

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

明渠超臨界流交波現象模擬之分析

Numerical Simulation on Cross Wave of Supercritical Flow in
Open Channel

研究生：陳建華

指導教授：楊錦釗 博士

謝德勇 博士

中華民國九十六年七月

明渠超臨界流交波現象模擬之分析

Numerical Simulation on Cross Wave of Supercritical Flow in
Open Channel

研究生：陳建華
指導教授：楊錦釗
謝德勇

Student: Chien-Hua Chen
Advisor: Jinn-Chuang Yang
Te-Yung Hsieh

國立交通大學
土木工程研究所



A Thesis Submitted to Civil Engineering
College of Engineering
Nation Chiao Tung University
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master
in
Civil Engineering
July 2007
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年七月

謝 誌

承蒙恩師 楊教授錦釗與謝博士德勇於論文研究期間之悉心指導，使得本論文得以順利完成，在此謹致由衷的敬意與感謝。在論文審定期間，感謝口試委員許教授少華與鄧教授慰先之細心匡正與寶貴建議，使本論文更臻完善；此外，亦感謝葉教授克家與許博士勝田於課業上之傳授，讓學生受益良多。

感謝就學期間研究室東霖學長、祥禎學長、夢祺學長、胤隆學長、昇學學長、世偉學長、浩榮學長、欣瑜學姊於課業與生活上的提攜與照顧，亦感謝同學柏宏、宗明、歆婷、偉國、宥達、雅婷的相互砥礪與扶持，及學弟妹俊哲、冠顯、靜如、仙蕓、思廷、佑民、仁凱、誠達平時的幫忙協助。

最後僅以本論文獻給我親愛的父母、大哥、小妹、女友純絹及其家人，感謝你們長久以來對我的關心與支持，讓我得以在無後顧之憂下完成論文，我所有的一切來自於你們無止境的付出與關愛，謝謝你們。

明渠超臨界流交波現象模擬之分析

學生：陳建華

指導教授：楊錦釗
謝德勇

國立交通大學土木工程學系

摘 要

本研究旨在發展一起臨界流二維水理模式，以分析交波之流況。延續謝(2003)所發展之水深平均二維模式，增加不同流況邊界條件設定的功能，使模式能進行超臨界流、亞臨界流、混合流況的模擬。在數值處理上，採用雙階分割操作趨近法，將控制方程式分割成延散步驟和傳播步驟兩個步驟進行求解；在數值差分上則採用隱式法，使模式可以採用較大的演算間距。為驗證模式的合理性與正確性，分別採用直線道的水躍與潰壩案例，彎道的亞臨界流、超臨界流、混合流等案例，進行模式功能展示與模擬正確性的驗證工作。

本研究在交波現象模擬過程中，直線道部分採用 Ippen 等(1951)的束縮渠道，彎道部分採用 Reinauer 等(1997)所做的實驗進行分析。模擬參數之敏感度分析顯示，格網數目與格網正交性會對模擬結果產生影響；此外，在採用 de Vriend(1977)的流速剖面下，不考慮二次流效應的彎道交波之模擬結果更為接近實驗值。最後擇用較適當之參數進行交波現象模擬與分析。

關鍵字：水深平均二維模式、交波、超臨界流、彎道、二次流

Numerical Simulation on Cross Wave of Supercritical Flow in Open Channel

Student : Chien-Hua Chen

Advisors : Jinn-Chuang Yang

Te-Yung Hsieh

Department of Civil Engineering

National Chiao-Tung University

ABSTRACT

The purpose of this study is to develop a 2D depth-averaged flow model to analyze the cross-wave phenomenon in supercritical flow condition. The model developed herein extends Hsieh's (2003) 2D depth-averaged model with the capability of dealing with various types of boundary condition to handle the supercritical, subcritical and mixed flow problems. The split-operator procedure involves two steps, in which one is the dispersion step, and the other one is propagation step including the pressure and bed friction terms, is used to solve the flow equations. Implicit scheme is adopted to relax the time interval restriction. The hydraulic jump and dam break cases in straight channels and subcritical, supercritical and mixed flow cases in curved channels have been studied to demonstrate the capability and accuracy of the proposed model.

The experimental data of Ippen et al. (1951) in straight channel, and Reinauer and Hager (1997) in curved channel are adopted and simulated by the proposed model to analyze the cross-wave phenomenon. The sensitivity analysis is performed to analyze the effect level of numerical parameters and the results indicate that the cross-wave simulation is influenced significantly by grid numbers and grid orthogonality. Based on the velocity profile proposed by de Vriend (1977), the simulation results without considering the secondary effect shows better agreement in comparison with experimental data. Finally, the

appropriate numerical parameters mentioned previously are adopted ; and the comparison of simulation results with the experimental data is quite convincing.

Key words : depth-averaged 2D model, cross wave ,supercritical flow, curved channel, secondary current



目錄

致謝	I
中文摘要	II
英文摘要	III
目錄	V
表目錄	VII
圖目錄	VIII
符號表	XI
第一章 緒論	1
1.1 研究動機與方向	1
1.2 文獻回顧	1
1.3 研究目的	2
1.4 章節介紹	2
第二章 理論基礎	7
2.1 控制方程式	7
2.2 輔助方程式	8
2.3 邊界條件	10
第三章 數值架構	14
3.1 雙階分割操作趨近法	14
3.2 數值差分式	16
第四章 模式展示及驗證	19
4.1 直線道	19
4.1.1 水躍案例	19
4.1.2 潰壩案例	20
4.2 彎道	20

4.2.1 亞臨界流案例.....	20
4.2.2 超臨界流案例.....	21
4.2.3 混合流案例.....	22
第五章 渠道交波現象模擬與分析.....	33
5.1 直線道.....	33
5.1.1 參數敏感度分析.....	33
5.1.2 渠道束縮段超臨界流模擬分析.....	36
5.2 彎道.....	38
5.2.1 參數敏感度分析.....	38
5.2.2 彎道超臨界流模擬分析.....	41
第六章 結論與建議.....	67
6.1 結論.....	68
6.2 建議.....	69
參考文獻.....	70



表目錄

表 2.1 開放邊界處理原則表.....	12
表 5.1(a) 直線道格網數影響均方根差比較表.....	43
表 5.1(b) 直線道格網數影響相關係數比較表.....	43
表 5.1(c) 直線道格網數影響信賴指標比較表.....	44
表 5.2(a) 彎道格網數影響均方根差比較表.....	44
表 5.2(b) 彎道格網數影響相關係數比較表.....	45
表 5.2(c) 彎道格網數影響信賴指標比較表.....	45
表 5.3 彎道二次流效應影響各項指標比較表.....	46



圖目錄

圖 1.1 渠道斜震波與波前線示意圖.....	4
圖 1.2 參數 F_1 、 θ 、 β_0 、 y_1/y_0 與 F_0 間關係圖.....	5
圖 1.3 直線型束縮段斜震波示意圖.....	5
圖 1.4 彎道幾何形狀示意圖.....	6
圖 2.1 彎道二次流示意圖.....	13
圖 3.1 控制體積法示意圖(a)實際區域；(b)計算區域.....	18
圖 4.1 水躍案例模擬與試驗水位沿渠道中心線比較圖.....	24
圖 4.2 潰壩案例初始條件示意圖.....	24
圖 4.3 潰壩案例第 20 秒水深狀態.....	25
圖 4.4 潰壩案例第 40 秒水深狀態.....	25
圖 4.5 潰壩案例第 20 秒流速分布圖.....	26
圖 4.6 潰壩案例第 40 秒流速分布圖.....	26
圖 4.7 de Vriend(1977)案例渠道示意圖.....	27
圖 4.8 de Vriend(1977)案例沿渠道無因次水位比較圖.....	27
圖 4.9 de Vriend(1977)案例二維與三維模式沿渠道無因次水位比較圖.....	28
圖 4.10 Ippen(1951)案例模擬渠道示意圖.....	28
圖 4.11 Ippen(1951)案例外岸模擬水位與實際結果比較圖.....	29
圖 4.12 Ippen(1951)案例內岸模擬水位與實際結果比較圖.....	29
圖 4.13 Ye(2006)案例渠道形狀示意圖.....	30
圖 4.14 Ye(2006)案例彎道斜檻布置示意圖.....	31
圖 4.15 Ye(2006)案例彎道斜檻計算網格建立示意圖.....	31
圖 4.16 Ye(2006)案例第一彎道模擬水位與實驗值比較圖.....	32
圖 4.17 Ye(2006)案例第二彎道模擬水位與實驗值比較圖.....	32
圖 5.1 直線型束縮段渠道平面圖.....	47

圖 5.2 束縮渠道格網數目對最高水位之影響圖.....	48
圖 5.3 束縮渠道格網數目對最高水位發生位置之影響圖.....	48
圖 5.4 束縮渠道正交與非正交格網示意圖.....	49
圖 5.5 束縮渠道格網正交性對模擬水位影響圖.....	50
圖 5.6 束縮段渠道曼寧 n 值對最高水位影響圖.....	51
圖 5.7 束縮段渠道曼寧 n 值對最高水位發生位置影響圖.....	51
圖 5.8 不同曼寧 n 值沿渠道中心線模擬水位圖.....	52
圖 5.9 不同曼寧 n 值沿渠道邊牆模擬水位圖.....	52
圖 5.10(a) 束縮渠道實驗等高線圖(單位：英尺).....	53
圖 5.10(b) 束縮渠道模擬等高線圖(單位：英尺).....	53
圖 5.11 束縮渠道模擬水位立體圖.....	53
圖 5.12 束縮渠道模擬與試驗水位沿渠道中心線比較圖.....	54
圖 5.13 束縮渠道模擬與試驗水位沿渠道邊牆比較圖.....	54
圖 5.14 Reinauer(1997)案例幾何形狀示意圖.....	55
圖 5.15 彎道格網細長比對最高水位之影響圖.....	56
圖 5.16 彎道格網細長比對最高水位發生位置之影響圖.....	56
圖 5.17 彎道格網數目對最高水位之影響圖.....	57
圖 5.18 彎道格網數目對最高水位發生位置之影響圖.....	57
圖 5.19(a) 彎道正交格網與非正交格網比較圖(案例 1).....	58
圖 5.19(b) 彎道正交格網與非正交格網比較圖(案例 2).....	58
圖 5.19(c) 彎道正交格網與非正交格網比較圖(案例 3).....	59
圖 5.20 彎道格網正交性影響圖(外岸水深).....	60
圖 5.21 彎道格網正交性影響圖(內岸水深).....	60
圖 5.22 彎道外岸二次流效應影響圖.....	61
圖 5.23 彎道內岸二次流效應影響圖.....	61

圖 5.24 Knapp(1951)案例二次流效應影響外岸無因次模擬水位圖	62
圖 5.25 Knapp(1951)案例二次流效應影響內岸無因次模擬水位圖	62
圖 5.26 無因次最高水位與福祿數關係圖	63
圖 5.27 最高水位發生位置與福祿數關係圖	63
圖 5.28 彎道外岸曼寧 n 值測試圖($Fr = 3$)	64
圖 5.29 彎道內岸曼寧 n 值測試圖($Fr = 3$)	64
圖 5.30 彎道外岸曼寧 n 值率定圖($Fr = 3$)	65
圖 5.31 彎道內岸曼寧 n 值率定圖($Fr = 3$)	65
圖 5.32 Reinauer 和 Hager(1997)案例模擬水位圖($Fr = 4$)	66
圖 5.33 彎道外岸模擬結果圖($Fr = 4$)	67
圖 5.34 彎道內岸模擬結果圖($Fr = 4$)	67



符號表

b = 渠道寬度；

b_1 = 上游渠道寬度；

b_2 = 下游渠道寬度；

Cr = Courant number；

C_f = 摩擦係數；

C_0 = 常數；

c = Chezy 係數；

d = 水深；

g = 重力加速度；

H = 平均水深；

H_1 = 上游水深；

H_2 = 下游水深；

h_{\max} = 渠道中最大水深值；

h_1 、 h_2 = ξ 、 η 方向轉換係數；

k = von Karman's 係數；

k_g = 幾何信賴指標

k_s = 統計信賴指標

L = 渠道長度；

N = 模擬案例總計算格點數目；

n = 曼寧糙度係數；

R = 水力半徑；

R_c = 渠道中心線平均曲率半徑；

r = 曲率半徑；



r_c = 渠道中心線曲率半徑；

SI = 二次流強度因子；

S_0 = 渠道坡度；

q = 單寬流量；

q_ξ = ξ 方向單寬流量；

q_η = η 方向單寬流量；

T_{11} 、 T_{12} 、 T_{22} = 有效剪應力項；

t = 時間；

U = ξ 方向平均速度；

u = ξ 方向速度；

u_w = 近固體邊界的水深平均速度；

u_* = 剪力速度；

V = η 方向平均速度；

V_{t1} = 斜震波前平行波前線的流速；

V_{t2} = 斜震波後平行波前線的流速；

V_{n1} = 斜震波前平行波前線的流速；

V_{n2} = 斜震波後平行波前線的流速；

v = η 方向速度；

X_i = 某一時刻實驗值；

Y_i = X_i 相對應之模擬結果；

y_w = 固體邊界與鄰近固體邊界格點的距離；

z_s = 水面高程；

z_{sm} = 平均水面高程；

ε_1 、 ε_2 = ξ 、 η 方向之亂流傳輸係數；

μ = 流體動力黏滯係數；



ν_l = 層流黏滯係數；
 ν_t = 亂流黏滯係數；
 ρ = 流體密度；
 ρ_a = 相對曲率；
 ρ_c = 相關係數；
 τ_{b_1} 、 τ_{b_2} = 底床剪應力在 ξ 與 η 方向之分量；
 τ_{\max} = 無因次化最大水深(詳細說明如 5.2.1)；
 τ_{\min} = 無因次化最小水深(詳細說明如 5.2.1)；
 $\Delta\theta$ = 邊牆偏向角；
 θ_{\max} = 最大水深發生位置；
 Θ_{\max} = 無因次化最大水深(詳細說明如 5.2.1)；
 Θ_{\min} = 無因次化最小水深(詳細說明如 5.2.1)；
 \bar{S} = 無因次化渠道長度(詳細說明如 4.2.1)；
 β_0 = 斜震波折角；
 ξ 、 η = 平面上兩正交曲線座標方向；
 ζ = 距離底床之高度與水深之比值；
 Δt = 時間間距；
 Δx 、 Δy = ξ 、 η 方向之格網間距。

上標

m = 疊代次數；
 n = $n\Delta t$ 時刻之已知變數；
 $n+1$ = $(n+1)\Delta t$ 時刻之未知變數；
 $n+1/2$ = $(n+1)\Delta t$ 與 $n\Delta t$ 間之未知變數；
 $(\bar{\quad})$ = 時間平均；

$(\bar{\quad})$ = 水深平均；

$(\hat{\quad})$ = 變數的平均數；

(\cdot) = 時間平均瞬時擾動量。

下標

c = 模擬值；

M = A 、 D 之中點值；

m = 實驗值；

s = 變數在水面的值；

b = 變數在底床的值；

w = 變數在邊牆上的值。



第一章 緒論

1.1 研究動機與方向

一般而言，在亞臨界流流況中，多關注於水位沿程的變化，對於渠道橫斷面水位常視為等高；但這樣的情況對於超臨界流來說並不適用，因為超臨界流流速快，易受邊牆幾何因素的作用力影響，而發生斜水躍(oblique hydraulic jump)或交波(cross wave)現象，流況遠較亞臨界流複雜。因此本研究將發展二維超臨界流水理模式，並針對渠道超臨界流所形成的交波現象進行模擬，希冀可以提供未來水利防災與水利工程設計參考。

1.2 文獻回顧

Karman(1938)假設跨越波前線時比能水頭不變，推導出邊牆偏向角(θ)與流速及水深的關係，相關參數示意如圖 1.1；Ippen 與 Knapp(1938)假設水流穿越波前線後流速不變，在邊牆小偏向角下，求出內外岸水位高程解析解；Ippen(1951)利用四象限圖解法決定斜震波後的水深與波角，如圖 1.2；Sturm(1985)推導束縮段斜震波之理論公式，並提出在不同福祿數下，束縮比(b_2/b_1)與邊牆偏向角(θ)的關係圖，相關參數示意如圖 1.3；而 Jimenez 與 Chaudhry(1988)利用二階精度的 MacCormack 方法，並在模式中加入人工黏滯項以求解自由水面的問題，應用求解渠道束縮段斜震波的水深情形；Rahman 與 Chaudhry(1997)將調適格網(adapted grid)方法應用在渠道束縮段超臨界流況的模擬，以提升模擬的精度；為了解決模式運算中所產生的數值震盪，鄧氏與鄭氏(1997)利用修正型 MacCormack 三階段顯示差分法進行模式之建立，對於模擬震波發生位置與強度，有很好的效果；Kruger(2006)引進垂向流速、流量與壓力分佈曲線，經深度平均後得到修正後的淺水波方程式，分別應用於渠道束縮段超臨界流與主流交會處，均得到很好的結果。

除了上述直線渠道的探討外，亦有一些研究探討超臨界流在彎道中的行為。Marchi(1988)在蜿蜒 90° 的彎道渠槽中，針對不同渠道相對曲率(relative curvature) ρ_a ($\rho_a = b/r_c$)進行實驗，相關參數示意如圖 1.4，發現在較小福祿數或是較大渠道相對曲率情況下，易發生頸塞流況(choking flow)；Poggi(1956)針對較小相對曲率渠道進行試驗，並與 Ippen 和 Knapp(1938)所提出的解析解作比較，得到吻合的結果；而 Sananes 與 Acatay(1962)發現當渠道相對曲率越大($\rho_a > 0.04$)時，Ippen 和 Knapp(1938)解析解估算之最大波峰的水深及其位置的誤差會越來越大；Reinauer 和 Hager(1997)針對蜿蜒 51° 的矩形彎道進行試驗，歸納出彎道內最大水深為相對曲率及福祿數的參數；在數值計算方面，Elli 與 Pender(1982)先忽略摩擦項與重力項，以特性法求解，Elli(1985a, b)再將此兩項納入計算中考量，結果顯示後者與實驗值較為接近。

1.3 研究目的

本研究目的旨在延續謝(2003)所發展之水深平均二維模式，增加不同流況邊界條件設定的功能，使模式能進行亞臨界流、超臨界流及混合流況的模擬工作，讓此模式的模擬功能更趨完備。

本研究重點著重在渠道中交波的模擬，因此除了分析直線道之交波現象外，亦特別針對文獻中較少討論的彎道交波現象進行模擬分析。

1.4 章節介紹

前三節已闡述本研究動機與方向、文獻回顧、研究目的，以下簡要說明本論文各章節之內容。

第一章為緒論，針對本研究之緣起和方向作說明，回顧相關研究文獻後，再提出本研究之目的，並於章末作本論文架構說明。

第二章為理論基礎，分別闡述本研究之水平二維正交曲線座標系統水理控制方程式、輔助方程式及相關之邊界條件。

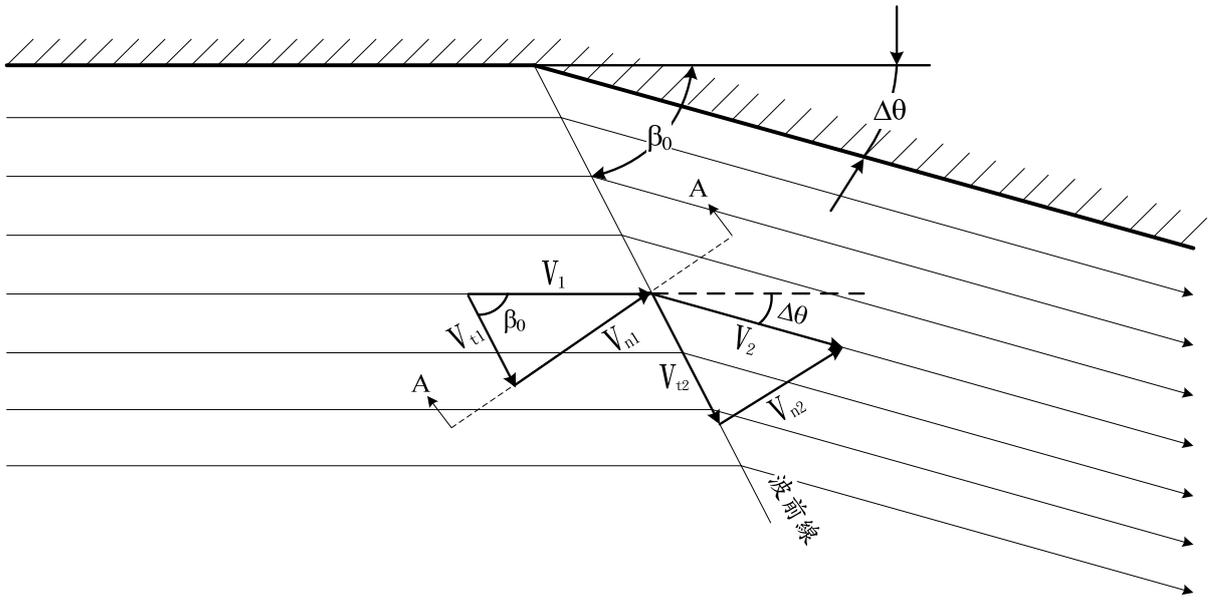
第三章為數值架構，說明水理控制方程式採用數值方法和差分型式。

第四章為模式展示及驗證，分別針對直線道與彎道之亞臨界流、超臨界流及混合流況進行模擬，展示模式處理不同流況的模擬功能，並驗證模式的合理性與正確性。

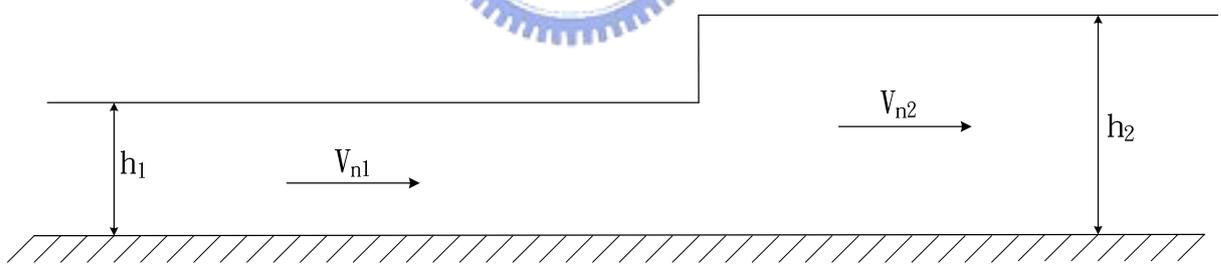
第五章為交波現象模擬分析，分別針對直線道與彎道進行模擬參數的敏感度分析，並擇用較佳的模擬參數進行交波模擬分析。

第六章為結論與建議，除對本研究成果作綜合性的論述外，並針對其內容不盡完善與日後可改善之處提出建議。





(a) 平面



(b) A-A 剖面

圖 1.1 渠道斜震波與波前線示意圖

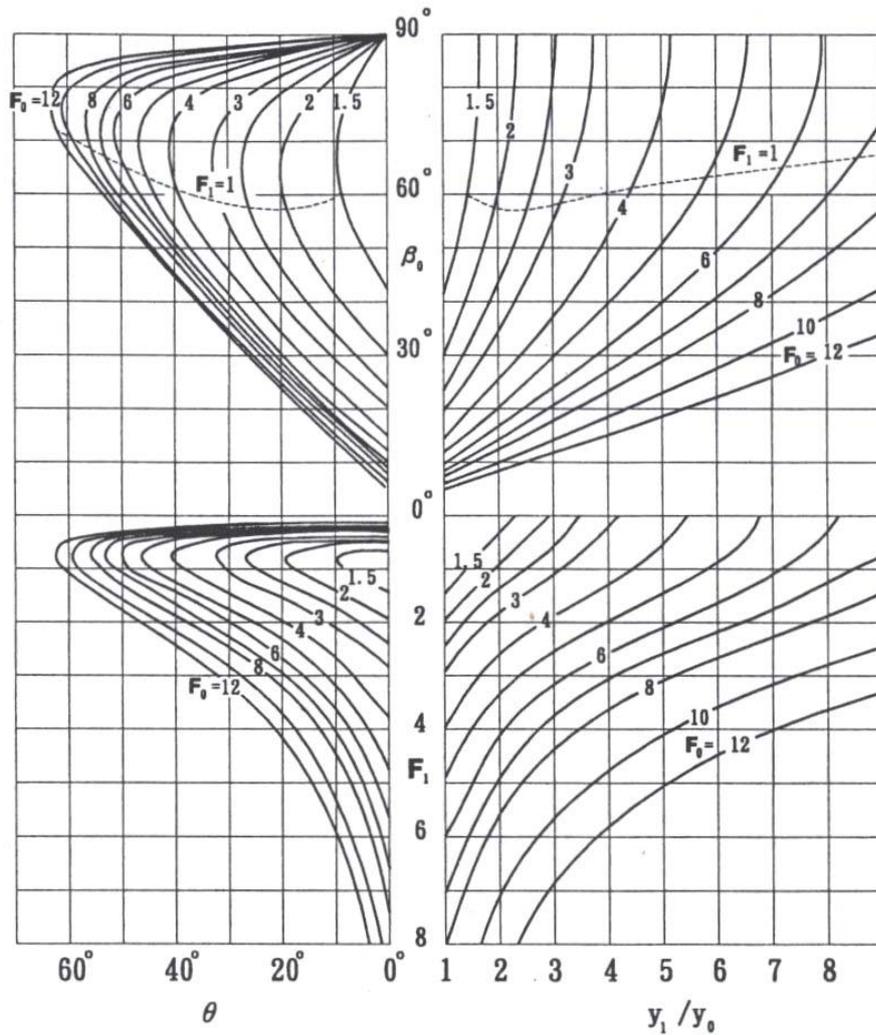


圖 1.2 參數 F_1 、 θ 、 β_0 、 y_1/y_0 與 F_0 間關係圖(Ippen, 1951)

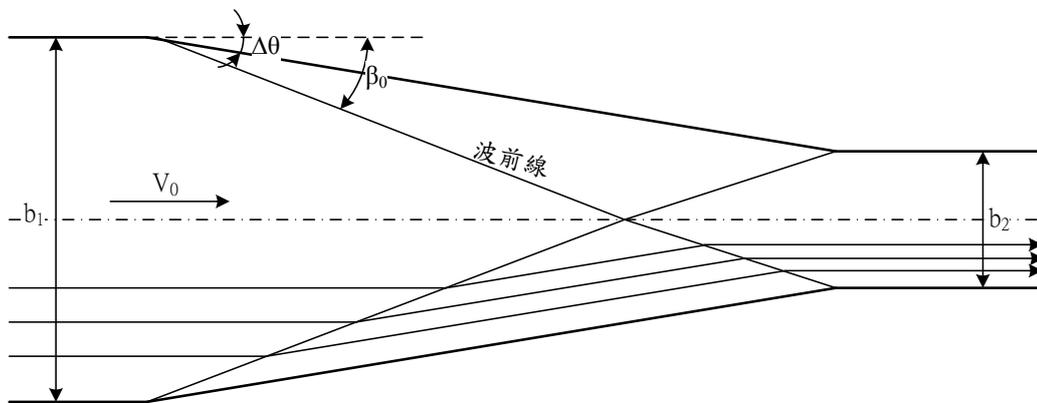


圖 1.3 直線型束縮渠道斜震波示意圖

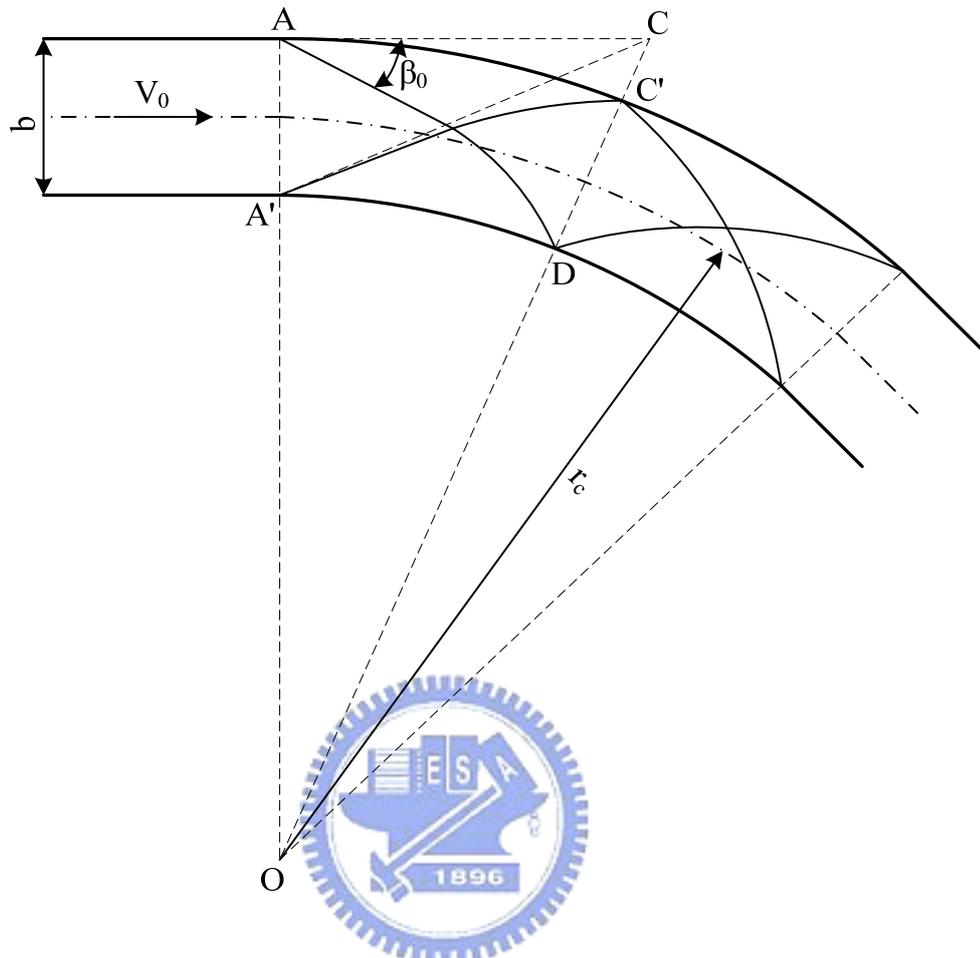


圖 1.4 彎道幾何形狀示意圖

第二章 理論基礎

透過座標系統轉換將控制方程式轉換為正交曲線座標系統方程式，再將此控制方程式作時間平均及水深平均後，即可推得水深平均二維正交曲線座標模式所需之控制方程式。茲將模式採用的理論基礎敘述如下：

2.1 控制方程式

為適度簡化複雜的控制方程式，需對數學模式作若干假設，分別為(1)不可壓縮牛頓流體(incompressible Newtonian fluid)；(2)靜水壓分布；(3)忽略風剪力；(4)忽略科氏力。則水深平均二維正交曲線座標水理控制方程式可表示為

(1)水流連續方程式

$$h_1 h_2 \frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \bar{u} d) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \bar{v} d) \quad (2.1)$$

(2)水流動量方程式

ξ 方向：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \bar{u} \bar{v} - \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \bar{v}^2 \\ & = -\frac{g}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} (z_b + d) + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 T_{11}) + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 T_{12}) \\ & + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} T_{12} - \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} T_{22} - \frac{\tau_b}{\rho d} \\ & + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \left[-(h_2 \tau_{11})_s \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + (h_2 \tau_{11})_b \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - (h_1 \tau_{12})_s \frac{\partial z_s}{\partial \eta} + (h_1 \tau_{12})_b \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right] \end{aligned} \quad (2.2)$$

η 方向：

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \bar{u} \bar{v} - \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \bar{u}^2$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{g}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} (z_b + d) + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 T_{12}) + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 T_{22}) \\
&\quad - \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} T_{11} + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} T_{12} - \frac{\tau_{b_2}}{\rho d} \\
&\quad + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \left[-(h_2 \tau_{12})_s \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + (h_2 \tau_{12})_b \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - (h_1 \tau_{22})_s \frac{\partial z_s}{\partial \eta} + (h_1 \tau_{22})_b \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right] \quad (2.3)
\end{aligned}$$

式中

$$T_{11} = \int_{z_b}^{z_s} [\tau_{11} - \rho \overline{u'^2} - \rho (\bar{u} - \bar{\bar{u}})^2] dz \quad (2.4)$$

$$T_{22} = \int_{z_b}^{z_s} [\tau_{22} - \rho \overline{v'^2} - \rho (\bar{v} - \bar{\bar{v}})^2] dz \quad (2.5)$$

$$T_{12} = T_{21} = \int_{z_b}^{z_s} [\tau_{12} - \rho \overline{u'v'} - \rho (\bar{u} - \bar{\bar{u}})(\bar{v} - \bar{\bar{v}})] dz \quad (2.6)$$

以上諸式中， ξ 、 η = 平面上兩正交曲線座標方向，其中 ξ 為縱方向， η 為側方向； $h_1 = \xi$ 方向轉換係數； $h_2 = \eta$ 方向轉換係數； $u = \xi$ 方向速度； $v = \eta$ 方向速度； ρ = 流體密度； d = 水深； g = 重力加速度； t = 時間； z_b = 底床高程； z_s = 水面高程； τ_{b_i} = 底床剪應力在 ξ 與 η 方向之分量； $(\bar{\quad})$ = 時間平均； $(\bar{\bar{\quad}})$ = 水深平均； (\prime) = 時間平均瞬時擾動量；下標 s 、 b 分別代表變數在水面與底床的值； T_{11} 、 T_{12} 、 T_{22} = 有效剪應力項(effective stress term)，包含層流剪應力、亂流剪應力與延散剪應力(dispersion stresses)。

2.2 輔助關係式

(1) 底床剪應力

底床剪應力採用Rastogi and Rodi (1978)之經驗式

$$\tau_{b_1} = C_f \rho \bar{\bar{u}} (\bar{\bar{u}}^2 + \bar{\bar{v}}^2)^{1/2} \quad (2.7)$$

$$\tau_{b_2} = C_f \rho \bar{v} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^{1/2} \quad (2.8)$$

式中， $C_f = g/c^2 =$ 摩擦係數； $c =$ Chezy 係數。

(2) 層流與亂流剪應力

採用 Boussinesq 之渦流黏性理論，層流與亂流剪應力可合併表示為

$$\frac{\tau_{11} - \overline{u'^2}}{\rho} = 2\nu \left[\frac{1}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\bar{v}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right] \quad (2.9)$$

$$\frac{\tau_{22} - \overline{v'^2}}{\rho} = 2\nu \left[\frac{1}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{\bar{u}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right] \quad (2.10)$$

$$\frac{\tau_{12} - \overline{u'v'}}{\rho} = 2\nu \left[\frac{h_2}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\bar{v}}{h_2} \right) + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\bar{u}}{h_1} \right) \right] \quad (2.11)$$

式中， $\nu = \nu_l + \nu_t$ ； $\nu_l =$ 層流黏滯係數； $\nu_t =$ 亂流黏滯係數 $= k u_* d / 6$ (Falcon 1979)； $u_* = (\tau_b / \rho)^{1/2} =$ 剪力速度； $k =$ von Karman's 係數(約等於 0.4)。



(3) 延散剪應力

為積分水深平均所產生之延散剪應力項，須對流速剖面作一適當假設，本模式在延散剪應力的處理方面，則僅考量二次流的影響。

由於水流在進入彎道後，流場隨水流而彎曲，致使流線因彎曲而產生徑向慣性力，水面因而形成超高以產生徑向靜水壓差，得以與徑向慣性力取得平衡。在這兩種力之作用下，水流除了以縱向方向流動外，在徑向尚產生兩層水流，上層水流之外岸慣性力大於靜水壓差，下層水流則反之，因此造成上層水流流動方向朝向外岸，下層水流則為朝內岸流動，稱之二次流，如圖 2.1 所示。

本模式中二次流速度剖面參照Hsieh and Yang(2003)所採用 de Vriend (1977)之假設：

$$\bar{u} = \bar{u} \left[1 + \frac{\sqrt{g}}{kc} + \frac{\sqrt{g}}{kc} \ln \zeta \right] = \bar{u} f_m(\zeta) \quad (2.12)$$

$$\bar{v} = \bar{v} f_m(\zeta) + \frac{\bar{u}d}{k^2 r} \left[2F_1(\zeta) + \frac{\sqrt{g}}{kc} F_2(\zeta) - 2\left(1 - \frac{\sqrt{g}}{kc}\right) f_m(\zeta) \right] \quad (2.13)$$

式中， $F_1(\zeta) = \int_0^1 \frac{\ln \zeta}{\zeta - 1} d\zeta$ ； $F_2(\zeta) = \int_0^1 \frac{\ln^2 \zeta}{\zeta - 1} d\zeta$ ； $\zeta = (z - z_b)/d =$ 距離底床之高度與水深之比值； $r =$ 曲率半徑。

de Vriend (1977)二次流速度剖面之適用範圍為(1)水深遠小於渠道寬度；(2)渠道寬度遠小於渠道之曲率半徑；(3)單一二次流(single secondary eddy only)；(4)完全發展流況(developed flow)。

2.3 邊界條件

邊界條件為數值模式中相當重要的一環，所設定的個數必須符合物理意義。邊界條件一般可分為開放式邊界條件與固體邊界條件，茲分述如下：

開放式邊界條件主要設定在渠道上游與下游邊界處，依上下游不同的流況可分為

一、上游

- (1) 超臨界流：此時上游需給定三個邊界條件，即 ξ 、 η 方向單寬流量 q_ξ 、 q_η 與水深 d 。
- (2) 亞臨界流：此時上游僅需給定兩個邊界條件，一般給定 ξ 、 η 方向的單寬流量 q_ξ 、 q_η 。

二、下游

(1) 超臨界流：下游不需任何邊界條件。

(2) 亞臨界流：需設定一個下游邊界條件，通常為下游水深 d 。

詳細的開放邊界條件處理原則如表 2.1 所示。

固體邊界在沿法線方向(η 方向)為非貫穿條件，所以該處的流速為零 ($v_w = 0$)；沿固體邊界切線方向(ξ 方向)而言，可分為滑移條件與非滑移條件，處理規則如下：

(1) 固體邊界為非滑移條件時，則固體邊界處 ξ 方向的流速為零 ($u_w = 0$)

(2) 固體邊界為滑移條件時，則固體邊界處 ξ 方向的流速等於相鄰格網點的流速 ($u_w = u_{w-1}$)。

其中 v_w 為固體邊界處 η 方向水深平均流速， u_w 為固體邊界處 ξ 方向水深平均流速， u_{w-1} 為相鄰固體邊界格點 ξ 方向水深平均流速。



表 2.1 開放邊界處理原則

位置	上游		下游	
流況	超臨界流	亞臨界流	超臨界流	亞臨界流
邊界條件	q_ξ 、 q_η 、 d	q_ξ 、 q_η	無	d

其中 $q_\xi = \xi$ 方向之單寬流量； $q_\eta = \eta$ 方向之單寬流量； $d =$ 水深



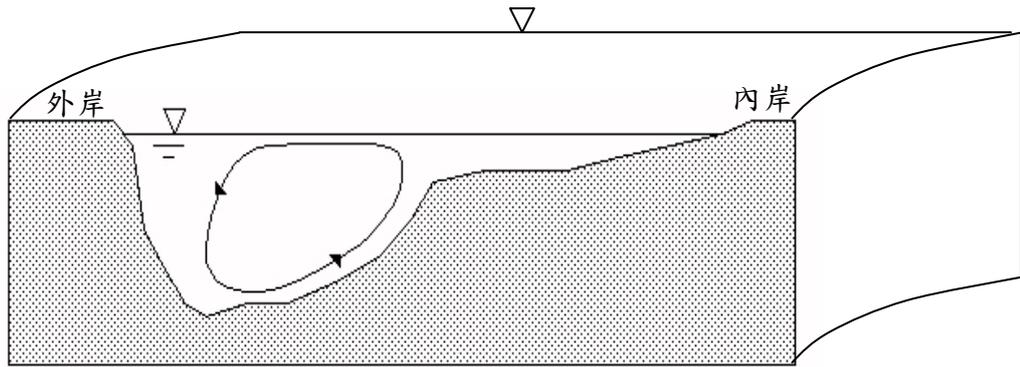


圖 2.1 彎道二次流示意圖



第三章 數值架構

3.1 雙階分割操作趨近法

本研究基於分割操作之觀念，將動量方程式分割成二個步驟(延散步驟及傳播步驟)，並利用隱式數值方法求解。延散步驟求解移流項和擴散項，傳播步驟求解壓力項、底床剪應力量項和連續方程式。據此，水理控制方程可改寫成：

延散步驟

$$\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^{n+\frac{1}{2}} = -(V^n \cdot \nabla)V^n + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot T^n \quad (3.1)$$

傳播步驟

$$\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^{n+1} - \left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^{n+\frac{1}{2}} = -g \nabla (z_b + d)^{n+1} - \frac{\tau_b}{\rho d} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot V^{n+1} = 0 \quad (3.3)$$

式中， V 表示速度向量； T 表示擴散及延散項； $n+1$ 表示 $(n+1)\Delta t$ 時刻之未知變數； $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ ； n 表示 $n\Delta t$ 時刻之已知變數； $n + \frac{1}{2}$ 表示在 $(n+1)\Delta t$ 與 $n\Delta t$ 間之未知變數。

(3.1) ~ (3.3) 的一般式可表示成：

延散步驟

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = & -\frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} - \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} - \frac{1}{h_1 h_2} \left[\frac{\partial h_1}{\partial \eta} \frac{\bar{u}\bar{v}}{\bar{v}^2} - \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \frac{\bar{u}\bar{v}}{\bar{v}^2} \right] \\ & + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial (h_2 T_{11})}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial (h_1 T_{12})}{\partial \eta} + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} T_{12} - \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} T_{22} \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \left[-(h_2 \tau_{11})_s \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + (h_2 \tau_{11})_b \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - (h_1 \tau_{12})_s \frac{\partial z_s}{\partial \eta} + (h_1 \tau_{12})_b \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right] \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = & -\frac{\bar{u}}{h_1} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \xi} - \frac{\bar{v}}{h_2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} - \frac{1}{h_1 h_2} \left[\frac{\partial h_2}{\partial \xi} \bar{u} \bar{v} + \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \bar{u}^2 \right] \\ & + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial (h_2 T_{12})}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial (h_1 T_{22})}{\partial \eta} - \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} T_{11} + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} T_{12} \\ & + \frac{1}{\rho h_1 h_2 d} \left[-(h_2 \tau_{12})_s \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + (h_2 \tau_{12})_b \frac{\partial z_b}{\partial \xi} - (h_1 \tau_{22})_s \frac{\partial z_s}{\partial \eta} + (h_1 \tau_{22})_b \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

傳播步驟

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{g}{h_1} \left(\frac{\partial (z_b + d)}{\partial \xi} \right) - \frac{C_f \bar{u} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}}{d} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -\frac{g}{h_2} \left(\frac{\partial (z_b + d)}{\partial \eta} \right) - \frac{C_f \bar{v} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}}{d} \quad (3.7)$$

和

$$h_1 h_2 \frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial (h_2 \bar{u} d)}{\partial \xi} + \frac{\partial (h_1 \bar{v} d)}{\partial \eta} = 0 \quad (3.8)$$

針對 $n+1$ 時刻的水深值(d^{n+1})做線性化處理，且僅保留一階項，(3.8)式可改寫成

$$h_1 h_2 \frac{\partial d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\alpha_1 \frac{\partial (\Delta d)}{\partial \xi} + \beta_1 \Delta d + \gamma_1 \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\alpha_2 \frac{\partial (\Delta d)}{\partial \eta} + \beta_2 \Delta d + \gamma_2 \right) = 0 \quad (3.9)$$

式中

$$\alpha_1 = -\frac{h_2 g \Delta t}{C_r h_1} d^n ; \quad \beta_1 = \frac{h_2}{C_r} \bar{u}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{h_2 g \Delta t}{C_r h_1} \left[\frac{\partial z_b^{n+1}}{\partial \xi} + \frac{\partial d^n}{\partial \xi} \right] ; \quad \gamma_1 = \beta_1 d^n ;$$

$$\alpha_2 = -\frac{h_1 g \Delta t}{C_r h_2} d^n ; \quad \beta_2 = \frac{h_1}{C_r} \bar{v}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{h_1 g \Delta t}{C_r h_2} \left[\frac{\partial z_b^{n+1}}{\partial \eta} + \frac{\partial d^n}{\partial \eta} \right] ; \quad \gamma_2 = \beta_2 d^n ;$$

$$C_\tau = 1 + \Delta t \frac{C_f \sqrt{(\bar{u}^{n+\frac{1}{2}})^2 + (\bar{v}^{n+\frac{1}{2}})^2}}{d^n} ; \Delta d = d^{n+1} - d^n \circ$$

3.2 數值差分式

在數值差分方法選用考量上，利用顯示數值方法求解時，演算時間間隔受到很大的限制，在模擬天然明渠水流問題時將耗費冗長的演算時間與龐大的電腦計算量，在應用上有其困難存在，因此，本研究採用隱式數值方法求解。

本模式採用控制體積(control volume)法的觀念來離散控制方程式，控制體積法的基本概念如圖3.1所示，其中(a)圖為實際區域，(b)圖為計算區域，E、W、N、S 表相鄰格點，e、w、n、s 表控制面。在水理控制方程式中，除了移流項採用一階精度混合型上風法(hybrid scheme)(Spalding 1972)差分外，所有空間差分均採用二階精度的中央差分法。另外，時間項則採用簡單的前向差分方法。

中央差分法可表示成

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right)_p^{n+1} = \frac{\Psi_e^{n+1} - \Psi_w^{n+1}}{\Delta \xi} \quad (3.10)$$

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right)_p^{n+1} = \frac{\Psi_n^{n+1} - \Psi_s^{n+1}}{\Delta \eta} \quad (3.11)$$

式中

$$\Psi_e^{n+1} = 0.5 \cdot (\Psi_E^{n+1} + \Psi_P^{n+1}) = 0.5 \cdot (\Psi_{i+1,j}^{n+1} + \Psi_{i,j}^{n+1}) ;$$

$$\Psi_w^{n+1} = 0.5 \cdot (\Psi_P^{n+1} + \Psi_W^{n+1}) = 0.5 \cdot (\Psi_{i,j}^{n+1} + \Psi_{i-1,j}^{n+1}) ;$$

$$\Psi_n^{n+1} = 0.5 \cdot (\Psi_N^{n+1} + \Psi_P^{n+1}) = 0.5 \cdot (\Psi_{i,j+1}^{n+1} + \Psi_{i,j}^{n+1}) ;$$

$$\Psi_s^{n+1} = 0.5 \cdot (\Psi_p^{n+1} + \Psi_s^{n+1}) = 0.5 \cdot (\Psi_{i,j}^{n+1} + \Psi_{i,j-1}^{n+1}) ;$$

Ψ 可表為 \bar{u} , \bar{v} , h_1 , h_2 , d , z_s 和 z_b 。

混合型上風法為上風法(upwind scheme)與中央差分法組合而成，當移流效應重要時，採用上風法；移流效應不重要時，則採用中央差分法。至於移流效應重要性的判斷，則採用格網雷諾數(mesh Reynolds number) R_x 、 R_y 作為判斷的因子，當 $|R_x|$ 或 $|R_y|$ 大於2時，代表移流效應重要，差分方法採用能反映方向性的上風法； $|R_x|$ 或 $|R_y|$ 小於等於2時，移流效應可視為不重要，差分方法採用中央差分法。

混合型上風法應用於本研究移流項的處理可表示成

$$\frac{\bar{u}^n}{h_1} \left(\frac{\partial \Phi^{n+1}}{\partial \xi} \right) = 0.5 \frac{\bar{u}_{i,j}^n}{h_{1,i,j}} \left[(1 - \alpha_x) \left(\frac{\Phi_{i+1,j}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta \xi} \right) + (1 + \alpha_x) \left(\frac{\Phi_{i,j}^n - \Phi_{i-1,j}^n}{\Delta \xi} \right) \right] \quad (3.12)$$

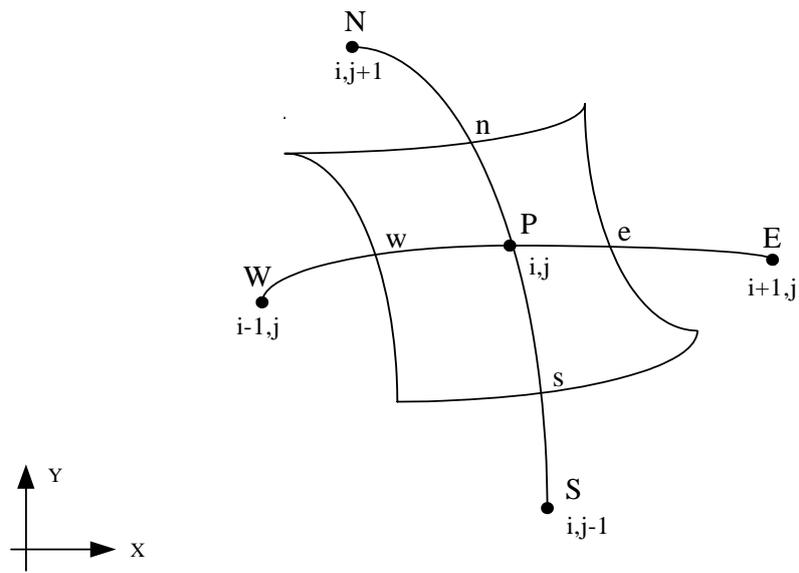
$$\frac{\bar{v}^n}{h_2} \left(\frac{\partial \Phi^{n+1}}{\partial \eta} \right) = 0.5 \frac{\bar{v}_{i,j}^n}{h_{2,i,j}} \left[(1 - \alpha_y) \left(\frac{\Phi_{i,j+1}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta \eta} \right) + (1 + \alpha_y) \left(\frac{\Phi_{i,j}^n - \Phi_{i,j-1}^n}{\Delta \eta} \right) \right] \quad (3.13)$$

其中

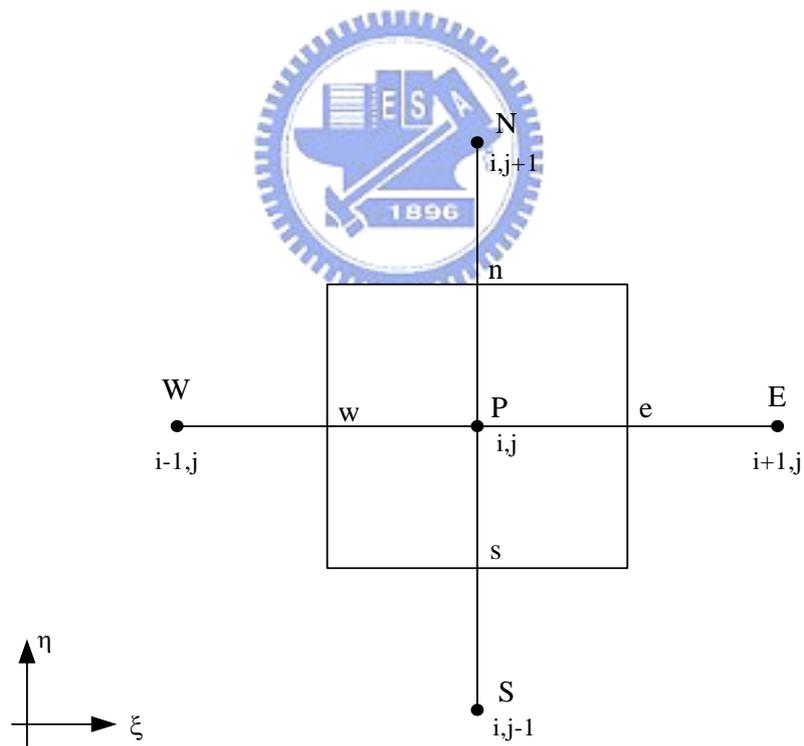
$$\alpha_x = \begin{cases} 0 & |R_x| \leq 2 \\ 1 & R_x > 2 \\ -1 & R_x < -2 \end{cases} ; \quad \alpha_y = \begin{cases} 0 & |R_y| \leq 2 \\ 1 & R_y > 2 \\ -1 & R_y < -2 \end{cases} \quad (3.14)$$

上列諸式中， $R_x = \frac{\bar{u}_{i,j}^n h_{1,i,j} \Delta \xi}{\mu / \rho}$ ； $R_y = \frac{\bar{v}_{i,j}^n h_{2,i,j} \Delta \eta}{\mu / \rho}$ ； μ = 流體動力黏滯係數

(dynamic viscosity)； Φ 可表成 \bar{u} 或 \bar{v} 。



(a)



(b)

圖 3.1 控制體積法示意圖 (a)實際區域；(b)計算區域

第四章 模式展示及驗證

為了驗證本研究數值模式具有模擬上下游不同流況之能力，以下將分別針對直線道與彎道中之不同流況案例進行模擬分析。

4.1 直線道

直線道之亞臨界流模擬已相當普遍，如謝(2003)模擬直線道迴水案例、變量流案例與環流流場案例等，均得到很好的結果；而超臨界流模擬將於第五章展示，故不多作贅述。因此，在此採用兩組混合流況案例來展示模式模擬能力，分別是上游為超臨界流、下游為亞臨界流的水躍案例，與下游為超臨界流、上游為亞臨界流的潰壩案例。

4.1.1 水躍案例

模擬案例採用 Gharangik 和 Chaudhry(1991)的水躍試驗，試驗採用一水平矩形渠道，長 14 m，寬 0.46 m。上游邊界條件為水深 0.064 m，流速 1.826 m/s，上游福祿數為 3，下游水深為 0.168 m。

模擬區域分割為 61×11 個計算格點。上游流況為超臨界流，故需給定流量(ξ 、 η 方向)與水位三個邊界條件；下游為亞臨界流，故僅需給定水位一個邊界條件。在初始條件部分，將整條河段設定為超臨界流，並與上游邊界條件相同。Gharangik 和 Chaudhry(1991)建議曼寧 n 值之範圍介於 0.008 至 0.011 之間，但經本研究測試結果得知，當曼寧 n 值為 0.015 時，模擬水躍發生的位置與試驗結果最為相近。

在模擬的過程中，渠道下游端附近會因下游邊界條件水位抬高影響，使得原先流況由超臨界流轉換為亞臨界流，並逐漸向上游移動直至平衡為止。在穩定的狀態下，將模擬結果與實驗值互相比較，如圖 4.1，水躍的發生位置與其共軛水深均顯示模擬結果與實驗值相當吻合。

4.1.2 潰壩案例

本案例模擬一水平無摩擦之理想潰壩情況，並與 Stoker(1957)之解析解比較。渠道長度為 3000 m，渠道寬度為 1250 m，壩址位置假設在渠道中央（即距上游 1500 m 處），上游水深為 20 m，下游水深為 1 m，如圖 4.2 所示。當 $t > 0$ 時，瞬時移開閘門模式即進行潰壩演算。

由 Stoker 的解析解可知臨界流況會發生在下游與上游水深比為 0.138 時(即 $H_2/H_1 = 0.138$)，當 $H_2/H_1 < 0.138$ 會發生超臨界流潰壩湧浪，而 $H_2/H_1 > 0.138$ 則會發生亞臨界流潰壩湧浪。本案例下游與上游水深比為 0.05($H_1/H_0 = 0.05$)，故會發生超臨界流之潰壩湧浪。模擬採用 301×26 個計算格點，總模擬時間為 40 秒，模擬時間內上下游邊界均未受到影響，因此在模擬過程中上游邊界入流量保持為零且下游水位保持為 1 m。

圖 4.3 與圖 4.4 分別為潰壩後第 20 秒與第 40 秒時渠道中心線水面高程模擬結果與解析解比較，圖 4.5 與圖 4.6 分別為模擬時間第 20 秒與第 40 秒渠道中心線流速模擬結果與解析解比較圖。如圖 4.3 及圖 4.4 所示，當閘門移開後分別會形成一個向下游傳遞的正波(positive wave)及一個向上游傳遞的負波(negative wave)。此外，由於本模式在移流項的數值方法使用一階精度的上風法差分，因此模擬結果在不連續面處會產生數值消散(numerical diffusion)，誤差相對的變大。

4.2 彎道

彎道中採用三組案例來驗證模式於不同流況模擬的能力，分別是 de Vriend(1977)的亞臨界流案例、Knapp(1951)的超臨界流案例及 Ye(2006)的超亞臨界混合流流況案例。

4.2.1 亞臨界流案例

彎道中亞臨界流案例採用 de Vriend(1977)之 180° 矩形水平渠道。渠道寬為 1.7 m，渠道中心線曲率半徑為 4.25 m，在彎道的出入口部分各連接長 6 m 的直線渠道，底床坡降為 0，渠道示意圖如圖 4.7 所示。

模擬參數的設定上，使用 231×104 網格數計算，時間間距為 0.1 秒，曼寧 $n = 0.013$ ，上游入流量為 0.19 cms，下游水深為 0.18 m。一般認為當渠道中心線曲率半徑(r_c)與渠寬(b)比值小於 3($r_c/b < 3$)，其彎道屬於急彎(Moll and Chaudhry,1995)。Moll 和 Chaudhry(1995)與 Lien(1999)等建議以滑移邊界作為急彎案例的模擬條件，模擬結果會比非滑移邊界條件好。本案例 $r_c/b = 2.5$ ，屬於急彎，因此本案例將以滑移邊界進行模擬分析。

圖 4.8 為無因次水位模擬結果與實驗資料比較圖，其中縱軸無因次參數為任一點水深減去下游邊界水深後再除以下游邊界水深，橫軸為任一點位置除以渠道總長度。由圖中可看出在入流直線道的模擬結果與試驗資料吻合，當進入彎道後在彎道外岸與中心線的模擬結果也與實驗值接近，但在快要出彎道部分則出現較大的誤差，這是因為模擬渠道屬於急彎，可能使得模擬時二次流強度過強，水位超高過大，造成模擬結果上的誤差。

圖 4.9 為二維與三維模式無因次水位模擬結果，由三維模擬結果可看出渠道外岸和中心線部分與實驗值相比結果相當吻合；而在內岸模擬結果中，二維與三維模式的結果與實驗值相比均出現較大的誤差。

4.2.2 超臨界流案例

模擬採用 Knapp(1951)之複合彎道，複合彎道是由三個定曲率半徑的彎道組成(如圖 4.10)，其中 A、C 段渠道中心線曲率半徑為 15.24m，蜿蜒角度為 $7^\circ 45'$ ；B 段渠道中心線曲率半徑為 7.62m，蜿蜒角度為 39° 。底床縱向坡度在上游直線段部分維持水平，在彎道內坡度為 0.05。

模擬參數設定上，格網數設定為 251×101 ，時間間隔為 0.018 秒，曼寧 n 為 0.008，在此不考慮二次流效應(即忽略延散剪應力，原因將在第五章彎道超臨界流敏感度分析作說明)，且邊界為非滑移進行模擬，並控制上游水位為 0.034 m，流量 0.043 cms，上游福祿數為 4.66。

圖 4.11 與圖 4.12 分別外岸與內岸水位模擬結果與實驗值比較圖，其中橫軸定義為彎道角度，縱軸為水深。由圖 4.11 所示，外岸水深的模擬結果在第一個波峰出現前與實驗值相比大致吻合，而在第一個波峰後模擬結果出現較大的誤差；同樣地，由圖 4.12 所示，在內岸水深的模擬結果在第一個波谷前與實驗值相比大致吻合，隨著距離增加，漸漸產生較大的誤差。

4.2.3 混合流案例

彎道中混合流案例採用 Ye 等(2006)之蜿蜒溢洪道水槽試驗，渠道上游端為超臨界流，下游端為亞臨界流。圖 4.13 為渠道形狀示意圖，試驗水槽寬 18 m，第一個彎道中心線曲率半徑為 114 m，蜿蜒角度 35° ，底床縱向坡度為 0.048；第二個彎道中心線曲率半徑為 108.5 m，蜿蜒角度為 37.6° ，底床縱向坡度為 0.182。且為了減緩水流的沖擊、降低水面超高的現象，在兩個彎道內部渠底布置斜檻，其中第一個彎道內布置 8 根斜檻，第二的彎道內布置 10 根斜檻，詳細的斜檻佈置方式與位置如圖 4.14(a)及(b)。

模擬參數設定上，使用 501×101 的計算格網數，曼寧 n 值為 0.03，時間間距為 0.15 秒，由於上游流況為超臨界流($Fr = 1.24$)，故給定上游水深為 3.167 m，上游流量為 402 cms；下游流況為亞臨界流，故控制下游水深為 9.3 m。在格網建置上為達到與斜檻同樣的效果，利用底床高程的變化，提高對應斜檻位置的底床網格高程，斜檻格網建置圖如圖 4.15。

圖 4.16 為第一個彎道模擬水位與實驗值比較圖，由圖可看出模擬水位在一進彎道後與實驗值相比便產生較大的誤差。由 Chow(1973)的研究顯示

在福祿數較小的超臨界流時，水面會產生不穩定的波動，在本模擬案例中福祿數為 1.24 的情況下，此不穩定的波動可能造成模擬上較大的模擬誤差產生。另一方面，由圖 4.15 可看出受到格網數大小與形狀的限制，對於實際底床斜檻佈置方式(角度、間距等)，僅可用概略的方式建置網格，並無法完全的與實際現象符合，這個原因亦會使模擬結果無法準確。圖 4.17 為第二個彎道模擬水位與實驗值比較圖，受到下游水位的抬升，使得第二個彎道的流況由超臨界流轉換為亞臨界流，比較模擬結果在水躍的發生位置與實驗值相比相當接近，而水深方面雖較實驗值為高，但大體上與試驗結果接近。顯示本模式可針對彎道中超亞臨界混合流變化的情況進行模擬。



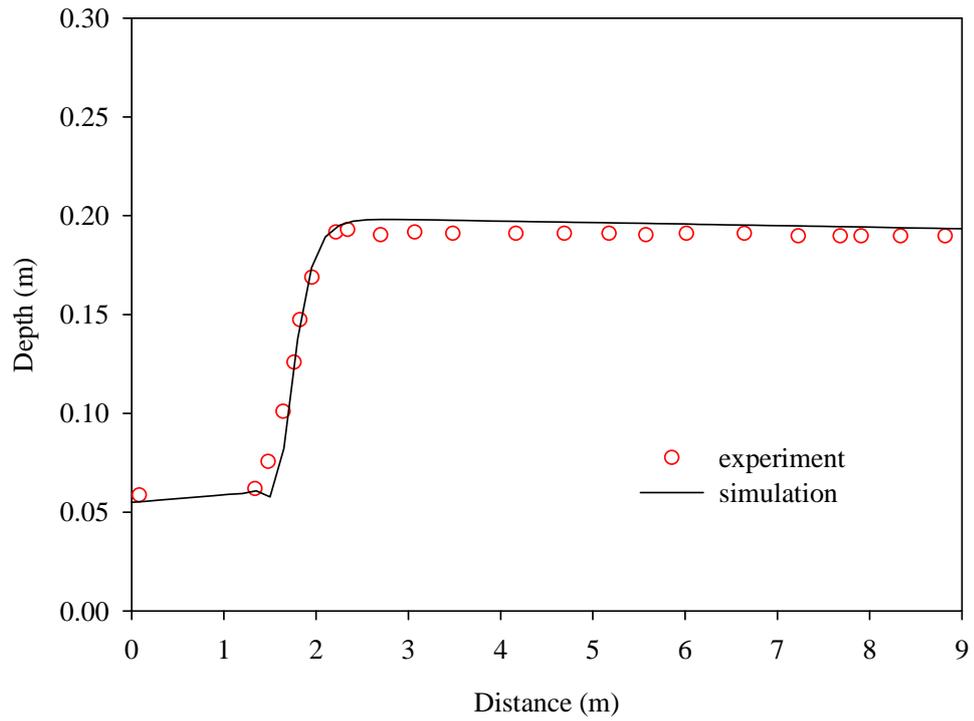


圖 4.1 水躍案例模擬與試驗水位沿渠道中心線比較圖

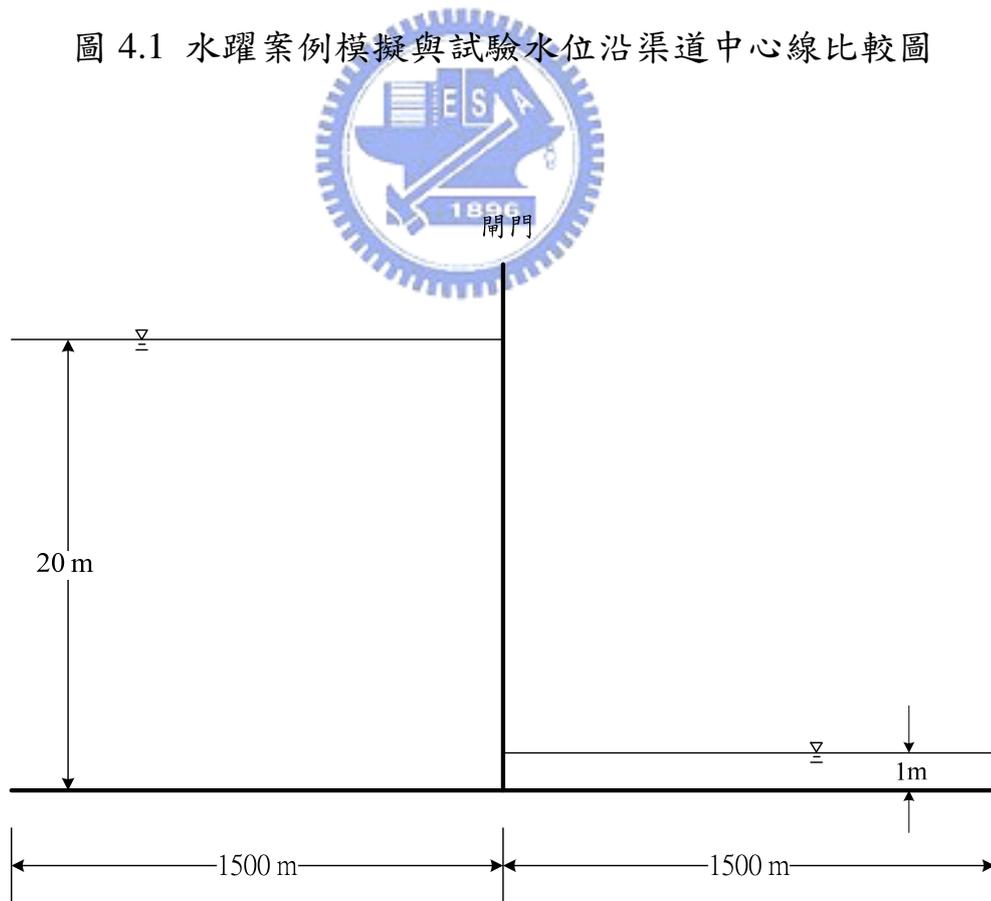


圖 4.2 潰壩案例初始條件示意圖

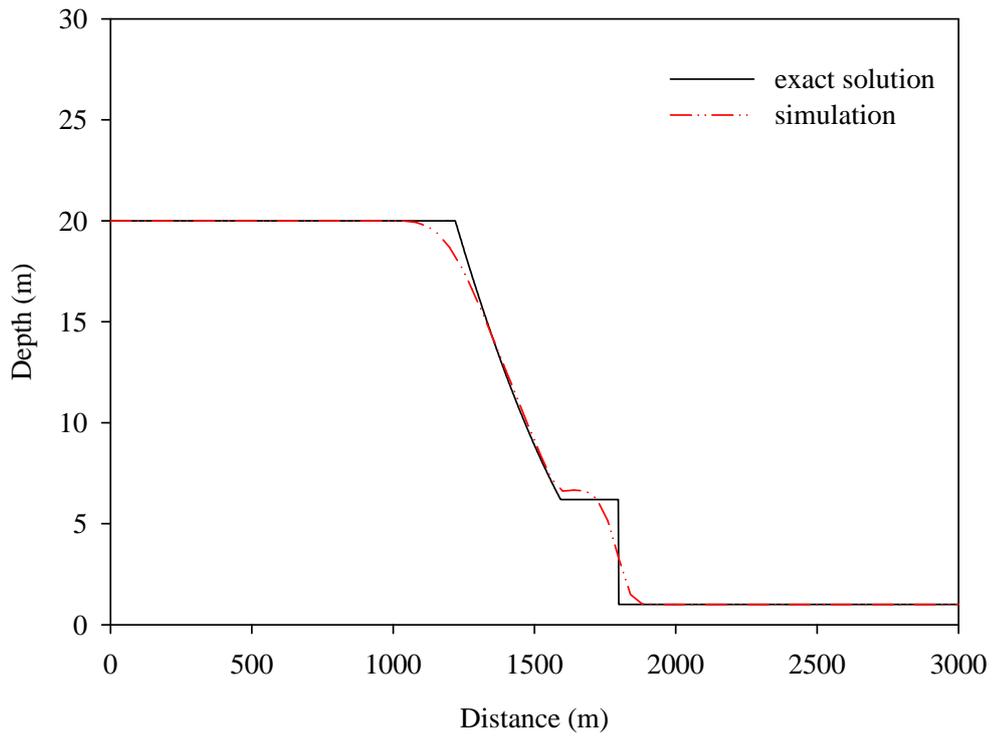


圖 4.3 潰壩案例第 20 秒水深狀態

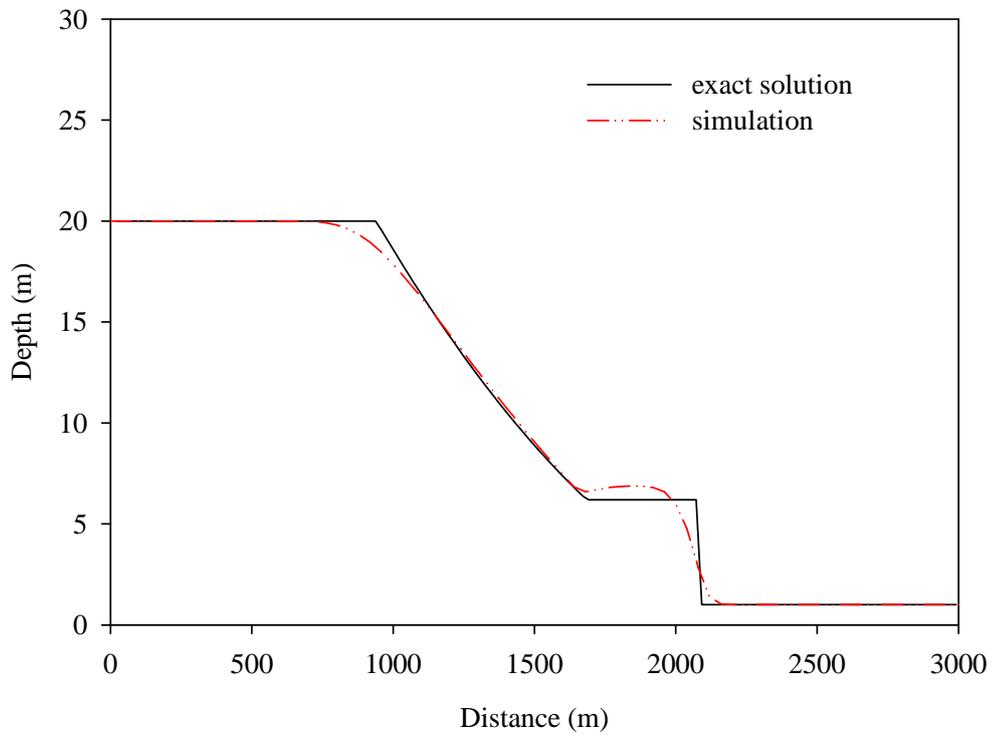


圖 4.4 潰壩案例第 40 秒水深狀態

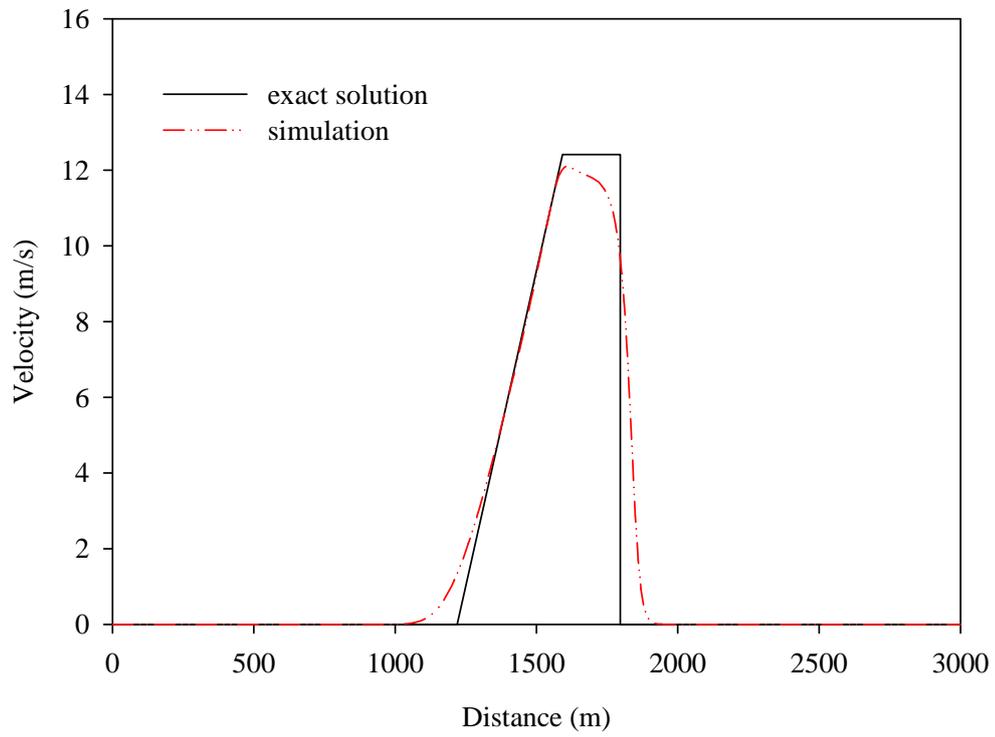


圖 4.5 潰壩案例第 20 秒流速分佈圖

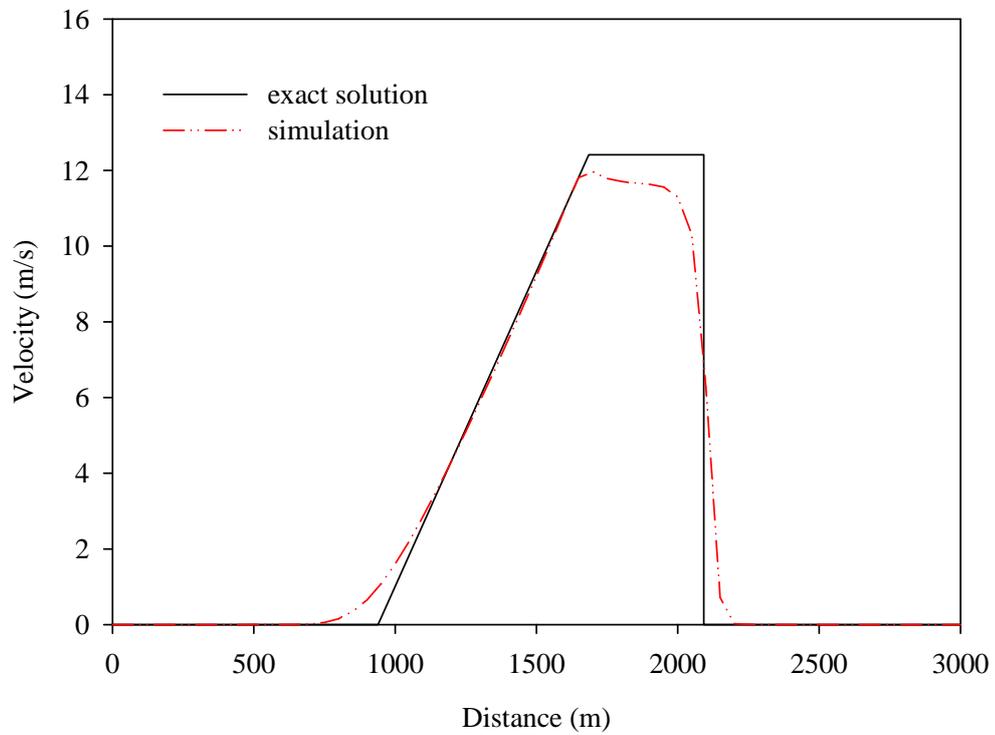


圖 4.6 潰壩案例第 40 秒流速分佈圖

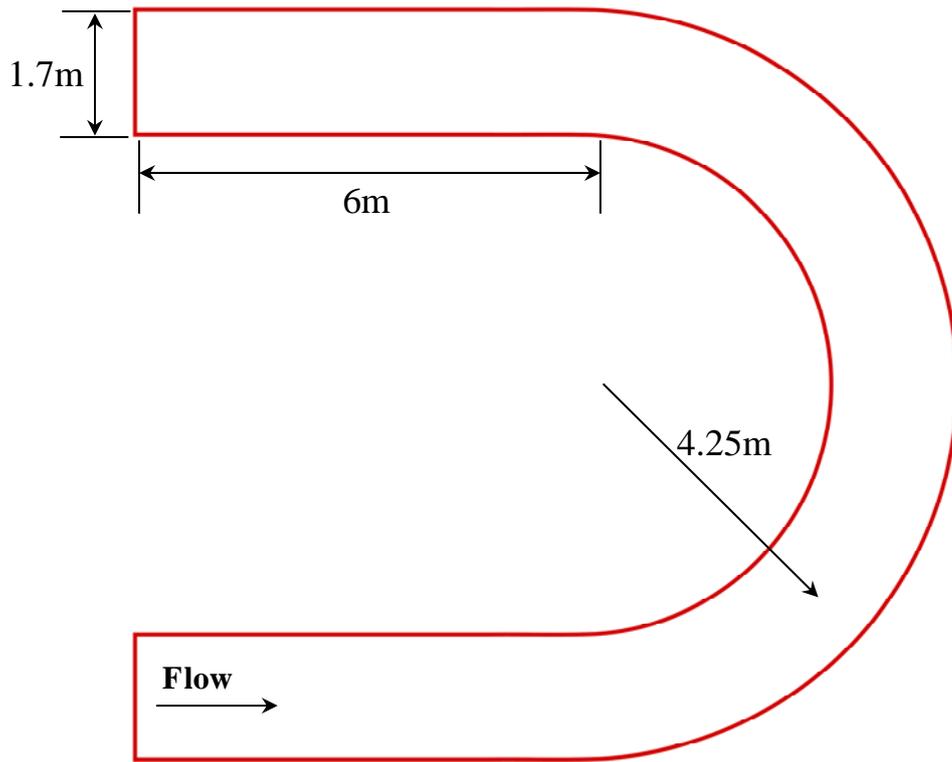


圖 4.7 de Vriend(1977)案例渠道示意圖

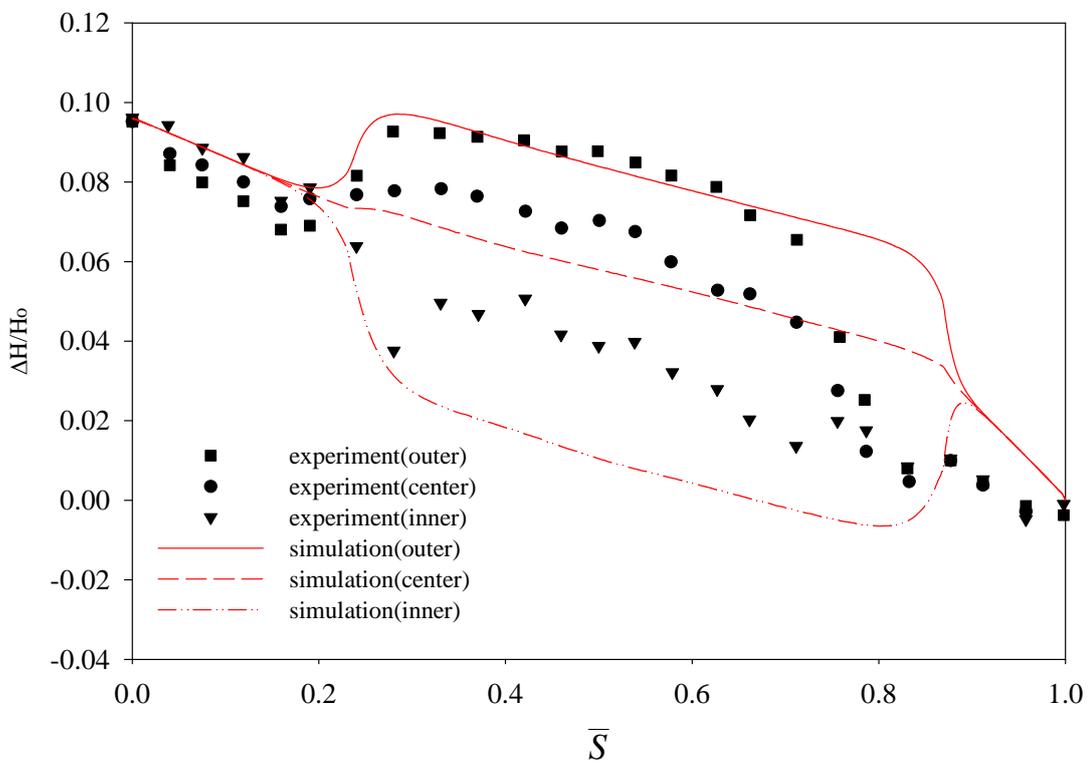


圖 4.8 de Vriend(1977)案例沿渠道無因次水位比較圖

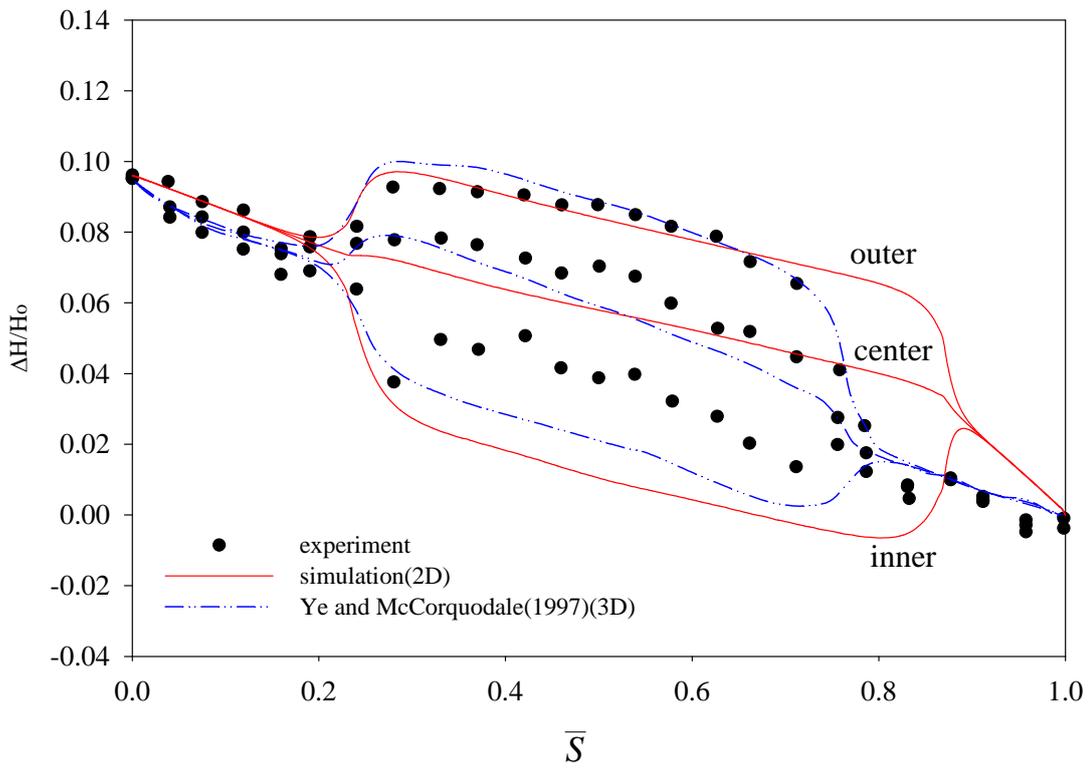


圖 4.9 de Vriend(1977) 案例二維與三維模式沿渠道無因次水位比較圖

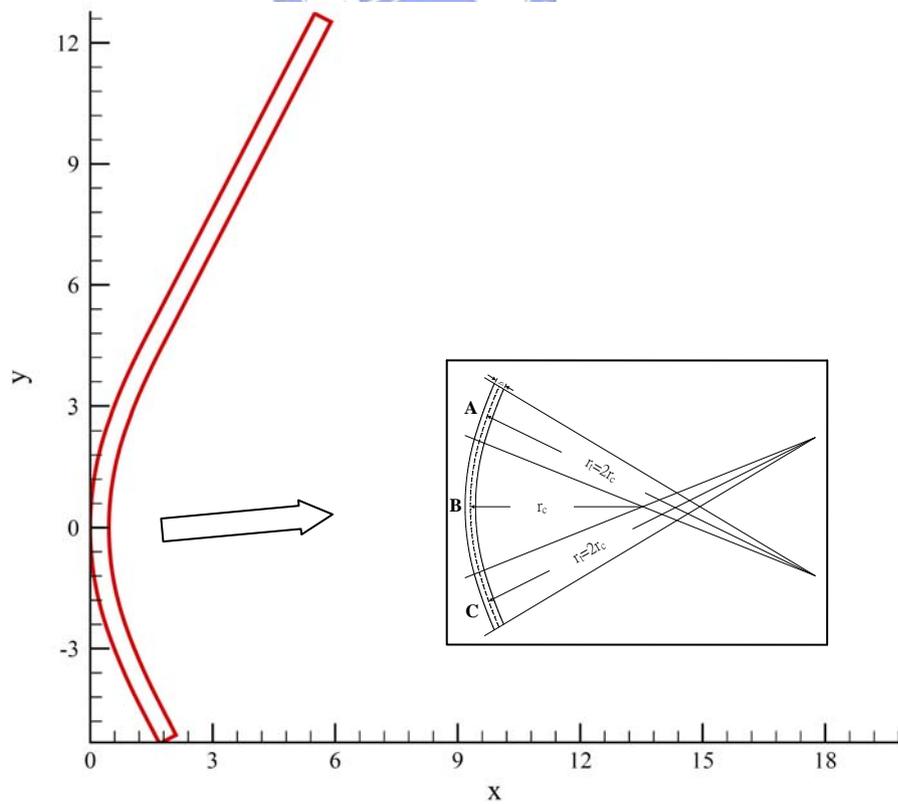


圖 4.10 Knapp(1951) 案例模擬渠道示意圖

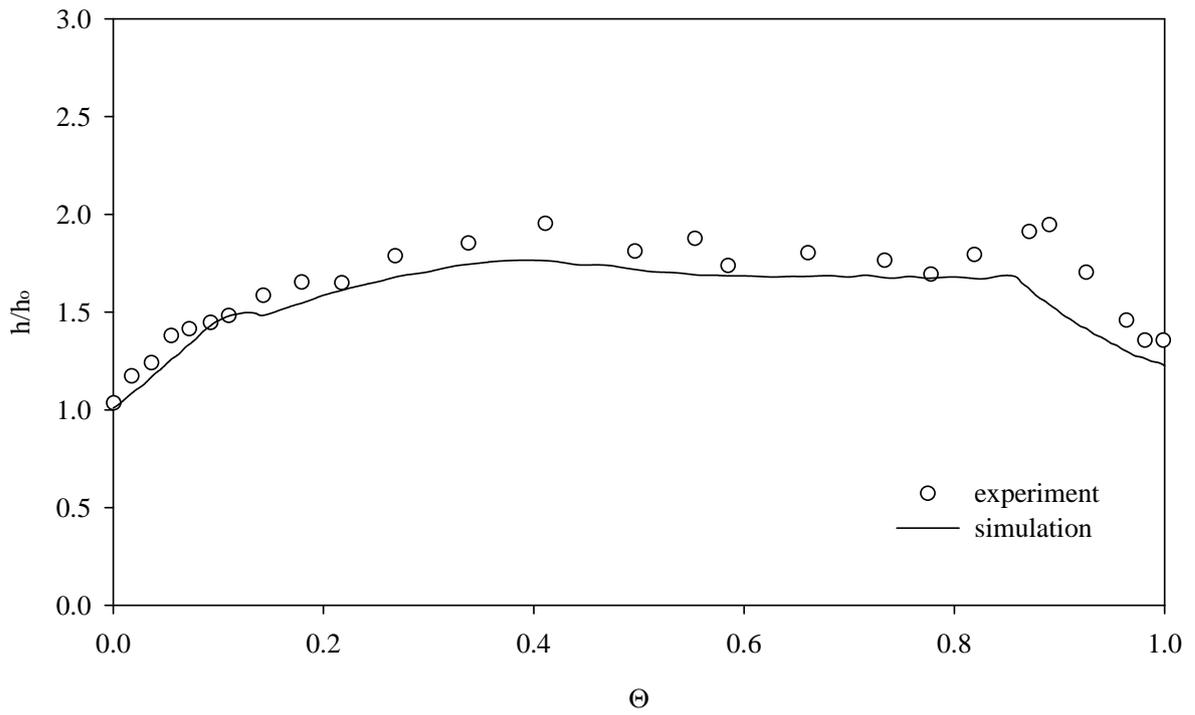


圖 4.11 Knapp(1951)案例外岸模擬水位與實驗結果比較圖

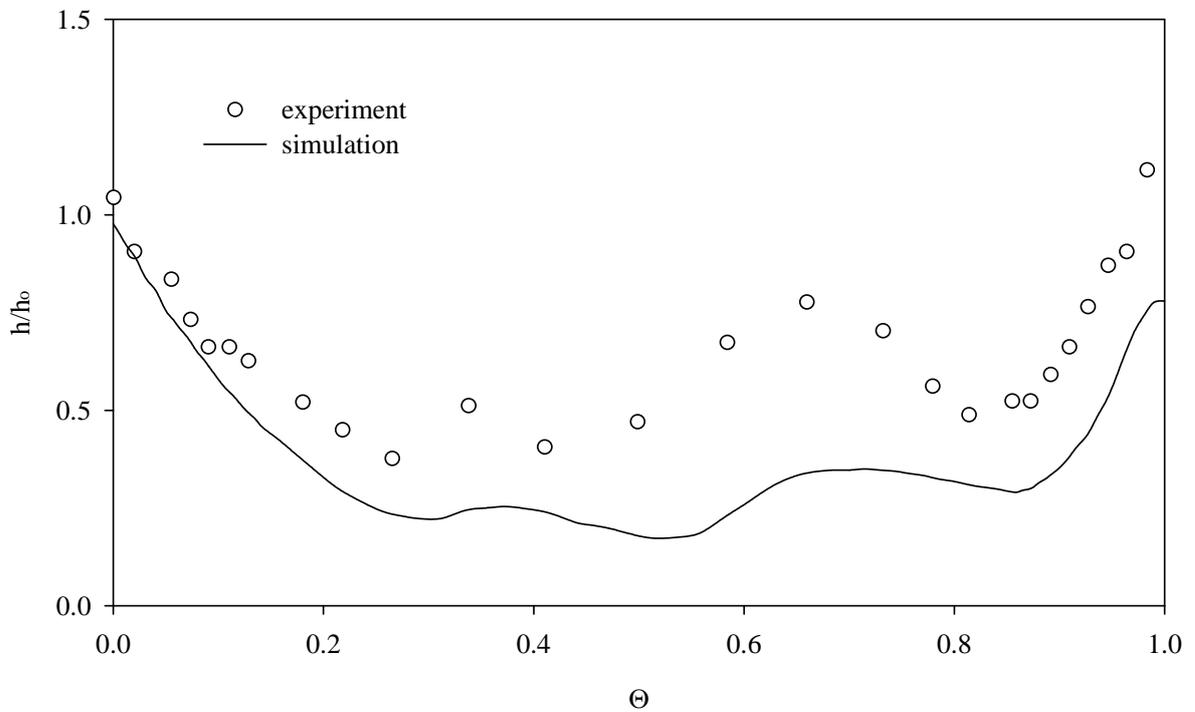


圖 4.12 Knapp(1951)案例內岸模擬水位與實驗結果比較圖

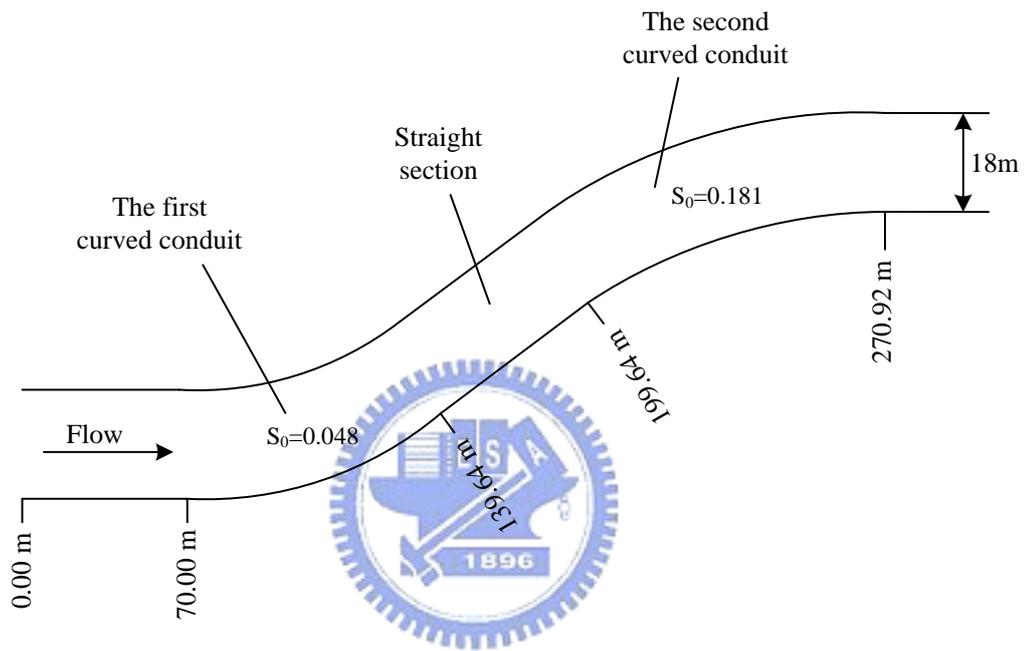
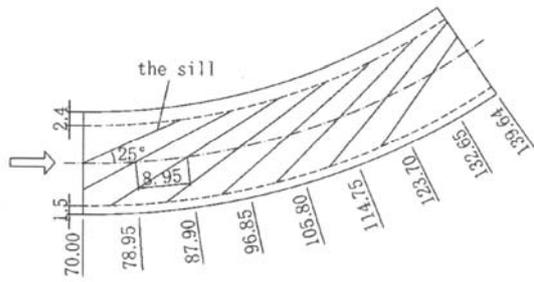


圖 4.13 Ye(2006)案例渠道形狀示意圖

(a)



(b)

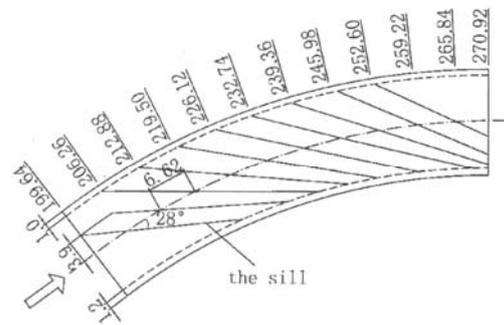
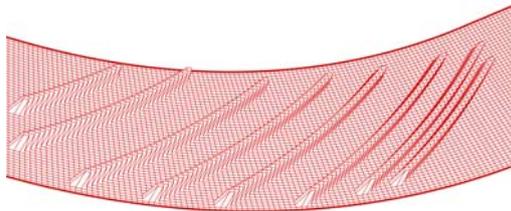


圖 4.14 Ye(2006)案例彎道斜檻佈置示意圖(a)第一彎道(b)第二彎道

(a)



(b)

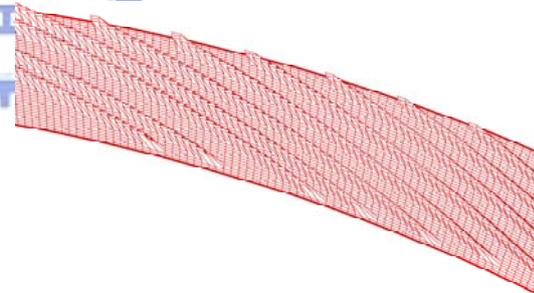


圖 4.15 Ye(2006)案例彎道斜檻計算網格建立示意圖

(a)第一彎道(b)第二彎道

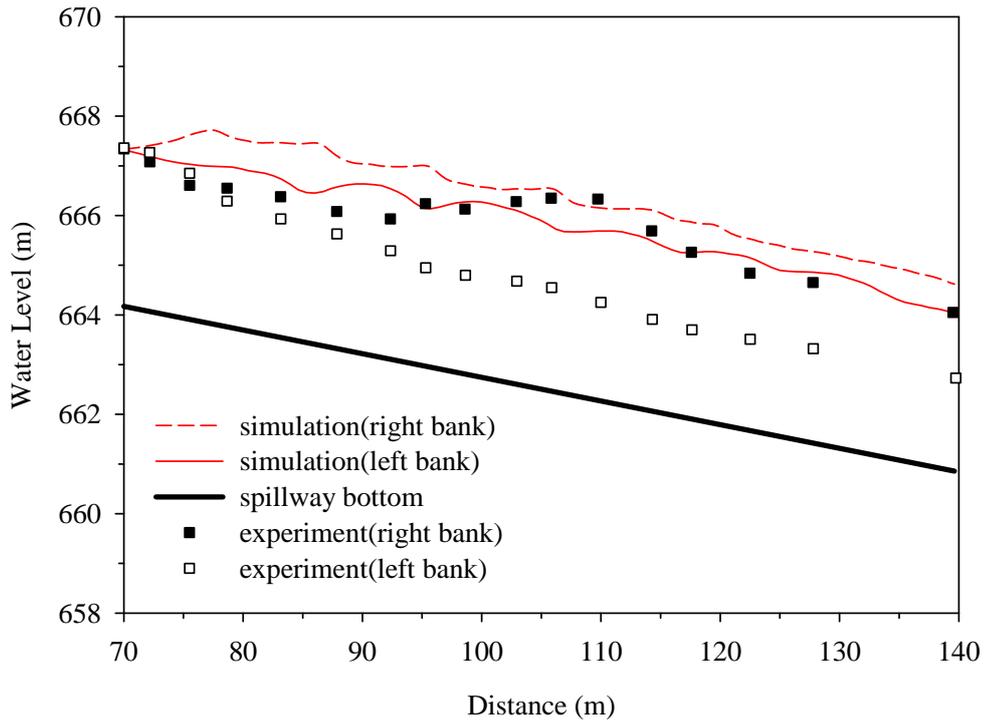


圖 4.16 Ye(2006)案例第一彎道模擬水位與實驗值比較圖

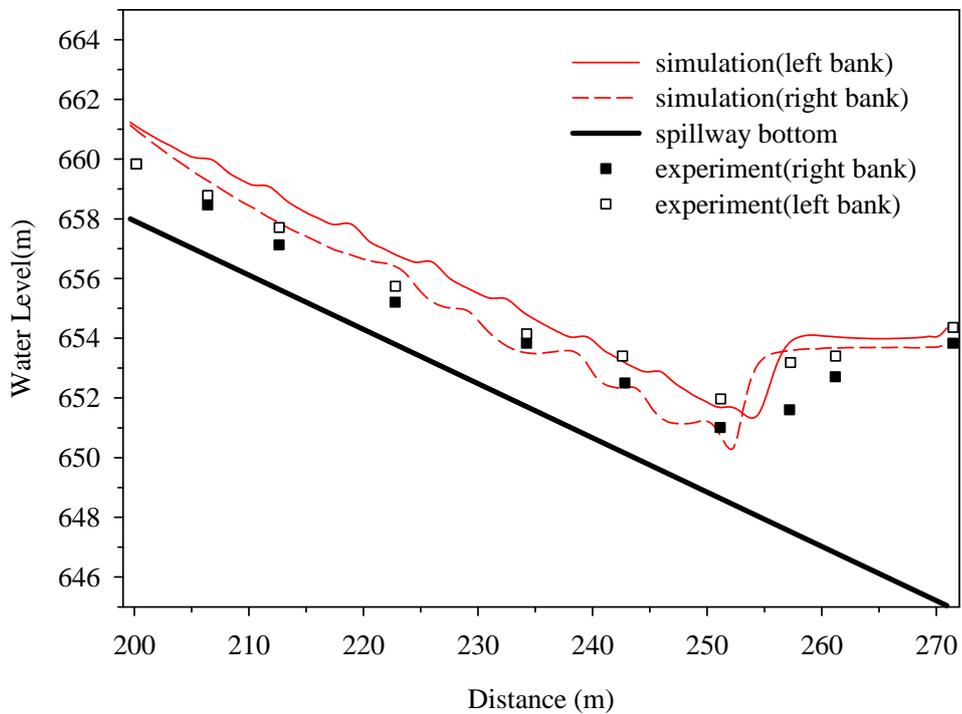


圖 4.17 Ye(2006)案例第二彎道模擬水位與實驗值比較圖

第五章 渠道中交波現象模擬與分析

當超臨界流流經束縮段渠道或彎道時，震波受邊牆的反射而交會，稱之為交波(cross wave)。在工程實務上，若能將邊牆的走向做適度的布置，便可以利用波的交互干擾特性來消除不必要的水面震波，避免造成損失。

經由第四章在模式功能展示與驗證後，說明本模式有能力模擬上下游不同流況之能力，本章節將分別針對直線道與彎道中超臨界流況所形成的交波現象進行模擬與分析，並對可能影響模擬結果之參數進行敏感度分析，藉此了解各項影響因子在交波現象中的影響程度。

5.1 直線道

直線道部分模擬採用 Ippen 和 Dawson(1951)之直線型邊牆束縮渠道，渠道平面圖如圖 5.1 所示。其上游渠寬為 0.61 m，下游渠寬為 0.305 m，上游水深為 0.0305m，上游流速 2.188 m/s，福祿數為 4。

5.1.1 參數敏感度分析

一、重要影響參數

由過去文獻得知，影響直線道模擬精度的因素有(1)控制方程式(Kruger, 2006)；(2)數值差分式(鄧,1997)；(3)調適格網(Rahman and Chaudhry, 1997)；(4)格網細長比；(5)格網數目；(6)格網正交性。

Kruger(2006)引進垂向流速、流量與壓力分佈曲線，經由深度平均後得到修正後的淺水波方程式，並應用於交波的模擬，模擬結果與實驗值相當吻合，若要在本研究既有的模式進行以上之修改，則必須重新推導控制方程式；鄧(1997)在數值方法上利用 MacCormack 結合 TVD 的方法，在模擬直線道震波交會的位置有很好的效果，然而 TVD 在控制方程式上需為保守形式 (conservation form)，但本研究的控制方程式為非保守形式

(Non-conservation form)，因此若在數值方法上要使用 TVD，除了必須重新推導控制方程式，程式亦須重新改寫；Rahman 和 Chaudhry(1997)利用調適格網的方式以增進模擬的精度，但利用此方法必須修改座標系統，目前暫不考慮此方式。

由前述說明可知在現有的數值架構上要對於(1)、(2)與(3)項進行修正有其困難；此外，直線道受限於渠道型式難以定義格網細長比，故在此針對格網數目、格網正交性進行敏感度分析。

二、參數影響評估指標

為展示各影響因子的敏感度，在此採用均方根差(root mean square error) E_{rms} 、相關係數(Correlation) ρ_c 與信賴指標(reliability index) k_g/k_s 來表示對整體模擬結果的誤差。

$$E_{rms} = \left(\frac{\sum (x_i - y_i)^2}{N_{total}} \right)^{1/2} \quad (5.1)$$

$$\rho_c = \frac{\sum (x_i - \hat{x})(y_i - \hat{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \hat{x})^2 \sum (y_i - \hat{y})^2}} \quad (5.2)$$

$$\text{幾何信賴指標 } K_g = \frac{1 + \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{1 - (y_i/x_i)}{1 + (y_i/x_i)} \right]^2}}{1 - \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{1 - (y_i/x_i)}{1 + (y_i/x_i)} \right]^2}} \quad (5.3)$$

$$\text{統計信賴指標 } K_s = \exp \left\{ \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\log \left(\frac{y_i}{x_i} \right) \right]^2} \right\} \quad (5.4)$$

其中 x_i 表示實驗值， y_i 表示模式模擬結果，上標($\hat{\quad}$)表示平均數。 E_{rms} 可

視為模擬結果與實驗值之平均誤差，其值越小表示模擬結果越接近實驗值； ρ_c 越大表示模擬整體誤差越小；Leggett and Williams(1981)提出 k_g 與 k_s 兩指數時指出，當 k_g/k_s 介於 0.989 與 1.027 之間時，模擬結果可視為與正確值一致。

三、分析結果說明

進行敏感度分析前，本研究首先設計一組合理參數作為模擬的基準，採用較密的格網數目 70×70，且格網間彼此近似正交，曼寧 n 值則參考鄧(1997)採用的 $n=0.01$ 。在進行敏感度分析時，僅改變欲分析的參數，其餘參數則維持不變。

(1) 格網數目變化

在數值計算上，格網大小有時會對模擬結果產生影響，因此為了瞭解格網數目對於模擬束縮断面超臨界流況模擬的影響，設計 12 組不同格網數，並比較在不同格網數下對束縮段流況的影響。

圖 5.2 為束縮渠道格網數目對最高水位之影響圖，由圖可知最高水位隨著格網數的增加而變大，直至超過格網總數為 3600 後其最高水位的變化趨於一致；此外，圖 5.3 為不同格網數對最高水位發生位置圖，其中縱軸起點代表束縮段的起點，由圖 5.3 可看出最高水位發生位置皆集中在距束縮段入口處約 150 cm ~ 160 cm 處，其範圍與渠道總長度相比不大，可知格網數變化對最高水位發生位置的影響並不大。

表 5.1(a)~(c)為不同格網數目下模擬結果整體誤差比較表，大體而言，格網數越密對整體的結果較佳，但當格網數超過某程度時，對於模擬結果影響程度變小。

(2) 格網正交性影響

為了解正交與非正交格網對於正交曲線座標模式中模擬結果之影響。在此設計三種不同正交程度的案例以討論格網的正交性對於模擬時所產生的影響。

圖 5.4 為束縮渠道格網正交與非正交格網示意圖，其中案例 B 為近似正交格網，而案例 A、C 為非正交格網。圖 5.5 為無因次化的模擬水深，橫軸起點代表束縮段的起點。在兩震波交會處前的不受干擾區域內，其水深應維持與上游水深相同，而由圖 5.5 所示，分別比較三組案例在不受干擾區域內的模擬結果，案例 A 的模擬結果高估實驗值，且整體模擬結果與實驗值差異相當大；案例 B 的模擬結果與實驗值吻合，而案例 C 的模擬結果則低估實驗值。由此可知，格網的正交性與否對於模擬的精度影響很大，過於非正交的格網甚至會使得模擬結果失去其應具有的物理意義。

5.1.2 渠道束縮段超臨界流模擬分析

經由敏感度分析後，為避免格網效應的影響，選用格網數目為 90×90，且格網間彼此近似正交，作為束縮渠道超臨界流況模擬分析

由於實驗資料並無明確給定渠道的糙度係數，故須針對曼寧 n 值進行測試，以求得較為適當的曼寧 n 值。因此，在此模擬八組不同的曼寧 n 值，其範圍介於 $n = 0.008 \sim 0.015$ 。

為了解實驗值與模擬結果間最高水位的誤差量，以相對誤差作為評估單點的指標，定義為

$$\text{相對誤差} = \frac{\text{實驗值} - \text{模擬值}}{\text{實驗值}}$$

圖 5.6 為不同曼寧 n 值下最高水位之相對誤差，模擬結果顯示當曼寧 n 值為 0.009 時模擬結果與實驗值最為相近；圖 5.7 為不同曼寧 n 值下最高水

位發生位置比較圖，由圖中可知隨著曼寧 n 值變大，最高水位的發生位置會向左移動，與實驗值的最高水位發生位置更為接近；然而比較 $n = 0.009$ 與 $n = 0.015$ 兩組案例，如圖 5.8 與圖 5.9 分別為兩組曼寧 n 值沿渠道中心線與邊牆部分之比較圖，顯示曼寧 $n = 0.015$ 的模擬水深與實驗水深差異相當大。因此，在束縮渠道案例中採用曼寧 $n = 0.009$ 作為模擬分析之參數。

圖 5.10(a)、(b)分別為束縮段實驗與模擬結果等高線圖，由圖中可看出兩個等強度且轉向角度相同的震波交會，這樣的情況如同將一道牆布置在中心線上，換言之，中心線的兩端是對稱的。圖 5.11 為模擬水位立體圖，由圖中可看出上游水流因邊牆作用力形成正波，使得水位逐漸升高；此外，受到束縮段末端邊牆所產生的負波影響，使得水位降低，這樣的過程向下游渠道重複出現，直至水面波受黏性效應而衰減。因此，沿著渠道邊牆會出現高、低水面交互出現的情況。

圖 5.12 與圖 5.13 分別為渠道沿中心線與邊牆部分流況水面線圖，並與 Rahman 和 Chaudhry(1997)的模擬結果比較，可看出本模式模擬結果與 Rahman 和 Chaudhry(1997)模擬結果相似。其中 Rahman 和 Chaudhry(1997)之數值方法為二階精度 MacCormack 法(顯示法)，並採用調適網格以增加模擬精度；而本研究所採用的數值方法為一階精度上風法(隱式法)，格網間彼此近似正交。分別將兩模式模擬結果與實驗值比較，可知 Rahman 和 Chaudhry(1997)透過格網調適的方法，使得模擬結果在部分區域呈現水面線急劇變化的現象。然而整體而言，兩模式的模擬結果在水面不連續處均與實驗值存在較大的誤差。

此外，如圖 5.12 所示，模擬結果的最高水位發生位置向右偏移，經對照渠道平面圖後發現最高水位發生位置已落在渠道束縮段之外，與實驗最高水位發生在束縮段內的現象不符。造成這誤差的原因為在於超臨界流的

流況中，水面線劇烈變化的過程中產生垂向加速度，在該處就不再符合靜水壓力分佈，且容易因為局部水面的不連續而發生夾氣的現象；另外，在數值方法上，由於本研究所採用之模式其數值方法僅為一階精度上風法，對於震波位置捕捉的表現，會出現較大的誤差。

5.2 彎道

彎道中超臨界流交波模擬採用 Reinauer 和 Hager(1997)之單一曲率半徑水平矩形渠道，渠道示意圖如圖 5.14。渠道寬為 0.25 m，中心線曲率半徑為 3.607 m，蜿蜒角度為 51° ，上游水深為 0.05 m，福祿數介於 2.5~8。

5.2.1 參數敏感度分析

一、重要影響參數

由前述可知增加精度的方式有改變控制方程式、改變數值差分式、調適格網、格網細長比、格網數目變化、格網正交性影響等方式，除此之外，二次流效應也是彎道中相當重要的因素。

因此，以下將針對彎道中格網細長比、格網數目變化、格網正交性影響與二次流效應的影響進行探討

二、分析結果說明

進行敏感度分析前，本研究首先設計一組合理參數作為模擬的基準，採用較密的格網數目 101×101 ，且格網間彼此正交，模擬時考慮二次流效應，此外，由於 Reinauer 和 Hager(1997)的實驗渠道為平滑渠道，且文獻中並無建議其曼寧 n 值，故首先假設渠道材質為透明合成樹脂(Lucite)，周文德博士建議其曼寧 n 值為 0.008。在進行敏感度分析時，僅改變欲分析的參數，其餘參數則維持不變。

(1) 格網細長比

為了解格網的細長比($\Delta\eta/\Delta\xi$)是否會對於模擬結果產生影響，在此以 $Fr=3$ 為例，並設計 9 組案例(細長比介於 1.5 ~ 10 間)，比較格網細長比變化對於模擬結果的影響。

圖 5.15 為格網細長比對最高水位之影響圖，由圖可得知格網細長比的變化對於最高水位並無明顯的變化；此外，圖 5.16 為格網細長比對最高水位發生位置之影響圖，圖中顯示最高水位發生位置集中在 $9.1^\circ \sim 9.6^\circ$ ，與渠道蜿蜒角度(51°)相比差異不大，因此格網細長比同樣對於最高水位發生位置的影響相當小。

(2) 格網數目變化

為了測試格網效應對於超臨界流在彎道中的影響，在此以 $Fr=3$ 為例，分別設計 12 組案例，比較格網數變化對於彎道超臨界流模擬的影響。

圖 5.17 為格網數目與最高水位的關係圖，由圖中可以看出最高水位起初隨格網數增加而變大，而當格網數越大(超過格網總數 5151)時，最高水位漸漸會趨於一致；此外，圖 5.18 為格網數目與最高水位發生位置關係圖，由圖可知最高水位的發生位置集中在 $8.9^\circ \sim 9.3^\circ$ 間，其最大差異僅 0.4° ，與渠道蜿蜒角度(51°)相比差異不大。因此，總和來說格網效應對於最高水位的發生位置的影響很小。

表 5.2(a)~(c)為不同格網數下整體模擬結果各項指標比較表，由表中可知格網數整體的誤差會隨著格網數的增加而趨於一致。

(3) 格網正交性

為了解格網正交性對於彎道超臨界流模擬時所產生的影響，在此設計三組不同格網組合，格網示意如圖 5.19(a)~(c)，其中案例 1 為正交格網，案

例 2、3 為非正交格網。

圖 5.20 與圖 5.21 分別為外岸與內岸無因次化的模擬水深，其中圖 5.20 的橫軸為彎道任一點角度除以最大水深發生位置的蜿蜒角度，縱軸為任一點水深減去上游水深再除以最大水深減去上游水深；圖 5.21 的橫軸為彎道任一點角度除以最小水深發生位置的蜿蜒角度，縱軸為任一點水深減去最低水深除以上游水深減去最低水深。由模擬結果顯示正交格網具有較佳的模擬結果；若格網為非正交格網時，模擬結果會出現相當大的誤差，如在上游未受震波干擾的區域，水深應維持與入流水深相同，然而由模擬結果可知，隨著格網正交性越差，在上游直線段部分模擬水深與上游水深的差異越大。

(4) 二次流效應

由過去的文獻中(Hsieh and Yang, 2003)得知，二次流效應在彎道中是相當重要的因子，因此透過 Reinauer 和 Hager(1997)案例討論考慮與不考慮二次流效應對於模擬結果的影響。

圖 5.22 為彎道外岸二次流效應影響圖，由圖中可知在最高水位發生位置前呈現無二次流效應的模擬結果較佳，在最高水位發生位置後則呈現有二次流效應的模擬結果較佳；圖 5.23 為彎道內岸二次流效應影響圖，由圖中可知無二次流效應有較好的模擬結果。表 5.3 為二次流效應整體模擬結果各項指標比較表，由表中可得知整體而言無二次流效應模擬結果比有二次流效應模擬結果好，這樣的結果與過去相關的研究中二次流效應對於彎道模擬應具有較佳的模擬結果不同。

由 2.2 節可知 de Vriend(1977)流速剖面的適用範圍為(1)水深遠小於渠道寬度；(2)渠道寬度遠小於渠道之曲率半徑；(3)單一二次流(single secondary eddy only)；(4)完全發展流況(developed flow)。而超臨界流在彎道中受到震

波的影響，在內外岸處會產生高低水位變化的現象(詳細說明於 5.2.4 節)，此時渠道流況為非完全發展流；此外，計算 Reinauer 和 Hager(1977)之試驗渠道其寬深比 (b/h_0) 僅為 5，對於水深須遠小於渠道寬度的適用條件並不太符合。

因此，引用第四章 Knapp(1951)案例，渠道寬度為 0.457 m、水深為 0.034 m，計算其寬深比為 13.44，符合水深須遠小於寬度的適用條件；且渠道主彎道中心線曲率半徑為 7.62 m，漸變渠道中心線曲率半徑為 15.24 m，渠道寬度皆遠小於渠道之曲率半徑。圖 5.24 與圖 5.25 分別為外岸與內岸無因次水位模擬結果，其中橫軸為任一點角度除以渠道總蜿蜒角度，縱軸為任一點水深除以上游水深。由圖中可以看出在沒有二次流效應下，同樣有較好的模擬結果。

歸納 2 組模擬案例可知，渠道受到震波影響造成流況為非完全發展流，此現象與 de Vriend 的所作的假設不符合，因此模式中 de Vriend 的流速剖面對於超臨界流的劇烈水面變化之流況並無法適用，使得模擬結果呈現無二次流效應影響有較佳的模擬結果。

(5) 福祿數影響

圖 5.26 為無因次最高水位與福祿數關係圖，由圖中可看出在不同福祿數下，無二次流效應的模擬結果比有二次流效應的模擬結果好；圖 5.27 為最高水位發生位置與福祿數關係圖，由圖中可知除 $Fr=2.5$ 外其餘模擬最高水位的發生位置與實驗值比較均提早發生，且有無二次流效應對於最高水位的發生位置並無太大的關係。圖 5.26 與圖 5.27 中顯示出，隨著福祿數的增加，最高水位的模擬結果及其發生位置與實驗值相比出現較大的誤差。

5.2.2 彎道超臨界流模擬分析

由敏感度分析得知，為避免格網效應所造成的影響，採用格網數為 101×121 、格網間彼此正交，且不考慮二次流效應作為模擬之條件。

由於實驗中未明確給定渠道的糙度係數，故須對曼寧 n 值進行檢定。首先選用 $Fr=3$ 為案例並設計兩組不同曼寧 n 值作為測試，案例 1 與案例 2 分別為固定渠道曼寧 n 值為 0.008 與 0.016，測試結果如圖 5.28 與圖 5.29 所示，可得知外岸模擬水位隨曼寧 n 值增加而變大；而在內岸的模擬結果中，呈現低曼寧 n 值在最低水位前模擬誤差較小，高曼寧 n 值則在最低水位後的模擬誤差較小。故以此現象作為檢定曼寧 n 值之原則，在最低水位發生位置前固定曼寧 n 值為 0.008，而在最低水位發生位置後則由外岸至內岸逐漸調整曼寧 n 值，其範圍介於 0.008~0.016。

曼寧 n 值檢定後的模擬結果如圖 5.30 與圖 5.31，其結果與實驗值已較為接近，以下將以此組曼寧 n 值作為參數進行分析。

選用 $Fr=4$ 為案例作為曼寧 n 值檢定後之驗證。圖 5.32 為 $Fr=4$ 時模擬水位立體圖，由圖可清楚看出受到震波的影響，在邊牆部分水面呈現高低起伏的形狀，此現象持續出現在下游直線渠道中，說明模式合理模擬出渠道交波的流況。

此外，圖 5.33 與圖 5.34 分別為彎道外岸與內岸的模擬結果，由圖可知外岸模擬結果與實驗結果相當吻合；內岸在模擬水位最低點前與實驗值接近，但在水位最低點後上升段模擬結果出現誤差。Wilson(1941)指出當超臨界流流經彎道時，水面在垂直方向變化劇烈，水面急遽變化過程中產生相當大的垂向加速度，使得渠道水理條件不符合靜水壓力分佈，這一些現象在越高福祿數下越明顯，造成模擬結果的誤差越大。

表 5.1(a) 束縮渠道格網數目影響均方根差比較表

格網組合	格網總數	均方根差(m)	
		中心線	邊牆
30×20	600	0.013	0.006
30×30	900	0.011	0.006
69×21	1449	0.011	0.008
40×40	1600	0.011	0.008
50×35	1750	0.011	0.008
83×27	2241	0.011	0.008
60×40	2400	0.012	0.008
70×40	2800	0.012	0.008
99×31	3039	0.012	0.009
60×60	3600	0.012	0.008
70×70	4900	0.012	0.009
90×90	6400	0.012	0.009



表 5.1(b) 束縮渠道格網數目影響相關係數比較表

格網組合	格網總數	相關係數	
		中心線	邊牆
30×20	600	0.793	0.958
30×30	900	0.824	0.957
69×21	1449	0.851	0.965
40×40	1600	0.847	0.893
50×35	1750	0.854	0.930
83×27	2241	0.854	0.933
60×40	2400	0.837	0.927
70×40	2800	0.844	0.923
99×31	3039	0.847	0.928
60×60	3600	0.838	0.925
70×70	4900	0.851	0.921
90×90	6400	0.845	0.925

表 5.1(c) 束縮渠道格網數目影響信賴指標比較表

格網組合	格網總數	信賴指標	
		中心線	邊牆
30×20	600	0.999	1.000
30×30	900	0.999	1.000
69×21	1449	0.999	1.000
40×40	1600	1.000	1.000
50×35	1750	0.999	1.000
83×27	2241	0.999	1.000
60×40	2400	0.999	1.000
70×40	2800	0.999	1.000
99×31	3039	0.999	1.000
60×60	3600	0.009	1.000
70×70	4900	0.999	1.000
90×90	6400	0.999	1.000

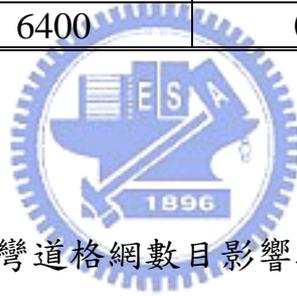


表 5.2(a) 彎道格網數目影響均方根差比較表

格網組合	格網總數	均方根差(m)	
		內岸	外岸
101×11	1111	0.010	0.007
101×31	3131	0.011	0.006
101×51	5151	0.011	0.005
91×81	7371	0.011	0.006
101×81	8181	0.011	0.005
101×101	10201	0.011	0.005
131×81	10611	0.011	0.005
101×121	12221	0.011	0.005
171×81	13851	0.011	0.005

表 5.2(b) 彎道格網數目影響相關係數比較表

格網組合	格網總數	相關係數	
		內岸	外岸
101×11	1111	0.320	0.993
101×31	3131	0.202	0.984
101×51	5151	0.161	0.975
91×81	7371	0.123	0.936
101×81	8181	0.158	0.974
101×101	10201	0.156	0.974
131×81	10611	0.184	0.985
101×121	12221	0.155	0.973
171×81	13851	0.181	0.988

表 5.2(c) 彎道格網數目影響信賴指標比較表

格網組合	格網總數	信賴指標	
		內岸	外岸
101×11	1111	0.998	1.000
101×31	3131	0.998	1.000
101×51	5151	0.998	1.000
91×81	7371	0.998	1.000
101×81	8181	0.998	1.000
101×101	10201	0.998	1.000
131×81	10611	0.998	1.000
101×121	12221	0.998	1.000
171×81	13851	0.998	1.000

表 5.3 彎道二次流效應影響各項指標比較表

影響因子	均方根差(m)		相關係數		信賴指標	
	內岸	外岸	內岸	外岸	內岸	外岸
二次流	0.010	0.008	0.198	0.923	0.993	1.000
無二次流	0.009	0.006	0.342	0.933	0.998	1.000



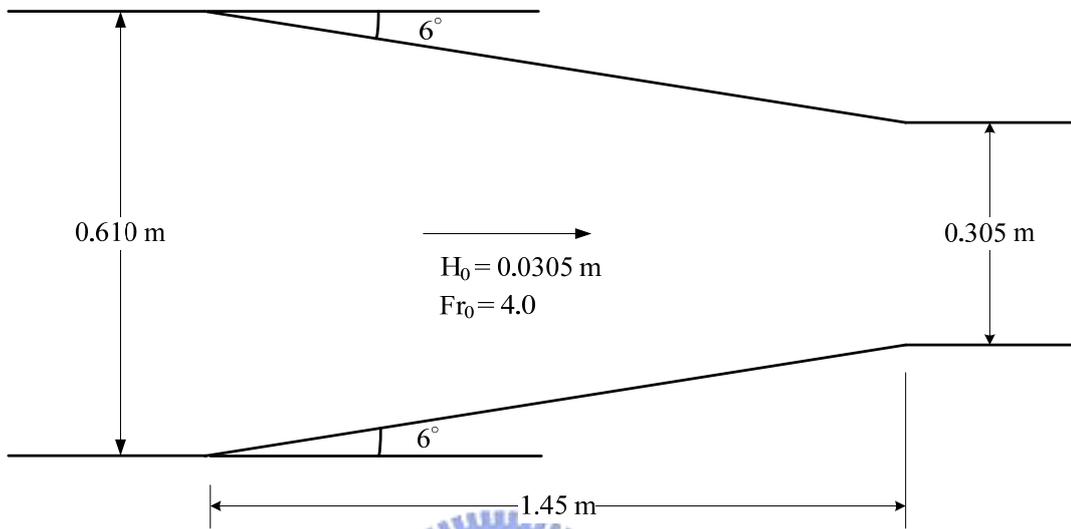


圖 5.1 直線型束縮段渠道平面圖



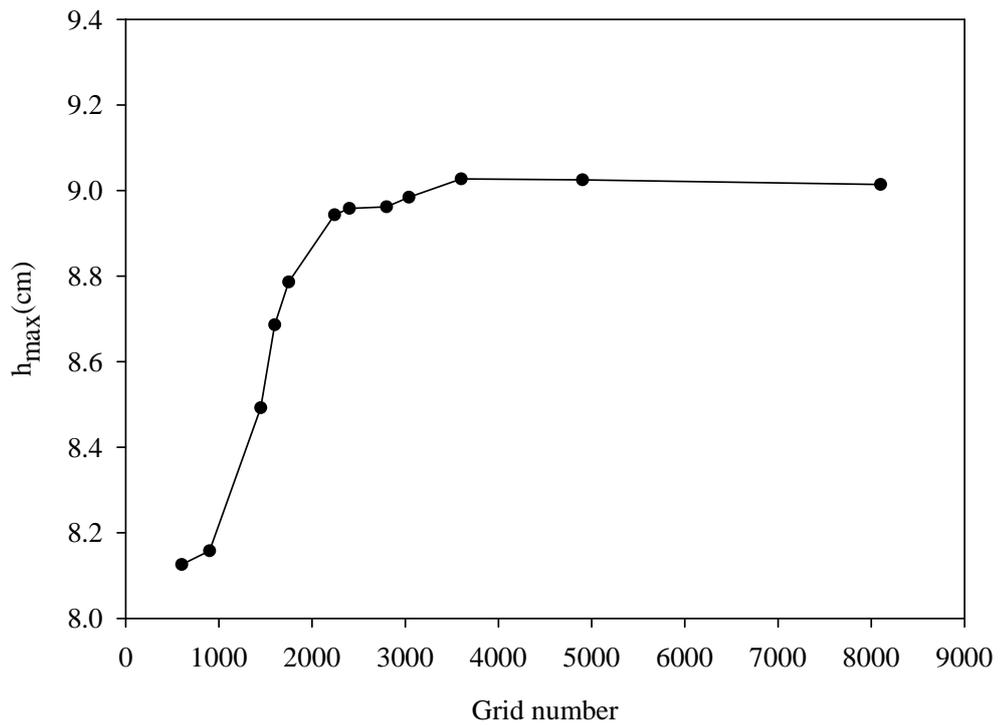


圖 5.2 束縮渠道格網數目對最高水位之影響圖

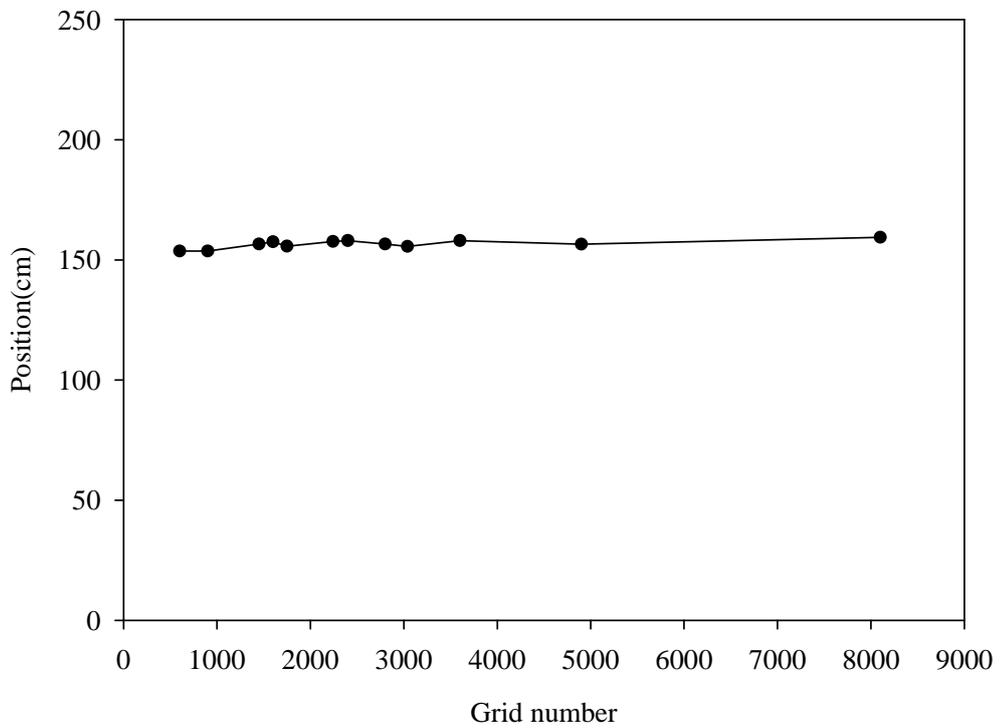


圖 5.3 束縮渠道格網數目對最高水位發生位置之影響圖

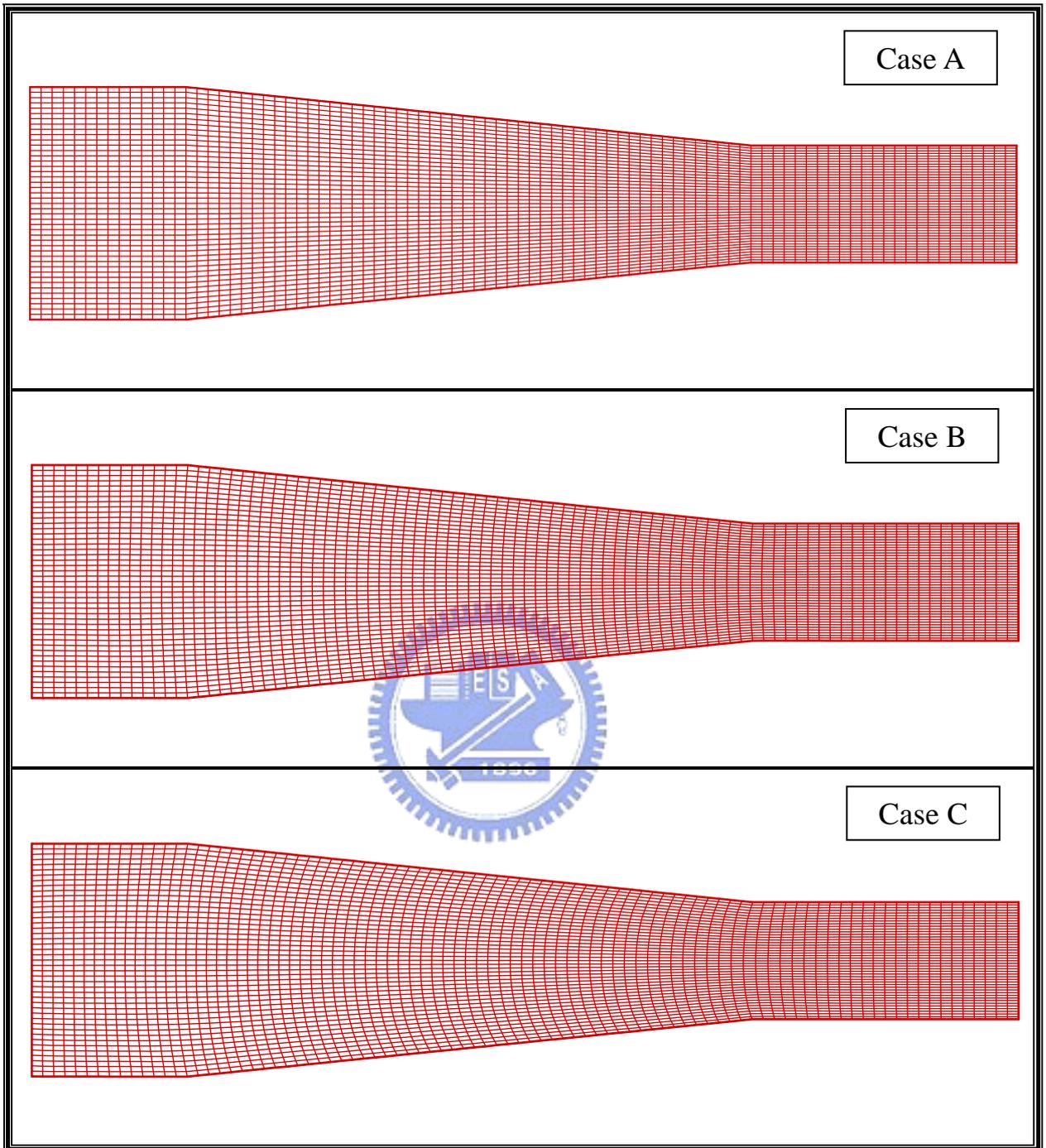


圖 5.4 束縮渠道正交與非正交格網示意圖

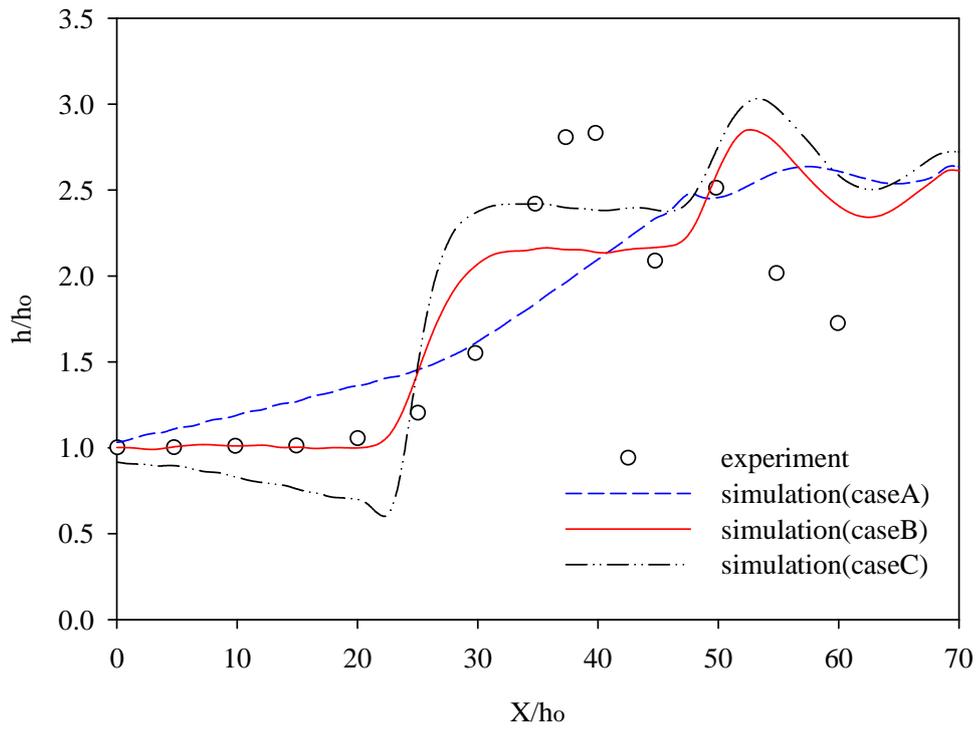


圖 5.5 束縮渠道格網正交性對模擬水位影響圖



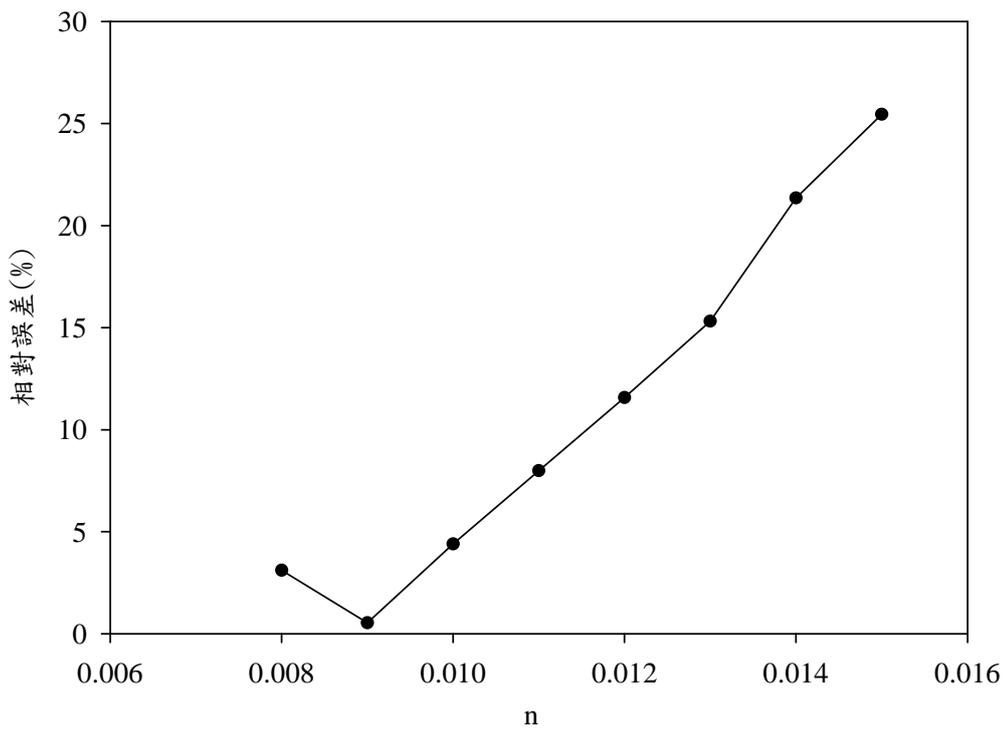


圖 5.6 束縮渠道曼寧 n 值對最高水位影響圖

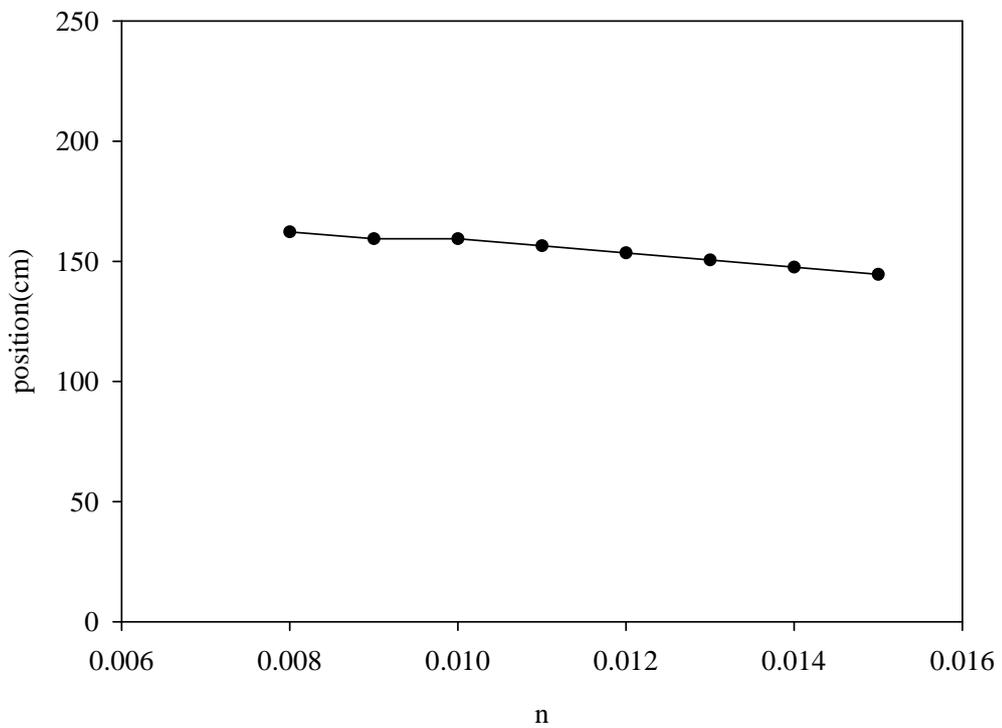


圖 5.7 束縮渠道曼寧 n 值對最高水位發生位置影響圖

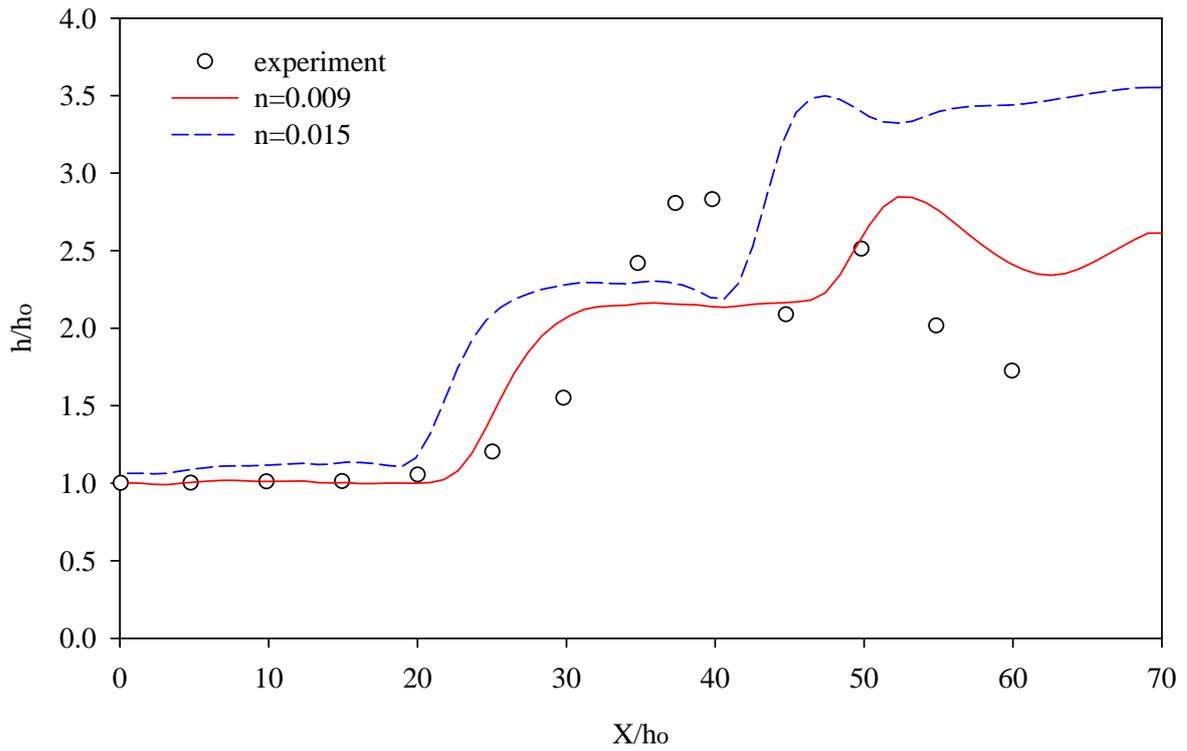


圖 5.8 不同曼寧 n 值沿渠道中心線模擬水位圖

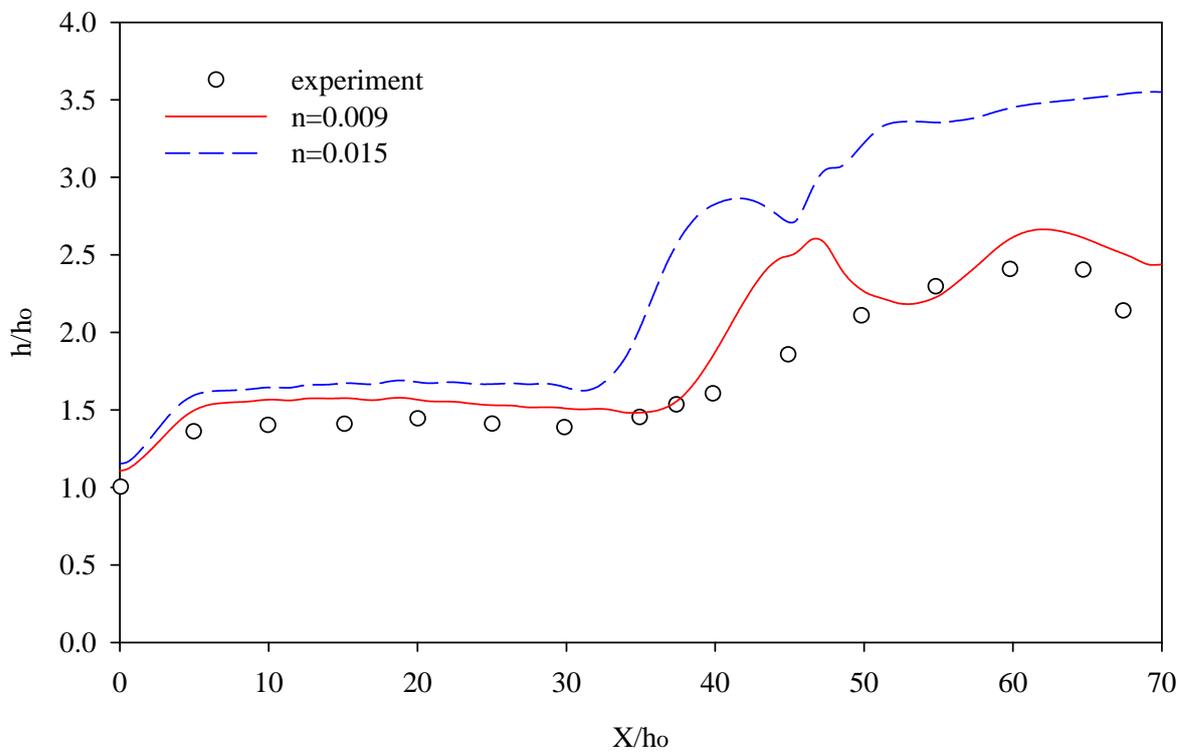


圖 5.9 不同曼寧 n 值沿渠道邊牆模擬水位圖

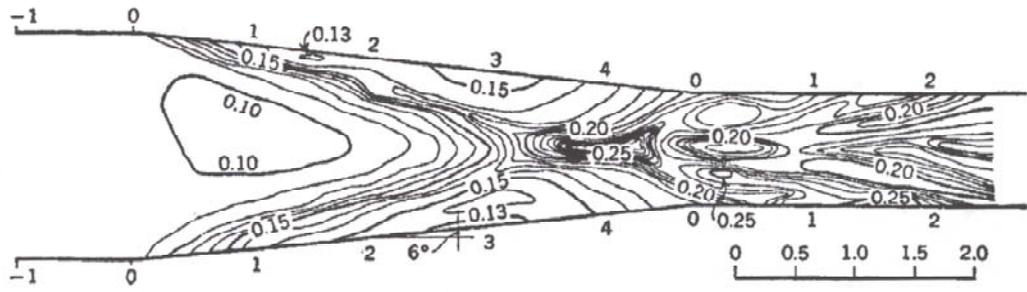


圖 5.10(a) 束縮渠道實驗水位等高線圖(單位：英尺)

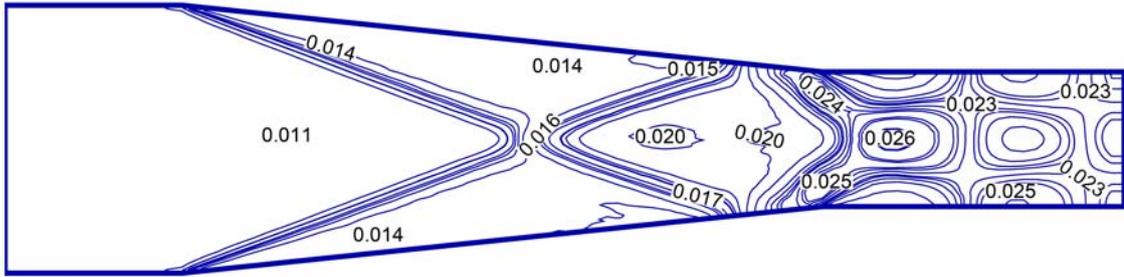


圖 5.10(b) 束縮渠道模擬水位等高線圖(單位：英尺)

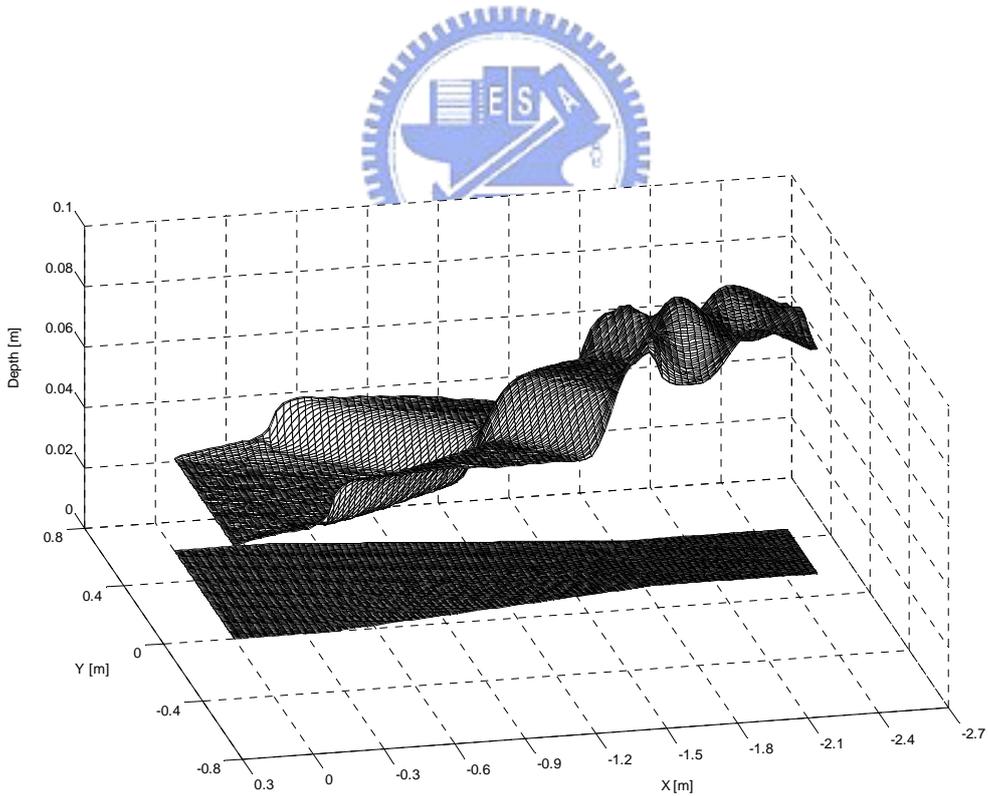


圖 5.11 束縮渠道模擬水位立體圖

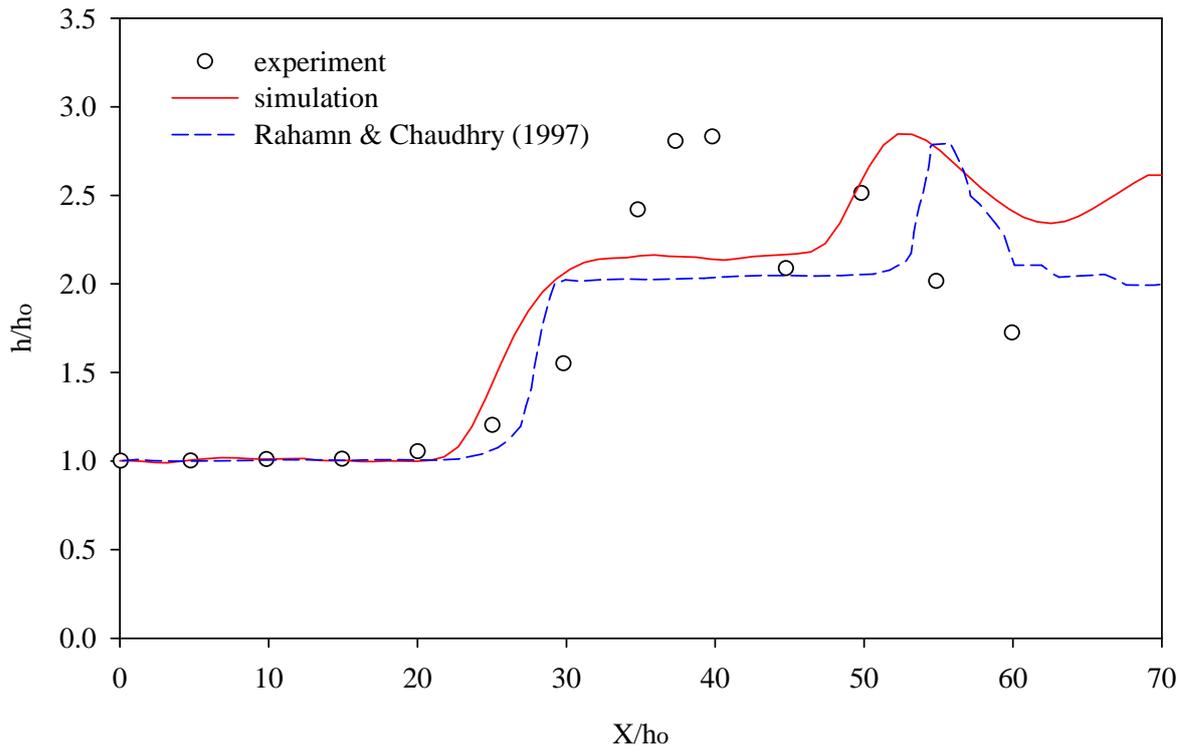


圖 5.12 束縮渠道模擬與試驗水位沿渠道中心線比較圖

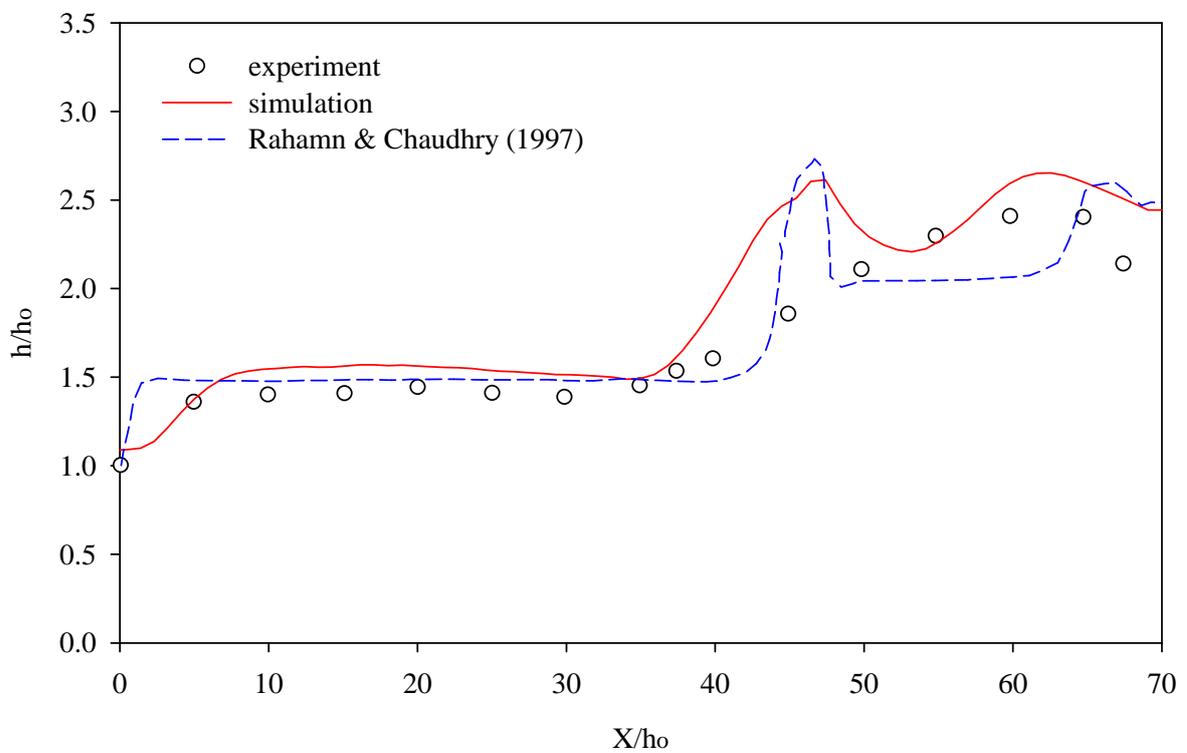


圖 5.13 束縮渠道模擬與試驗水位沿渠道邊牆比較圖

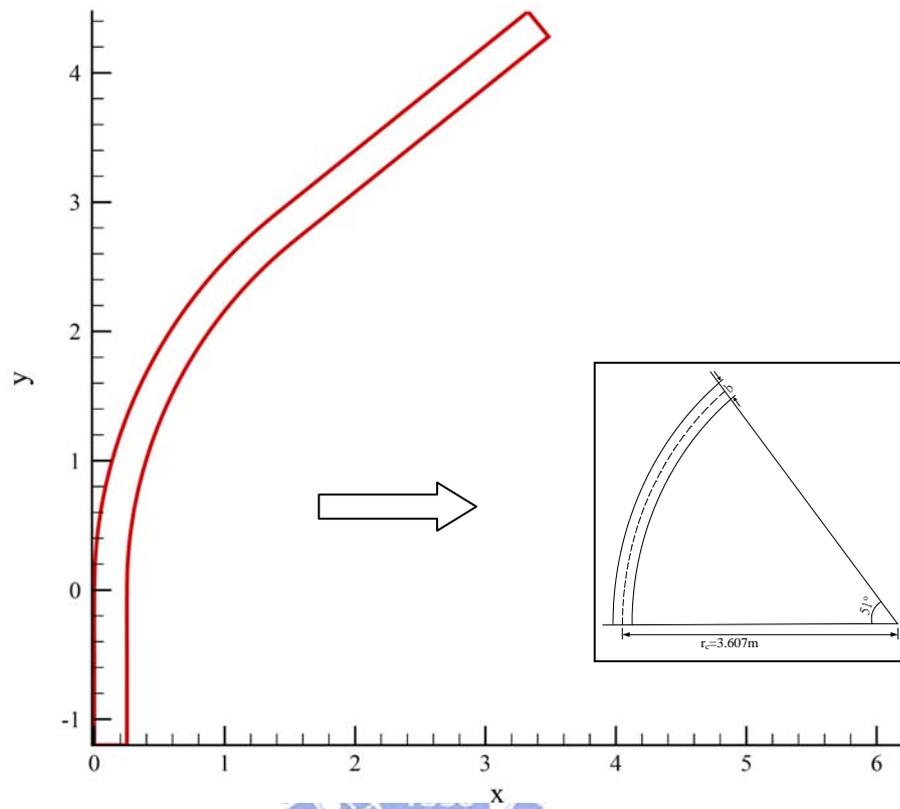


圖 5.14 Reinauer 和 Hager(1997)案例幾何形狀示意圖

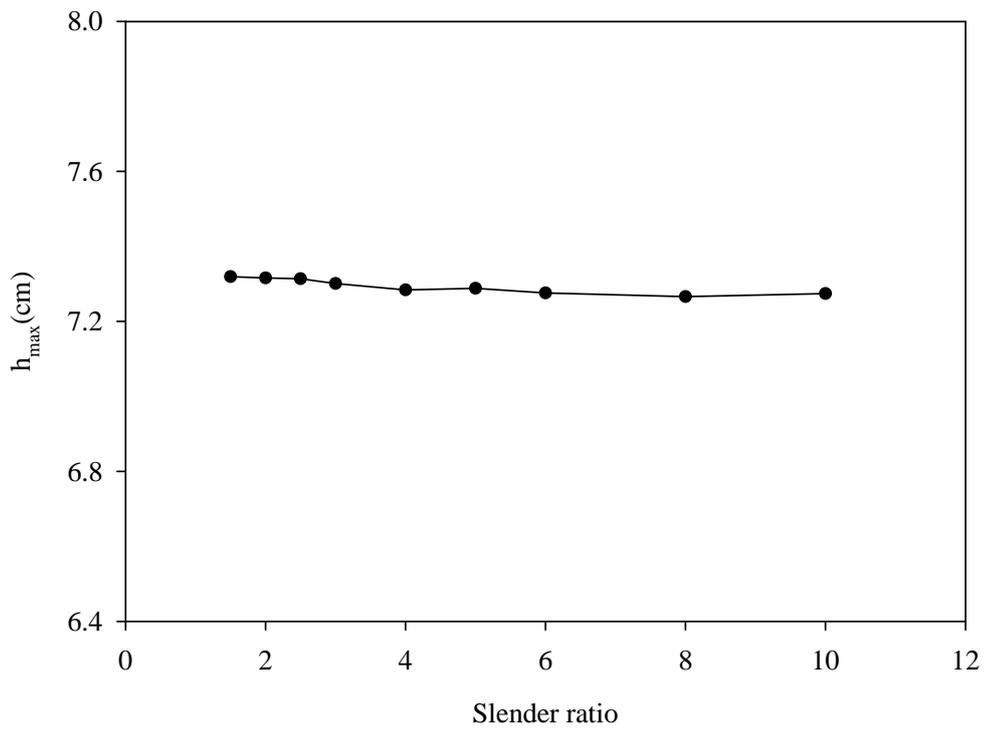


圖 5.15 彎道格網細長比對最高水位之影響圖

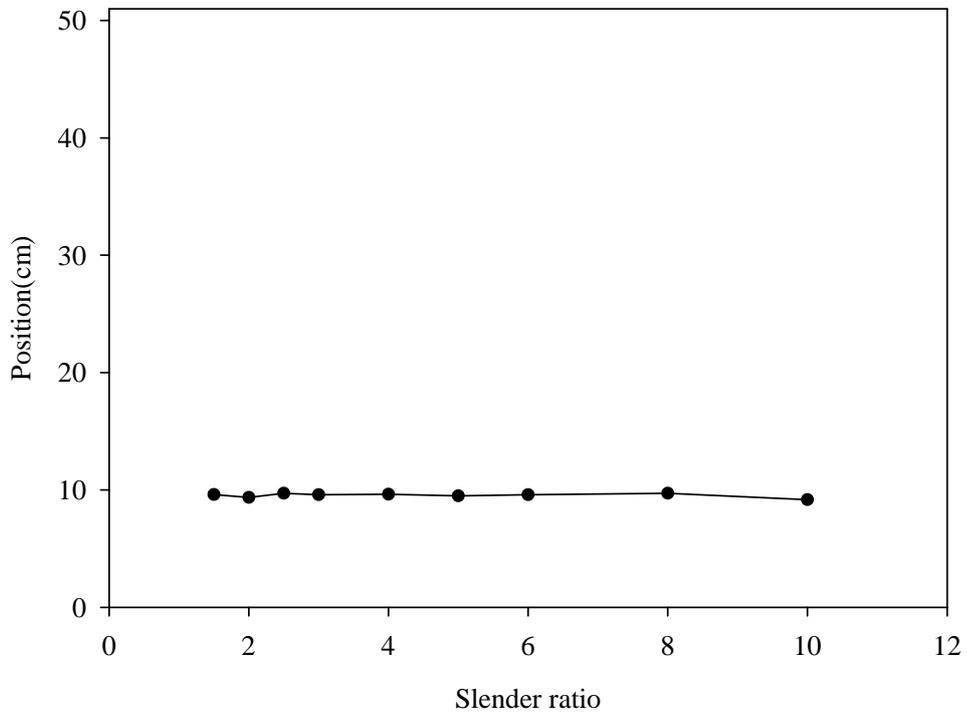


圖 5.16 彎道格網細長比對最高水位發生位置之影響圖

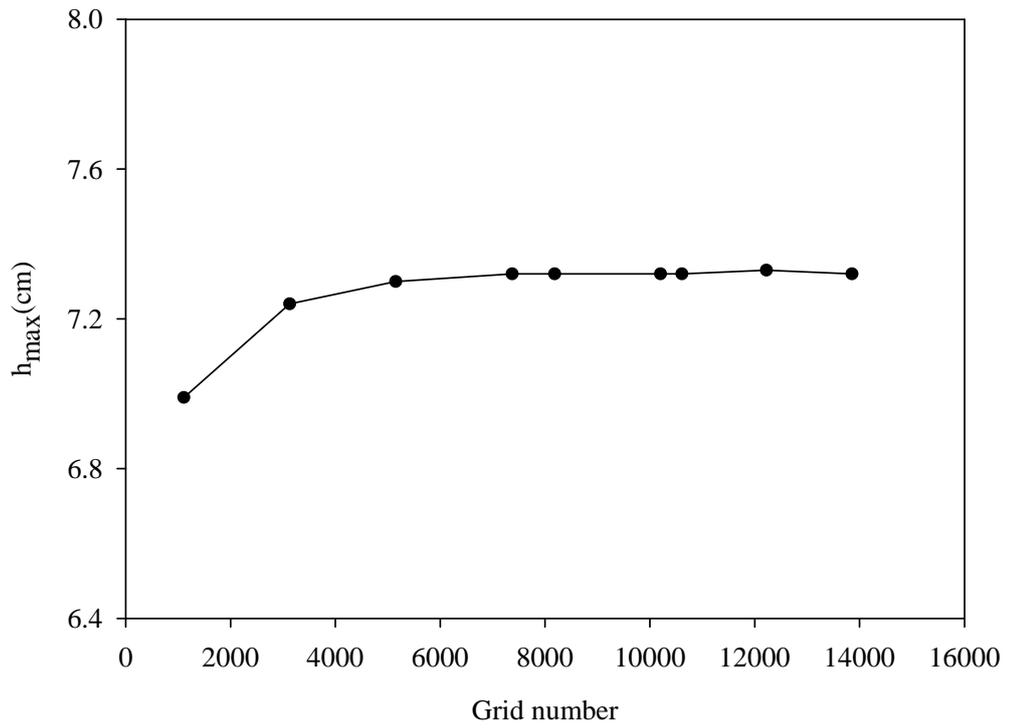


圖 5.17 彎道格網數目對最高水位之影響圖

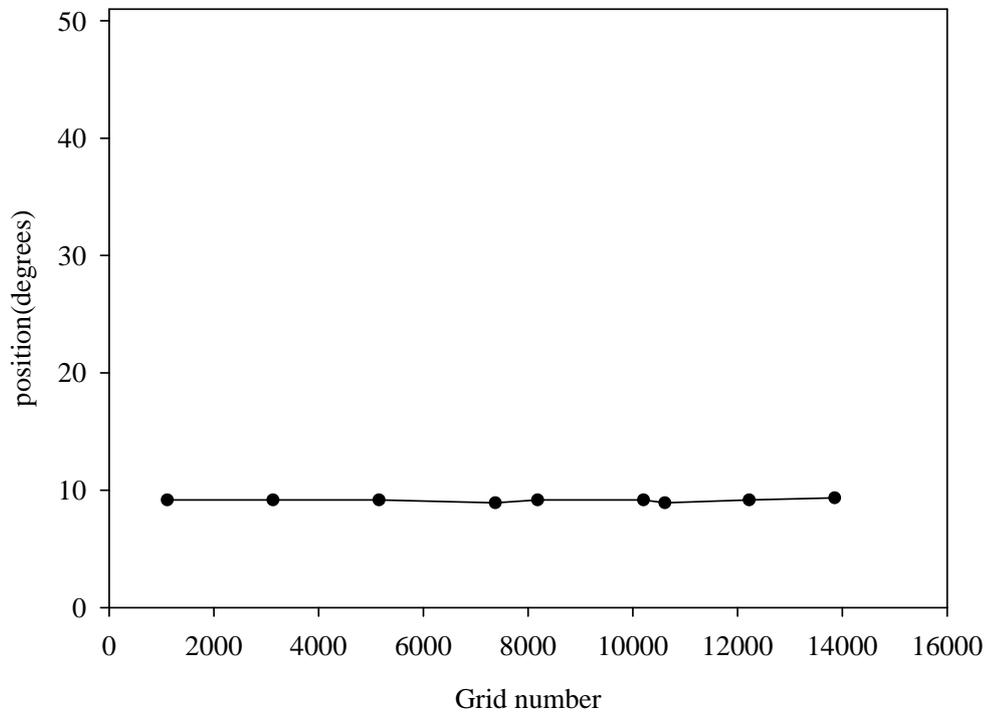


圖 5.18 彎道格網數目對最高水位發生位置之影響圖

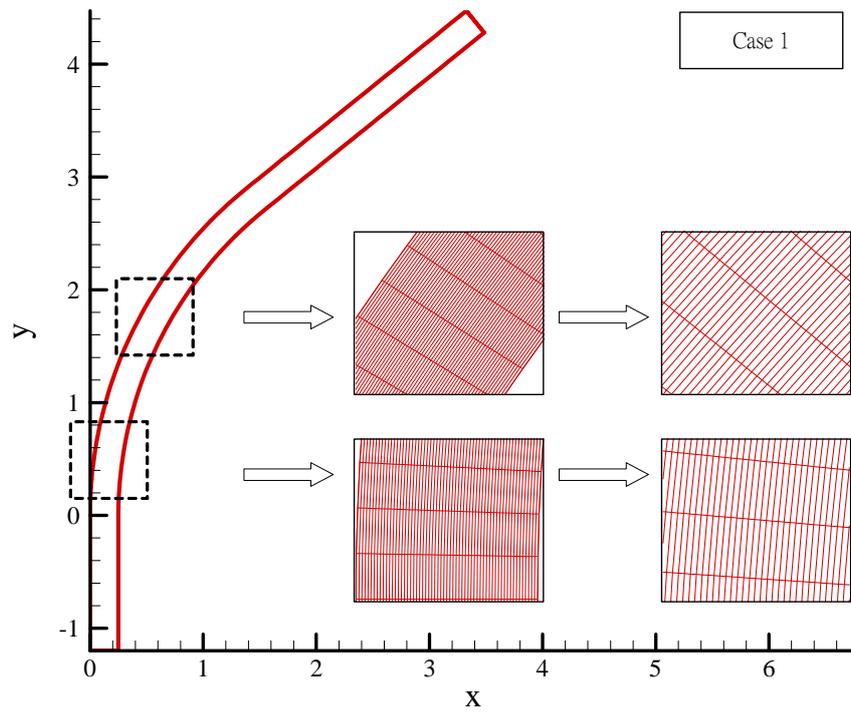


圖 5.19(a) 彎道正交格網與非正交格網比較圖(案例 1)

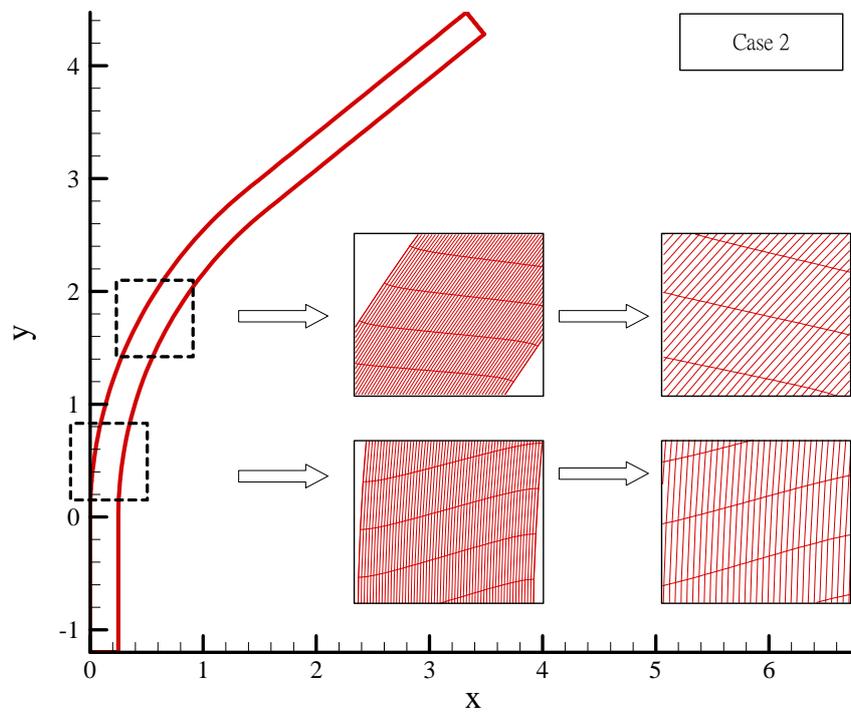


圖 5.19(b) 彎道正交格網與非正交格網比較圖(案例 2)

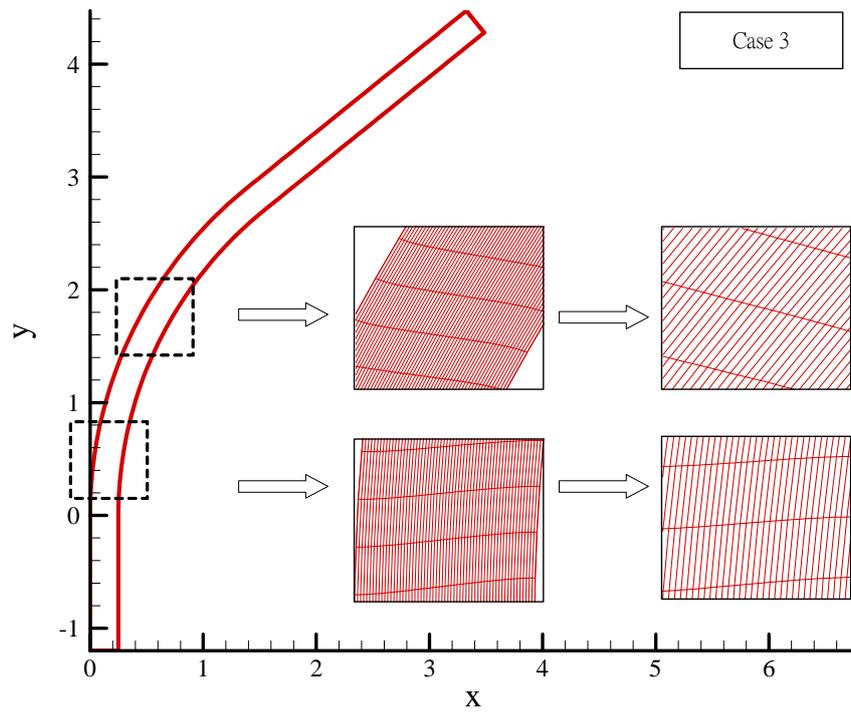


圖 5.19(c) 彎道正交格網與非正交格網比較圖(案例 3)



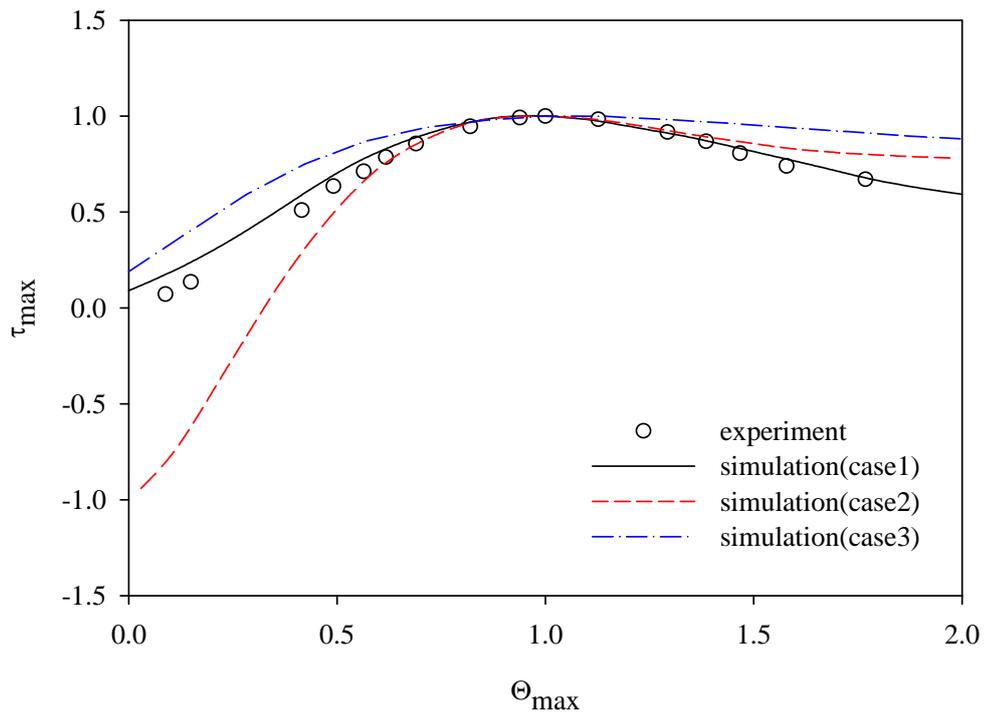


圖 5.20 彎道格網正交性影響圖(外岸水深)

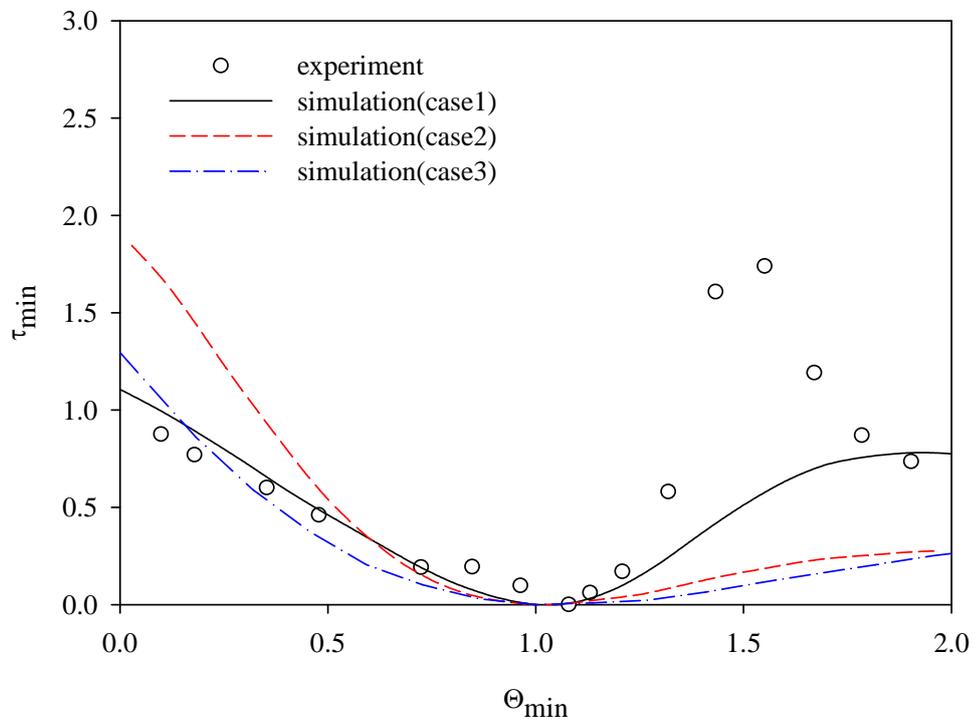


圖 5.21 彎道格網正交性影響圖(內岸水深)

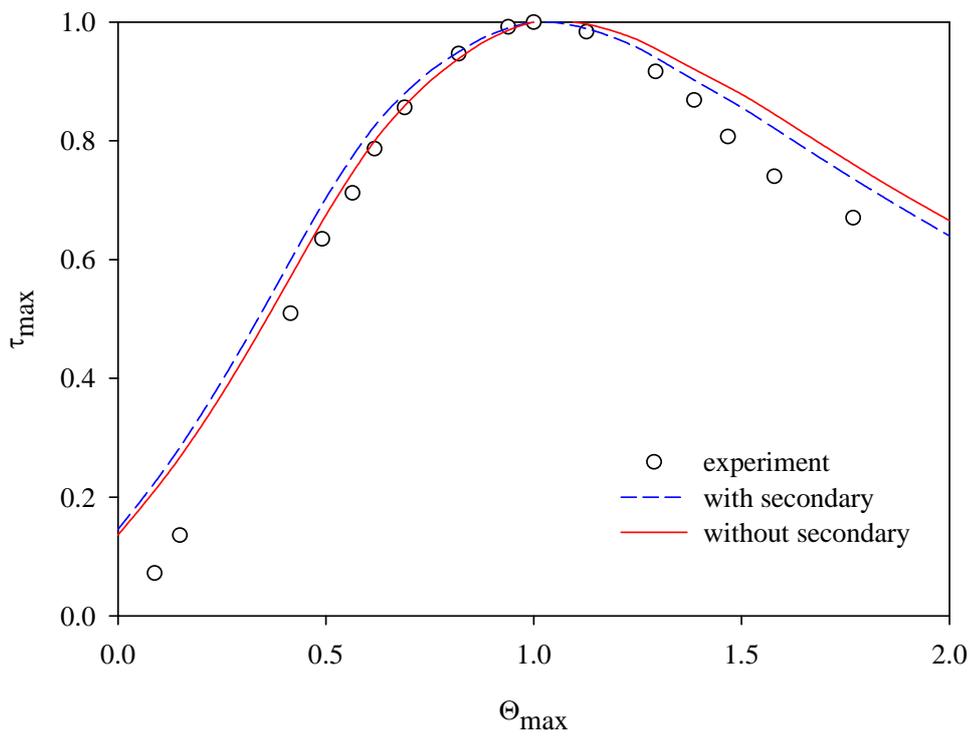


圖 5.22 彎道外岸二次流效應影響圖

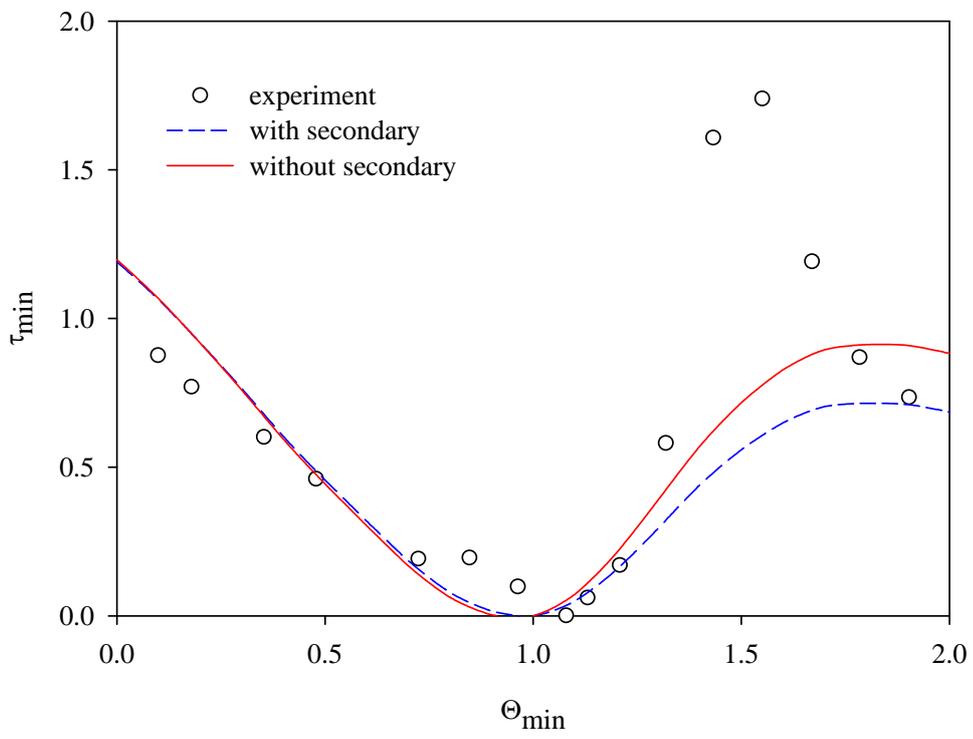


圖 5.23 彎道內岸二次流效應影響圖

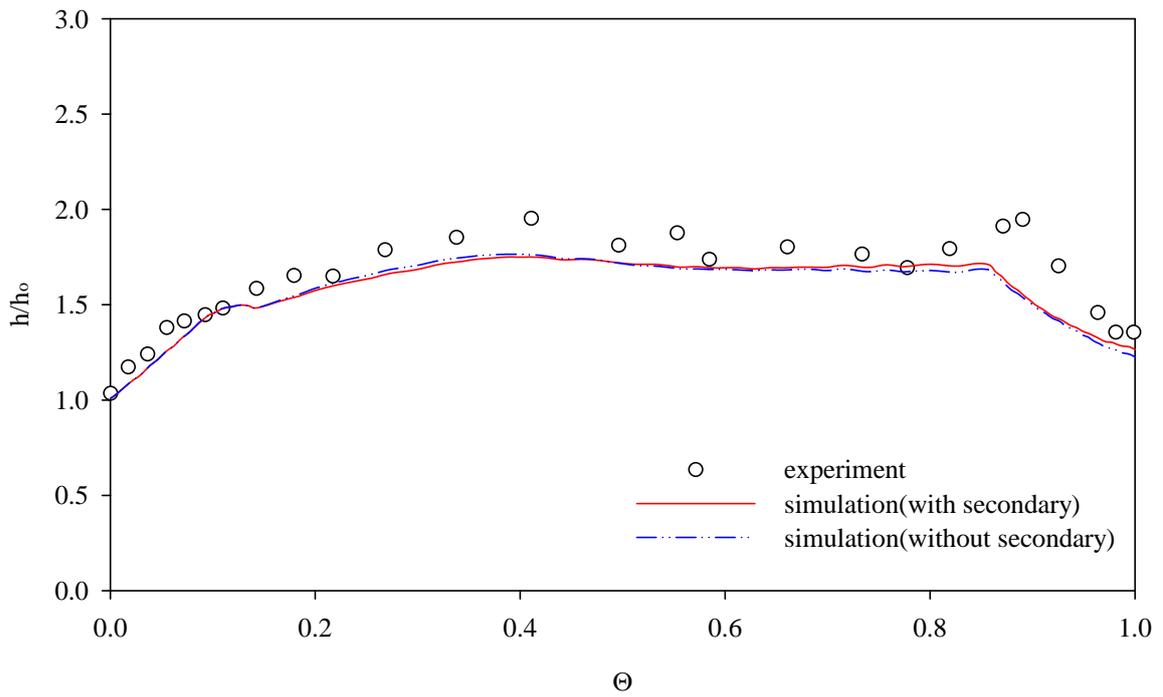


圖 5.24 Knapp(1951)案例二次流效應影響外岸無因次模擬水位圖

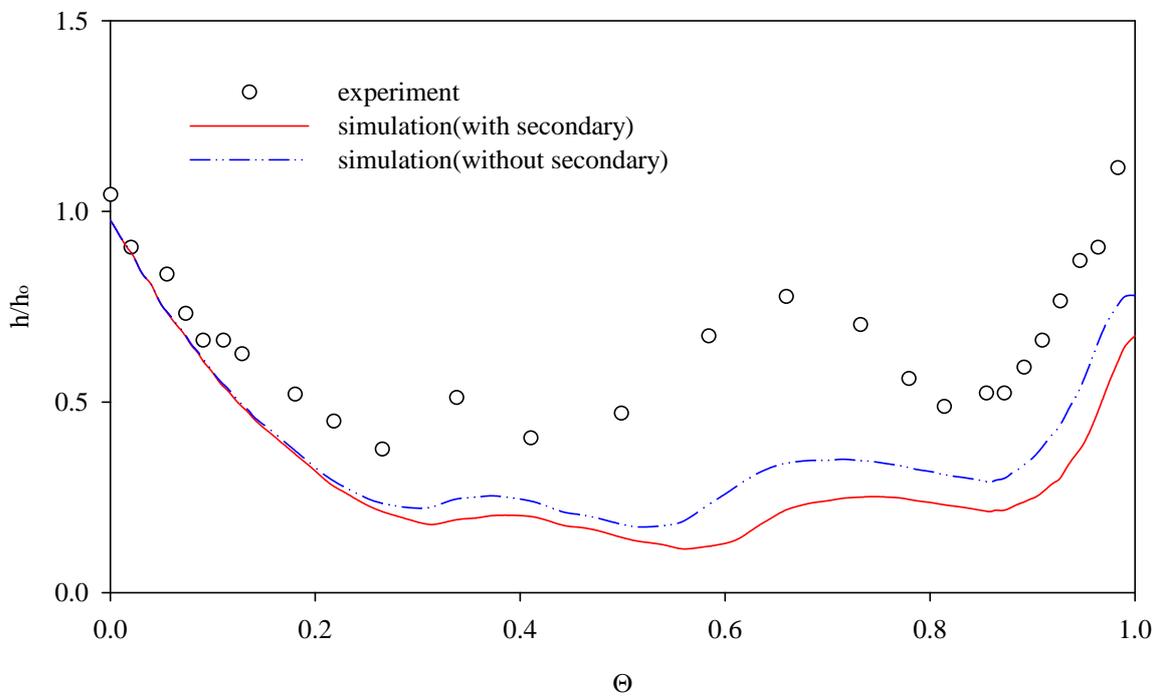


圖 5.25 Knapp(1951)案例二次流效應影響內岸無因次模擬水位圖

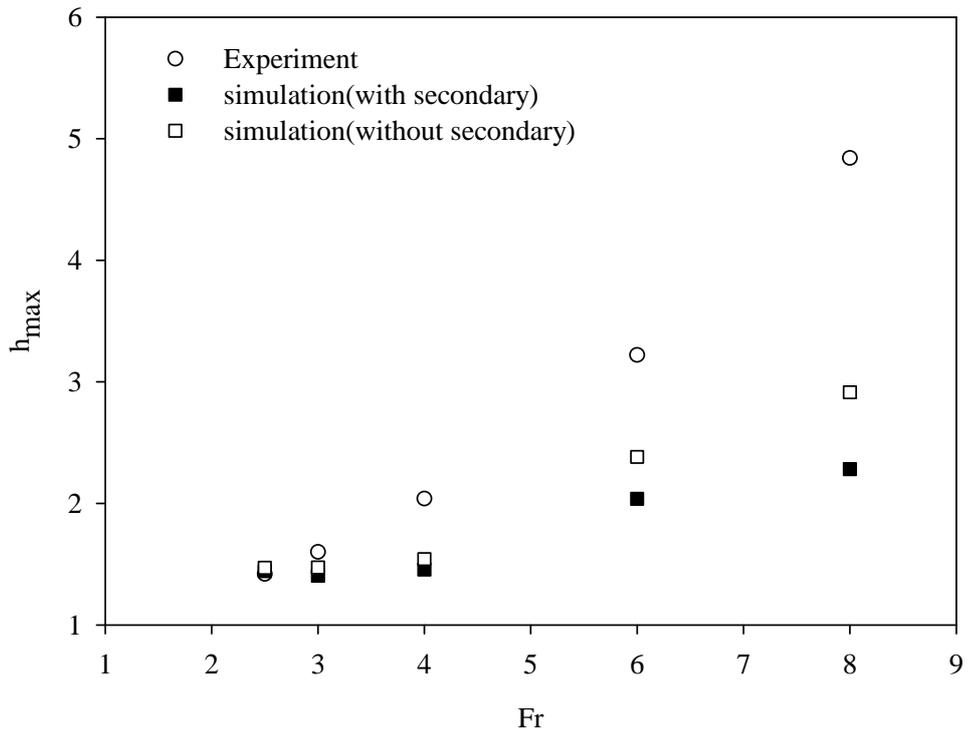


圖 5.26 無因次最高水位與福祿數關係圖

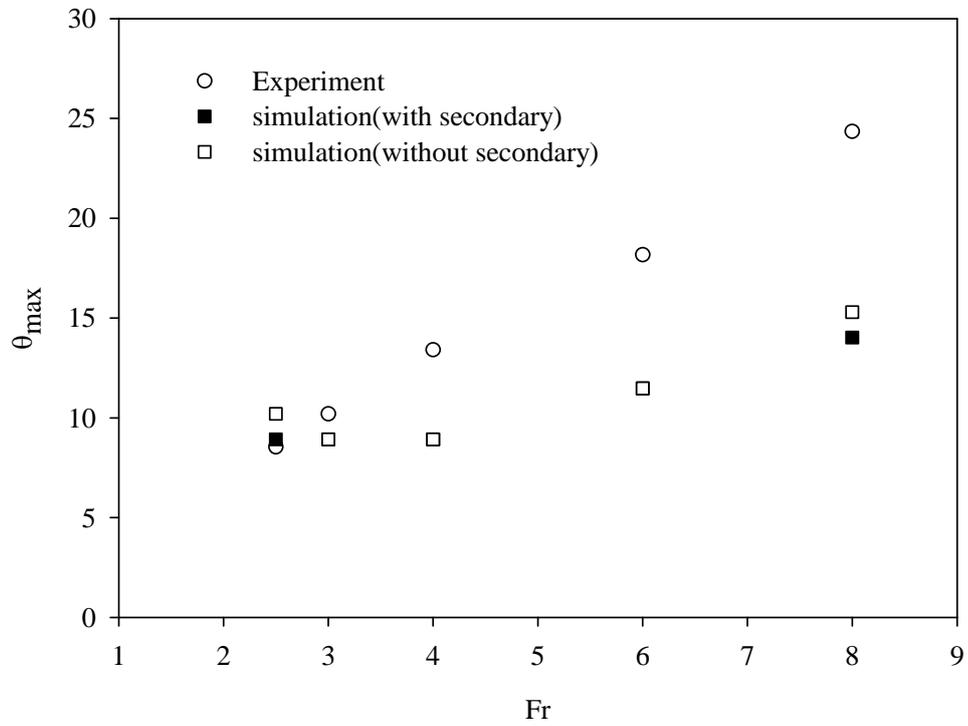


圖 5.27 最高水位發生位置與福祿數關係圖

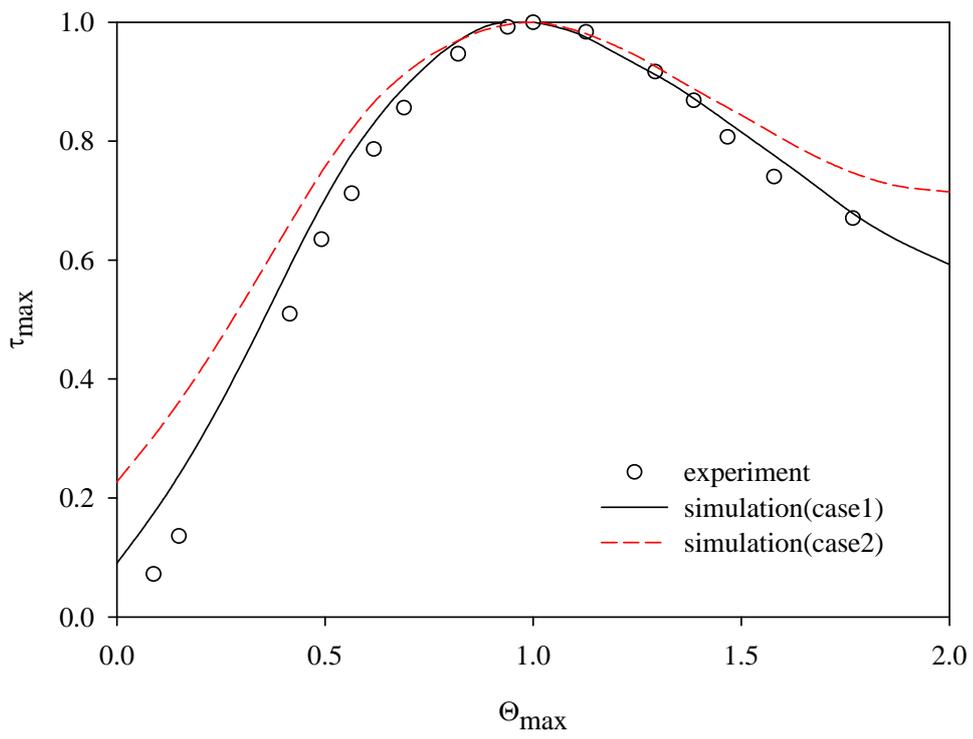


圖 5.28 彎道外岸曼寧 n 值測試圖(Fr = 3)

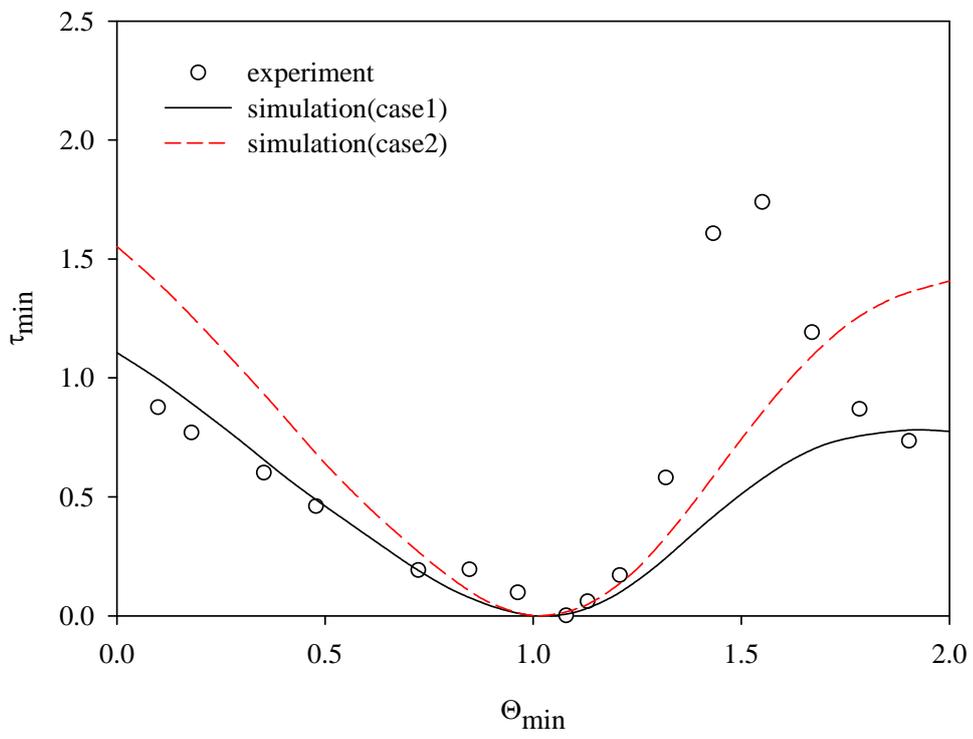


圖 5.29 彎道內岸曼寧 n 值測試圖(Fr = 3)

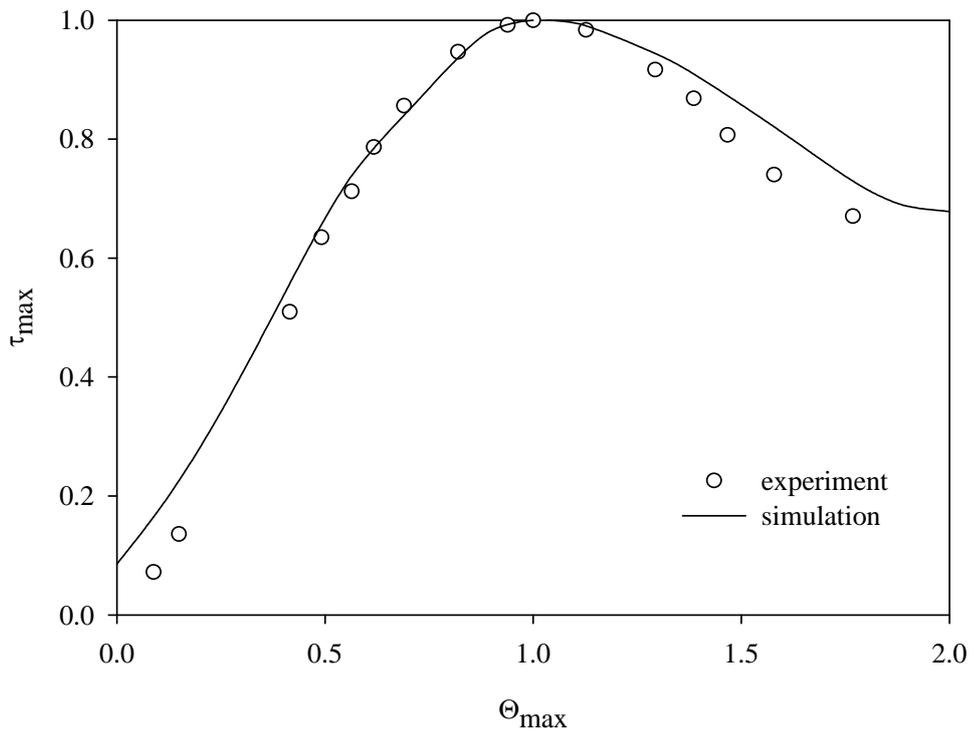


圖 5.30 彎道外岸曼寧 n 值率定圖(Fr = 3)

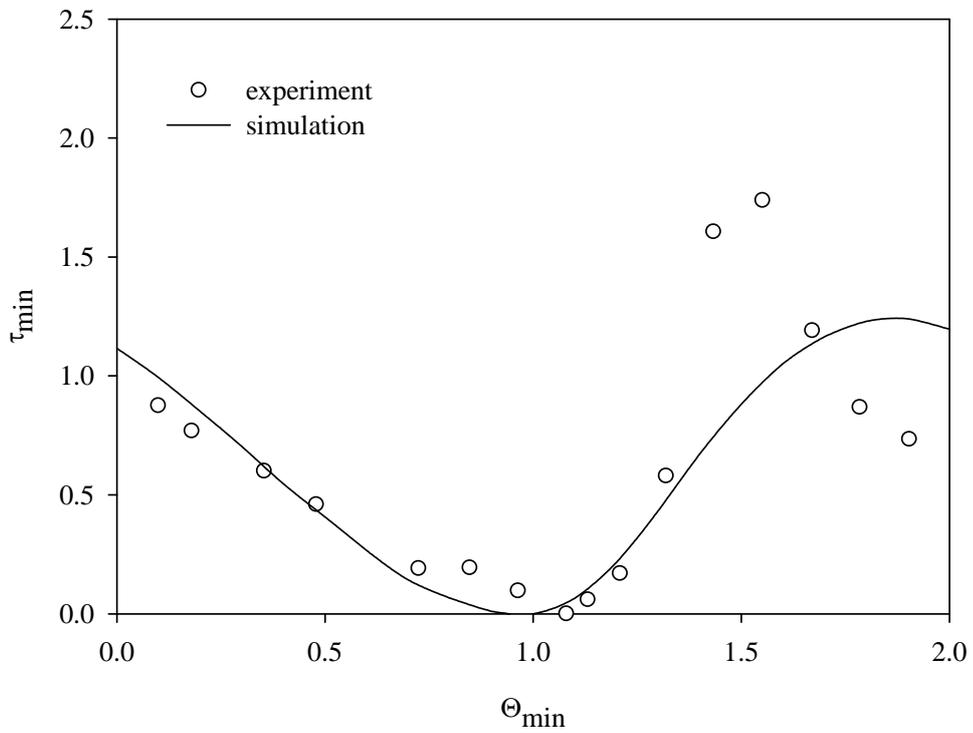


圖 5.31 彎道內岸曼寧 n 值率定圖(Fr = 3)

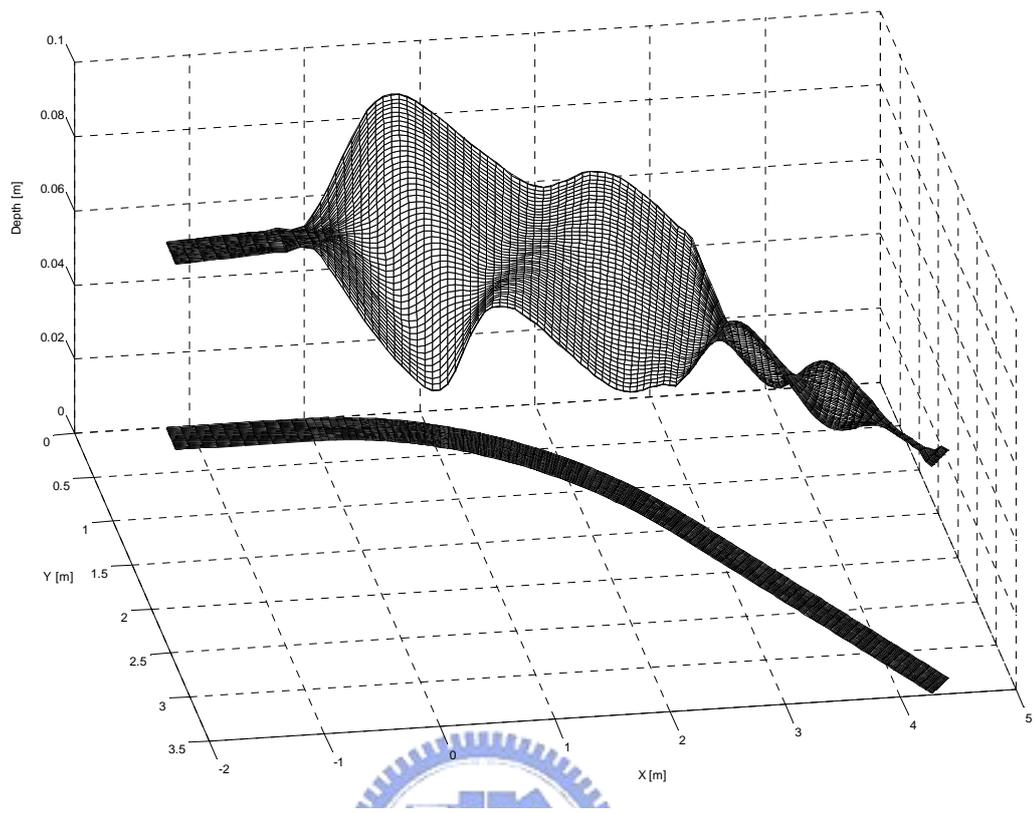


圖 5.32 Reinauer 和 Hager(1997)案例模擬水位圖($Fr = 4$)



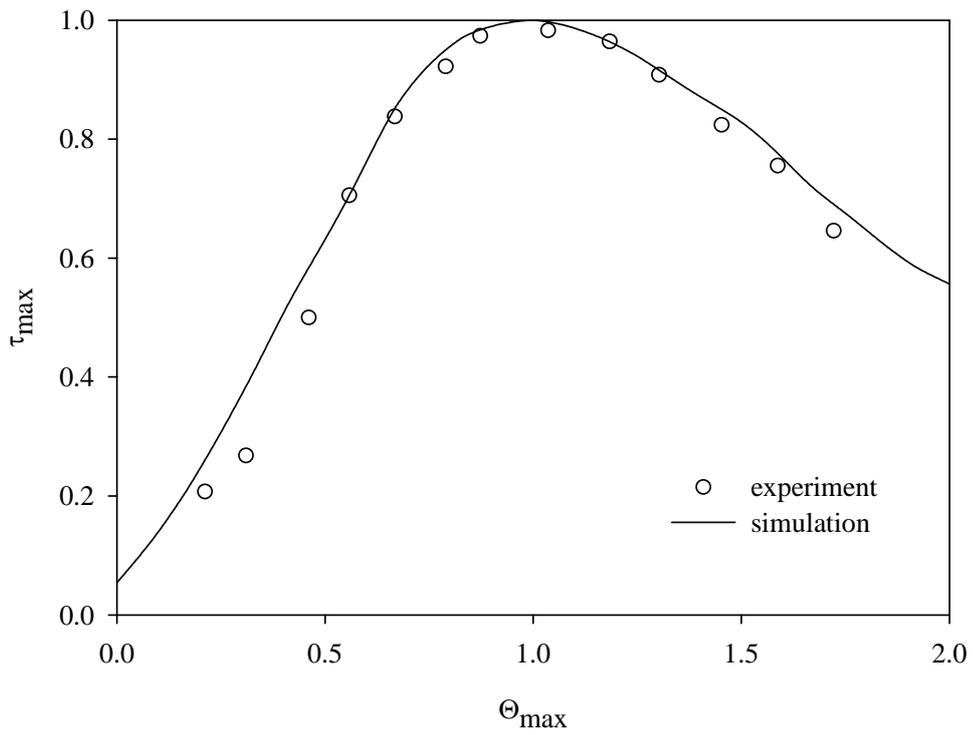


圖 5.33 彎道外岸模擬結果圖(Fr = 4)

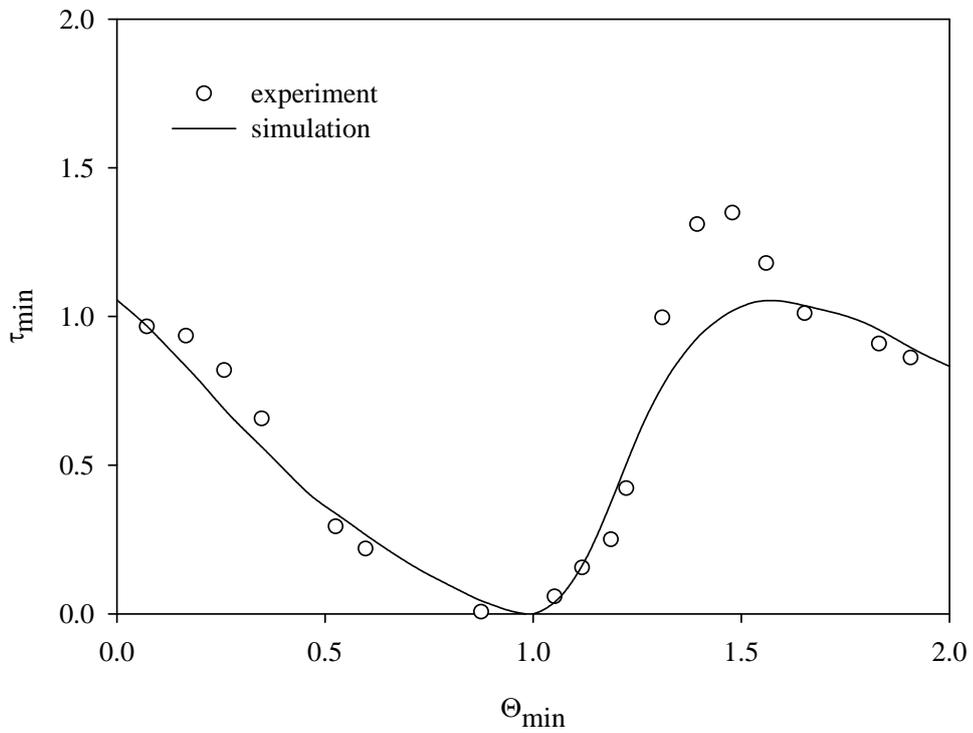


圖 5.34 彎道內岸模擬結果圖(Fr = 4)

第六章 結論與建議

本章將針對本研究成果作綜合性之歸納說明，並對不盡完備或日後能改進之處提出建議

6.1 結論

本研究旨在延續 Resed2D 模式(謝, 2003)之發展，並予以擴充超臨界流演算之功能，以下將就本研究之幾項成果作歸納說明。

一、模式發展

1. 以 Resed2D 為基礎，增加不同流況邊界條件設定的功能，發展一起臨界流二維水理模式。
2. 針對上下游選用直線道水躍、潰壩案例，彎道超臨界流、亞臨界流與混合流等不同型態的水理案例，進行模式模擬功能之測試工作，其模擬結果與實驗值比對後，證明本模式模擬超/亞臨界流、混合流況的功能。

二、交波模擬

1. 數值參數敏感度分析
 - (1) 格網細長比變化對於最高水位與最高水位發生位置並無太大影響。
 - (2) 最高水位隨著格網數目增加而變大，最後趨於一致，但格網數目對於最高水位發生位置並無太大的影響。
 - (3) 非正交的格網在未受震波干擾區之模擬結果會偏離實驗值，與實際現象不符。
 - (4) 在採用 de Vriend(1977)的流速剖面下，經由彎道二次流效應敏感度分析後，發現沒有二次流效應模擬結果比具有二次流效應的模擬結

果好。

- (5) 在福祿數較低時可得到較佳的模擬結果，隨著福祿數越高所產生的誤差越大。

2. 採用較佳參數模擬結果

- (1) 本研究模擬直線型束縮段超臨界流流況，在渠道中心線部分，震波出現位置向右偏移，但強度與實驗值接近，沿渠道邊牆模擬精度較中心線為佳。
- (2) 彎道交波模擬結果中，渠道內外岸邊牆水深受震波影響，使得水面線呈現高低起伏，顯示模式可合理模擬出彎道交波現象。

6.2 建議

1. 在水深梯度變化劇烈處，模擬結果對於震波的大小與發生位置均出現較大的誤差，若可考慮垂向加速度，應可得到較佳的模擬結果。
2. 本模式的控制方程式為靜水壓分佈假設，但在超臨界流流況中，水面易形成不連續面，此時已不符合靜水壓假設，若可對模式中壓力分佈曲線進行修正，應可提高模擬精度。
3. 在高速的明渠流中或是局部水面不連續處常會出現夾氣的現象，然而本模式並未考慮夾氣問題，若將本研究之模式與夾氣濃度之方程式進行結合，相信可以提高模擬的精度。

參考文獻

- 吳俊賢 (1991),「渠道中不連續水面急變流之數值模擬」,國立台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
- 鄧慰先 (1992),「明渠漸變段急變流之數值模擬」,國立台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
- 謝德勇 (1994),「二維彎道水理模式之研究」,國立交通大學土木工程研究所碩士論文。
- 徐培玠 (1995),「明渠超臨界流斜震波之研究」,國立台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
- 鄧慰先,鄭思蘋,許銘熙(1997),「河川束縮段滯洪區之水理分析」,台灣水利,第45卷,第4期,24-35。
- 鄭思蘋 (1997),「河川束縮段二維流場之數值模擬」,國立台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
- 鄧慰先,許銘熙(1999),「明渠夾氣水躍之數值模擬」,第十屆水利工程研討會。
- 謝德勇 (2003),「二維水理、汙染傳輸及沉滓運移模式之研發與應用」,國立交通大學土木工程研究所博士論文。
- Bhalla, S. M., and Chaudhry, M. H. (1992). "Computation of flow in open-channel transitions." *J. Hydr. Res.*, 30(1), 77-93.
- Bagge, G., and Herbich, J. B. (1967). "Transitions in supercritical open-channel flow." *J. Hydr. Div.*, 93(5), 23-39.
- Chow, V. T. (1986). *Open channel hydraulics*, McGraw-Hill, New York.

- Dammuller, D. C., Bhallamudi, S. M., and Chaudhry, M. H. (1988). "Model of unsteady flow in curved channel." *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 115(11), 1479-1495.
- de Vriend, H. J. (1977). "A mathematical model of steady flow in curved shallow channels." *J. Hydr. Res.*, Delft, The Netherlands, 15(1), 37-54.
- de Vriend, H. J. (1981). "Steady flow in shallow water channel bends." *Communication on Hydraulics 81-3*, Dept. of Civil Engrg., Delft Univ of Tech., Delft, the Netherlands.
- de Vriend, H. J., and Koch, F. G. (1977). "Flow of water in a curved open channel with a fixed plan bed." *Rep. on Experiment and theoretical Investigations R675-VM1415*, Part I, Delft University of Technology, Delft, The Netherland.
- Fennema, R. J., and Chaudhry, M. H. (1990). "Explicit methods for 2-D transient free-surface flows." *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 116(8), 1013-1034.
- Gharangik, A. M., and Chaudhry, M. H. (1991). "Numerical simulation of hydraulic jump." *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 117(9), 1195-1211.
- Herbich, J. B., and Walish, P. (1972). "Supercritical flow in rectangular expansions." *J. Hydr. Div*, 98(9), 1691-1700.
- Henderson, F. M. (1966). *Open channel flow*, Prentice-Hall, Inc. New Jersey.
- Hsieh, T. Y., and Yang, J. C. (2004). "Implicit two-step split-operator approach for modeling two-dimensional open channel flow." *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 22(3), 113-139.
- Hsu, M. H., Su, T. H., and Chang, T. J. (2004). "Optimal channel contraction for supercritical flows." *J. hydr. Res.*, 42(6), 639-644.
- Hsu, M. H., Teng, W. H., and Lai, C. (1998). "Numerical simulation of

supercritical shock wave in channel contraction.” *Computers & Fluids*, 27(3), 347-365.

Hsu, C. T., Yeh, K. C., and Yang, J. C. (2000). “Depth-averaged two-dimensional curvilinear explicit finite analytic model for open-channel flow.” *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 33, 175-202.

Ippen, A. T. (1951). “Mechanics of supercritical flow.” *Transactions*, ASCE, 116, 268-295.

Ippen, A. T. (1951). “Design of channel contractions.” *Transactions*, ASCE, 116, 326-363.

Ippen, A. T., and Harleman, D. R. F. (1956). “Verification of theory for oblique standing waves.” *Transactions*, ASCE, 121, 678-394.

Leggett, R.W. and Williams, L.R. (1981). “ A reliability index for models.” *Ecological Modeling*, 13, 303-312.

Liang, J. H., Ghidaoui, M. S., Deng, J. Q., and Gray, W. G. (2007) “A Boltzmann-based finite volume algorithm for surface water flows on cell of arbitrary shapes.” *J. Hydr. Res.*, 45(2), 147-164.

Jobes, J. G., and Douma, J. H. (1942). “Testing theoretical loss in open channel flow. Part I : superelevation at bends.” *Civ. Engrg.*, ASCE, 12(11), 613-615.

Khan, A. A., and Steffler, P. M. (1996). “Physically based hydraulic jump model for depth-averaged computations.” *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 122(10), 540-548.

Kim, C. W., Yoon, T. H., and Kim, S. T. (2003). “A two dimensional conservative finite difference model in nonorthogonal coordinate system.” *J. Hydr. Res.*, 41(4), 395-403.

Klonidis, A. J., and Soulis, J. V. (2001). “An implicit scheme for steady

two-dimensional free-surface flow calculation.” *J. Hydr. Res.*, 39(4), 393-402.

Knapp, R. T. (1951) “Design of channel curves for supercritical flow.” *Transactions*, ASCE, 116, 296-325.

Kruger, S., and Rutschmann, P. (2006). “Modeling 3D supercritical flow with extended shallow-water approach.” *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 132(9), 916-926.

Lai, C. J., and Yen, C. W. (1993). “Turbulence free surface flow simulation using a multilayer model” *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 16, 1007-1025.

Lien, H. C., Hsieh, T. Y., and Yang, J. C. (1999). “Bend-flow simulation using 2D depth-averaged model.” *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 125(10), 1097-1108.

McCorquodale, J. A., and Khalifa, A. (1983). “Internal flow in hydraulic jumps.” *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 109(5), 684-701.

Molls, T., and Chaudhry, M. H. (1995). “Depth-averaged open channel flow model.” *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 121(6), 453-464.

Rahman, M., and Chaudhry, M. H. (1995). “Simulation of hydraulic jump with grid adaptation.” *J. Hydr. Res.*, 33(4), 555-569.

Rahman, M., and Chaudhry, M. H. (1997). “Computation of flow in open-channel transitions.” *J. Hydr. Res.*, 35(2), 243-255.

Reinauer, R., and Hager, W. H. (1997). “Supercritical bend flow.” *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 123(3), 208-218.

Stockstill, R. L., Berger, R. C., and Nece, R. E. (1997). “Two-dimensional flow model for trapezoidal high-velocity channels.” *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 123(10), 844-852.

Steffler, P. M., Rajaratnam, N., and Peterson, A. W. (1985). “Water surface at

change of channel curvature.” *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 111(5), 866-875.

Stoker, J. J. (1957). *Water waves*, Interscience Publishers, Wiley and Sons, New York.

Valiani, A., and Caleffi, V. (2005). “Brief analysis of shallow water equations suitability to numerically simulate supercritical flow on sharp bends.” *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 131(10), 912-916.

Wilson, W. E. (1941). “Effects of curvature in supercritical flow.” *Civ Engrg.*, ASCE, 11(2), 94-95.

Ye, M., Wu, C., Chen, Y., and Zhou, Q. (2006). “ Case study of an S-shaped spillway using physical and numerical models.” *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 132(9), 892-898.

Ye, Jian, and McCorquodale, J.A. (1997). “Three-dimensional numerical modeling of mass transport in curved channels.” *Can. J. Civ. Eng.*, 24, 471-479.

Zarrati, A. R., Tamai, N., and Jin, Y. C. (2004). “Mathematical modeling of meandering channels with a generalized depth averaged model.” *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 131(6), 467-475.

