \right) - P \frac{\partial N_i}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \\ = \frac{1}{Re} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_e} P N_i n_y d\Gamma \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) + \frac{1}{Re Pr} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \\ = \frac{1}{Re Pr} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial \theta}{\partial n} d\Gamma \end{aligned} \quad (3.15)$$

利用處罰函數可將壓力項以速度關係式代入：

$$P = -\lambda \left(\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial X} + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial Y} \right) \quad (3.16)$$

則式(3.13)、(3.14)變為：

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial Y} \right) + \lambda \frac{\partial N_i}{\partial X} \left(\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial X} + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial Y} \right) + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \\ = \frac{1}{Re} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_e} P N_i n_x d\Gamma \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial Y} \right) + \lambda \frac{\partial N_i}{\partial Y} \left(\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial X} + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial Y} \right) + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \\ = \frac{1}{Re} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_e} P N_i n_y d\Gamma \end{aligned} \quad (3.18)$$

為了計算處理上的方便，我們可以把原本非線性積分方程式加以線性化，其

中 $\Phi^{m+1} = \Phi^m + \delta\Phi$ ，則：

$$\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \mathcal{S}} = \Phi^{m+1} \frac{\partial \Phi^{m+1}}{\partial \mathcal{S}} \approx \Phi^m \frac{\partial \Phi^{m+1}}{\partial \mathcal{S}} + \delta\Phi \frac{\partial \Phi^m}{\partial \mathcal{S}}$$

$$= \Phi^m \frac{\partial \Phi^{m+1}}{\partial S} + \Phi^{m+1} \frac{\partial \Phi^m}{\partial S} - \Phi^m \frac{\partial \Phi^m}{\partial S} \quad (3.19)$$

上式中省略了 $\partial \Phi \frac{\partial(\partial \Phi)}{\partial S}$ 項，其中 Φ 可表為 U 、 V ， S 可表為 X 或 Y ；若是將

上述之推導加上格點速度（mesh velocity）一項，則線性化結果變為

$$\begin{aligned} (V - \hat{V}) \frac{\partial U}{\partial Y} &= (V^{m+1} - \hat{V}) \frac{\partial U^{m+1}}{\partial Y} = V^{m+1} \frac{\partial U^{m+1}}{\partial Y} - \hat{V} \frac{\partial U^{m+1}}{\partial Y} \\ &= \left(V^m \frac{\partial U^{m+1}}{\partial Y} + V^{m+1} \frac{\partial U^m}{\partial Y} - V^m \frac{\partial U^m}{\partial Y} \right) - \hat{V} \frac{\partial U^{m+1}}{\partial Y} \\ &= (V^m - \hat{V}) \frac{\partial U^{m+1}}{\partial Y} + V^{m+1} \frac{\partial U^m}{\partial Y} - V^m \frac{\partial U^m}{\partial Y} \end{aligned} \quad (3.20a)$$

同理， Y 方向之線性化亦可推導而得：

$$(V - \hat{V}) \frac{\partial V}{\partial Y} = (V^m - \hat{V}) \frac{\partial V^{m+1}}{\partial Y} + V^{m+1} \frac{\partial V^m}{\partial Y} - V^m \frac{\partial V^m}{\partial Y} \quad (3.20b)$$

另外，對於時間項 $\frac{\partial}{\partial \tau}$ 的處理方式，則採用後向差分隱式法，其微分式可以

表示成：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} = \frac{\Phi_{\tau+\Delta\tau}^{m+1} - \Phi_{\tau}^m}{\Delta\tau} \quad (3.21)$$

由上述之推導，最終即可獲得線性化之有限元素方程式，如下所示：

$$\begin{aligned} &\int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{U^{m+1}}{\Delta\tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial U^{m+1}}{\partial X} + (V^m - \hat{V}) \frac{\partial U^{m+1}}{\partial Y} + U^{m+1} \frac{\partial U^m}{\partial X} + V^{m+1} \frac{\partial U^m}{\partial Y} \right) \right. \\ &\quad \left. + \lambda \frac{\partial N_i}{\partial X} \left(\frac{\partial U^{m+1}}{\partial X} + \frac{\partial V^{m+1}}{\partial Y} \right) + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial U^{m+1}}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial U^{m+1}}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \\ &= \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{U_{\tau}}{\Delta\tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial U^m}{\partial X} + V^m \frac{\partial U^m}{\partial Y} \right) \right] d\Omega + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial U^m}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_e} P N_i n_x d\Gamma \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} &\int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{V^{m+1}}{\Delta\tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial V^{m+1}}{\partial X} + (V^m - \hat{V}) \frac{\partial V^{m+1}}{\partial Y} + U^{m+1} \frac{\partial V^m}{\partial X} + V^{m+1} \frac{\partial V^m}{\partial Y} \right) \right. \\ &\quad \left. + \lambda \frac{\partial N_i}{\partial X} \left(\frac{\partial U^{m+1}}{\partial X} + \frac{\partial V^{m+1}}{\partial Y} \right) + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial V^{m+1}}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial V^{m+1}}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \end{aligned}$$

$$= \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{V_\tau}{\Delta\tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial V^m}{\partial X} + V^m \frac{\partial V^m}{\partial Y} \right) \right] d\Omega + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial V^m}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_e} P N_i n_y d\Gamma \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\theta^{m+1}}{\Delta\tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial \theta^{m+1}}{\partial X} + (V^m - \hat{V}) \frac{\partial \theta^{m+1}}{\partial Y} + U^{m+1} \frac{\partial \theta^m}{\partial X} + V^{m+1} \frac{\partial \theta^m}{\partial Y} \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial \theta^{m+1}}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial \theta^{m+1}}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \\ & = \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\theta_\tau}{\Delta\tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial \theta^m}{\partial X} + V^m \frac{\partial \theta^m}{\partial Y} \right) \right] d\Omega + \frac{1}{\text{Re Pr}} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial \theta^m}{\partial n} d\Gamma \end{aligned} \quad (3.24)$$

上式中含上標「 m 」或「 $m+1$ 」之各項，其下標均為「 $\tau + \Delta\tau$ 」。

將上述步驟所得之兩個方程式利用矩陣形式表示，且：

$$U^{(e)} = [N] \{U\}^{(e)} \quad (3.25a)$$

$$V^{(e)} = [N] \{V\}^{(e)} \quad (3.25b)$$

$$\theta^{(e)} = [N] \{\theta\}^{(e)} \quad (3.25c)$$

$$[N]_{1 \times 8} = [N_1, N_2, \dots, N_8] \quad (3.26)$$

$$\{U\}_{8 \times 1}^{(e)} = \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_8 \end{Bmatrix} \quad (3.27a)$$

$$\{V\}_{8 \times 1}^{(e)} = \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_8 \end{Bmatrix} \quad (3.27b)$$

$$\{\theta\}_{8 \times 1}^{(e)} = \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_8 \end{Bmatrix} \quad (3.27c)$$

而其中的形狀函數 (shape function) 採用八節點二次等參元素，其函數則如下所述：

$$N_1 = \frac{-1}{4}(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta) \quad (3.28a)$$

$$N_2 = \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1-\eta) \quad (3.28b)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)(\xi-\eta-1) \quad (3.28c)$$

$$N_4 = \frac{1}{2}(1+\xi)(1-\eta^2) \quad (3.28d)$$

$$N_5 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(\xi+\eta-1) \quad (3.28e)$$

$$N_6 = \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta) \quad (3.28f)$$

$$N_7 = \frac{-1}{4}(1-\xi)(1+\eta)(1+\xi-\eta) \quad (3.28g)$$

$$N_8 = \frac{1}{2}(1-\xi)(1-\eta^2) \quad (3.28h)$$

在強制對流流場之下，可先由方程式解出流場分布之後，再由能量方程式解出溫度場分布，因此由上述推導可得到流場部份之單一元素之矩陣方程式：

$$([C]^{(e)} + [K]^{(e)} + \lambda [L]^{(e)}) \{q\}^{(e)} = \{f\}^{(e)} \quad (3.29)$$

其中 $\{q\}^{(e)} = [U_1, U_2, \dots, U_8, V_1, V_2, \dots, V_8]^T$

$[C]^{(e)}$ 表非線性迭代 U 與 V 所組成之矩陣，

$[K]^{(e)}$ 表純由幾何形狀函數與時間項所組成之矩陣，

$[L]^{(e)}$ 表帶有處罰函數 λ 項所組成之矩陣，

$\{f\}^{(e)}$ 表右半部已知向量之矩陣。

若是將計算區域內的所有元素結合成單一矩陣方程式，則式(3.29)變為：

$$([C] + [K] + \lambda [L]) \{q\} = \{f\} \quad (3.30)$$

在求得流場分布之後，即可繼續由能量方程式解出溫度場分布；將能量方程式之積分方程式以矩陣方程式表示可得：

$$[M]^{(e)} \{\theta\}^{(e)} = \{r\}^{(e)} \quad (3.31)$$

其中 $\{\theta\}^{(e)} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_8]^T$

把所有元素方程式結合後可得：

$$[M]\{\theta\} = \{r\} \quad (3.32)$$

3.2 混合對流下的統馭方程式

為了簡化分析，本研究做了以下的假設：

- (1) 工作流體為空氣，屬於牛頓流體；除了浮力項以外，為二維不可壓縮層流流場。
- (2) 在溫差不大的情況之下，除了工作流體重力項的密度以外，其餘各項性質皆為常數。
- (3) 重力在 y 方向，重力項的密度使用 Boussinesq 近似法簡化。
- (4) 流體與物體之界面滿足無滑動條件 (no-slip condition)，亦即移動面之流體速度等於管道壁面之運動速度。

本研究分別以進口速度 v_0 、外界溫度 T_0 和管道寬度 w 為特徵速度、溫度和長度，將 ALE 統馭方程式簡化如下；其中 \hat{v} 為格點速度 (mesh velocity)， l_c 與 f_c 分別為振動幅度與振動頻率：

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{w}, \quad Y = \frac{y}{w}, \quad U = \frac{u}{v_0}, \quad V = \frac{v}{v_0}, \quad \hat{V} = \frac{\hat{v}}{v_0} \\ V_c &= \frac{v_c}{v_0}, \quad V_m = \frac{v_m}{v_0}, \quad P = \frac{p - p_\infty}{\rho v_0^2}, \quad \tau = \frac{t v_0}{w}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_h - T_0} \\ F_c &= \frac{f_c w}{v_0}, \quad L_c = \frac{l_c}{w}, \quad Re = \frac{v_0 w}{\nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Gr = \frac{g \beta (T_h - T_0) w^3}{\nu^2} \end{aligned} \quad (3.33)$$

連續方程式：

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3.34)$$

動量方程式：

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{Gr}{Re^2} \theta \quad (3.36)$$

能量方程式：

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{RePr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (3.37)$$

其中 \hat{U} ($\hat{U} = \frac{\hat{u}}{v_0}$) 為計算網格在 Y 方向之移動速度。

利用葛拉金有限元素法，並使用形狀函數 N_i 為加權函數，則原統御方程式可以轉換成如下之積分形式：

$$\int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial U}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + N_i \frac{\partial P}{\partial X} - \frac{N_i}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \right] d\Omega = 0 \quad (3.38)$$

$$\int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial V}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + N_i \frac{\partial P}{\partial Y} - \frac{N_i}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{Gr N_i \theta}{Re^2} \right] d\Omega = 0 \quad (3.39)$$

$$\int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + N_i \left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} + (V - \hat{V}) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) - \frac{N_i}{PrRe} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \right] d\Omega = 0 \quad (3.40)$$

將二次項及壓力項利用高斯積分定理加以化簡，之後再利用處罰函數將壓力項以速度關係式代入，並把非線性積分方程式加以線性化，最後對於時間項用後向差分隱式法加以處理，即可獲得線性化之有限元素方程式，如下所示：

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{U^{m+1}}{\Delta \tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial U^{m+1}}{\partial X} + (V^m - \hat{V}) \frac{\partial U^{m+1}}{\partial Y} + U^{m+1} \frac{\partial U^m}{\partial X} + V^{m+1} \frac{\partial U^m}{\partial Y} \right) \right. \\ & \quad \left. + \lambda \frac{\partial N_i}{\partial X} \left(\frac{\partial U^{m+1}}{\partial X} + \frac{\partial V^{m+1}}{\partial Y} \right) + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial U^{m+1}}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial U^{m+1}}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \\ & = \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{U_\tau}{\Delta \tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial U^m}{\partial X} + V^m \frac{\partial U^m}{\partial Y} \right) \right] d\Omega + \frac{1}{Re} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial U^m}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_e} P N_i n_x d\Gamma \quad (3.41) \\ & \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{V^{m+1}}{\Delta \tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial V^{m+1}}{\partial X} + (V^m - \hat{V}) \frac{\partial V^{m+1}}{\partial Y} + U^{m+1} \frac{\partial V^m}{\partial X} + V^{m+1} \frac{\partial V^m}{\partial Y} \right) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \lambda \frac{\partial N_i}{\partial Y} \left(\frac{\partial U^{m+1}}{\partial X} + \frac{\partial V^{m+1}}{\partial Y} \right) + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial V^{m+1}}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial U^{m+1}}{\partial Y} \right) - \frac{Gr N_i \theta^{m+1}}{Re^2} \Big] d\Omega \\
& = \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{V_\tau}{\Delta \tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial V^m}{\partial X} + V^m \frac{\partial U^m}{\partial Y} \right) \right] d\Omega + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial V^m}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_e} P N_i n_y d\Gamma \quad (3.42)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\theta^{m+1}}{\Delta \tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial \theta^{m+1}}{\partial X} + (V^m - \hat{V}) \frac{\partial \theta^{m+1}}{\partial Y} + U^{m+1} \frac{\partial \theta^m}{\partial X} + V^{m+1} \frac{\partial \theta^m}{\partial Y} \right) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial \theta^{m+1}}{\partial X} + \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial \theta^{m+1}}{\partial Y} \right) \right] d\Omega \\
& = \int_{\Omega_e} \left[N_i \frac{\theta_\tau}{\Delta \tau} + N_i \left(U^m \frac{\partial \theta^m}{\partial X} + V^m \frac{\partial \theta^m}{\partial Y} \right) \right] d\Omega + \frac{1}{\text{Re Pr}} \int_{\Gamma_e} N_i \frac{\partial \theta^m}{\partial n} d\Gamma \quad (3.43)
\end{aligned}$$

上式中含上標「 m 」或「 $m+1$ 」之各項，其下標均為「 $\tau + \Delta \tau$ 」。

如此，即可獲得單一元素之矩陣方程式：

$$([C]^{(e)} + [K]^{(e)} + \lambda [L]^{(e)}) \{q\}^{(e)} = \{f\}^{(e)} \quad (3.44)$$

其中 $\{q\}^{(e)} = [U_1, U_2, \dots, U_8, V_1, V_2, \dots, V_8, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_8]^T$

$[C]^{(e)}$ 表非線性迭代 U 與 V 所組成之矩陣，

$[K]^{(e)}$ 表純由幾何形狀函數與時間項所組成之矩陣，

$[L]^{(e)}$ 表帶有處罰函數 λ 項所組成之矩陣，

$\{f\}^{(e)}$ 表右半部已知向量之矩陣。

若是將計算區域內的所有元素結合成單一矩陣方程式，則式(3.44)變為：

$$([C] + [K] + \lambda [L]) \{q\} = \{f\} \quad (3.45)$$

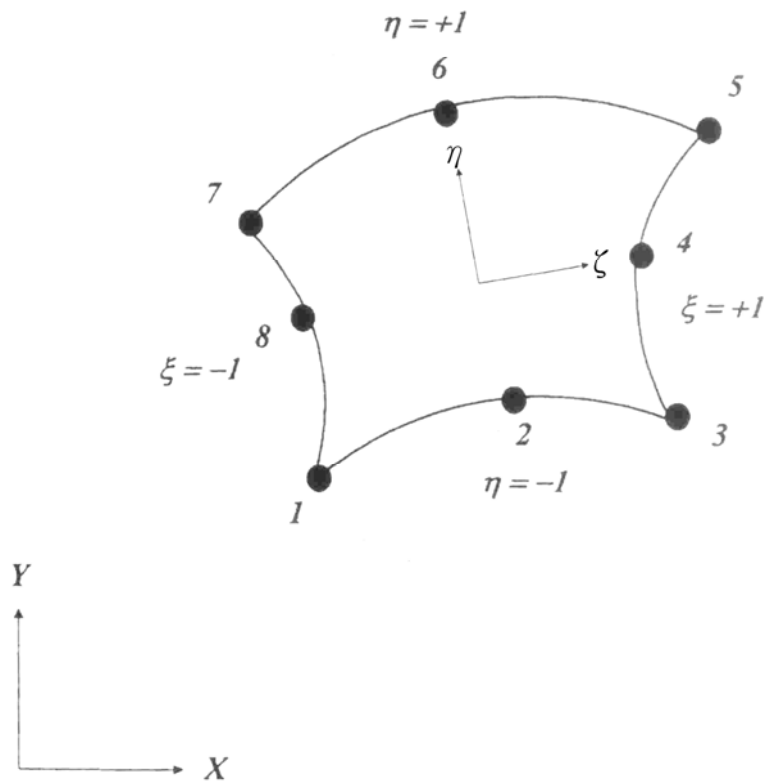


圖 3-1 元素節點排列方式示意圖

第四章 強制對流情況下，冷卻流體對門字型管道中的高溫面之散熱效率影響

利用冷卻流體帶走振動管道裡的熱量以避免高溫對於機械元件的損壞，在今日講求作業效率以及減少後備維修次數的觀念中更顯得重要。對於類似活塞的散熱管道設計以及散熱效率的研究，過去所發表的相關研究文章並不多見，對於可振動的門字型散熱管道設計之研究更是稀少。

4.1 物理模式

圖 4-1 為冷卻管道模組隨活塞在汽缸內做往復運動之示意圖，本研究將分析冷卻管道在活塞作動時所造成的散熱效率，其物理模式圖如圖 4-2 所示，主要由五個部份組成，分別為入口管道 $AMQR$ 、入口伸縮管道 $MOFQ$ 、有高溫面的水平管道 $OBCP$ 、出口伸縮管道 $RGPN$ 與出口管道 $HRND$ ；管道寬度皆為 w ，入、出口管道高度為 h_1 ，入口流速度、溫度固定為 v_0 及 T_0 ；伸縮管道部分介於 \overline{OP} 與 \overline{MN} 之間，功用是為了將振動中的水平管道連結到靜止的入、出口管道部分，該伸縮管道原長為 w ，此時水平管道位於下始點，伸長之後會使水平管道到達上始點的位置，總長度達到 $w+2l_c$ ；水平管道長 w_0 ，高溫面 \overline{BC} 設定在水平管道上方壁面，溫度恆保持為 T_H ($T_H > T_0$)；管道往復來回振動的模式為水平管道從下始點出發，並移動 $2l_c$ 到達上始點後，再往回移動 $2l_c$ 返回初始位置；管道振動頻率為 f_c ，該運動方程式可表示成下式：

$$v_c = v_m \sin(2\pi f_c t) \quad (4.1)$$

其中 v_c 為水平管道的運動速度， v_m 則為管道最大振動速度，並可寫為：

$$v_m = 2\pi f_c l_c \quad (4.2)$$

由於高溫面於管道流中振動的交互作用影響，流場與溫度場的變化屬於隨時間而變化的移動邊界問題，可使用前一章所描述的 ALE (arbitrary Lagrangian-

Eulerian) 方法。

4.2 初始條件與邊界條件

無因次參數及無因次化後之統馭方程式如前章中，式(3.1)~(3.5)所示；且經無因次化後之活塞振動速率 V_c 可寫成：

$$V_c = V_m \sin(2\pi F_c \tau) \quad (4.3)$$

其中無因次的最大振動速度 V_m 則可以由下式獲得：

$$V_m = 2\pi F_c L_c \quad (4.4)$$

初始條件：

本文對於較高的 Re 皆以較低的 Re 數值解為流場初始值，以求得管道靜止不動時的流場、溫度場解；對於暫態的分析，皆是由管道靜止時分析結果為初始值開始計算。

邊界條件：

流體入口邊界 \overline{AE} ：

$$U = 0, V = 1, \theta = 0 \quad (4.5)$$

流體出口邊界 \overline{HD} ：

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = 0, \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (4.6)$$

伸縮管道壁面 \overline{MO} 、 \overline{QF} 、 \overline{RG} 、 \overline{NP} ：

$$U = 0, V = \begin{cases} 0 & \tau = 0 \\ V_n & \tau > 0 \end{cases}, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (4.7)$$

上式的 V_n 為伸縮管道之網格速度，其速度與活塞振動速度以及邊界上某點垂直到 \overline{MN} 的距離除上 \overline{OP} 至 \overline{MN} 的距離所得之比值有關，可表示成下式：

$$V_n = \frac{\eta_1}{\eta_0} \cdot V_c \quad (4.8)$$

其中 η_1 為邊界上某點垂直到 \overline{MN} 的距離， η_0 為 \overline{OP} 至 \overline{MN} 的距離。

水平管道垂直壁面 \overline{OB} 、 \overline{PC} ：

$$U=0, V = \begin{cases} 0 & \tau=0 \\ V_c & \tau>0 \end{cases}, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (4.9)$$

水平管道下方壁面 \overline{FG} ：

$$U=0, V = \begin{cases} 0 & \tau=0 \\ V_c & \tau>0 \end{cases}, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (4.10)$$

水平管道高溫面 \overline{MN} ：

$$U=0, V = \begin{cases} 0 & \tau=0 \\ V_c & \tau>0 \end{cases}, \theta = 1 \quad (4.11)$$

其他壁面：

$$U=0, V=0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (4.12)$$

4.3 數值方法

數值計算流程圖如圖 4-3，詳細步驟如下：

1. 根據所需的元素數目、網格數目與分布情況，求出各網格點的位置，並指定邊界條件。
2. 求高溫振動面靜止時的速度與溫度場，作為其振動時的初始條件。
3. 計算各網格點的速度，並檢查初始條件與邊界條件有無錯誤。
4. 求所需的參數（Jacobian 矩陣、形狀函數等）。
5. 反覆解聯立方程組求出速度場，直到每一網格點的速度值滿足下列收斂條件。

$$\left| \frac{\Phi^{m+1} - \Phi^m}{\Phi^{m+1}} \right| < 10^{-3}, \quad \text{式中 } \Phi \text{ 表示 } U、V \text{ 與 } \theta。$$

6. 將解出的速度場代入能量方程式中，反覆迭代至滿足收斂條件以解出溫度場分布。
7. 在每一個計算時間裡，均需檢查每一元素和整個計算域的連續方程式的殘值 (Residual = $\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y}$) 以確保在整個計算過程中均能滿足質量守恆。
8. 重複步驟 5~7 至達到所需的無因次時間。

本研究所採用的工作流體為空氣，普朗特常數為 $Pr = 0.71$ ，且高溫振動面的局部紐塞數 (local Nusselt number) 定義如下：

$$Nu_x = - \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{\text{Heated Surface}} \quad (4.13)$$

高溫振動面的平均紐塞數 (average Nusselt number) 定義如下：

$$\overline{Nu_x} = \frac{1}{\text{Heated Surface}} \int_{\text{Heated Surface}} Nu_x dX \quad (4.14)$$

高溫振動面振動一週期之時間平均紐塞數 (time-averaged Nusselt number) 定義如下：

$$\overline{Nu} = - \frac{1}{\tau_p} \int_{\tau}^{\tau+\tau_p} Nu d\tau \quad (4.15)$$

其中 τ_p 代表振動一個週期的時間亦等於 $1/F_c$ 。

為了更加清楚的顯示流場與溫度場的變化情形，所以有關流線與等溫線的顯示範圍僅以加熱面附近為主，並利用箭頭符號『↑、↓』來表示振動加熱面的運動方向，而無因次流線函數 Ψ 定義如下：

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad V = - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (4.16)$$

格點測試

本研究利用數值方法模擬 Γ 型管道振動時對於高溫面熱傳的影響，為了達到

合理的邊界條件，由數值測試的結果於出、入口管道的長度採用了 $50w$ ；另為了獲得較準確的速度 U 和 V 以及溫度 θ ，在雷諾數 $Re=750$ 之穩定流場下，採用三種非均勻分布的計算網格進行網格測試，其元素個數分別 5856、8025 以及 9225，沿著 U 型管道中心平行 X 、 Y 軸之 U 、 V 和 θ 分布如圖 4-4 所示；根據網格測試的結果，本研究採用 8025 個元素之計算格點。在時間步進方面，每次循環分為 48 步完成，相對應之時間步階 $\Delta\tau = \frac{\tau_p}{48}$ ，相關之時間步進測試如圖 4-5 所示。

研究參數

本文主要的研究參數包含進口流雷諾數 Re 、振幅 L_c 以及振動頻率 F_c ，所採用的參數數值如表 4-1 所示。

4.4 結果與討論

本文主要探討不同的進口雷諾數、振幅以及振動頻率，對於 U 型管道中高溫面的熱傳效率影響，因此本文將分別改變各參數，觀察參數改變對高溫面紐塞數的影響。

由於管道為週期性上下往復振動，該運動對流場、溫度場造成的影響會是週期性變化，為了明確的標示出在暫態分析中，該時間點管道的瞬間運動方向，在計算結果圖上將會以『↑』、『↓』來分別指示水平管道的瞬間運動方向。在一個週期的計算結果圖形中，管道將從最低點的位置開始向上移動，該時刻設定為 $\tau = 0$ ；當 $\tau = \frac{1}{4}\tau_p$ ，管道向上移動到平衡位置，此時速度達到最大速度 V_m ； $\tau = \frac{2}{4}\tau_p$ 時，管道到達上始點，此時速度為 0 且正要開始向下移動；當管道向下移動到平衡位置時，時間為 $\tau = \frac{3}{4}\tau_p$ ；最後管道回到下始點，正好為下一週期的起始位置，該瞬間 $\tau = \frac{4}{4}\tau_p = 0$ 。因此，有關在表示管道振動的暫態結果圖形時，將只會顯示以上所述五個時間點的瞬間狀態。

圖 4-6 為在 Case 2 的參數設定下 ($Re=200$ 、 $F_c=0.2$ 、 $L_c=0.25$)，管道穩定振動一個週期的瞬間流線與溫度場分布圖；圖 4-6(a1)、4-6(b1)分別為流線與等溫線在 $\tau=0$ 瞬間分布，此時管道的瞬間速度為 0，因此在圖 4-6(a1)中可以看到流體由左邊的入口管道直接衝擊 $X \approx 1 \sim 2$ 附近的高溫面，在流體開始右轉進入水平管道的同時，管道的轉彎處就如同背階管道，流體會在此處與壁面產生分離現象，並在 $X \approx 1 \sim 3$ 處產生迴流；流體在撞擊到高溫面後，反彈到水平管道下方中央，再回彈到高溫面 $X \approx 4 \sim 6$ 附近，因此可以看到流線在水平管道內出現鞍狀分布；之後流體從水平管道向下轉折進入出口管道的同時，也會有流體分離及迴流的情況產生，該迴流的尺寸大小橫跨伸縮管道與出口管道。圖 4-6(b1)的等溫線分布圖顯示，冷卻流體進入水平管道後會直接衝擊高溫面，因此在高溫面 $X \approx 1 \sim 2$ 附近可以看到一等溫線分布梯度極大的區域；另外，受到流體在水平管道反彈的情況影響，高溫面的 $X \approx 4 \sim 6$ 附近會產生梯度較大的等溫線分布。圖 4-6(a2)、4-6(b2)分別為 $\tau = \frac{1}{4}\tau_p$ 的瞬間流線與等溫線分布，此時管道向上振動速度到達最快；從圖 4-6(a2) 可以發現在水平管道中的流線分布大都是左下到右上的斜向分佈，這是因為管道開始向上移動，靠近 \overline{FG} 壁面附近的流體會受到管壁的推擠而往上流動；另外，由於入口伸縮管道的體積變大，有部分的流體被往回拉以填補體積變大的空間，於是會產生較為彎曲的流線形狀。圖 4-6(b2)的等溫線分布圖則顯示，當伸縮管道的體積變化率增大時，通過水平管道的流體質量流率變小，使高溫面 $X \approx 3 \sim 4$ 附近產生一溫度層化區，造成熱傳效率變差；在出口管道附近則可以看到因為管道體積增大，必須回吸流體以填補增大的空間，造成等溫線的扭曲。圖 4-6(a3)、4-6(b3)分別為 $\tau = \frac{2}{4}\tau_p$ 的瞬間流線與等溫線分布，此時管道已經到達上始點；從流線分布圖（圖 4-6(a3)）裡可以看到，由於管道在這瞬間速度為零，流體衝擊高溫面後會發生反彈依然存在，因此可以看到流線分布仍然有鞍狀情況發生。在溫度場分布圖（圖 4-6 (b3)）中，原本的溫度層化區受到高溫面的持續加熱，使其尺寸變大，而且受到冷卻流體的推擠，其位置已

經稍微後移。圖 4-6(a4)、4-6(b4)分別為 $\tau = \frac{3}{4}\tau_p$ 瞬間的流線與等溫線分布，此時管道向下運動到平衡位置；從流線分布圖可以發現冷卻流體被壁面推擠，以及受到體積縮減率到達最大的影響，流線呈現左上到右下的斜向分布；在等溫線分布方面，由於此時水平管道裡的流體質量流率到達最大，因此原本存在中央的溫度層化區已經被推向出口管道，而且尺寸變得更大；出口管道中則可看到因為流體質量流率增加，使等溫線出現 V 字的形狀。當時間到達最後的 $\tau = \frac{4}{4}\tau_p$ （流線分布為圖 4-6(a5)、等溫線分布為圖 4-6(b5)）時，管道已回到起始位置，該瞬間的流線與溫度線分布和 $\tau = 0$ 相同，因此可知在邊界為規律週期性的變化時，其所引起的流場與溫度場分布也會呈現週期性的變化。

4.4.1 不同振動頻率對高溫面熱傳效率的影響

在 Case 1 到 Case 3 中，本研究固定進口流雷諾數與水平管道的振幅，在相同條件下改變水平管道的振動頻率，並觀察高溫面熱傳效率的差異。

圖 4-7 為 $Re=200$, $F_c=0.2$, $L_c=0.25$ ，高溫面的熱傳效率已經達到周期性變化時，在一週期內 $\tau = \frac{1}{4}\tau_p$ 、 $\tau = \frac{2}{4}\tau_p$ 、 $\tau = \frac{3}{4}\tau_p$ 與 $\tau = \frac{4}{4}\tau_p$ 的瞬間與管道靜止不動時之局部紐塞數比較圖。管道靜止時，冷卻流體由入口管道直接衝擊高溫面，因此在局部紐塞數分布圖可以看到一個峰值出現在 $X \approx 1.2$ 附近，而非在入口管道的正上方，其原因是迴流占據在水平管道的轉角處，並將冷卻流體推向右方。之後冷卻流體向右方流動時，會受到高溫面持續加热的影響，使高溫面熱傳效率降低。當 $\tau = \frac{1}{4}\tau_p$ 時，管道體積擴張使水平管道內部份流體回流，在高溫面上造成兩處熱傳效率最高值。當管道到達上始點時（ $\tau = \frac{2}{4}\tau_p$ ），冷卻流體直接衝擊處仍存在該瞬間最大值，但是受到冷卻流體的推擠作用，熱傳效率第二高的位置已經稍微後退一些。在 $\tau = \frac{3}{4}\tau_p$ 的瞬間，管道向下移動到最快的速度，前些時候累積在伸縮管道裡的流體向外排出，水平管道左上方的渦流受到破壞，較熱的流體經

過直接衝擊處 ($X \approx 1.2$)，使該處的熱傳效率降低；而原本在中央處的溫度層化區已移動到後方，因此在 $X \approx 4.5$ 附近的熱傳效率也較為低落。最後水平管道回到下始點，原有的溫度層化區已被破壞殆盡，新的則正在逐漸形成，因此在冷卻流體衝擊區後方 $X \approx 3$ 的位置熱傳效率較差；而受到振動所引起的冷卻流體再衝擊高溫面的現象，則在 $X \approx 4$ 的位置形成第二高的局部紐塞數分佈。

圖 4-8 為 $Re=200$ ， $F_c=0.1$ ， $L_c=0.25$ ，高溫面的熱傳效率已經達到周期性變化時， $\tau = \frac{1}{4}\tau_p$ 、 $\tau = \frac{2}{4}\tau_p$ 、 $\tau = \frac{3}{4}\tau_p$ 與 $\tau = \frac{4}{4}\tau_p$ 瞬間與管道靜止不動時之局部紐塞數分布比較圖。由於此時的振動頻率變低，由振動所引起的再衝擊或是溫度層化區的現象較不明顯，各時刻高溫面局部紐塞數分布接近靜止不動時的結果，不像 $F_c=0.1$ 時變化的如此明顯。

圖 4-9 為 $Re=200$ ， $F_c=0.4$ ， $L_c=0.25$ ，高溫面的熱傳效率已經達到周期性變化時， $\tau = \frac{1}{4}\tau_p$ 、 $\tau = \frac{2}{4}\tau_p$ 、 $\tau = \frac{3}{4}\tau_p$ 與 $\tau = \frac{4}{4}\tau_p$ 瞬間與管道靜止不動時之局部紐塞數分布比較圖。此時受到振動頻率變高的影響，振動給予流體更多的動量，因此所引起的再衝擊或是溫度層化區的現象變得更加明顯與激烈，每個時刻都出現了三個紐塞數分布的峰值，可以有效的提高高溫面的熱傳效率。

圖 4-10(a)為在 Case 3 的參數設定下，出口管道出口端的無因次質量流率隨時間變化圖。受到伸縮管道體積改變的影響，流體必須填補擴張的空間，或是從空間裡被擠出，因此出口處的質量流率會隨時間而有所變化。管道靜止不動的時候，出口處的無因次質量流率為定值， $\dot{M}_{outlet} = 1$ ，且與進口處的質量流率 ($\dot{M}_{inlet} = 1$) 相等。當水平管道開始振動時，伸縮管道的體積變化會開始影響出口處的質量流率，並可表示成下式

$$\dot{M}_{outlet} = \dot{M}_{inlet} - 4\pi F_c L_c \sin(2\pi F_c \tau) \quad (3.22)$$

其中

$$\dot{M}_{inlet} = \frac{1}{\dot{m}} \sum \rho v_0 \Delta w \cdot 1 = \frac{1}{\rho v_0 w} \sum \rho v_0 \Delta w \cdot 1 = 1 \quad (3.23)$$

$$\dot{M}_{outlet} = \frac{1}{\dot{m}} \sum \rho v_{n,outlet} \Delta w \cdot 1 = \frac{1}{\rho v_0 w} \sum \rho v_{n,outlet} \Delta w \cdot 1 = \sum V_{n,outlet} \Delta W \quad (3.24)$$

而(3.22)中的 $4\pi F_c L_c \sin(2\pi F_c \tau)$ 代表了伸縮管道的體積變化率，在 $\tau = 0 \sim \frac{1}{2}\tau_p$ 期間，水平管道向上移動使伸縮管道體積加大，因此出口處的質量流率小於 1；當 $4\pi F_c L_c$ 的數值大於 1 時，就會發生流體從出口處被回吸到出口管道內的情況發生，如圖 4-10(a) 中 $\tau = \frac{1}{8}\tau_p \sim \frac{3}{8}\tau_p$ 之間的質量流率部份。圖 4-10(b) 則是在 $\tau = \frac{1}{4}\tau_p$ 的瞬間，出口處的 V 速度分布圖，從中可以發現在管道中央雖有向外的速度，但靠近管壁的部分有流體向內流動，因此總質量流率仍然為負值（向管道內流動）。當 $\tau = \frac{1}{2}\tau_p \sim \tau_p$ 時，因為管道向下移動，體積縮減造成出口處的質量流率增加。這種質量流率隨時間改變的情況會對高溫面造成脈動流[32-36]的影響，使溫度邊界層受到破壞，高溫面的熱傳效率可以提高。

圖 4-11 為 Case 1、2、3 的平均紐塞數 (\overline{Nu}_x) 隨時間變化圖；在圖中可以看到振動頻率的增加可以令高溫面熱傳效率上升，但不同頻率的最高平均紐塞數則出現在不同的時間點；在 $F_c=0.1$ 中，最高的平均紐塞數出現在下降過程中，平衡位置與下始點之間 ($\tau = \frac{3}{4}\tau_p \sim \frac{4}{4}\tau_p$)； $F_c=0.2$ 時，則是出現在上始點的位置 ($\tau = \frac{2}{4}\tau_p$)；當 $F_c=0.4$ ，最高值發生在向下移動的平衡位置附近 ($\tau = \frac{3}{4}\tau_p$)；出現這種熱傳最高值隨頻率改變的情形，主要是因為流場的改變受到進口流和壁面移動所施予動量的影響，但是流場的改變與溫度場的改變卻並非同步，造成最高平均紐塞數的提前或是延後發生，在圖 4-11 中可以看到三個波型之間存在明顯的相位差。

4.4.2 不同振幅對高溫面熱傳效率的影響

在 Case 1、4、5 中，本研究調整了水平管道的振幅，使其分別為 $F_c=0.25$ 、

0.5 以及 1，所得的高溫面平均紐塞數隨時間變化如圖 4-12 所示；從圖中可以看到在一個週期中的最低平均紐塞數大約都在 $\overline{Nu}_x = 3.4$ 左右，但隨著管道振幅提高，平均紐塞數振盪的幅度也會跟著變大，其主要原因是受到管道最大振動速度變大的影響，使流體與高溫面有較好的熱交換所致。另一值得注意的事情是，在三種不同振幅的比較中，最高平均紐塞數都在 $\tau = \frac{3}{4}\tau_p \sim \frac{4}{4}\tau_p$ 之間發生，在圖 4-12 中可看到三個波型之間的相位差較小。

4.4.3 不同進口雷諾數對高溫面熱傳效率的影響

Case 2、6、7 中，進口雷諾數分別設定為 $Re=200$ 、500 以及 750，高溫面平均紐塞數隨時間變化如圖 4-13 所示；當進口雷諾數增大時，對於高溫面最直接的影響就是提高熱傳效率，平均紐塞數振盪幅度隨雷諾數增加而提高。此外在雷諾數較高 ($Re=500$ 、750) 的情況，最高的平均紐塞數發生在 $\tau = \frac{1}{4}\tau_p$ ，和低雷諾數 ($Re=200$) 約有 $\frac{1}{2}\pi$ 的相位差。

4.4.4 綜合比較

圖 4-14 則是將所有的計算結果以時間平均紐塞數做一比較，從圖中可發現把振幅加倍 (Case 4) 所產生的熱傳效率增加率，比振動頻率提升成 2 倍 (Case 2) 所得到的熱傳效率增加率還小，雖然兩組的 $V_m = 2\pi F_c L_c = 0.5\pi$ 相同，但所造成的熱傳效率以提升頻率較為有效；另外振幅、振動頻率提升為 4 倍 (Case 5、Case 3， $V_m = 2\pi F_c L_c = \pi$) 所造成的熱傳效率增益，也以提升頻率較為有用。而提升進口雷諾數對於高溫面熱傳效率的確有加強，時間平均紐塞數在 $Re=750$ 時為 $Re=200$ 且管道靜止不動時的 4 倍，或是 $Re=200$ 且管道振動時的 2 倍。各計算結果對管道靜止不動時的熱傳增益列於表 4-1 中。

4.4.5 結論

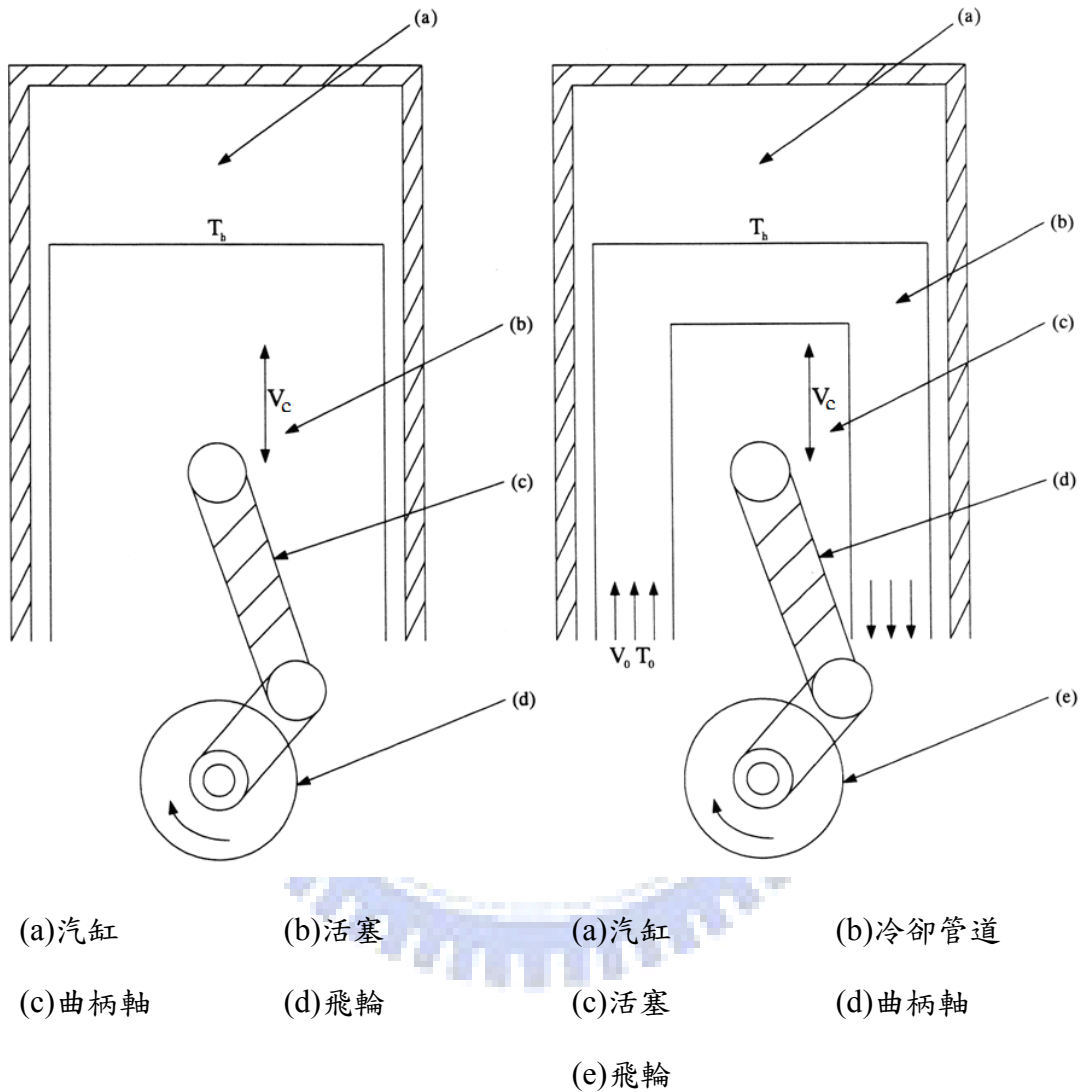
本文利用數值分析的方法探討U型管振動時對於高溫面的熱傳效率影響，藉由不同振動頻率、振幅與進口雷諾數的改變來觀察高溫面平均紐塞數的變化。主要結論歸納為下列幾點：

- (1) 在同樣的 V_m 之下，振動頻率改變對於高溫面熱傳的影響大於振幅的改變。
- (2) 伸縮管道的擴張或是縮減對於高溫面會造成一脈動流的情況，有助於破壞溫度邊界層，使熱傳效率增高；在出口端也可以觀測到質量流率隨時間改變的情形。
- (3) 振動頻率、振幅與進口雷諾數的提高都可以有助於提升高溫面的熱傳效率。



	Re	V_m	F_c	L_c	\overline{Nu}	$\frac{\overline{Nu}_{Case\ n}}{\overline{Nu}_{Stationary}}$
Stationary	200	/	/	/	1.783	1.000
Case 1	200	0.157	0.1	0.25	3.579	2.007
Case 2	200	0.314	0.2	0.25	3.958	2.220
Case 3	200	0.628	0.4	0.25	4.060	2.277
Case 4	200	0.314	0.1	0.5	3.646	2.045
Case 5	200	0.628	0.1	1	3.904	2.190
Case 6	500	0.157	0.1	0.25	5.727	3.212
Case 7	750	0.157	0.1	0.25	7.202	4.039

表 4-1 計算參數表



A. 一般引擎示意圖

B. 加裝冷卻管道示意圖

圖 4-1 引擎活塞機構示意圖

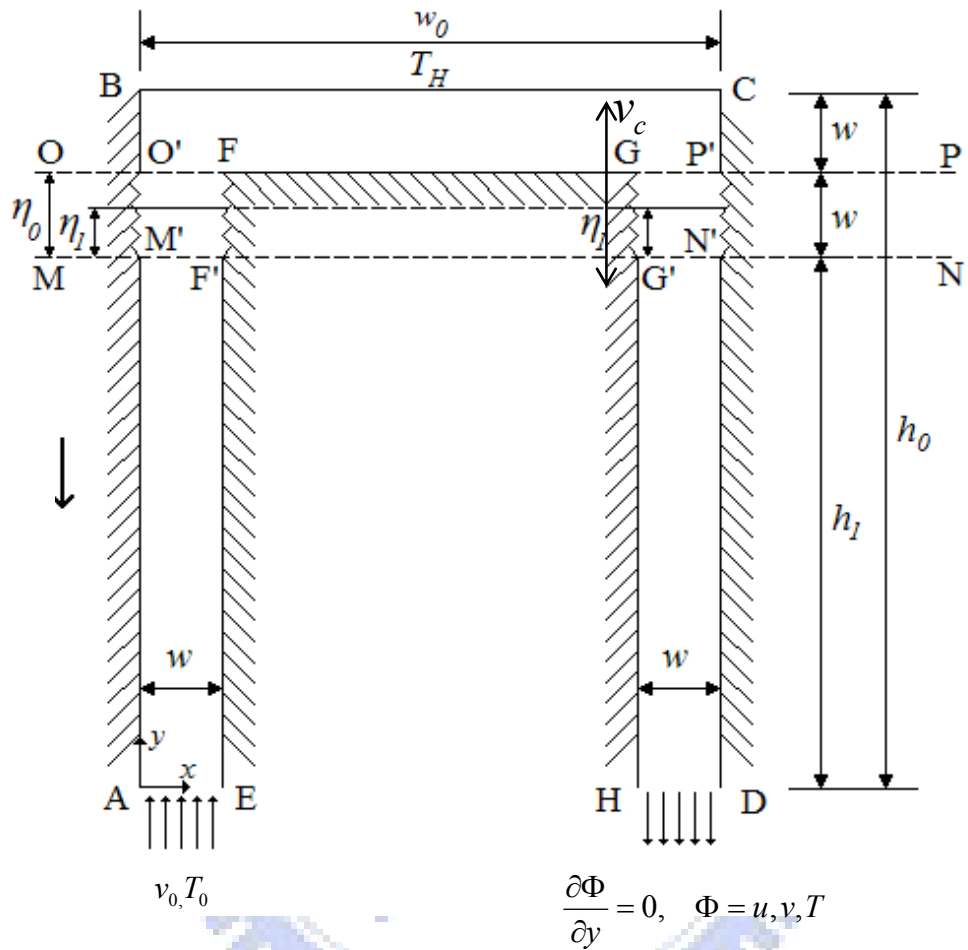


圖 4-2 物理模式圖

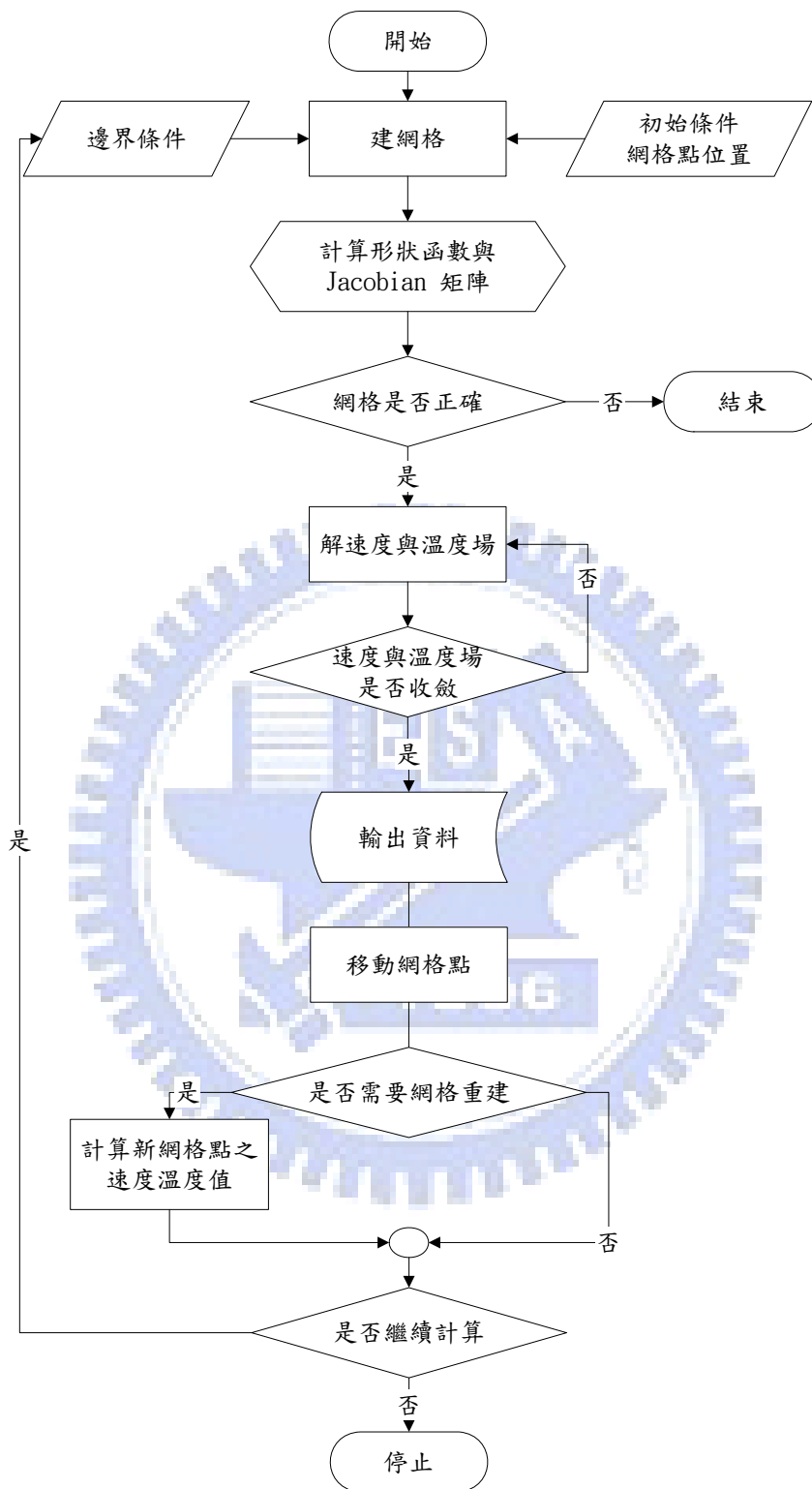


圖 4-3 計算流程圖

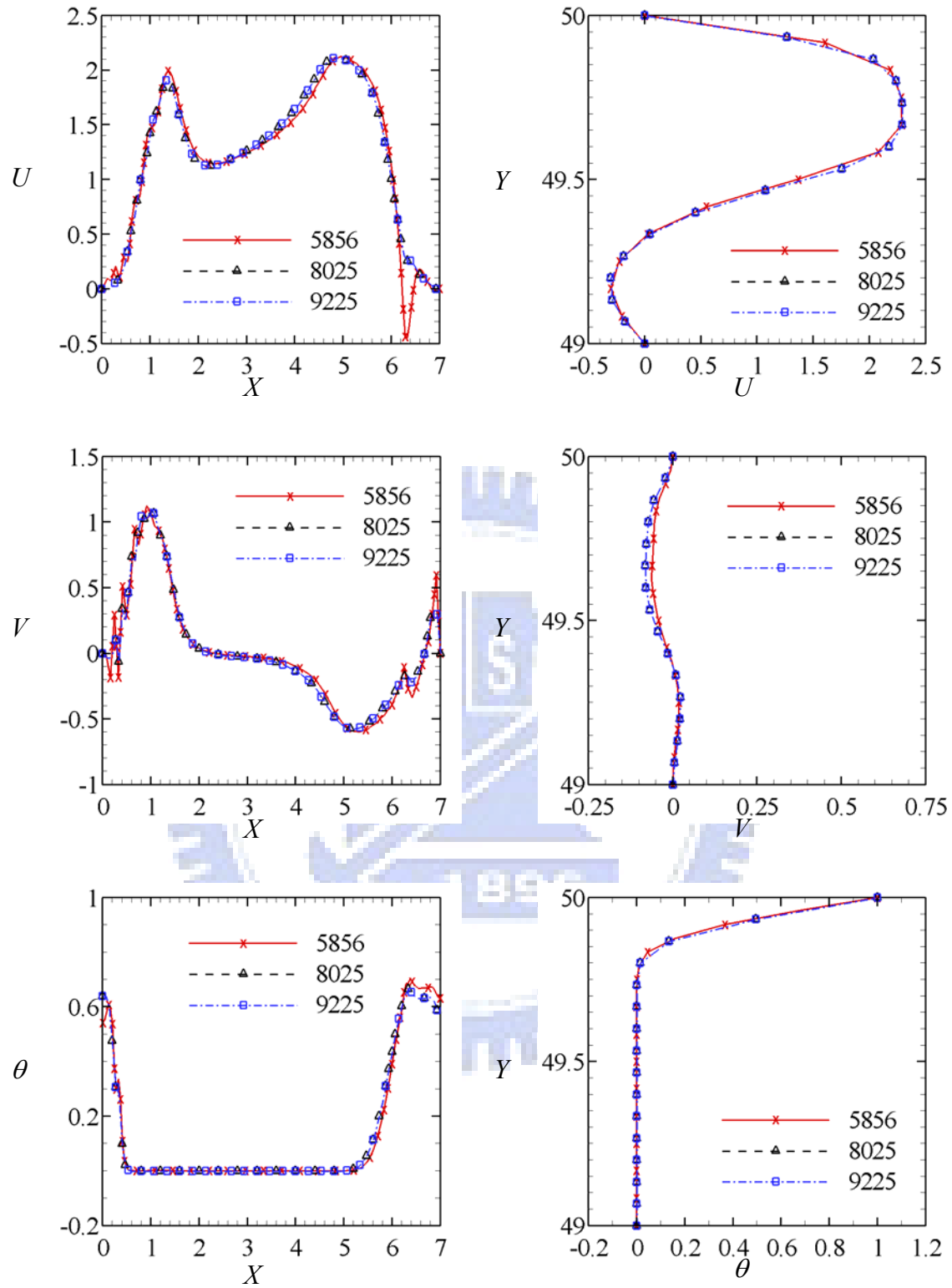


圖 4-4 網格測試 ($Re = 750$)

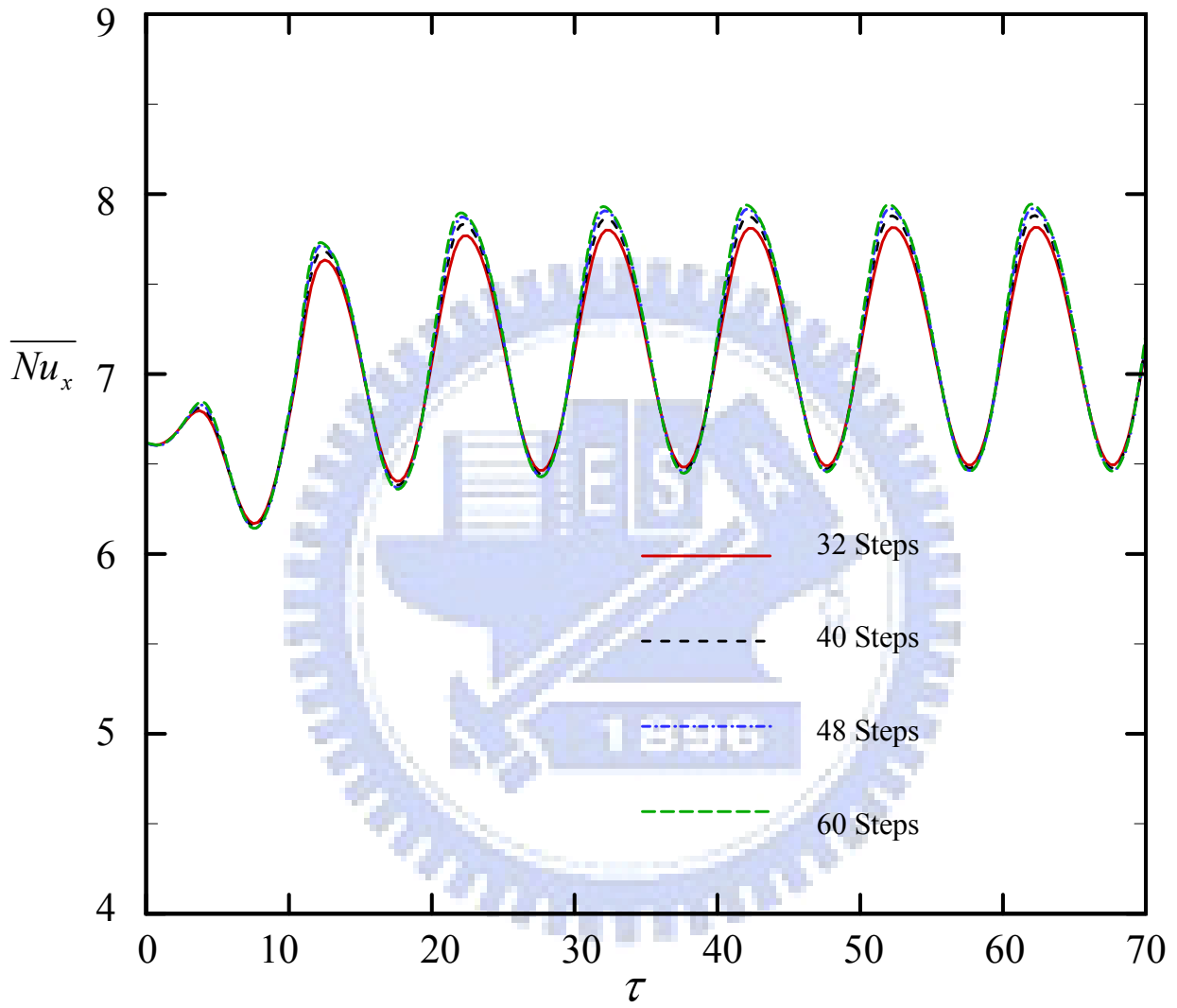


圖 4-5 時間步進測試 ($Re = 750$ 、 $F_c = 0.1$ 、 $L_c = 0.25$)

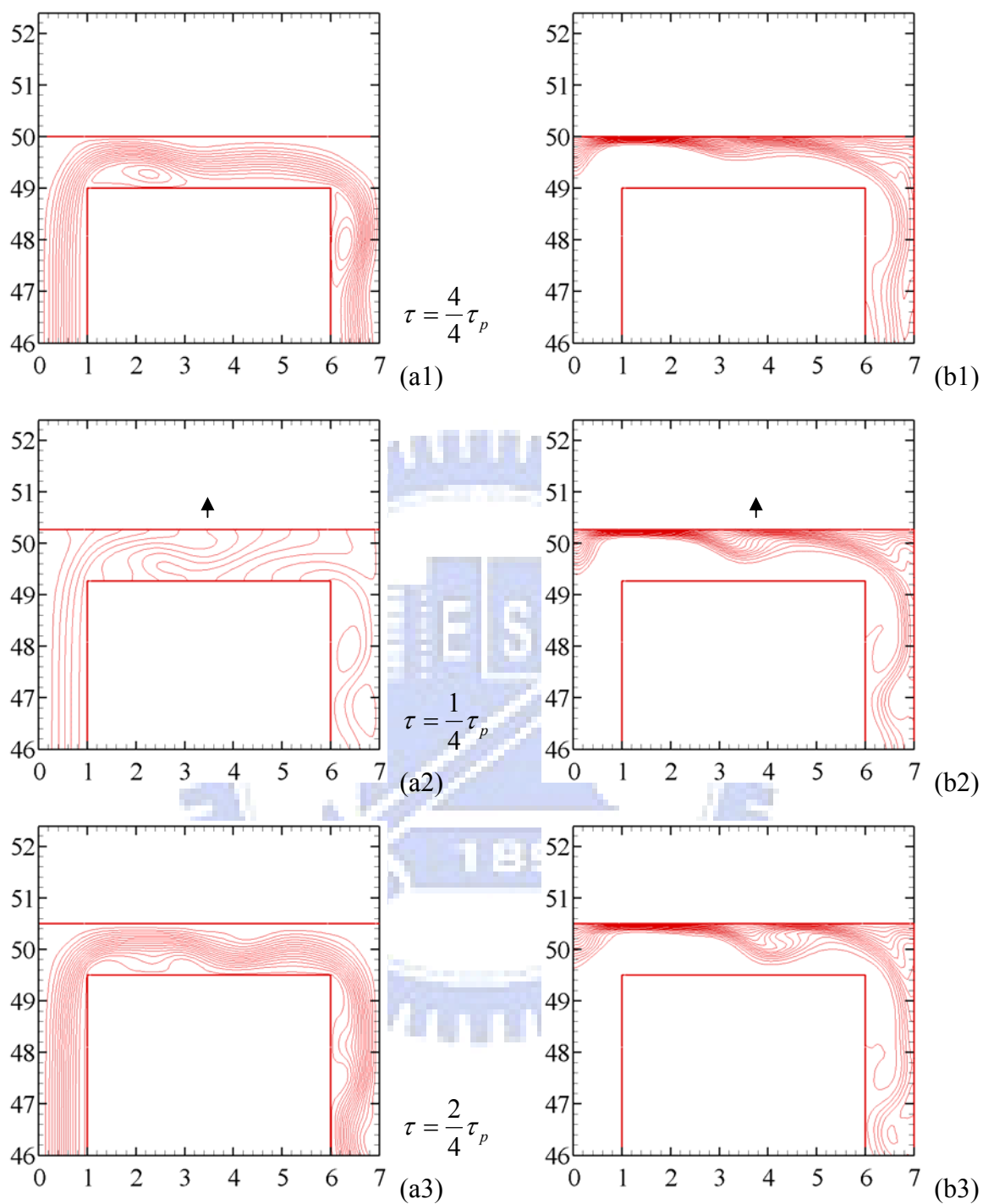


圖 4-6 Case 2，在 $Re=200$ ， $F_c=0.2$ ， $L_c=0.25$ 時，管道中的流線及溫度場等溫線變化情形

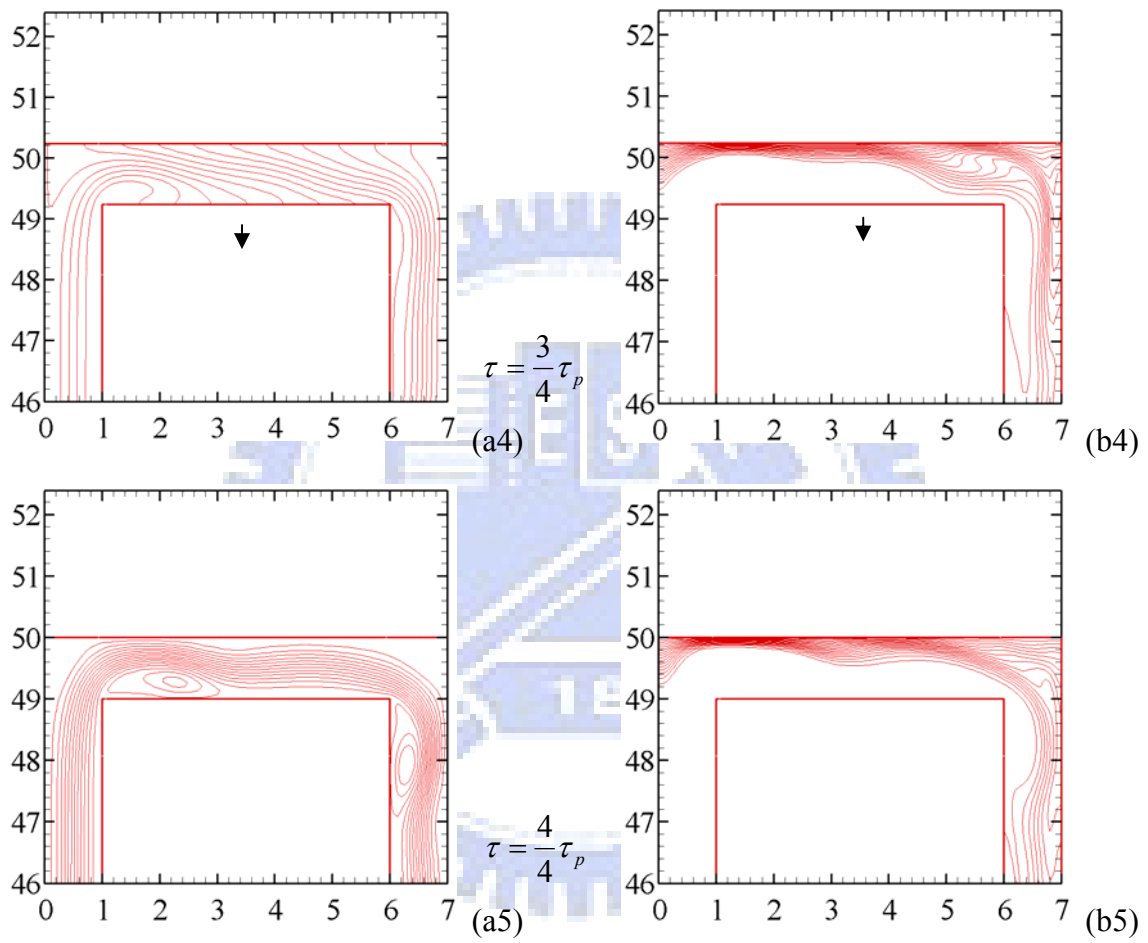


圖 4-6 Case 2，在 $Re=200$ ， $F_c=0.2$ ， $L_c=0.25$ 時，管道中的流線及溫度場等溫線變化情形

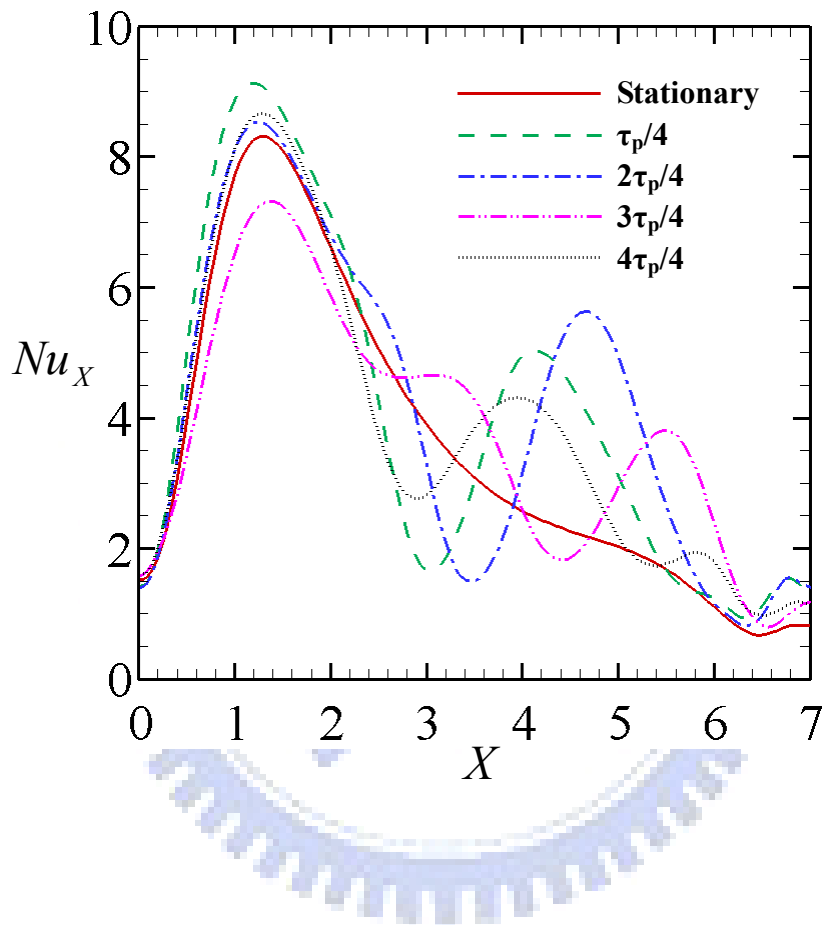


圖 4-7 Case 2, $Re=200$, $F_c=0.2$, $L_c=0.25$ 時, 一週期中

高溫面在各時間點的局部紐塞數

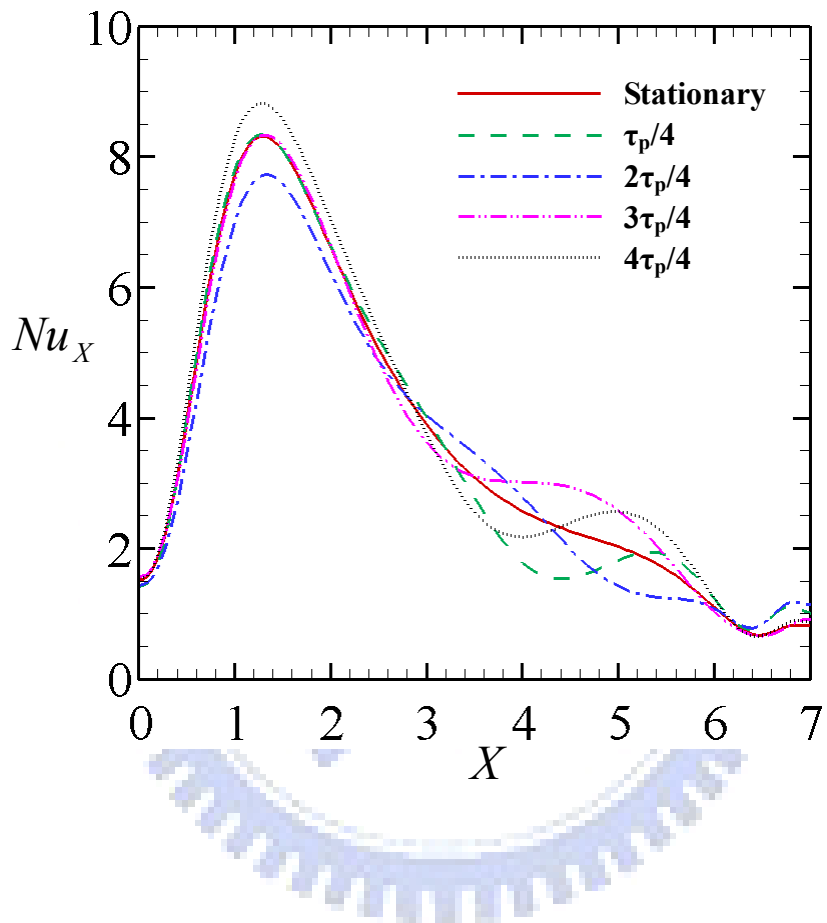


圖 4-8 Case 1, $Re=200$, $F_c=0.1$, $L_c=0.25$ 時, 一週期中

高溫面在各時間點的局部紐塞數

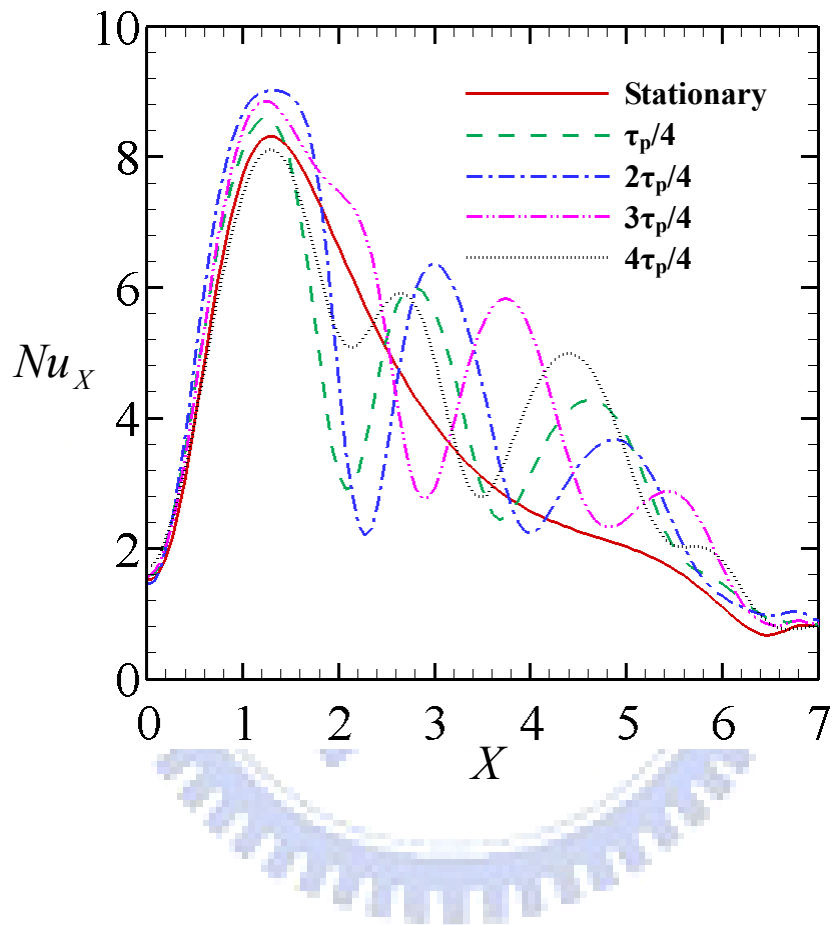


圖 4-9 Case 3, $Re=200$, $F_c=0.4$, $L_c=0.25$ 時, 一週期中

高溫面在各時間點的局部紐塞數

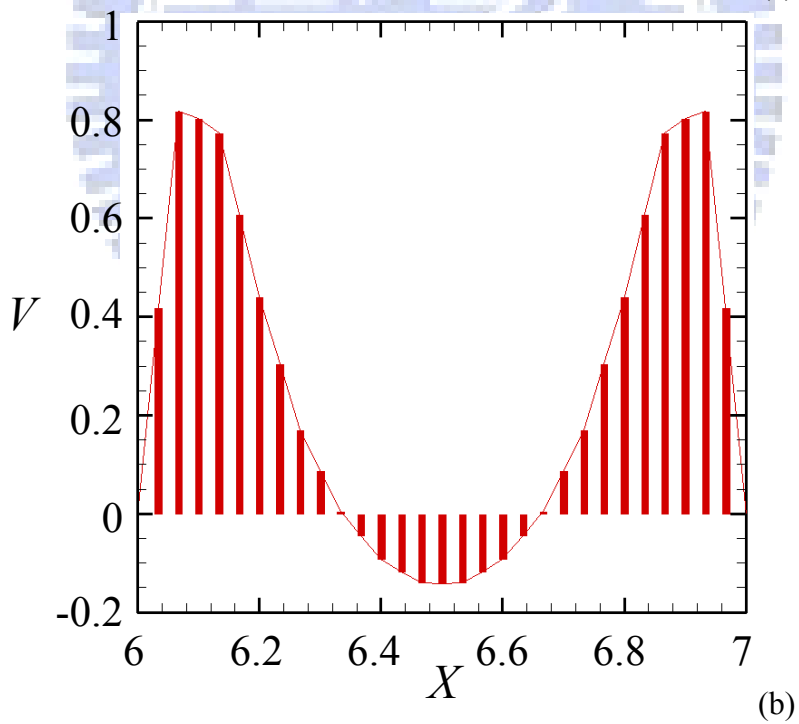
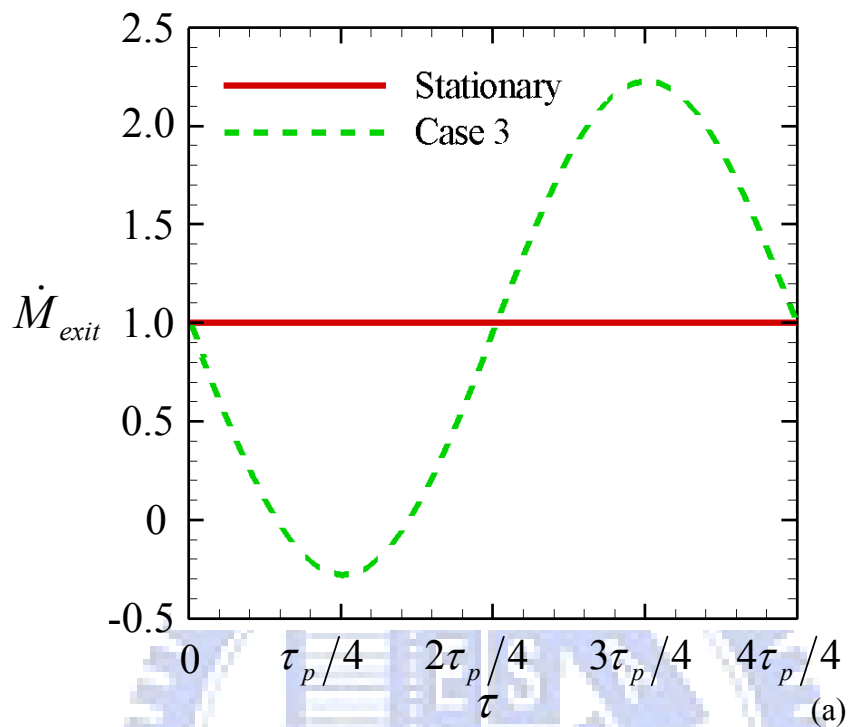


圖 4-10 (a)在 Case 3 中，出口處的無因次質量流率隨時間變化圖

(b) 在 Case 3 中， $\tau = \tau_p/4$ 瞬間出口處的速度分布圖

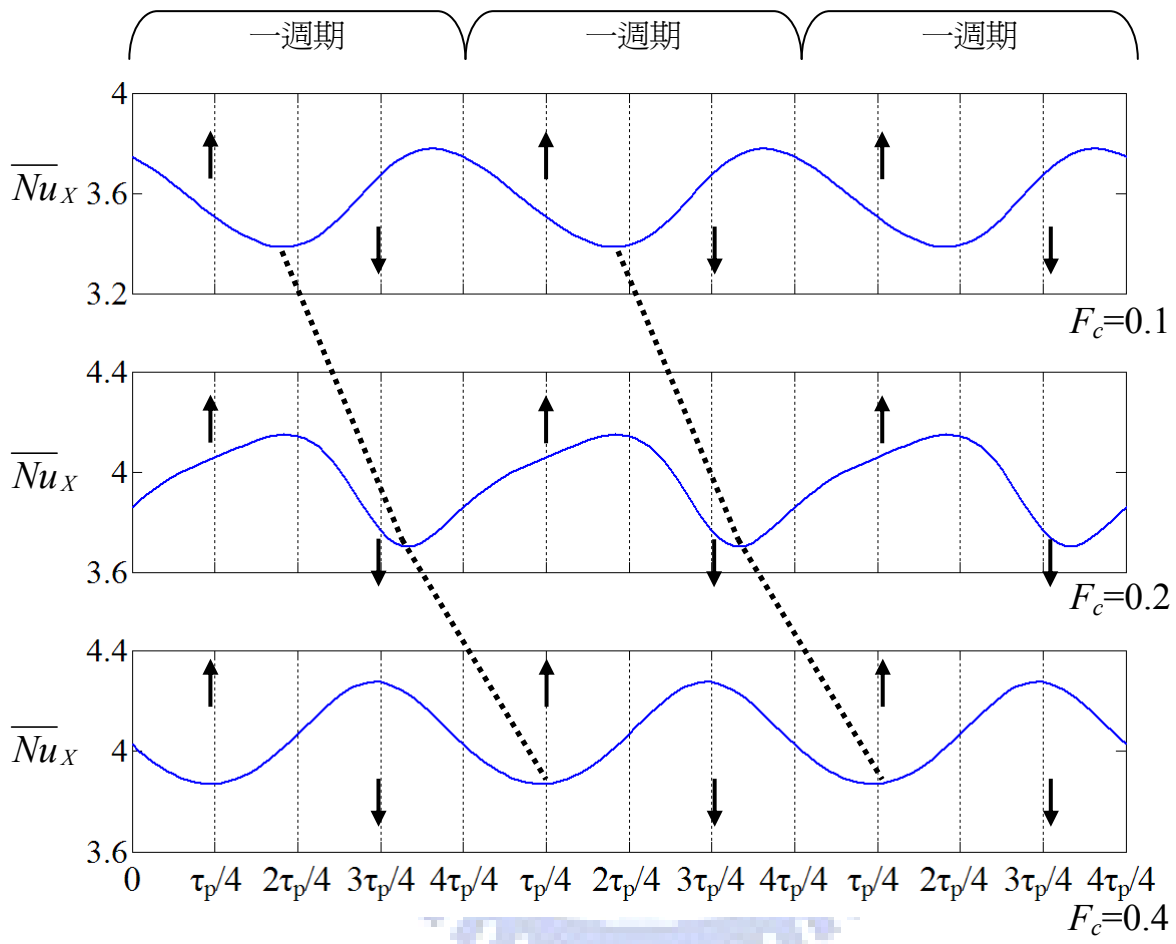


圖 4-11 Case 1、2、3 的平均紐塞數隨時間變化，

$$Re=200, F_c=0.1、0.2、0.4, L_c=0.25$$

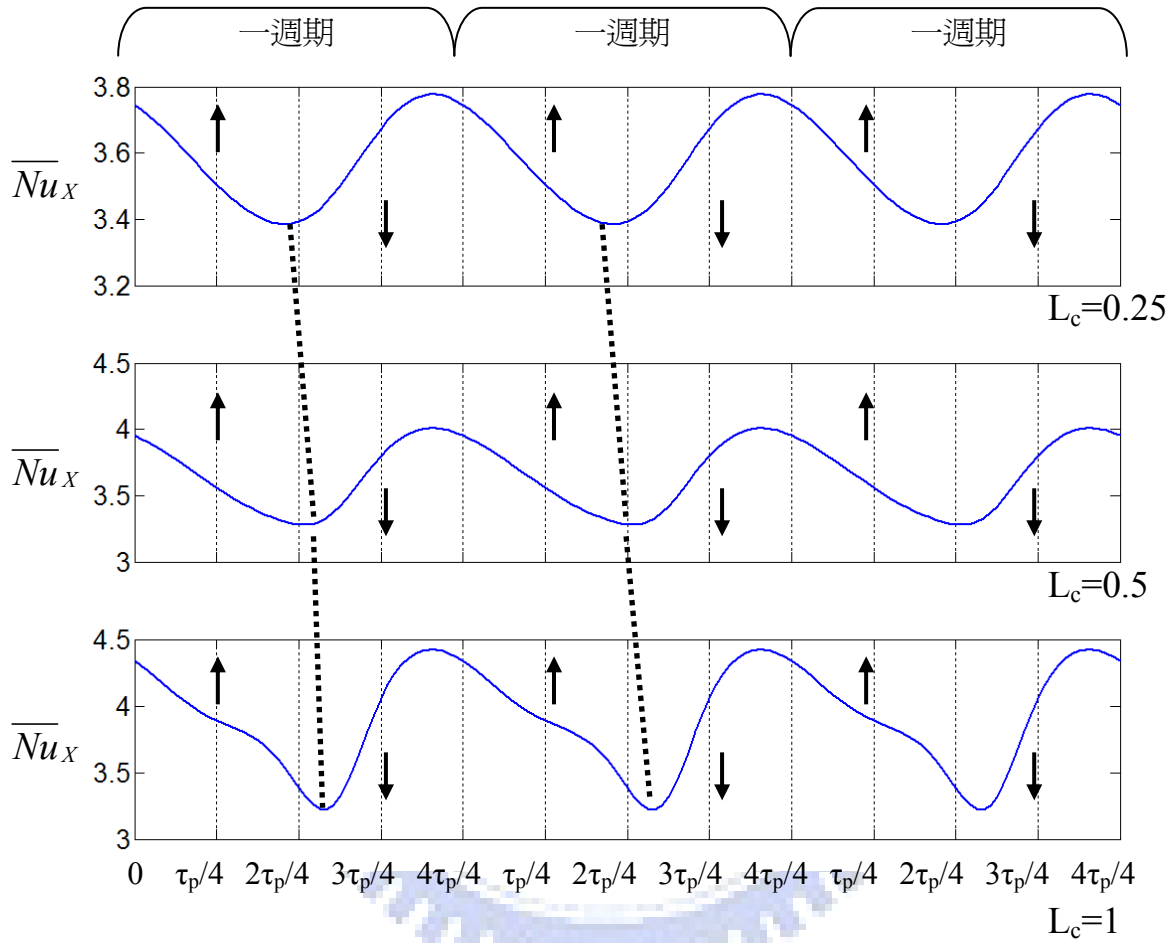


圖 4-12 Case 1、4、5 的平均紐塞數隨時間變化，

$$Re=200, F_c=0.1, L_c=0.25, 0.5, 1$$

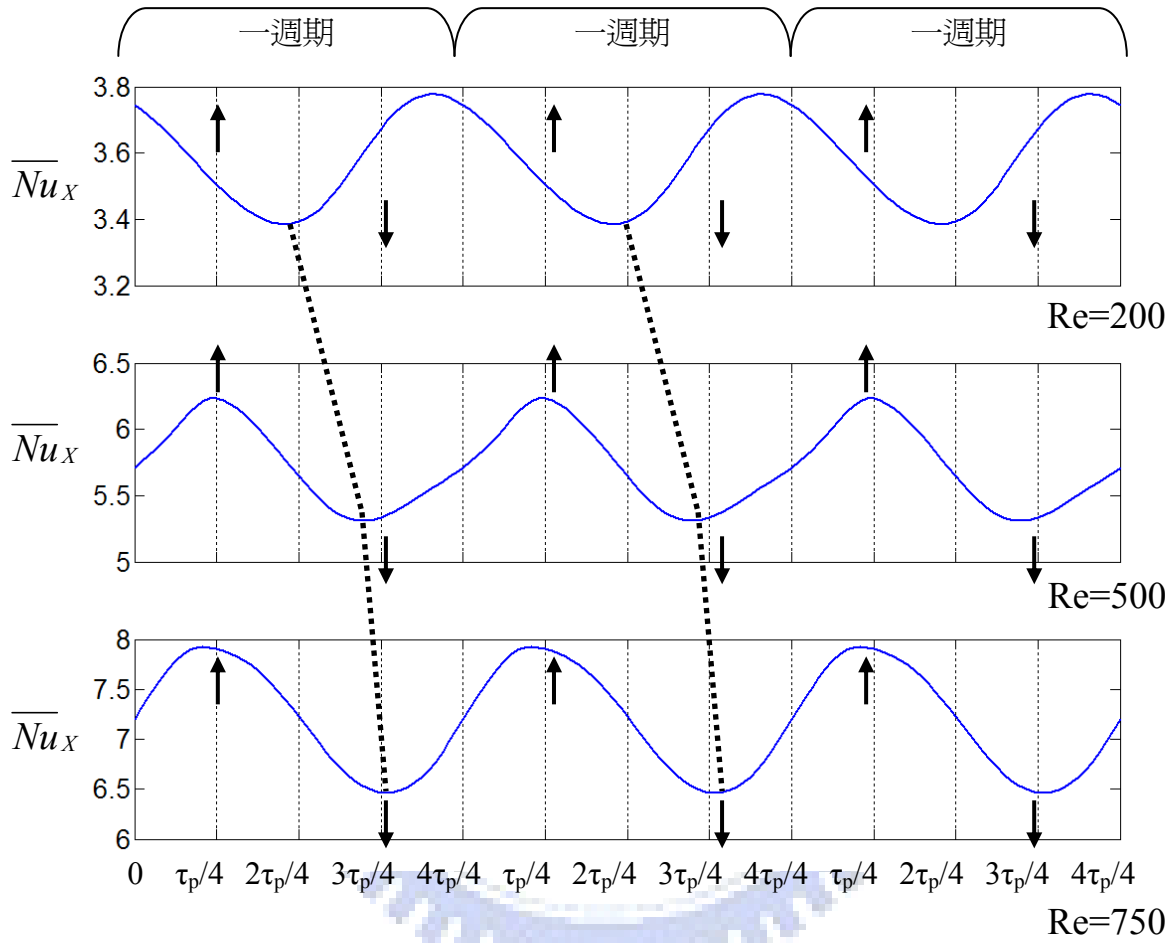


圖 4-13 Case 1、6、7 的平均紐塞數隨時間變化，

$Re=200$ 、 500 、 750 ， $F_c=0.1$ ， $L_c=0.25$

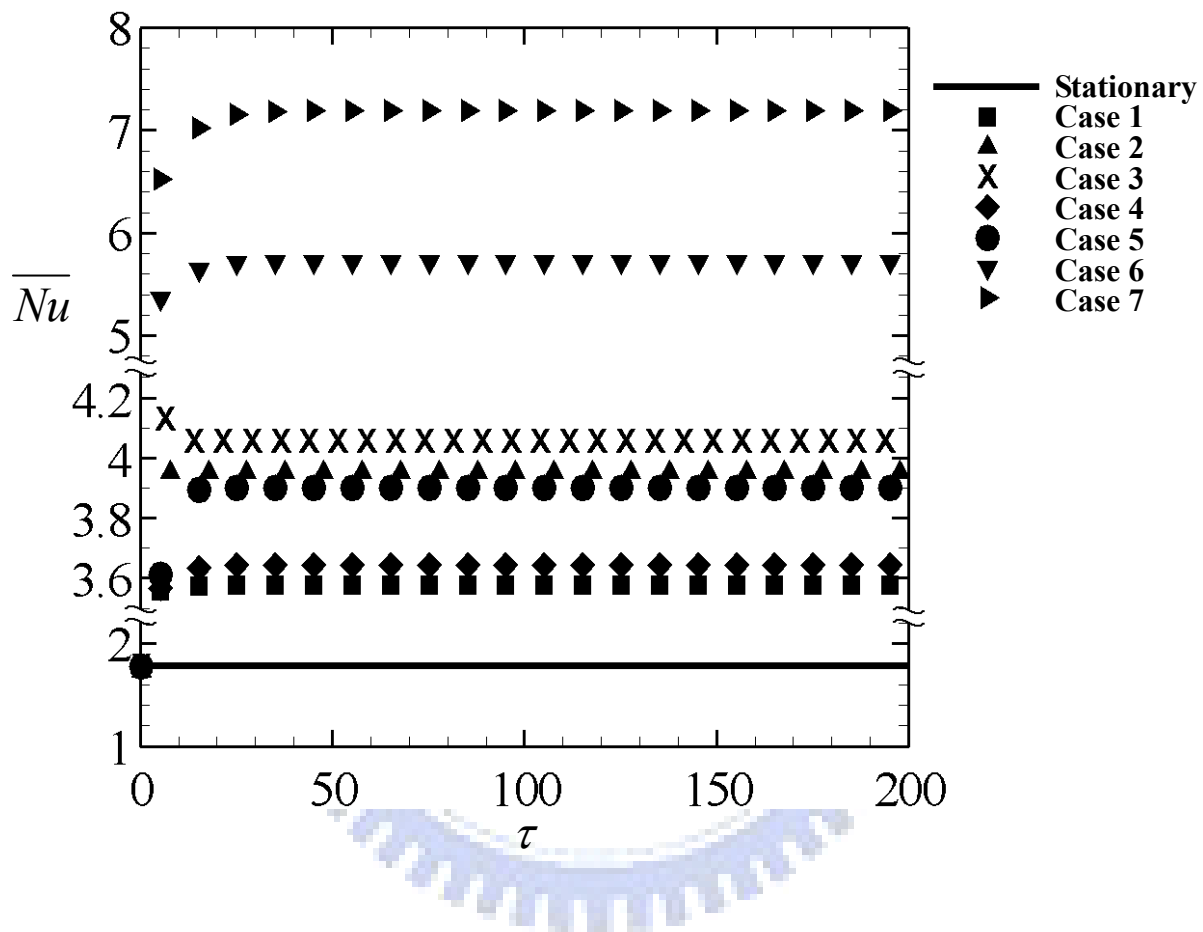


圖 4-14 時間平均紐塞數隨時間變化圖

第五章、在混合對流情況下，冷卻流體對於門、口字型管道

中高溫面的散熱效率影響

利用冷卻流體帶走振動管道裡的熱量以避免高溫對於機械元件的損壞，在今日講求作業效率以及減少後備維修次數的觀念中更顯得重要。對於類似活塞的散熱管道設計以及散熱效率的研究，過去所發表的相關研究文章並不多見，對於可振動的門字型散熱管道設計之研究更是稀少。上一章利用有限元素法配合 ALE 網格移動描述成功解析門字型管道裡的強制對流對於高溫面的散熱影響之後，若此時再加以提升高溫面的溫度之後，冷卻流體因為高溫而產生密度差，使管道內形成混合對流的熱傳現象，因此在解析此類的問題時，重力方向的影響也必須加以考慮。本研究將利用數值方法模擬在混合對流情況下，冷卻流體對振動門型散熱管道的高溫面之熱傳效率增益。

5.1 物理模式

門字型散熱管道的物理模式圖如圖 5-1 所示，主要由五個部份組成，分別為入口管道 $AMQR$ 、入口伸縮管道 $MOFQ$ 、有高溫面的水平管道 $OBCP$ 、出口伸縮管道 $RGPN$ 與出口管道 $HRND$ ；管道寬度皆為 w ，入、出口管道高度為 h_l ，入口流速度、溫度固定為 v_0 及 T_0 ；伸縮管道部分介於 \overline{OP} 與 \overline{MN} 之間，功用是為了將振動中的水平管道連結到靜止的入、出口管道部分，該伸縮管道原長為 w ，此時水平管道位於下始點，伸長之後會使水平管道到達上始點的位置，總長度達到 $w+2l_c$ ；水平管道長 w_0 ，高溫面 \overline{BC} 設定在水平管道上方壁面，溫度恆保持為 T_H ($T_H > T_0$)；管道往復來回振動的模式為水平管道從下始點出發，並移動 $2l_c$ 到達上始點後，再往回移動 $2l_c$ 返回初始位置；管道振動頻率為 f_c ，該運動方程式可表示成下式：

$$v_c = v_m \sin(2\pi f_c t) \quad (5.1)$$

其中 v_c 為水平管道的運動速度， v_m 則為管道最大振動速率，並可寫為：

$$v_m = 2\pi f_c l_c \quad (5.2)$$

此外，在圖 5-1 中可以發現重力方向向下，恰巧和冷卻流體進入管道的方向相反，在這種配置下，高溫面附近的流體容易因為受熱產生密度差，使高溫流體占據在水平管道的上方而形成溫度層化區。

當門字型管道顛倒配置後，會形成如圖 5-2 所示之 \sqcup 字型管道，此時高溫面 \overline{BC} 設定在水平管道下方壁面，溫度恆保持為 T_H ($T_H > T_0$)；管道往復來回振動的模式為水平管道從上始點出發，並向下移動 $2l_c$ 到達下始點後，再往上移動 $2l_c$ 返回初始位置；管道振動頻率為 f_c ，該運動方程式可表示成下式：

$$v_c = -v_m \sin(2\pi f_c t) \quad (5.3)$$

其中 v_c 為水平管道的運動速度， v_m 則為管道最大振動速率，可寫為：

$$v_m = 2\pi f_c l_c \quad (5.4)$$

5.2 統馭方程式與邊界條件

本章研究之無因次參數以及統御方程式如第三章中式(3.33)~(3.37)所示，所使用之簡化假設也詳列在第三章中；對於管道無因次振動速度 V_c 可寫成：

$$V_c = \pm V_m \sin(2\pi F_c \tau) \quad (5.5)$$

其中無因次的最大振動速率 V_m 則可以由下式獲得：

$$V_m = 2\pi F_c L_c \quad (5.6)$$

初始條件：

本文分析對於較高的 Re 及 Gr 皆以較低的 Re 及 Gr 數值解為流場初始值，以求得管道靜止不動時的流場、溫度場解；對於暫態的分析，皆是由管道靜止時分析結果為初始值開始計算。

邊界條件：

流體入口邊界 \overline{AE} ：

$$U = 0, V = 1, \theta = 0 \quad (5.7)$$

流體出口邊界 \overline{HD} ：

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = 0, \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (5.8)$$

伸縮管道壁面 \overline{MO} 、 \overline{QF} 、 \overline{RG} 、 \overline{NP} ：

$$U = 0, V = \begin{cases} 0 & \tau = 0 \\ V_n & \tau > 0 \end{cases}, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (5.9)$$

上式的 V_n 為伸縮管道之網格速度，其速度與活塞振動速度以及邊界上某點垂直到 \overline{MN} 的距離除上 \overline{OP} 至 \overline{MN} 的距離所得之比值有關，可表示成下式：

$$V_n = \frac{\eta_1}{\eta_0} \cdot V_c \quad (5.10)$$

其中 η_1 為邊界上某點垂直到 \overline{MN} 的距離， η_0 為 \overline{OP} 至 \overline{MN} 的距離。

水平管道垂直壁面 \overline{OB} 、 \overline{PC} ：

$$U = 0, V = \begin{cases} 0 & \tau = 0 \\ V_c & \tau > 0 \end{cases}, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (5.11)$$

水平管道下方壁面 \overline{FG} ：

$$U = 0, V = \begin{cases} 0 & \tau = 0 \\ V_c & \tau > 0 \end{cases}, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (5.12)$$

水平管道高溫面 \overline{MN} ：

$$U = 0, V = \begin{cases} 0 & \tau = 0 \\ V_c & \tau > 0 \end{cases}, \theta = 1 \quad (5.13)$$

其他壁面：

$$U = 0, V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (5.14)$$

5.3 數值方法

本研究的數值方法採用葛拉金有限元素法 (Galerkin finite element method)。所有元素均為八節點二次等參元素，並配合處罰函數 (penalty function) 與連續方程式消去壓力項，利用後項差分隱式法 (backward different implicit method) 處理時間微分項，Newton-Raphson 迭代法處理非線性項。為縮短計算所需的時間，本研究採用鋒面法 (frontal method) 配合 Gauss Jordan 消去法與高斯積分法，求解經過上述步驟產生之聯立方程式組。

數值計算流程詳細步驟如下：

1. 根據所需的元素數目、網格數目與分布情況，求出各網格點的位置，並指定邊界條件。
2. 求高溫振動面靜止時的速度與溫度場，作為其振動時的初始條件。
3. 計算各網格點的速度，並檢查初始條件與邊界條件有無錯誤。
4. 求所需的參數 (Jacobian 矩陣、形狀函數等)。
5. 反覆解聯立方程組求出速度與溫度場，直到每一網格點的速度與溫度值滿足下列收斂條件。

$$\left| \frac{\varphi^{m+1} - \varphi^m}{\varphi^{m+1}} \right| < 10^{-3}, \quad \text{式中 } \varphi \text{ 表示 } U、V \text{ 與 } \theta。$$

6. 在每一個計算時間裡，均需檢查每一元素和整個計算域的連續方程式的殘值 (Residual = $\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y}$) 以確保在整個計算過程中均能滿足質量守恆。
7. 重複步驟 5,6 至達到所需的無因次時間。

本研究所採用的工作流體為空氣，普朗特常數為 $Pr = 0.71$ ，且高溫振動面的局部紐塞數 (local Nusselt number) 定義如下：

$$Nu_x = - \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Heated\ Surface} \quad (5.15)$$

高溫振動面的平均紐塞數（average Nusselt number）定義如下：

$$\overline{Nu_x} = \frac{1}{Heated\ Surface} \int_{Heated\ Surface} Nu_x dX \quad (5.16)$$

高溫振動面振動一週期之時間平均紐塞數（time-averaged Nusselt number）

定義如下：

$$\overline{Nu} = - \frac{1}{\tau_p} \int_{\tau}^{\tau+\tau_p} Nu d\tau \quad (5.17)$$

其中 τ_p 代表振動一個週期的時間亦等於 $1/F_c$ 。

為了更加清楚的顯示流場與溫度場的變化情形，所以有關流線與等溫線的顯示範圍僅以加熱面附近為主，並利用箭頭符號『↑、↓』來表示振動加熱面的運動方向，而無因次流線函數 Ψ 定義如下：

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad V = - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (5.18)$$

格點測試

本研究利用數值方法模擬口、口型管道振動時對於高溫面熱傳的影響，為了達到合理的邊界條件，在口型管道部分，由數值測試的結果於出、入口管道的長度採用了 $50w$ ；在口型管道方面，受到受熱流體易向上流動，在出口處不易形成完全發展流，因此須將出口管道拉長為 $70w$ ，入口管道則是依然保持 $50w$ 。另為了獲得較準確的速度 U 和 V 以及溫度 θ ，在口型管道使用雷諾數 $Re=500$ 、 $Gr/Re^2=40$ 之穩定流場下，採用三種非均勻分布的計算網格進行網格測試，其元素個數分別 7,980、13,176 以及 17,955，高溫面的區域紐塞數分布如圖 5-3 所示；根據網格測試的結果，本研究採用 13,176 個元素之計算格點；在時間步進方面，每次循環分為 52 步完成，相對應之時間步階 $\Delta\tau = \frac{1}{52} \tau_p$ 。在口型管道方面，則是受到受熱後的流體因為密度差而產生向上的浮力，在出口端容易和入口的冷卻流體產生對撞的情況，進而產生許多的迴流現象，使數值計算收斂不易，因此我們

使用較多的網格數來模擬U型管道。在 $Re=300$ 、 $Gr/Re^2=10$ 之穩定流場下，採用三種非均勻分布的計算網格進行網格測試，其元素個數分別 8,025、20,020 以及 29,274，高溫面的區域紐塞數分布如圖 5-4 所示；根據網格測試的結果，本研究採用 20,020 個元素之計算格點；在時間步進方面，每次循環分為 60 步完成，相對應之時間步階 $\Delta\tau = \frac{1}{60}\tau_p$ 。

研究參數

本文主要的研究參數包含進口流雷諾數 Re 、浮慣比 Gr/Re^2 ，並分為U型管道及L型管道兩種模型，所採用的參數數值分別如表 5-1、表 5-2 所示。

5.4 結果與討論

本文主要探討不同的進口雷諾數及浮慣比，分別對於U、L型管道中高溫面的熱傳效率影響，因此將分別改變各參數，觀察參數改變對高溫面紐塞數的影響。

5.4.1 U型管道靜止

圖 5-5(a)、5-5(b)分別為U型管道在 $Re=200$ ， $Gr/Re^2=1$ 以及管道靜止的情況下，冷卻流體的穩態流線與溫度等溫線分布；在圖 5-5(a)中，由於此時 $Gr/Re^2=1$ ，強制對流效益較強，冷卻流體在進入水平管道之後會直接撞擊高溫面，接著再右轉流進水平管道內；受到流體分離的影響，水平管道左下方壁面，以及出口管道的左上方壁面會出現迴流的現象。從圖 5-5(b)等溫線分布圖中可以發現，在靠近入口管道的高溫壁面附近，出現了一等溫線分布較為縝密的區域，此現象是冷卻流體直接衝擊高溫壁面的結果，並使該區域附近的流體溫度降低；而此處也正好就是流線圖中，冷卻流體直接衝擊高溫壁面的區域。而流體越靠近右方的高溫壁面時，流體的溫度也會越來越高，進而在水平管道的右上方產生溫度層化區，使該處的熱傳效率變低。

圖 5-6(a)、5-6(b)則是分別顯示 U 型管道在 $Re=200$ ， $Gr/Re^2=250$ 以及管道靜止的情況下，冷卻流體的穩態流線與溫度等溫線分布；受到浮慣比增大的情況，流體受到高溫面加熱而產生的自然對流現象已不可忽視，且受熱後的流體因密度變小而產生浮力，並占據在水平管道的上層，形成一穩定的溫度層化區，因此冷卻流體不容易直接衝擊高溫面，從圖 5-6(a)流線分布圖就可以看出冷卻流體受到溫度層化區的壓迫，使大部分流體都從水平管道的下半部通過，也使得圖 5-5(a)中的兩個迴流區域消失。圖 5-6(b)等溫線分布則是顯示除了靠近入口處附近的等溫線受到冷卻流體直接衝擊而內凹了一點以外，水平管道內的等溫線分布相當均勻，受熱的流體受到浮力作用而佔據了水平管道的上半部，也隔開了冷卻流體與高溫面的熱交換，因此這種情況的高溫面熱傳效率會降低。

圖 5-7(a)、5-7(b)則是分別顯示 U 型管道在 $Re=500$ ， $Gr/Re^2=0.16$ 以及管道靜止的情況下，冷卻流體的穩態流線與溫度等溫線分布；受到冷卻流體慣性力的加強影響，流場熱傳特性偏向強制對流，流體從壁面分離的現象更加明顯，在水平管道左下方壁面，以及出口管道的左上方壁面會出現的迴流範圍更加寬廣；此外，冷卻流體直接衝擊高溫壁面，使入口端附近的等溫線分布更為縝密，且影響的範圍更大。圖 5-8(a)、5-8(b)則是分別顯示 U 型管道在 $Re=500$ ， $Gr/Re^2=40$ 以及管道靜止的情況下，冷卻流體的穩態流線與溫度等溫線分布；此時浮慣比增加，高溫流體因為浮力而佔據了水平管道的上半部，冷卻流體因而只能從水平管道的下半部流過，而且也沒有辦法直接衝擊高溫面，使高溫面的熱傳效率降低；和圖 5-6(b)， $Re=500$ ， $Gr/Re^2=40$ 的情況比較，仍可發現因為慣性力的加強，使入口端附近的等溫線分布較其他區域縝密。

圖 5-9 為高溫面在不同參數下的區域紐塞數分布圖；在浮慣比較小的情況之下，高溫面因為受到流體的直接衝擊，使該區域的熱傳效率增加，紐塞數分部因而產生一最大的峰值之情形；隨著流體在水平管道內往右移動，流體也一直被高溫面所加熱，使得區域紐塞數逐漸下降。當浮慣比較高時，高溫的流體也一直佔據著水平管道的上方，冷卻流體已經無法直接衝擊高溫面，所形成溫度層化區如

絕熱材料一般覆蓋著高溫面，使區域紐塞數降低。此外，在圖中也可以發現，當流體的慣性力越高時，對於高溫面的熱傳效率也有所助益。

5.4.2 門型管道往復振動

在浮慣比較小的情況下，流體的熱傳現象較為類似強制對流，流場流線分布與等溫線分布類似上一章所探討的內容，因此在本章節將只探討高浮慣比的結果，並將所得的結果做一深入探討。

圖 5-10(a)~(e)是在 $Re=200$ 、 $Gr/Re^2=250$ 、 $F_c=0.2$ 及 $L_c=0.5$ 的參數下，水平管道往復振動一周期時，不同時間點的瞬間流線分布圖；在圖 5-10(a)中，水平管道正位於下始點，開始正要往上移動，此時瞬間速度為 0，受到高浮慣比的影響，高溫流體形成溫度層化區並佔據了水平管道上半部，冷卻流體無法直接衝擊高溫面，只能在管道下半部流動。圖 5-10(b)則是管道移動到行程中點，此時振動速度往上到達最快，管道空間增加率也到達最快，入口流體不足以填充增加的空間，因此有部分的流體會從出口處向水平管道內流動，形成的流線方向因而向上。圖 5-10(c)時，水平管道位於行程的上始點，此時管道結束向上的移動，並開始要向下方移動，該瞬間速度為 0，管道體積增加率也為 0，所以工作流體從入口流進後，能完全的流出水平管道外，但受到溫度層化區的影響，冷卻流體只能在管道下半部流動，其現象和圖 5-10(a)時的流線分布相當接近。當管道向下移動到行程中點時，此時移動速度向下移動到達最快，管道體積縮減率也到達最大，原本儲存在伸縮管道內的流體被大量擠出，流線方向因而朝向出口處，如圖 5-10(d)所示。最後圖 5-10(e)則是管道結束一週期的運動之後，回到出發點的位置，此時管道內的流線分布和 4-10(a)相同，並開始準備進行下一週期的運動。

圖 5-11(a)~(e)是在 $Re=200$ 、 $Gr/Re^2=250$ 、 $F_c=0.2$ 及 $L_c=0.5$ 的參數下，水平管道往復振動一周期時，不同時間點之瞬間等溫線分布圖；受到高浮慣比與流體進口速度較低的影響，在每個時間點都可以發現到高溫流體佔據水平管道上半部而產生的溫度層化區。當管道位於下始點，如圖 5-11(a)所示，此時在入口端附

近的溫度層化區受到冷卻流體的直接衝擊，使等溫線產生彎曲的情況，且分布情況和管道靜止時的等溫線分布（圖 5-6(a)）類似。管道移動到行程中點的同時，受到伸縮管道的體積增加影響，直接衝擊層化區的冷卻流體變少，因此在入口處的等溫線分布變得較平直，如圖 5-11(b)所示。圖 5-11(c)則是管道到達上始點，受到前段時刻冷卻流體進入水平管道流量減少的影響，售熱的流體不易被帶出水平管道外，溫度層化區的範圍因而到達最大。在圖 5-11(d)的瞬間，管道向下移動到最快，原本儲存在伸縮管道內的流體被大量擠出，使衝擊層化區的流體速度增大，入口處附近的溫度層化區變窄；另一方面，因為流體在水平管道內的速度增加，出口處可以看到有部分的高溫流體因而被帶出水平管道之外。最後管道回到出發點，如圖 5-11(e)所示，該瞬間的等溫線分布又回到和圖 5-11(a)相同。

圖 5-12(a)~(e)是在 $Re=500$ 、 $Gr/Re^2=40$ 、 $F_c=0.2$ 及 $L_c=0.5$ 的參數下，水平管道往復振動一周期時，不同時間點的瞬間流線分布圖；在圖 5-12(a)中，管道位於下始點，此時速度為 0；受到較高雷諾數的影響，冷卻流體擁有較大的慣性力得以破壞溫度層化區，在入口處附近衝擊高溫面的現象較為明顯，但高溫流體依然會佔據水平管道的上半部，使冷卻流體只能在下半部流動。圖 5-12(b)為管道到達行程中點之瞬間流線分布，管道的體積增加率到達最大，流體在水平管道里的流動速度減少，但受到管道向上移動的影響，該瞬間的流線方向向右上方。當管道到達上始點，如圖 5-12(c)所示，此時管道體積已不再增加，冷卻流體在水平管道的下半部流動，流動的範圍相較圖 5-12(a)更為狹小。圖 5-12(d)則是管道向下移動到行程中點，原有儲存在伸縮管道內的流體被擠出至出口處，此點由流線的方向即可發現。最後管道回到出發點，如圖 5-12(e)所示，該瞬間的流線分布又回到和圖 5-12(a)相同。

圖 5-13(a)~(e)是在 $Re=500$ 、 $Gr/Re^2=40$ 、 $F_c=0.2$ 及 $L_c=0.5$ 的參數下，水平管道往復振動一周期時，不同時間點之瞬間等溫線分布圖；在圖 5-13(a)中，受到較高的流體慣性力影響，冷卻流體在入口處附近有能力直接衝擊高溫面，使該處的等溫線分布較為縝密；接著流體離開高溫壁面，產生反彈現象，所以可以看到

緊接而來的等溫線分布開始散開，形成突起於高溫壁面的溫度層化區。而管道移動到行程中點的同時，受到伸縮管道的體積增加影響，進入水平管道的冷卻流體變少，高溫流體開始平均的在管道上半部蔓延開來，如圖 5-13(b)所示。在圖 5-13(c)中，管道到達上始點，管道的體積增加率為 0，入口流體開始有能力直接衝擊高溫面，但是由於前段時間在水平管道上半部已累積了許多的高溫流體，因此冷卻流體只能讓入口處附近的等溫線稍微扭曲，不易直接碰觸到高溫面。在圖 5-13(d)的瞬間，管道向下移動到最快，原本儲存在伸縮管道內的流體被大量擠出，使衝擊層化區的流體速度增大，入口處附近的溫度層化區變窄；在出口處有部分的高溫流體被帶出水平管道之外。最後圖 5-13(e)則是管道結束一週期的運動之後，回到出發點的位置，此時管道內的等溫線分布和圖 5-13(a)相同，並開始準備進行下一週期的運動。

圖 5-13 則是不同參數下的平均紐塞數隨時間分佈圖；圖中各種形狀的點代表在不同參數下，管道靜止時的平均紐塞數分佈，而各式的曲線則各對應到管道在振動一個週期內，每個時間點的瞬間平均紐塞數分佈。從圖中可以看到隨著管道的振動，高溫面的熱傳效率也會隨著時間改變，尤其在強制對流為主的參數設定下 ($Re=200$ 、 $Gr/Re^2=1$ 與 $Re=500$ 、 $Gr/Re^2=0.16$)，平均紐塞數的變動幅度相對較大；另外，加強流體的慣性力也會令管道振動時的平均紐塞數變化幅度增加。各參數設定下，管道振動對於高溫面熱傳效率的增益已列如表 5-1 所示，並可以發現管道的振動確實可以增加高溫面之熱傳效率。

5.4.3 ㄩ型管道

圖 5-15 為靜止的ㄩ型管道在 $Re=200$ 、 300 的情況下，混合對流以及強制對流模式對於高溫面區域紐塞數分布比較圖；冷卻流體進入水平管道後，會直接衝擊高溫面，因此圖上會出現區域紐塞數分布的高峰，而且越高的流體慣性力會使高溫面的熱傳效率增加；但受到自然對流以及ㄩ字型管道的高溫面在下方的影響，受熱後的流體容易上升進入主流而離開高溫面，使冷卻流體有機會補充留下

的空缺，因此在口字型的散熱管道中，混合對流的熱傳效率會較強制對流情況下稍微提升。也由於以上的原因，上升的受熱流體流動方向和入口流的方向相反，兩者的勢力消長在入口處容易形成迴流，造成程式不易收斂，因此口字型管道的浮慣比設定不宜過高。

圖 5-16(a)~(e)為在 $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 10$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的參數設定下，口型管道往復振動一個週期，不同時間點的流線分布圖。如圖 5-16(a)所示，此時管道正位於行程的上始點，此時速度為 0，並正開始要往下移動，受到高浮慣比的影響，受熱的流體容易往上流動，因而佔據水平管道的上半部，並在此形成一個迴流；而冷卻流體經過高溫面的時候也逐漸被加熱，最終在 $X=4.5$ 的位置離開了高溫面，轉而流向出口管道；另外，向上移動的受熱流體也會流向入口端，並在此處和入口流體互相抗衡，因此產生迴流現象。圖 5-16(b)則是管道向下移動到行程的中點，此時速度向下到達最大，受到伸縮管道體積增加率到達最大的影響，流經水平管道的流體速度變低，甚至有往回流動的現象，因此流線分布呈現垂直走向。在圖 5-16(c)中，管道此時到達了下始點，此時速度為 0，並開始正要往上移動，此時進入水平管道的冷卻流體流量已恢復正常，流體衝擊高溫面的情況再度出現，而後半段則是高溫流體有往上流動的趨勢，因此形成了許多的小回流現象。當水平管道向上移動到行程的中點時，如圖 5-16(d)所示，此時管道速度向上到達最快，伸縮管道的體積縮減率到達最大，流體被大量擠出管道之外，造成流過水平管道的冷卻流體流量增加；另外，圖中也可看到在出口處仍有高溫流體跟入口流體互相推擠而產生的回流現象。最後，如圖 5-16(e)所示，管道回到出發點，並準備進行下一次的循環，該瞬間的流線分布又回到如圖 5-16(a)的狀態。

圖 5-17(a)~(e)為在 $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 10$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的參數設定下，口型管道往復振動一個週期，不同時間點的等溫線分布圖。如圖 5-17(a)所示，冷卻流體進入水平管道之後，直接衝擊高溫面，又水平管道上半部已被高溫

流體所佔據，冷卻流體只能從下半部流過，因此高溫面附近的等溫線分布從 $X=0.5\sim 4.5$ 左右都較為縝密。圖 5-17(b)則是受到管道體積增加的影響，入口處部分的高溫流體往回流動填補增加的空間，因而破壞高溫面的溫度邊界層，冷卻流體可以直接接觸高溫面；另外，在出口處附近的流體被持續加熱而向上流動，且受到水平管道內流量減少的影響，高熱流體無法被推出水平管道之外，所以可看到該處有較為複雜的溫度層化區分布。圖 5-17(c)顯示管道正位於下始點，管道速度為 0，流過水平管道的冷卻流體流量恢復正常水準。因此管到後半段的溫度層化區漸漸被破壞。在圖 5-17(d)中，管道向上移動到最快，原本儲存在伸縮管道內的流體被大量擠出，使水平管道中的流體流速加快，前些時間所形成的溫度層化區已被快速流動的流體所破壞，並被推出水平管道之外。最後，如圖 5-17(e)所示，管道回到出發點，並準備進行下一次的循環，該瞬間的等溫線分布又回到如圖 5-17(a)的狀態。

圖 5-18 是在 $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 10$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的情況下，管道振動一個週期中，不同時間點與管道靜止不動時的高溫面區域紐塞數分布比較；受到冷卻流體直接衝擊高溫面的影響，在任何時間點上，入口處附近 ($X=0.5\sim 1.5$) 的熱傳效率通常最高；管道向下移動到行程中點時，此時 $\tau = \frac{1}{4}\tau_p$ ，入口處有部份的高溫流體向上填補到擴張的體積裡，冷卻流體因而有機會直接衝擊高溫面，所以該時間點的區域紐塞數峰值為全部時間點內第二高。當 $\tau = \frac{2}{4}\tau_p$ 時，受到流量增加的影響，流體衝擊點的區域紐塞數峰值為第一高；另外，水平管道中央 ($X=4\sim 5$) 的區域紐塞數峰值也較前一個時刻延後，這是也是受到流量增加的影響，原本的溫度層化區被向後推動，流體的再接觸點也向後移動。在 $\tau = \frac{3}{4}\tau_p$ 時，原本儲存在管道伸縮區的高溫流體現在正被擠出，造成前段的區域紐塞數下降，而受到溫度層化區被打散的影響，後半段的區域紐塞數已無明顯的峰值出現。最後 $\tau = \frac{4}{4}\tau_p$ 時，雖然衝擊高溫面的已不再是原本儲存在伸縮管道內的高溫流體，

但是管道的振動使冷卻流體在進入水平管道之前，已先和因浮力而上升的高溫流體混合，因此在此時刻的熱傳效率較管道靜止不動時差。在所有的時刻中，都可以發現管道出口處（ $X=6\sim 7$ ）有一區域紐塞數的峰值，但是管道靜止不動的時則並無明顯的峰值出現，這是因為管道靜止不動時，該處形成的高溫回流會被冷卻流體所壓抑，因此熱傳效率降低，但是在管道振動的情形下，該處的回流被破壞，高溫流體得以進入主流，冷卻流體也得以進入補充空缺，使該處的熱傳效率增加。

圖 5-19 是在 $Re = 300$ 、 $Gr/Re^2 = 10$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的情況下，管道振動一個週期中，不同時間點與管道靜止不動時的高溫面區域紐塞數分布比較；受到流體慣性力的加強，高溫面的區域紐塞數也有所增加，但是基本上任何時間點所發生的現象，和 $Re = 200$ 的情況極為相似。

管道振動下，兩種參數設定所得的時間平均紐塞數及其與靜止時的比較如表 5-2 所示，從表中可以發現管道的振動不一定可以為熱傳效率帶來增益，且其增益也極其有限。

5.5 結論

本章探討門、口字型管道之高溫面熱傳效率，並發現影響熱傳效率的原因除了進口流雷諾數、浮慣比以外，管道的振動也可以帶來一定程度的熱傳增益，但門、口字型管道內的流場、溫度場分布是完全不同的兩回事，必須分開探討。

5.5.1 門型管道

本研究改變了進口流雷諾數、浮慣比的數值，並發現高溫面的區域紐塞數也跟著改變，所得的結論如下：

- (1) 當浮慣比增加的時候，高溫流體容易累積在水平管道的上半部，且該溫度層化區如絕熱層一般，阻止了冷卻流體接觸高溫面，因此在區域紐塞數的分布上，可發現又低又平坦。

- (2) 當浮慣比降低，高溫流體無法長時間佔據水平管道的上半部，冷卻流體有機會衝擊高溫面，使高溫面的區域紐塞數出現高峯值。
- (3) 在本研究所設定的參數中，管道的振動可以適時地增加高溫面的熱傳效率。

5.5.2 ㄇ型管道

由於本章考慮到自然對流的效益，流體受熱之後容易往上流動，而在ㄇ字型管道中，入口流方向向下，因此冷卻流體容易和受浮力而上升的高溫流體對撞，在彼此勢力抗衡的情況下，容易產生許多的小回流，造成程式的收斂不易，浮慣比也無法如ㄇ型管道一般可以到 $Gr/Re^2=250$ ；本章所得結論如下：

- (1) 高溫面的熱傳效率會受到冷卻流體的慣性力以及重力方向的影響，較高的流體流速可以增加熱傳。
- (2) ㄇ字型管道的振動對於高溫面的熱傳不一定會有增益，並且與進口雷諾數與浮慣比有關。
- (3) 管道的振動造成管道體積的擴張或是縮減，會影響到高溫面的熱傳效率最大值出現的時間，也就是說雖然管道體積縮減使水平管道內的冷卻流體流速變快，但是此時由伸縮管道流出的流體是先前時刻累積在擴張體積內的高溫流體，造成高溫面的熱傳效率不佳。

Re	$\frac{Gr}{Re^2}$	L_c	F_c	V_m	\overline{Nu}_X	\overline{Nu}_C	$\frac{\overline{Nu}_{c,(n)}}{\overline{Nu}_{X,(n)}}$
200	1	0	0	0	3.482 ₍₁₎	-	-
200	250	0	0	0	1.379 ₍₂₎	-	-
500	0.16	0	0	0	5.365 ₍₃₎	-	-
500	40	0	0	0	1.951 ₍₄₎	-	-
200	1	0.2	0.5	0.628	-	4.130 ₍₁₎	1.186 ($\frac{\overline{Nu}_{c,(1)}}{\overline{Nu}_{X,(1)}}$)
200	250	0.2	0.5	0.628	-	1.413 ₍₂₎	1.025 ($\frac{\overline{Nu}_{c,(2)}}{\overline{Nu}_{X,(2)}}$)
500	0.16	0.2	0.5	0.628	-	7.348 ₍₃₎	1.370 ($\frac{\overline{Nu}_{c,(3)}}{\overline{Nu}_{X,(3)}}$)
500	40	0.2	0.5	0.628	-	2.430 ₍₄₎	1.246 ($\frac{\overline{Nu}_{c,(4)}}{\overline{Nu}_{X,(4)}}$)

表 5-1 門型管道的計算參數表

Re	$\frac{Gr}{Re^2}$	L_c	F_c	V_m	\overline{Nu}_X	\overline{Nu}_C	$\frac{\overline{Nu}_{c,(n)}}{\overline{Nu}_{X,(n)}}$
200	1	0	0	0	4.607 ₍₀₎	-	-
200	10	0	0	0	7.747 ₍₁₎	-	-
300	10	0	0	0	9.881 ₍₂₎	-	-
200	10	0.2	0.5	0.628	-	7.674 ₍₁₎	0.991 $\left(\frac{\overline{Nu}_{c,(1)}}{\overline{Nu}_{X,(1)}} \right)$
300	10	0.2	0.5	0.628	-	10.010 ₍₂₎	1.013 $\left(\frac{\overline{Nu}_{c,(2)}}{\overline{Nu}_{X,(2)}} \right)$

表 5-2 口型管道的計算參數表

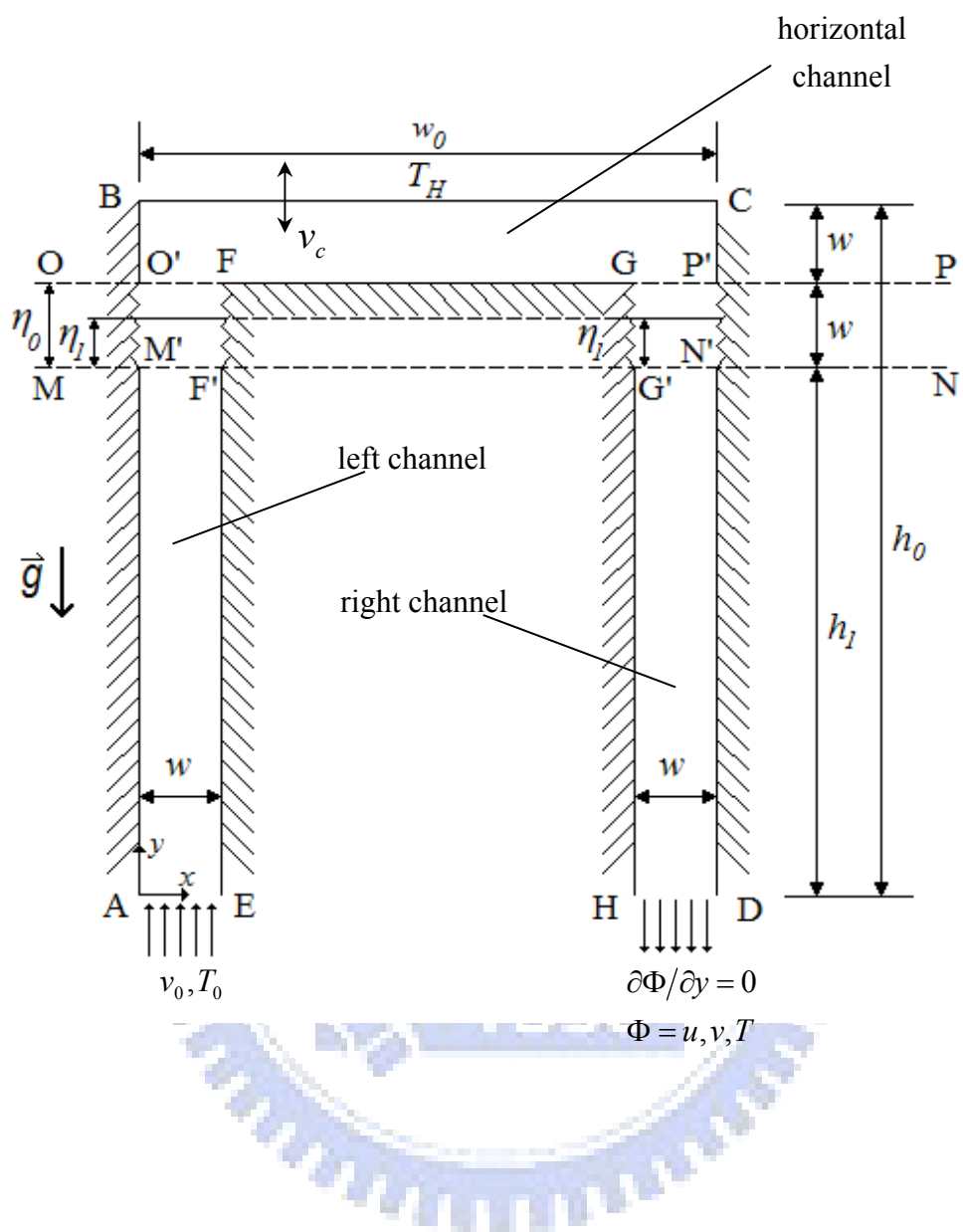


圖 5-1 門字型管道物理模式圖，重力方向和冷卻流體在入口處流動方向相反

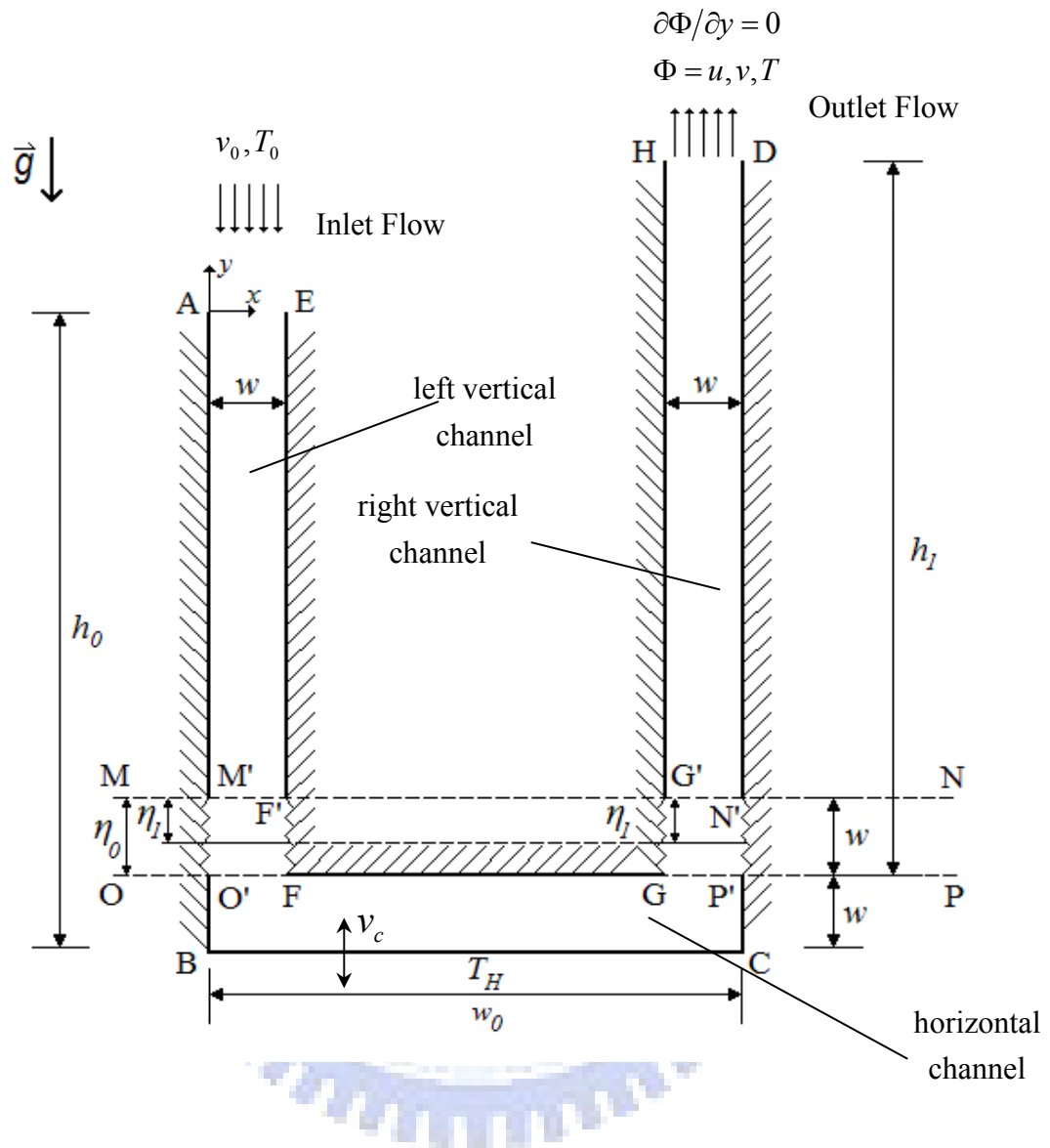


圖 5-2 U 字型管道物理模式圖，重力方向和冷卻流體在入口處流動方向相同

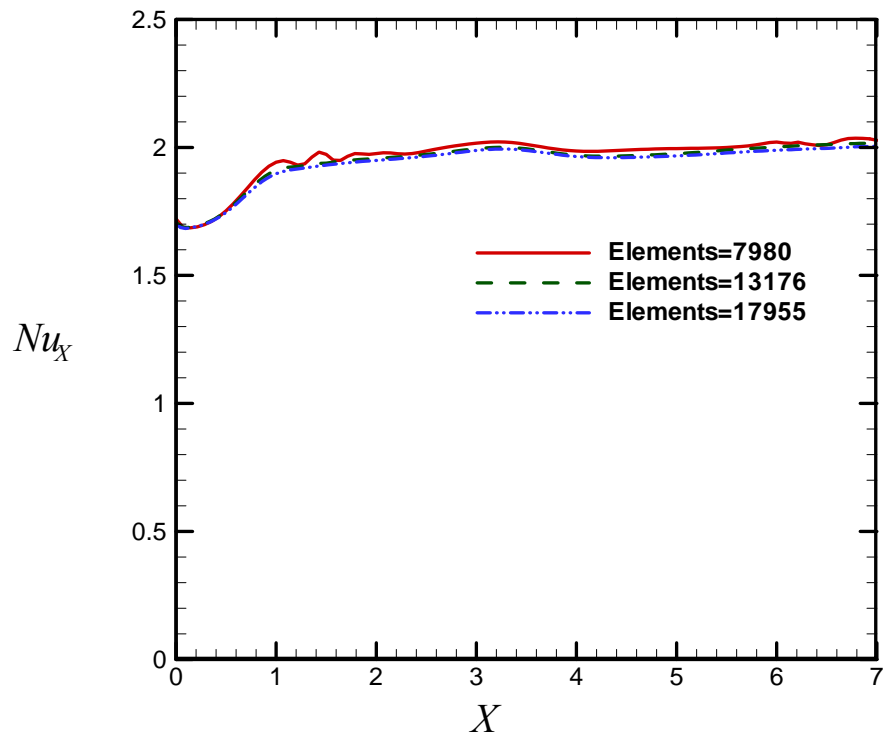


圖 5-3 冂型管道的網格測試

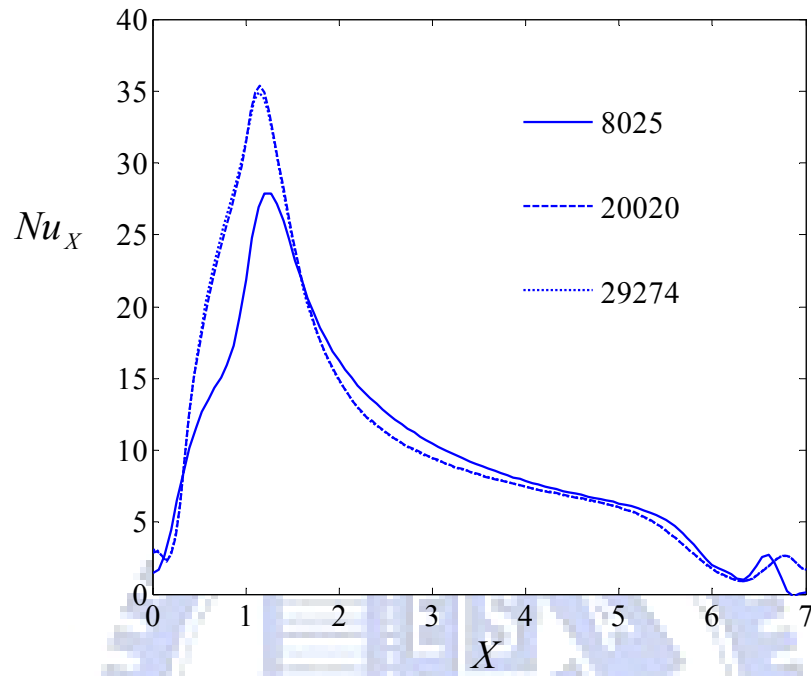


圖 5-4 口型管道的網格測試

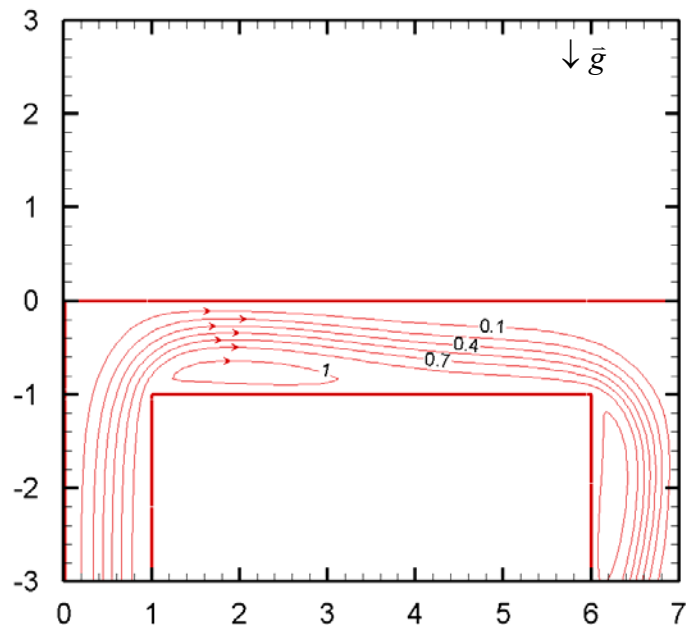


圖 5-5(a) $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 1$ 之流線分布

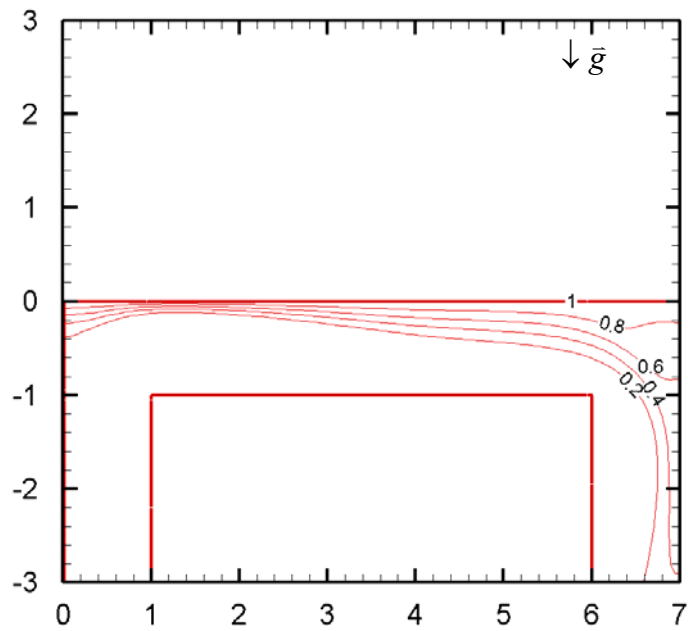


圖 5-5(b) $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 1$ 之等溫線分布

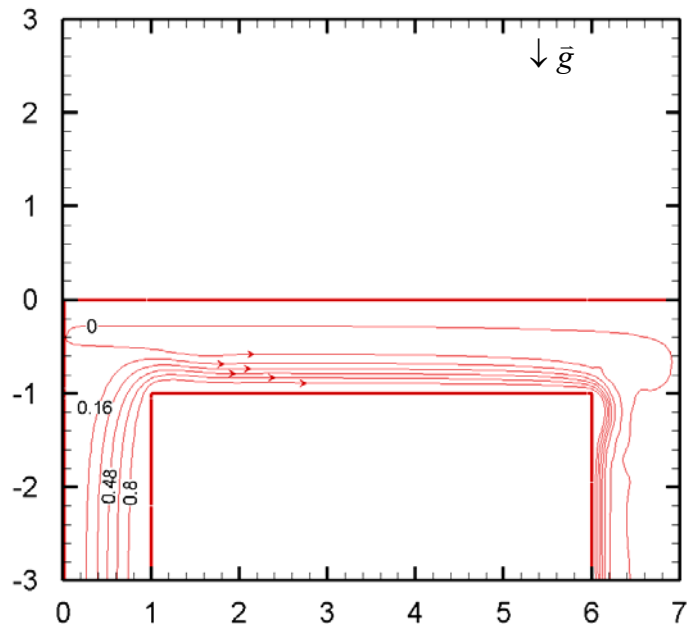


圖 5-6(a) $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 250$ 之流線分布

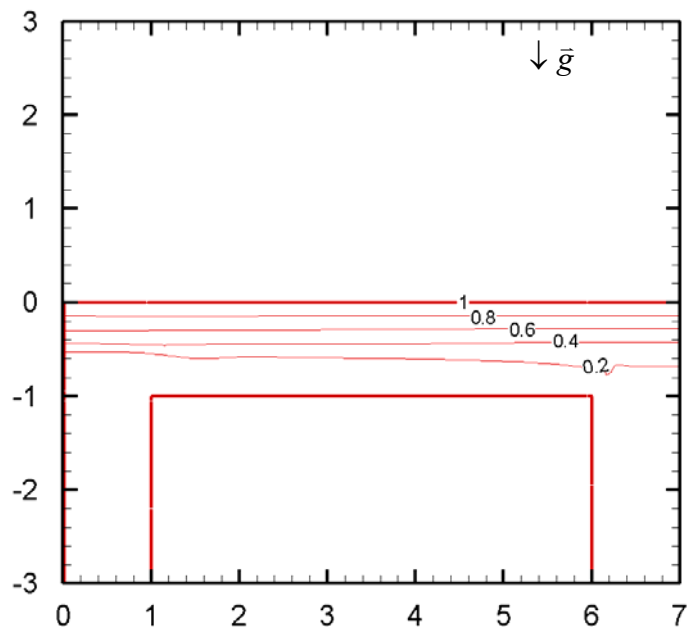


圖 5-6(b) $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 250$ 之等溫線分布

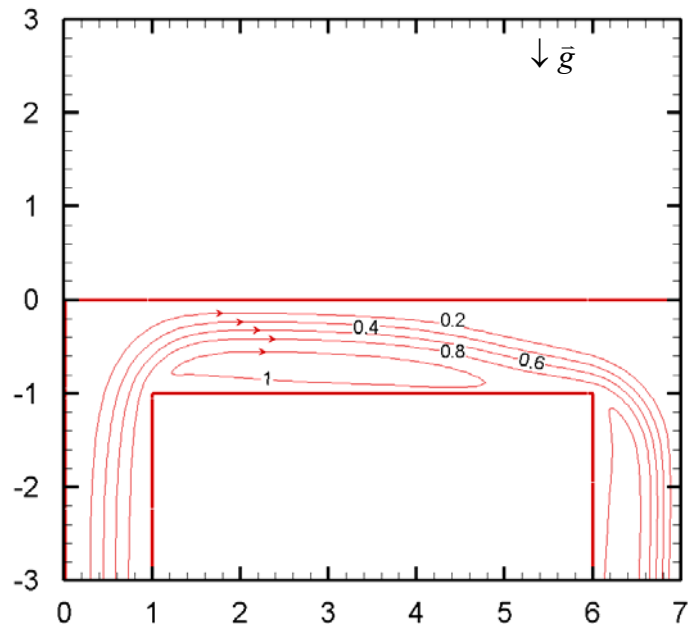


圖 5-7(a) $Re = 500$ 、 $Gr / Re^2 = 0.16$ 之流線分布

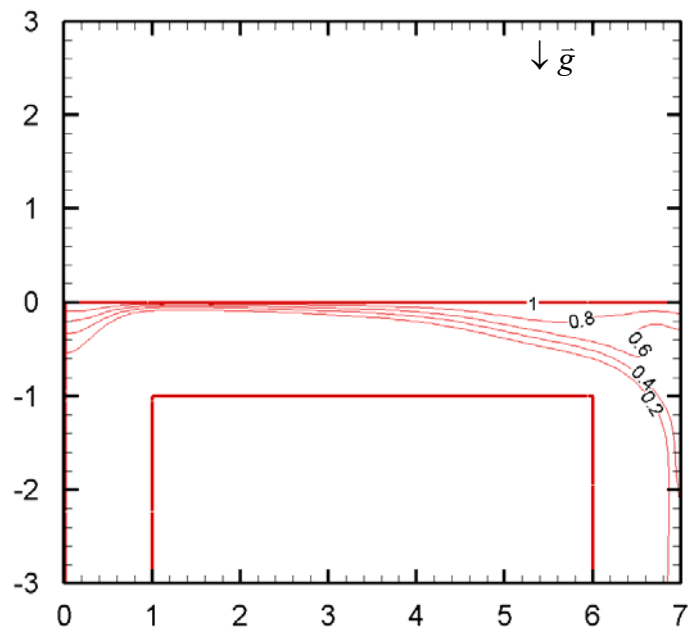


圖 5-7(b) $Re = 500$ 、 $Gr / Re^2 = 0.16$ 之等溫線分布

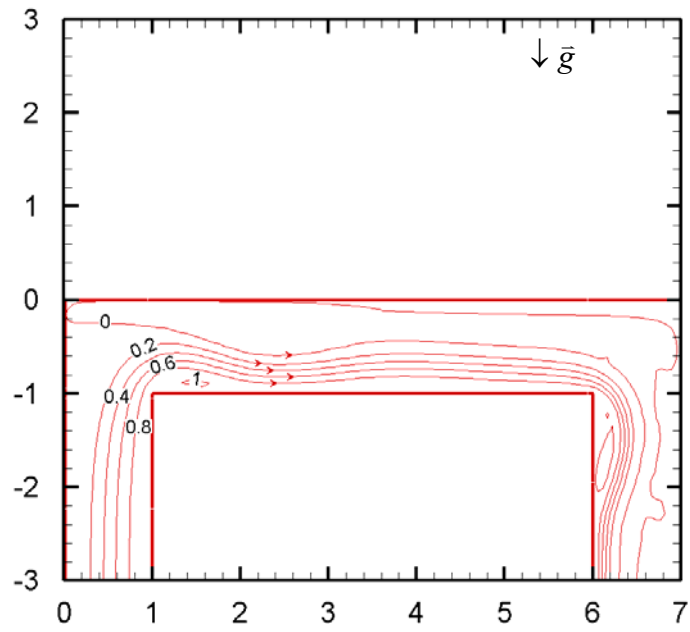


圖 5-8(a) $Re = 500$ 、 $Gr/Re^2 = 40$ 之流線分布

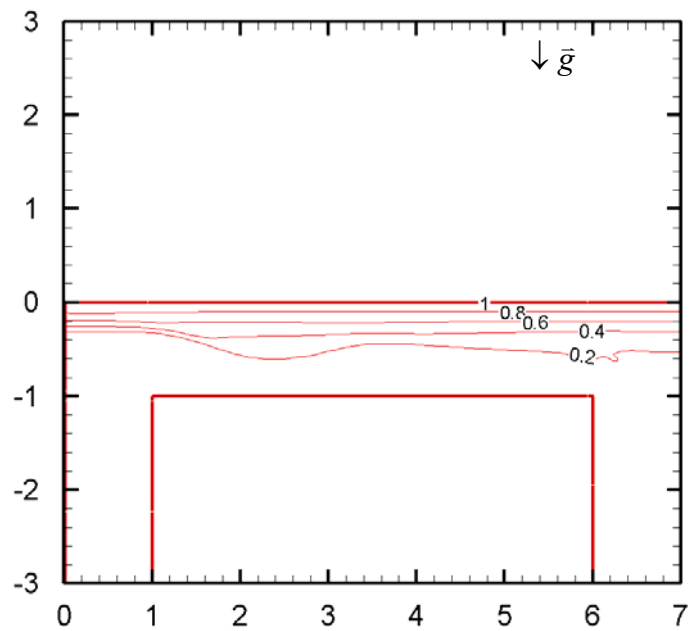


圖 5-8(b) $Re = 500$ 、 $Gr/Re^2 = 40$ 之等溫線分布

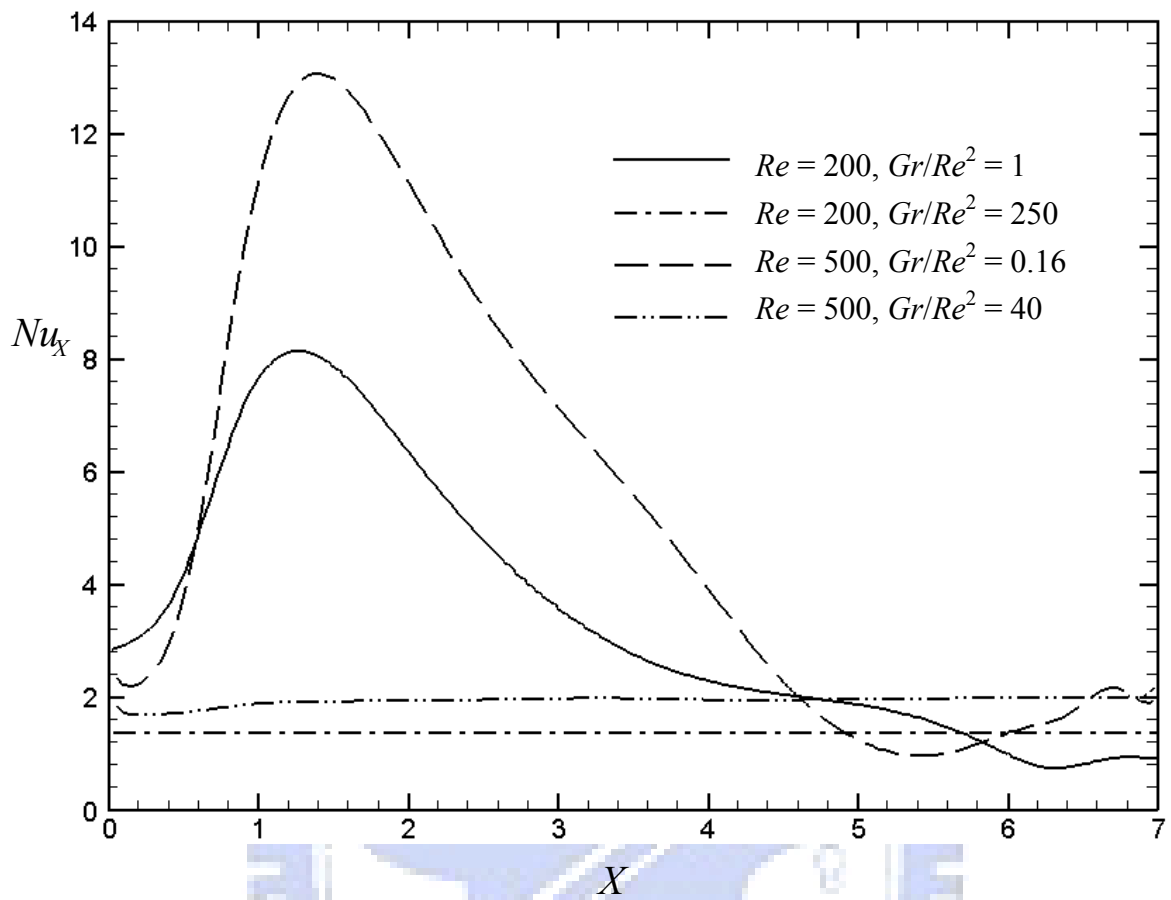


圖 5-9 高溫面的區域紐塞數分布

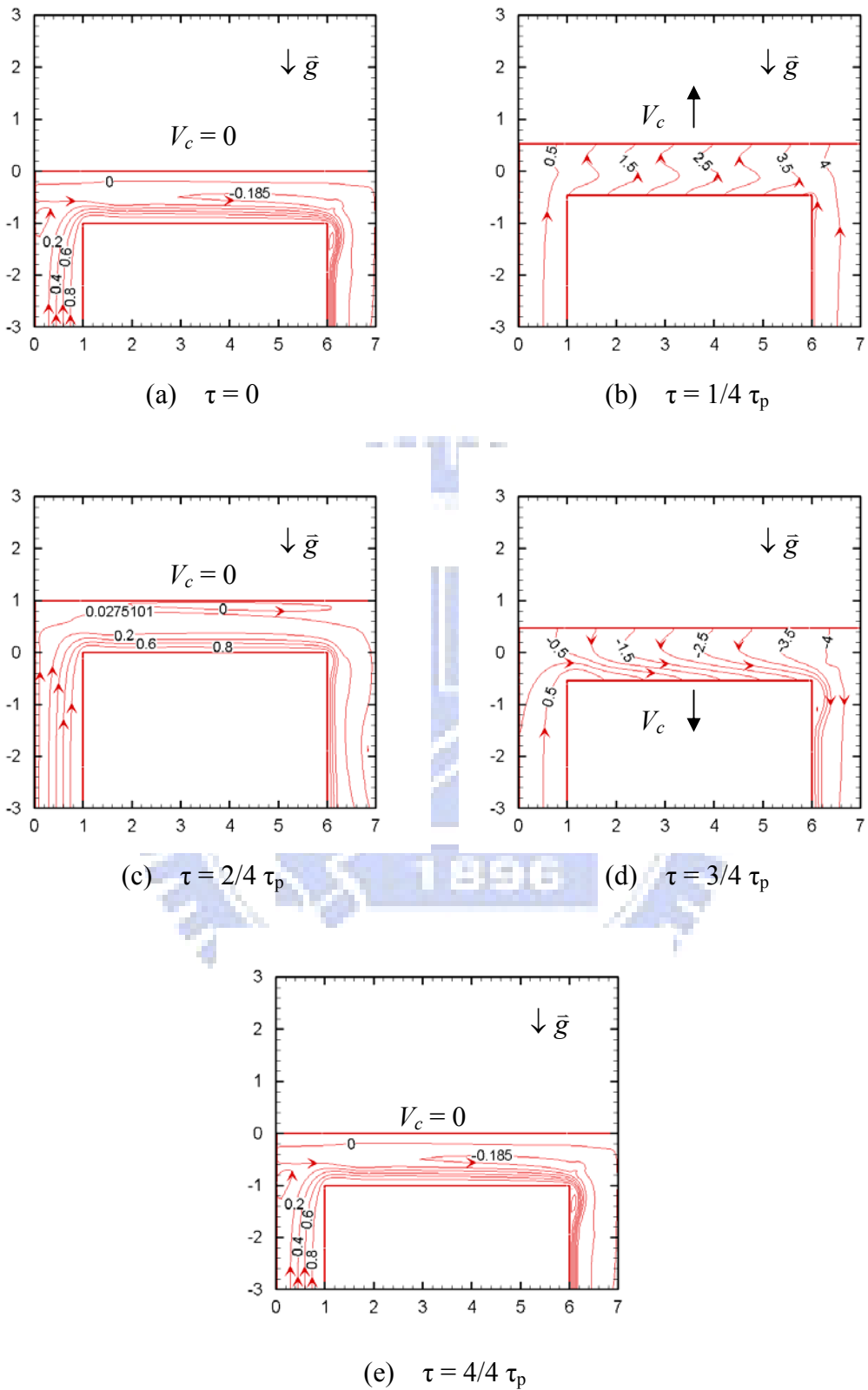


圖 5-10 在 $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 250$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的形況下，管道振動

一個週期中，不同時間點的流線分布圖

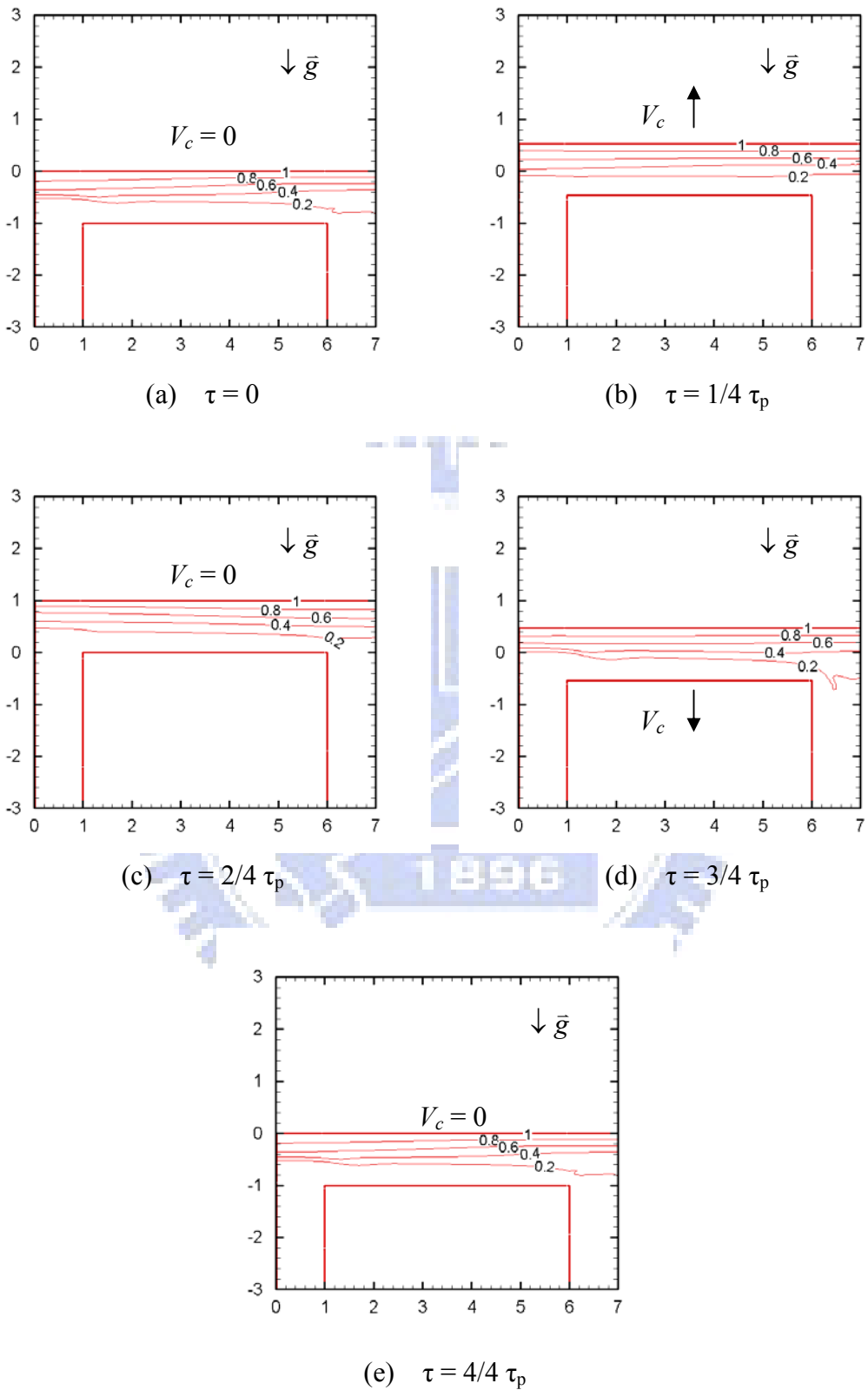
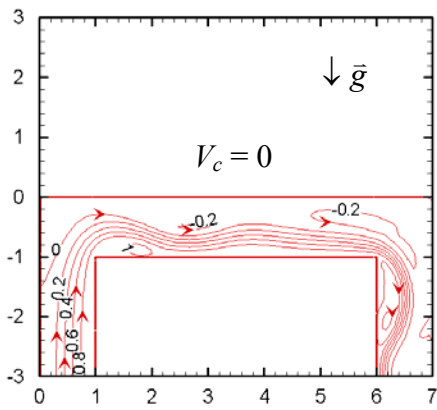
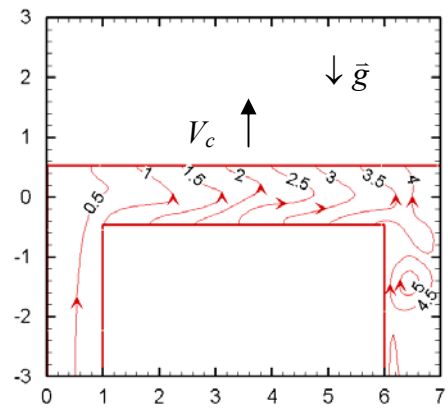


圖 5-11 在 $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 250$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的形況下，管道振動

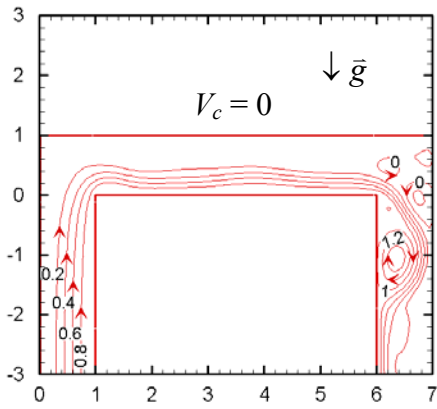
一個週期中，不同時間點的等溫線分布圖



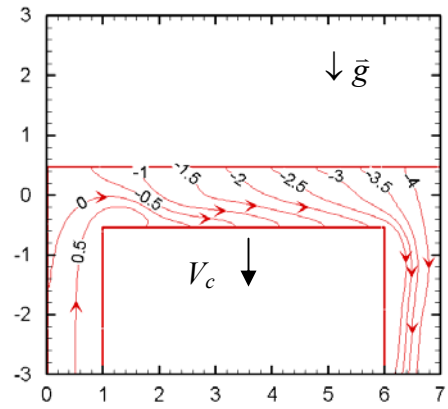
(a) $\tau = 0$



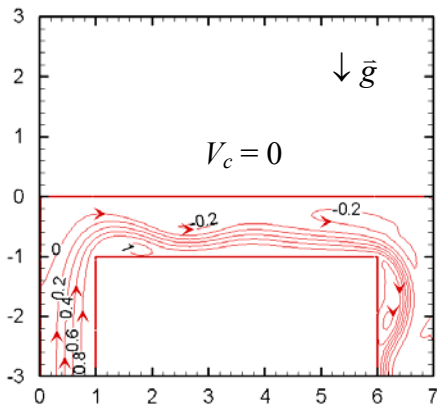
(b) $\tau = 1/4 \tau_p$



(c) $\tau = 2/4 \tau_p$



(d) $\tau = 3/4 \tau_p$



(e) $\tau = 4/4 \tau_p$

圖 5-12 在 $Re = 500$ 、 $Gr/Re^2 = 40$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的形況下，管道振動一

個週期中，不同時間點的流線分布圖

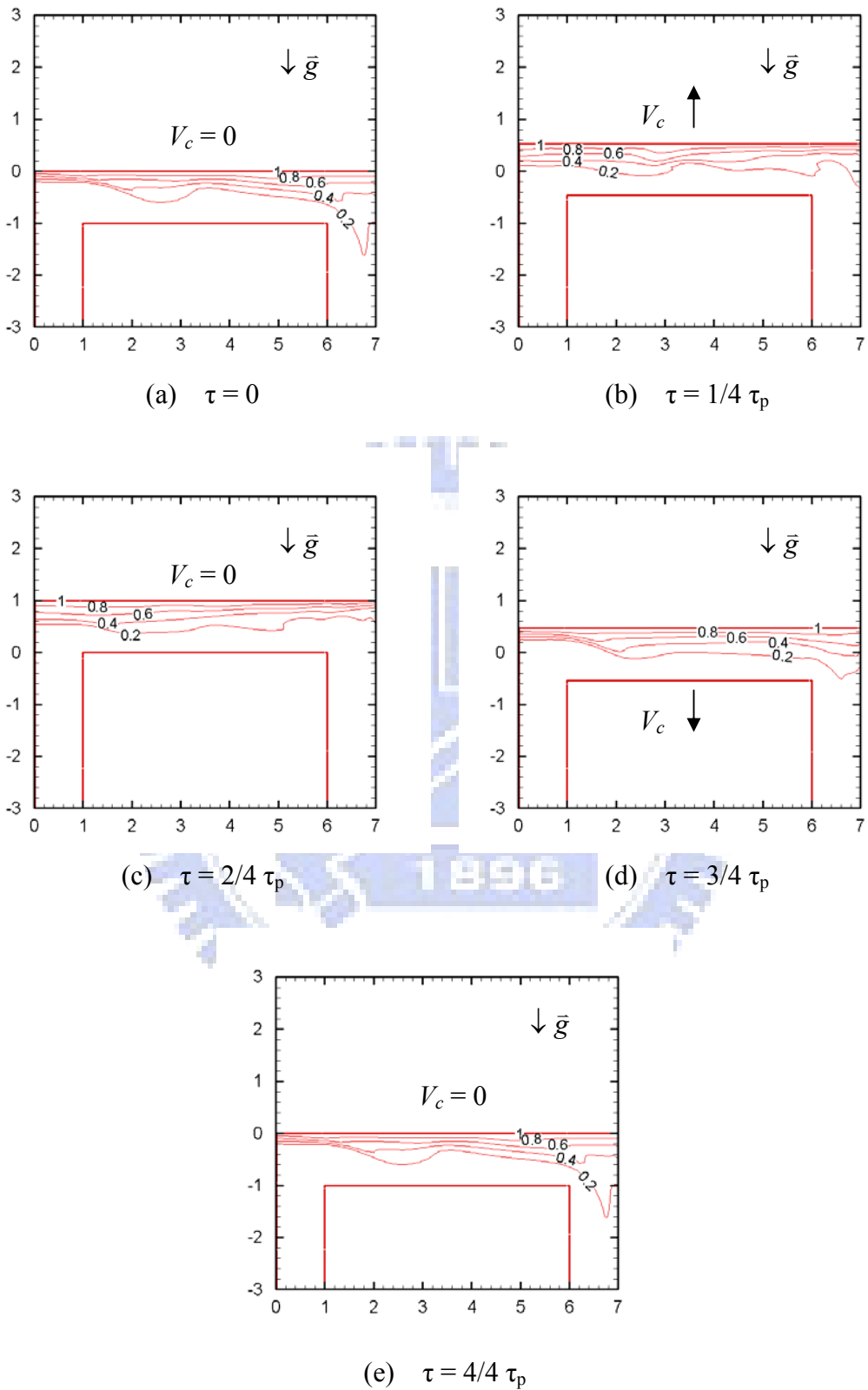


圖 5-13 在 $Re = 500$ 、 $Gr/Re^2 = 40$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的形況下，管道振動一

個週期中，不同時間點的等溫線分布圖

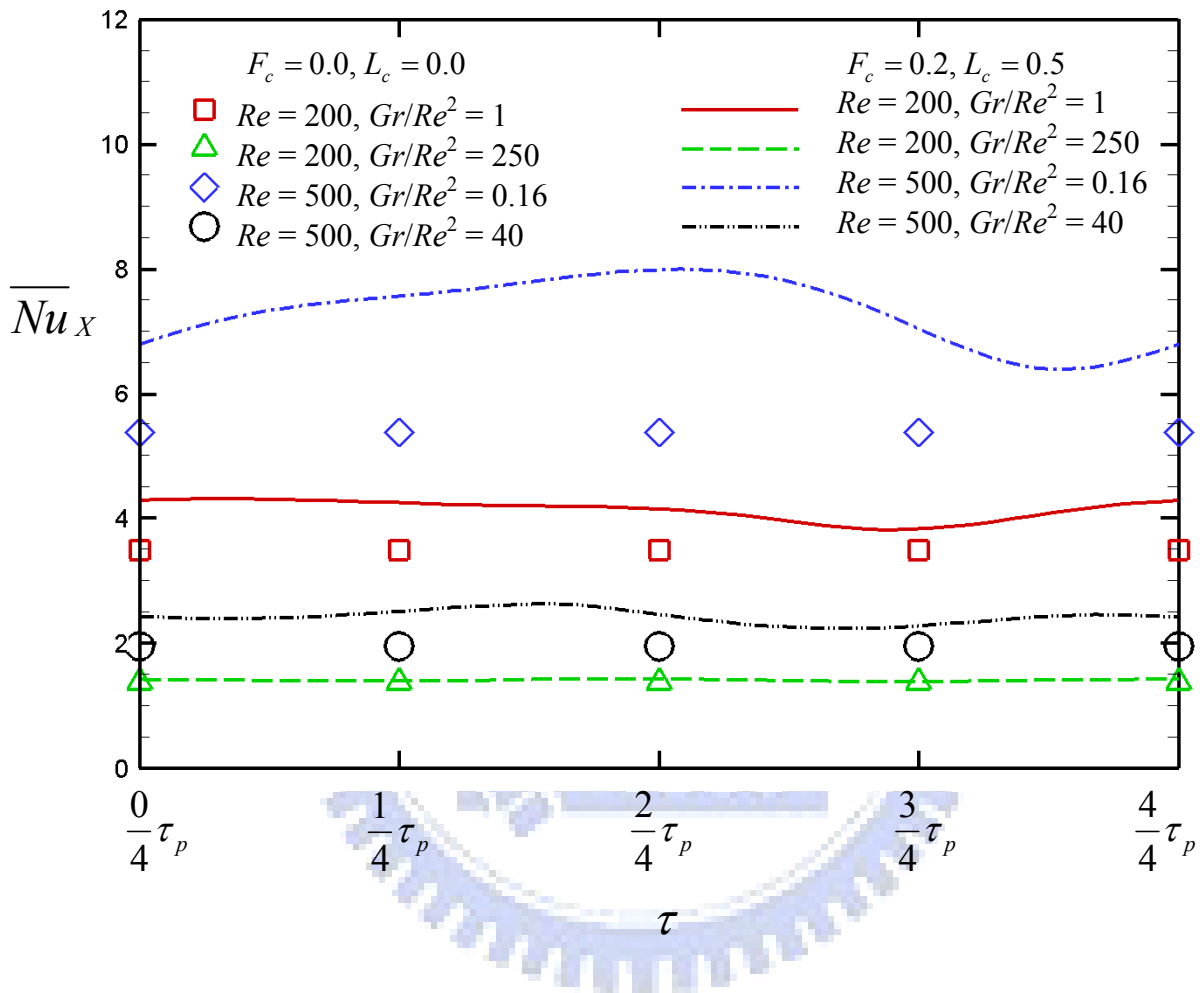


圖 5-14 各種參數下的平均紐塞數隨時間分佈圖

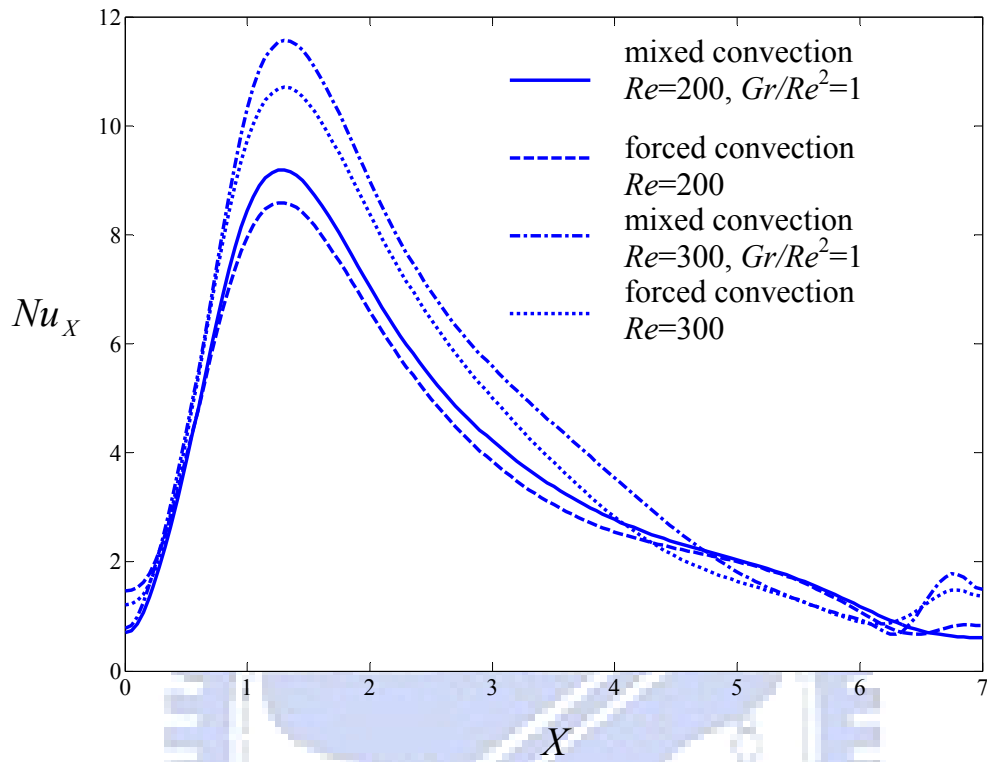


圖 5-15 口型管道靜止時， $Re=200$ 、 300 分別在混合對流與強制對流情況下的區域紐塞數分布比較

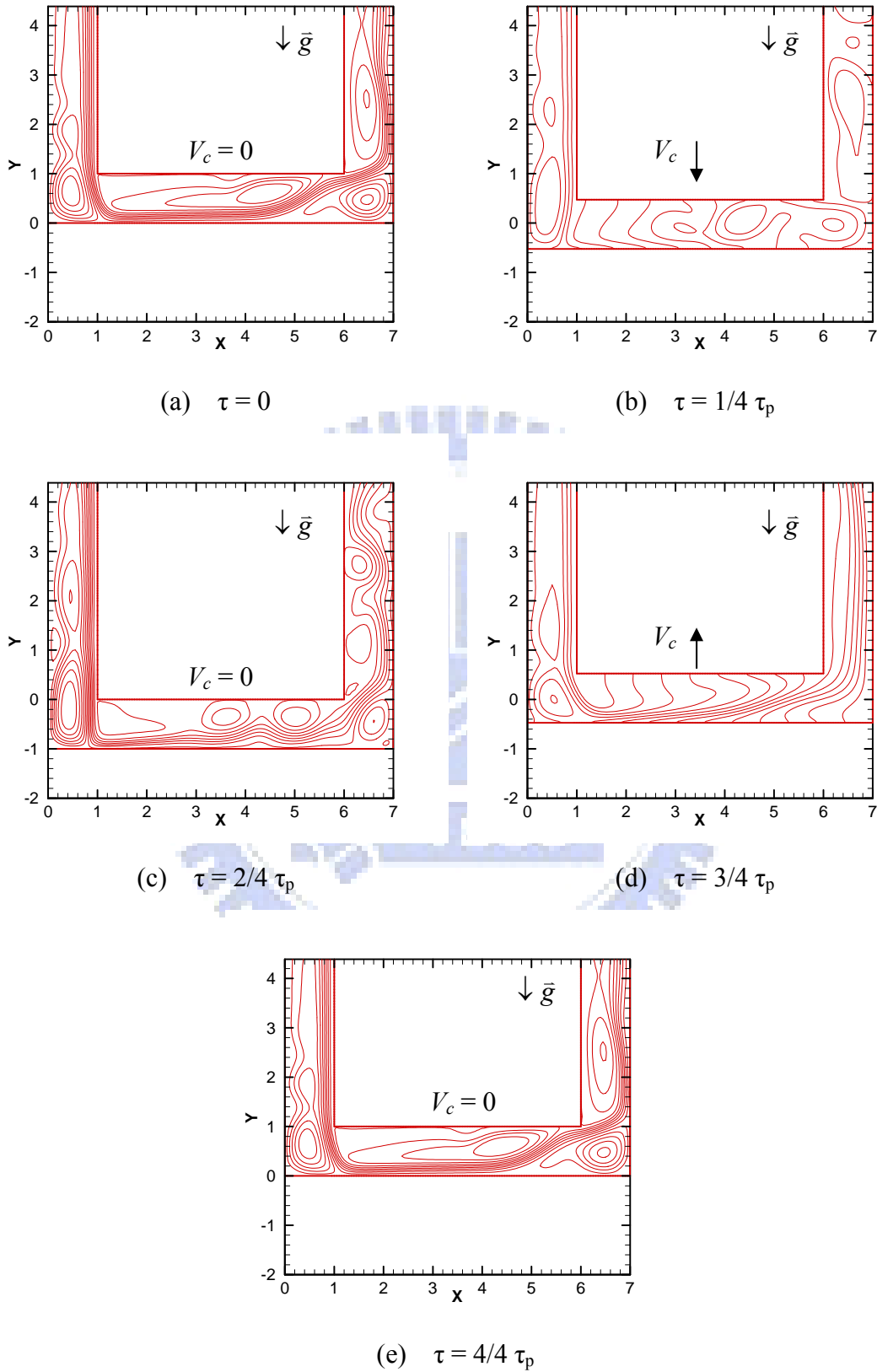
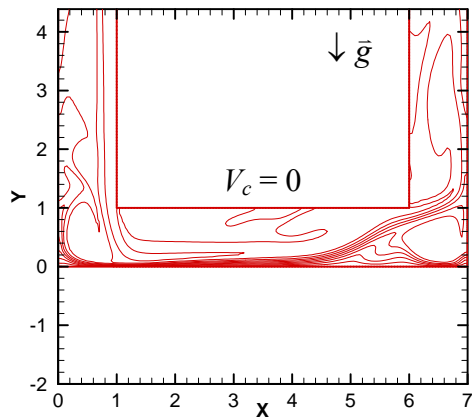
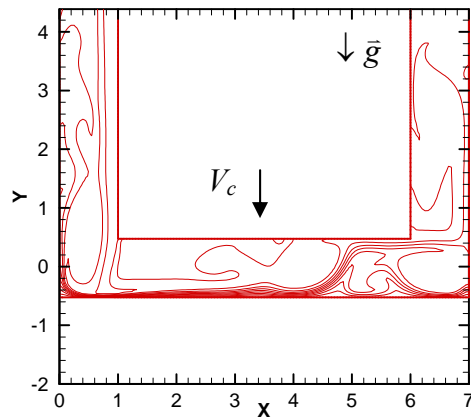


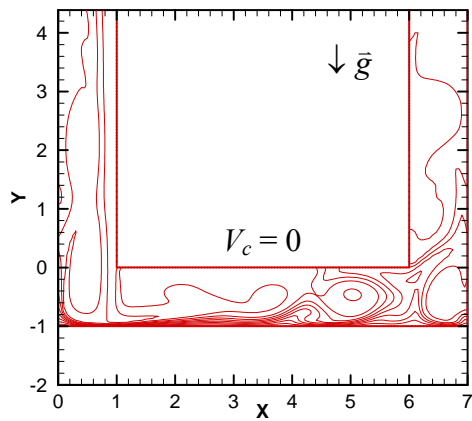
圖 5-16 在 $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 10$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的情況下，管道振動一個週期中，不同時間點的流線分布圖



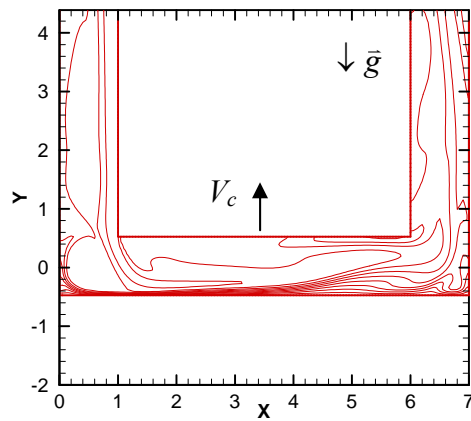
(a) $\tau = 0$



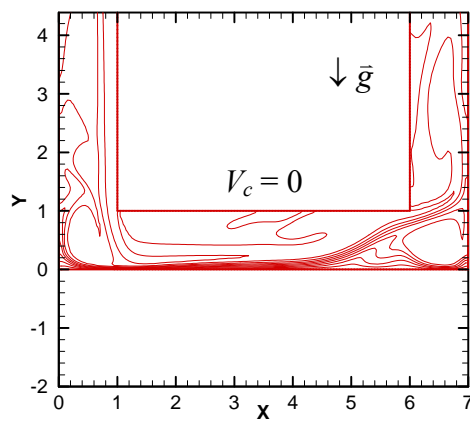
(b) $\tau = 1/4 \text{ Cycle}$



(c) $\tau = 2/4 \text{ Cycle}$



(d) $\tau = 3/4 \text{ Cycle}$



(e) $\tau = 4/4 \text{ Cycle}$

圖 5-17 在 $Re = 200$ 、 $Gr/Re^2 = 10$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的情況下，管道振動一個週期中，不同時間點的等溫線分布圖

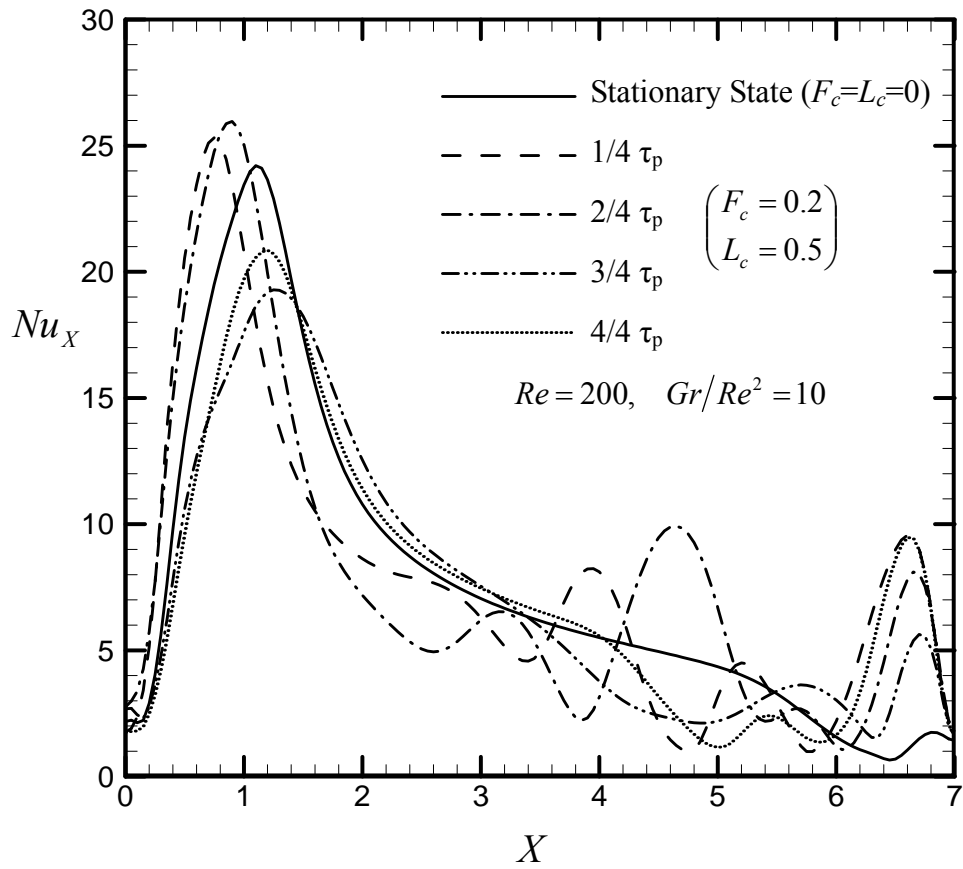


圖 5-18 在 $Re=200$ 、 $Gr/Re^2=10$ 、 $F_c=0.2$ 和 $L_c=0.5$ 的情況下，管道振動一個週期中，不同時間點與管道靜止不動時的高溫面區域紐塞數分布比較

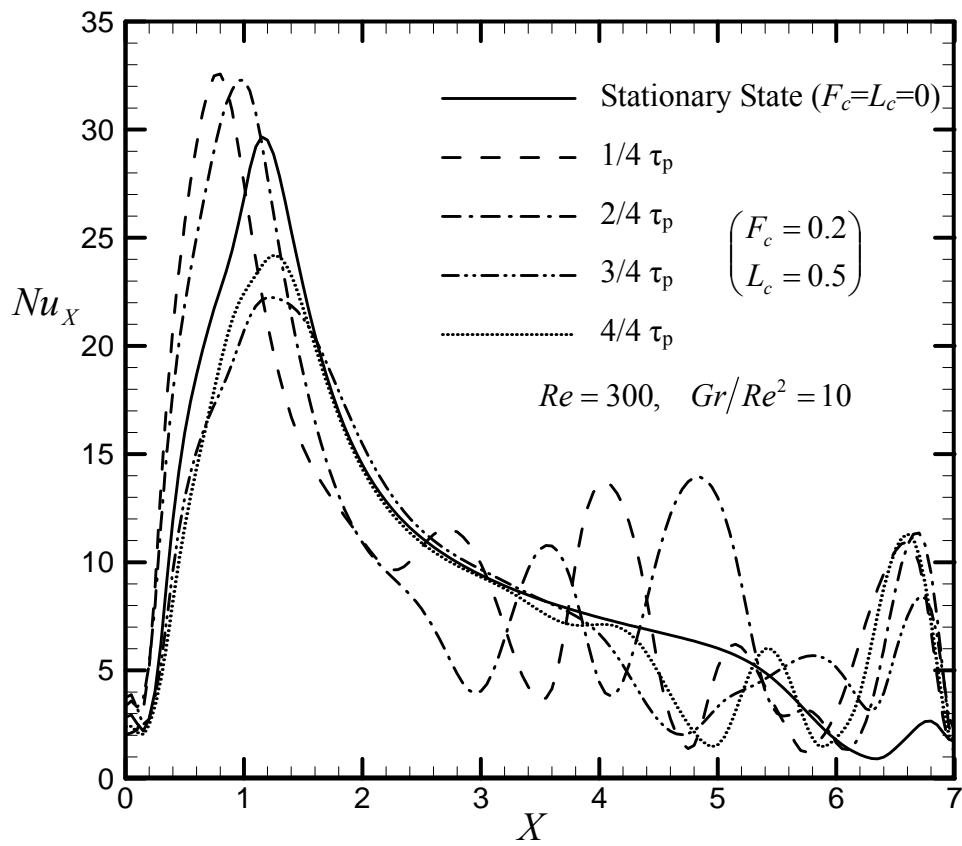


圖 5-19 在 $Re = 300$ 、 $Gr/Re^2 = 10$ 、 $F_c = 0.2$ 和 $L_c = 0.5$ 的情況下，管道振動一個週期中，不同時間點與管道靜止不動時的高溫面區域紐塞數分布比較

第六章、以實驗量測在強制對流情況下，冷卻流體對於門字型管道中高溫面的散熱效率影響

6.1 緒論

經由數值方法分析強制對流在活塞冷卻管道裡的熱傳效率之後，本研究將設計一實驗設備來驗證數值分析的正確性。對於管道裡的高溫面，本文將自行製作數個加熱片，裝設在水平管道的壁面上，利用電源供應器提供電流，而加熱片上的電阻絲可將電能轉換成熱能，以此來模擬活塞面對燃燒室的高溫面。對於實驗管道中流體的流動方向及速度，可由流場可視化觀測而得；而在流場可視化的技術中，放煙線法 (Smoke-Wire Techniques) 最為常見也是最簡單而低成本的方法，利用加熱絲、煙油與電源供應器即可達到放煙的目的，同時可利用攝影機來拍攝動態流場，結合個人電腦與影像擷取卡，將攝影機所拍攝到的動態影像擷取到個人電腦後，運用影像處理軟體即可從動態影像中抓取定格的靜態畫面，以清楚地觀察流場的變化。

6.2 物理模型與實驗設備

實驗設備

為了配合第三章的數值分析，相關的實驗設備示意圖如圖 6-1 所示，個人電腦用來控制步進馬達的轉速以及計算高溫面的局部紐塞數，並進行流場可視化的畫面擷取；冷卻管道由水平振動管道、入出口管道與連結管道所組成，其尺寸如圖 6-2、圖 6-3 所示。冷卻流體由風機送入管道之中，其體積流率可以從流量計觀測而得；在入口管道前端裝設有數層蜂巢板，消除進口氣流的紊流強度。因為本研究並不考慮重力對流場的影響，因此整組管道可以水平放置，其中門字型管道放置在振動系統上 (如圖 6-4)，由連結管道連接到入、出口管道。當往復機構開始運作時，管道會隨之進行往復運動，此時裡面的冷卻流體受到振動影響，對壁面散熱也會有不同的效果，最後利用個人電腦擷取各項所需數據，經過處理以

後進行壁面的熱傳分析。

為得到較佳的高溫壁面與方便量測各點溫度用以計算此實驗之紐塞數，以銅箔、鎳鉻絲及巴沙木等材料製成加熱片，並由電源供應器提供電能使鎳鉻絲發熱產生熱量，加熱片的組成如圖 6-5 所示。每片加熱片上均黏有熱偶線，用以量測該點溫度。

管道頂面之加熱板主要做法為分別將三塊表面積為長 31mm × 寬 12mm 之加熱片緊密結合為一組長 31mm × 寬 36mm 之加熱區塊後，再將三組加熱區塊置於一長 210mm × 寬 90mm 且厚度為 10mm 之組合巴沙木板，在組裝時需注意保持加熱區塊表面與巴沙木板表面維持同一平面，各組加熱區塊詳細位置如圖 6-3 所示，依流體入口方向加熱區分為前、中、後段加熱區，各個加熱區塊僅中間加熱片為實驗計算所用，兩邊加熱片則為熱保護用。為了減低熱量從組合間縫隙散失，在加熱區塊周圍及後方貼附絕熱泡棉。

a. 加熱片原理：

將鎳鉻絲纏繞於孔洞分布均勻的電路板，並且連接電源供應器通以電流使其均勻發熱，外面包覆高熱傳導係數的銅箔藉此形成一個表面均溫且對於熱反應快速的發熱體。在其側邊利用相同製作過程的銅箔夾層緊靠來達成熱保護的效果，當這些銅箔夾層都加熱到相同溫度時，彼此間就不會有熱傳，藉此降低無法估計的熱損。銅箔的上表面置於流場中，熱量由流場的流體經熱對流方式帶走，下表面則緊貼巴沙木用以計算下方熱傳導帶走的熱損失，其餘的部份則貼覆絕熱泡棉使其熱損失降到最低。

b. 加熱片的製作方法：

材料準備：

銅箔（厚度 0.05mm）、電路板（厚度 1.6mm）、直徑 0.17mm 之鎳鉻絲，鐵氟龍絕緣膠帶、巴沙木（厚度 1.5mm 和 6mm）、直徑 0.001mm 之 J-TYPE 熱電偶線、OMEGA 公司的 OB-200 導熱膠、AB 膠等。

製作銅箔夾層(74)：

將厚度 1.6mm 之電路板裁成長度 31mm，寬度 11mm 之長條型，其內部有 48 個孔洞 (12×4)，表面有金屬的部份用砂紙磨去，並取中間且均勻分佈鑽三個通孔以便於放置熱偶線；於裁好的電路板上繞以細密且均勻間隔之鎳鉻絲，其纏法如圖 6-5 中(71)所示，注意鎳鉻絲需保持平整避免在電路板表面發生高突而與銅箔間隙太大，接著再將鐵氟龍絕緣膠帶包覆於纏好鎳鉻絲的電路板外用以與銅箔絕緣；切取尺寸為 31mm×24mm 厚度 0.05mm 之銅箔，將銅箔折成寬度為 11mm 之 U 字型，包覆於巴沙木外且銅箔表面需盡量保持平坦。並將穿過電路板夾層之三條熱電偶線黏貼於銅箔內側通孔對應的位置。

製作巴沙木夾層 (75)、(76)：

為了減少同組的三個加熱片間因為組合時產生的接觸熱阻，因此把一組加熱區塊所需的三個巴沙木夾層一起製作，將巴沙木(厚度 1.5mm 和 6mm) 裁成一塊長度 31mm，寬度 35mm 之長方體，也就是三個銅箔夾層組合起來的大小，對照銅箔夾層適當的位置鑽九個通孔用來穿過所有的熱偶線。為求估算經由巴沙木的熱損失，在巴沙木(厚度為 1.5mm) 上下放置熱偶線以量測溫度，用以求得藉由熱傳導耗散的熱量。

加熱片成形：

組裝時，如圖 6-5 中所示，最上層為銅箔夾層，中間為厚度 1.5mm 之巴沙木夾層，下層則為 6mm 之巴沙木夾層，熱偶線分別由各通孔拉出，熱偶線的位置如(77)所示，銅箔夾層三條，中間巴沙木上下各三條，接著再將各層之間均勻塗上導熱膠，組合夾緊放置 24 小時待其乾燥固定，即可完成組裝工作。製作過程中需注意加熱面銅箔保持平整，以達到均溫效果。另外需注意加熱片有無縫隙，須以導熱膠或 AB 膠於適當的地方填補。

c. 加熱片測試：

將完成後加熱片之兩條鎳鉻絲連接電源供應器，由電源供應器提供一電位差，鎳鉻絲通電後發熱，使銅箔溫度上升，待其加熱片溫度穩定後擷取

黏貼於銅箔背面三條熱電偶線之溫度，若彼此溫度差均能維持在 0.1°C 內則通過測試，表 6-1 即為測試結果，加熱的溫度設定為高於室溫 5°C ，表中標示的溫度為加熱面銅片表面各點的溫度。

為準確的控制每個加熱片之輸入熱量，將每一加熱片分別連接至 MOTTECH 公司型號 LPS 的直流電源供應器，並且利用 UNI-T 公司型號 UT60E 的三用電表量測電壓與電流值，溫度量測部分則利用 OMEGA 公司 J-TYPE 熱電偶線，配合 Yokogawa 公司型號 DA-2500E 的資料擷取器，讀取各熱電偶線溫度值。並以 National Instruments 公司 GPIB-USB 資料擷取卡，將熱電偶線所量得的溫度值讀入個人電腦進行分析。

d. 量測溫度裝置

熱電偶量測溫度原理為利用兩種不同的金屬或合金線，在兩不同線端點處焊接在一起，當此焊接點與待測高溫面接觸時，會產生電壓差而造成熱電流運動現象，而其大小則依據焊接點與另一端參考點之溫差，此參考點溫度必須為一定值，藉由熱電流運動力，可推算出焊接點之溫度，依據電壓大小來判斷被測物之溫度，而其準確度與範圍就和材質有非常大的關係，目前業界常見的有 E、J、T、K 等 TYPE 的熱電偶。

本實驗溫度量測部份採用 OMEGA 公司出產 J-TYPE 熱電偶，利用 Yokogawa DA2500E 資料擷取器將熱電偶的電壓類比訊號取出並轉換成溫度值，並利用 National Instruments GPIB 介面卡將資料傳輸至個人電腦，最後經過個人電腦將資料處理並加以儲存。

實驗步驟

本研究主要目的在以實驗的方法，進行 Γ 型管道往復運動之頂部熱傳效應分析，實驗共分為四部分：進口流體雷諾數量測、啟動往復運動機構、流場可視化與壁面溫度量測。

a. 進口流體雷諾數量測

為了探討 U 型管道頂部熱傳效率與進口流體雷諾數之關係，故工作流體進口平均速度需確定，由 $u_0 = \frac{Q}{A}$ 此式得知，當管道截面積 A 已知，平均速度 u_0 則可以由流量計讀數 Q 代入前式計算求得，藉由調整風機控速器來調整進口流量，即可得到實驗所設定之雷諾數。

b. 啟動往復運動機構

本實驗以解析度 36000 步/轉之步進馬達帶動往復運動機構，其運動狀態可由馬達轉動求得，管道振動頻率可以經由控制器調整步進馬達轉速得到，因為步進馬達轉動一圈則 U 型管道前後來回振盪一次。為確認其精準度，利用碼表量測 U 型管道振盪 120 次所歷經時間，並換算成頻率與控制器所輸入之頻率作比較，發現誤差極小，但因步進馬達扭力無法負載滑軌快速移動所需要的力矩，故轉速不能過高。

c. 流場可視化

1. 手動調整攝影機焦距，設定為黑白攝影模式，並確認畫面範圍。
2. 開啟風機並調整流量至所需之雷諾數。
3. 設定往復運動機構至所需的振動頻率。
4. 設定電源供應器電流值約為 0.8A，在放煙裝置的鎳鉻絲上適當的位置塗抹適量的煙油。
5. 經由 DV 螢幕確認打光效果。
6. 開始錄影，啟動電源供應器加熱鎳鉻絲並且配合管道往復運動。
7. 拍攝完畢，將 DV 磁帶檔案轉至電腦處理。

d. U 型管道頂部壁面溫度量測

本實驗藉由量測 U 型管道壁面溫度，進而計算壁面平均紐塞數，由於 Yokogawa 公司型號 DA-2500E 的資料擷取器掃描速度較慢，無法配合 U 型管道的往復運動速度來進行暫態溫度的量測，因此以個人電腦每 30 秒求得各點的溫度，連續量測一小時，加以平均觀察其溫度的變化。實驗步驟如

下：

1. 將管道流量調整以符合實驗所需的雷諾數。
2. 啟動電源供應器使加熱片溫度上升。
3. 啟動往復運動機構並調整至所需振動頻率。(靜態量測可忽略此步驟)
4. 等待流場與實驗設備運轉穩定。
5. 個別調整加熱片的輸入功率，使各加熱片表面溫度皆相同(即溫差 $\leq 0.1^{\circ}\text{C}$)。
6. 每半小時量測溫度變化一次，並調整電源供應器，使加熱片間保持等溫(即溫差 $\leq 0.1^{\circ}\text{C}$)，並且高於流體進口平均溫度 5°C ，若連兩次量測各加熱片表面溫度與流體進口平均溫差均為定值(即 $5^{\circ}\text{C} \pm 0.1^{\circ}\text{C}$)，則判定溫度場趨於穩定，即開始紀錄實驗數據，反之繼續調整表面溫度。在此將溫差設定為 5°C 是為了降低自然對流效應之影響。

利用電源供應器的電能轉換來模擬熱源時，最理想的狀況為所有熱量皆傳遞到銅箔上，但實驗中熱量損失無可避免，在忽略熱輻射的前提下，當熱量輸入加熱片後，有三種傳遞的途徑，一為經由表面的銅箔傳入流場，此為計算紐塞數的主要部分，另一為經由巴沙木向後方散逸，第三部分則為加熱片彼此間的熱傳，加熱片上下兩邊的面積較小，並且有貼附絕熱泡綿，故將其熱傳省略，加熱片兩邊則由於溫度一致，彼此之間視為沒有熱傳，詳細熱損計算原理如下：

加熱片元件的熱量計算原理與其紐塞數之定義如下述(a)至(d)所示：

(a) 輸入加熱片的能量：

電源供應器提供加熱片能量，輸入能量為輸入電流平方和鎳鉻絲電阻值乘積

$$Q_{in} = VI = I^2R \quad (6.1)$$

(b) 散逸的能量：

雖然巴沙木背面加有絕熱泡棉，但仍有熱量由此散逸

$$Q_{lose} = k_b A_b \frac{dT}{dy} \quad (6.2)$$

式中 k_b 為巴沙木熱傳導係數=0.055 ($W/m\text{ }^\circ C$)

A_b 為巴沙木面積=0.031×0.012=3.72×10⁻⁴ (m^2)

dT 為巴沙木兩端溫度差 ($^\circ C$)

dy 為巴沙木厚度=0.0015 (m)

(c) 加熱片間熱傳：

因加熱片有熱保護措施防護其中，故加熱片間彼此的熱傳效應幾乎微乎其微，故可以忽略不計。

(d) 口型管道頂部壁面平均紐塞數估算：

由加熱片傳入流場的總能量為

$$Q_{air} = Q_{in} - Q_{out} \quad (6.3)$$

根據定義計算高溫加熱片的平均紐塞數

$$\overline{Nu} = \frac{Q_{air}}{A_h \Delta T_w} \cdot \frac{W}{k_a} \quad (6.4)$$

式中 A_h 為加熱片表面積=0.031×0.012=3.72×10⁻⁴ (m^2)

ΔT_w 為加熱片銅箔表面與進口流體平均溫差

W 為管道寬度=0.03 (m)

k_a 為空氣熱傳導係數 ($W/m\text{ }^\circ C$)

6.3 結果與討論

由於數值模擬部份設定管道進行正弦波之往復運動，以下說明為管道進行正弦波往復運動之原理，各符號如圖 6-4(a)所標示：

管道運動位置方程式

$$S = \frac{s}{w} = L_c \sin(2\pi F_c \tau) - \sqrt{L^2 - (L_c \cos(2\pi F_c \tau))^2} \quad (6.5)$$

s ：滑塊與連桿接點至套筒圓心之距離

S 的運動範圍為 $-L_c - L \leq S \leq L_c - L$

定義新的座標： $S_p = S + L$

$$S_p = S + L = L_c \sin(2\pi F_c \tau) - \sqrt{L^2 - (L_c \cos(2\pi F_c \tau))^2} + L \quad (6.6)$$

S_p 的運動範圍為 $-L_c \leq S_p \leq L_c$

將位置方程式對時間取一次微分可得管道運動速度方程式

$$V_c = 2\pi F_c L_c \cos(2\pi F_c \tau) - 2\pi F_c L_c^2 \frac{\cos(2\pi F_c \tau) \sin(2\pi F_c \tau)}{\sqrt{L^2 - (L_c \cos(2\pi F_c \tau))^2}} \quad (6.7)$$

圖 6-6 為式(6.7)之結果，橫座標為時間軸，縱座標為無因次管道振盪速度，當 $l/l_c = L/L_c$ 趨近於無限大，也就是連桿長度無限長時，管道往復運動將會以無因次速度方程式 $V_c = 2\pi F_c L_c \cos(2\pi F_c \tau)$ 振盪；當 $l/l_c = 1.5$ 時的速度方程式與理想的弦波振盪則有一段差距；此實驗機構 $l/l_c = 3.53$ ，由圖觀察得知與弦波振盪差異甚小。

圖 6-7(a) 為利用數值模擬得到之管道進行往復運動過程中瞬間向上 ($\tau = \frac{1}{4} \tau_p$) 之流線分布圖，鎳鉻絲擺放相對應位置為圖中黑線所示，照片中白色箭頭所指的即為鎳鉻絲發煙處。當管道開始向上移動，靠近管道頂部附近流體會因為管道的移動，形成流體受壁面牽引而去填補因偏離所造成的空洞區域，如圖 6-7(b) 所示，管道頂部之白色煙線瞬間走向為向上；而靠近管道底部附近的流體會受到壁面推擠而往上流動，由圖 6-7(c) 看出煙線瞬間走向為向上。

圖 6-8(a) 為利用數值模擬得到之管道往復運動中瞬間向下 ($\tau = \frac{3}{4} \tau_p$) 之流線分布圖；當管道開始向下運動，靠近管道頂部壁面的流體受到壁面的推擠向下流動，此點由圖 6-8(b) 瞬間煙線走向為向下可以得知；圖 6-8(c) 則為管道底部之現象，原本在此區域的迴流遭到破壞，由煙線瞬間走向為向下可以得知，此時的流體向下流動去填補因為壁面移動所造成的空洞，但是由於流體平均速度較大，故大部分煙線的走向都有斜向出口方向的趨勢。

圖 6-9(a)為管道瞬間向上 ($\tau = \frac{1}{4}\tau_p$)，利用數值模擬得到之出口端速度分布圖；當水平管道向上移動時，由於連接管道的體積增加，因而產生從出口端回吸流體來填補膨脹的空間，由圖 6-9(b)靠近管壁的兩側煙線皆為向內可以觀察得知，但是管道中間區段因為流體仍然具有向前的慣性力，故仍有小部份流體向外流出，使得瞬間流場圖呈現一個 Σ 形狀，當管道上升之最高點時或是開始向下之後，則出口氣體為全部排出。基於以上之結果可以說明數值模擬與實驗現象互相符合。

在實驗開始之前，先在管道靜止的情況下量測此時的高溫面平均紐塞數，並且將所得的數據和分別以層流及紊流的數值模擬結果比較。層流的平均紐塞數在以前的研究中已模擬出多組數據，對於紊流所產生的紐塞數分布，本研究利用紊流 $k-\varepsilon$ 模式、進口紊流強度 1% 來模擬，所得結果列於表 6-2 中以方便比較。在低雷諾數 ($Re \leq 400$) 的情況之下，除了後段加熱區產較大的偏差值，前、中段加熱區的紐塞數與模擬的誤差值都落在 20% 以內。然而，在雷諾數較大 ($Re \geq 500$) 時，實驗數據與層流的模擬結果開始產生較大的誤差，但和紊流數值分析之結果則是相當的符合，偏差都在 10% 以內，推測原因是雷諾數變高時，流場也相對的開始產生不穩定的現象，容易從層流轉變為紊流，因此所得之高溫面紐塞數分布才會和紊流分析時相符合。從管道靜止的實驗中可以得知，越大的進口雷諾數所產生的高溫面熱傳效率越高，且三段加熱面中，以前段因為直接受到流體衝擊的影響，造成其平均紐塞數最高。

為說明實驗的可信度，在進入實驗之前首先進行重複性測試，選擇參數相同為 $Re=500$ 、 $F_c=0.1$ 、 $L_c=0.5$ 在不同天進行三次實驗，管道頂部加熱面依流體的入口方向依序分為前段、中段和後段加熱區，銅片表面和流體進口溫度差 (ΔT_w) 用來計算壁面紐塞數，巴沙木上表面和下表面溫度差則用以計算藉由熱傳導方式損失之熱量，輸入總功率是根據電源供應器電流值和加熱片鎳鉻絲電阻值所計算得到，由上述結果計算得到高溫壁面紐塞數，觀察此參數增益情形可以用來判斷

傳效率是否改善。三次重複性測試之實驗結果整理於圖 6-10，各段加熱區的平均紐塞數差異度約在 5% 以內，此結果說明本實驗的重複性相當良好。由於先前之數值模擬忽略掉自然對流效應之影響，在自然對流所引發的浮力效應受到熱源與外界溫差的影響不可忽視，基於此考量將所有實驗之加熱片銅箔表面溫度 T_w 與進口流體溫度 T_o 之平均溫差 ΔT_w 設定為 $5^\circ\text{C} \pm 0.1^\circ\text{C}$ ，研究中最大的 Gr/Re^2 比值為 0.3，因此實驗中可以忽略自然對流所造成的影響。

圖 6-11 為在進口雷諾數 $Re=300$ ，不同振動頻率之時間平均紐塞數分布圖。以加熱區位置來說，管道振動之後仍然是前段散熱最好，中段次之，後段最差，跟管道靜止時比較壁面整體平均紐塞數增加 20% 左右，熱傳效率大幅的增加，由此可見在此情形下振動對於管道壁面散熱有良好的增益。以各區段來看，前段、中段、後段加熱區紐塞數均有增加，前段受到進口流體衝擊效應，隨著振動頻率增加，以相對速度觀點來看，流體衝擊壁面的力量增加，故熱傳效益最大可以增加至 30% 以內；中段在管道向下時由於衝擊面積擴大受到影響，散熱較為靜止時流體平滑流過來的好，熱傳效益約增加 10%；以後段來說，振動的效果最為有益，在管道靜止時此區域有因為流體偏離而有回流存在，此時熱量容易累積，受強制對流效應影響較不顯著，藉由管道振動可以促進此區域流場的不穩定，熱傳效率可以大幅提昇。當振動頻率逐漸增加時，前段加熱區衝擊次數增多，熱傳效率最好；在中段加熱區的部份，先前的數值模擬中發現流體會有再衝擊壁面的現象，造成另一波較高的紐塞數，但是由實驗數據無法看出其影響。

圖 6-12 為進口流體雷諾數 $Re=500$ 之狀態下，各無因次振動頻率之各段加熱區時間平均紐塞數；在此雷諾數下流場較雷諾數 $Re=300$ 時紊亂，流體也具有較大的慣性力，所以管道靜止時熱傳效率比前者好，各加熱區段受到管道振動影響熱傳效率也有提昇，前段和中段加熱區熱傳效率可以增加 10%，後段加熱區則為 20%。在與相同無因次振動頻率和相同位置下進口流體雷諾數為 300 時相比較，此實驗結果之平均紐塞數較大，表示在相同無因次振動頻率下高雷諾數熱傳效率

仍比低雷諾數下來的好。

圖 6-13 為進口流體雷諾數 700 之狀態下，各無因次振動頻率之各段加熱區時間平均紐塞數；由於此雷諾數是振動下的組數中最高，管道靜止時熱傳效率是相較於前二者是為最好，因為流場形式最為紊亂，大幅提昇熱傳效率，故當管道進行振動時熱傳增益的幅度相對較低。以前段加熱區來說，熱傳效益大約只增加 3%，中段加熱區約為 10%，後段加熱區則約為 20%。

由此以上結果可知，在低振動頻率下，低雷諾數（300）的熱傳增益最好，高雷諾數（700）則熱傳增益較不明顯，雷諾數（500）則介於其中。

6.4 結論

為了解活塞冷卻管道在往復運動下，本文利用 U 型管道的往復振動並在管道頂端裝置加熱面，以了解管道內部冷卻流體隨管道作動對頂部高溫壁面之熱傳效率影響，並且探討多組進口流體雷諾數、無因次振動頻率的組合，將最後結果歸納成下：

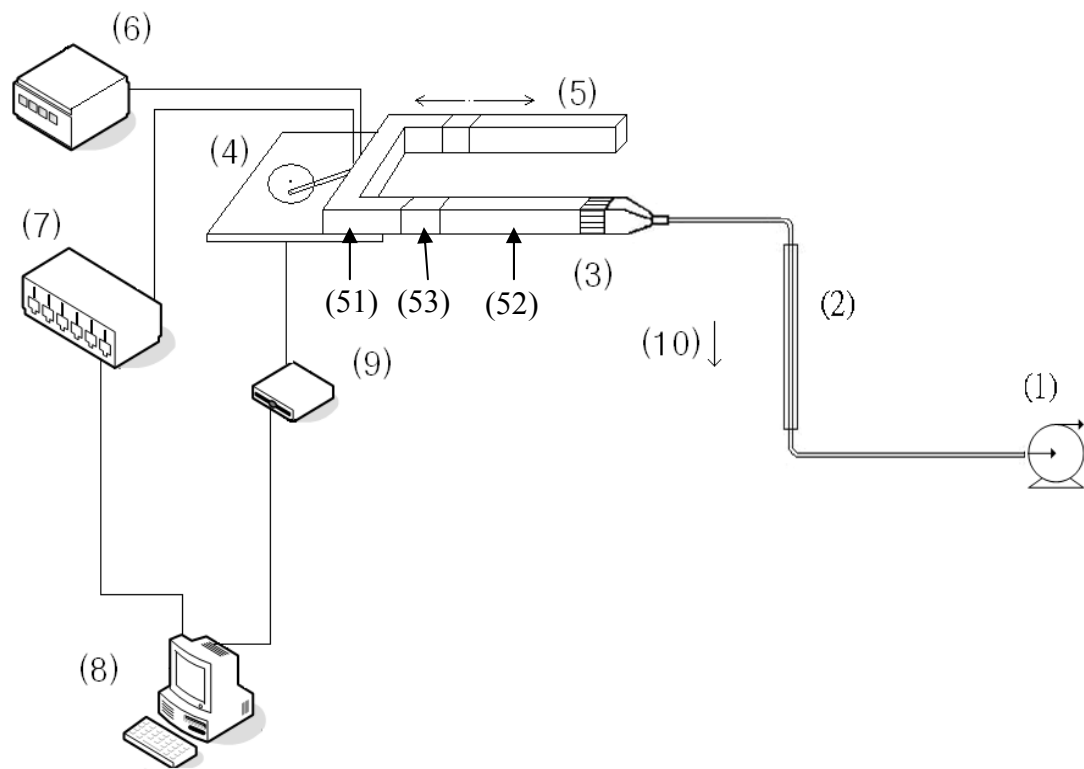
1. 當管道進行振動時，壁面熱傳效率較管道處於靜止狀態時改善許多，在本實驗中最大熱傳增益約為 20%。
2. U 型管道在往復運動下熱傳增益最主要是隨著雷諾數增加而增加，相較之下無因次振動頻率的改變則影響較小。
3. 數值模擬所得之高溫面平均紐塞數可以符合實驗所量測的數據，說明本實驗設備設計精準。

(a) 前段加熱區			(b) 中段加熱區			(c) 後段加熱區		
30.5°C	30.6°C	30.5°C	30.6°C	30.6°C	30.6°C	30.5°C	30.5°C	30.5°C
30.6°C	30.6°C	30.6°C	30.6°C	30.6°C	30.6°C	30.5°C	30.5°C	30.5°C
30.6°C	30.6°C	30.6°C	30.6°C	30.6°C	30.6°C	30.5°C	30.5°C	30.5°C

表 6-1 加熱片測試各點溫度

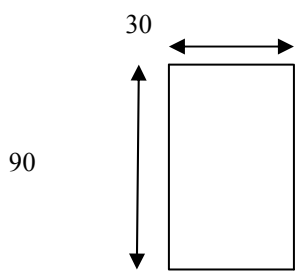
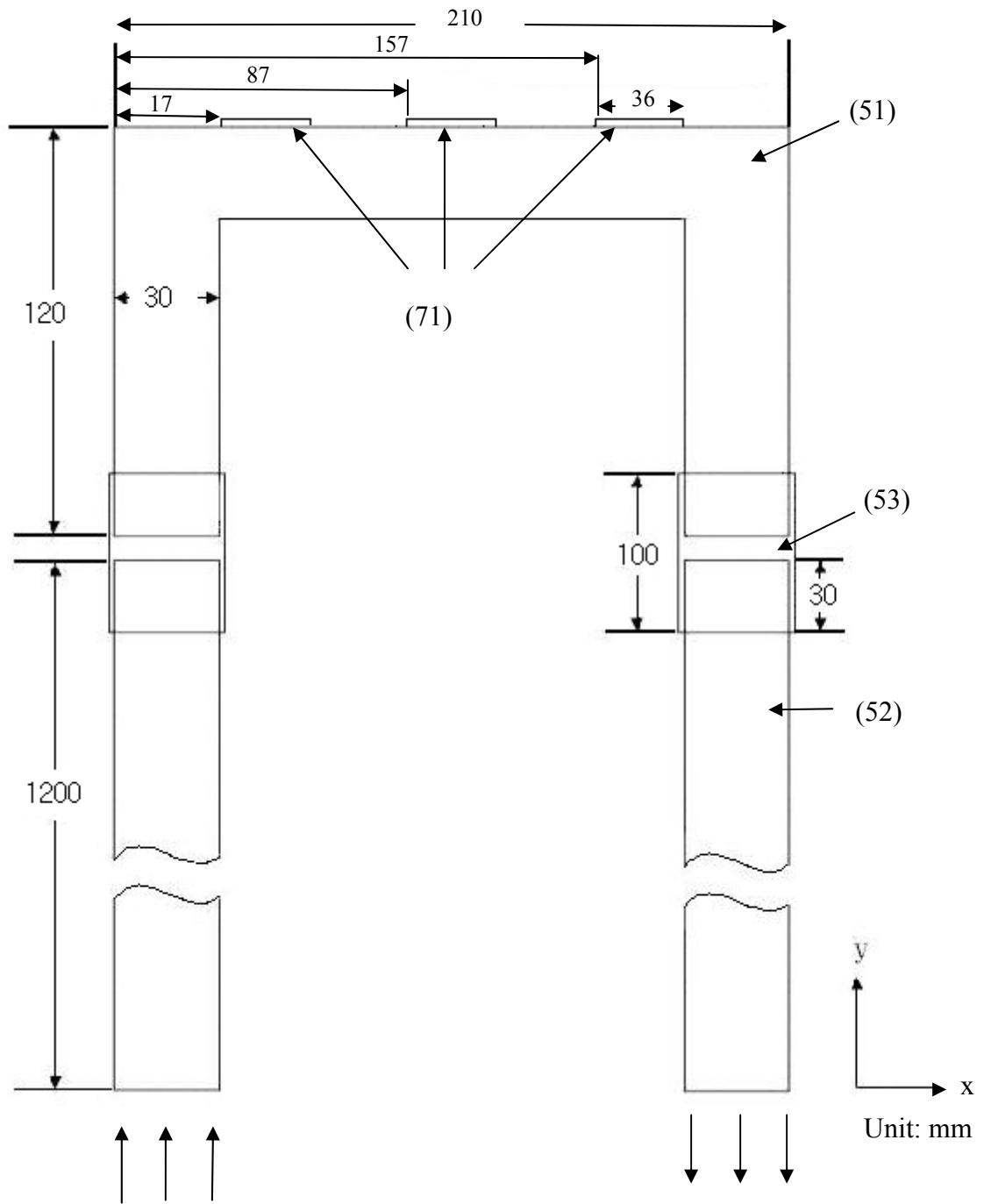
Re no.	flow pattern	numerical results(\overline{Nu})			experimental results(\overline{Nu})			deviations		
		front	middle	back	front	middle	back	front	middle	back
300	laminar	10.6	5.1	1.4	12.0	5.8	2.7	11.2%	12.0%	49.1%
300	turbulent	12.8	6.4	3.9				-6.9%	-11.4%	-43.8%
400	laminar	12.3	6.1	1.5	15.5	7.5	4.8	20.9%	17.9%	69.8%
400	turbulent	15.7	7.8	4.9				-1.2%	-3.6%	-1.7%
500	laminar	13.6	7.1	1.8	19.1	9.4	5.5	28.7%	23.7%	68.2%
500	turbulent	18.1	8.9	5.4				5.4%	4.9%	2.3%
600	turbulent	21.1	10.6	7.0	23.2	11.9	7.1	8.8%	11.0%	0.9%
700	turbulent	23.7	12.0	8.0	25.6	12.2	7.6	7.2%	1.9%	-4.6%
800	turbulent	26.1	13.3	8.9	28.1	13.5	9.3	7.1%	1.9%	4.3%

表 6-2 管道靜止狀態下不同雷諾數之模擬和實驗結果



- | | |
|---------------|-----------|
| (1) 風機 | (6) 電源供應器 |
| (2) 流量計 | (7) 溫度擷取器 |
| (3) 蜂巢板 | (8) 個人電腦 |
| (4) 往復運動裝置 | (9) 馬達驅動器 |
| (5) 冷卻管道組 | (10) 重力方向 |
| (51) 水平振動管道 | |
| (52) 固定入、出口管道 | |
| (53) 伸縮管道 | |

圖 6-1 實驗設備示意圖



- (51) 水平振動管道
- (52) 固定入、出口管道
- (53) 伸縮管道
- (71) 加熱片

圖 6-2 冷卻管道尺寸圖

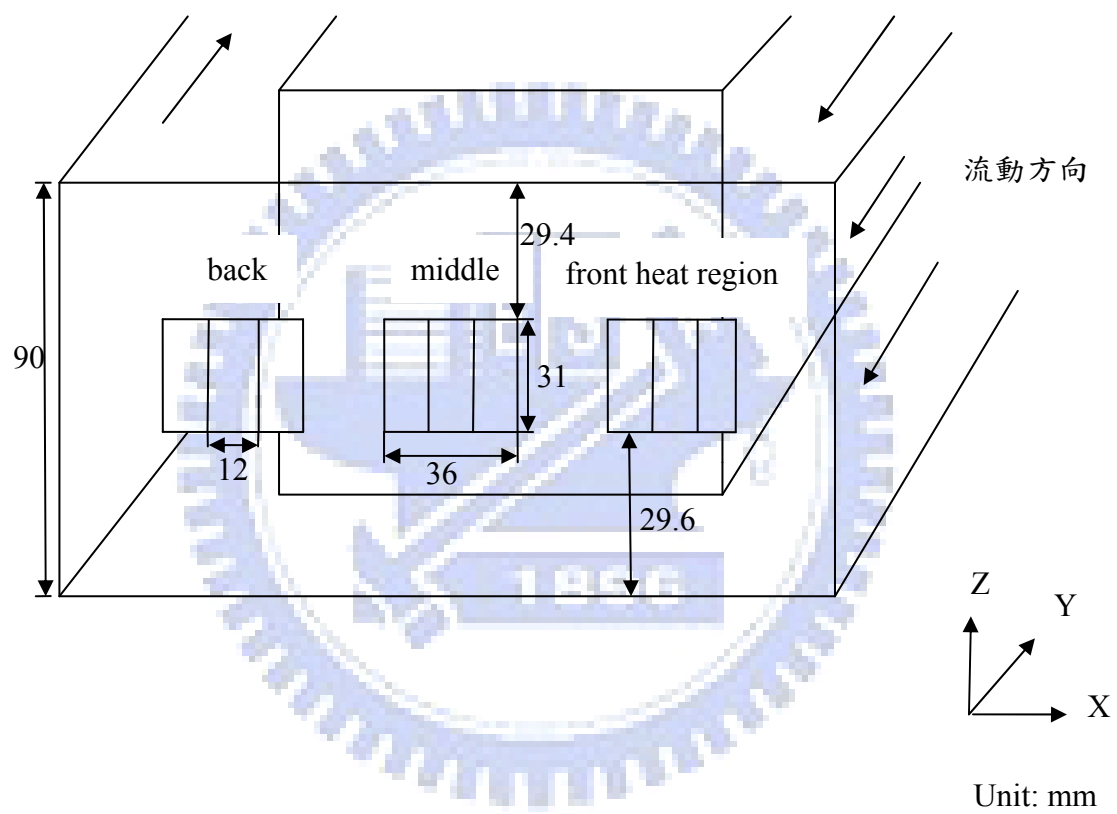
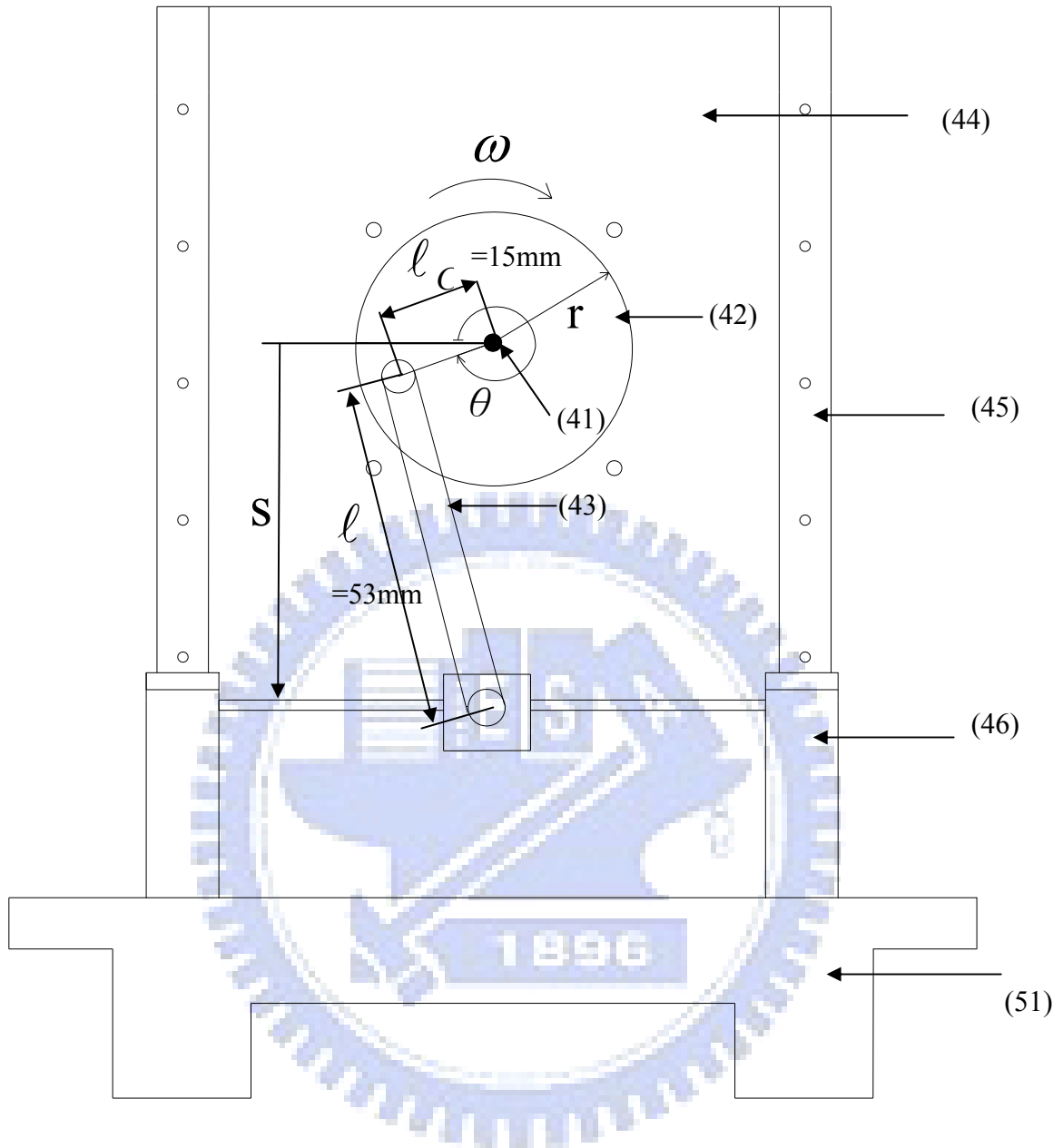
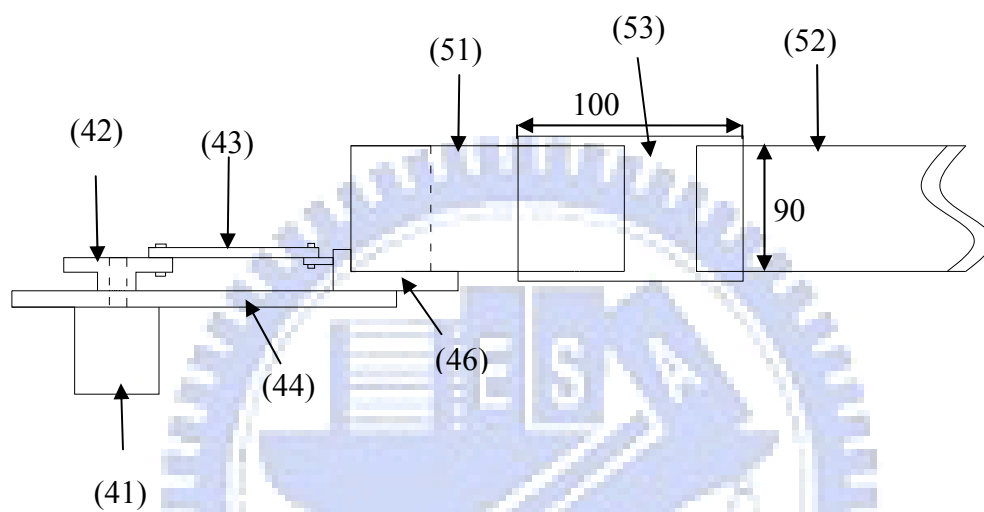


圖 6-3 水平管道與加熱片裝設位置



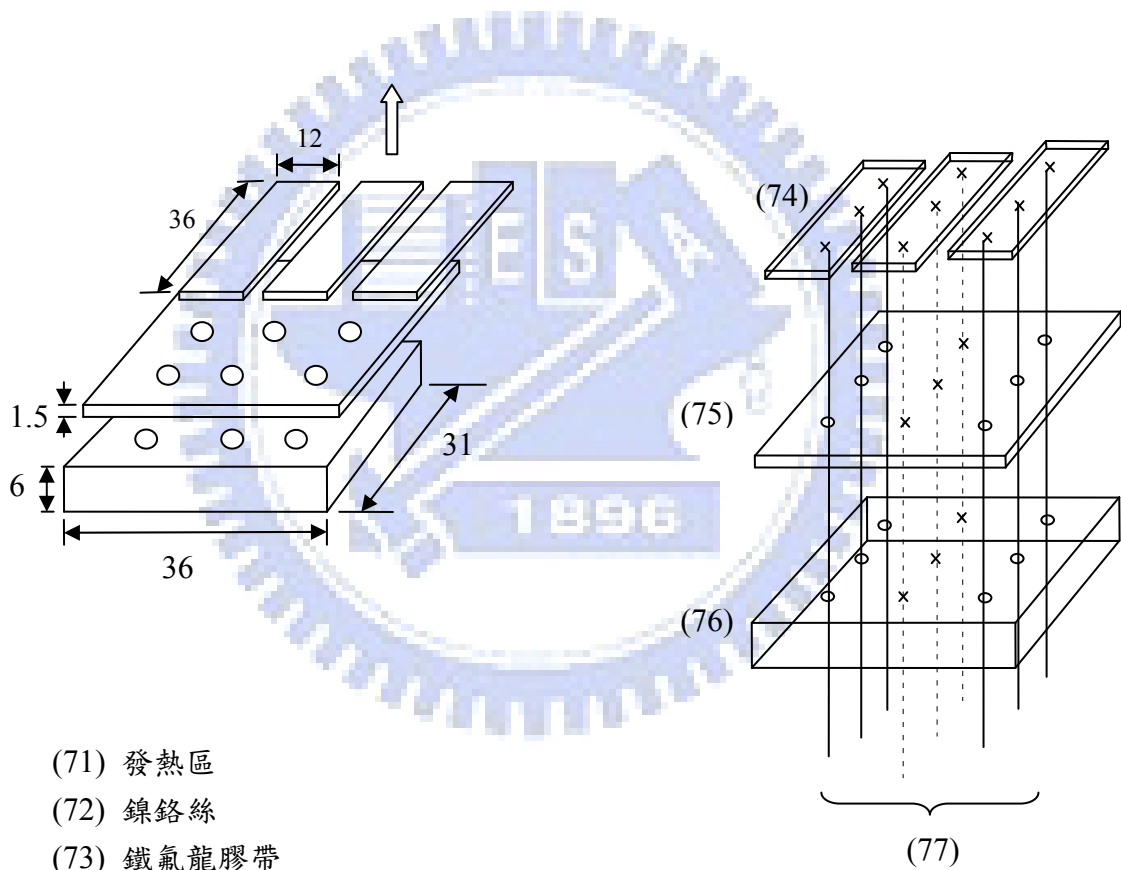
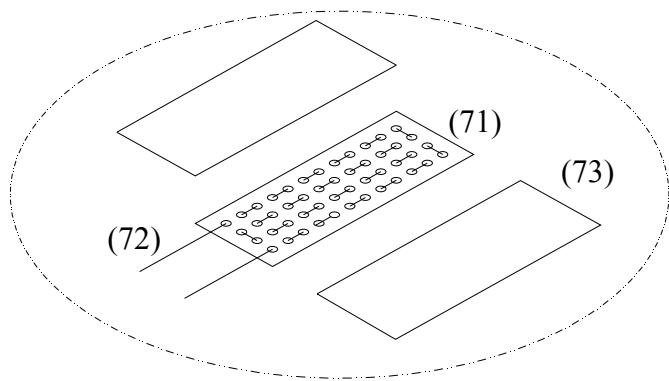
- | | |
|---------------|-----------|
| (41) 步進馬達 | (45) 滑軌 |
| (42) 可調振幅偏心圓盤 | (46) 滑動系統 |
| (43) 連動桿 | (51) 振動管道 |
| (44) 系統平台 | |

圖 6-4(a) 振動系統



- | | |
|---------------|-------------|
| (41) 步進馬達 | (46) 滑動系統 |
| (42) 可調振幅偏心圓盤 | (51) 水平振動管道 |
| (43) 連動桿 | (52) 入、出口管道 |
| (44) 系統平台 | (53) 連結管道 |

圖 6-4(b) 振動系統側視圖



- (71) 發熱區
- (72) 鎳鉻絲
- (73) 鐵氟龍膠帶
- (74) 銅箔
- (75) 厚度 1.5mm 巴沙木
- (76) 厚度 6mm 巴沙木
- (77) 熱偶線

圖 6-5 加熱片之結構示意圖

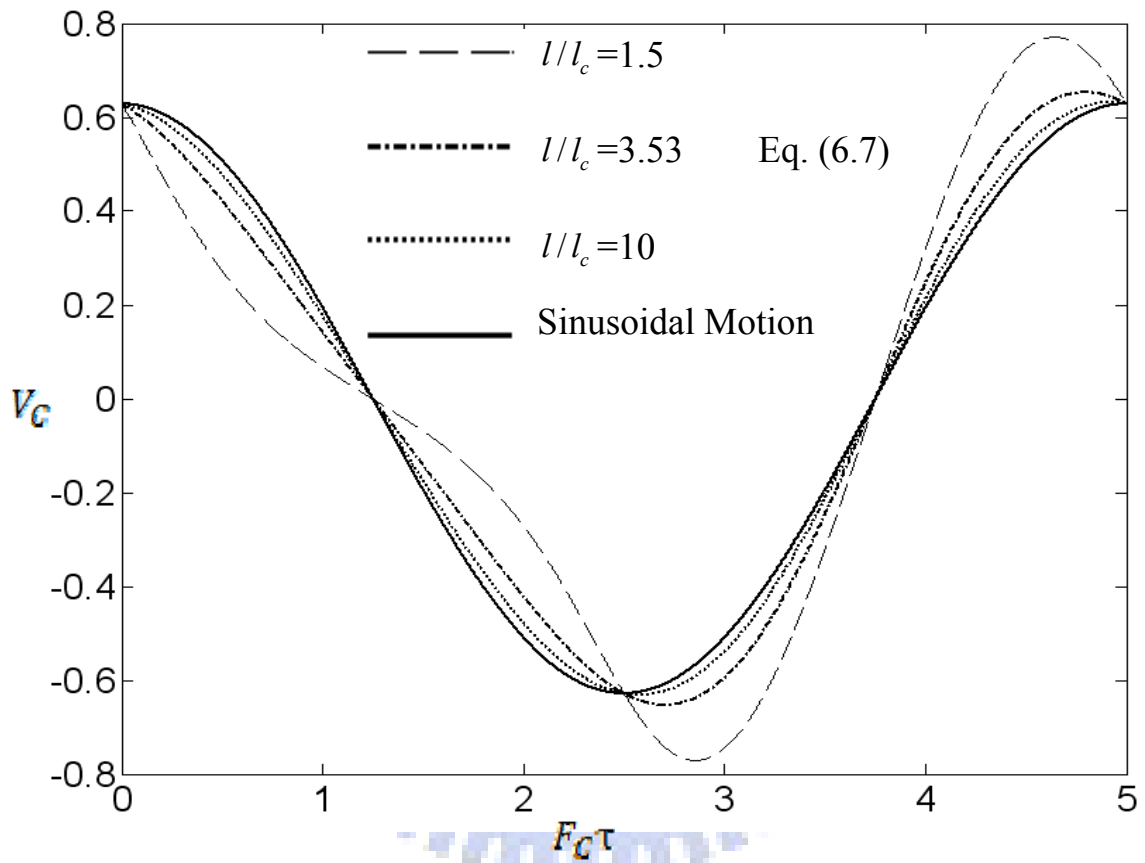
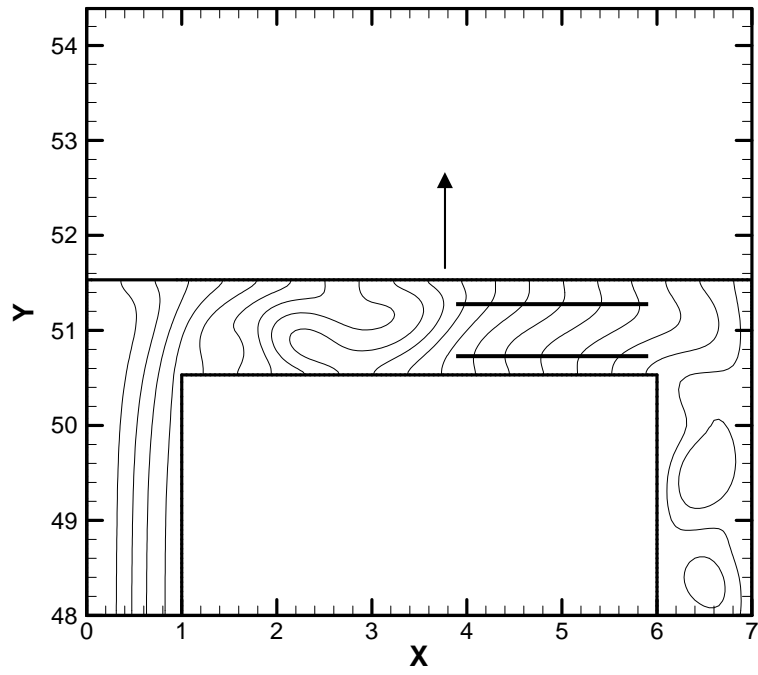
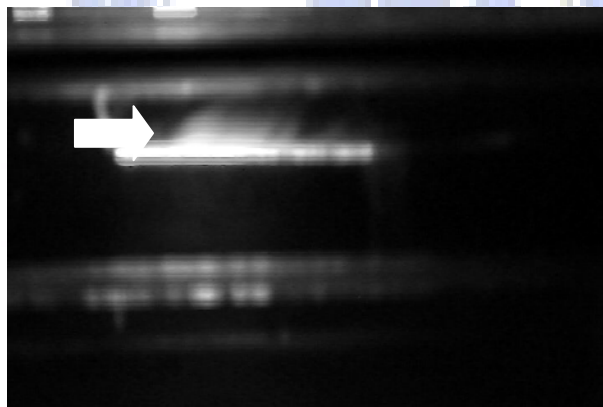


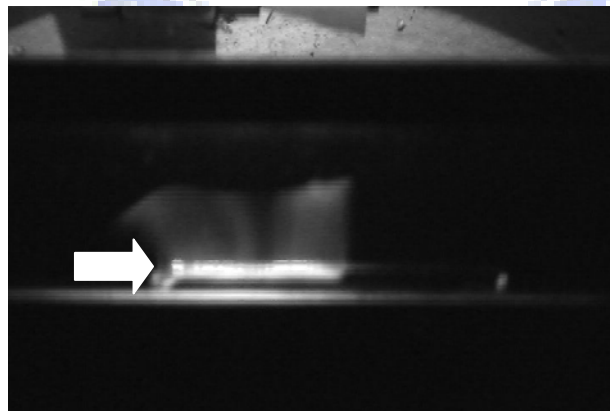
圖 6-6 管道振盪速度圖



(a)

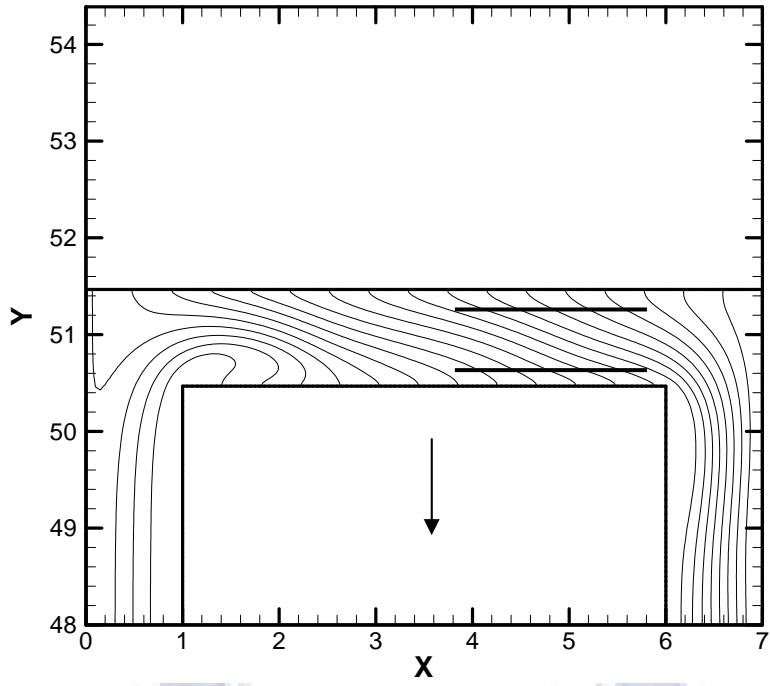


(b)

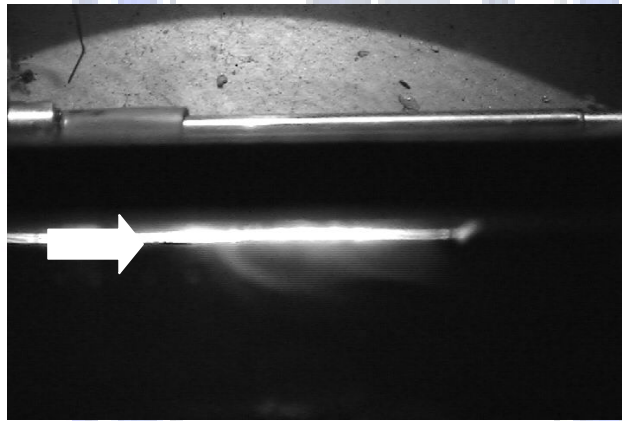


(c)

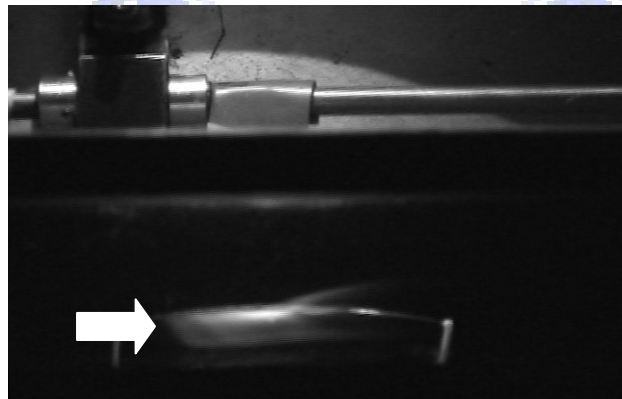
圖 6-7 在 $Re=200$ 、 $F_c=0.1$ 、 $L_c=0.5$ ，且 $\tau = \frac{1}{4}\tau_p$ 時，
流場可視化與數值模擬流線圖之比較



(a)



(b)



(c)

圖 6-8 在 $Re=200$ 、 $F_c=0.1$ 、 $L_c=0.5$ ，且 $\tau = \frac{3}{4}\tau_p$ 時，
流場可視化與數值模擬流線圖之比較

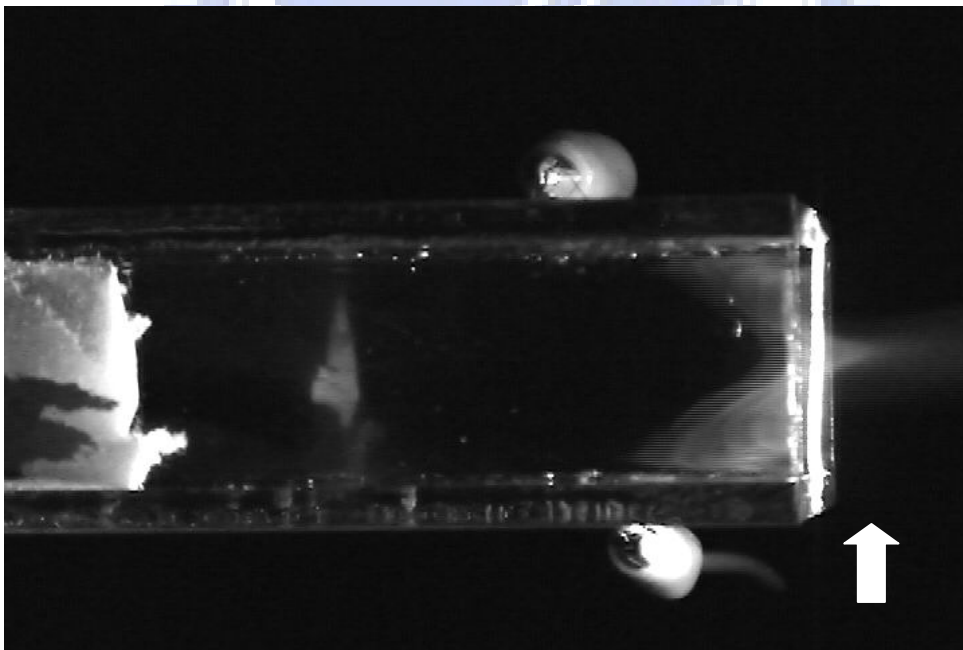
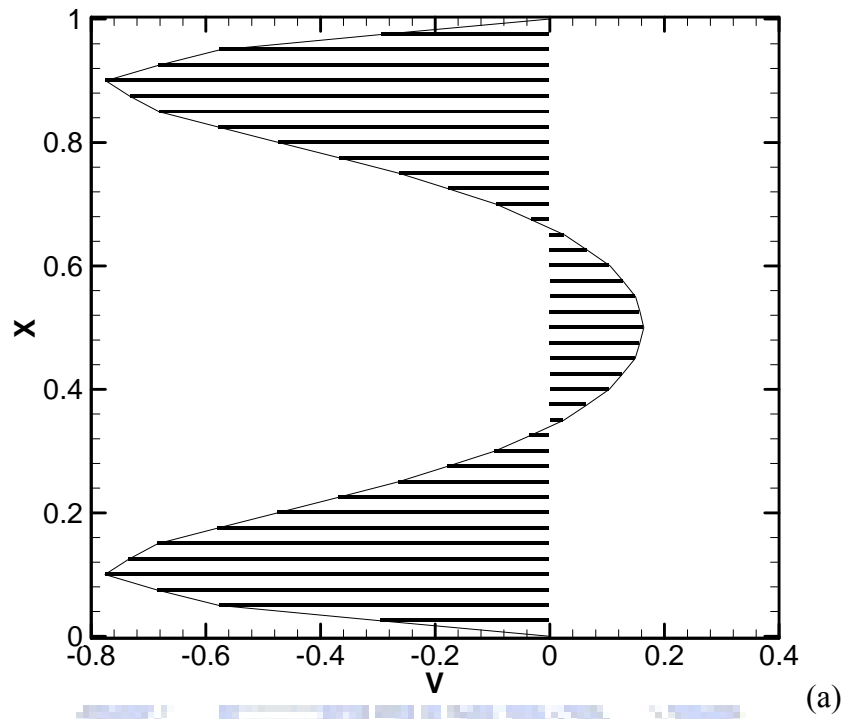


圖 6-9 在 $Re=200$ 、 $F_c=0.1$ 、 $L_c=0.5$ ，且 $\tau = \frac{1}{4}\tau_p$ 時，
 流場可視化與數值模擬在出口端速度分布之比較

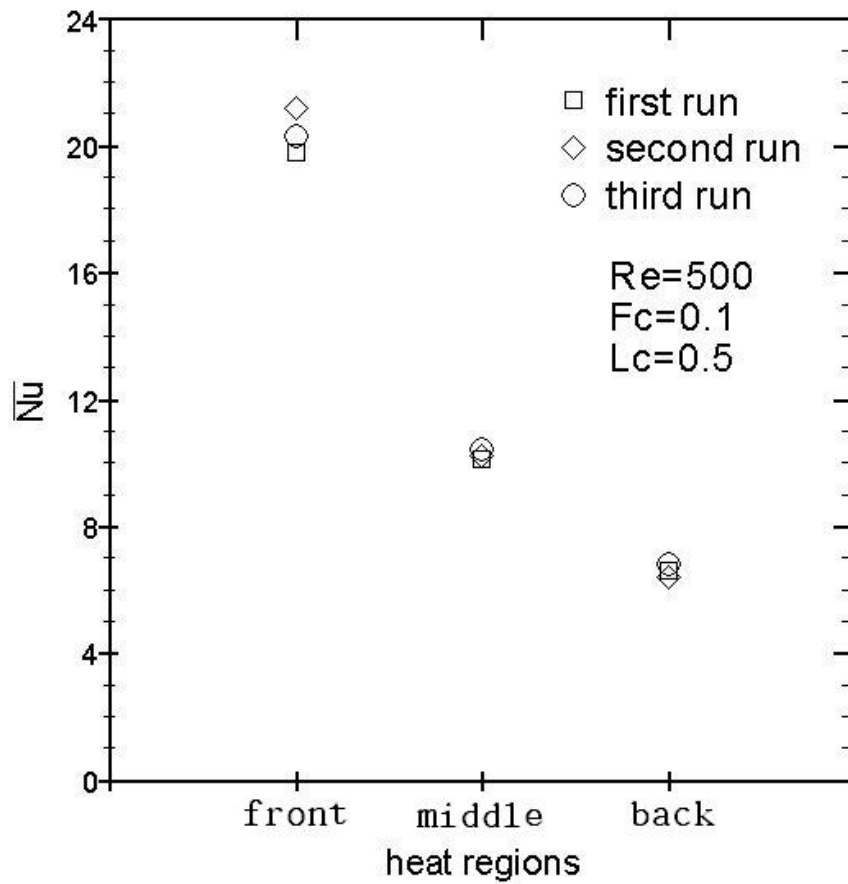
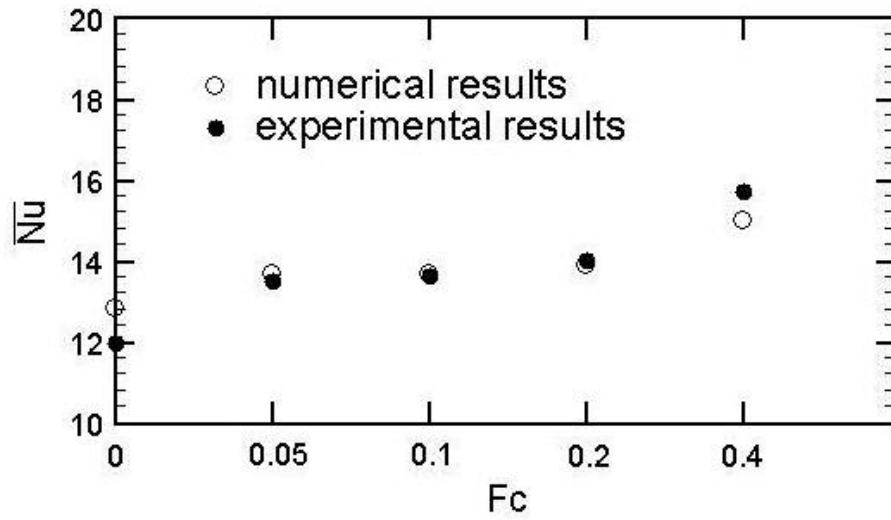
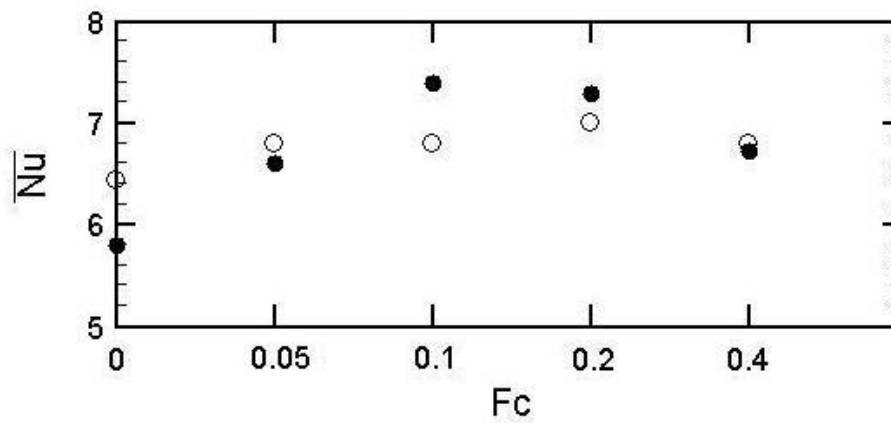


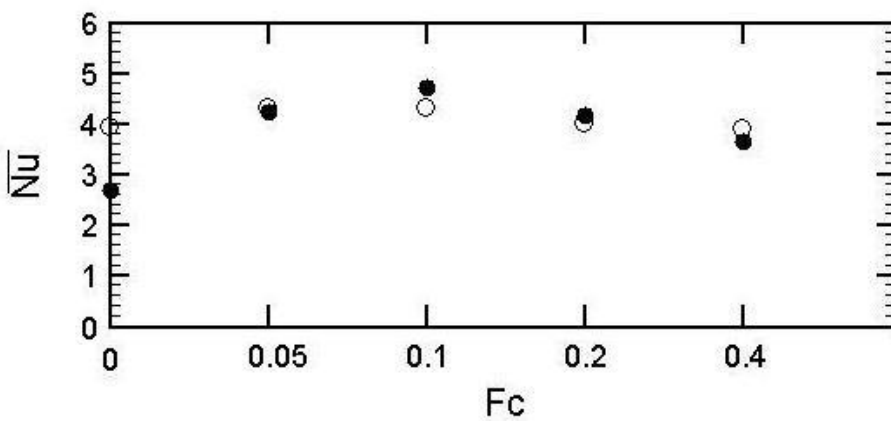
圖 6-10 實驗器材之重複性測試， $Re=500$ 、 $F_c=0.1$ 、 $L_c=0.5$



(a) Front Heat Region

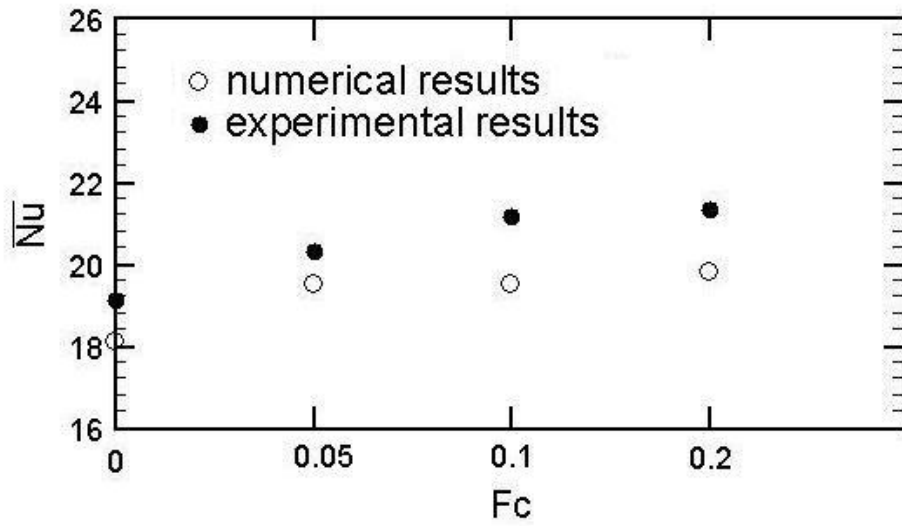


(b) Middle Heat Region

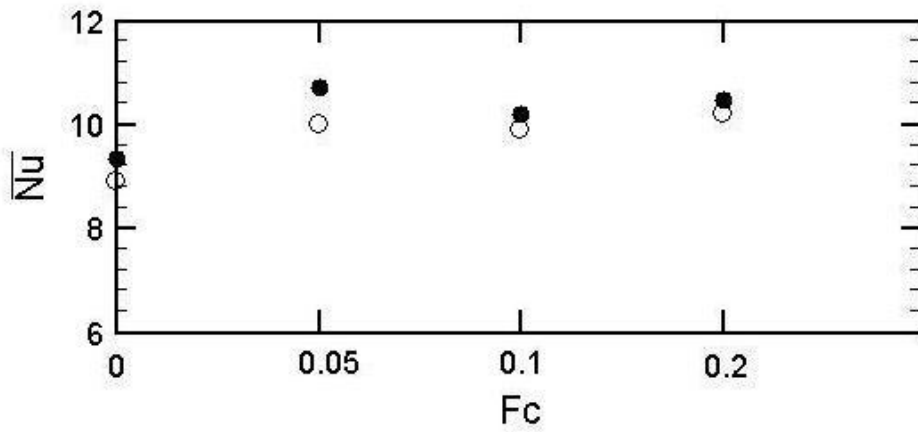


(c) Back Heat Region

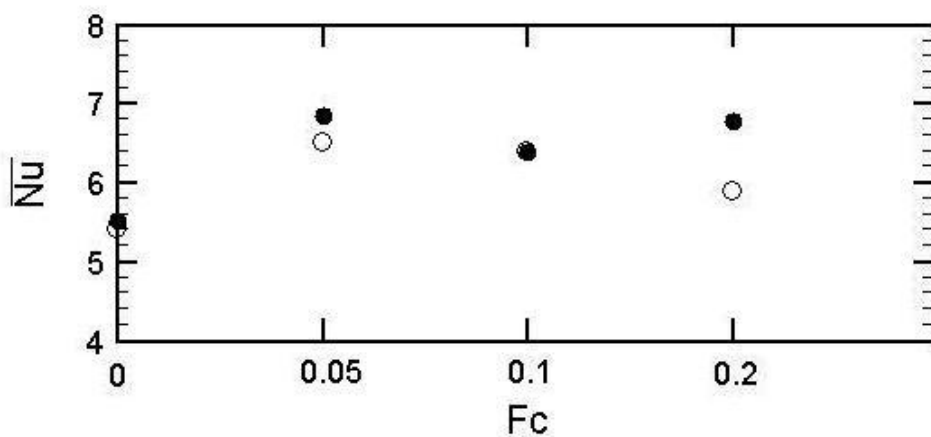
圖 6-11 $Re=300$ 時，不同的振動頻率下之高溫壁面平均紐塞數



(a) Front Heat Region

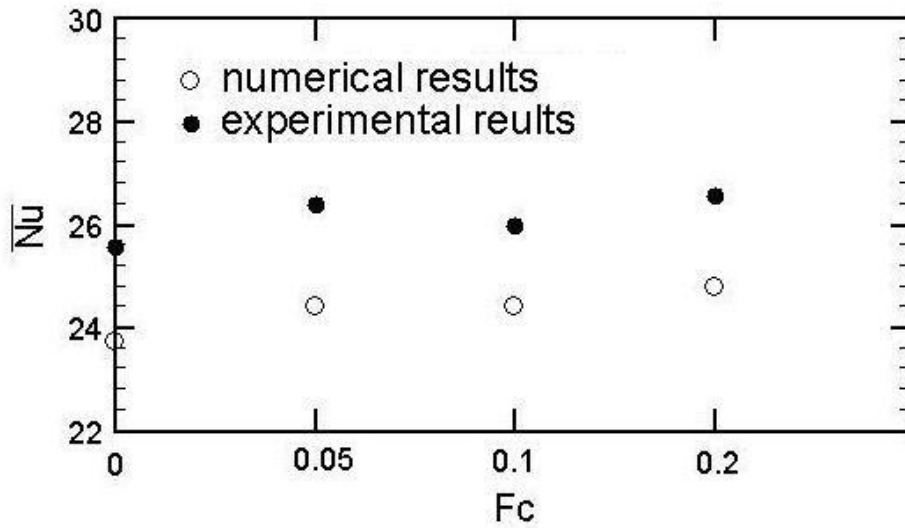


(b) Middle Heat Region

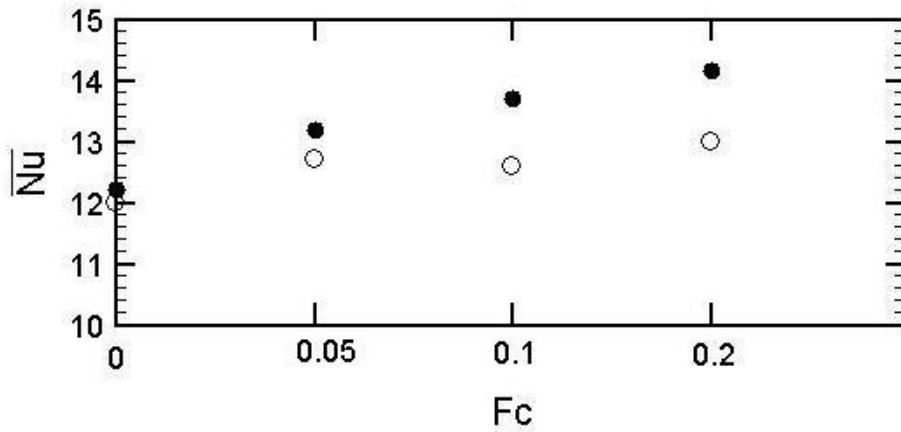


(c) Back Heat Region

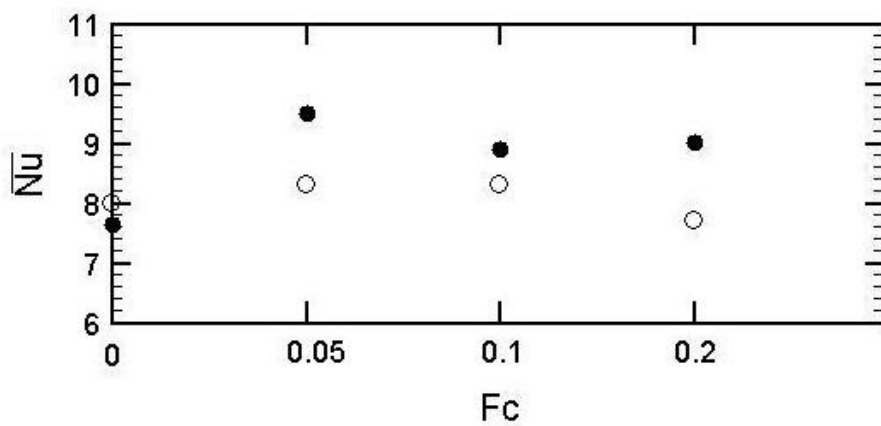
圖 6-12 $Re=500$ 時，不同的振動頻率下之高溫壁面平均紐塞數



(a) Front Heat Region



(b) Middle Heat Region



(c) Back Heat Region

圖 6-13 $Re=700$ 時，不同的振動頻率下之高溫壁面平均紐塞數

第七章、以實驗量測混合對流情況下，冷卻流體入口方向與重力方向相同時，L字型管道中高溫面的散熱效率研究

當管道中的高溫面溫度提升之後，流體因為受熱產生密度差，流場的熱傳現象開始出現自然對流的影響，在加上冷卻流體直接衝擊高溫面，使管道內的流場形成更為複雜的混合對流問題。而流體所受到的浮力方向和實驗管道所擺設的角度有關，以L字型管道來說，重力方向向下，流體受熱之後會有向上流動的趨勢，而此現象在入口端容易和進口流體對撞，產生許多的回流現象，造成流場不穩定以及數值模擬結果不易收斂。因此，本章將利用實驗量測方L型管道在混合對流情況下，冷卻流體對振動管道高溫面之熱傳效率增益。

對於管道裡的高溫面，本文將自行製作數個加熱片，裝設在水平管道的壁面上，利用電源供應器提供電流，而加熱片上的電阻絲可將電能轉換成熱能，以此來模擬活塞面對燃燒室的高溫面。對於實驗管道中流體的流動方向及速度，可由流場可視化觀測而得；而在流場可視化的技術中，放煙線法（Smoke-Wire Techniques）最為常見也是最簡單而低成本的方法，利用加熱絲、煙油與電源供應器即可達到放煙的目的，同時可利用攝影機來拍攝動態流場，結合個人電腦與影像擷取卡，將攝影機所拍攝到的動態影像擷取到個人電腦後，運用影像處理軟體即可從動態影像中抓取定格的靜態畫面，以清楚地觀察流場的變化

7.1 物理模型與實驗設備

實驗設備

本章相關的實驗設備示意圖如圖 7-1 所示，主要可以分成三個部份：冷卻管道系統(5)、往復振動系統(4)以及加熱控制系統(6、7)。在冷卻管道系統中，鼓風機(1)將空氣吹進管道中，途中會經過浮子流量計(2)以量測進入管道的空氣流量，再經過安置在冷卻管道入口處，用以消彌亂流用的蜂巢及網格裝置(3)。冷卻管道以垂直方式安裝並呈現L字型，而冷卻管道又可分解成振動管道(51)、固

定管道(52)以及連接管道(53)等三個部份，而振動管道安置在由步進馬達推動的往復振動系統(4)上，以利進行往復振動的實驗；振動管道由連接管道連接至固定不動的入、出口管道(52、53)上，如此振動管道可以進行往復式的振動，冷卻流體也可經由固定管道送入、送出振動管道。個人電腦(8)用來控制步進馬達的轉速以及計算高溫面的局部紐塞數，並進行流場可視化的畫面擷取。

加熱控制系統利用溫度擷取機(7)擷取由熱偶線所量測到的加熱片溫度之後，再將結果記錄至個人電腦中(8)，而根據電腦螢幕顯示的加熱片各點溫度，調整電源供應器(6)所提供的能量，以達到加熱片皆為均溫的狀態。

圖 7-2 為振動管道的尺寸圖，從圖中可以看到冷卻管道的截面為長 120mm × 寬 30mm 的長方形； \sqcap 字型振動管道接到連結管道的部份長度為 120mm；加熱片裝設在 \sqcap 字型管道的下壁面上，壁面長度為 200mm；當啟動往復振動系統時，振動管道有部份會在連接短管道中滑動，為避免吹入管道的空氣由連接處洩漏，在連接管道裡必須塗上一層潤滑油，如此也可順便增加管道滑動時的順暢度。加熱片五個一組，並分成三前、中、後區，分別裝設在 \sqcap 字型管道下壁面的前、中、後三個位置，實際裝設位置如圖 7-3 所示。

如圖 7-4 所示，振動系統由步進馬達、偏心圓盤、連桿、滑動平台及滑軌所組成，連桿連結滑動平台以及偏心圓盤，當步進馬達轉動後偏心圓盤帶動連桿上下來回，滑動平台因而沿著滑軌上下反覆振動。之後將 \sqcap 字型管道放置在振動系統上，如圖 7-5 所示；由連結管道連接到入、出口管道。當往復機構開始運作時，管道會隨之進行往復運動，此時裡面的冷卻流體受到振動影響，對壁面散熱也會有不同的效果，最後利用個人電腦擷取各項所需數據，經過處理以後進行壁面的熱傳分析。

為得到較佳的高溫壁面與方便量測各點溫度用以計算此實驗之紐塞數，以銅箔、鎳鉻絲及巴沙木等材料製成加熱片，並由電源供應器提供電能使鎳鉻絲發熱產生熱量，加熱片的組成如圖 7-6 所示。每片加熱片上均黏有熱偶線，用以量測該點溫度。管道頂面之加熱板主要做法為分別將三塊表面積為長 31mm × 寬

12mm 之加熱片緊密結合為一組長 31mm × 寬 36mm 之加熱區塊後，再將三組加熱區塊置於一長 210mm × 寬 90mm 且厚度為 10mm 之組合巴沙木板，在組裝時需注意保持加熱區塊表面與巴沙木板表面維持同一平面，各組加熱區塊詳細位置如圖 7-3 所示，依流體入口方向加熱區分為前、中、後段加熱區，各個加熱區塊僅中間加熱片為實驗計算所用，兩邊加熱片則為熱保護用。為了減低熱量從組合間縫隙散失，在加熱區塊周圍及後方貼附絕熱泡棉。

加熱片製作

a. 加熱片原理：

將鎳鉻絲纏繞於孔洞分布均勻的電路板，並且連接電源供應器通以電流使其均勻發熱，外面包覆高熱傳導係數的銅箔藉此形成一個表面均溫且對於熱反應快速的發熱體。在其側邊利用相同製作過程的銅箔夾層緊靠來達成熱保護的效果，當這些銅箔夾層都加熱到相同溫度時，彼此間就不會有熱傳，藉此降低無法估計的熱損。銅箔的上表面置於流場中，熱量由流場的流體經熱對流方式帶走，下表面則緊貼巴沙木用以計算下方熱傳導帶走的熱損失，其餘的部份則貼覆絕熱泡棉使其熱損失降到最低。

b. 加熱片的製作方法：

材料準備：

銅箔（厚度 0.05mm）、電路板（厚度 1.6mm）、直徑 0.17mm 之鎳鉻絲，鐵氟龍絕緣膠帶、巴沙木（厚度 1.5mm 和 6mm）、直徑 0.001mm 之 J-TYPE 熱電偶線、OMEGA 公司的 OB-200 導熱膠、AB 膠等。

製作銅箔夾層(74)：

將厚度 1.6mm 之電路板裁成長度 31mm，寬度 11mm 之長條型，其內部有 48 個孔洞（12×4），表面有金屬的部份用砂紙磨去，並取中間且均勻分佈鑽三個通孔以便於放置熱偶線；於裁好的電路板上繞以細密且均勻間隔之鎳鉻絲，其纏法如圖 7-6 中(71)所示，注意鎳鉻絲需保持平整避免在電路

板表面發生高突而與銅箔間隙太大，接著再將鐵氟龍絕緣膠帶包覆於纏好鎳鉻絲的電路板外用以與銅箔絕緣；切取尺寸為 31mm × 24mm、厚度 0.05mm 之銅箔，將銅箔折成寬度為 11mm 之 U 字型，包覆於巴沙木外且銅箔表面需盡量保持平坦。並將穿過電路板夾層之三條熱電偶線黏貼於銅箔內側通孔對應的位置。

製作巴沙木夾層 (75)、(76)：

為了減少同組的三個加熱片間因為組合時產生的接觸熱阻，因此把一組加熱區塊所需的三個巴沙木夾層一起製作，將巴沙木(厚度 1.5mm 和 6mm) 裁成一塊長度 31mm，寬度 35mm 之長方體，也就是三個銅箔夾層組合起來的大小，對照銅箔夾層適當的位置鑽九個通孔用來穿過所有的熱偶線。為求估算經由巴沙木的熱損失，在巴沙木(厚度為 1.5mm) 上下放置熱偶線以量測溫度，用以求得藉由熱傳導耗散的熱量。

加熱片成形：

組裝時，如圖 7-6 中所示，最上層為銅箔夾層，中間為厚度 1.5mm 之巴沙木夾層，下層則為 6mm 之巴沙木夾層，熱偶線分別由各通孔拉出，熱偶線的位置如(77)所示，銅箔夾層三條，中間巴沙木上下各三條，接著再將各層之間均勻塗上導熱膠，組合夾緊放置 24 小時待其乾燥固定，即可完成組裝工作。製作過程中需注意加熱面銅箔保持平整，以達到均溫效果。另外需注意加熱片有無縫隙，須以導熱膠或 AB 膠於適當的地方填補。

c. 加熱片測試：

將完成後加熱片之兩條鎳鉻絲連接電源供應器，由電源供應器提供一電位差，鎳鉻絲通電後發熱，使銅箔溫度上升，待其加熱片溫度穩定後擷取黏貼於銅箔背面三條熱電偶線之溫度，若彼此溫度差均能維持在 0.1°C 內則通過測試，表 7-1 即為測試結果，加熱的溫度設定為高於室溫 20°C，表中標示的溫度為加熱面銅片表面各點的溫度。

為準確的控制每個加熱片之輸入熱量，將每一加熱片分別連接至

MOTECH 公司型號 LPS 的直流電源供應器，並且利用 UNI-T 公司型號 UT60E 的三用電表量測電壓與電流值，溫度量測部分則利用 OMEGA 公司 J-TYPE 熱偶線，配合 Yokogawa 公司型號 DA-2500E 的資料擷取器，讀取各熱電偶線溫度值。並以 National Instruments 公司 GPIB-USB 資料擷取卡，將熱電偶線所量得的溫度值讀入個人電腦進行分析。

d. 量測溫度裝置

熱電偶量測溫度原理為利用兩種不同的金屬或合金線，在兩不同線端點處焊接在一起，當此焊接點與待測高溫面接觸時，會產生電壓差而造成熱電流運動現象，而其大小則依據焊接點與另一端參考點之溫差，此參考點溫度必須為一定值，藉由熱電流運動力，可推算出焊接點之溫度，依據電壓大小來判斷被測物之溫度，而其準確度與範圍就和材質有非常大的關係，目前業界常見的有 E、J、T、K 等 TYPE 的熱電偶。

本實驗溫度量測部份採用 OMEGA 公司出產 J-TYPE 熱電偶，利用 Yokogawa DA2500E 資料擷取器將熱電偶的電壓類比訊號取出並轉換成溫度值，並利用 National Instruments GPIB 介面卡將資料傳輸至個人電腦，最後經過個人電腦將資料處理並加以儲存。

實驗步驟

本研究主要目的在以實驗的方法，進行 U 型管道往復運動之頂部熱傳效應分析，實驗共分為四部分：進口流體雷諾數量測、啟動往復運動機構、流場可視化與壁面溫度量測。

a. 進口流體雷諾數量測

為了探討 U 型管道頂部熱傳效率與進口流體雷諾數之關係，故工作流體進口平均速度需確定，由 $u_0 = \frac{Q}{A}$ 此式得知，當管道截面積 A 已知，平均速度 u_0 則可以由流量計讀數 Q 代入前式計算求得，藉由調整風機控速器來調

整進口流量，即可得到實驗所設定之雷諾數。

b. 啟動往復運動機構

本實驗以解析度 36000 步/轉之步進馬達帶動往復運動機構，其運動狀態可由馬達轉動求得，管道振動頻率可以經由控制器調整步進馬達轉速得到，因為步進馬達轉動一圈則 U 型管道前後來回振盪一次。為確認其精準度，利用碼表量測 U 型管道振盪 120 次所歷經時間，並換算成頻率與控制器所輸入之頻率作比較，發現誤差極小，但因步進馬達扭力無法負載滑軌快速移動所需要的力矩，故轉速不能過高。

c. 流場可視化

1. 手動調整攝影機焦距，設定為黑白攝影模式，並確認畫面範圍。
2. 開啟風機並調整流量至所需之雷諾數。
3. 設定往復運動機構至所需的振動頻率。
4. 設定電源供應器電流值約為 0.8A，在放煙裝置的鎳鉻絲上適當的位置塗抹適量的煙油。
5. 經由 DV 螢幕確認打光效果。
6. 開始錄影，啟動電源供應器加熱鎳鉻絲並且配合管道往復運動。
7. 拍攝完畢，將 DV 磁帶檔案轉至電腦處理。

d. U 型管道底部壁面溫度量測

本實驗藉由量測 U 型管道壁面溫度，進而計算壁面平均紐塞數，由於 Yokogawa 公司型號 DA-2500E 的資料擷取器掃描速度較慢，無法配合 U 型管道的往復運動速度來進行暫態溫度的量測，因此以個人電腦每 30 秒求得各點的溫度，連續量測一小時，加以平均觀察其溫度的變化。實驗步驟如下：

1. 將管道流量調整以符合實驗所需的雷諾數。
2. 啟動電源供應器使加熱片溫度上升。
3. 啟動往復運動機構並調整至所需振動頻率。(靜態量測可忽略此步驟)

4. 等待流場與實驗設備運轉穩定。
5. 個別調整加熱片的輸入功率，使各加熱片表面溫度皆相同（即溫差 $\leq 0.1^{\circ}\text{C}$ ）。
6. 每半小時量測溫度變化一次，並調整電源供應器，使加熱片間保持等溫（即溫差 $\leq 0.1^{\circ}\text{C}$ ），並根據浮慣比的不同，使加熱片的溫度高於流體進口溫度直到設定的參數為止，若連兩次量測各加熱片表面溫度與流體進口溫差均為定值，則判定溫度場趨於穩定，即開始紀錄實驗數據，反之繼續調整表面溫度。

利用電源供應器的電能轉換來模擬熱源時，最理想的狀況為所有熱量皆傳遞到銅箔上，但實驗中熱量損失無可避免，在忽略熱輻射的前提下，當熱量輸入加熱片後，有三種傳遞的途徑，一為經由表面的銅箔傳入流場，此為計算紐塞數的主要部分，另一為經由巴沙木向後方散逸，第三部分則為加熱片彼此間的熱傳，加熱片上下兩邊的面積較小，並且有貼附絕熱泡綿，故將其熱傳省略，加熱片兩邊則由於溫度一致，彼此之間視為沒有熱傳，詳細熱損計算原理如下：

加熱片元件的熱量計算原理與其紐塞數之定義如下述(a)至(d)所示：

(a) 輸入加熱片的能量：

電源供應器提供加熱片能量，輸入能量為輸入電流平方和鎳鉻絲電阻值乘積

$$Q_{in} = VI = I^2 R \quad (7.1)$$

(b) 散逸的能量：

雖然巴沙木背面加有絕熱泡棉，但仍有熱量由此散逸

$$Q_{lose} = k_b A_b \frac{dT}{dy} \quad (7.2)$$

式中 k_b 為巴沙木熱傳導係數 $= 0.055 \text{ (W/m}^{\circ}\text{C)}$

A_b 為巴沙木面積 $= 0.031 \times 0.012 = 3.72 \times 10^{-4} \text{ (m}^2\text{)}$

dT 為巴沙木兩端溫度差 ($^{\circ}\text{C}$)

dy 為巴沙木厚度= 0.0015 (m)

(c) 加熱片間熱傳：

因加熱片有熱保護措施防護其中，故加熱片間彼此的熱傳效應幾乎微乎其微，故可以忽略不計。

(d) 口型管道頂部壁面平均紐塞數估算：

由加熱片傳入流場的總能量為

$$Q_{air} = Q_{in} - Q_{out} \quad (7.3)$$

根據定義計算高溫加熱片的平均紐塞數

$$\overline{Nu} = \frac{Q_{air}}{A_h \Delta T_w} \cdot \frac{W}{k_a} \quad (7.4)$$

式中 A_h 為加熱片表面積= $0.031 \times 0.012 = 3.72 \times 10^{-4}$ (m^2)

ΔT_w 為加熱片銅箔表面與進口流體平均溫差

W 為管道寬度= 0.03 (m)

k_a 為空氣熱傳導係數 ($W/m^{\circ}\text{C}$)

7.2 結果與討論

實驗所得的流場可視化，與模擬結果所得之流場可視化比較如圖 7-7~圖 7-8 所示；實驗所得之流場可視化圖上所標記的白直線為實際放煙的位置，煙油在此被加熱成為白煙以產生流場可視化，而其位置與數值模擬流場圖之黑直線互相對應。

圖 7-7(a)為 $Re=150$ 、 $\Delta T_w=40^{\circ}\text{C}$ 及管道靜止的情況下，口型管道出口處之流場可視化比較；受到高浮慣比的影響，高溫流體容易佔據水平管道的上半部，使冷卻流體被壓迫，流動範圍受限；但實驗的流場可視化使用加熱煙油而產生白煙，且容易被冷卻流體所沖淡，因此無法完整的顯示冷卻流體的路徑。從數值模擬圖可看到左下角形成了一處小回流，在實驗流場可視化方面，則可以看到白煙

在該處滯留不動。圖 7-7(b)則是相同情況的出口處流場可視化，高溫流體壓迫情況已經降低，冷卻流體的通道變寬，因此白煙散開區域較為寬廣；而出口處的回流現象，實驗所得的結果與數值模擬相當類似。圖 7-8(a)為 $Re=150$ 、 $\Delta T_w=40^\circ\text{C}$ 、 $F_c=0.2$ 以及管道在 $\tau = \frac{3}{4}\tau_p$ 瞬間，L 型管道出口處之流場可視化比較；此時管道向上移動的速度到達最快，管道體積縮減率也到達在大，儲存的流體被大量擠出，使水平管道裡的流體速度增快，從實驗的流場可視化發現，流體有撞向水平管道上壁面的情況發生；圖 7-8(b)為相同情況出口處的情形，也可以發現流體有撞向上壁面的情況。

為說明實驗的可信度，在進入實驗之前首先進行重複性測試，選擇參數分別為 $Re=300$ 、 $F_c=0.0$ 、 $\Delta T_w=30^\circ\text{C}$ 及 $Re=150$ 、 $F_c=0.2$ 、 $\Delta T_w=10^\circ\text{C}$ ，在不同日期進行三次實驗；管道頂部加熱面依流體的入口方向依序分為前段、中段和後段加熱區，並計算各加熱區的紐塞數；巴沙木上表面和下表面溫度差則用以計算藉由熱傳導方式損失之熱量，輸入總功率是根據電源供應器電流值和加熱片鎳鉻絲電阻值所計算得到。三次重複性測試之實驗結果整理於圖 7-9，各段加熱區的平均紐塞數差異度約在 5% 以內，此結果說明本實驗的重複性相當良好。本實驗所使用的各種參數組合，分別列於表 7-2，其中 v_0 為冷卻流體的入口速度， v_m 為最大管道振動速率。

圖 7-10 為管道在 $Re=300$ 、 $Gr/Re^2=0.40$ ($\Delta T_w=10^\circ\text{C}$)、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，各加熱區的紐塞數分布比較圖；圖中顯示前方加熱區因為受到冷卻流體直接衝擊的影響，在三種振動頻率下，其平均紐塞數皆為最大，並隨著振動頻率的增加，流體直接撞擊高溫面的速度在某些時刻也會增加，使得其熱傳效率有所增強。中央加熱區則是未受到冷卻流體直接衝擊，以及冷卻流體流過前方加熱區被加熱的影響，該區的平均紐塞數降低，而且在 $F_c=0.2$ 以後變化不大，其原因為管道的振動與流體流經中央加熱區時的主要速度方向幾乎垂直，因此管道振動對於而增加流體撞擊高溫面的速度幫助有限，因此振動只幫助破壞溫度層化

區，但在該區不能進一步地提升平均紐塞數。而後方加熱區因為冷卻流體在此轉向流出水平管道，致使回流現象的產生，冷卻流體也無法直接接觸高溫面，使該區的熱傳效率為最差；進一步提升振動頻率後 ($F_c=0.2$ 提升至 $F_c=0.4$)，該區的平均紐塞數反而稍微下降，其成因為振動頻率提高之後，冷卻流體在該處會提早轉出水平管道，使熱傳效率下降，但程度並不明顯。在本參數設定下，管道震動會造成高溫面熱傳效率的提升，但由於浮慣比較低 ($Gr/Re^2=0.40$)，流場的熱傳模式接近於強制對流。

圖 7-11 為管道在 $Re=300$ 、 $Gr/Re^2=1.62(\Delta T_w=40^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，各加熱區的紐塞數分布比較圖；在此參數設定下，高溫面與入口冷卻流體的溫差已提升至 40°C ，冷卻流體受熱產生自然對流的效應加強，高溫流體容易離開高溫面進入主流。從圖中可以發現前方及後方加熱區之平均紐塞數，相較於強制對流情況 (圖 7-10(a)、(c)) 都有所增加，但中央加熱區的熱傳效率卻維持不變，其原因為中央加熱區附近的流體被上下壁面所包圍，不像前、後加熱區附近的流體可以較為自由地離開高溫面，冷卻流體也不易接觸高溫面，使該區的熱傳效率持平。

圖 7-12 為管道在 $Re=200$ 、 $Gr/Re^2=0.91(\Delta T_w=10^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，各加熱區的紐塞數分布比較圖；受到近口流體雷諾數降低的影響，三個加熱區的平均紐塞數均為下降，而且管道振動頻率提高對於熱傳效率的增益極為有限，這是因為在低慣性力下，流體所引發的自然對流現象逐漸明顯，而管道振動主要在於破壞溫度層化區，使冷卻流體接觸高溫面，管道開始振動後，流場的熱傳現象偏向自然對流，因此振動頻率增加對於高溫面的熱傳效率增益幫助有限。

圖 7-13 為管道在 $Re=200$ 、 $Gr/Re^2=3.64(\Delta T_w=40^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，各加熱區的紐塞數分布比較圖；受到浮慣比增加的影響，受熱的流體容易離開高溫面，使各加熱區的平均紐塞數相對於低浮慣比 (圖 7-12, $Re=200$ 、 $Gr/Re^2=0.91(\Delta T_w=10^\circ\text{C})$) 的情形高，而且如同上一段所敘述的原因，振動頻率增

加對於高溫面的熱傳效率增益幫助有限。

圖 7-14 為管道在 $Re=150$ 、 $Gr/Re^2=1.62(\Delta T_w=10^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，各加熱區的紐塞數分布比較圖；在此參數設定下，由於入口雷諾數降低到 150，使相同溫差下換算出來的浮慣比增加，熱傳現象接近於自然對流。受到雷諾數降低的影響，各區的平均紐塞數降低；另外，由於自然對流效應已經穿線，因此管道的振動頻率增加對於高溫面的散熱幫助有限。

圖 7-15 為管道在 $Re=150$ 、 $Gr/Re^2=6.47(\Delta T_w=40^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，各加熱區的紐塞數分布比較圖；在本參數設定下，浮慣比已經到達所有實驗中的最高值，受熱流體的自然對流效益明顯。受到高浮慣比影響，各區的平均紐塞數應該較低浮慣比的情況(圖 7-14、 $Re=150$ 、 $Gr/Re^2=1.62(\Delta T_w=10^\circ\text{C})$)較為上升，但從圖中發現中央加熱區的平均紐塞數不增反減，該原因為自然對流與管道振動的交互作用有可能減低冷卻流體直接接觸高溫面的機會，使該區的熱傳效率降低。

為了估算出管道振動與各加熱平均紐塞數的關係，在此必須先定義增益係數 En ，並定義如下：

$$\overline{Nu} = \frac{1}{3} \left(\overline{Nu}_{front\ heat\ region} + \overline{Nu}_{middle\ heat\ region} + \overline{Nu}_{back\ heat\ region} \right) \quad (7.5)$$

$$En = \frac{\overline{Nu}_{F_c, L_c \neq 0} - \overline{Nu}_{F_c, L_c = 0}}{\overline{Nu}_{F_c, L_c = 0}} \quad (7.6)$$

各種實驗參數所得的增益係數如圖 7-16 所示，基本上，管道振動對於高溫面會有一定的增益，而最大的熱傳增益可以增加 35%左右。另外，在大部分的參數設定下，提升管道的振動頻率會對高溫面的熱傳效率上升。

7.3 結論

本章利用實驗研究振動口型管道內高溫面的熱傳效率，並發現高溫面的熱傳效率與進口雷諾數、浮慣比以及振動頻率有關，可以做出以下的結論：

1. 受到流體直接撞擊高溫面的影響，前方加熱區的平均紐塞數都為最大；對後方加熱區而言，冷卻流體無法直接接到該區，使該區的平均紐塞數都為最小。
2. 進口雷諾數的增加，會使高溫面的熱傳效率增加。
3. 振動管道高溫面的熱傳效率都較管道靜止時為好。
4. 提升管道的振動頻率不見得會使高溫面的熱傳效率再提升。

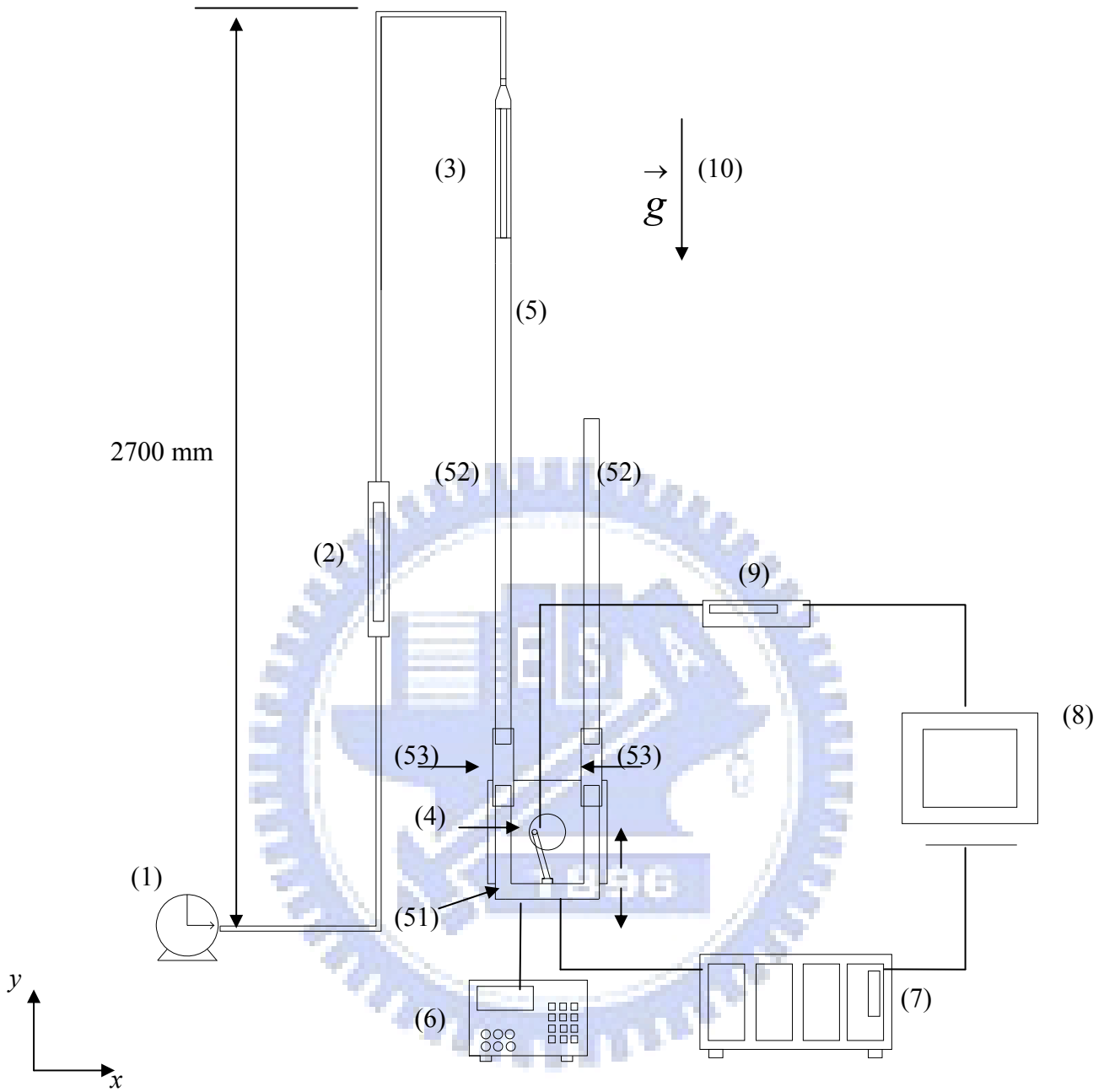


45.7°C 45.8°C 45.6°C (714)			45.5°C 45.8°C 45.8°C (714)			45.6°C 45.7°C 45.5°C (714)		
45.7°C	45.7°C	45.7°C	45.7°C	45.8°C	45.9°C	45.6°C	45.7°C	45.6°C
	45.7°C			46.0°C			45.6°C	
	45.8°C			46.0°C			45.7°C	
45.6°C		45.7°C	45.8°C		45.8°C	45.7°C		45.7°C
	45.7°C			45.8°C			45.8°C	
	45.7°C			45.9°C			45.7°C	
45.6°C	45.7°C	45.6°C	45.9°C	45.8°C	45.8°C	45.6°C	45.7°C	45.7°C
(711)	(712)	(713)	(711)	(712)	(713)	(711)	(712)	(713)
45.5°C 45.9°C 45.7°C (715)			45.8°C 45.8°C 45.8°C (715)			45.6°C 45.7°C 45.5°C (715)		

表 7-1 加熱片測試各點溫度

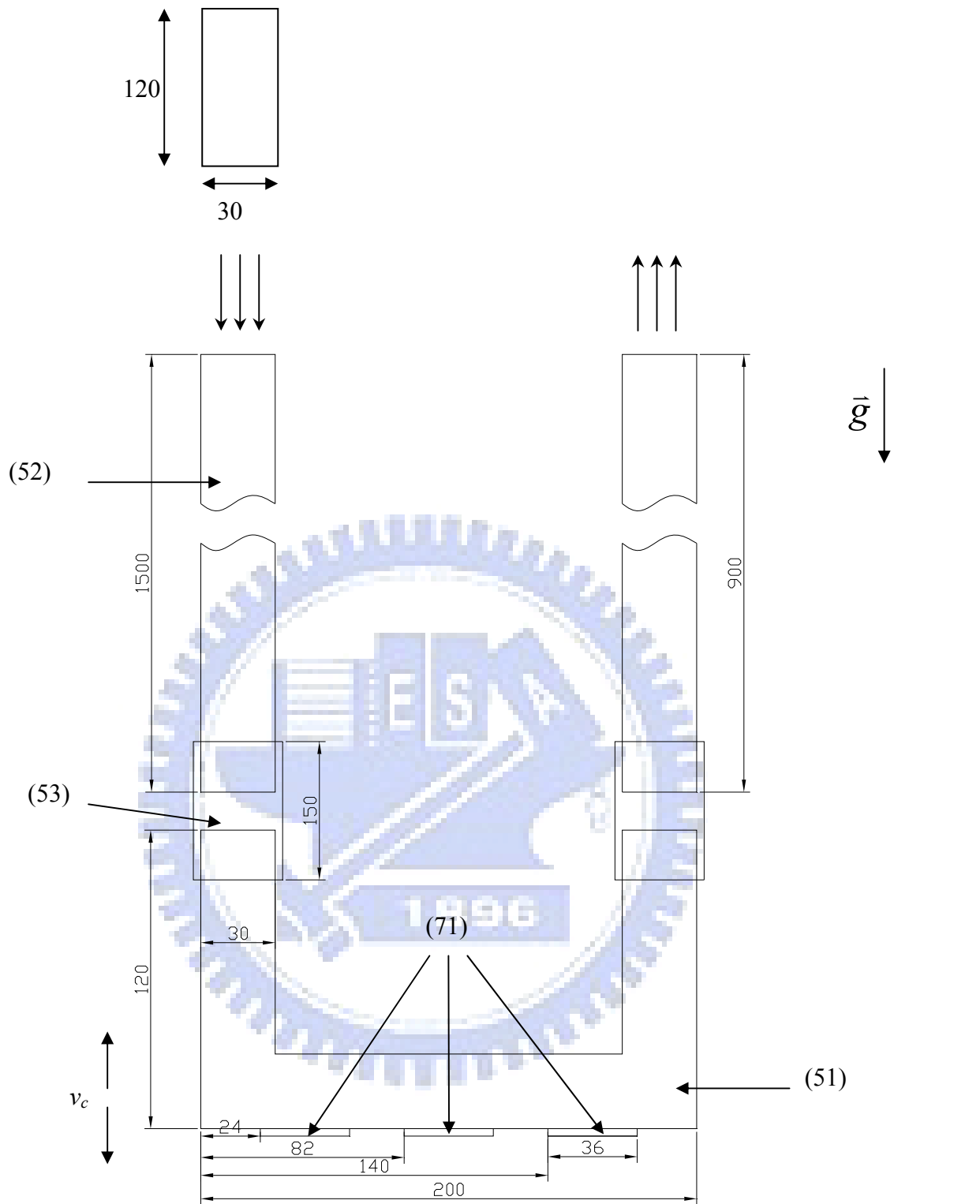
	Re	Gr/Re^2	ΔT_w ($^{\circ}C$)	F_c	L_c	v_c/v_o
Case1	300	0.40	10	0.0	0.0	0.0
Case2	300	0.81	20	0.0	0.0	0.0
Case3	300	1.21	30	0.0	0.0	0.0
Case4	300	1.62	40	0.0	0.0	0.0
Case5	200	0.91	10	0.0	0.0	0.0
Case6	200	1.82	20	0.0	0.0	0.0
Case7	200	2.73	30	0.0	0.0	0.0
Case8	200	3.64	40	0.0	0.0	0.0
Case9	150	1.62	10	0.0	0.0	0.0
Case10	150	3.24	20	0.0	0.0	0.0
Case11	150	4.85	30	0.0	0.0	0.0
Case12	150	6.47	40	0.0	0.0	0.0
Case13	300	0.40	10	0.2	1.0	1.26
Case14	300	1.62	40	0.2	1.0	1.26
Case15	300	0.40	10	0.4	1.0	2.51
Case16	300	1.62	40	0.4	1.0	2.51
Case17	200	0.91	10	0.2	1.0	1.26
Case18	200	3.64	40	0.2	1.0	1.26
Case19	200	0.91	10	0.4	1.0	2.51
Case20	200	3.64	40	0.4	1.0	2.51
Case21	150	1.62	10	0.2	1.0	1.26
Case22	150	6.47	40	0.2	1.0	1.26
Case23	150	1.62	10	0.4	1.0	2.51
Case24	150	6.47	40	0.4	1.0	2.51

表 7-2 實驗參數組合表



- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| (1) fan | (6) power supply |
| (2) flow meter | (7) temperature indicator |
| (3) honeycomb | (8) personal computer |
| (4) reciprocating system | (9) motor driver |
| (5) cooling channel | (10) direction of gravity |
| (51) reciprocating channel | |
| (52) fixed channel | |
| (53) connecting channel | |

圖 7-1 實驗設備圖



- (51) reciprocating channel
- (52) fixed channel
- (53) connecting channel
- (71) heat region

y
 x
 Unit:mm

圖 7-2 振動管道尺寸

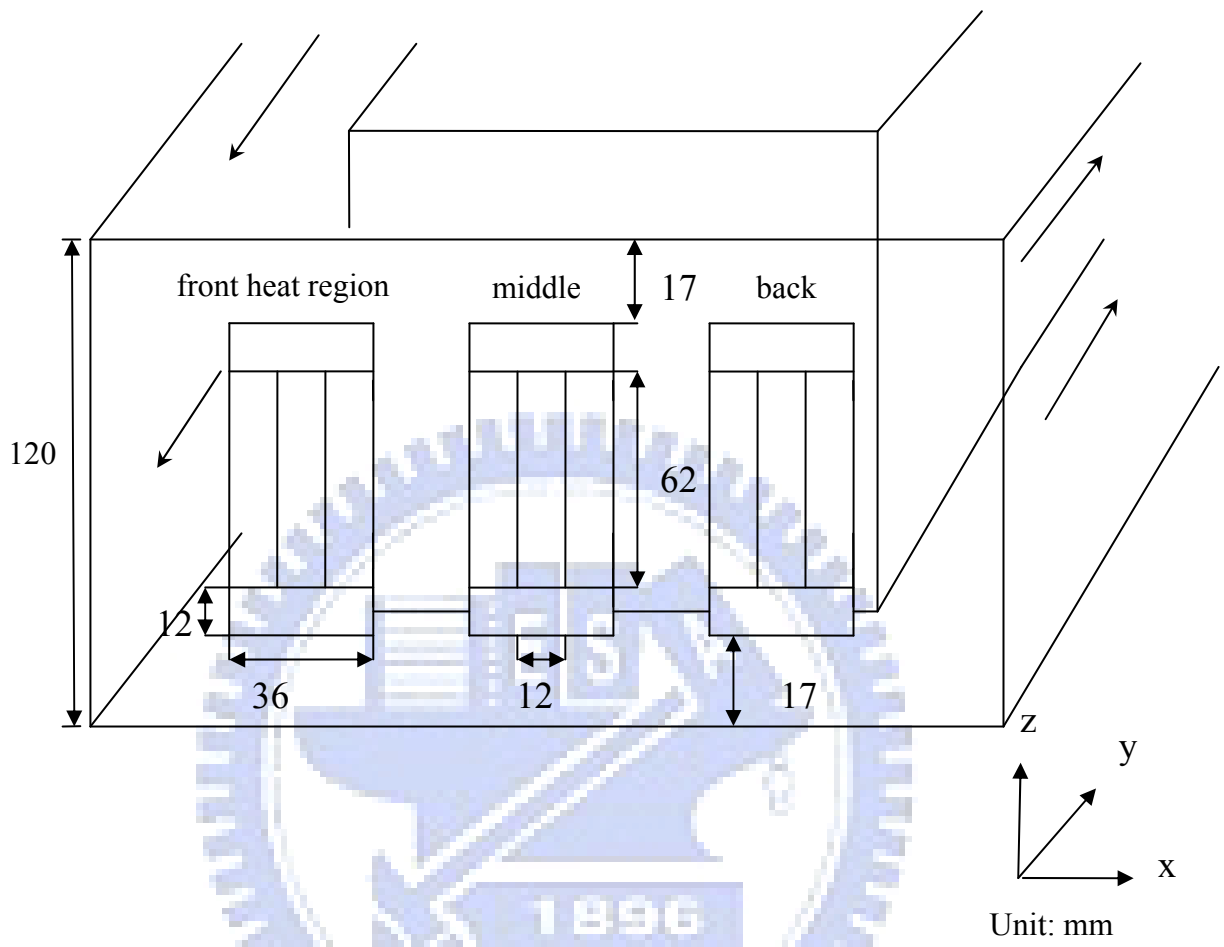
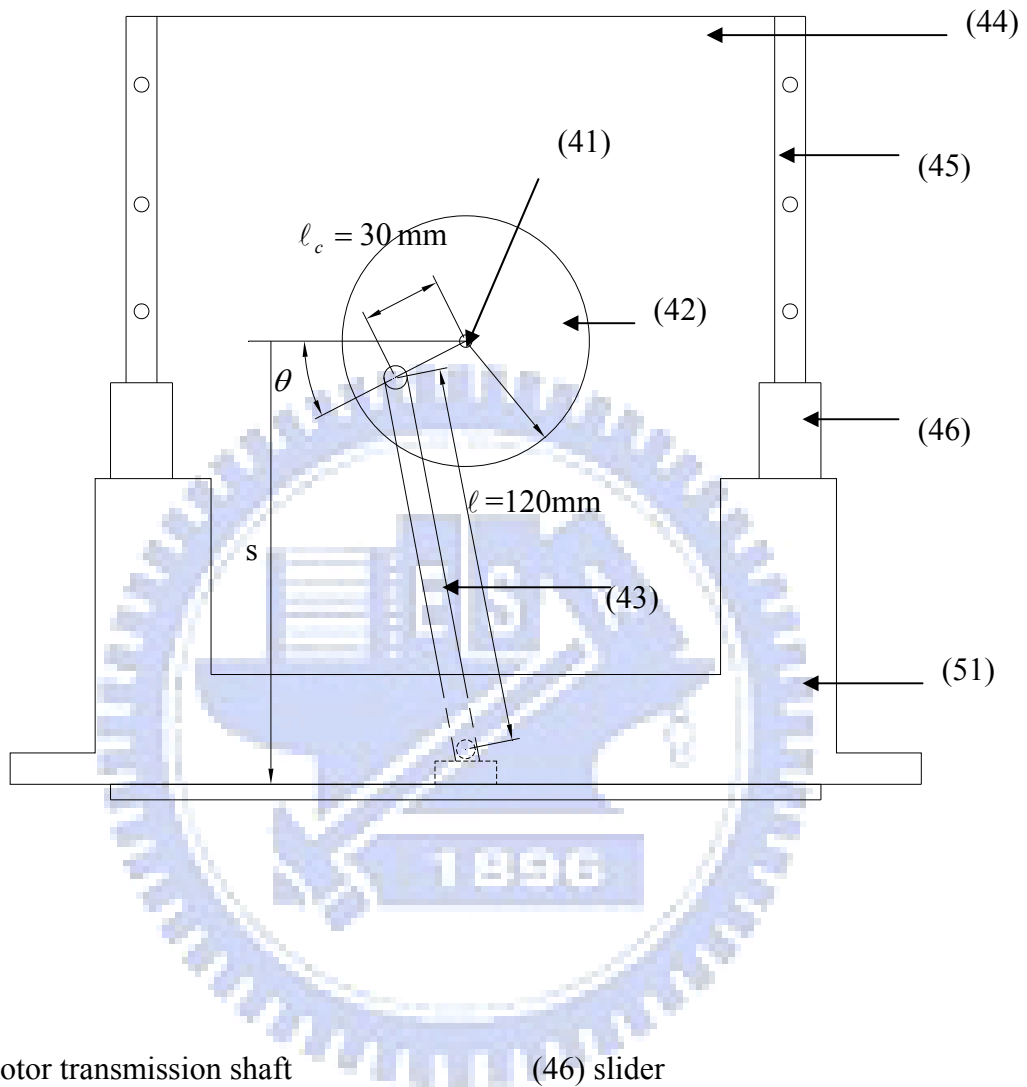


圖 7-3 各加熱區在壁面上的擺設位置



- (41) motor transmission shaft
- (42) rotating circular plate
- (43) linking bar
- (44) pedestal
- (45) track
- (46) slider
- (51) reciprocating channel

圖 7-4 往復振動系統

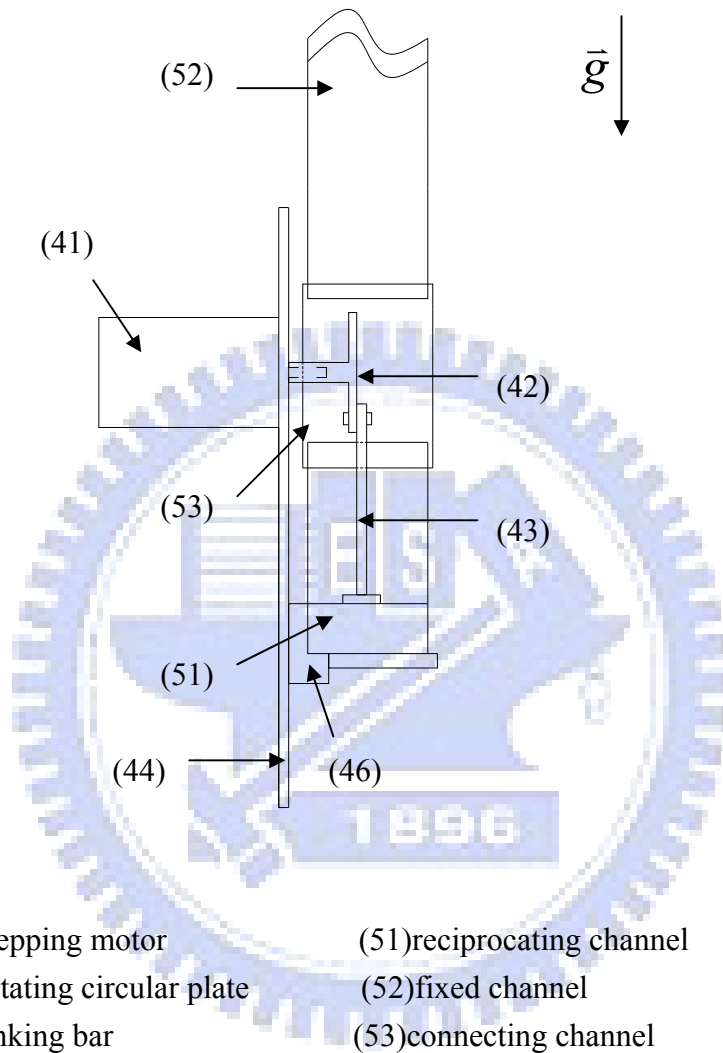
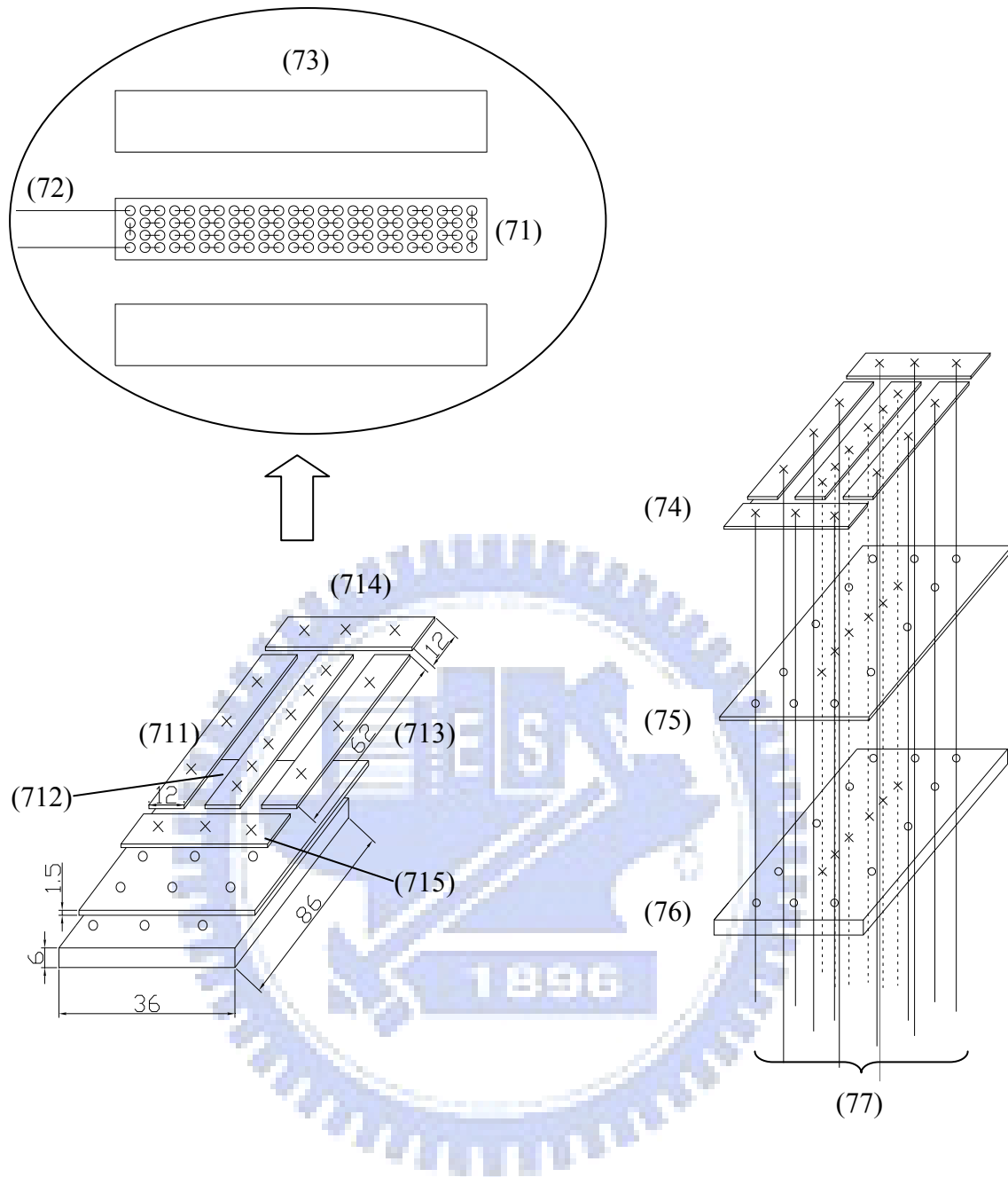
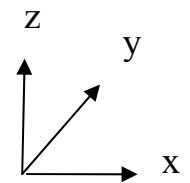


圖 7-5 往復振動系統與U字型振動管道的結合示意圖

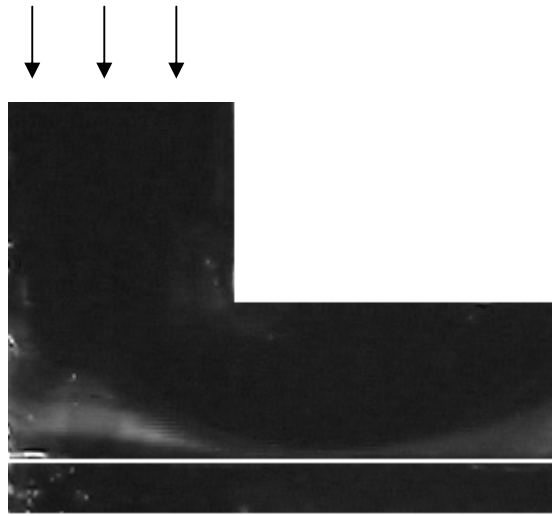


- | | |
|---------------------------------|--------------------|
| (71) heater | (711) guard heater |
| (72) Nickel-Chromium alloy wire | (712) main heater |
| (73) Teflon tape | (713) guard heater |
| (74) thin cooper plate | (714) guard heater |
| (75) 1.5mm basswood | (715) guard heater |
| (76) 6mm basswood | |
| (77) thermocouples | |

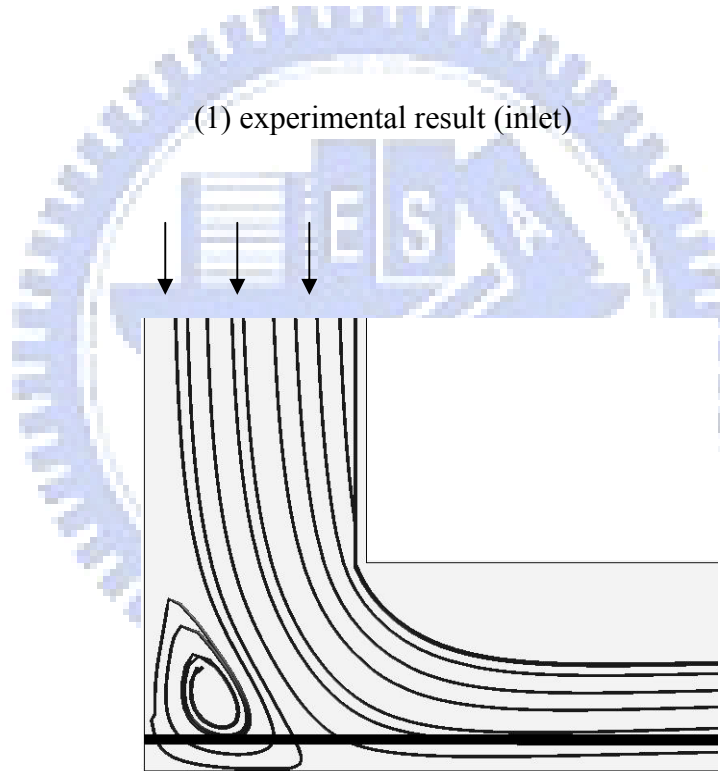


unit:mm

圖 7-6 加熱片結構與組合成加熱區之示意圖

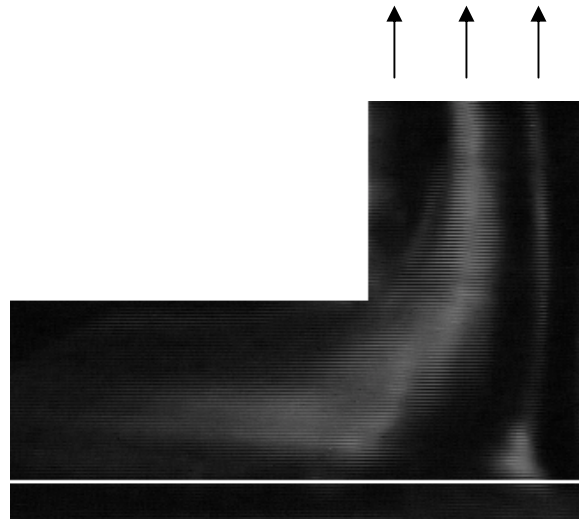


(1) experimental result (inlet)

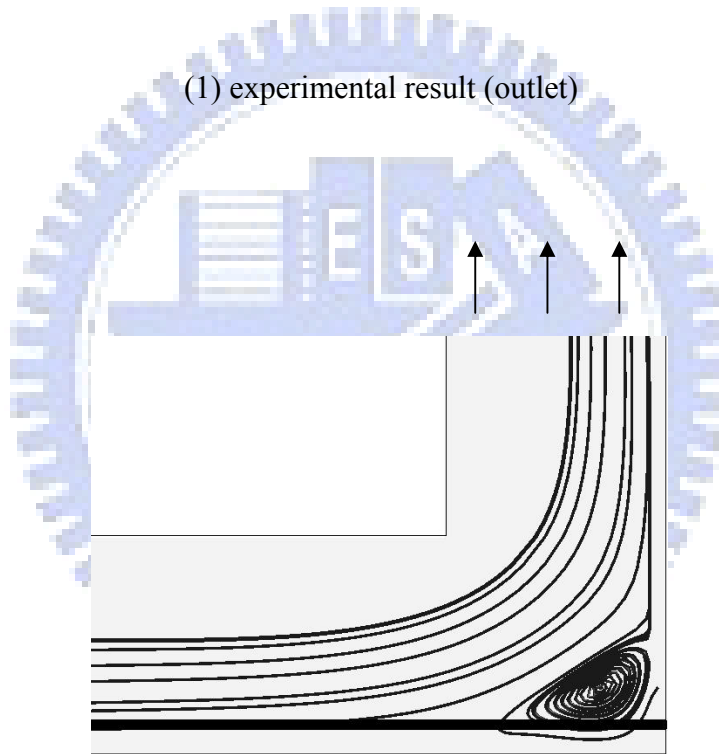


(2) numerical result (inlet)

圖 7-7(a) 管道靜止情況下， $Re=150$ ， $\Delta T_w=40^\circ\text{C}$ 時， \perp 字型管道入口端的實驗及數值模擬之流場可視化比較圖

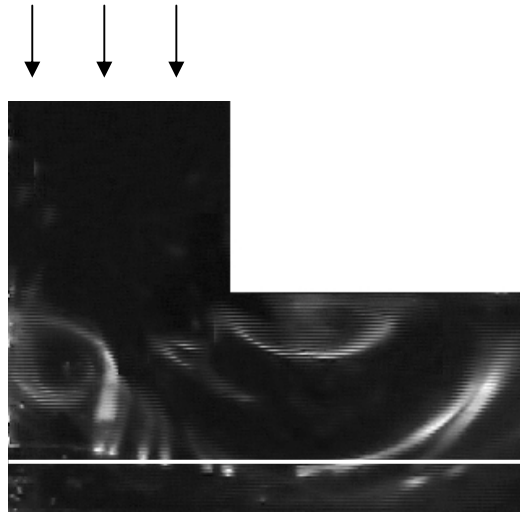


(1) experimental result (outlet)

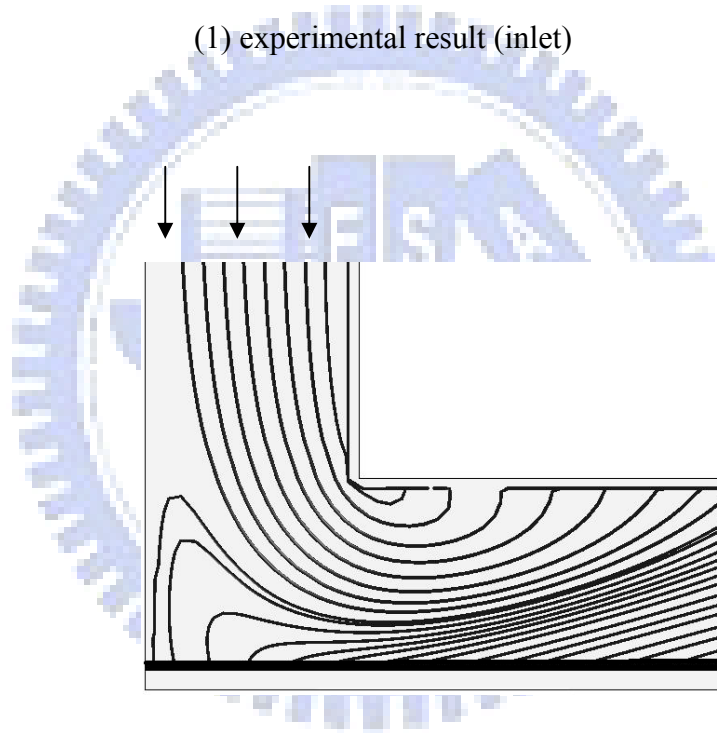


(2) numerical result (outlet)

圖 7-7(b) 管道靜止情況下， $Re=150$ ， $\Delta T_w=40^\circ\text{C}$ 時，U字型管道出口端的實驗及數值模擬之流場可視化比較圖

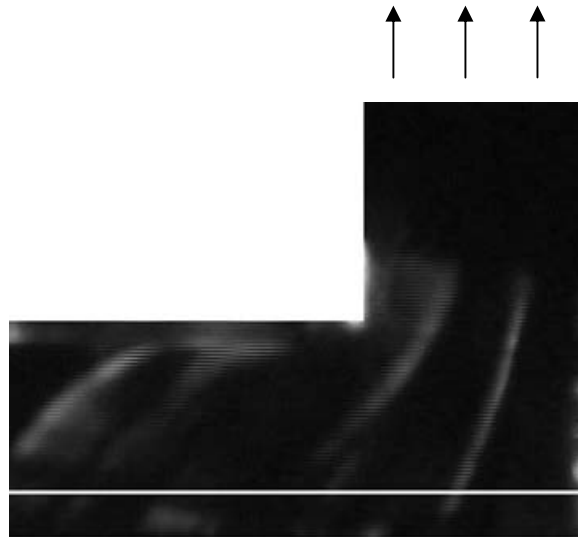


(1) experimental result (inlet)

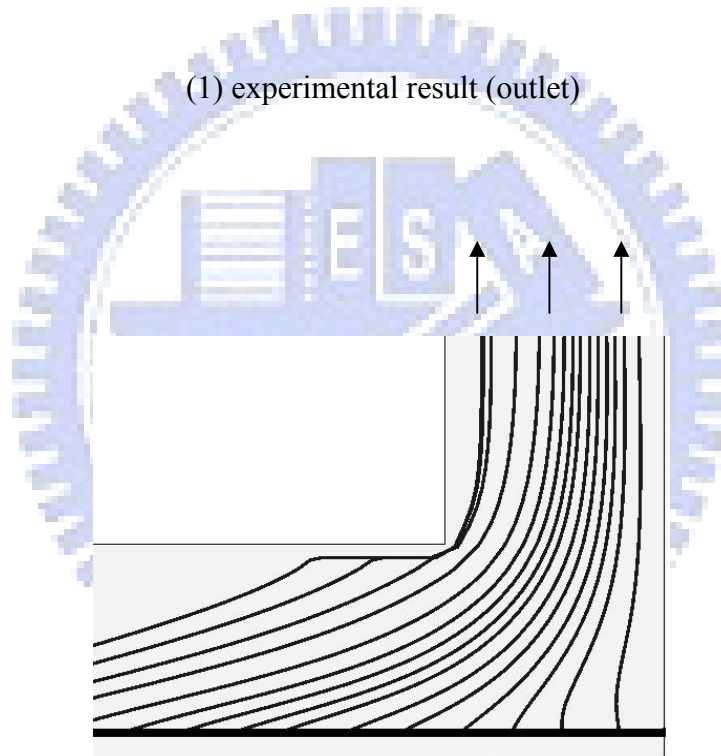


(2) numerical result (inlet)

圖 7-8(a) 管道振動情況下， $Re = 150$ 、 $\Delta T_w = 40^\circ\text{C}$ 、 $F_c = 0.2$ 在 $\tau = \frac{3}{4}\tau_p$ 瞬間，L 字型管道入口端的實驗及數值模擬之流場可視化比較圖

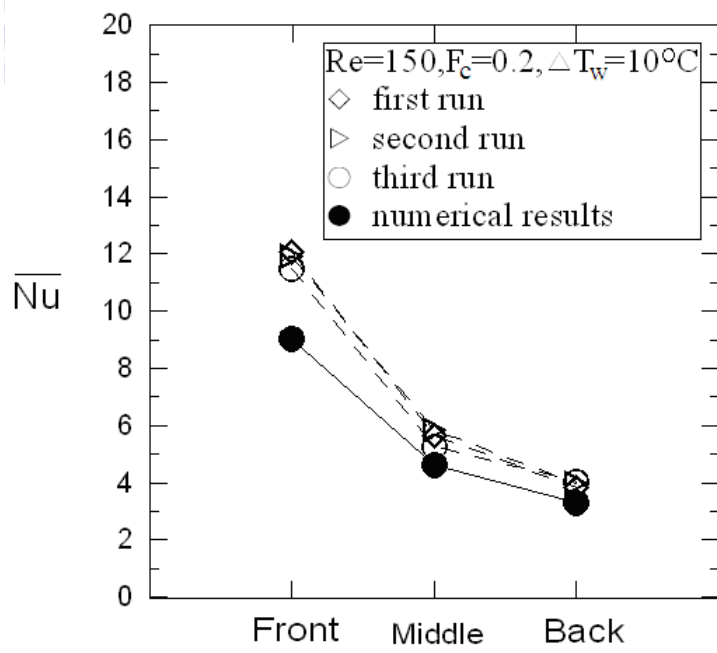
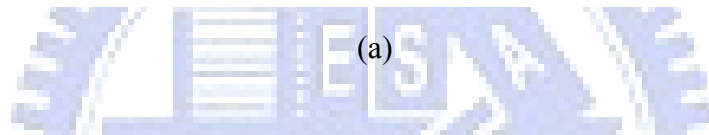
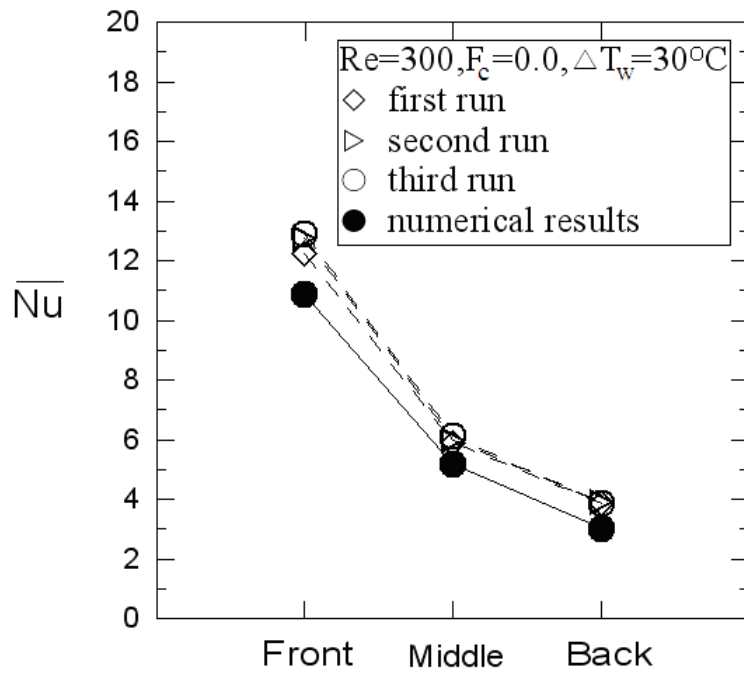


(1) experimental result (outlet)



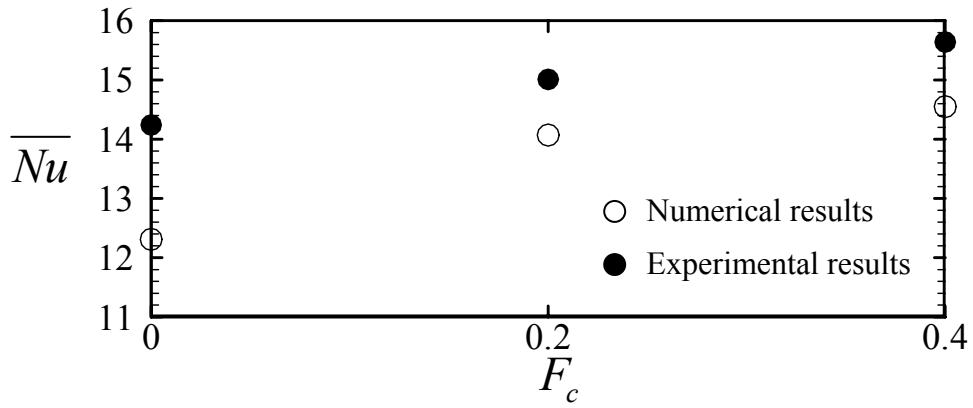
(2) numerical result (outlet)

圖 7-8(b) 管道振動情況下， $Re = 150$ 、 $\Delta T_w = 40^\circ\text{C}$ 、 $F_c = 0.2$ 在 $\tau = \frac{3}{4}\tau_p$ 瞬間，U 字型管道出口端的實驗及數值模擬之流場可視化比較圖

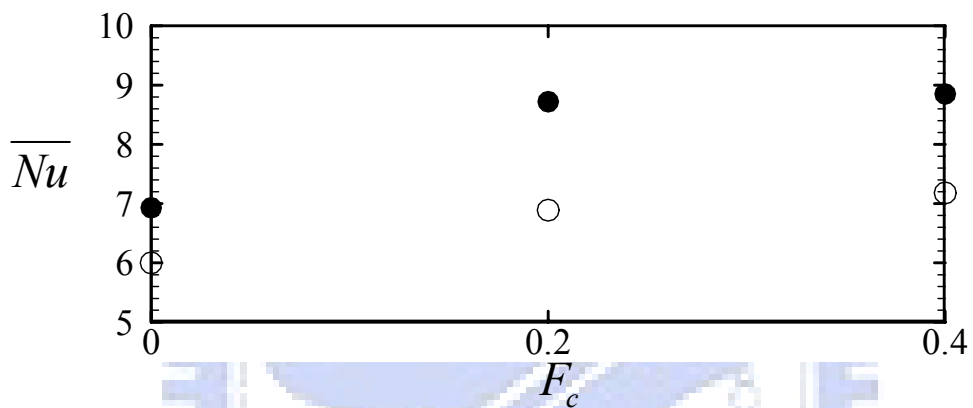


(b)

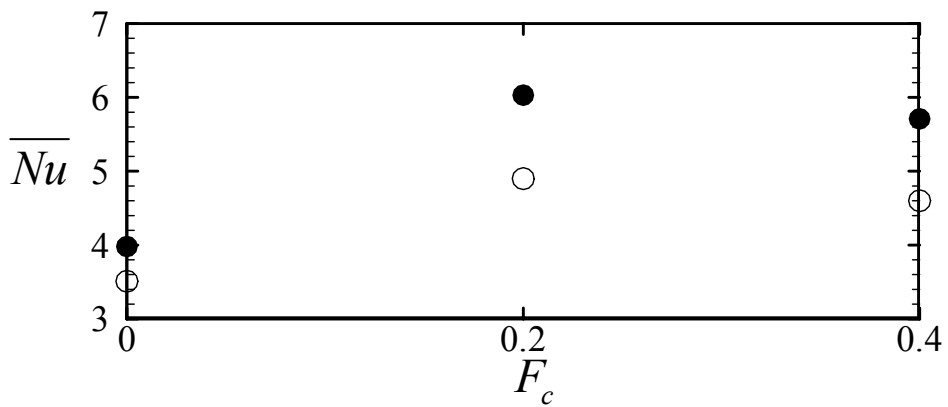
圖 7-9 實驗重複性測試



(a) Front heat region



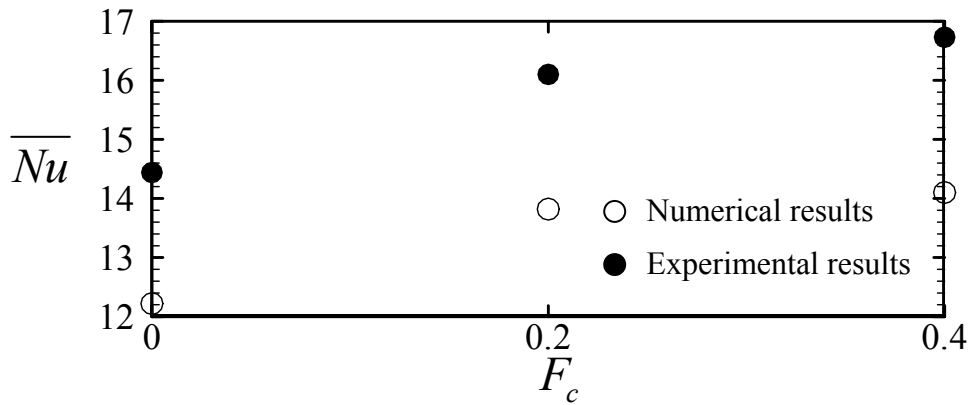
(b) Middle heat region



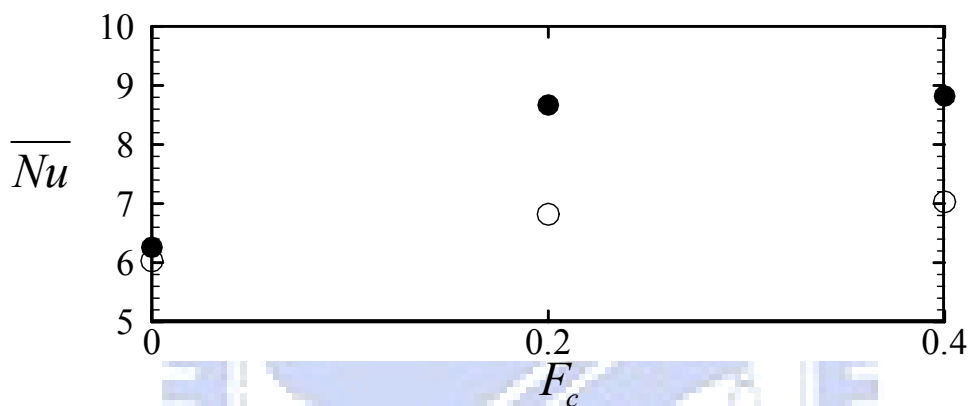
(c) Back heat region

圖 7-10 在 $Re=300$ 、 $Gr/Re^2=0.40(\Delta T_w=10^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，

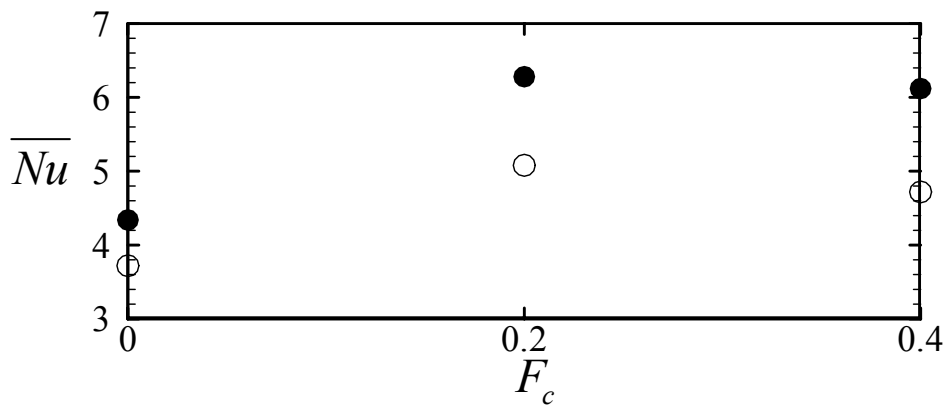
各加熱區的紐塞數分布



(a) Front heat region



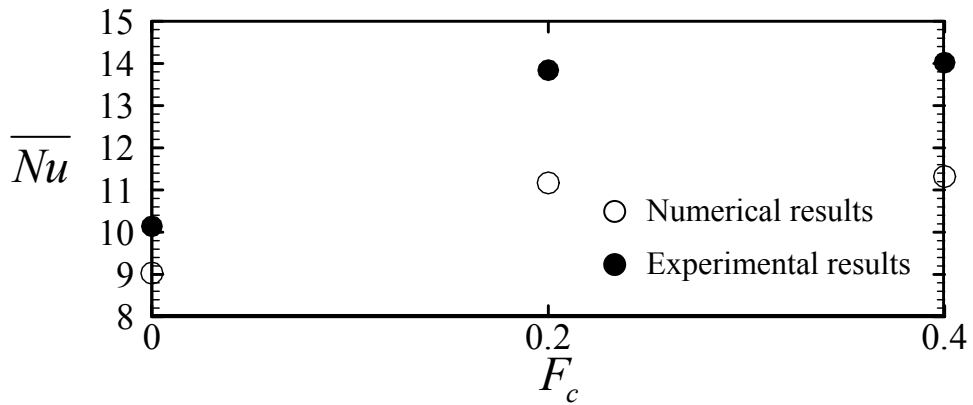
(b) Middle heat region



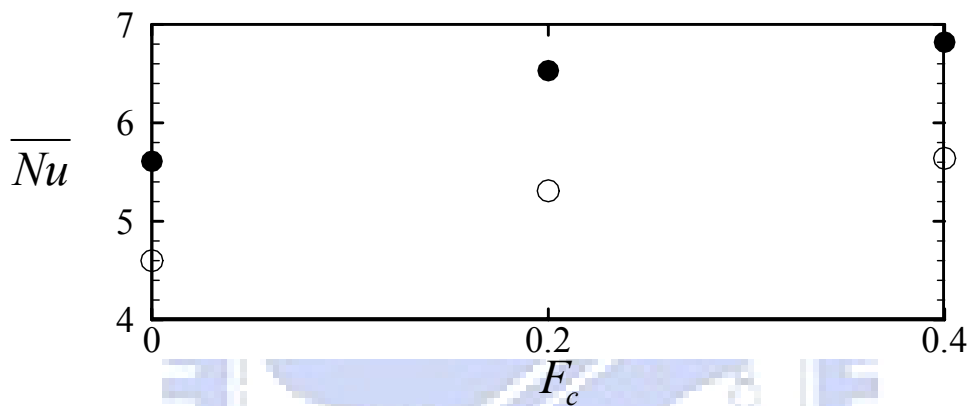
(c) Back heat region

圖 7-11 在 $Re=300$ 、 $Gr/Re^2=1.62$ ($\Delta T_w=40^\circ\text{C}$)、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，

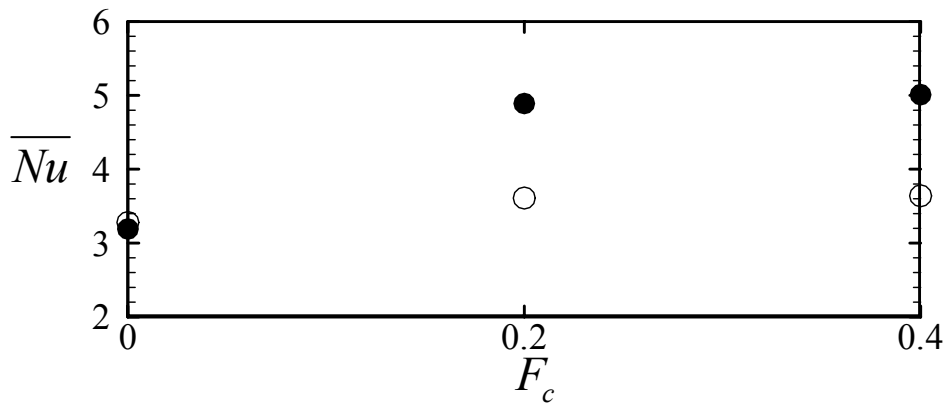
各加熱區的紐塞數分布



(a) Front heat region



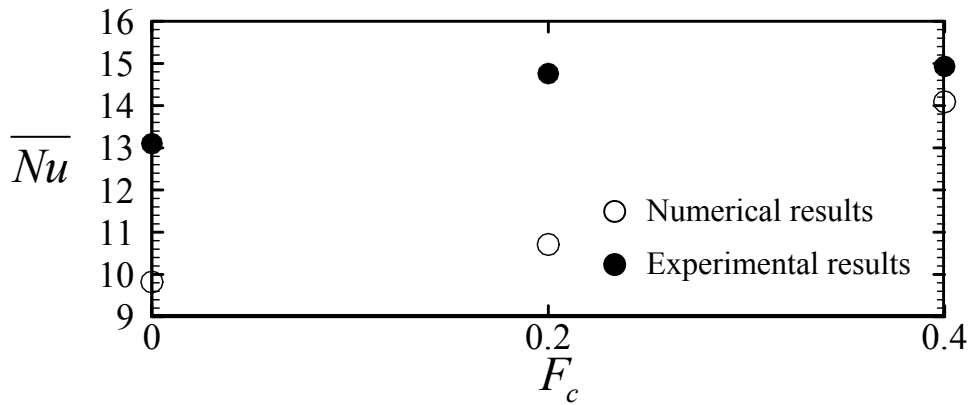
(b) Middle heat region



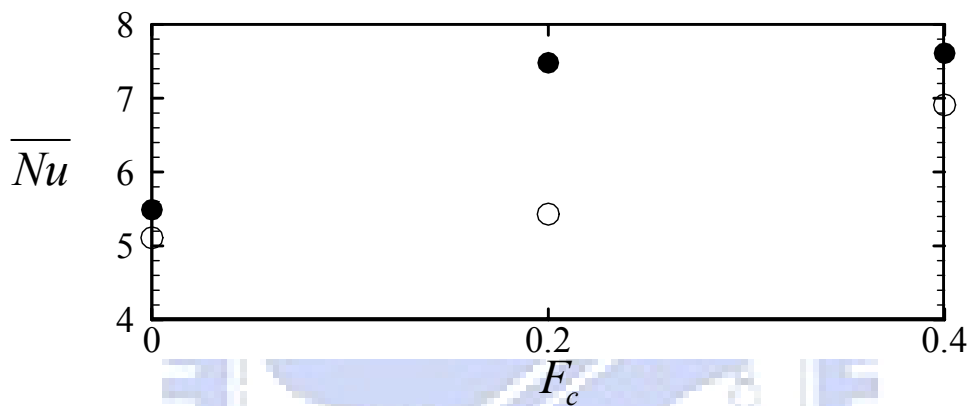
(c) Back heat region

圖 7-12 在 $Re=200$ 、 $Gr/Re^2=0.91(\Delta T_w=10^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，

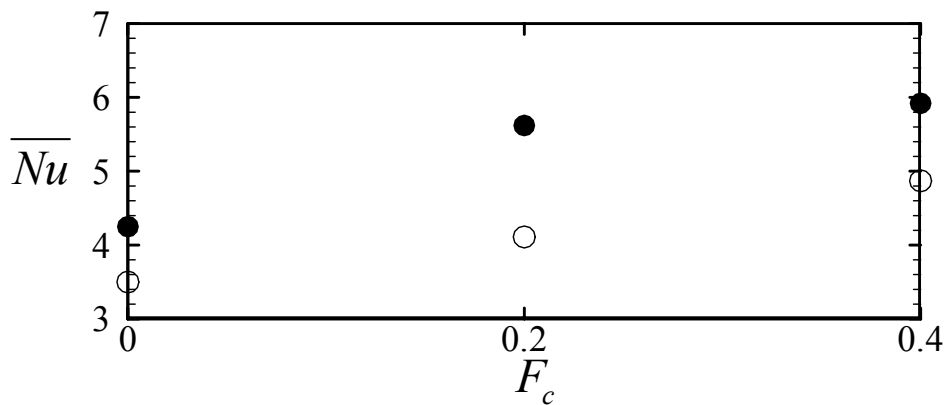
各加熱區的紐塞數分布



(a) Front heat region



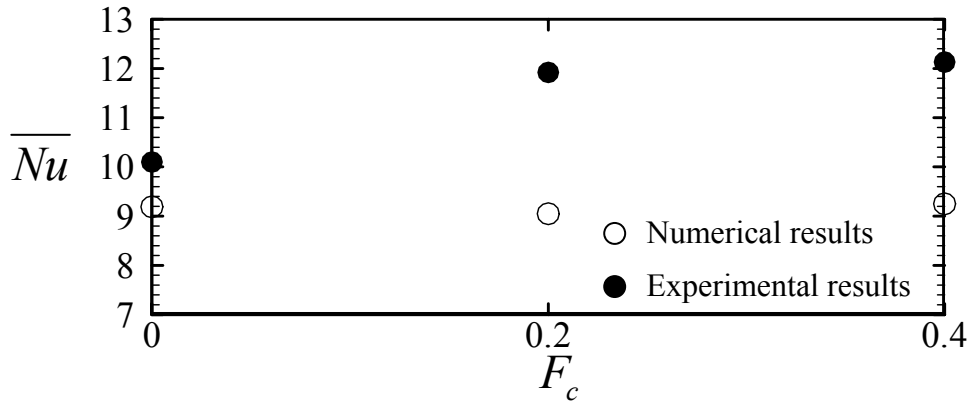
(b) Middle heat region



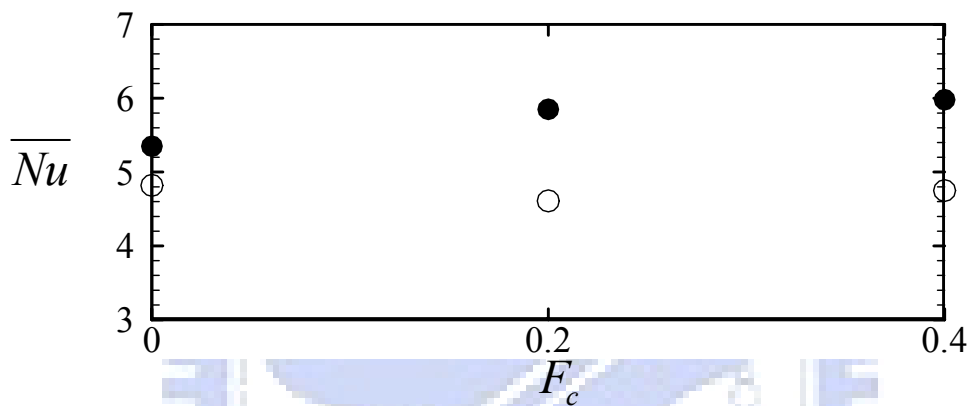
(c) Back heat region

圖 7-13 在 $Re=200$ 、 $Gr/Re^2=3.64(\Delta T_w=40^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，

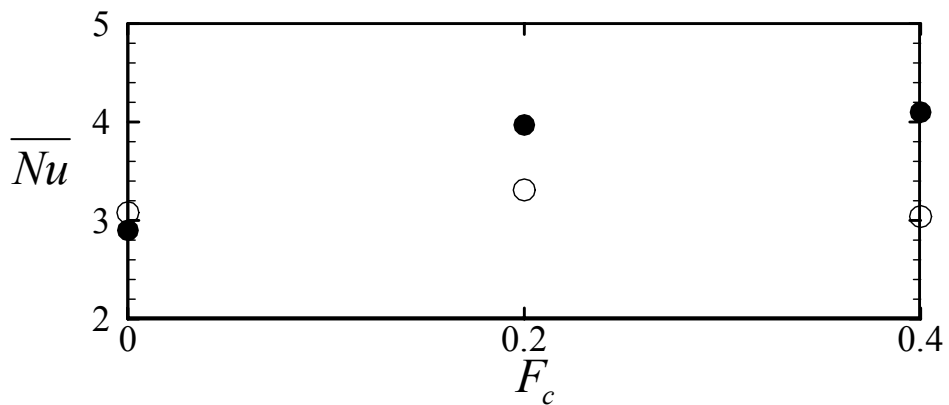
各加熱區的紐塞數分布



(a) Front heat region



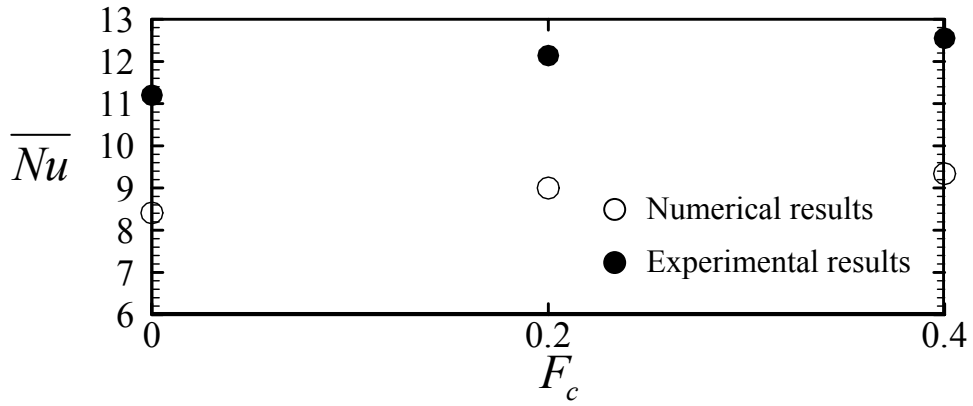
(b) Middle heat region



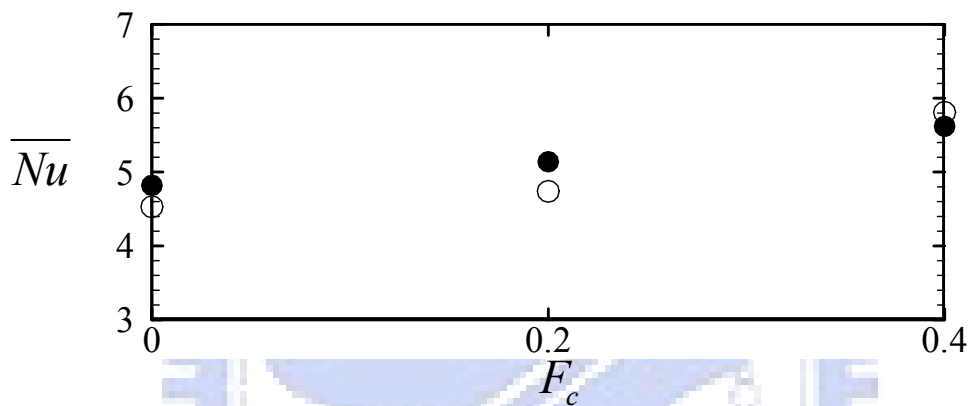
(c) Back heat region

圖 7-14 在 $Re=150$ 、 $Gr/Re^2=1.62(\Delta T_w=10^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，

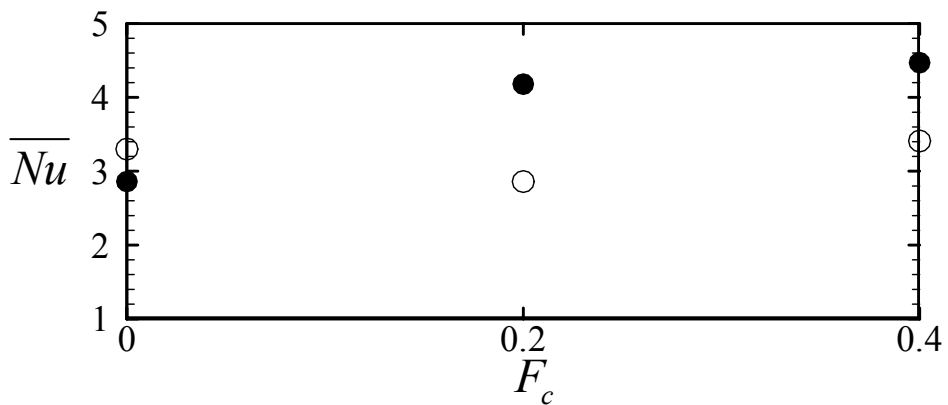
各加熱區的紐塞數分布



(a) Front heat region



(b) Middle heat region



(c) Back heat region

圖 7-15 在 $Re=150$ 、 $Gr/Re^2=6.47(\Delta T_w=40^\circ\text{C})$ 、 $L_c=0.5$ 、 $F_c=0.0$ 、 0.2 、 0.4 參數下，

各加熱區的紐塞數分布

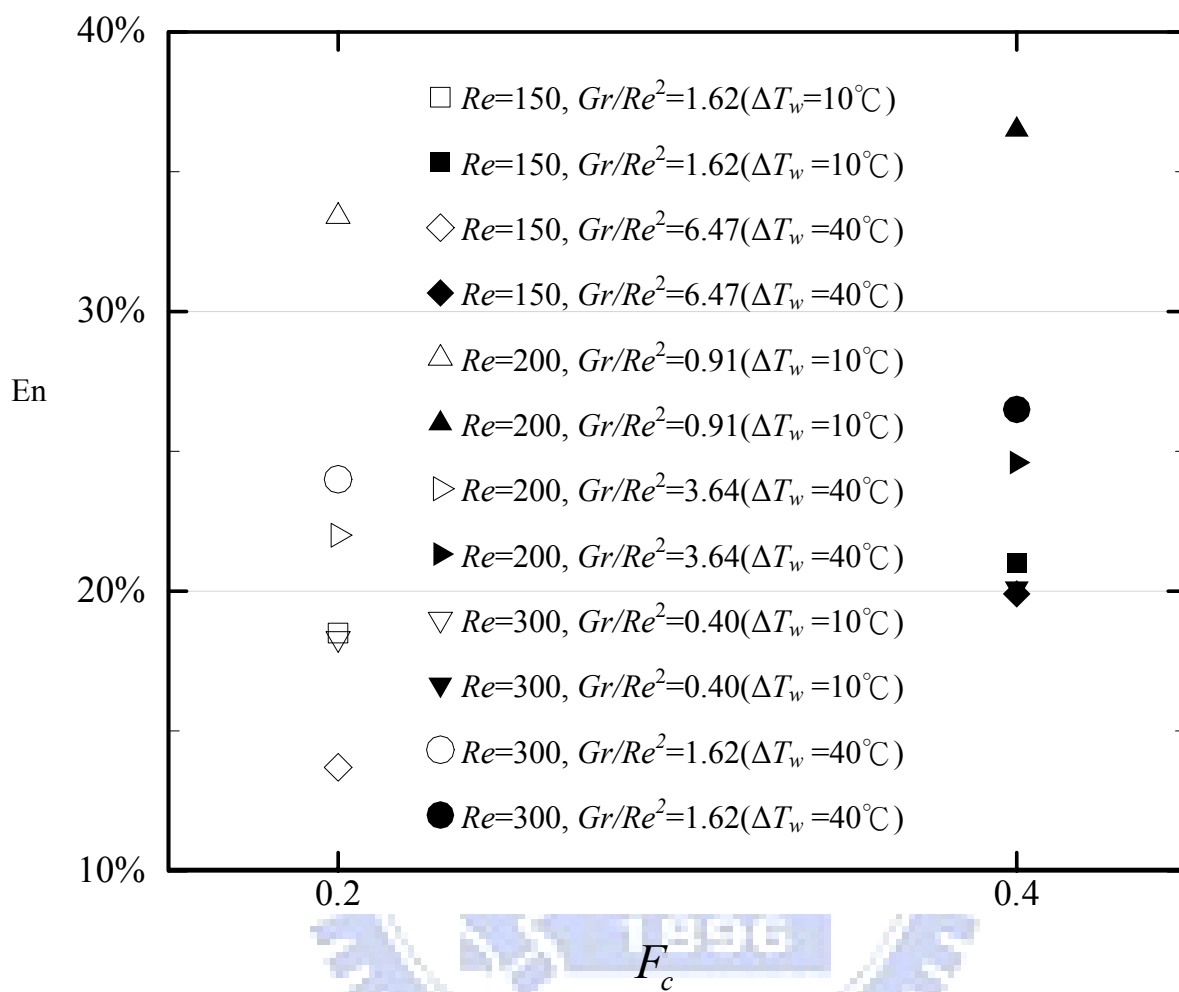


圖 7-16 管道振動對於高溫面的熱傳增益比較

第八章 總結與建議

8.1 結論

為了了解門字型管道高溫面，在管道靜止或是振動的熱傳效率，我們利用數值模擬以及實驗，分別探討流體在自然對流與混合對流的情況下，對於高溫面的熱傳增益。受到管道振動時，邊界移動的影響，本研究可以歸類為移動邊界的熱流場問題，因此特別採用了適於分析移動邊界的 ALE 座標描述以及有限元素法來做數值模擬的分析；而對於實驗方面，則是設計了一振動系統，使門字型管道可以往復運動，並量測流體從高溫面帶走的熱量，以了解高溫面的熱傳效率。本研究從數值模擬及實驗量測，分別在強制以及混合對流的情況中，所得的結論如下：

1. 從研究結果可以得知，要增強門字型管道中高溫面的熱傳效率，最好的方法就是直接增加入口流體的雷諾數；受到流體慣性力的加強，溫度邊界層以及溫度層化區容易被冷卻流體所破壞，使高溫面可以直接接觸冷卻流體，令熱傳效率有所上升。
2. 當高溫面的溫度逐漸上升時，流體開始受熱產生混合對流的現象，因此管道的擺設會左右流體容易離開或是包圍高溫面；當重力方向向下，管道擺成門字型時，高溫流體容易佔據水平管道的上半部，形成隔絕冷卻流體與高溫面直接接觸的障礙，令熱傳效率下降。當管道擺設成口字型時，高溫流體容易離開高溫面，使熱傳效率增加，但是在入口處高溫流體則會因為浮力影響而向上流動，與冷卻流體對撞產生渦流，此現象對於數值模擬會有收斂不易的後遺症。
3. 在實驗方面，我們利用流場可視化的拍出管道振動的瞬間流線分布，並與數值模擬所得的結果加以比較，發現吻合度相當高，可以確認數值模擬的正確性。
4. 管道開始振動後，對於高溫面熱傳效率有所幫助；但從實驗所得的結

果，隨著U字型管道的振動頻率提升，高溫面熱傳效率不見得會跟著提升，因此有可能會有最佳振動頻率的的存在。

8.2 建議

本研究對於U字型管道的熱傳效率著墨甚多，但主要聚焦於層流流場的研究，當入口流體雷諾數再加以提高，或是實驗管道振動頻率再提升時，流場、溫度場勢必會受到更為複雜的紊流所影響，而數值模擬也必須朝向三維計算發展，才能正確的模擬出紊流複雜的現象。因此對於未來，仍有些建議可以繼續深入探討。

1. 將數值模擬改為三維以及加入紊流模式；受到現在個人電腦的計算時間與記憶體限制，本研究只能在二維計算上加以著墨，但未來電腦的計算能力勢必會更加提升，因此三維紊流流場的計算在未來是可以達成的。
2. 當實驗管道的振動頻率要提升的同時，管道的連接處、振動平台的設計必須全面翻新，例如在偏心圓盤上加入配重塊、連接管道的公差等，都是未來可以改進的部份。
3. 當高溫面溫度更加提升時，加熱片的耐用度、電源供應器的編排在未來工作裡，將會是重要的課題之一。

參考文獻

- [1] W. S. Fu and W. J. Shieh, A study of thermal convection in an enclosure induced simultaneously by gravity and vibration, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1992, Vol. 35, pp. 1695-1710.
- [2] W. S. Fu and W. J. Shieh, Transient thermal convection in an enclosure induced simultaneously by gravity and vibration, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1993, Vol. 36, pp. 437-452.
- [3] R. Savino, R. Monti, Convection induced by residual-g and g-jitters in diffusion experiments, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1999, Vol. 42, pp. 111-126.
- [4] T. C. Jue, B. Ramaswamy, Numerical analysis of thermosolutal flows in a cavity with gravity modulation effects, *Heat and mass transfer*, 2002, Vol. 38, pp. 665-672.
- [5] M. Chacha, M. Z. Saghir, Solutal-thermo-diffusion convection in a vibrating rectangular cavity, *International Journal of Thermal Sciences*, 2005, Vol. 44, pp. 1-10.
- [6] B. V. Antohe, J. L. Lage, Experimental Investigation on Pulsating Horizontal Heating of a Water-Filled Enclosure, *ASME Journal of Heat Transfer*, 1996, Vol. 118, pp. 889-896
- [7] Ho Sang Kwak, Kunio Kuwahara, Jae Min Hyun, Resonant enhancement of natural convection heat transfer in a square enclosure, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1998, Vol. 41, pp. 2837-2846.
- [8] Sung Ki Kim, Seo Young Kim, Young Don Choi, Resonant of natural convection in a side heated enclosure with a mechanically oscillating bottom wall, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2002, Vol. 45, pp. 3155-3162.
- [9] Orhan Aydin, Aiding and Opposing Mechanisms of Mixed Convection in a

- Shear- and Bouyancy-Driven Cavity, International Communications in Heat and Mass Transfer, 1999, Vol. 26, pp. 1019-1028.
- [10] Hakan F. Oztop, Ihsan Dagtekin, Mixed convection in two-sided lid-driven differentially heated square cavity, International Journal of Heat and Mass Transfer, 2004, Vol. 47, pp. 1761-1769.
- [11] Guanghong Guo, Muhammad A. R. Sharif, Mixed convection in rectangular cavities at various aspect ratios with moving isothermal sidewalls and constant flux heat source on the bottom wall, International Journal of Thermal Sciences, 2004, Vol. 43, pp. 465-475.
- [12] Cuneyt Sert, Ali Beskok, Oscillatory Flow Forced Convection in Micro Heat Spreaders, Numerical Heat Transfer Part A, 2002, Vol. 42, pp. 685-705.
- [13] A. E. Bergles, Heat Transfer Enhancement - The Encouragement and Accommodation of High Heat Fluxes, ASME Journal of Heat Transfer, 1997, Vol. 119, pp. 8-19.
- [14] C. B. Baxi and A. Ramachandran, Effect of vibration on heat transfer from spheres, ASME Journal of Heat Transfer, 1969, pp. 337-344.
- [15] K.N. Krishnan and B.K. Subba Rao, Effect of vibration on the performance of a double pipe heat exchanger, Indian Journal Tech., 1975, Vol. 13, pp. 1-5.
- [16] A. A. Ivanova and V. G. Kozlov, Vibrationally gravitational convection in a horizontal cylindrical layer, Heat Transfer-Soviet Research, 1988, pp. 235-247.
- [17] Takehiko Ichioka etc., Research on fluid elastic vibration of cylinder arrays by computational fluid dynamics (Analysis of two cylinders and a cylinder row), JSME International J. Series B-Fluids Thermal Eng., 1997, pp. 16-24.
- [18] W. S. Fu and B. H. Tong, Numerical investigation of heat transfer from a heated oscillating cylinder in a cross flow, International Journal of Heat and Mass Transfer, 2002, Vol. 45, pp. 3033-3043.

- [19] W. S. Fu and B. H. Tong, Effect of Eccentricity of Cylinder and Blockage Ratio on Heat Transfer by an Oscillating Cylinder in a Channel Flow, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2003, Vol. 30, pp. 401-412.
- [20] W. S. Fu and B. H. Tong, Numerical investigation of heat transfer characteristics of the heated blocks in the channel with a transversely oscillating cylinder, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2004, Vol. 47, pp. 341-351.
- [21] H. S. Yoon, J. B. Lee, H. H. Chun, A numerical study on the fluid flow and heat transfer around a circular cylinder near a moving wall, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2007, Vol. 50, pp. 3507-3520.
- [22] Shyy Woei Chang, Forced heat convection in a reciprocating duct fitted with 45 degree crossed ribs, *International Journal of Thermal Sciences*, 2002, Vol. 41, pp. 229-240.
- [23] Shyy Woei Chang, L. M. Su, W. D. Morris, T. M. Liou, Heat transfer in a smooth-walled reciprocating anti-gravity open thermosyphon, *International Journal of Thermal Sciences*, 2003, Vol. 42, pp. 1089-1103.
- [24] Shyy Woei Chang, Yao Zheng, Heat Transfer in Reciprocating Planar Curved Tube With Piston Cooling Application, *ASME Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, 2006, Vol. 128, pp. 219-229.
- [25] Shyy Woei Chang, Che-Chin Lin, Jin-Shuen Liou, Heat transfer in a reciprocating curved square duct fitted with longitudinal ribs, *International Journal of Thermal Sciences*, 2008, Vol. 47, pp. 52-67.
- [26] Horng-Wen Wu, Ruoh-Fei Lay, Chin-Teck Lau, Wen-Jing Wu, Turbulent flow field and heat transfer in a heated circular channel under a reciprocating motion, *Heat and Mass Transfer*, 2004, Vol. 40, pp.769-778.
- [27] Horng-Wen Wu, Chin-Teck Lau, Unsteady turbulent heat transfer of mixed convection in a reciprocating circular ribbed channel, *International Journal of*

- Heat and Mass Transfer, 2005, Vol. 48, pp. 2708-2721.
- [28] L. A. Florio, A. Harnoy, Combination technique for improving natural convection cooling in electronics, *International Journal of Thermal Sciences*, 2006, Vol. 46, pp. 76-92.
- [29] L. A. Florio, A. Harnoy, Use of a vibrating plate to enhance natural convection cooling of a discrete heat source in a vertical channel, *Applied Thermal Engineering*, 2006, Vol. 27, pp. 2276-2293.
- [30] Wu-Shung Fu, Chien-Ping Huang, Effects of a vibrational heat surface on natural convection in a vertical channel flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2006, Vol. 49, pp. 1340-1349.
- [31] Wu-Shung Fu, Chien-Ping Huang, Limitation enhancement of a mixed convection by a vibrational heat surface in a vertical channel, *Heat and Mass Transfer*, 2008, Vol. 44, pp. 717-725.
- [32] Seo Young Kim, Byung Ha Kang, Jae Min Hyun, Forced convection heat transfer from two heated blocks in pulsating channel flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1998, Vol. 41, pp. 625-634.
- [33] V. Damodaran, G. W. Rankin, C. Zhang, Effect of a moving boundary on pulsating flow of incompressible fluid in a tube, *Computational Mechanics*, 1999, Vol. 23, pp. 20-32.
- [34] Tatsuo Nishimura, Naoki Oka, Yoshimichi Yoshinaka, Koji Kunitsuhu, Influence of imposed oscillatory frequency on mass transfer enhancement of grooved channels for pulsatile flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2000, Vol. 43, pp. 2365-2374.
- [35] Jeong Woo Moon, Seo Young Kim, Hyung Hee Cho, Frequency-dependent heat transfer enhancement from rectangular heated block array in a pulsating channel flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2005, Vol. 48, pp.

4904-4913.

- [36] S. M. Saeidi, J. M. Khodadadi, Transient flow and heat transfer leading to periodic state in a cavity with inlet and outlet ports due to incoming flow oscillation, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2007, Vol. 50, pp. 530-538.
- [37] W. F. Noh, "A time-dependent two-space-dimensional coupled Eulerian-Lagrangian code," in: B. Alder, S. Fernbach and M. Rotenberg, eds., *Methods in computational Physics*, Academic Press, New York, Vol. 3, p. 117, 1964.
- [38] C. W. Hirt, A. A. Amsden, and H. K. Cooks, "An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds," *Journal of Computational Physics*, Vol. 14, pp. 227-253, 1974.
- [39] Tony W. H. Sheu, Harry Y. H. Chen, A Transient Analysis of Incompressible Fluid Flow in Vessels with Moving Boundaries, *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, 1999, Vol. 9, pp. 833-846.
- [40] E. Y. K. Ng, W. L. Siau, C. K. Chang, Simulation of oscillatory wall shear stress in channels with moving indentations, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2002, Vol. 54, pp. 1477-1500.
- [41] Ali Beskok, Timothy C. Warburton, An Unstructured hp Finite-Element Scheme for Fluid Flow and Heat Transfer in Moving Domains, *Journal of Computational Physics*, 2001, Vol. 174, 492-509.
- [42] Yong Zhao, Ahmed Forhad, A general method for simulation of fluid flows with moving and compliant boundaries on unstructured grids, *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, 2003, Vol. 192, pp. 4439-4466.
- [43] T. J. R. Hughes, W. K. Liu, T. K. Zimmermann, Lagrangian-Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows, 1981, *Computer Methods*

in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 29, pp. 329-349.

- [44] T. Nomura and T. J. R. Hughes, An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for interaction of fluid and rigid body, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1992, Vol. 95, pp. 115-138.



附錄 A

有限元素法矩陣方程式，解速度場：

$$([A] + [K] + \lambda [L])\{q\} = \{f\}$$

其中

$$[A] = \begin{bmatrix} [A_{11}] & [A_{12}] \\ [A_{21}] & [A_{22}] \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_{11}] & [0] \\ [0] & [K_{22}] \end{bmatrix}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} [L_{11}] & [L_{12}] \\ [L_{21}] & [L_{22}] \end{bmatrix}$$

$$\{f\} = \begin{bmatrix} \{f_u\} \\ \{f_v\} \end{bmatrix}$$

又上列矩陣中的子矩陣分別為

$$[A_{11}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\} \left([N] \{U\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + [N] \{V\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] + \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] \{U\}^m [N] \right) d\Omega \right]$$

$$[A_{12}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \{U\}^m [N] d\Omega \right]$$

$$[A_{21}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] \{V\}^m [N] d\Omega \right]$$

$$[A_{22}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\} \left([N] \{U\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + [N] \{V\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] + \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \{V\}^m [N] \right) d\Omega \right]$$

$$[K_{11}] = \sum_1^{n_e} \left[\frac{1}{\Delta\tau} \int_{\Omega_e} (\{N\} [N]) d\Omega - \int_{\Omega_e} \left(\{N\} [N] \{V\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) d\Omega \right. \\ \left. + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Omega_e} \left(\left\{ \frac{\partial N}{\partial X} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + \left\{ \frac{\partial N}{\partial Y} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) d\Omega \right]$$

$$[K_{22}] = [K_{11}]$$

$$[L_{11}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \left\{ \frac{\partial N}{\partial X} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] d\Omega \right]$$

$$[L_{12}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \left\{ \frac{\partial N}{\partial X} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] d\Omega \right]$$

$$[L_{21}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \left\{ \frac{\partial N}{\partial Y} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] d\Omega \right]$$

$$[L_{22}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \left\{ \frac{\partial N}{\partial Y} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] d\Omega \right]$$

$$\{f_u\} = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\}[N] \left(\{U\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + \{V\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) \{U\}^m d\Omega \right. \\ \left. + \frac{1}{\Delta\tau} \int_{\Omega_e} (\{N\}[N]\{U\}_\tau) d\Omega + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_e} \left(\{N\} \left[\frac{\partial N}{\partial n} \right] \{U\}^m \right) d\Gamma \right]$$

$$\{f_v\} = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\}[N] \left(\{U\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + \{V\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) \{V\}^m d\Omega \right. \\ \left. + \frac{1}{\Delta\tau} \int_{\Omega_e} (\{N\}[N]\{V\}_\tau) d\Omega + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_e} \left(\{N\} \left[\frac{\partial N}{\partial n} \right] \{V\}^m \right) d\Gamma \right]$$

附錄 B

有限元素法矩陣方程式，解溫度場：

$$[M]\{\theta\} = \{r\}$$

其中

$$\begin{aligned}
 [M] = & \sum_1^{n_e} \left[\frac{1}{\Delta\tau} \int_{\Omega_e} (\{N\}[N])d\Omega \right. \\
 & + \int_{\Omega_e} \{N\} \left([N]\{U\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + [N]\{V\} - \{\hat{V}\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) d\Omega \\
 & \left. + \frac{1}{\text{Re Pr}} \int_{\Omega_e} \left(\left\{ \frac{\partial N}{\partial X} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + \left\{ \frac{\partial N}{\partial Y} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) d\Omega \right] \\
 \{r\} = & \sum_1^{n_e} \left[\frac{1}{\Delta\tau} \int_{\Omega_e} (\{N\}[N]\{\theta\}_\tau) d\Omega + \frac{1}{\text{Re Pr}} \int_{\Gamma_e} \left(\{N\} \left[\frac{\partial N}{\partial n} \right] \{\theta\}^m \right) d\Gamma \right]
 \end{aligned}$$

附錄 C

有限元素法矩陣方程式，解速度場和溫度場：

$$([A] + [K] + \lambda [L])\{q\} = \{f\}$$

其中

$$[A] = \begin{bmatrix} [A_{11}] & [A_{12}] & [0] \\ [A_{21}] & [A_{22}] & [0] \\ [A_{31}] & [A_{32}] & [A_{33}] \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_{11}] & [0] & [0] \\ [0] & [K_{22}] & [K_{23}] \\ [0] & [0] & [K_{33}] \end{bmatrix}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} [L_{11}] & [L_{12}] & [0] \\ [L_{21}] & [L_{22}] & [0] \\ [0] & [0] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\{f\} = \begin{bmatrix} \{f_u\} \\ \{f_v\} \\ \{f_t\} \end{bmatrix}$$

矩陣中的子矩陣分別為：

$$[A_{11}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\} \left([N] \{U\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + [N] \{V\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] + \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] \{U\}^m [N] \right) d\Omega \right]$$

$$[A_{12}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \{U\}^m [N] d\Omega \right]$$

$$[A_{21}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] \{V\}^m [N] d\Omega \right]$$

$$[A_{22}] = \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\} \left([N] \{U\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + [N] \{V\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] + \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \{V\}^m [N] \right) d\Omega \right]$$

$$[K_{11}] = \sum_1^{n_e} \left[\frac{1}{\Delta \tau} \int_{\Omega_e} (\{N\} [N]) d\Omega - \int_{\Omega_e} (\{N\} [N] \{V\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right]) d\Omega \right]$$

$$+ \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Omega_e} \left(\left\{ \frac{\partial N}{\partial X} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + \left\{ \frac{\partial N}{\partial Y} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) d\Omega \right]$$

$$[K_{22}] = [K_{11}]$$

$$\begin{aligned}
[K_{23}] &= \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \left(-\{N\} \frac{Gr}{\text{Re}^2} [N] \right) d\Omega \right] \\
[K_{33}] &= \sum_1^{n_e} \left[\frac{1}{\Delta\tau} \int_{\Omega_e} (\{N\}[N]) d\Omega - \int_{\Omega_e} \left(\{N\}[N] \left\{ \hat{V} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) d\Omega + \frac{1}{\text{Re Pr}} \int_{\Omega_e} \left(\left\{ \frac{\partial N}{\partial X} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + \left\{ \frac{\partial N}{\partial Y} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) d\Omega \right] \\
[L_{11}] &= \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \left\{ \frac{\partial N}{\partial X} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] d\Omega \right] \\
[L_{12}] &= \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \left\{ \frac{\partial N}{\partial X} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] d\Omega \right] \\
[L_{21}] &= \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \left\{ \frac{\partial N}{\partial Y} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] d\Omega \right] \\
[L_{22}] &= \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \left\{ \frac{\partial N}{\partial Y} \right\} \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] d\Omega \right] \\
\{f_u\} &= \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\}[N] \left(\{U\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + \{V\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) \{U\}^m d\Omega \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\Delta\tau} \int_{\Omega_e} (\{N\}[N] \{U\}_\tau) d\Omega + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_e} \left(\{N\} \left[\frac{\partial N}{\partial n} \right] \{U\}^m \right) d\Gamma \right] \\
\{f_v\} &= \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\}[N] \left(\{U\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + \{V\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) \{V\}^m d\Omega \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\Delta\tau} \int_{\Omega_e} (\{N\}[N] \{V\}_\tau) d\Omega + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Gamma_e} \left(\{N\} \left[\frac{\partial N}{\partial n} \right] \{V\}^m \right) d\Gamma \right] \\
\{f_\theta\} &= \sum_1^{n_e} \left[\int_{\Omega_e} \{N\}[N] \left(\{U\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial X} \right] + \{V\}^m \left[\frac{\partial N}{\partial Y} \right] \right) \{\theta\}^m d\Omega \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\Delta\tau} \int_{\Omega_e} (\{N\}[N] \{\theta\}_\tau) d\Omega + \frac{1}{\text{Re Pr}} \int_{\Gamma_e} \left(\{N\} \left[\frac{\partial N}{\partial n} \right] \{\theta\}^m \right) d\Gamma \right]
\end{aligned}$$

附錄 D

The analysis of uncertainty for Nusselt number (for $Re = 300$, $Gr/Re^2 = 0.81$, $\Delta T_w = 20^\circ\text{C}$, $F_c = 0.2$)

The Nusselt number is expressed as $\overline{Nu} = \frac{Q_{air}}{A_h \Delta T_w} \cdot \frac{w}{k}$, and the uncertainty for \overline{Nu} is

estimated as follows.

$$\frac{\delta \overline{Nu}}{\overline{Nu}} = \left[\left(\frac{\delta Q_{air}}{Q_{air}} \right)^2 + \left(\frac{\delta w}{w} \right)^2 + \left(-\frac{\delta A_h}{A_h} \right)^2 + \left(-\frac{\delta \Delta T_w}{\Delta T_w} \right)^2 + \left(-\frac{\delta k_a}{k_a} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{D-1})$$

1. The uncertainty for heat energy dissipated by a mixed convection

Q_{air} is the heat energy dissipated by a mixed convection, and can be expressed as the following equation.

$$Q_{air} = Q_{in} - Q_{loss} - Q_{712 \rightarrow 711} - Q_{712 \rightarrow 713} - Q_{712 \rightarrow 714} - Q_{712 \rightarrow 715} = 0.181 \text{ (Watt)} \quad (\text{D-2})$$

And the uncertainty for Q_{air} is

$$\frac{\delta Q_{air}}{Q_{air}} = \left[\left(\frac{Q_{in}}{Q_{air}} \frac{\delta Q_{in}}{Q_{in}} \right)^2 + \left(\frac{Q_{loss}}{Q_{air}} \frac{\delta Q_{loss}}{Q_{loss}} \right)^2 + \left(\frac{Q_{712 \rightarrow 711}}{Q_{air}} \frac{\delta Q_{712 \rightarrow 711}}{Q_{712 \rightarrow 711}} \right)^2 + \left(\frac{Q_{712 \rightarrow 713}}{Q_{air}} \frac{\delta Q_{712 \rightarrow 713}}{Q_{712 \rightarrow 713}} \right)^2 + \left(\frac{Q_{712 \rightarrow 714}}{Q_{air}} \frac{\delta Q_{712 \rightarrow 714}}{Q_{712 \rightarrow 714}} \right)^2 + \left(\frac{Q_{712 \rightarrow 715}}{Q_{air}} \frac{\delta Q_{712 \rightarrow 715}}{Q_{712 \rightarrow 715}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{D-3})$$

A. The uncertainty for input heat energy

The input heat energy is

$$Q_{in} = V \times I = 2.5 \times 0.127 = 0.3175 \text{ (Watt)}. \quad (\text{D-4})$$

The minimum sensitivities of the multimeters for voltage and current probing are 0.001V and 0.001A, respectively. Then the uncertainty for input heat energy can be calculated as following equation.

$$\frac{\delta Q_{in}}{Q_{in}} = \left[\left(\frac{\delta V}{V} \right)^2 + \left(\frac{\delta I}{I} \right)^2 \right]^{1/2} = \left[\left(\frac{0.0005}{2.5} \right)^2 + \left(\frac{0.0005}{0.127} \right)^2 \right]^{1/2} = 0.39\%$$

(D-5)

B. The uncertainty for heat energy dissipated by heat conduction mode

From the equation of heat conduction $Q_{lose} = k_b \times A_b \times dT/dy$, the uncertainty for heat energy dissipated by heat conduction mode can be expressed as

$$\frac{\delta Q_{lose}}{Q_{lose}} = \left[\left(\frac{\delta k_b}{k_b} \right)^2 + \left(\frac{\delta A_b}{A_b} \right)^2 + \left(\frac{\delta dT}{dT} \right)^2 + \left(-\frac{\delta dy}{dy} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (D-6)$$

where k_b and A_b are the conductivity and area of the balsawood, respectively.

(1) The conductivity of the balsawood is estimated from the table of physical prosperities of material, therefore the uncertainty for conductivity of the balsawood is approached to 0.

(2) The dimensions of the balsawood are 62.00mm by 12.00mm and the minimum grid of the vernier caliper is 0.05mm. The uncertainty for the area of the balsawood is

$$\frac{\delta A_b}{A_b} = \left[\left(\frac{0.025}{62.00} \right)^2 + \left(\frac{0.025}{12.00} \right)^2 \right]^{1/2} = 0.21\%. \quad (D-7)$$

(3) The maximum temperature difference in experiments is 45.7-43.8=1.9°C and the measuring accuracy of DA2500E is 0.1°C. Therefore, the uncertainty for temperature difference is expressed as follow equation.

$$\frac{\delta dT}{dT} = \left[\left(\frac{0.05}{1.9} \right)^2 \right]^{1/2} = 2.63\% \quad (D-8)$$

(4) The thickness of balsawood is 1.5mm and the minimum grid of the vernier caliper is 0.05mm. The uncertainty for the thickness of balsawood is

$$\frac{\delta dy}{dy} = \left[\left(\frac{0.025}{1.5} \right)^2 \right]^{1/2} = 1.66\%. \quad (D-9)$$

According to the above derivations, the uncertainty for heat energy dissipated by heat conduction mode is calculated as follows.

$$\frac{\delta Q_{lose}}{Q_{lose}} = \left[(0)^2 + (0.21\%)^2 + (2.63\%)^2 + (-1.66\%)^2 \right]^{1/2} = 3.12\% \quad (D-10)$$

C. The uncertainty for the heat transfer between heaters (711) and (712)

From the heat conduction equation, $Q_{742 \rightarrow 741} = k_m \times A_m \times dT / dx$, the uncertainty for the heat transfer between heater 1 and heater 2 can be written as

$$\frac{\delta Q_{712 \rightarrow 711}}{Q_{712 \rightarrow 711}} = \left[\left(\frac{\delta k_m}{k_m} \right)^2 + \left(\frac{\delta A_m}{A_m} \right)^2 + \left(\frac{\delta dT}{dT} \right)^2 + \left(-\frac{\delta dx}{dx} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (D-11)$$

where k_m and A_m are the conductivity of thermal conductive adhesive and the contacting area of two heaters.

- (1) The conductivity of thermal conductive adhesive, OB200, is obtained from user manual, therefore the uncertainty is approaching to 0.
- (2) The contacting area of two heaters is 62.00mm by 2.00mm, and the minimum grid of the vernier caliper is 0.05mm. Thus the uncertainty for contacting area is

$$\frac{\delta A_m}{A_m} = \left[\left(\frac{0.025}{62.00} \right)^2 + \left(\frac{0.025}{2} \right)^2 \right]^{1/2} = 1.25\%. \quad (D-12)$$

- (3) The temperature difference between two heaters is regarded as isothermal condition, and then the uncertainty for temperature difference dT is 0.
- (4) The thickness of thermal conductive adhesive is 1.5mm, and the minimum grid of the vernier caliper is 0.05mm. The uncertainty for thickness of thermal conductive adhesive is written as

$$\frac{\delta dx}{dx} = \left[\left(\frac{0.025}{1.5} \right)^2 \right]^{1/2} = 1.67\% \quad (D-13)$$

From the above derivations, the uncertainty for the heat transfer between heater 711 and heater 712 is written as following equation.

$$\frac{\delta Q_{712 \rightarrow 711}}{Q_{712 \rightarrow 711}} = \left[(0)^2 + (1.25\%)^2 + (0)^2 + (-1.67\%)^2 \right]^{1/2} = 2.08\% \quad (D-14)$$

D. Similarly, the uncertainties for the heat transfer between the heaters (712) and (713), (712) and (714), (712) and (715) are 2.08%, 2.1%, 2.1%, respectively.

2. The uncertainty for the width of reciprocating channel

The width of \sqsubset shape channel is 29.90mm, and the minimum grid of the vernier caliper is 0.05mm. The uncertainty for the width of testing channel is written as following equation,

$$\frac{\delta w}{w} = \left[\left(\frac{0.025}{29.90} \right)^2 \right]^{1/2} = 0.08\% . \quad (D-15)$$

3. The uncertainty for the area of heaters

The area of heaters is 62.00mm by 12.00mm, and the minimum grid of the vernier caliper is 0.05mm. Then the uncertainty for the area of heaters can be written as

$$\frac{\delta A_h}{A_h} = \left[\left(\frac{0.025}{62.00} \right)^2 + \left(\frac{0.025}{12.00} \right)^2 \right]^{1/2} = 0.21\% \quad (D-16)$$

4. The uncertainty for temperature difference between heaters and environment

The maximum temperature difference is 19.9°C, and the accuracy of DA2500E is 0.1°C. The temperature difference less than 0.3°C is regarded as isothermal condition, and then the uncertainty for temperature difference between heaters and environment is written as

$$\frac{\delta \Delta T_w}{\Delta T_w} = \left[\left(\frac{0.3}{19.9} \right)^2 \right]^{1/2} = 1.51\% \quad (D-17)$$

5. The uncertainty for conductivity of working fluid

The conductivity of working fluid, air, is known from material chart, then the uncertainty for conductivity of working fluid is approaching 0.

Substituting the above derivations into equation (A-1), the uncertainty for \overline{Nu} is then estimated as following equation.

$$\begin{aligned} \frac{\delta \overline{Nu}}{\overline{Nu}} &= \left[\left(\frac{\delta Q_{air}}{Q_{air}} \right)^2 + \left(\frac{\delta w}{w} \right)^2 + \left(-\frac{\delta A_h}{A_h} \right)^2 + \left(-\frac{\delta \Delta T_w}{\Delta T_w} \right)^2 + \left(-\frac{\delta k_a}{k_a} \right)^2 \right]^{1/2} \\ &= \left[(1.12\%)^2 + (0.08\%)^2 + (-0.21\%)^2 + (-1.51\%)^2 + (0\%)^2 \right]^{1/2} \\ &= 1.89\% \end{aligned} \quad (D-18)$$

The analysis of uncertainty for Reynolds number

The Reynolds number is expressed as $Re = \frac{v_0 \cdot w}{\nu}$, then the uncertainty for Reynolds number can be written as following equation.

$$\frac{\delta Re}{Re} = \left[\left(\frac{\delta v_0}{v_0} \right)^2 + \left(\frac{\delta w}{w} \right)^2 + \left(-\frac{\delta v}{v} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (D-19)$$

1. The uncertainty for inlet velocity of working fluid

The inlet velocity is estimated by equation $v_0 = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\dot{Q}}{w \cdot z}$, where A is the cross section area of the channel and z is the height of the channel. According to the uncertainty equation, the uncertainty for inlet velocity of working fluid can be estimated as following equation,

$$\frac{\delta v_0}{v_0} = \left[\left(\frac{\delta \dot{Q}}{\dot{Q}} \right)^2 + \left(-\frac{\delta w}{w} \right)^2 + \left(-\frac{\delta z}{z} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (D-20)$$

\dot{Q} is the volume flow rate measured by a flow meter, and the accuracy is 20cc/s. w and z are 29.90mm and 120.7mm, respectively. Then Eq. (A-20) can be written as

$$\frac{\delta v_0}{v_0} = \left[\left(\frac{10}{560} \right)^2 + \left(-\frac{0.025}{29.90} \right)^2 + \left(-\frac{0.025}{120.7} \right)^2 \right]^{1/2} = 1.78\% \quad (D-21)$$

2. The uncertainty for the width of channel

The width of channel is 29.90mm, and the minimum grid of the vernier caliper is 0.05mm. The uncertainty for the width of testing channel is written as following equation,

$$\frac{\delta w}{w} = \left[\left(\frac{0.025}{29.90} \right)^2 \right]^{1/2} = 0.08\% \quad (D-22)$$

3. The uncertainty for kinetic viscosity of working fluid

The kinetic viscosity of working fluid, air, is known from material chart, then the uncertainty for kinetic viscosity of working fluid is approaching to 0.

Substituting the above derivations into equation (A-19), the uncertainty for Re is then estimated as follow

$$\frac{\delta Re}{Re} = \left[(1.78\%)^2 + (0.08\%)^2 + (0\%)^2 \right]^{1/2} = 1.78\% \quad (D-23)$$

The analysis of uncertainty for non-dimensional reciprocating amplitude

The non-dimensional reciprocating amplitude is written as $L_c = l_c/w$, then the uncertainty for non-dimensional amplitude can be expressed as following equation.

$$\frac{\delta L_c}{L_c} = \left[\left(\frac{\delta l_c}{l_c} \right)^2 + \left(-\frac{\delta w}{w} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (D-24)$$

The reciprocating amplitude l_c is 30.5mm, and the minimum grid of the vernier caliper is 0.05mm.

$$\frac{\delta l_c}{l_c} = \left[\left(\frac{0.025}{30.5} \right)^2 \right]^{1/2} = 0.08\% \quad (D-25)$$

From equations mentioned above, the uncertainty for width of channel is 0.08%. Then the uncertainty for non-dimensional reciprocating amplitude can be estimated as following equation.

$$\frac{\delta L_c}{L_c} = \left[(0.08\%)^2 + (-0.08\%)^2 \right]^{1/2} = 0.11\% \quad (D-26)$$

The analysis of uncertainty for non-dimensional reciprocating frequency

The non-dimensional reciprocating frequency is written as $F_c = f_c \cdot w/v_0$, then the uncertainty for non-dimensional frequency can be expressed as following equation.

$$\frac{\delta F_c}{F_c} = \left[\left(\frac{\delta f_c}{f_c} \right)^2 + \left(\frac{\delta w}{w} \right)^2 + \left(-\frac{\delta v_0}{v_0} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (D-27)$$

It is taken 120 seconds for the channel to reciprocate 120 times, and the minimum time interval for the timer is 0.1 second. Therefore the uncertainty for reciprocating frequency is as follows.

$$\frac{\delta f_c}{f_c} = \left[\left(\frac{0.05}{120} \right)^2 \right]^{1/2} = 0.04\% \quad (D-28)$$

The uncertainties for the width of channel and inlet velocity of working fluid are mentioned above. Then the uncertainty for Reynolds number is estimated as follows.

$$\frac{\delta F_c}{F_c} = \left[(0.04\%)^2 + (0.08\%)^2 + (-1.79\%)^2 \right]^{1/2} = 1.79\% \quad (D-29)$$

The analysis of uncertainty for Gr/Re^2

The uncertainty for Gr/Re^2 is expressed as following equation.

$$\frac{\delta(Gr/Re^2)}{(Gr/Re^2)} = \left[\left(\frac{\delta g}{g} \right)^2 + \left(\frac{\delta \beta}{\beta} \right)^2 + \left(\frac{\delta \Delta T_w}{T_w} \right)^2 + \left(\frac{\delta w}{w} \right)^2 + \left((-2) \times \frac{\delta v_o}{v_o} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (D-30)$$

The earth gravity and expansion coefficient are both known from material chart, therefore the uncertainties are limited to 0. The uncertainties for the temperature difference, width of channel and inlet velocity of working fluid are mentioned above, and are 1.5%, 0.08% and 1.79%, respectively. Then the equation (A-30) can be estimated as follows.

$$\begin{aligned} \frac{\delta(Gr/Re^2)}{(Gr/Re^2)} &= \left[\left(\frac{\delta g}{g} \right)^2 + \left(\frac{\delta \beta}{\beta} \right)^2 + \left(\frac{\delta \Delta T_w}{T_w} \right)^2 + \left(\frac{\delta w}{w} \right)^2 + \left((-2) \times \frac{\delta v_o}{v_o} \right)^2 \right]^{1/2} \\ &= \left[(0)^2 + (0)^2 + (1.5\%)^2 + (0.08\%)^2 + ((-2) \times 1.79\%)^2 \right]^{1/2} \\ &= 3.88\% \end{aligned} \quad (D-31)$$



期刊論文與研討會文章

1. 傅武雄, 鄭滄棋, 連信宏, 2005. 12, “移動物體之可視化”, 中華民國力學學會第二十九屆全國力學會議, pp. B006-1~B006-8.
2. 傅武雄, 余政倫, 連信宏, 2006. 11, “往復式冷卻渠道之熱流實驗“, 中國機械工程學會第二十三屆全國學術研討會
3. Fu, W. S., Lian, S. H., Liao., Y. H., 2006, “An investigation of heat transfer of a reciprocating piston” International Journal of Heat and Mass Transfer, 49, pp. 4360-4371.
4. 傅武雄, 連信宏, 賴昱志, 2007. 08, “A numerical analysis in improving heat transfer efficiency on the crown of the piston”, 第十四屆全國計算流體力學學術研討會
5. Fu, W. S., Lian, S. H., Lai, Y. C., 2009, “A mixed convection in a reciprocating \square shape channel with opposite direction of gravity and inlet cooling fluids”, Heat and Mass Transfer, 45, pp. 679-692.
6. Fu, W. S., Lian, S. H., Lin, C. L., Yang, C. L., 2009, “An experimental investigation of a mixed convection in a \square shape channel subject to a reciprocating motion”, International Journal of Heat and Mass Transfer, 52, pp. 3613-3627.
7. Fu, W. S., Lian, S. H., Lai, Y. C., 2009, “An investigation of a mixed convection in a \square shape moving with a reciprocating motion,” International Communication in Heat and Mass Transfer(Accepted)
8. Fu, W. S., Lian, S. H., Chen, Y. Y., Yu, Z. L., Huang, C. P., 2009, “An experimental investigation of forced convection heat transfer of a Π shape channel under a reciprocating motion,” Heat and Mass Transfer(Under Review).