

國立交通大學  
土木工程學系碩士班  
碩士論文

部分飽和土壤之精簡力學模式與應用

Development and Application of a Concised Constitutive Model for  
Partially Saturated Soil



研究生：鄒鄭翰

指導教授：潘以文 博士

中華民國九十六年七月

部分飽和土壤之精簡力學模式與應用

Development and Application of a Concised Constitutive Model for  
Partially Saturated Soil

研究生：鄒鄭翰

Student：Cheng-Han Tsou

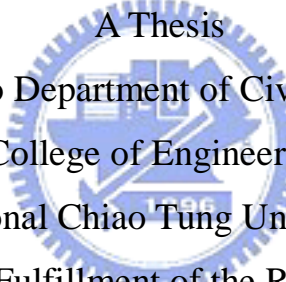
指導教授：潘以文 博士

Advisor：Dr. Yii-Wen Pan

國立交通大學

土木工程學系碩士班

碩士論文



A Thesis  
Submitted to Department of Civil Engineering  
College of Engineering  
National Chiao Tung University  
In Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master  
in  
Civil Engineering

July 2007

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年七月

# 部分飽和土壤之精簡力學模式與應用

學生：鄒鄭翰

指導教授：潘以文 博士

國立交通大學土木工程學系碩士班

## 中文摘要

部分飽和土壤中的吸力能夠增加土壤顆粒間的接觸應力，並造成屈服強度與勁度的上升。然而目前在部分飽和土壤相關地工問題的數值模擬中往往忽略吸力的作用，或是吸力對於變形性的影響。欲正確模擬部分飽和土壤的變形行為，必須以能夠考慮吸力效應的組合律進行數值模擬。

雖然目前學術界已提出不少的部分飽和土壤組合律，然而其中複雜的模式於實際應用上多有參數過多或參數不易率定等缺點，簡單的模式又難以表現部分飽和土壤完整的基本特性。本研究整合前人組合律理論中的各項優點，嘗試提出一套精簡的組合律理論，盡可能以最少的參數描述部分飽和土壤的各項基本行為，以利實用上的需求。

本研究並將此精簡的組合律編寫為 FLAC 軟體中的副程式，令該軟體在運算時能將部分飽和土壤的特性列入考量。為測試此組合律的表現，本研究模擬前人的壓密與三軸試驗結果，證實此組合律可至少定性地描述部分飽和土壤之行為。最後並以此模式應用於部分飽和土壤邊坡與土壩在遭遇降雨時的穩定分析，做為工程問題的實際應用範例。

關鍵詞：部分飽和土壤；組合律；數值模擬；吸力效應

# Development and Application of a Concised Constitutive Model for Partially Saturated Soil

Student : Cheng-Han Tsou

Advisor : Dr. Yii-Wen Pan

Department of Civil Engineering

National Chiao Tung University

## ABSTRACT

Suction in partially saturated soils can increase the skeleton stress between soil particles and raise the yielding strength and stiffness of the soil. However, the additional stress or deformation resulted from suction was often ignored in numerical simulation. A proper constitutive model for partially saturated soils is required in numerical modeling to take the effect of suction into account.

Although many models for partially saturated soils were proposed in the last two decades, some of them are too complicated in practical application because too many parameters are required. Simple models, on the contrary, may not be able to capture the complete nature of partially saturated soils. In this thesis, a concised constitutive model that collects the merits of other models was proposed to describe major features of partially saturated soil with limited number of material parameters.

The concised model was coded as a “FISH routine” in the numerical program FLAC to allow for the numerical modeling for geotechnical

problem in partially saturated soil. For model verification, some triaxial tests carried out by other researchers are simulated. The comparison of the simulated and laboratory tested results confirmed that the proposed model is able to model the mechanical behavior of partially saturated soils. Finally, the stability of a slope and an earth dam with rainfall infiltration were analysed to demonstrate of applicability of this model.

**Keywords:** Partially saturated soils; Constitutive model; Numerical simulation; Suction effect



## 誌謝

首先感謝潘以文老師在這兩年內的指導，讓我對數值模擬、組合律以及部分飽和土壤的知識都有很多增長。老師不只是學識淵博，同時也很熱心的指導我們，才讓動作總是比較慢的我能夠順利完成論文。平時除了潘老師的指導以外，也曾經接受過廖志中老師的一些建議，而在其他同學接受廖老師指導的過程中，我也間接吸收了許多知識，在此也感謝廖老師，使我的研究生活更加充實。

做事少一根筋的我，在口試時忘記帶投影片，讓評審老師們多等了十分鐘，感謝口試委員黃燦輝老師、田永銘老師、王承德老師還有陳水龍老師，雖然枯等了一段時間，還是不吝指教，給予許多寶貴的意見，使這份論文的許多缺點得以改進。

做研究時總是容易遇到難題，幸好平時有同學以及學弟們的關心，16位好同學們使我在研究以外的時間總是充滿歡樂。在這裡特別感謝第一線的戰友阿諾，和我一起面對很難相處的FLAC，還有經常舉行活動的candy和小驤，身兼主持人與搞笑藝人的工作。貓伯學長除了經常和我們同樂以外，也一起參與了我的研究，使我得到一些數值模擬的經驗，在此也特別感謝。

最後，感謝我的家人們，在我研究的過程中總是不給我任何壓力，讓我完全不需要顧慮家裡的任何事，只接受著家人所給予的關心，這可能是別人所沒有的幸福。這份研究成果代表著很多人的支持，我會永遠記得這一段過程。

# 目錄

中文摘要 .....	i
英文摘要 .....	ii
誌謝 .....	iv
目錄 .....	v
表目錄 .....	ix
圖目錄 .....	x
第一章 前言 .....	1
1.1 研究動機 .....	1
1.2 研究目的 .....	1
1.3 論文架構 .....	2
第二章 文獻回顧 .....	4
2.1 部分飽和土壤的特性 .....	4
2.1.1 吸力的成因 .....	4
2.1.2 典型的特徵曲線 .....	7
2.1.3 特徵曲線的阻滯現象 .....	9
2.1.4 部分飽和土壤的有效應力 .....	11
2.1.5 部分飽和土壤的剪力強度 .....	13
2.1.6 部分飽和土壤的體積變化特性 .....	18
2.1.7 部分飽和土壤的地下水流動特性 .....	23
2.2 部分飽和土壤的組合律 .....	24
2.2.1 Alonso, <i>et al.</i> (1990)的組合律 .....	25

2.2.2 Loret 與 Khalili(2000)的組合律 .....	29
2.2.3 Loret 與 Khalili(2002)的組合律 .....	30
2.2.4 Blatz 與 Graham(2003)的組合律 .....	33
2.2.5 Chiu 與 Ng(2003)的組合律 .....	33
2.2.6 Gallipoli, <i>et al.</i> (2003)的組合律 .....	35
2.2.7 Sheng, <i>et al.</i> (2004)的組合律 .....	37
2.2.8 Pereira, <i>et al.</i> (2005) 及 Russell 與 Khalili(2006)的 組合律 .....	39
2.2.9 各組合律在實際應用上的比較 .....	40
2.3 降雨對邊坡穩定的影響與分析 .....	42
第三章 研究方法 .....	44
3.1 組合律的建立 .....	44
3.1.1 吸力考量 .....	44
3.1.2 有效應力 .....	45
3.1.3 吸力所造成之硬化 .....	46
3.2 組合律的測試 .....	48
3.2.1 Futai 與 Almeida (2005)的實驗數據 .....	49
3.2.2 Wheeler 與 Sivakumar (1995)的實驗數據 .....	52
3.3 模擬降雨對邊坡穩定的影響 .....	55
第四章 建立部分飽和土壤組合律副程式 .....	57
4.1 力學運算流程的調整 .....	57
4.2 副程式的運算流程 .....	60



4.2.1 計算應力猜測值 .....	62
4.2.2 輸出此時階之應力值 .....	63
4.2.3 各參數的更新 .....	65
4.3 組合律之實用性討論 .....	67
第五章 力學試驗模擬 .....	68
5.1 自定參數之測試 .....	68
5.2 模擬 Futai 與 Almeida (2005)之試驗結果 .....	73
5.3 模擬 Wheeler 與 Sivakumar (1995)之試驗結果 .....	77
5.3.1 複雜應力路徑之壓密試驗 .....	77
5.3.2 定吸力之排水、純剪與不排水三軸試驗 .....	83
5.4 模擬結果綜合討論 .....	85
5.5 參數敏感度測試 .....	86
第六章 應用範例 .....	92
6.1 部分飽和土壤邊坡 .....	92
6.2 均質土壩 .....	101
6.2.1 土壩在一般水位時的穩定性 .....	103
6.2.2 土壩在一般水位且發生降雨入滲 .....	105
6.2.3 土壩在高水位且發生降雨入滲 .....	108
6.3 應用範例綜合討論 .....	111
第七章 結論與建議 .....	113
7.1 結論 .....	113
7.2 建議 .....	114

參考文獻 ..... 115



# 表目錄

表 2.1	部分飽和土壤組合律相關文獻 .....	24
表 2.2	各組合律所需參數比較 .....	40
表 2.3	降雨入滲時的邊坡穩定相關文獻 .....	42
表 3.1	本研究測試項目 .....	49
表 5.1	測試所使用之參數 .....	69
表 5.2	模擬 Futai 與 Almeida 三軸試驗之各項參數 .....	74
表 6.1	邊坡模型之參數設定 .....	93
表 6.2	土壩模型之參數設定 .....	102



# 圖目錄

圖 1.1	研究流程圖 .....	3
圖 2.1	毛細現象 (Fredlund 與 Rahardjo, 1993).....	5
圖 2.2	典型的土壤水分特徵曲線 (Sillers, <i>et al.</i> , 2001).....	8
圖 2.3	水分在土壤孔隙中分布的狀態 (Kohgo, <i>et al.</i> , 1993).....	9
圖 2.4	特徵曲線的阻滯現象 (van Genuchten, 1980) .....	10
圖 2.5	$\chi$ 與吸力比的關係 (Khalili, <i>et al.</i> , 2004) .....	13
圖 2.6	剪力強度與吸力、淨應力的關係 (Fredlund 與 Rahardjo, 1993) .....	14
圖 2.7	剪力強度對吸力的非線性變化 (Lu 與 Likos, 2004).....	15
圖 2.8	以淨應力為橫座標時，破壞包絡線隨吸力上升 (Fredlund 與 Rahardjo, 1993) .....	16
圖 2.9	四種土壤在不同吸力下的臨界狀態線 (Lu 與 Likos, 2004) (數據取自 Khalili, <i>et al.</i> 2004) .....	17
圖 2.10	壓密曲線隨吸力變化的趨勢 (Futai 與 Almeida, 2005).....	19
圖 2.11	土壤在乾濕循環下的體積變化： (a) Jossigny laom (b) White clay (Fleureau, <i>et al.</i> , 1993).....	21
圖 2.12	濕陷發生的原因 (Khalili, <i>et al.</i> , 2004).....	22
圖 2.13	土壤在反覆乾濕循環下的體積變化 (Sharma, 1998) .....	23
圖 2.14	Alonso, <i>et al.</i> 模型的屈服面，在 p-q-s 空間中的形式 (Alonso, <i>et al.</i> , 1990).....	26
圖 2.15	Alonso, <i>et al.</i> 模型的屈服面，在 p-q 平面上的形式 (Alonso, <i>et</i>	

<i>al.</i> , 1990).....	27
圖 2.16 Alonso, <i>et al.</i> 模型的屈服面，在 p-s 平面上的形式 (Alonso, <i>et al.</i> , 1990).....	27
圖 2.17 偏斜橢圓屈服面 (Loret 與 Khalili, 2002).....	30
圖 2.18 $p_c$ 隨正常壓密線移動而變化.....	32
圖 2.19 Chiu 與 Ng 模型中的屈服面 (Chiu 與 Ng, 2003).....	34
圖 2.20 特徵曲線阻滯現象的模擬 (Sheng, <i>et al.</i> , 2004).....	37
圖 2.21 Sheng, <i>et al.</i> 模型中的屈服面 (Sheng, <i>et al.</i> , 2004).....	38
圖 2.22 模擬阻滯現象造成的塑性體積應變 (Sheng, <i>et al.</i> , 2004)...	38
圖 3.1 $p_c$ 隨吸力的變化.....	47
圖 3.2 Futai 與 Almeida 的三軸試驗結果 (Futai 與 Almeida, 2005) .....	50
圖 3.3 Futai 與 Almeida 的特徵曲線.....	51
圖 3.4 Futai 與 Almeida 的壓密試驗結果 (Futai 與 Almeida, 2005) .....	51
圖 3.5 Wheeler 與 Sivakumar 壓密試驗之應力路徑 (Loret 與 Khalili, 2002) (數據取自 Wheeler 與 Sivakumar, 1995) .....	52
圖 3.6 Wheeler 與 Sivakumar 壓密試驗結果 (Loret 與 Khalili, 2002) (數據取自 Wheeler 與 Sivakumar, 1995) .....	53
圖 3.7 高嶺土在不同圍壓下的特徵曲線 (Tarantino 與 Tombolato, 2005).....	54
圖 3.8 Wheeler 與 Sivakumar 三軸試驗結果 (Loret 與 Khalili, 2002)	

(數據取自 Wheeler 與 Sivakumar, 1995) .....	55
圖 3.9 FLAC 軟體對滲透係數的調整 (FLAC, 2000).....	56
圖 4.1 FLAC 運算流程(飽和時) .....	58
圖 4.2 FLAC 運算流程(部分飽和時) .....	58
圖 4.3 修改後的 FLAC 運算流程(部分飽和時).....	60
圖 4.4 部分飽和組合律的副程式運算流程圖.....	61
圖 4.5 飽和時的正常壓密線與解壓再壓曲線 (FLAC, 2000).....	66
圖 5.1 過壓密狀態下的壓密試驗 ( $p_c(0) = 200$ kPa).....	70
圖 5.2 過壓密狀態下的壓密試驗 ( $p_c(0) = 300$ kPa).....	70
圖 5.3 正常壓密試驗.....	71
圖 5.4 三軸試驗之剪力強度 (定吸力試驗).....	72
圖 5.5 三軸試驗之剪力強度 (吸力逐漸降低).....	72
圖 5.6 Futai 與 Almeida 的試驗模擬結果, 軸差應力對軸差應變 (吸力 = 100 kPa).....	75
圖 5.7 Futai 與 Almeida 的試驗模擬結果, 體積應變對軸差應變 (吸力 = 100 kPa).....	75
圖 5.8 Futai 與 Almeida 的試驗模擬結果, 軸差應力對軸差應變 (吸力 = 300 kPa).....	76
圖 5.9 Futai 與 Almeida 的試驗模擬結果, 體積應變對軸差應變 (吸力 = 300 kPa).....	76
圖 5.10 Wheeler 與 Sivakumar 壓密試驗模擬結果 (應力路徑 A-D <sub>0</sub> ) .....	78

圖 5.11	Wheeler 與 Sivakumar 壓密試驗模擬結果 (應力路徑 A-D <sub>1</sub> )	79
圖 5.12	Wheeler 與 Sivakumar 壓密試驗模擬結果 (應力路徑 A-D <sub>2</sub> )	79
圖 5.13	Wheeler 與 Sivakumar 壓密試驗模擬結果 (應力路徑 A-D <sub>3</sub> )	80
圖 5.14	正常壓密線變化趨勢 (修改自 Loret 與 Khalili, 2002)	81
圖 5.15	自定之應力路徑	82
圖 5.16	以自定之應力路徑模擬 Wheeler 與 Sivakumar 壓密試驗	83
圖 5.17	Wheeler 與 Sivakumar 三軸試驗模擬結果	84
圖 5.18	將個別參數乘以 0.2 倍所造成的誤差	87
圖 5.19	將個別參數乘以 0.5 倍所造成的誤差	88
圖 5.20	將個別參數乘以 2 倍所造成的誤差	89
圖 5.21	將個別參數乘以 5 倍所造成的誤差	90
圖 6.1	邊坡網格	92
圖 6.2	邊坡模型之初始飽和度設定	94
圖 6.3	忽略吸力時，邊坡的剪應變分布圖	95
圖 6.4	邊坡在一般情況下的飽和度分布圖	95
圖 6.5	淺層存在吸力時，邊坡的剪應變分布	96
圖 6.6	雨水入滲至 1 m 深時的飽和度分布	97
圖 6.7	雨水入滲至 1 m 深時的剪應變速率分布	97
圖 6.8	雨水入滲至 1 m 深時的累積剪應變分布	97

圖 6.9	雨水入滲至 2 m 深時的飽和度分布.....	98
圖 6.10	雨水入滲至 2 m 深時的剪應變速率分布.....	98
圖 6.11	雨水入滲至 2 m 深時的累積剪應變分布.....	98
圖 6.12	雨水入滲至 3 m 深時的飽和度分布.....	99
圖 6.13	雨水入滲至 3 m 深時的剪應變速率分布.....	99
圖 6.14	雨水入滲至 3 m 深時的累積剪應變分布.....	99
圖 6.15	雨水入滲至 4 m 深時的飽和度分布.....	100
圖 6.16	雨水入滲至 4 m 深時的剪應變速率分布.....	100
圖 6.17	雨水入滲至 4 m 深時的累積剪應變分布.....	100
圖 6.18	均質土壩網格.....	101
圖 6.19	土壩模型之初始飽和度設定.....	103
圖 6.20	土壩一般水位示意圖.....	104
圖 6.21	壩體在一般水位時的飽和度分布圖.....	104
圖 6.22	壩體在一般水位時的剪應變分布.....	104
圖 6.23	壩體在一般水位時的剪應變分布圖(以 Cam-clay 模式分析) .....	105
圖 6.24	雨水入滲深度 2 m 時的飽和度分布圖 (一般水位時).....	106
圖 6.25	雨水入滲深度 2 m 時的累積剪應變分布圖 (一般水位時) .....	106
圖 6.26	雨水入滲深度 4 m 時的飽和度分布圖 (一般水位時).....	106
圖 6.27	雨水入滲深度 4 m 時的累積剪應變分布圖 (一般水位時) .....	106



圖 6.28	雨水入滲深度 6 m 時的飽和度分布圖 (一般水位時).....	107
圖 6.29	雨水入滲深度 6 m 時的累積剪應變分布圖 (一般水位時) .....	107
圖 6.30	雨水入滲深度 8 m 時的飽和度分布圖 (一般水位時).....	107
圖 6.31	雨水入滲深度 8 m 時的累積剪應變分布圖 (一般水位時) .....	107
圖 6.32	雨水入滲深度 10 m 時的飽和度分布圖 (一般水位時).....	108
圖 6.33	雨水入滲深度 10 m 時的累積剪應變分布圖 (一般水位時) .....	108
圖 6.34	土壩高水位示意圖 .....	109
圖 6.35	壩體在高水位時的飽和度分布圖.....	109
圖 6.36	壩體在高水位時的剪應變分布圖.....	109
圖 6.37	雨水入滲深度 2 m 時的飽和度分布圖 (高水位時).....	110
圖 6.38	雨水入滲深度 2 m 時的累積剪應變分布圖 (高水位時)...	110
圖 6.39	雨水入滲深度 4 m 時的飽和度分布圖 (高水位時).....	110
圖 6.40	雨水入滲深度 4 m 時的累積剪應變分布圖 (高水位時)...	110
圖 6.41	雨水入滲深度 6 m 時的飽和度分布圖 (高水位時).....	111
圖 6.42	雨水入滲深度 6 m 時的累積剪應變分布圖 (高水位時)...	111

# 第一章 前言

## 1.1 研究動機

部分飽和土壤中所具有的吸力(suction)能夠增加土壤顆粒間的接觸應力，並造成屈服強度的上升，在工程問題中具有一定的影響力。尤其在土壤較疏鬆且多雨的地區，地層往往因為雨水入滲而喪失吸力，進而誘發工程問題。土壤邊坡遭遇暴雨時發生的淺層滑動或流動即屬此類問題，若不考慮部分飽和土壤內的吸力，則無法適當對此現象進行邊坡穩定分析。

目前相關的文獻大多以極限平衡法分析土壤邊坡遭遇降雨時的穩定性，此方法雖可將吸力的影響納入考量，但無法討論與變形性相關的問題。儘管也有些學者以有限元素法分析此類問題，但分析時往往忽略吸力對變形性的影響。若須針對部分飽和土壤的變形行為進行探討，必須納入能夠考慮吸力效應的組合律(constitutive model)，才能適當模擬其變形行為。

近二十年來，學術界已有許多適用於部分飽和土壤的組合律被提出。其中，表現較接近真實現象的組合律往往需要率定很多的參數，因此實用性低。參數用量較少的組合律則往往忽略一部分的土壤實際行為，使得模擬結果不盡理想，因此在部分飽和土壤的組合律領域仍有許多值得討論的空間。

## 1.2 研究目的


本研究旨在提出一個精簡的部分飽和土壤組合律，並嘗試以 FLAC 軟體為平台，撰寫此組合律的使用者自訂模式(User defined model, UDM)副程

式，使 FLAC 軟體能被應用於部分飽和土壤的相關土工模擬。

組合律的精簡是在能夠描述土壤基本特性的前提之下，盡可能減少參數用量，以利實際工程上的應用。所考慮的基本特性應包括剪力強度隨吸力的上升，以及部分飽和土壤的體積變化行為。此外，土壤的滲透係數有隨飽和度變化的趨勢，但因 FLAC 軟體本身已考慮此現象，本研究不再做額外的探討或修改。

為求能以精簡的模式掌握部分飽和土壤行為，本研究暫以定性的模擬為目標，定量的準確度則有待後續研究對此模式進行進一步之調整。

### 1.3 論文架構



本論文共分為七章。除本章介紹研究之動機與目的。第二章為文獻回顧，整理前人對於部分飽和土壤行為之研究結果以及現有的組合律理論，並介紹降雨入滲導致邊坡破壞之穩定分析相關文獻。第三章為研究方法，介紹本研究精簡部分飽和組合律的建立方法、測試方法、及簡述此組合律應用於邊坡遭遇降雨時的模擬方法。第四章敘述如何建立此組合律的數值運算流程，並編寫為 FLAC 軟體中的 UDM 副程式。第五章展示以 FLAC 軟體配合 UDM 副程式模擬前人試驗的結果，並討論此組合律的實際表現，以及組合律中的參數敏感度。第六章以邊坡與土壩在降雨入滲時的模擬分析做為應用實例，討論此組合律應用在實際工程問題的適用性。第七章提出結論與建議。本研究的流程如圖 1.1 所示：

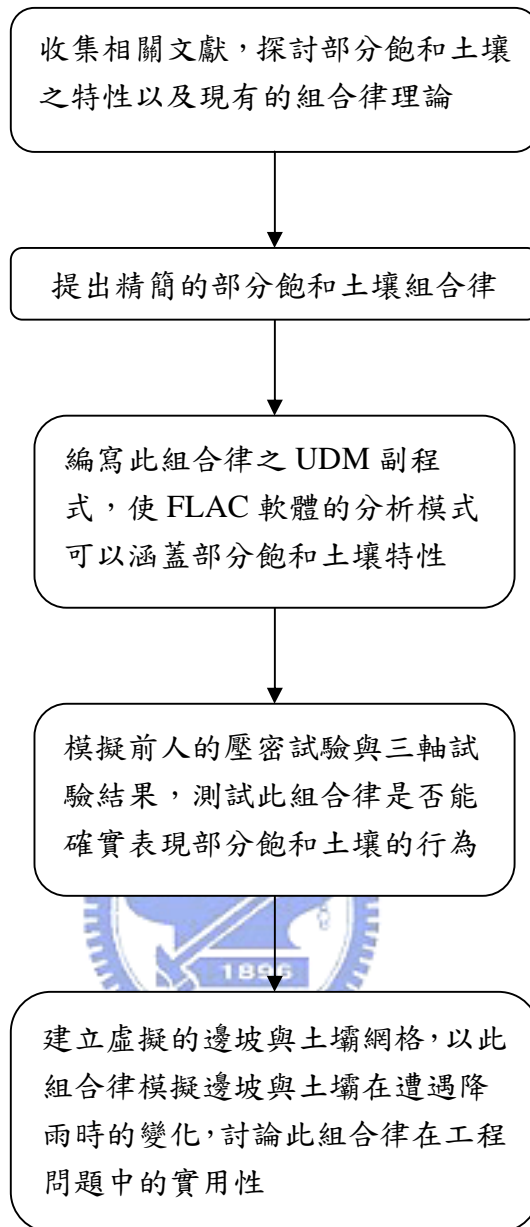


圖 1.1 研究流程圖

## 第二章 文獻回顧

本章討論本研究的相關文獻，內容主要分為三大部分：首先討論部分飽和土壤的各項特性，接著回顧部分飽和土壤的組合律相關文獻，比較與分析各學者之理論基礎，最後討論部分飽和之土壤邊坡因降雨誘發破壞的現象與機制。

### 2.1 部分飽和土壤的特性

部分飽和土壤的行為與飽和土壤或乾燥土壤有許多差異，這些差異反應在工程特性上，可以歸類為體積變化、剪力強度與地下水流動三大類。其中，體積變化和剪力強度的差異，皆起因於部分飽和的孔隙水在土壤內部造成吸力(suction)，其產生原因敘述如下。

#### 2.1.1 吸力的成因

吸力可以產生原因的不同，分為兩個部分，一為基質吸力(matric suction)，一為滲透吸力(osmotic suction) (Fredlund 與 Rahardjo, 1993)。

基質吸力的成因為毛細現象。土壤在部分飽和的情況下，水份會在孔隙構成的通道內發生毛細現象，效果有如試管內的液面。其物理模型可簡化如圖 2.1 所示。

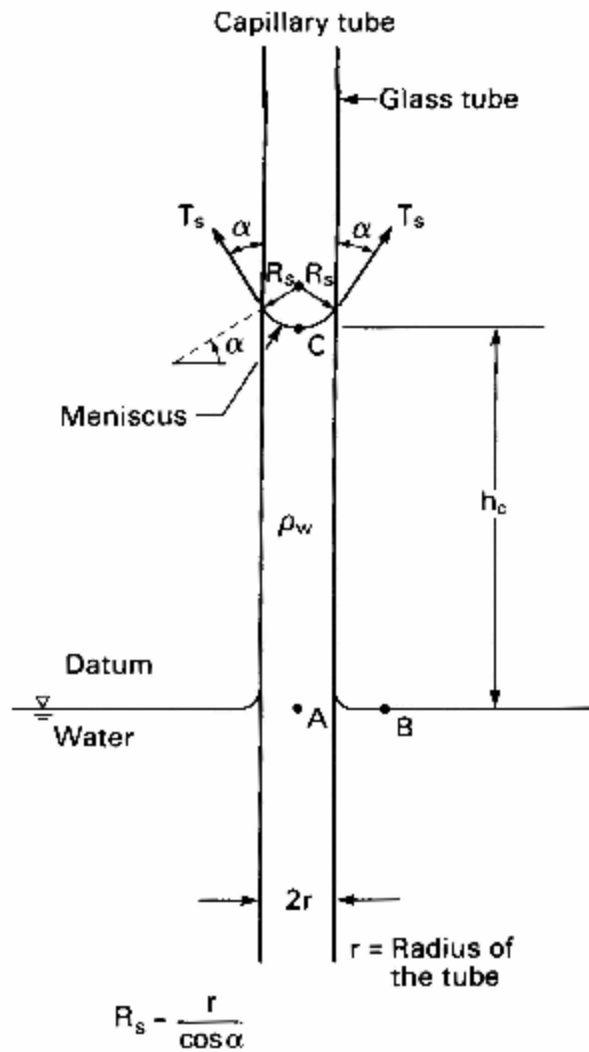


圖 2.1 毛細現象 (Fredlund 與 Rahardjo, 1993)

在液面處，由力平衡的關係可得：

$$2prT_s \cos a = pr^2 h_c r_w g \dots\dots\dots(2-1)$$

其中：

$r$  為試管半徑

$T_s$  為表面張力

$a$  為表面張力與試管之夾角

$h_c$  為試管高度

$g$  為重力加速度

由式(2-1)可得：

$$h_c = \frac{2T_s}{r_w g R_s} \dots\dots\dots(2-2)$$

其中  $R_s = r/\cos a$ ，為液面之曲率半徑

圖中 A 點與 B 點之水壓應等於大氣壓力  $u_a$ ，因此，由 C 點的壓力的平衡關係可知：

$$(u_a - u_w) = r_w g h_c \dots\dots\dots(2-3)$$

綜合(2-2)與(2-3)兩式：

$$(u_a - u_w) = \frac{2T_s}{R_s} \dots\dots\dots(2-4)$$



由上式可知，液面處的表面張力將造成水壓低於氣壓，其差值與表面張力成正比，與  $R_s$  成反比(包括管徑與表面張力作用角度的影響)。

若考慮非飽和土壤內的情況，則管徑相當於土壤內的孔隙大小，而大氣壓力通常為零(相對於一大氣壓)。因此，在有表面張力作用時，孔隙水壓將為負值，這種負孔隙水壓即為所謂的基質吸力。

滲透吸力的成因為孔隙水所含的離子降低了水的自由能量(Fredlund 與 Rahardjo, 1993)。在同樣的土壤孔隙中，若水中的離子濃度越高，則吸力越大。這種受到離子濃度影響所產生的吸力，稱為滲透吸力。

基質吸力與滲透吸力的總和稱為總吸力(total suction)，如式(2-5)所示：

$$y = (u_a - u_w) + p \dots\dots\dots(2-5)$$

其中：

$y$  為總吸力

$u_a$  為氣壓

$u_w$  為水壓

$(u_a - u_w)$  為基質吸力

$p$  為滲透吸力。

一般的工程問題中，滲透吸力的影響不大，大多可以忽略，但若土壤中若有化學污染的問題，則必須考慮滲透吸力的影響(Fredlund 與 Rahardjo, 1993)。本論文中僅討論基質吸力對剪力強度造成的影響，因此後續內容中所提及之吸力，事實上皆指基質吸力而言。

### 2.1.2 典型的特徵曲線

吸力與土壤中含水量的關係，稱為土壤水分特徵曲線(soil water characteristic curve, SWCC)，或稱土壤水分保持曲線(soil water retention curve)。典型的特徵曲線如圖 2.2 所示。



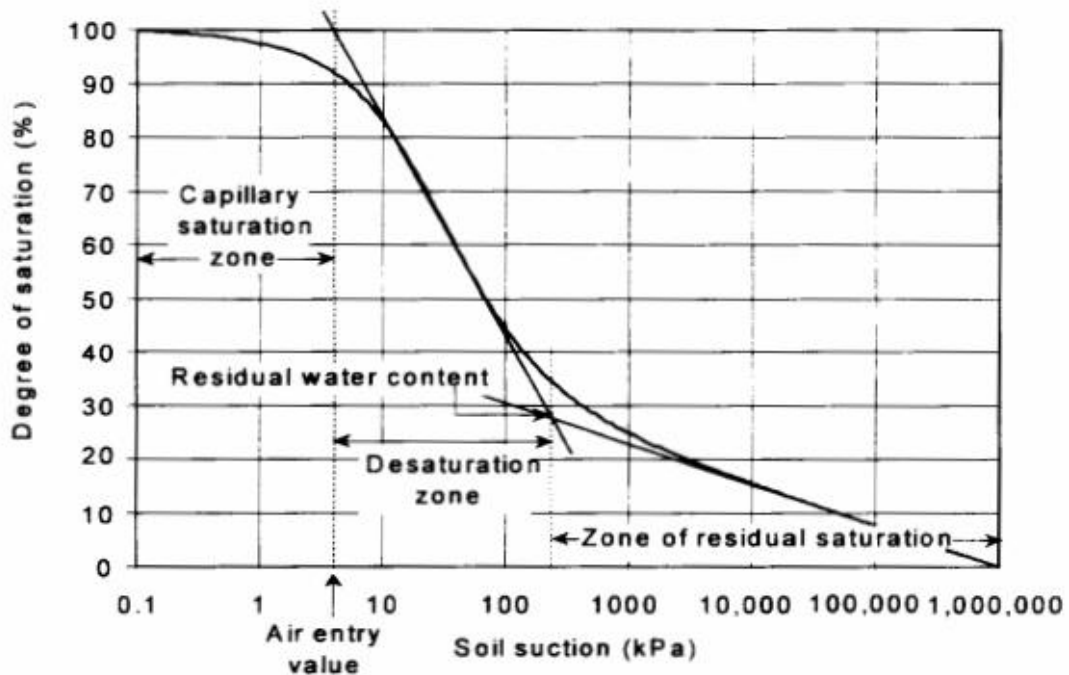


圖 2.2 典型的土壤水分特徵曲線 (Sillers, *et al.*, 2001)

如圖 2.2，特徵曲線的變化趨勢可分為三階段，分別稱為「毛細飽和階段(capillary saturation zone)」、「減飽和階段(desaturation zone)」和「殘餘飽和階段(zone of residual saturation)」(Sillers, *et al.*, 2001)。

Sillers, *et al.*(2001)曾對於特徵曲線的變化提出解釋，Kohgo 與 Miyazaki(1993)則對不同的飽和程度下，水分在孔隙中的分布狀態提出說明。綜合以上兩者後，特徵曲線的三階段變化可以解釋如下：

在毛細飽和階段，土壤的飽和度趨近於 1，空氣主要以分散的方式游離在水中，如圖 2.3(a)所示。此時由於有表面張力的作用，即使施加些微的負孔隙水壓，水分也不會立即被抽出，因此吸力隨著負孔隙水壓上升，但飽和度仍接近。

當負孔隙水壓到達相當程度，表面張力已不再足以維持水面的力平衡時，水分將開始被抽出，使空氣得以進入孔隙中。此時的吸力值稱為空氣

進氣值(air entry value)。吸力到達此值後，飽和度將開始下降，特徵曲線進入減飽和階段，空氣的分布則逐漸從游離狀態轉變為連續，如圖 2.3(b)所示。

當飽和度下降到一定程度，孔隙水逐漸由連通的狀態轉變為不連續，只殘存於土壤顆粒間，如圖 2.3(c)所示。由於孔隙水的分布不連續，即使繼續增加負孔隙水壓，水分也難以排出，因此特徵曲線開始進入殘餘飽和階段。此時所對應的含水量稱為殘餘含水量(residual water content)，而此時的吸力值則稱為殘餘吸力值(residual suction value)。

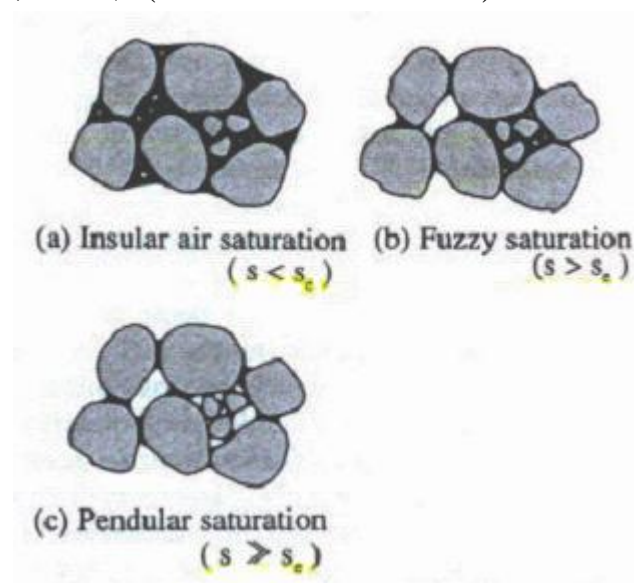


圖 2.3 水分在土壤孔隙中分布的狀態 (Kohgo, *et al.*, 1993)

### 2.1.3 特徵曲線的阻滯現象

在量測特徵曲線時，可以有兩種方式：若從飽和的狀態開始排水，使得吸力逐漸上升，則吸力對含水量的關係稱為土壤主要排出曲線(main drainage curve, MDC)；反之，若從乾燥的狀態開始吸水，則吸力對含水量的關係稱為土壤主要濕潤曲線(main wetting curve, MWC) (Iwata, *et al.*, 1988)。

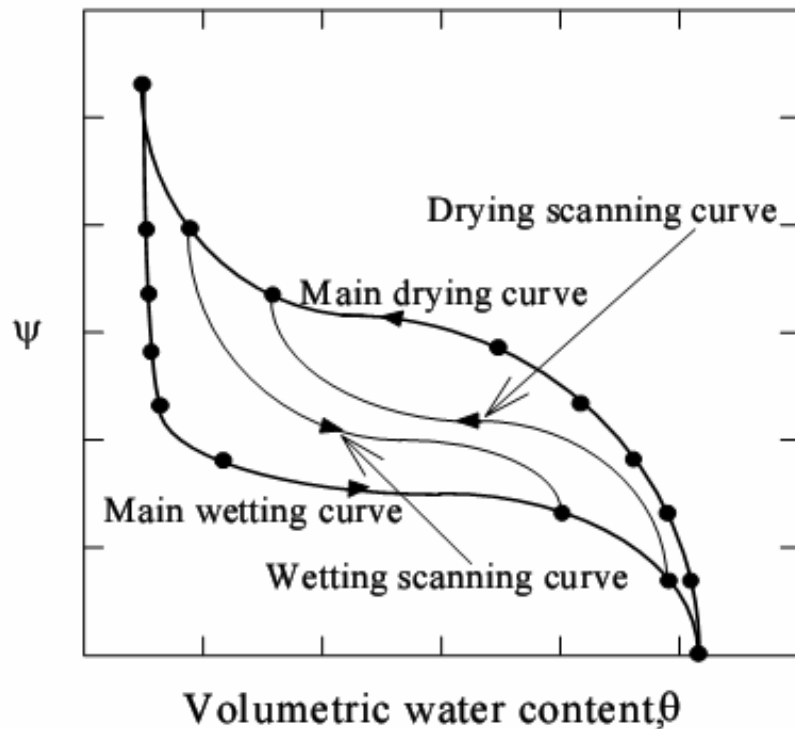


圖 2.4 特徵曲線的阻滯現象 (van Genuchten, 1980)

即使在同一種土壤中，上述兩種曲線也不會相等，造成阻滯現象 (hysteresis) 的主要原因有下列幾項 (Klausner, 1991)：

土壤孔隙大小的分布不規則，或稱墨水瓶效應 (ink-bottle effect)。

在排水的過程中，表面張力的接觸角 ( $\alpha$ ) 比吸水時大，連帶使得基質吸力的大小有所不同。

非飽和土壤中含有許多被水分包圍的空氣 (entrapped air)，這些空氣在排水時和吸水時的體積並不相等。

土壤在吸水與排水的過程中所產生的復硬性 (thixotropy) 與時間效應 (aging)。

特徵曲線的阻滯現象在實驗上不易量測，在數學上也難用簡單的方式表示，必須用較複雜的模型描述。Pham, *et al.* (2005) 曾整理 29 種模擬特徵

曲線並考慮遲滯效應的模型，做一詳細的文獻回顧。

#### 2.1.4 部分飽和土壤的有效應力

有效應力的觀念在土壤力學中應用廣泛，無論是描述剪力強度或體積變化的關係式，都必須以有效應力作為基本的變數。然而部分飽和的土壤是三相的混合體，總應力  $s$  和孔隙水壓  $u_w$  並不足以描述部分飽和時的有效應力(Fredlund 與 Rahardjo, 1993)。早期有許多學者提出適用於部分飽和土壤的有效應力公式。其中最廣為引用的公式為 Bishop(1959)所提出：

$$s'' = (s - u_a) + c(u_a - u_w) \dots\dots\dots(2-6)$$

其中：

$s''$  為部分飽和土壤的有效應力，部分學者稱為構架應力(skeleton stress)

$s$  為總應力

$c$  為有效應力參數



式(2-6)中的  $(u_a - u_w)$  即為基質吸力，而  $(s - u_a)$  一般被稱為淨應力(net stress)。

Bishop 與 Donald(1961)曾進行部分飽和的三軸試驗。結果指出，即使  $s_3$ (圍壓)、 $u_a$  和  $u_w$  三項數值改變，只要維持  $(s_3 - u_a)$  和  $(u_a - u_w)$  的組合不變，試驗的結果就能呈現一致。此結果驗證了式(2-6)的正確性。

然而 Aitchison(1967)的研究指出，只有在  $s$  和  $(u_a - u_w)$  的組合維持不變時， $c$  才有固定的值；反之，兩變數的組合不同時， $c$  將隨之變化。因此，Aitchison 認為  $c$  在運用上相當複雜，建議在分析時將兩變數分開討論，而不適合結合為有效應力  $s''$ 。

Fredlund 與 Rahardjo(1993)曾討論其他應力變數的組合，除了淨應力與吸力以外，尚可用 $(s - u_w)$ 與 $(u_a - u_w)$ ，或是 $(s - u_a)$ 和 $(s - u_w)$ 的組合，代表部分飽和時的應力狀態。然而，使用淨應力與吸力為變數具有兩項優點：一為淨應力與吸力可以分別代表總應力與孔隙水壓造成的影響；二為工程問題中孔隙的氣壓往往等於大氣壓力，可以假設為0，此時淨應力與吸力可被簡化為總應力與孔隙水壓。

基於上述原因，後續的研究在描述應力時，大多使用淨應力 $(s - u_a)$ 和基質吸力 $(u_a - u_w)$ 兩項變數，比以往的有效應力 $(s - u_w)$ 更多一項。直到1990年代，Bishop所提出的有效應力公式再度引起討論，關於式(2-6)中的參數 $c$ 有許多公式被提出(Khogo, *et al.*, 1993; Khalili 與 Khabbaz, 1998; Vanapalli 與 Fredlund, 2000)。其中後兩者曾進行實驗，驗證 $c$ 公式的適用性，兩者皆得到良好的結果，其公式分別如下：

Khalili 與 Khabbaz (1998):

$$c = 1 \quad , s \leq s_e$$

$$c = \left( \frac{s}{s_e} \right)^{-0.55} \quad , s > s_e \quad \dots\dots\dots(2-7)$$

其中 $s$ 為吸力， $s_e$ 為空氣進氣值。

Vanapalli 與 Fredlund (2000):

$$c = S^k \quad \dots\dots\dots(2-8)$$

其中 $S$ 為飽和度， $k$ 為待定係數。

若將吸力與空氣進氣值的比值定義為吸力比(suction ratio) (Khalili 與 Khabbaz, 1998)，則各種土壤中 $c$ 隨吸力比變化的趨勢如圖 2.5 所示。

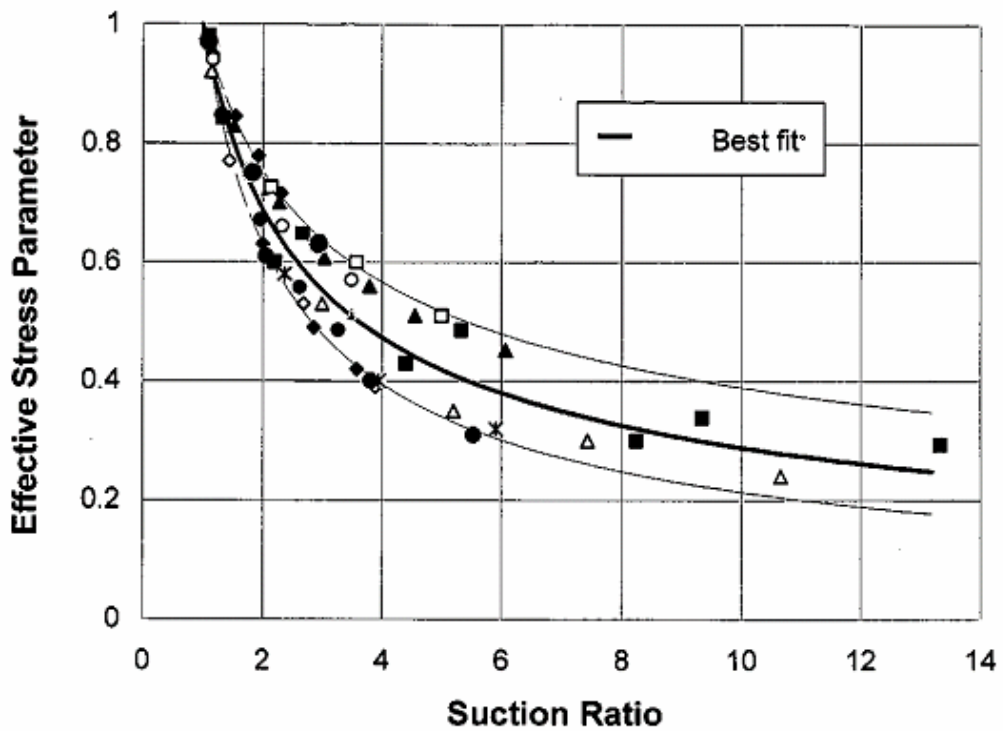


圖 2.5  $c$  與吸力比的關係 (Khalili, *et al.*, 2004)

在部分飽和土壤的分析中，一旦使用 Bishop(1959)的有效應力公式，配合  $c$  的計算公式，剪力強度等問題就能和飽和土壤一樣，則能嘗試以單一變數  $s''$  描述土壤應力。

### 2.1.5 部分飽和土壤的剪力強度

實驗結果顯示，土壤的剪力強度將隨基質吸力上升(Fredlund 與 Rahardjo, 1993)。由於早期學者以淨應力和基質吸力兩項變數描述部分飽和土壤的應力，因此 Fredlund, *et al.*(1978)對莫爾庫倫破壞準則進行修改，提出了包含淨應力和基質吸力兩項變數的剪力強度公式：

$$t_{ff} = c' + (s_f - u_a)_f \tan f' + (u_a - u_w)_f \tan f^b \dots\dots\dots(2-9)$$

其中：



$t_{ff}$  為破壞時，破壞面上的剪應力

$c'$  為凝聚力

$(s_f - u_a)_f$  為破壞時，破壞面上的淨應力

$s_{ff}$  為破壞時，破壞面上的總應力

$u_{af}$  為破壞時，破壞面上的氣壓

$f'$  為相對於淨應力的摩擦角

$(u_a - u_w)_f$  為破壞時的基質吸力大小

$f^b$  為一角度，描述剪力強度隨基質吸力增加的趨勢

剪力強度、淨應力與基質吸力的關係，可用三維的曲面表示，如圖 2.6

所示

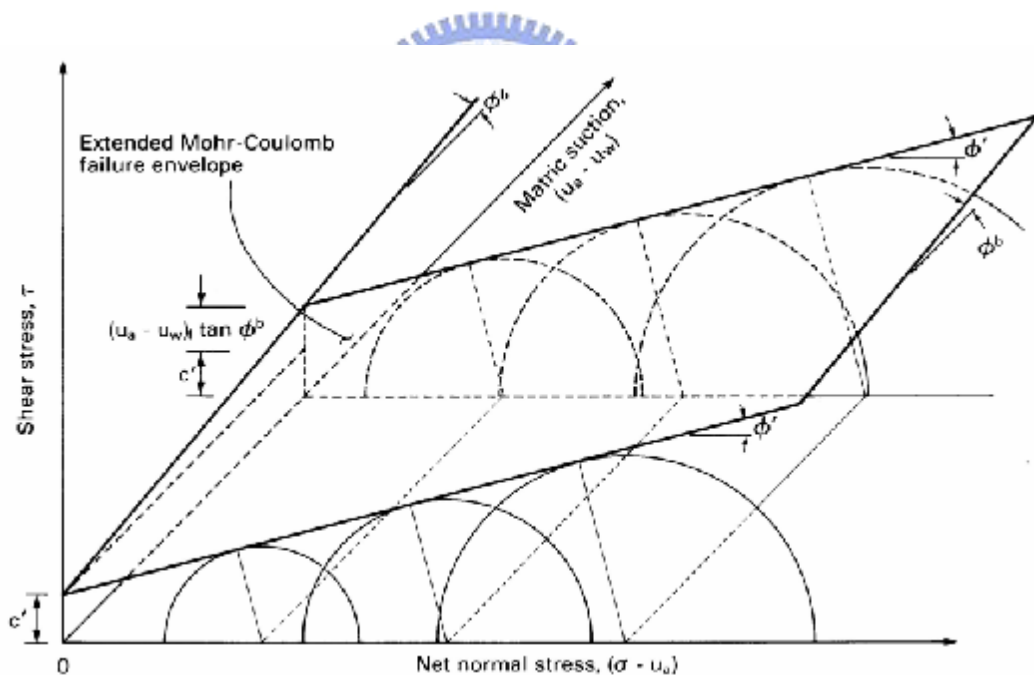


圖 2.6 剪力強度與吸力、淨應力的關係 (Fredlund 與 Rahardjo, 1993)

實驗結果顯示，對於相同種類的土壤，無論吸力值大小，摩擦角  $f'$  仍為一特定值。 $f^b$  在吸力不超過空氣進氣值時，大小與  $f'$  相等，一旦吸力大於空氣進氣值，則  $f^b$  隨著基質吸力的上升而逐漸降低，使得剪力強度對吸

力的關係為非線性的變化，如圖 2.7 所示，其原因為吸力較高時，飽和度降低，因此吸力的影響力也逐漸降低(Fredlund 與 Raharjo, 1993)。

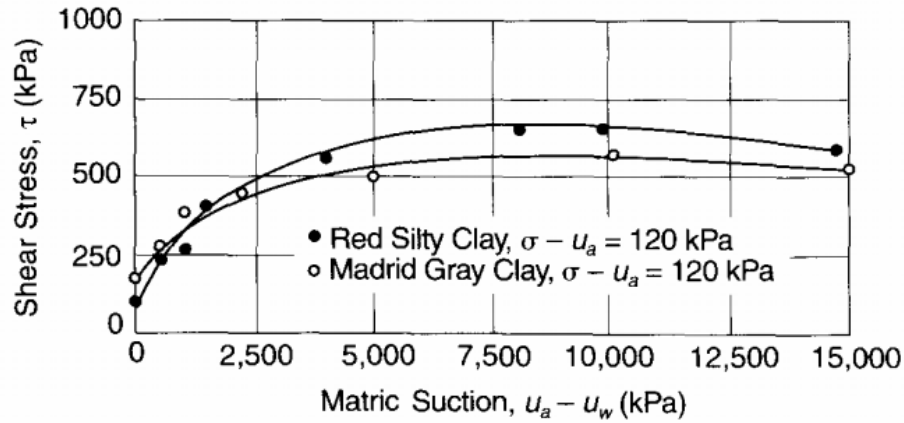


圖 2.7 剪力強度對吸力的非線性變化 (Lu 與 Likos, 2004)

若直接以 Bishop(1959)的有效應力公式代入莫爾庫倫準則，可以得到與式(2-9)相似的結果：

$$t_{ff} = c' + \left[ (s_f - u_a)_f + c(u_a - u_w)_f \right] \tan f' \dots\dots\dots(2-10)$$

Fredlund 與 Raharjo(1993)曾比較式(2-9)與式(2-10)。得到  $c$  與  $f^b$  的關係如下：

$$c = \frac{\tan f^b}{\tan f'} \dots\dots\dots(2-11)$$

由式(2-11)可知， $c$  與  $f^b$  隨吸力的遞減事實上為相同的觀念，皆反應出吸力值增加後，影響力隨著飽和度降低的現象。

若以淨應力為橫座標，軸差應力為縱座標，則破壞包絡線的位置將隨吸力增加而上升，如圖 2.8 所示，此結果同時也代表臨界狀態線將隨吸力上升。然而 Khalili, *et al.*(2004)收集多項研究結果，並以有效應力為橫座標重



新繪圖，發現對於同一種土壤而言，臨界狀態線不隨吸力改變位置，如圖 2.9 所示。由此可知，在討論部分飽和的土壤剪力強度時，有效應力的觀念應是適用的。

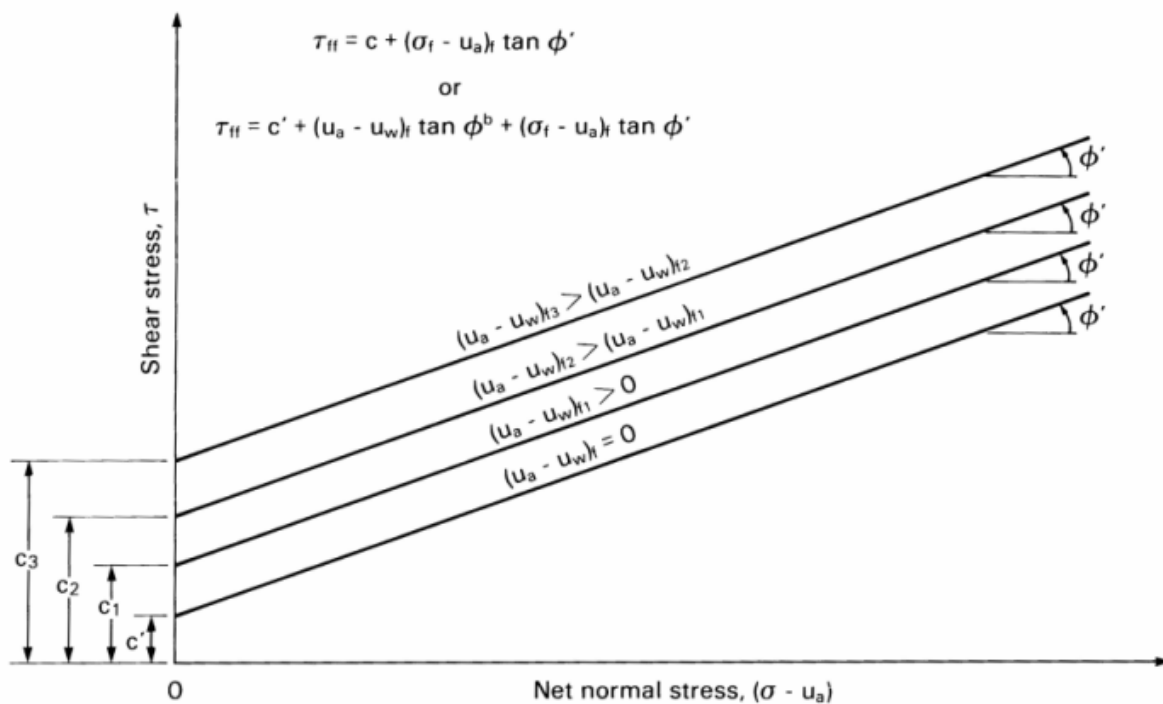
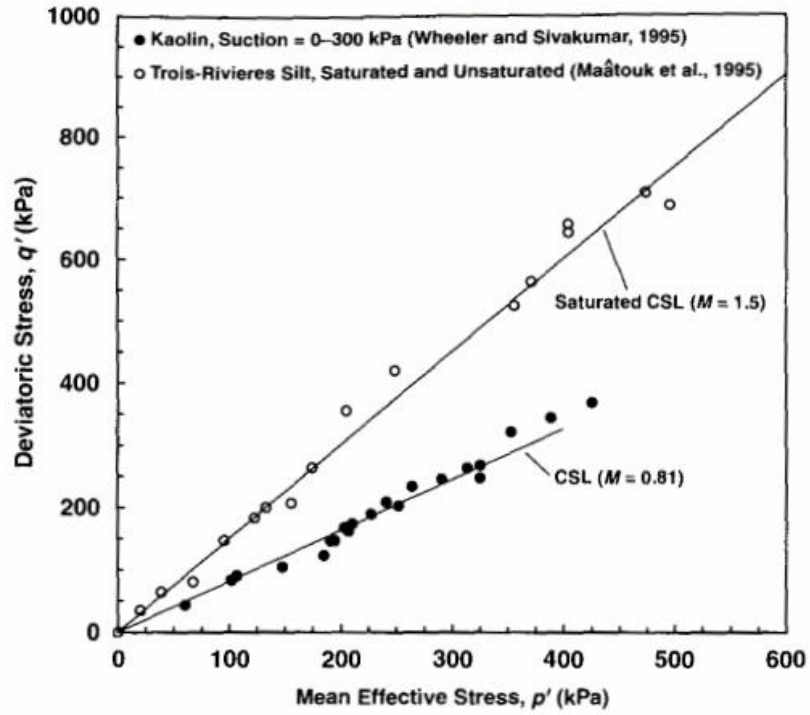
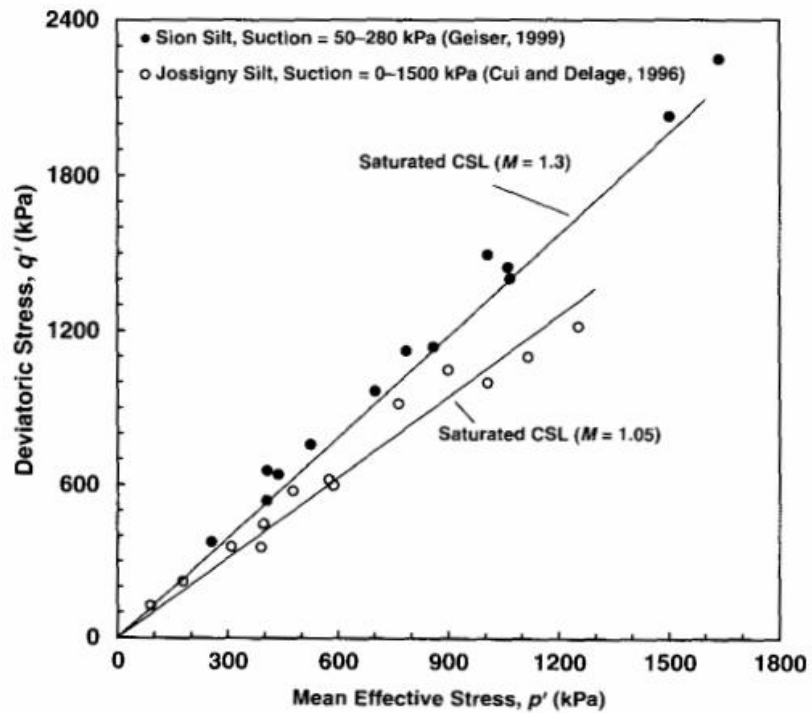


圖 2.8 以淨應力為橫座標時，破壞包絡線隨吸力上升 (Fredlund 與 Rahardjo, 1993)



(a)



(b)

圖 2.9 四種土壤在不同吸力下的臨界狀態線 (Lu 與 Likos, 2004) (數據取

自 Khalili, *et al.* 2004)

## 2.1.6 部分飽和土壤的體積變化特性

部分飽和土壤在吸力不變的情況下，施加圍壓增加則體積縮小，解壓則回脹，此現象與飽和時相似。若在淨應力固定的情況下，改變吸力的大小，則體積變化的情況較為複雜。因此本節將體積變化之特性分為兩部分討論。

固定吸力下，土壤體積隨淨應力的變化：

在吸力不變的情況下，土壤體積隨淨應力改變的趨勢，可從壓密曲線觀察之。實驗結果顯示，當土壤內部有吸力存在時，壓密曲線仍有兩種斜率，分別反應過壓密與正常壓密兩種階段。然而和飽和時的壓密曲線相比，部分飽和土壤的正常壓密線段有向右移動的現象，吸力越大則正常壓密曲線的位置越向右移動(Alonso, *et al.*, 1990; Wheeler 與 Sivakumar, 1995; Futai 與 Almeida, 2005)，如圖 2.10 所示。

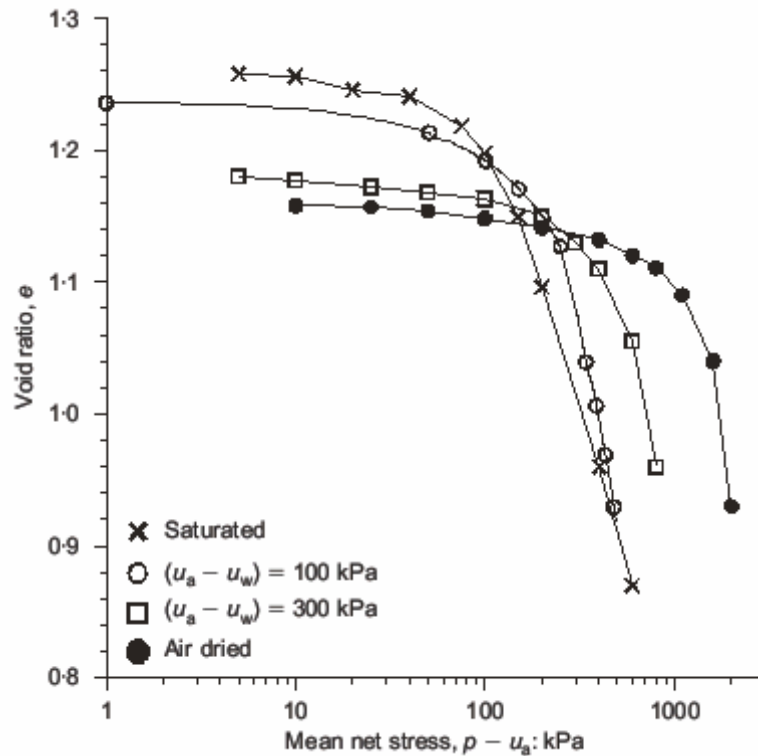


圖 2.10 壓密曲線隨吸力變化的趨勢 (Futai 與 Almeida, 2005)

欲使吸力上升，飽和度必須逐漸下降，然而飽和度最終的下限為 0，因此正常壓密曲線向右移動的趨勢有一邊界存在。在移動的過程中，除了截距的改變以外，正常壓密曲線的斜率亦有隨吸力改變的趨勢。

在土壤為過壓密的情況下，解壓再壓曲線的斜率也隨吸力有些微的改變，但改變程度非常有限(Alonso, *et al.*, 1990)。因此，在討論部分飽和土壤的彈塑性行為時，許多文獻假設解壓再壓曲線的斜率不隨吸力改變(Loret 與 Khalili, 2002; Gallipoli, *et al.*, 2003; Chiu 與 Ng, 2003)。

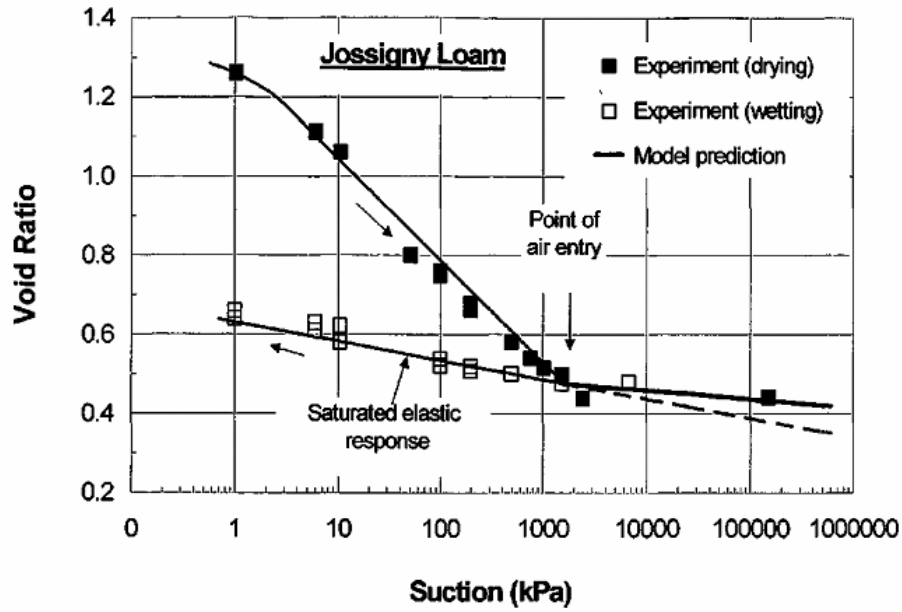
固定淨應力下，土壤體積隨吸力的變化：

在固定的圍壓下，若降低飽和度使吸力上升，土壤體積將隨之收縮，此現象被稱為吸力壓密(suction consolidation)或乾縮(shrinkage) (Kohgo, *et*

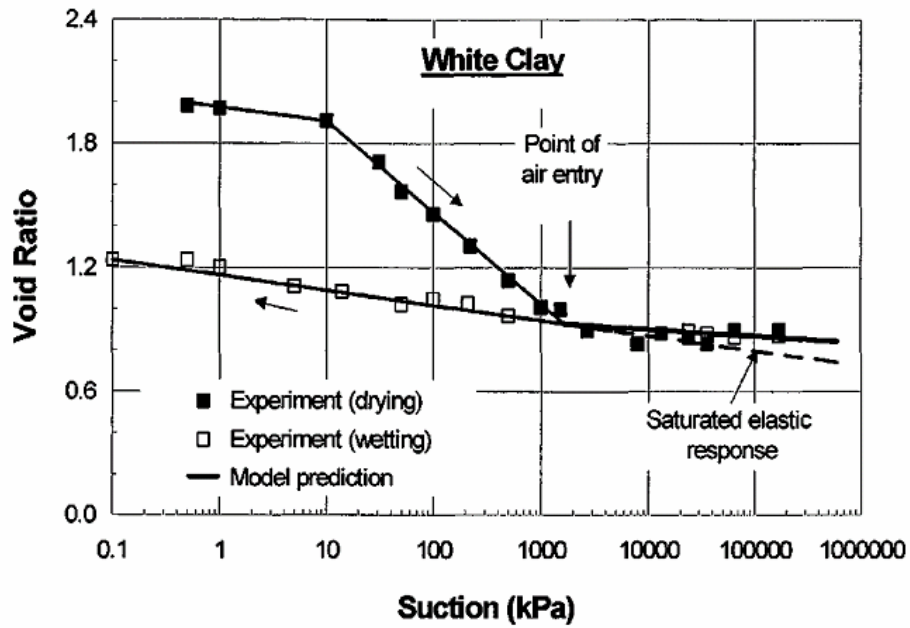
*al.*, 1993)。

Fleureau, *et al.* (1993) 曾對 11 種不同土壤，測試乾濕循環 (drying-wetting cycle) 後的體積變化。在吸力從 0 逐漸上升至空氣進氣值的階段，體積變化的斜率較大，超過空氣進氣值後，斜率則較小，若將吸力逐漸降回 0，體積將以此斜率逐漸回脹，圖 2.11 為其中兩種土壤的實驗數據。





(a)



(b)

圖 2.11 土壤在乾濕循環下的體積變化： (a) Jossigny laom (b) White clay  
(Fleureau, *et al.*, 1993)

上述的實驗結果，若以有效應力的觀念，可以得到合理的解釋：吸力上升則有效應力上升，土壤體積收縮；反之則回脹。然而部分飽和土壤而

在飽和度上升的過程中，也有可能發生體積突然收縮的現象，此現象被稱為濕陷(wetting collapse)。在 1960 年代，濕陷被視為有效應力觀念無法解釋的現象(Jennings 與 Burland, 1962)，成為早期有效應力觀念未被採用的原因之一。

Khalili, *et al.* (2004)曾討論有效應力觀念對於部分飽和土壤的適用性，並解釋濕陷發生的原因。假設土壤在初始時為部分飽和，其正常壓密線的位置如圖 2.12 中的線段 B 所示，體積與有效應力的狀態如點 1 所示。此時若吸力下降，則有效應力也隨之下降，體積因解壓而回脹，如點 2 所示。然而在真實情況下，正常壓密線的位置也應隨吸力下降而左移，若其左移的速度較快，到達線段 A 的位置，則此時對應的孔隙比應為圖中的點 3 所示。換言之，在正常壓密線左移的速度較快時，土壤並非遵照彈性的行為回脹(路徑 1-2)，而是維持在正常壓密的狀態，產生塑性的體積收縮(路徑 1-3)，此即濕陷發生的原因。

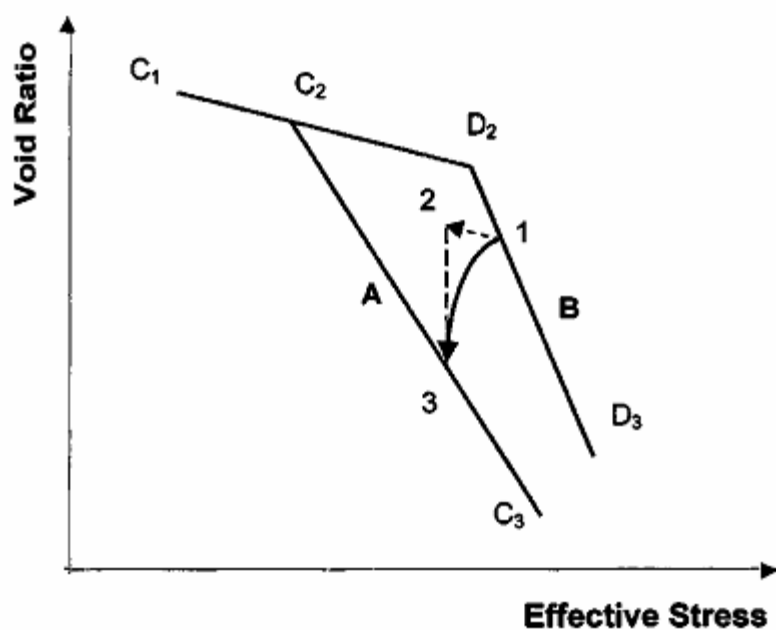


圖 2.12 濕陷發生的原因 (Khalili, *et al.*, 2004)

除了上述的體積變化特性外，Sharma (1998)曾以高度膨脹性的黏土進行試驗，在反覆的乾濕循環之下，土壤產生了不可回復的體積應變，如圖 2.13 所示。

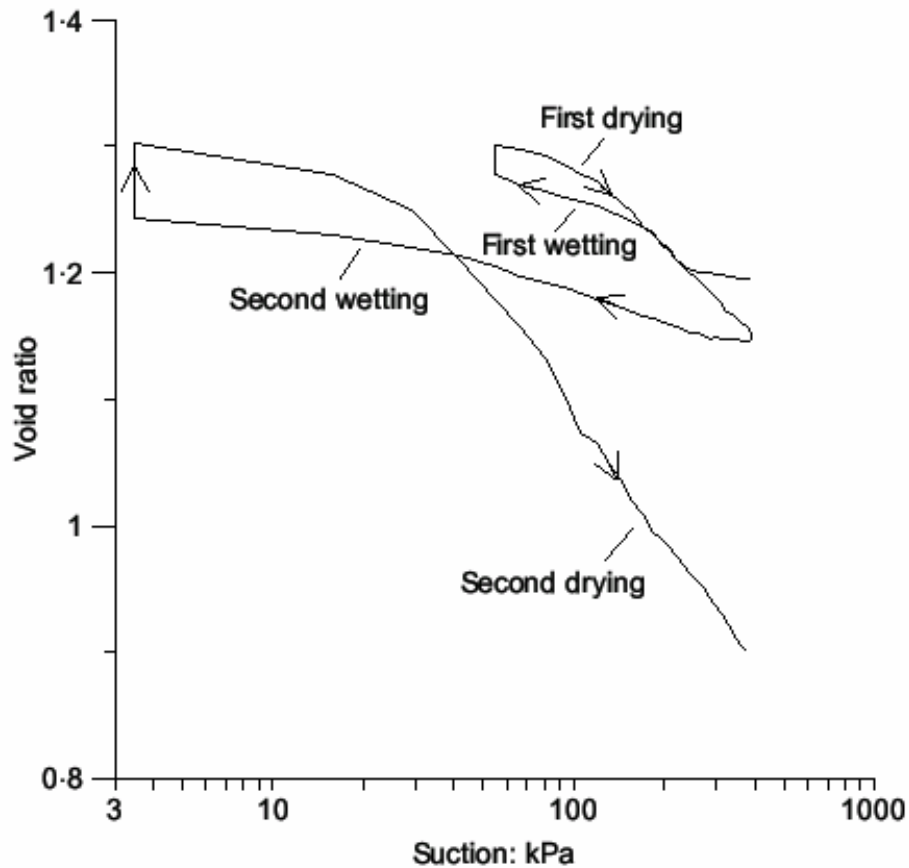


圖 2.13 土壤在反覆乾濕循環下的體積變化 (Sharma, 1998)

在反覆的乾濕循環中，阻滯現象的影響更為顯著，欲討論此時的體積變化特性，必須考慮阻滯現象的影響。

### 2.1.7 部分飽和土壤的地下水流動特性

在地下水流動的問題中，部分飽和土壤最主要的特性為滲透係數會隨飽和度改變。原因為孔隙中若有一部分的通道被氣體佔據，將使孔隙水流動的通道變窄，效果等同於土壤固體的部分增加，而孔隙水減少(Childs,



1969)。

關於滲透係數的非飽和土壤中的變化趨勢，過去已有許多學者進行研究。然而本研究重點乃針對力學行為與特性進行探討，因此對滲透係數進行不擬深入探討。事實上本研究所擬運用之地工分析軟體 FLAC 本身已能考量滲透係數隨飽和度的變化，其近似方法將在後續章節中再加以討論與說明。

## 2.2 部分飽和土壤的組合律

本研究收集數篇部分飽和土壤組合律的相關文獻，並挑選較具有特色與參考價值者做進一步介紹。欲討論的文獻與其簡介如表 2.1 所列

表 2.1 部分飽和土壤組合律相關文獻

作者	模型主要特性簡介
Alonso, et al. (1990)	最早提出的部分飽和土壤組合律，以 Cam-clay model 進行延伸，使其適用於部分飽和土壤。可模擬乾縮、吸水回脹或失陷等行為。
Loret 與 Khalili(2000)	完整考慮土壤固體、孔隙水與氣體三相的應力應變，可模擬真實的應變行為。使用有效應力觀念。
Loret 與 Khalili(2002)	使用有效應力觀念，同樣以 Cam-clay model 為基礎，但對屈服面進行調整。以定量的準確度為目標。
Blatz 與 Graham(2003)	引用 Alonso, et al.(1990)建立的模型，以實際試驗結果討論其適用性，並提出修改的建議。
Chiu 與 Ng(2003)	可模擬土壤多方面的行為，且在定量上的準確度相當高，但所需的參數亦相當繁多。

Gallipoli, et al.(2003)	理論架構完全基於實際物理現象，所使用的參數具物理意義，但模擬的行為僅針對等向壓密。
Sheng, et al.(2004)	以類似彈塑性的觀念模擬特徵曲線的阻滯現象，可掌握乾濕循環下，體積應變的複雜行為。
Pereira, et al.(2005)	將前人所建立的架構套用於 CJS model，使模擬結果更為精準。
Russell 與 Khalili(2006)	將前人所建立的架構套用於 bounding surface model，可模擬漸進的塑性變形。

在彈塑性的模型中，吸力造成的影響主要有兩項：一為有效應力的變化，二為屈服強度隨吸力上升，也就是所謂的硬化(hardening)。壓密試驗中，正常壓密線隨吸力增加而右移的趨勢，事實上即為硬化的結果。本節將針對各模型的特性進行討論，其中吸力造成的硬化為討論的重點之一。至於有效應力的模擬，各模型的差異性在於參數  $c$  採用不同的公式計算，但觀念皆相似，因此不做介紹。

本研究將運用 FLAC 軟體可撰寫使用者自行發展力學模式之副程式 (User-defined model, UDM) 的功能，目標在於希望本研究所發展之部分飽和組合律能易於應用且參數易於標定，因此所需參數數量宜盡可能精簡，並能由較單純之實驗數據來率定參數。為先掌握與比較各模式於實際應用上之難易，本節也將針對各模式中參數使用量與實際運用的便利性加以討論。

### 2.2.1 Alonso, *et al.*(1990)的組合律

Alonso, *et al.*為最早嘗試建立部分飽和土壤組合律的學者。其作法為修改 Cam-clay model，使其能夠模擬部分飽和土壤的行為。

原始的 Cam-clay model 以平均有效應力  $p'$  與軸差應力  $q$  描述應力狀態，Alonso, *et al.* 則以淨平均應力  $p$ 、軸差應力  $q$  與吸力  $s$  三項變數描述，屈服面在  $p$ - $q$ - $s$  空間中的形狀如圖 2.14 所示。

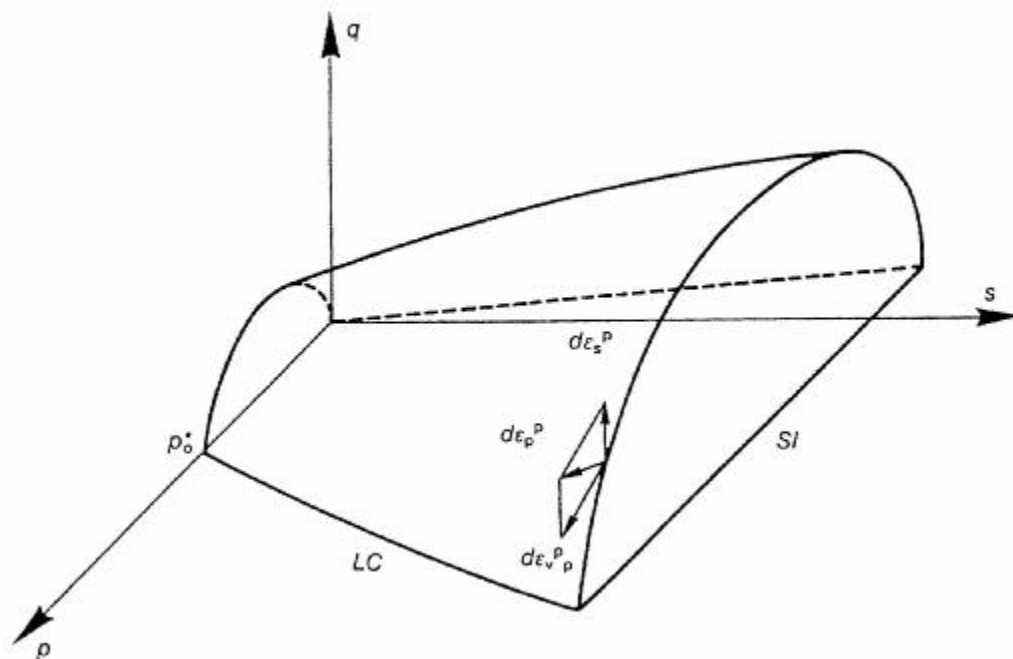


圖 2.14 Alonso, *et al.* 模型的屈服面，在  $p$ - $q$ - $s$  空間中的形式 (Alonso, *et al.*, 1990)

在  $p$ - $q$  平面上，屈服面的形式仍為橢圓形，但半徑將隨吸力上升而擴大，模擬土壤受吸力而硬化的行為，如圖 2.15 所示。除此之外，橢圓左端與  $p$  軸的交點隨吸力上升而向左移動，模擬吸力存在時，土壤可承受負的淨應力。

在  $p$ - $s$  平面上，屈服面由 LC (loading collapse) 與 SI (suction increase) 兩線段組成，如圖 2.16 所示。其中 LC 代表淨應力造成的屈服，吸力增加，則淨應力的屈服強度隨之上升。Alonso, *et al.* 假設吸力超越土壤曾受過的最大吸力  $s_0$  時，也會有屈服的現象發生，因此設定一吸力的屈服面 SI，一但

吸力大於  $s_0$ ，則土壤發生塑性體積應變。

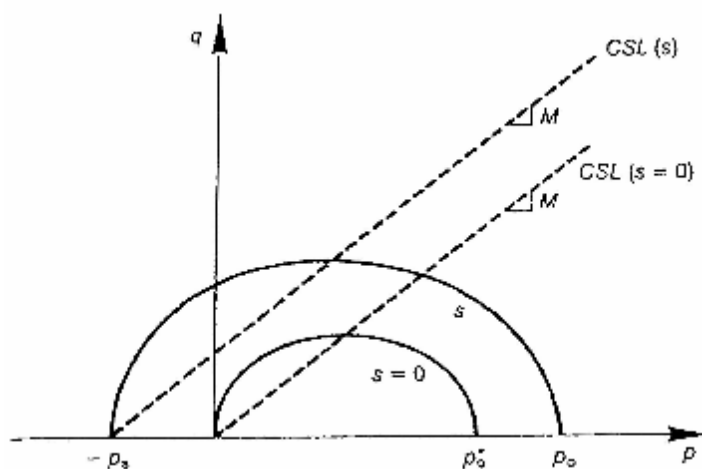


圖 2.15 Alonso, *et al.* 模型的屈服面，在  $p$ - $q$  平面上的形式 (Alonso, *et al.*, 1990)

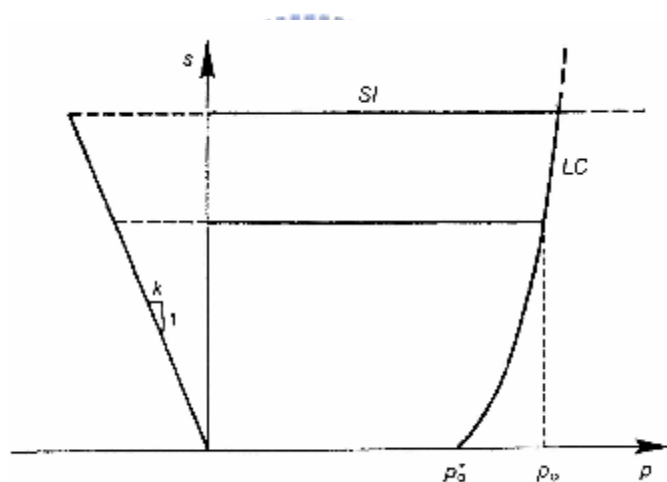


圖 2.16 Alonso, *et al.* 模型的屈服面，在  $p$ - $s$  平面上的形式 (Alonso, *et al.*, 1990)

吸力存在時，土壤可承受負的淨應力，因此圖 2.16 中有一左邊界，隨著吸力增加逐漸向左移動。Alonso, *et al.* 假設此邊界的變化趨勢為線性，以參數  $k$  代表其變化的速率。

屈服面 LC 與 SI 雖然代表兩種不同的機制，但兩者卻並非獨立。若應

力狀態到達 SI，使 SI 的位置改變，則 LC 的位置也將隨之改變，使得此模型在使用上較為複雜。

後續研究(Loret 與 Khalili, 2002; Blatz 與 Graham, 2003)發現吸力屈服面 SI 的設定在某些情況下並不符合實際現象，許多實驗結果指出，土壤即使受到大於  $s_0$  的吸力，體積應變也仍為可回復(reversible)的彈性應變。但在後續學者 Sheng, *et al.*(2004)的研究中，吸力屈服面的設定被加以修改，並運用於模擬特徵曲線阻滯現象所造成的影響，得到了成功的模擬結果。

在屈服面內，吸力變化產生的彈性體積應變量，與淨應力造成的體積應變量不同，必須新增一參數  $k_s$  描述，其關係式如下：

$$dv_s^e = -k_s \frac{ds}{(s + p_{at})} \dots\dots\dots(2-12)$$

其中  $dv_s^e$  為吸力造成的彈性體積應變

$p_{at}$  為大氣壓力，避免  $s=0$  時等式右邊的分母為 0

正常壓密線隨吸力變化的趨勢，可以反應出吸力造成的硬化，影響到屈服面 LC 的形狀。Alonso, *et al.*建議以下列關係式模擬正常壓密線的斜率：

$$I(s) = I(0) \cdot [(1-r) \cdot e^{-bs} + r] \dots\dots\dots(2-13)$$

其中：

$I(s)$  代表吸力等於  $s$  時，正常壓密線的斜率

$I(0)$  代表吸力為 0 時，正常壓密線的斜率

$r$  為吸力趨近無限大時， $I(s)$  與  $I(0)$  的比值

$b$  為一參數，控制  $I$  隨  $s$  變化的速率

上式的特性在於  $s$  趨近無限大時， $I$  有一極限值，且  $s$  越大， $I$  變化的

速率越慢。此特性符合土壤的實際行為。

此模型並未對 Cam-clay model 進行複雜的修改，但已可模擬乾縮、吸水回脹、濕陷等特性，其中許多基本觀念皆為後續學者引用，對於部分飽和組合律的發展有重要的影響。

在參數的使用方面，為了模擬部分飽和土壤的性質，此模型必須新增  $k$ 、 $k_s$ 、 $b$  與  $r$  四個參數，另外增加一參數調整塑性流法則，但此參數與部分飽和土壤的行為無關。若使用有效應力的觀念，則  $k$  與  $k_s$  兩參數可以省略，因此在參數的精簡上還有改善的空間。

### 2.2.2 Loret 與 Khalili(2000)的組合律

此模型的特色為完整計算土壤固體、孔隙水與氣體三相的應力與應變，可模擬定體積等情況下的試驗。其中土壤固體的彈塑性行為以 Cam-clay model 描述之，並使用 Bishop(1959)的有效應力觀念。由於考慮到液體與氣體的變形，理論推導時必須引入連續方程式與理想氣體方程式等諸多公式，在此不做贅述。

在 Cam-clay model 中，屈服面的大小由  $p_c$  控制。由前人研究結果已知，吸力增加時，土壤的屈服強度將上升，意即  $p_c$  應隨吸力增加，因此 Loret 與 Khalili(2000) 設  $p_c$  為吸力的函數，其關係式如式(2-14)所示。

$$p_c = p_{c,0} \cdot \exp(\alpha X) \cdot p_{cm}(\langle s_{eff} \rangle) + p_{ca}(\langle s_{eff} \rangle) \dots \dots \dots (2-14)$$

其中：

$p_{c,0}$ 、 $\alpha$  為材料常數

$X$  為硬化參數，在此模型中為塑性體積應變

$s_{eff}$  為有效吸力，其定義為吸力除以空氣進氣值後減 1， $\langle s_{eff} \rangle$  代表



$s_{eff} < 0$  時，取  $\langle s_{eff} \rangle = 0$

$p_{cm}$ 、 $p_{ca}$  為  $s_{eff}$  的函數，描述  $p_c$  隨吸力變化的趨勢

此模型雖完整考慮三相的應力應變，但並未對 Cam-clay model 進行任何的細部修改，例如屈服面的形狀等。在定量上，此模型的準確度未必能達到相當準確，但在定性上，此模型可以確實掌握三相混合體的行為。

此模型的參數可分為兩部分，一為  $p_c$  的相關參數  $x$ 、 $p_{cm}$ 、 $p_{ca}$ ，其餘為模擬特徵曲線所需的參數  $g_1$ 、 $g_2$ 。其中特徵曲線的參數率定較為簡單，而  $p_{cm}$ 、 $p_{ca}$  為吸力的非線性函數，且沒有明確的物理意義，不易由實驗數據中求得，此為應用上的一大缺點。

### 2.2.3 Loret 與 Khalili(2002)的組合律

相對於 Loret 與 Khalili 先前在 2000 年提出的三相模型，此模型著重於定量上的準確性。土壤的彈塑性行為仍採用 Cam-clay model 為架構，但對於屈服面的形狀有些微調整，如圖 2.17。

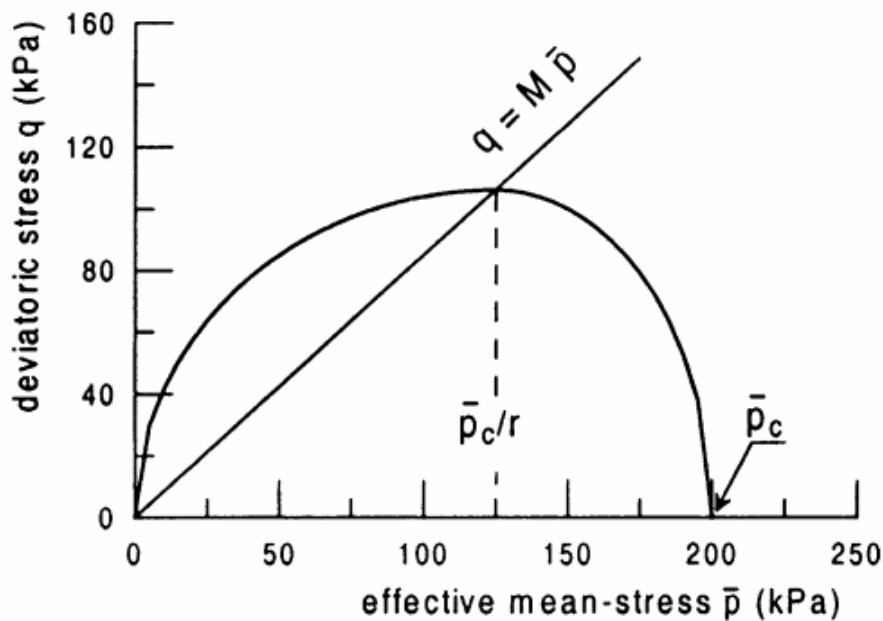


圖 2.17 偏斜橢圓屈服面 (Loret 與 Khalili, 2002)



Cam-clay model 中，屈服面的  $p_c$  即為預壓密壓力，當正常壓密線隨吸力上升而右移時， $p_c$  也應隨之增大，反之則  $p_c$  降低，如圖 2.18 中的 C 點與 D 點所示。Loret 與 Khalili(2002) 藉此推導出  $p_c$  隨吸力變化的關係式如下：

$$\frac{p_c(s)}{p_{c0}} = y(s) \exp\left(\frac{1+e_i}{I(s)-k} e_v^p\right)$$

$$y(s) = \exp\left[\frac{N(s)-N(0)}{I(s)-k} - \frac{I(s)-I(0)}{I(s)-k} \ln\left(\frac{p_{c0}}{p_{ref}}\right)\right] \dots\dots(2-15)$$

其中：

$p_{c0}$  為吸力等於 0 時的  $p_c$  值

$e_i$  為初始時的孔隙比

$N(s)$ 、 $I(s)$  為正常壓密線的截距與斜率，皆為吸力的函數

$k$  為解壓再壓曲線的斜率

$e_v^p$  為塑性體積應變

$p_{ref}$  為橫座標之一參考值，由於  $p$  在對數座標中不可為 0，因此在每一條正常壓密線上，皆以  $p_{ref}$  所對應的孔隙比為  $N(s)$ ，圖 2.18

中設  $p_{ref}$  為 1

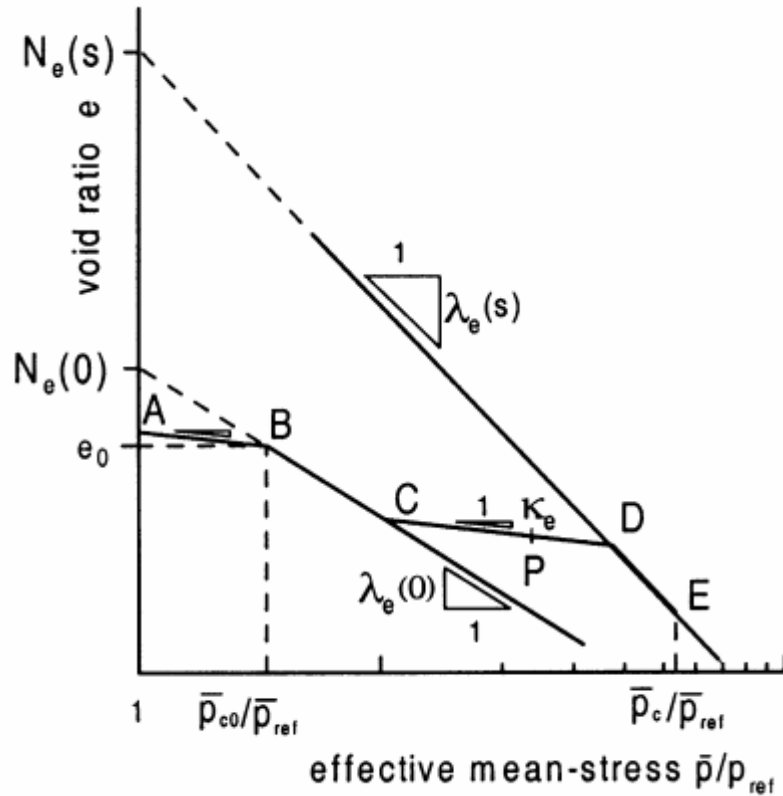


圖 2.18  $p_c$  隨正常壓密線移動而變化

上述關係式看似複雜，簡單來說，即為  $N$ 、 $I$  隨  $s$  變化，而  $p_c$  又隨  $N$  與  $I$  變化。許多組合律的相關文獻皆以類似的方式推導  $p_c$  與吸力的關係式。

由於彈塑性行為主要仍由土壤固體的結構所控制，此模型忽略孔隙水與氣體的應力應變關係，僅以定量的準確性為目標。即使如此，此研究所建立的方法仍可與 Loret 與 Khalili 在 2000 年提出的三相模型結合，使得原有的模型在定量上更為精確。

參數的使用上，描述橢圓屈服面的偏斜必須使用參數  $r$ ，而吸力造成的硬化則必須使用  $N(s)$  與  $I(s)$  兩函數。Loret 與 Khalili 假設此兩函數為線性，因此實際應用時需要四個參數表示其函數關係。然而  $N(s)$  與  $I(s)$  的實際值可直接由不同吸力下的壓密曲線中求得，因此參數的率定較為容易，

此為應用上的優點。缺點為  $N(s)$  與  $I(s)$  在實際上並非線性的函數，當吸力較大時，將產生較大的誤差。

#### 2.2.4 Blatz 與 Graham(2003)的組合律

Blatz 與 Graham(2003)的研究其實並未提出新的組合律理論，主要引用 Alonso, *et al.*(1990)所建立的模型，應力的狀態仍以淨應力與吸力兩變數描述，並以實驗結果探討 Alonso, *et al.*(1990)的模型是否符合實際現象。

Blatz 與 Graham(2003)以較新的三軸試驗設備，針對砂與蒙脫土的混合物進行試驗，試體具有高塑性、高度膨脹性等性質。試驗時施加的圍壓最大可達 7 Mpa，吸力最大可達 30 Mpa 以上，提供了範圍廣泛的數據。

研究結果發現，若土壤在正常壓密的情況下固定淨應力，先增加吸力再降低，所有試體的體積應變皆可回復(reversible)，顯示出 Alonso, *et al.*(1990)所假設的吸力屈服面 SI 在某些情況下並不符合實際現象。

參數方面，由於 Blatz 與 Graham 乃引用 Alonso, *et al.* (1990)的模型，所使用的參數與 Alonso, *et al.*相同。

#### 2.2.5 Chiu 與 Ng(2003)的組合律

Chiu 與 Ng(2003)的組合律模型的特色為土壤各方面的特性都能有良好的模擬結果，不僅能定性掌握土壤行為，在定量上也相當準確。此模型的屈服面在  $p$ - $q$  平面上不採橢圓形，而是由兩直線段構成，分為代表剪力和圍壓造成的屈服，如圖 2.19 (b)所示。而兩種方式的屈服各有其塑性應變的相關參數，包括硬化參數、膨脹性等。除此之外，體積含水量(specific water content,  $v_w$ )隨圍壓的變化，以及土壤到達臨界狀態時的特性，也都列入模擬的項目中。

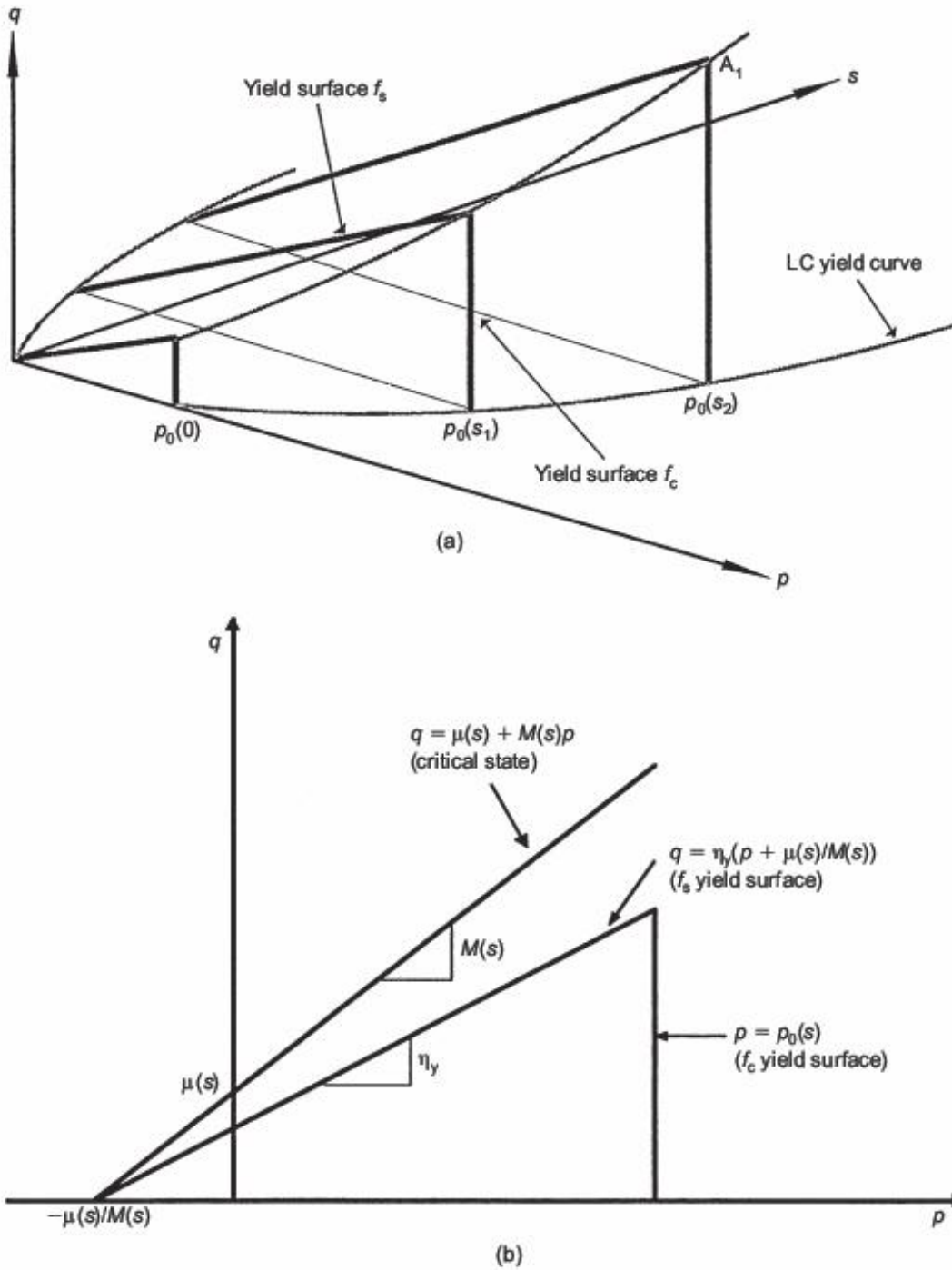


圖 2.19 Chiu 與 Ng 模型中的屈服面 (Chiu 與 Ng, 2003)

在不排水或固定含水量的狀況下，體積含水量將隨總體積或圍壓改變，連帶影響吸力的大小。但此模型並未完整模擬土壤三相的應力應變關係，因此體積含水量的變化必須以特定的關係式模擬。Chiu 與 Ng 引用

Wheeler(1996)提出的方法，先估計孔隙氣體的體積比  $e_a$ ，再以比體積  $v$  減去  $e_a$ ，即可得到體積含水量，其關係式如下：

$$e_a = A(s) - a(s) \ln \left[ \frac{p_0(0)}{p_{at}} \right] \dots\dots\dots(2-16)$$

$$v_w = v - v_a \dots\dots\dots(2-17)$$

其中：

$A, a$  為吸力  $s$  的函數，由實驗數據中率定

$p_0(0)$  為吸力為 0 時，等向壓密的屈服應力，參考圖 2.19(a)

$p_{at}$  為大氣壓力

為求能夠多方面的模擬土壤行為，且在定量上達到準確，此模型所使用的參數相當繁多。而其中大部分的參數又被假設為吸力的函數，因此必須引入更多參數描述之。在實際應用上，參數的數量可達 20 個以上。

### 2.2.6 Gallipoli, *et al.*(2003)的組合律

Gallipoli, *et al.*(2003)模型的特色在於完全建基於物理，所設立的參數皆有實際物理意義。

吸力的影響在此模型中被分為兩部分，分別是水壓的降低以及液面(孔隙水與空氣的界面)的張力增加。其中，水壓只對有效應力有所影響。而液面的張力提供土壤顆粒間額外的鍵結力，不但使有效應力上升，更增加了土壤的勁度。由於上述原因，此模型特別建立一變數  $x$ ，估計表面張力造成的影響，其公式如下：

$$x = f(s)(1 - S_r) \dots\dots\dots(2-18)$$

其中：

$f(s)$  為表面張力在土壤顆粒間產生的鍵結力，為吸力  $s$  的函數，

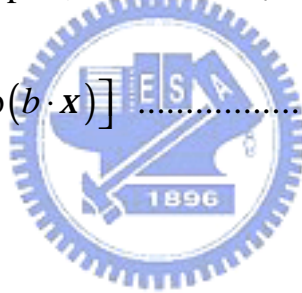
可由物理上的公式求得解析解

$S_r$  為飽和度

此公式的物理意義為單一液面造成的鍵結力，乘以土壤孔隙內液面的數量，等於土壤整體所受到的鍵結力。由於飽和度越高，土壤內部的液面數量就越少，因此上式以  $(1-S_r)$  估計液面數量造成的影響。當飽和度為 1 時，土壤內部不存在液面，此時  $x$  將等於 0。

就物理意義而言，正常壓密線的移動代表土壤固體結構的硬化，此現象應與  $x$  相關，因此 Gallipoli, *et al.* 以下式描述此現象：

$$\frac{e}{e_s} = 1 - a [1 - \exp(b \cdot x)] \dots \dots \dots (2-19)$$



其中：

$e$  為土壤在吸力為 0 時的孔隙比

$e_s$  為土壤受到吸力時的孔隙比

$a, b$  為迴歸分析所得之參數

由上述關係式，當  $x$  越大時， $e$  與  $e_s$  的比值越大，因此可以描述正常壓密線的右移(上移)。

此模型的理論架構極具物理意義，但文獻中只針對等向壓密時的行為進行理論推導和驗證，在產生剪應變的情況下未必能有良好的模擬結果。

參數的使用上，描述吸力造成的硬化需要  $a, b$  兩參數以及變數  $x$ 。其中  $x$  與吸力造成的鍵結力  $f(s)$  有關，且  $f(s)$  為非線性函數，其中至少需要

兩個以上的參數。

### 2.2.7 Sheng, *et al.*(2004)的組合律

Sheng, *et al.*(2004)的模型，最重要的特性在於可模擬特徵曲線的阻滯現象。吸力與飽和度之間的關係被假設為類似彈塑性的模式，如圖 2.20。圖中的上邊界為主要排出曲線(main drainage curve)，下邊界為主要濕潤曲線(main wetting curve)。當吸力的路徑沿上下兩邊界移動時，相當於塑性的關係；當乾濕循環發生時，吸力與飽和度的關係則在上下兩邊界之間來回變化，相當於彈性的關係(如圖中 C-H 與 B-E 兩路徑)。

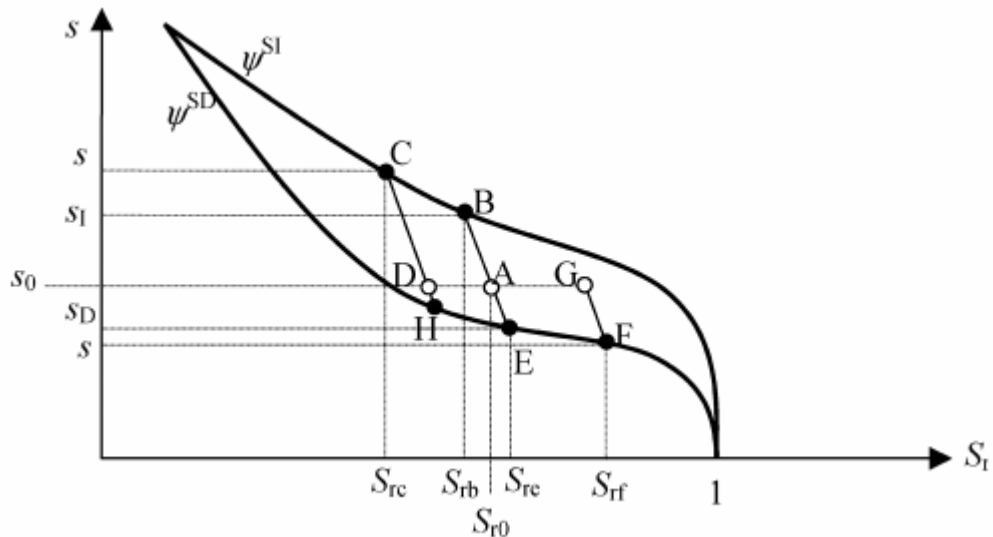


圖 2.20 特徵曲線阻滯現象的模擬 (Sheng, *et al.*, 2004)

土壤本身的彈塑性行為，Sheng, *et al.*主要引用 Alonso, *et al.*(1990)所建立的模式，但採用有效應力的觀念，屈服面建立在  $p'-q-s$  空間中，如圖 2.21 所示。

此外，為了模擬阻滯現象，Sheng, *et al.*在  $s$  軸方向上設立了 SI 與 SD 兩屈服面，分別對應主要排水曲線與主要吸水曲線。當乾濕循環發生時，體積變化的模擬如圖 2.22 所示。



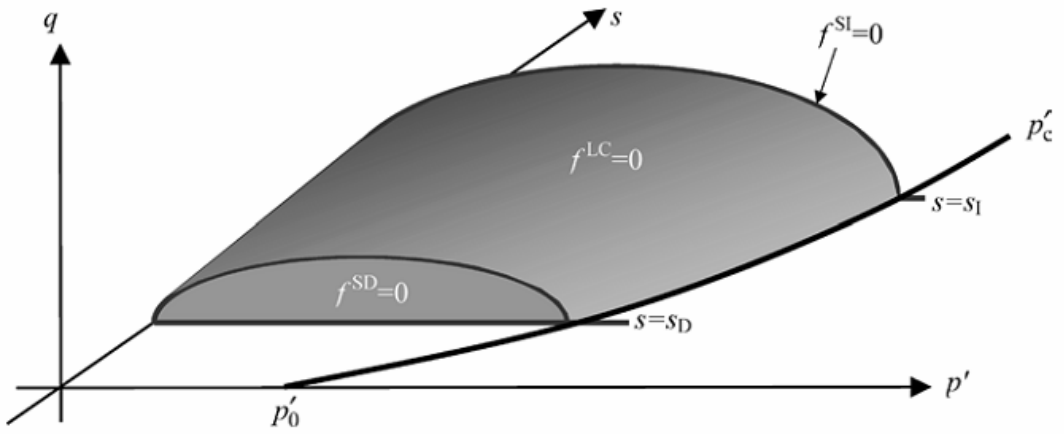


圖 2.21 Sheng, *et al.* 模型中的屈服面 (Sheng, *et al.*, 2004)

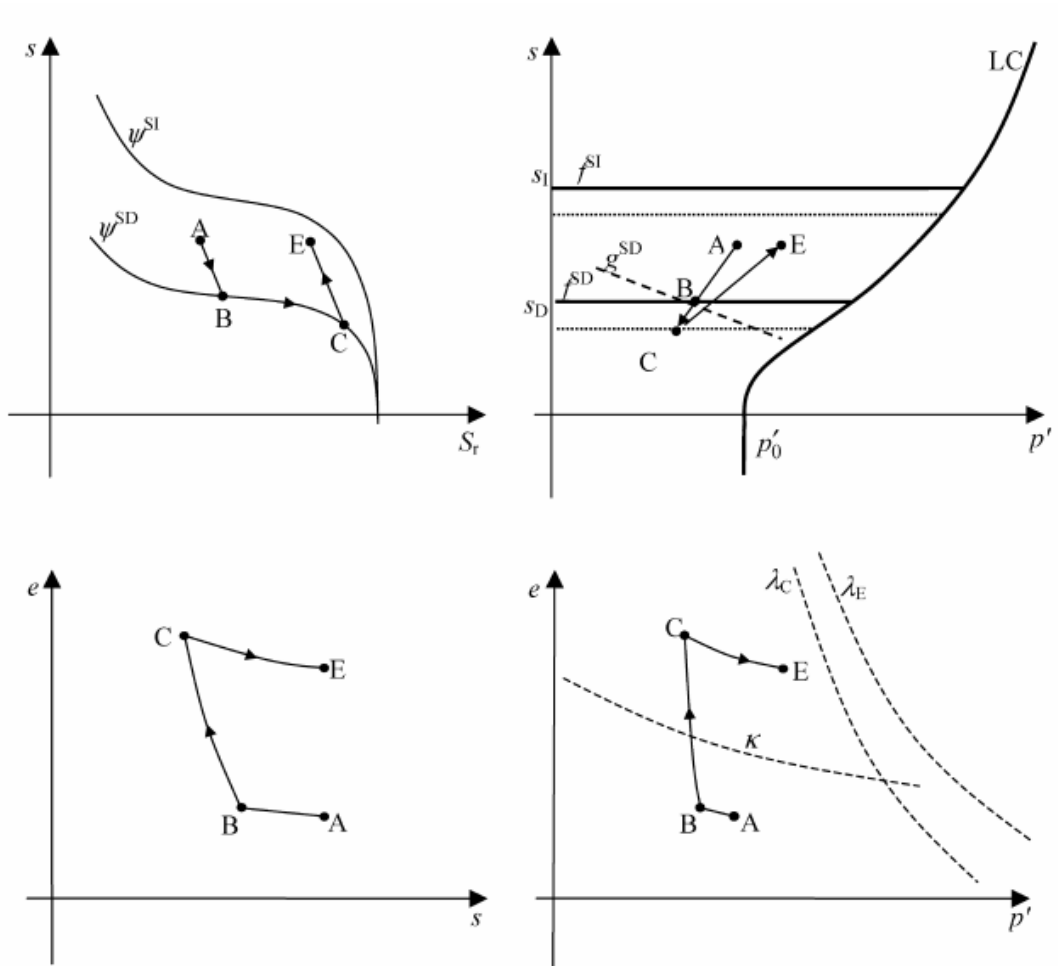


圖 2.22 模擬阻滯現象造成的塑性體積應變 (Sheng, *et al.*, 2004)

雖然真實的阻滯現象較 Sheng, *et al.* 所提出的模擬方式更為複雜，但此模型已可表現出體積變化的各種特性。對於部分飽和土壤的組合律而言為一大改進。

參數方面，為了模擬阻滯現象，必須有主要排水曲線與主要濕潤曲線的函數，以及兩曲線間掃描曲線的斜率。若以最簡單的公式模擬，兩特徵曲線共需要四個參數描述。假設所有的掃描曲線斜率皆為定值，則須以一參數  $K_s$  代表此斜率。由於此研究的重點在於阻滯現象的模擬，關於吸力造成的硬化，或是正常壓密線的變化趨勢，並未提出模擬的方法。

## 2.2.8 Pereira, *et al.*(2005) 及 Russell 與 Khalili(2006)的組合律

非飽和土壤的組合律發展至近年，已經掌握了非飽和土壤大部分的定性行為，但大部分的研究仍以 Cam-clay model 為基礎進行延伸，於定量的準確度上可能仍難免會有些差距。Pereira, *et al.* (2005) 以及 Russell 與 Khalili (2006) 兩項研究的目的皆為提升模擬的準確度：Pereira, *et al.* (2005) 採用 CJS model (Cambou-Jaffari-Sidoroff model)，Russell 與 Khalili (2006) 則採用 Bounding surface model 進行延伸，使其適用於部分飽和土壤。

CJS model 的特性在於彈性應變可為非線性的變化，而塑性的剪應變除了使用等向硬化(isotropic hardening)的法則外，還具有動態硬化(kinematic hardening)的性質。

Bounding surface model 的優點在於塑性應變為漸進式的變化，使得應力狀態在接觸屈服面時，應變量不會有突然的轉折，此特性能夠更精確的模擬應變量的變化趨勢。

CJS model 經由 Pereira, *et al.*(2005)修改後，可模擬部分飽和土壤的主要

特性。而 Russell 與 Khalili(2006)的模型除了阻滯現象以外，也可模擬所有特性。兩模型在定量上的準確度都有相當良好的表現。

## 2.2.9 各組合律在實際應用上的比較

將組合律實際應用於數值模擬時，必須能夠取得所有的參數，因此參數的數量以及率定上的難易度為實際應用的重點之一。

各組合律對於土壤行為的掌握程度不同，大致上，可納入模擬的行為越多樣化，則相對於原來之 Cam-clay model，所新增的參數必然越多。將各組合律新增的參數數量，依其用途分類後再討論，結果如表 2.2 所示。

其中 Pereira, *et al.*(2005)與 Russell 與 Khalili(2006)的組合律以定量的準確度為目標，重點在於基本彈塑性模型的變化，因此不列入比較。Blatz 與 Graham(2003)主要引用 Alonso, *et al.*(1990)的架構，參數相同，亦不列入比較。

表 2.2 各組合律所需參數比較

作者	新增的參數數量與其用途	應用上的優缺點
Alonso, et al. (1990)	屈服面形狀：1 參數 吸力造成的彈性變形：1 參數 正常壓密線斜率：2 參數 調整塑性流法則：1 參數	未考慮特徵曲線。若採用有效應力觀念，可省略其中兩參數。
Loret 與 Khalili (2000)	特徵曲線：2 參數 吸力造成的硬化：3 參數	參數的率定較困難。
Loret 與 Khalili (2002)	屈服面形狀：1 參數 正常壓密線的變化：4 參數	參數取得容易，但在吸力較大時易產生誤差。

Chiu 與 Ng(2003)	含水量隨應力的變化：4 參數以上 正常壓密線的變化：3 參數 臨界狀態：4 參數以上 塑性變形特性：10 參數以上	須要率定的參數繁多
Gallipoli, et al.(2003)	正常壓密線的變化：4 參數以上	未考慮特徵曲線。只模擬等向壓密行為。
Sheng, et al.(2004)	特徵曲線阻滯現象：5 參數以上 (仍未含基本特性的模擬所需要之其他參數)	可模擬阻滯現象，模型架構較為複雜。

為了描述出吸力所造成的硬化，必要參數為正常壓密線或  $p_c(s)$  的相關參數。此外，欲建立飽和度與吸力間的關係，必須有特徵曲線的函數。在不考慮定量準確度的情況下，其餘參數皆可視需要選用。

吸力造成的硬化，相關參數用量最少者為 Alonso, *et al.*，只使用兩參數。但只有將吸力與淨應力視為獨立兩變數時，才能有此簡化的結果。若使用有效應力觀念，至少須有三個以上的參數，才能描述吸力造成的硬化。至於特徵曲線所需的參數量，則視選擇的公式而定，至少需要兩參數。

由表 2.2 可知，目前的組合律中使用參數之數量其範圍甚大，而在實際應用上，各組合律均有其有優缺點。若綜合其中各項優點，應可建立更實用的模型。

## 2.3 降雨對邊坡穩定的影響與分析

殘餘土覆蓋的邊坡，在暴雨發生時特別容易發生滑動，此現象在高溫多雨的熱帶與亞熱帶地區特別明顯(Chen, *et al.*, 2004; Collins, *et al.*, 2004)。而這種由暴雨觸發的滑動通常發生在邊坡的淺層，有時甚至會轉變為流動的形式(Olivares 與 Picarelli, 2003)。

降雨入滲對邊坡的影響，除了使孔隙水壓上升外，同時也造成部分飽和區域的吸力降低，連帶影響剪力強度。因此，吸力對於邊坡的穩定性相當有影響(Fredlund 與 Rahardjo, 1993)

針對降雨造成的邊坡破壞，許多學者曾提出模擬的方法。本研究所收集的相關文獻如表 2.3 所列。

表 2.3 降雨入滲時的邊坡穩定相關文獻

作者	研究內容
Ng, et al. (2001)	使用有限元素法對一實際案例進行三維模擬，但僅考慮降雨造成的滲流變化，並不考慮吸力。
Cho 與 Lee (2002)	修改極限平衡法中的切片法，使其能夠考慮吸力對剪力強度的影響。
Tsaparas, et al. (2002)	使用有限元素法分析降雨時的邊坡穩定性，但吸力僅被視為負孔隙水壓，並未影響彈塑性行為。
Collins, et al. (2004)	修改極限平衡法中的切片法，使其能夠考慮吸力對剪力強度的影響。
Sharma 與 Nakagawa (2005)	以無限邊坡分析，探討降雨時的邊坡穩定性，吸力的影響被考慮在內。

上述文獻可分為有限元素分析與極限平衡法兩類。其中極限平衡法雖

能考慮吸力的影響，但無法討論淺層邊坡破壞時的變形性。

Tsaparas, *et al.*(2002)雖使用有限元素法，但並未修改組合律，吸力的影響僅限於增加有效應力。由於吸力造成的硬化並未考慮在內，因此無法完全模擬部分飽和土壤的變形行為。

由 2.2 節可知，目前已有許多部分飽和土壤的組合律可供參考，但於邊坡穩定分析的運用有待進一步嘗試。





## 第三章 研究方法

本研究的工作大致分為三部分。首先由文獻回顧開始，嘗試提出一個基於有效應力觀念之精簡化部分飽和土壤組合律以期描述部分飽和土壤主要之力學行為，以利工程實際運用。所謂精簡化是指盡可能讓組合律所需之材料參數不要太多，以免失去了實用價值。本研究再基於此模式，撰寫組合律副程式以結合 FLAC 軟體平台模擬部分飽和土壤的相關大地工程行為。此外為測試此力學模式之功能，也收集一批前人所完成之部分飽和土壤三軸試驗實際數據，嘗試以本研究所提出之力學模式模擬其試驗結果，藉以評估此組合律是否能至少能達到大致掌握部分飽和土壤的重要剪力強度及基本體積變化之特性。最後還會將力學模式運用於部分飽和土壤邊坡穩定分析，模擬邊坡在降雨入滲時的穩定性，以展示此組合律運用於實際工程問題的適用性。



### 3.1 組合律的建立

本研究乃以 Cam-clay model 為基礎進行修改，使其適用於部分飽和土壤，並引用 FLAC 軟體為平台以執行後續之數值應力分析。FLAC 軟體力學模式庫中已提供 Cam-clay model 模式可供選擇，欲利 FLAC 軟體模擬涵蓋部分飽和土壤地盤中的工程行為，必須進行的修改工作可分為三項，需令 FLAC 軟體能納入：(1)吸力考量。(2)部分飽和土壤力學模式中所採的修正有效應力定義。(3)吸力所造成的硬化效應。

#### 3.1.1 吸力考量

為使 FLAC 可考量與計算吸力值，本研究將特徵曲線的方程式納入組

合律運算流程中，由 FLAC 本身計算飽和度，再對應至吸力值。特徵曲線的形式以 van Genuchten(1980)所提出的公式模擬：

$$\frac{q - q_r}{q_s - q_r} = \frac{1}{[1 + (as)^n]^m} \dots\dots\dots(3-1)$$

其中：

$q$  為體積含水量

$q_s$  為飽和時的體積含水量

$q_r$  為殘餘體積含水量

$a$ ， $n$ ， $m$  為參數，影響特徵曲線的形狀，其中  $m$  為  $n$  的倒數

van Genuchten(1980)建議一般情況下可將  $q_r$  設為 0，此時上式的等號左邊即為飽和度  $S_r$ 。又因  $m$  為  $n$  的倒數，上式可改寫為：

$$S_r = \frac{1}{[1 + (as)^n]^{\frac{1}{n}}} \dots\dots\dots(3-2)$$

為了以飽和度推估吸力值，必須將上式改寫為  $s(S_r)$  的函數關係，改寫後的公式如下：

$$s = \frac{(S_r^{-n} - 1)^{\frac{1}{n}}}{a} \dots\dots\dots(3-3)$$

### 3.1.2 有效應力

土壤的有效應力需改以 Bishop(1959)的公式計算，其中包括淨應力與吸力兩部分。由於大部分的工程問題中，土壤孔隙的氣壓為 0 (Fredlund 與 Rahardjo, 1993)，因此在本研究中假設淨應力與總應力相等，而吸力被視為



負孔隙水壓。簡化後的有效應力公式如下：

$$s' = s - c \cdot u_w \dots\dots\dots(3-4)$$

其中：

$s'$  為有效應力

$s$  為總應力

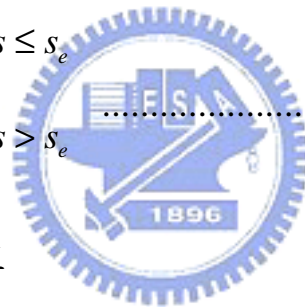
$c$  為有效應力參數

$u_w$  為孔隙水壓，當飽和度小於 1 時， $u_w = -s$

有效應力參數  $c$  的值，本研究選用 Khalili 與 Khabbaz(1998)的公式計算：

$$c = \begin{cases} 1 & , s \leq s_e \\ \left(\frac{s}{s_e}\right)^{-0.55} & , s > s_e \end{cases} \dots\dots\dots(3-5)$$

其中  $s_e$  為空氣進氣值



### 3.1.3 吸力所造成之硬化

吸力除了影響有效應力之外，最大的影響在於土壤的硬化。由前人研究可知，欲求得  $p_c$  與  $s$  的函數關係有許多不同的方法。本研究選擇以正常壓密線(NCL)隨吸力的變化推估  $p_c$  值，其觀念如圖 3.1 所示。圖中 URL 為解壓再壓曲線。

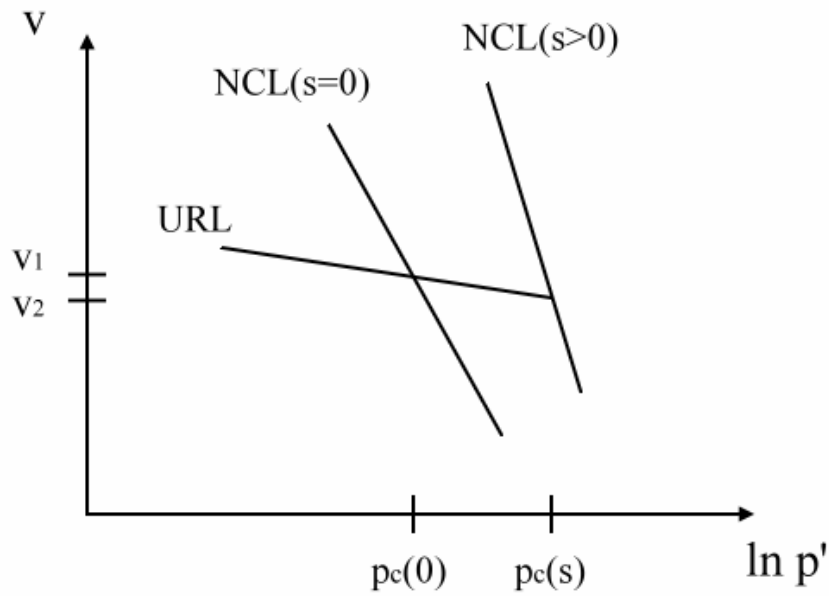


圖 3.1  $p_c$  隨吸力的變化

由圖 3.1 所表示的關係，可列出下列方程式：

$$v_1 = N(0) - I(0) \cdot \ln p_c(0) \dots\dots\dots(3-6)$$

$$v_2 = N(s) - I(s) \cdot \ln p_c(s) \dots\dots\dots(3-7)$$

$$\frac{v_1 - v_2}{\ln[p_c(s)/p_c(0)]} = k \dots\dots\dots(3-8)$$

其中：

$N$  為正常壓密線上，圍壓等於 1kPa 時所對應的比體積， $N(s)$  代表吸力等於  $s$  時的  $N$  值

$I$  為正常壓密線的斜率， $I(s)$  代表吸力等於  $s$  時的  $I$  值

$k$  為解壓再壓曲線的斜率，不隨  $s$  變化

綜合上述方程式，可推得  $p_c$  與  $s$  的關係式為：

$$p_c(s) = \exp\left(\frac{N(0) - N(s)}{k - I(s)}\right) \cdot p_c(0)^{\frac{k - I(0)}{k - I(s)}} \dots\dots\dots(3-9)$$

由壓密試驗的結果，可得知  $N$ 、 $I$  與  $k$ ，採用此公式的好處為參數可由壓密試驗的結果取得。

然而在數值模擬中， $N$  與  $I$  隨  $s$  變化的關係也必須以數學式描述，本研究引用 Alonso, *et al.*(1990)提出的公式描述  $I(s)$ ，並參考 Chiu 與 Ng(2003)的方法，以相同的公式模擬  $N(s)$ ：

$$I(s) = I(0) \cdot \left[ (1 - r_I) \cdot e^{-bs} + r_I \right] \dots\dots\dots(3-10)$$

$$N(s) = N(0) \cdot \left[ (1 - r_N) \cdot e^{-bs} + r_N \right] \dots\dots\dots(3-11)$$

其中：

$r_I$  為土壤吸力趨近無限大時， $I(s)$  與  $I(0)$  的比值

$r_N$  為土壤吸力趨近無限大時， $N(s)$  與  $N(0)$  的比值

$b$  為一參數，影響  $N$  與  $I$  隨  $s$  變化的速率

在此部分飽和土壤組合律之架構下，一旦飽和度趨近於 100%，即等同於飽和土壤之常引用之 Modified Cam-clay 模式。以上之介紹僅為理論架構的建立，在 FLAC 軟體架構中建立此組合律的作法細節，則將在第四章中介紹。

### 3.2 組合律的測試

為驗證本研究之部分飽和力學模式後是否能確保數值運算上的正確性以及是否能確實模擬部分飽和土壤的行為，本研究中進行了一系列測試，項目如表 3.1 所列。

表 3.1 本研究測試項目

測試項目	目的
以自定參數模擬壓密試驗	測試體積變化是否合乎公式計算值
以自定參數模擬三軸試驗	測試剪力強度是否合乎給定參數
模擬 Futai 與 Almeida (2005)三軸試驗結果	模擬固定吸力值的三軸試驗，測試軸差應力與體積應變的趨勢
模擬 Wheeler 與 Sivakumar (1995)試驗結果	以較複雜的應力路徑，測試體積變化的趨勢與剪力強度

表 3.1 中，前兩項測試的目的為驗證此模型在數值運算上的正確性，後兩項則使用實際的參數，測試此模型是否能表現出真實土壤的行為。

模擬三軸試驗時的網格，使用單一元素。若單一元素的剪力強度與體積變化性質正確，即可代表此組合律的正確性。

### 3.2.1 Futai 與 Almeida (2005)的實驗數據

Futai 與 Almeida (2005)曾對於兩種不同的土壤進行多組部分飽和土壤的三軸試驗。所有的試驗中，吸力值皆保持固定，分別有 100 kPa、300 kPa 以及風乾狀態(代表吸力趨近無限大)三種吸力條件。此三種吸力條件又各以五種不同大小的圍壓進行三軸試驗。由於兩種土壤的行為相似，本研究選擇模擬其中一部分的實驗結果，其實驗數據如圖 3.2 所示。

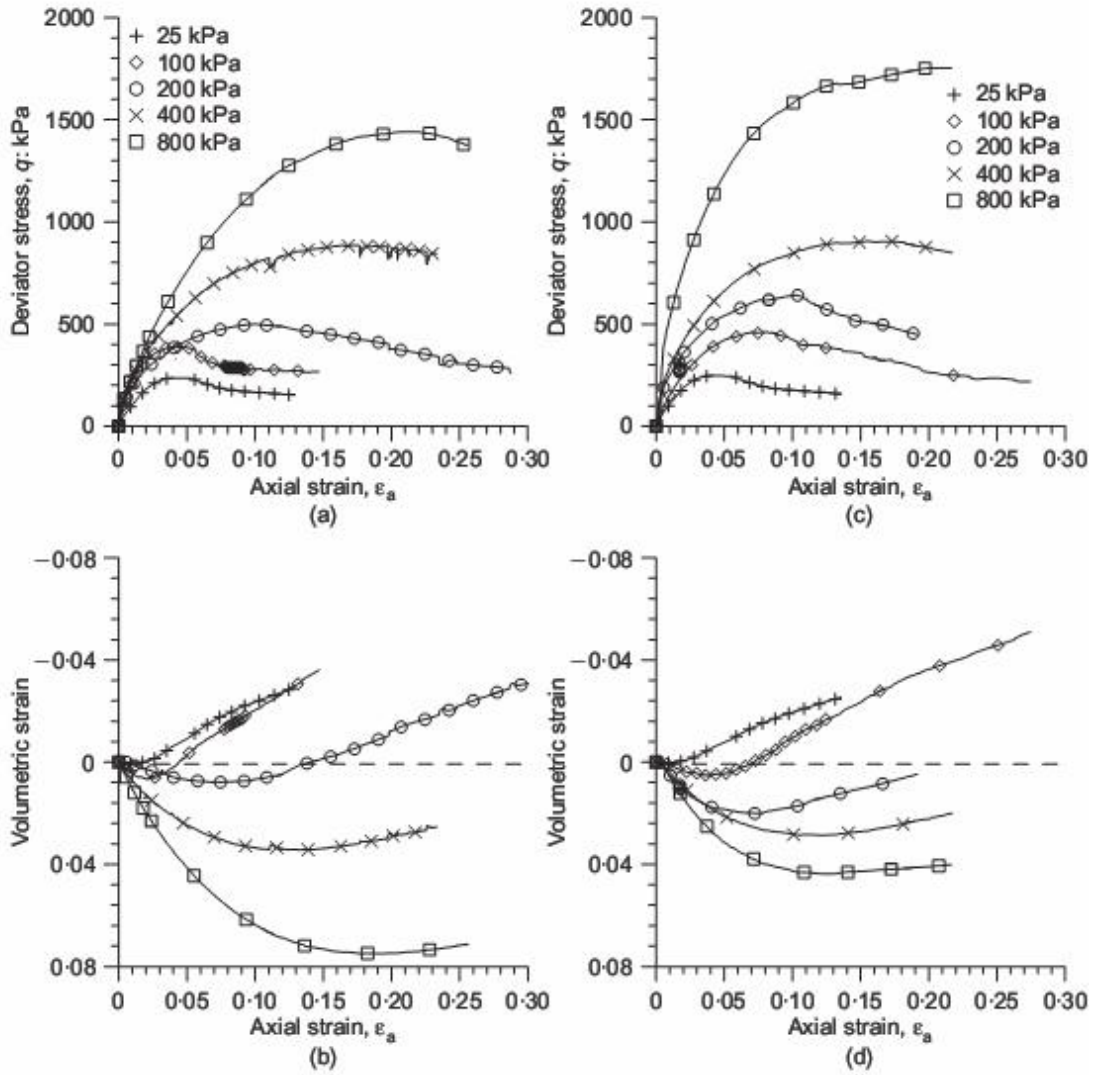


圖 3.2 Futai 與 Almeida 的三軸試驗結果 (Futai 與 Almeida, 2005)

欲使用本研究建立的模型，必須由兩項實驗數據取得參數，一為特徵曲線，二為各種不同吸力下的壓密試驗。Futai 與 Almeida 所測得的特徵曲線以及壓密試驗結果如圖 3.3 與圖 3.4 所示。

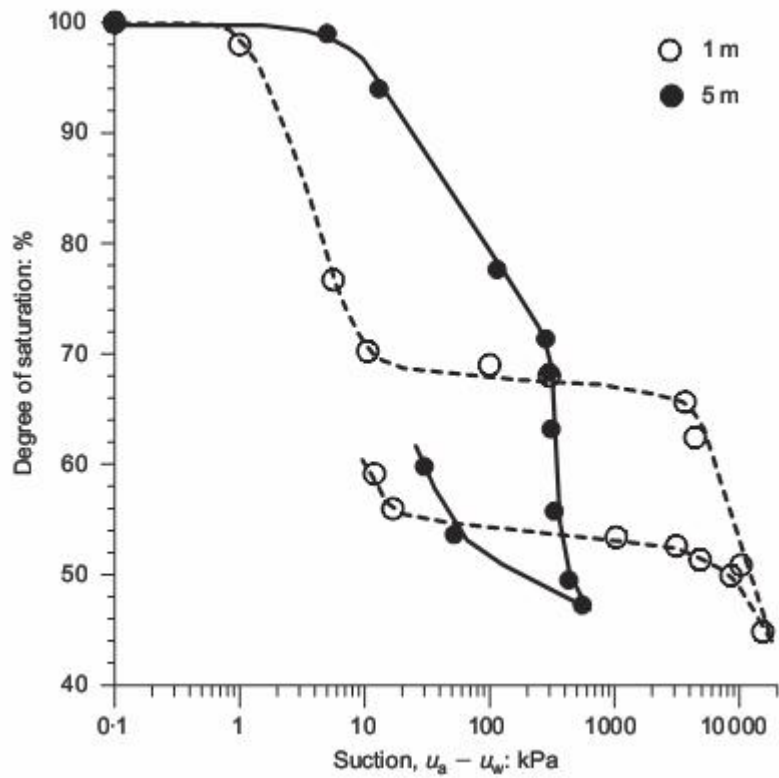


圖 3.3 Futai 與 Almeida 的特徵曲線

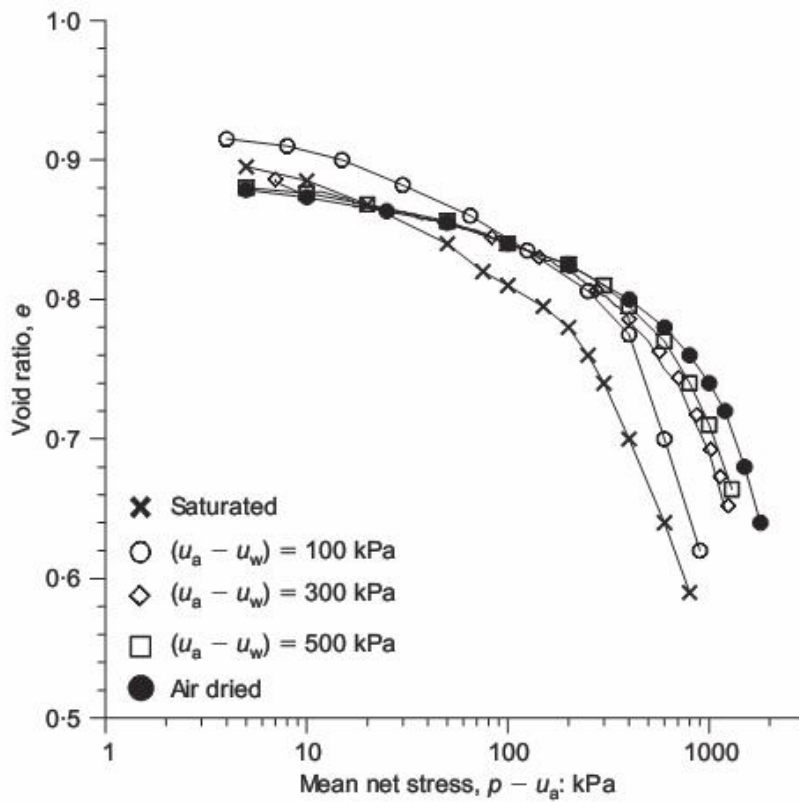


圖 3.4 Futai 與 Almeida 的壓密試驗結果 (Futai 與 Almeida, 2005)

其中必須注意的是，Futai 與 Almeida (2005)的實驗結果以淨應力為橫座標，需以有效應力為橫座標重繪，才能正確取得本研究所需的參數。

### 3.2.2 Wheeler 與 Sivakumar (1995)的實驗數據

Wheeler 與 Sivakumar(1995)也曾對於部分飽和土壤進行多種不同的試驗，本研究以其中兩組試驗為模擬對象。第一組為壓密試驗，但應力路徑中包括吸力的改變與淨應力的改變，如圖 3.5 所示，圖 3.6 為試驗結果。

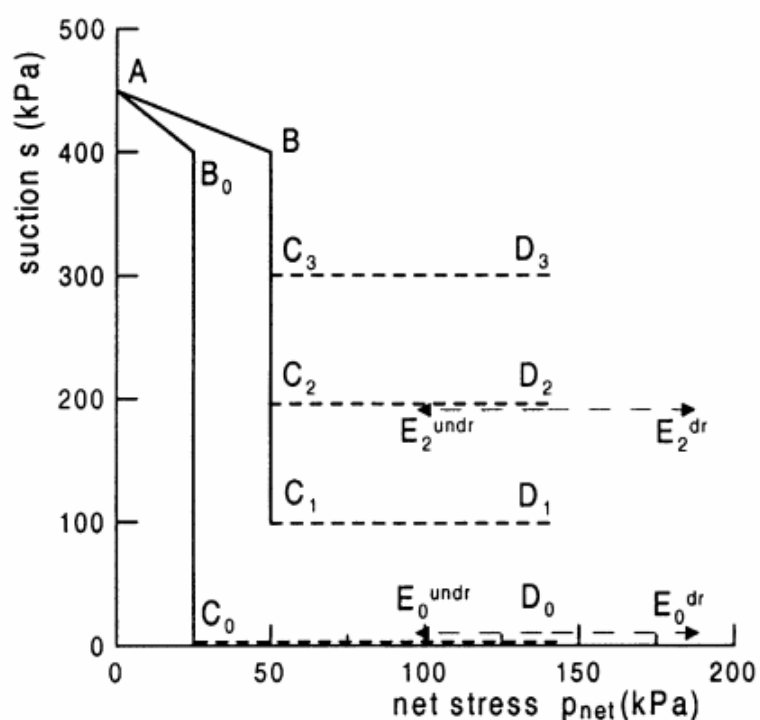


圖 3.5 Wheeler 與 Sivakumar 壓密試驗之應力路徑 (Loret 與 Khalili, 2002) (數據取自 Wheeler 與 Sivakumar, 1995)



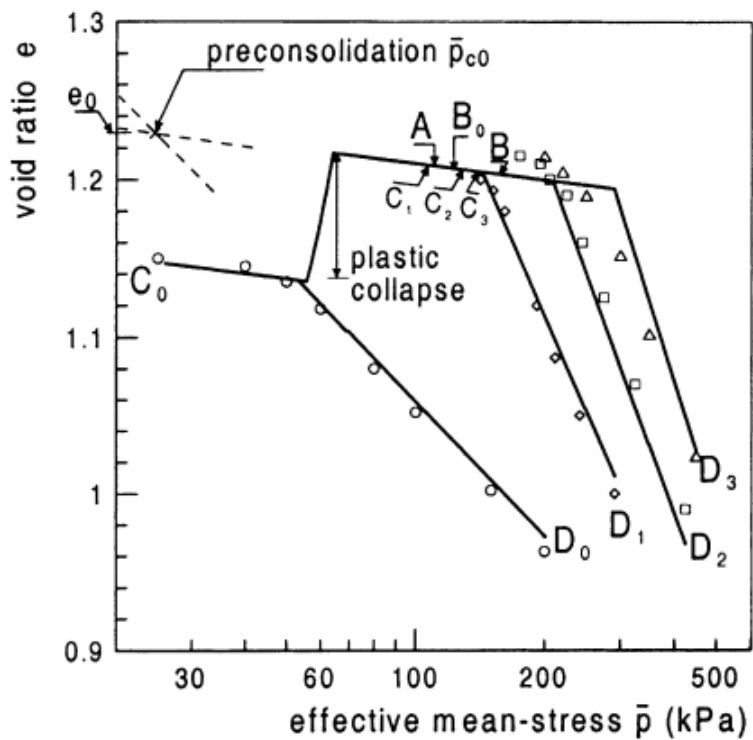


圖 3.6 Wheeler 與 Sivakumar 壓密試驗結果 (Loret 與 Khalili, 2002) (數據取自 Wheeler 與 Sivakumar, 1995)

此試驗中包括不同吸力下的壓密試驗(路徑 C-D)，因此  $I(s)$ 、 $N(s)$  與  $k$  的皆可由圖 3.6 中求得。

Wheeler 與 Sivakumar(1995)的實驗以高嶺土為試體，但文獻中並未給予特徵曲線的資料，因此本研究轉而由 Tarantino 與 Tombolato (2005)對高嶺土的實驗數據中取得相關參數，如圖 3.7 所示。

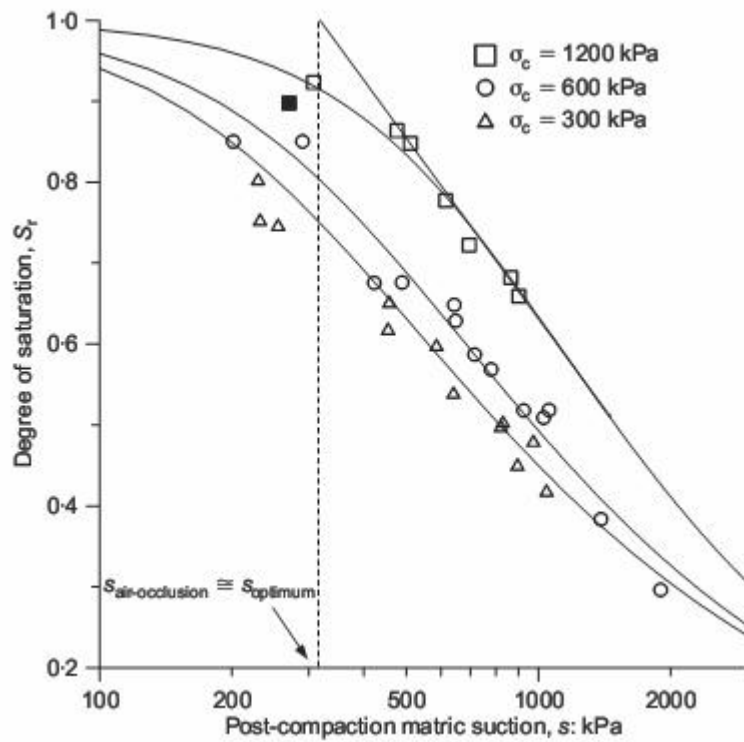


圖 3.7 高嶺土在不同圍壓下的特徵曲線 (Tarantino 與 Tombolato, 2005)

第二組實驗為定吸力三軸試驗，但應力路徑分為排水、純剪與不排水(定體積試驗)三種，目的為檢驗各種應力路徑是否皆以臨界狀態線為終點。試驗結果如圖 3.8。

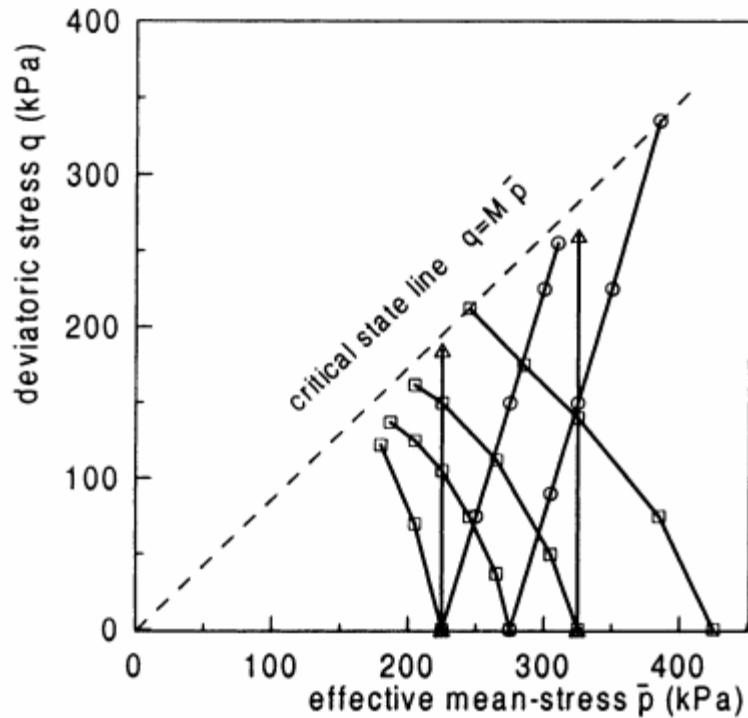


圖 3.8 Wheeler 與 Sivakumar 三軸試驗結果 (Loret 與 Khalili, 2002) (數據

取自 Wheeler 與 Sivakumar, 1995)



在部分飽和土壤的不排水三軸試驗中，試體內的空氣與外界隔絕，因此氣壓  $u_a$  在試驗過程中有上升的現象。然而本研究之組合律假設  $u_a$  為 0，無法模擬此項試驗，因此選擇對排水與純剪兩項試驗進行模擬。

### 3.3 模擬降雨對邊坡穩定的影響

欲模擬降雨入滲的影響，必須同時進行滲流的分析。然而土壤在部分飽和的情況下，滲透係數  $k$  值隨飽和度有不同的變化。此現象在 FLAC 軟體中可列入考量與模擬，其模擬的方式為：

$$k^a = k \cdot \hat{k}(S_r) \dots\dots\dots(3-12)$$

$$\hat{k}(S_r) = S_r^2 (3 - 2S_r) \dots\dots\dots(3-13)$$

其中：

$k^a$  為部分飽和時的滲透係數

$k$  為飽和時的滲透係數

$\hat{k}(S_r)$  為一函數，調整部分飽和時的滲透係數，其函數圖形如圖 3.9 所示。

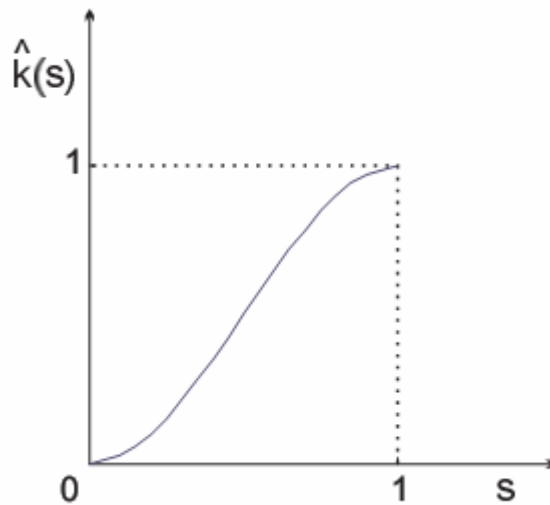


圖 3.9 FLAC 軟體對滲透係數的調整 (FLAC, 2000)

邊界條件方面，本研究在邊坡網格的地表面施以固定的流量流入邊坡內部，以模擬降雨入滲的情形。

模擬開始時，必須先以力學模式進行土壤自重的平衡。欲降雨入滲時則開啟地下水模式，以耦合分析(coupling analysis)的方式求得邊坡在降雨入滲的變化。

## 第四章 建立部分飽和土壤組合律副程式

本研究旨在提出一套精簡之部分飽和土壤組合律能夠描述涵蓋部分飽和至完全飽和土壤的行為，以利數值力學分析時考慮涉及部分飽和土壤的土工問題分析運用。在此精簡之部分飽和土壤組合律下，一旦飽和度趨近於 100%，即等同於飽和土壤之常引用之 Modified Cam-clay 模式。

本研究之數值力學分析引用地工力學分析軟體 FLAC 的平台，但必需先將此部分飽和土壤組合律寫成 FLAC 程式中所接受的使用者自訂模式 (User defined model, UDM) 副程式。本章即以第三章所描述之部分飽和土壤組合律為基礎，改寫 FLAC 程式中的原來只限於飽和土壤之 Modified Cam-clay 模式之 UDM 副程式，以令其可兼而模擬涵蓋部分飽和至完全飽和土壤的行為。為達到完整力學分析的目的，除了修改組合律本身的運算之外，在整體的力學運算流程上也必須有所調整。須調整的原因與做法將於 4.1 節說明，組合律的副程式計算流程則在 4.2 節之後說明。

### 4.1 力學運算流程的調整

FLAC 程式的力學與滲流運算流程分為兩種情況，一為飽和時，二為飽和度小於 1 時，簡單的流程分別如圖 4.1、圖 4.2 所示。

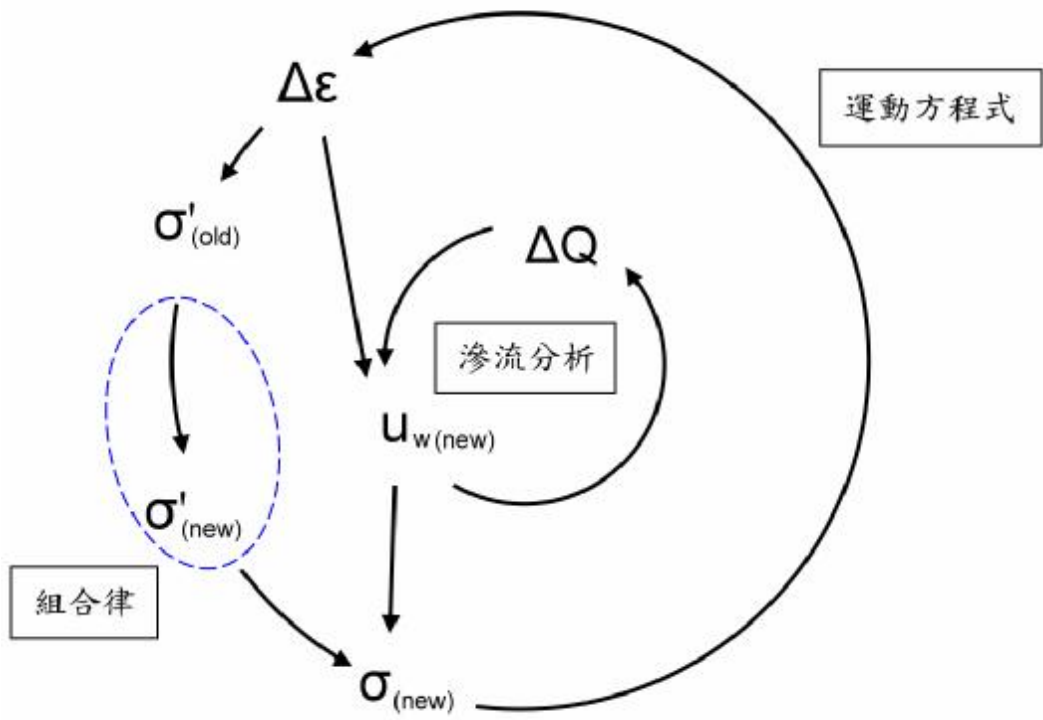


圖 4.1 FLAC 運算流程(飽和時)

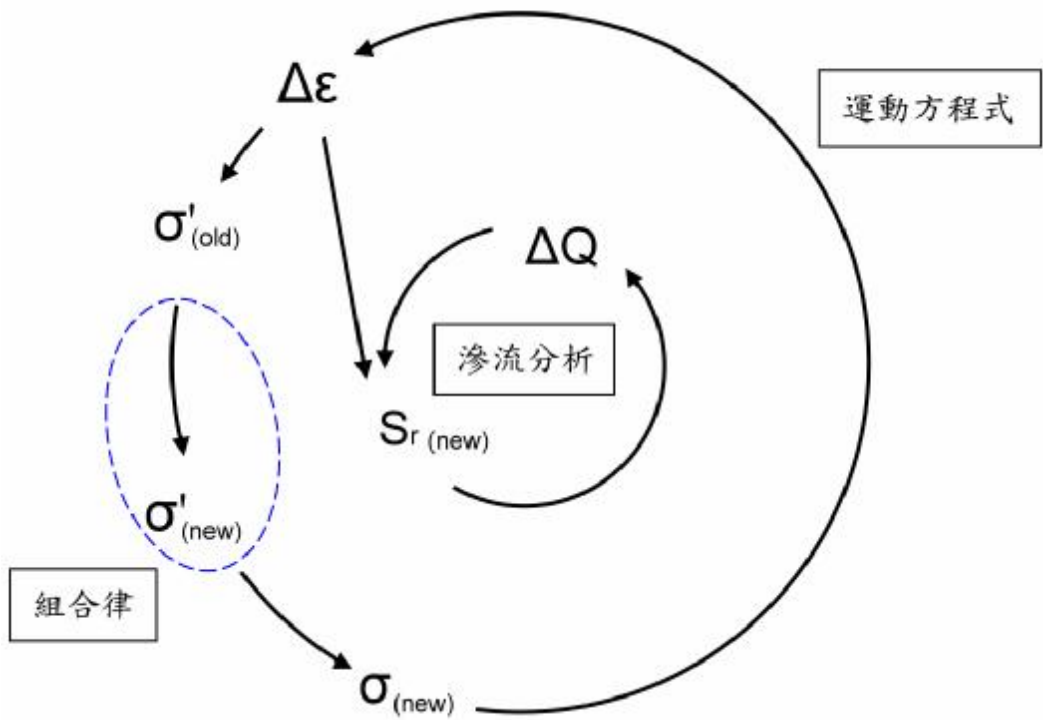


圖 4.2 FLAC 運算流程(部分飽和時)

圖中外圈為力學運算流程，內圈為滲流運算流程，各符號所代表的意義為：

$\Delta e$ ：上一個時階(time step)產生的應變增量

$s'_{(old)}$ ：上一個時階的有效應力

$s'_{(new)}$ ：經組合律運算後所得之有效應力

$s_{(new)}$ ：有效應力與此時的孔隙水壓相加所得之總應力

$\Delta Q$ ：孔隙水流入與流出量的差值

$u_{w(new)}$ ：此時階的孔隙水壓

$S_{r(new)}$ ：此時階的飽和度

力學運算流程中，虛線所包括的部分由組合律進行運算，使用者可藉由副程式修改的部分僅限於此。

在部分飽和的情況下，FLAC 必須藉由進出流量的差值計算飽和度的變化，孔隙水壓在此時被假設為 0，因此必須由特徵曲線求得吸力值，在此可視為虛擬的負孔隙水壓。

然而在 FLAC 原先的設定中，孔隙水壓與有效應力相加的運算並不在組合律涵蓋的考慮範圍內。因此本研究擴充原來組合律所涵蓋的運算流程，在計算出有效應力後自行減去吸力，直接輸出總應力。流程如圖 4.3 所示。



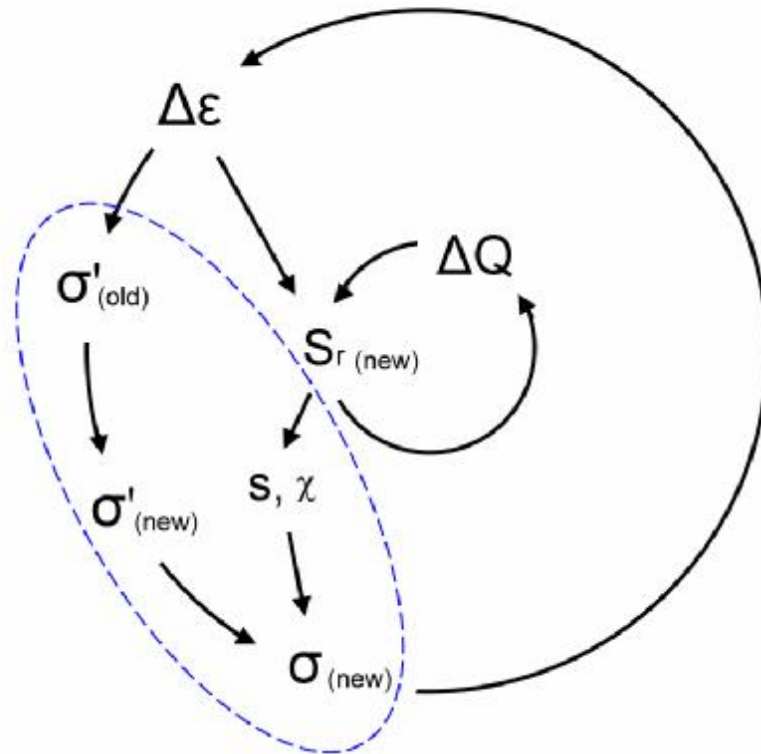


圖 4.3 修改後的 FLAC 運算流程(部分飽和時)

圖中  $s$  為吸力， $c$  為有效應力參數。

修改後的組合律，輸入的變數也由有效應力轉為總應力，因此在計算時必須先以上個時階的總應力  $S_{(old)}$  加上吸力項  $(s \cdot c)_{(old)}$ ，求得  $S'_{(old)}$  後再進行運算。

修改後的運算流程在飽和時仍然適用。由於飽和時吸力為 0，因此輸出的應力值仍為有效應力  $S'_{(new)}$ 。若上個時階的飽和度為 1，輸入的應力為  $S'_{(old)}$ ，吸力項  $(s \cdot c)_{(old)}$  為 0，相加後仍為  $S'_{(old)}$ 。

## 4.2 副程式的運算流程

本研究建立之副程式運算流程如圖 4.4 所示，其中各步驟的詳細做法將分為三小節介紹。

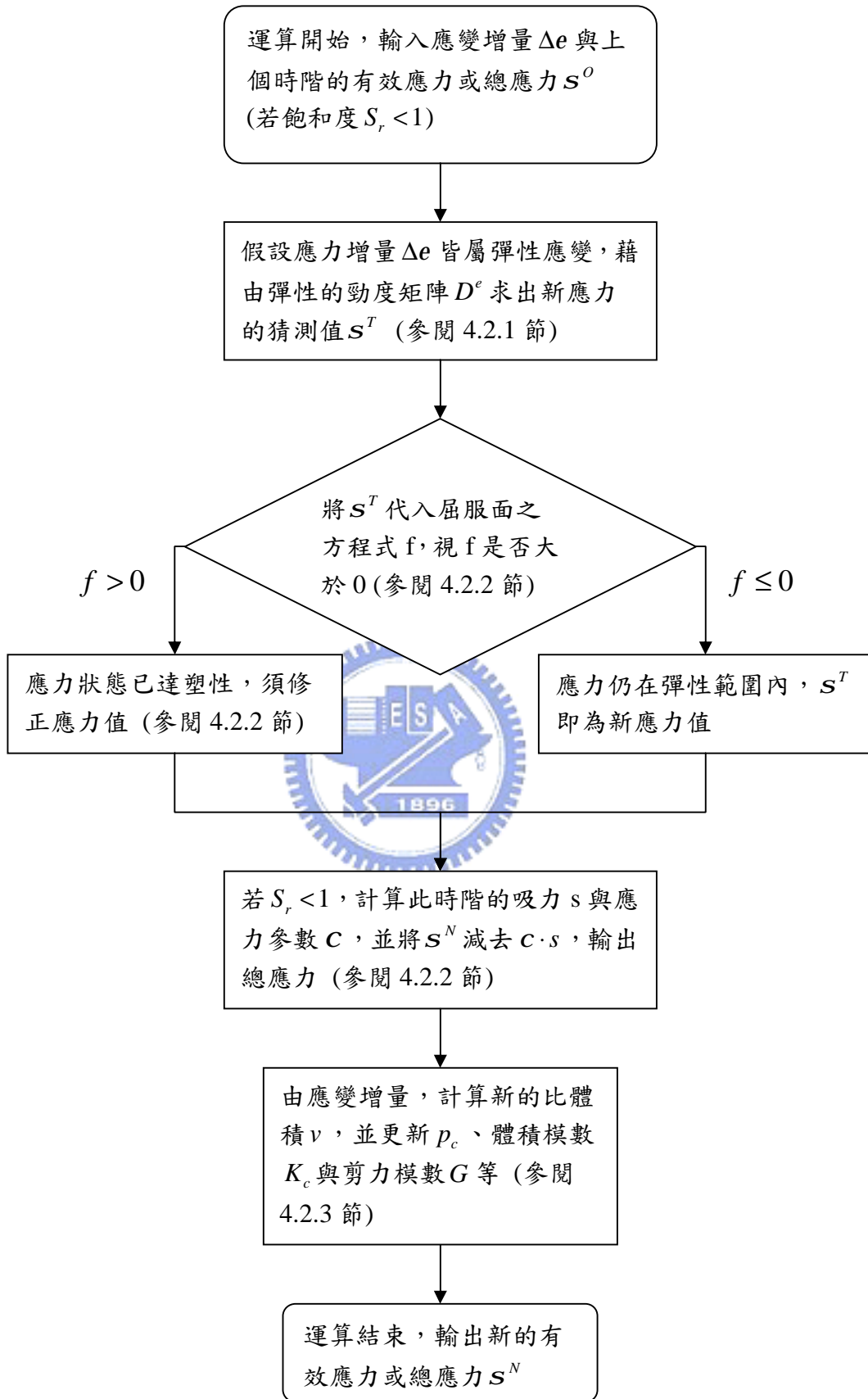


圖 4.4 部分飽和組合律的副程式運算流程圖

### 4.2.1 計算應力猜測值

應變增量  $\Delta e$  輸入組合律時，無法直接判斷是否有塑性應變發生，因此先假設  $\Delta e$  皆為彈性應變，此時應力增量與  $\Delta e$  的關係由彈性勁度矩陣  $D^e$  決定：

$$D^e = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_2 \\ a_2 & a_1 & a_2 \\ a_2 & a_2 & a_1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(4-1)$$

其中  $a_1 = K + 4G/3$ ， $a_2 = K - 2G/3$ ， $K$  為體積模數， $G$  為剪力模數。

應力猜測值的計算式如下：

$$s^T = s^O + c^O \cdot s^O + D^e \cdot \Delta e \dots\dots\dots(4-2)$$

其中：

$s^O$  為前一個時階的有效應力或總應力

$c^O$  為前一個時階的有效應力參數

$s^O$  為前一個時階的吸力

若前一個時階的飽和度為 1，則  $s^O$  為有效應力， $s^O$  為 0，反之則  $s^O$  為總應力，與  $c^O \cdot s^O$  相加後為有效應力。

綜合(4-1)、(4-2)兩式，三軸向之軸向應力與軸向應變的關係如下：

$$\begin{aligned} s_{11}^T &= s_{11}^O + a_1 \Delta e_{11} + a_2 (\Delta e_{22} + \Delta e_{33}) + c \cdot s \\ s_{22}^T &= s_{22}^O + a_1 \Delta e_{22} + a_2 (\Delta e_{11} + \Delta e_{33}) + c \cdot s \dots\dots\dots(4-3) \\ s_{33}^T &= s_{33}^O + a_1 \Delta e_{33} + a_2 (\Delta e_{11} + \Delta e_{22}) + c \cdot s \end{aligned}$$

由於本研究使用 FLAC-2D 程式，因此只考慮 1、2 軸向的剪應變，剪應力之計算如下式：

$$\mathbf{g}_{12}^T = \mathbf{g}_{12}^O + 2G \cdot \Delta \mathbf{e}_{12} \dots\dots\dots(4-4)$$

求得應力猜測值後，可代入屈服面函數以判斷是否達到塑性狀態。然而 Cam-clay 模式之屈服面函數中以平均應力  $p$  與軸差應力  $q$  為變數，計算方法如下：

$$p = (\mathbf{s}_{11}^T + \mathbf{s}_{22}^T + \mathbf{s}_{33}^T) / 3 \dots\dots\dots(4-5)$$

$$\begin{aligned} s_{11} &= \mathbf{s}_{11}^T + p \\ s_{22} &= \mathbf{s}_{22}^T + p \\ s_{33} &= \mathbf{s}_{33}^T + p \\ s_{12} &= \mathbf{g}_{12}^T \end{aligned} \dots\dots\dots(4-6)$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2}(s_{11}^2 + s_{22}^2 + s_{33}^2) + 3 \cdot s_{12}^2} \dots\dots\dots(4-7)$$

求得  $p$ 、 $q$  後，即可代入屈服面函數：

$$f = q^2 + M^2 p(p - p_c(s)) \dots\dots\dots(4-8)$$

其中  $p_c$  為硬化參數，在 Cam-clay 模式中為預壓密壓力，當土壤為部分飽和時， $p_c$  為  $s$  的函數，描述吸力造成的硬化。

#### 4.2.2 輸出此時階之應力值

若屈服函數  $f \leq 0$ ，代表應力狀態仍在彈性範圍內，則此時階的有效應力  $\mathbf{s}^N$  即為猜測值  $\mathbf{s}^T$ 。若  $f > 0$ ，則  $\mathbf{s}^T$  超出屈服面，必須進行修正。

假設應變增量中，塑性應變的部分為  $\Delta \mathbf{e}^p$ ，則彈性應變量  $\Delta \mathbf{e}^e$  為：

$$\Delta \mathbf{e}^e = \Delta \mathbf{e} - \Delta \mathbf{e}^p \dots\dots\dots(4-9)$$

由 Cam-clay 模式的塑性流法則可知：

$$\Delta e^p = I_s \frac{\partial f}{\partial s} \dots\dots\dots(4-10)$$

其中  $I_s$  為參數，控制  $\Delta e^p$  的大小。

此時階的應力值  $s^N$  為：

$$s^N = s^O + D^e \cdot \Delta e^e + c \cdot s \dots\dots\dots(4-11)$$

結合式(4-2)、(4-9)、(4-10)與(4-11)可得：

$$s^N = s^T - D^e \cdot I_s \frac{\partial f}{\partial s} \dots\dots\dots(4-12)$$

上式中唯一的未知數為  $I_s$ ， $s^N$  為  $I_s$  的函數。

達到塑性狀態時， $s^N$  應恰好使屈服函數  $f$  為 0。若將  $s^N$  轉為平均應力  $p$  與軸差應力  $q$  的形式，再代入屈服函數，可推得  $I_s$  之方程式為：

$$aI_s^2 + bI_s + c = 0 \dots\dots\dots(4-13)$$

其中：

$$\begin{aligned} a &= (6G \cdot q)^2 + M^4 K^2 \cdot (2p - p_c(s))^2 \\ b &= 6G \cdot q^2 + \frac{1}{2} M^4 K \cdot (2p - p_c(s))^2 \dots\dots\dots(4-14) \\ c &= f(p, q) \end{aligned}$$

由式(4-13)及(4-14)，可解得  $I_s$ ，代回式(4-12)即可求得  $s^N$ 。必須注意的是  $I_s$  可解得兩正根，應取絕對值較小者。

若此時階的飽和度  $S_r < 1$ ，本程式必須輸出總應力交由 FLAC 運算。無論應力是否達到塑性狀態， $s^N$  必須減去吸力項：

$$s^N = s^N - c^N \cdot s^N \dots\dots\dots(4-15)$$

其中  $s^N$  為此時階的吸力值，由飽和度對應至特徵曲線求得。 $c^N$  為此時

階的應力參數，兩者所使用之公式分別如下：

$$s = \frac{(S_r^{-n} - 1)^{\frac{1}{n}}}{a} \dots\dots\dots(4-16)$$

$$c = \begin{cases} 1 & (s \leq s_e) \\ \left(\frac{s}{s_e}\right)^{-0.55} & (s > s_e) \end{cases} \dots\dots\dots(4-17)$$

其中各符號所代表之意義以及公式來源，請參考 3.1.1 與 3.1.2 兩節之介紹。

### 4.2.3 各參數的更新

隨著塑性應變的產生以及吸力的改變， $p_c(s)$  必須更新。更新的方法分為兩步驟，首先計算飽和時的預壓密壓力  $p_c(0)$ ，再考慮吸力造成的硬化，由  $p_c(0)$  推估  $p_c(s)$ 。

$p_c(0)$  的計算方式如下：

$$v_k = v - k \ln(p/p_1) \dots\dots\dots(4-18)$$

$$p_c(0) = p_1 \cdot \exp[(v_l - v_k)/(l - k)] \dots\dots\dots(4-19)$$

其中：

$p_1$  為平均應力  $p$  之一參考值

$v$  為比體積

$k$  為解壓再壓曲線 URL 的斜率

$v_k$  為 URL 上， $p_1$  所對應之比體積。由於在對數座標中  $p$  不可為 0，

因此必須以  $p_1$  對應之  $v$  值為截距

$v_l$  為飽和時的正常壓密線 NCL 上， $p_1$  所對應之比體積，即  $N(0)$ 。

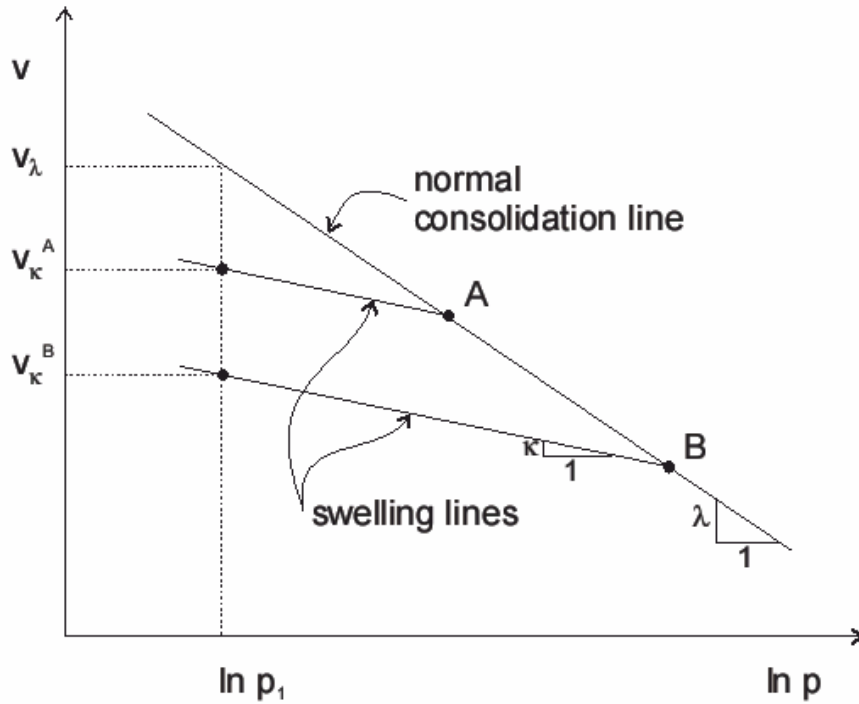


圖 4.5 飽和時的正常壓密線與解壓再壓曲線 (FLAC, 2000)

其中比體積  $v$  可藉由三軸向的應變量計算：

$$v = v_0 \cdot (1 + \Delta e_{11} + \Delta e_{22} + \Delta e_{33}) \quad \dots\dots\dots(4-20)$$

式中  $v_0$  為初始時的比體積

經以上過程求得  $p_c(0)$  後，可由 3.1.3 節所推得之關係式計算  $p_c(s)$ ：

$$I(s) = I(0) \cdot [(1 - r_I) \cdot e^{-bs} + r_I] \quad \dots\dots\dots(4-21)$$

$$N(s) = N(0) \cdot [(1 - r_N) \cdot e^{-bs} + r_N] \quad \dots\dots\dots(4-22)$$

$$p_c(s) = \exp\left(\frac{N(0) - N(s)}{k - I(s)}\right) \cdot p_c(0)^{\frac{k - I(0)}{k - I(s)}} \quad \dots\dots\dots(4-23)$$

上述關係式之推導以及其中各符號所代表之意義，請參考 3.1.3 節之介



紹。

隨著有效應力改變，體積模數  $K$  與剪力模數  $G$  也必須更新。由 Cam-clay 模式的理論可知兩者的計算方法如下：

$$K = \frac{\nu \cdot p}{k} \dots\dots\dots(4-24)$$

$$G = 3K \frac{1-2\nu}{2(1+\nu)} \dots\dots\dots(4-25)$$

各參數更新完畢後，組合律的運算流程即可結束。

### 4.3 組合律之實用性討論

自 1990 年 Alonso *et al.* 首度提出部分飽和土壤組合律至今，已有十餘種以上的組合律被提出。前人研究中不乏能夠表現部分飽和土壤行為的模式，但在實用上往往具有參數較多或是不易率定的缺點。反之，參數較簡單的組合律則往往忽略一部分的實際行為。

為使 FLAC 軟體能夠涵蓋部分飽和土壤的行為特性，同時具有實用上的簡易性，本研究結合前人組合律中的各項優點，提出一精簡但能表現部分飽和土壤行為的組合律。在實用上，只須新增五個率定參數，其中兩項參數與特徵曲線相關，率定相當容易。其餘三參數與正常壓密線的變化相關，只需由壓密曲線的資料取得不同吸力下的  $N(s)$  與  $I(s)$  即可率定之。

對於 FLAC 軟體而言，只須在 Cam-clay 模式的副程式中新增特徵曲線、 $N(s)$ 、 $I(s)$  以及  $c$  等公式，並對應力的輸入與輸出進行調整，即可建立此組合律的 UDM 副程式，並不需要大量修改程式碼。

總結而言，此組合律的參數用量精簡、率定容易，且不需要複雜的程式碼即可建立 UDM 副程式，具有簡單實用的優點。

## 第五章 力學試驗模擬

本章展示以前章組合律以模擬壓密與三軸試驗的結果。其中必須說明的是，本研究使用 FLAC 2D 軟體，在模擬壓密與三軸試驗時，只對 x 與 y 方向施加圍壓與軸差應力。模擬結果中所提及的有效平均應力與軸差應力也僅考慮 x 與 y 方向，兩者的計算方式如下：

$$p' = (s'_y + 2 \cdot s'_x) / 3 \quad \dots\dots\dots(5-1)$$

$$q = s'_y - s'_x \quad \dots\dots\dots(5-2)$$

其中  $s'_x$ 、 $s'_y$  為 x, y 方向的有效應力。

在開始模擬實際試驗之前，本研究先以一組自定參數進行測試，以供檢查 FLAC 配合 UDM 副程式的運算結果是否符合理論公式計算所得之數值，測試方法與結果於 5.1 節說明。5.2 與 5.3 節為對前人實驗之模擬，在使用真實土壤參數的情況下，比較此組合律在模擬時所表現的行為與土壤真實行為之間的差異。所有結果將於 5.4 節綜合討論，並分析此組合律在實際應用上所能表現的特性與限制。

### 5.1 自定參數之測試

測試的目的為檢查彈塑性的體積變化與剪力強度的正確性，所使用的參數如表 5.1 所示。

表 5.1 測試所使用之參數

Cam-clay model 基本參數	
參數名稱	數值
$n$	0.3
$k$	0.015
$I(0)$	0.1
$N(0)$	2.5
$M$	1.2
部分飽和土壤相關參數	
參數名稱	數值
$a$	0.005
$n$	0.8
$S_e$	30 kPa
$b$	0.02
$r_l$	1.2
$r_N$	1.15

第一項測試為過壓密時的壓密試驗，目的為測試彈性體積變化是否符合理論計算之解壓再壓曲線。其中又分為  $p_c(0)$  等於 200 kPa 及 300 kPa 兩組試驗，施加的吸力值分為 0 kPa、50 kPa、100 kPa、200 kPa 及 500 kPa 五種。試驗結果與理論公式之計算值的比較如圖 5.1、圖 5.2 所示。

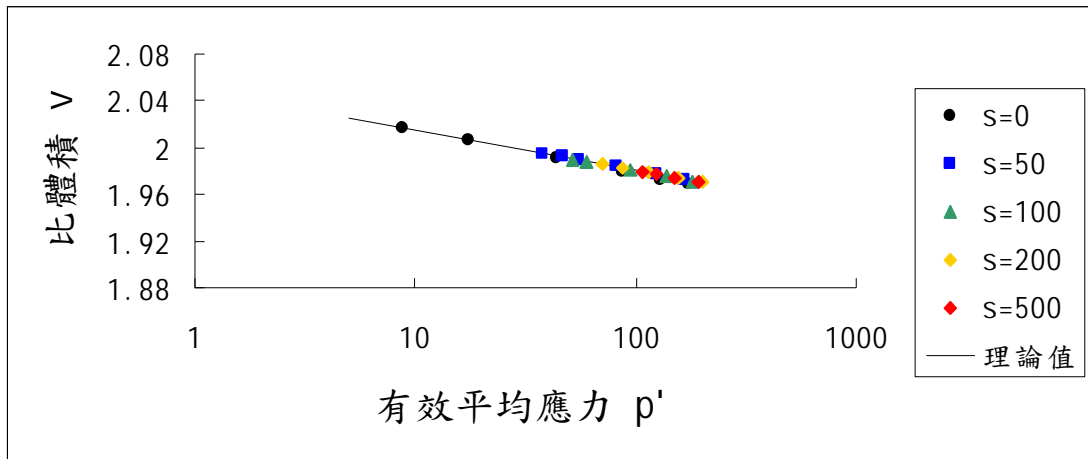


圖 5.1 過壓密狀態下的壓密試驗 ( $p_c(0) = 200$  kPa)

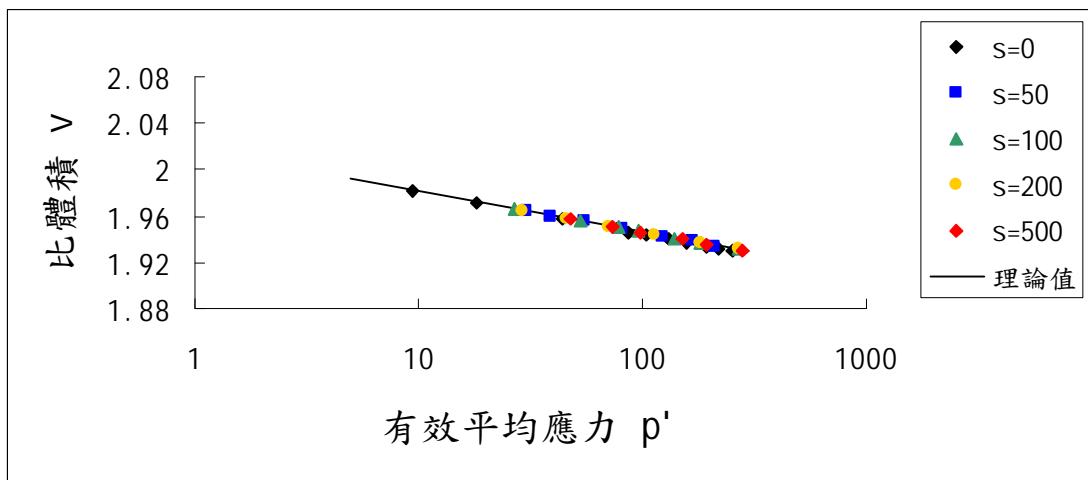


圖 5.2 過壓密狀態下的壓密試驗 ( $p_c(0) = 300$  kPa)

第二項測試為正常壓密試驗，目的為測試塑性體積變化是否符合理論計算之正常壓密線。如同前項試驗，吸力值分為五種大小，測試結果與理論值的比較如圖 5.3 所示。

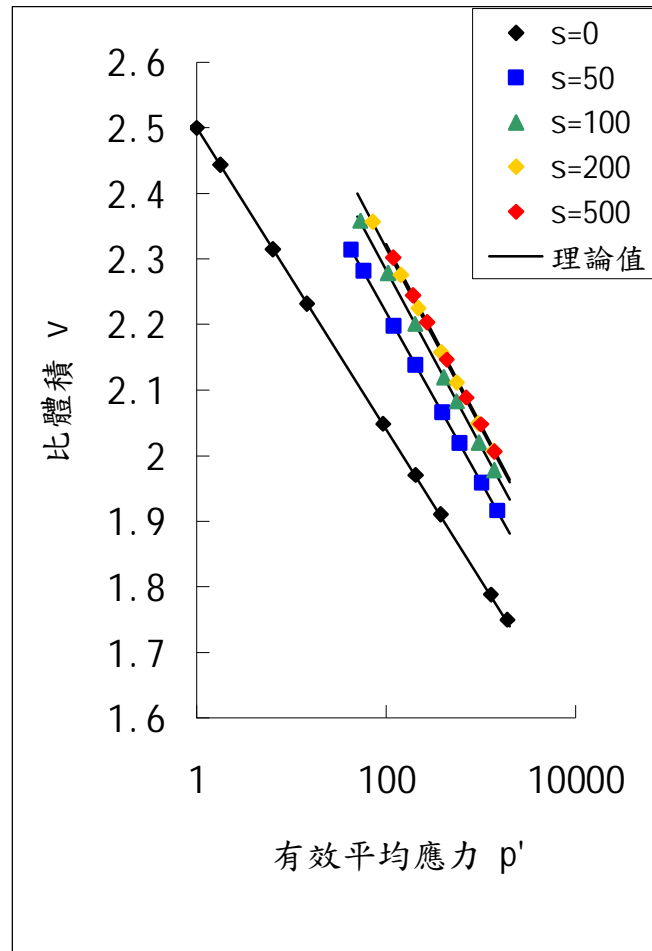


圖 5.3 正常壓密試驗

第三項測試為三軸試驗，目的為確認臨界狀態時的應力比(stress ratio) 是否符合設定的參數  $M$ 。

為考慮不同的應力路徑，其中又分為兩組試驗，第一組為定吸力之三軸壓縮試驗，所施加的吸力值同前兩項試驗，分為五種大小，結果如圖 5.4 所示。

第二組試驗以 700 kPa 之初始吸力值進行三軸試驗直到臨界狀態，接著逐漸降低吸力值，測試剪力強度隨吸力下降時是否仍符合臨界狀態線。初始圍壓分為 50 kPa、100 kPa、200 kPa 與 250 kPa 四種，測試結果如圖 5.5

所示。

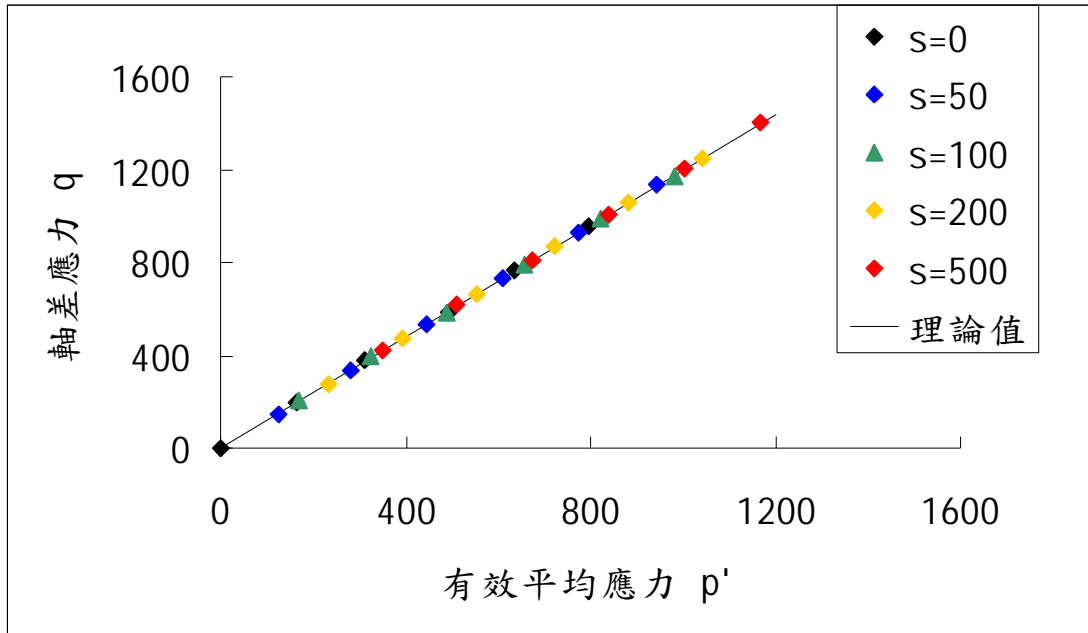


圖 5.4 三軸試驗之剪力強度 (定吸力試驗)

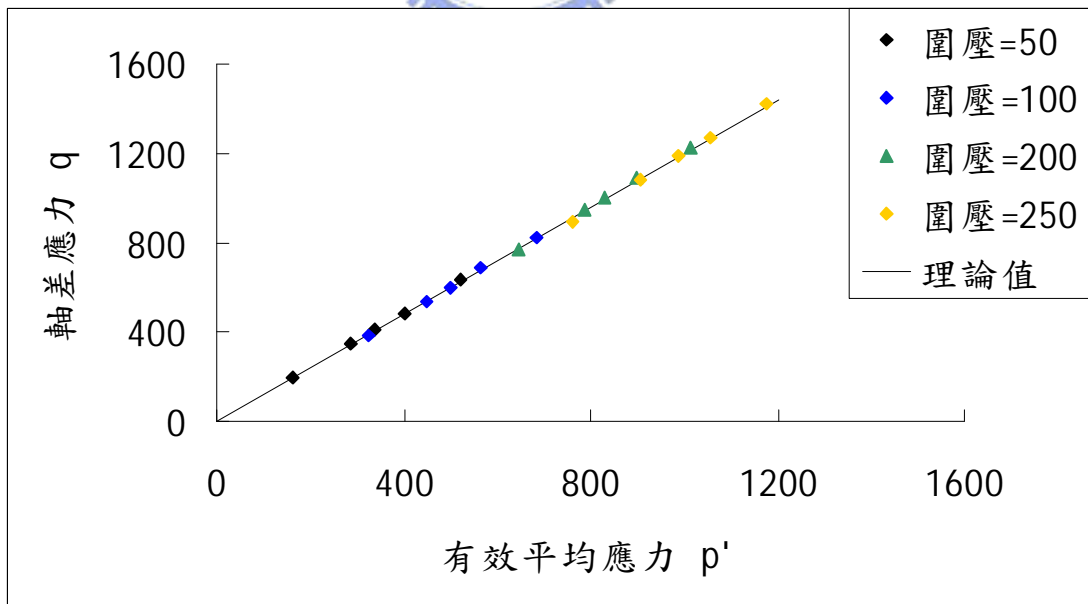


圖 5.5 三軸試驗之剪力強度 (吸力逐漸降低)

由測試結果可確定，以 FLAC 配合 UDM 副程式之運算結果符合組合律的理論計算值。彈性的體積變化趨勢符合解壓再壓曲線斜率  $k$ ，塑性的體積變化趨勢符合正常壓密線斜率  $I(s)$  與截距  $N(s)$ 。剪力強度方面，無論以增加軸差應力或是降低吸力的方式進行試驗，應力狀態最終都能準確到達臨界狀態線為止，代表應力比符合原設定的參數  $M$ 。

## 5.2 模擬 Futai 與 Almeida (2005) 之試驗結果

Futai 與 Almeida (2005) 所進行的實驗為定吸力三軸試驗，原始的試驗數據如圖 3.2 所示，其中圖(a)、(b)為吸力等於 100 kPa 時的試驗結果，(c)、(d)為吸力等於 300 kPa 的試驗。由資料中取得的各項參數如表 5.2 所列。

此實驗所使用的土壤試體具有 300 kPa 左右的預壓密壓力，因此在圍壓較低時將呈現應變軟化與體積膨脹的現象。若比較吸力 100 kPa 與 300 kPa 兩組試驗，則吸力較大時，強度應較高。

本研究以 FLAC 模擬上述試驗後，結果如圖 5.6 至圖 5.9 中的曲線所示。其中 Futai 與 Almeida 的原始數據也以資料點的方式合併於圖中，以利於比較。



表 5.2 模擬 Futai 與 Almeida 三軸試驗之各項參數

Cam-clay model 基本參數	
參數名稱	數值
$n$	0.3
$k$	0.031
$I(0)$	0.147
$N(0)$	2.574
$M$	1
$p_c(0)$	300 kPa
部分飽和土壤相關參數	
參數名稱	數值
$a$	0.0005
$n$	0.7
$S_e$	10 kPa
$b$	0.004
$r_l$	1.104
$r_N$	1.099

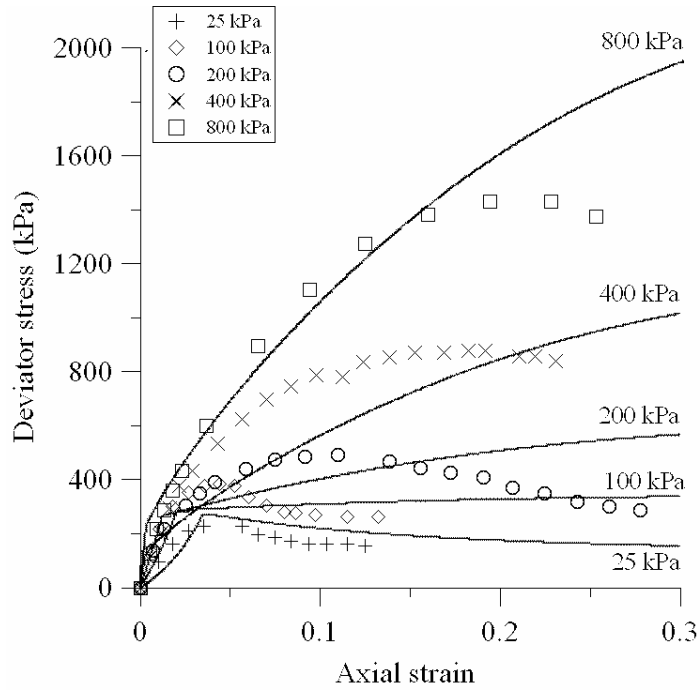


圖 5.6 Futai 與 Almeida 的試驗模擬結果，軸差應力對軸差應變 (吸力=

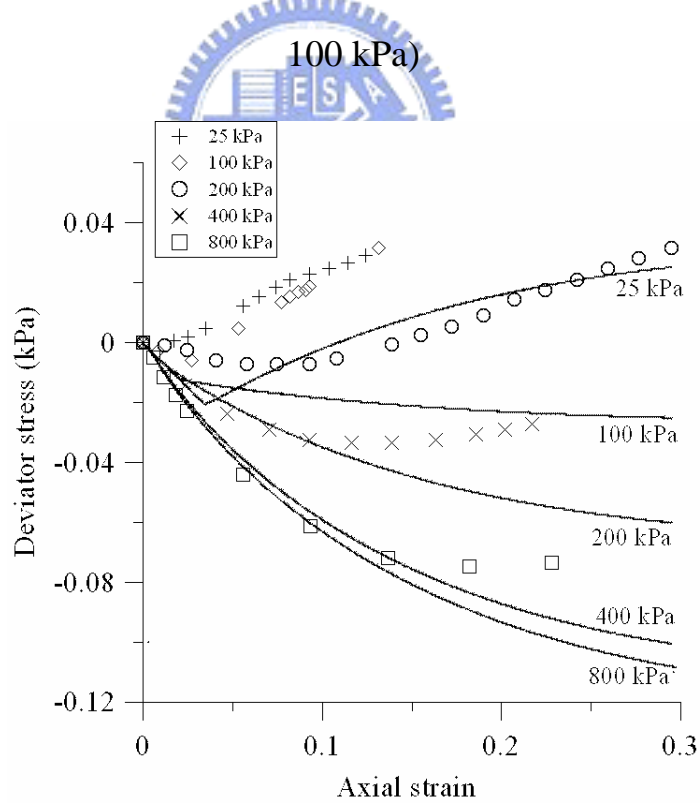


圖 5.7 Futai 與 Almeida 的試驗模擬結果，體積應變對軸差應變 (吸力= 100 kPa)

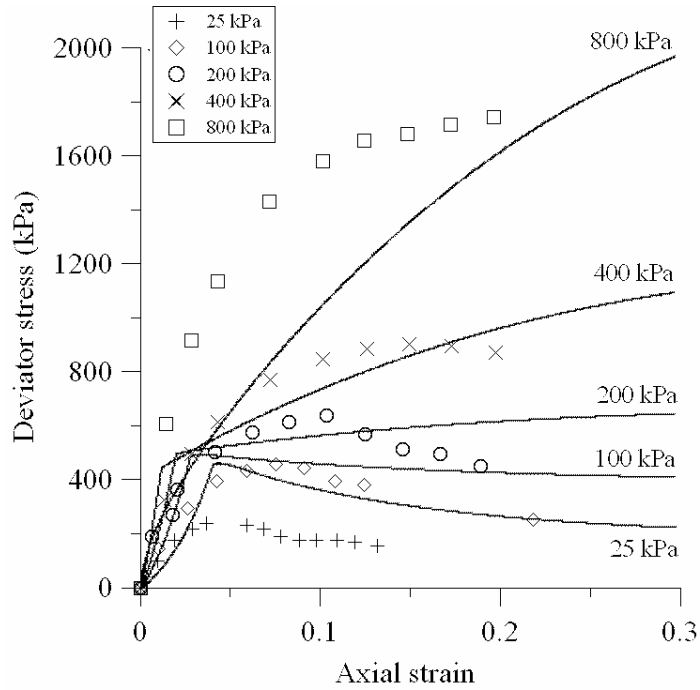


圖 5.8 Futai 與 Almeida 的試驗模擬結果，軸差應力對軸差應變 (吸力=

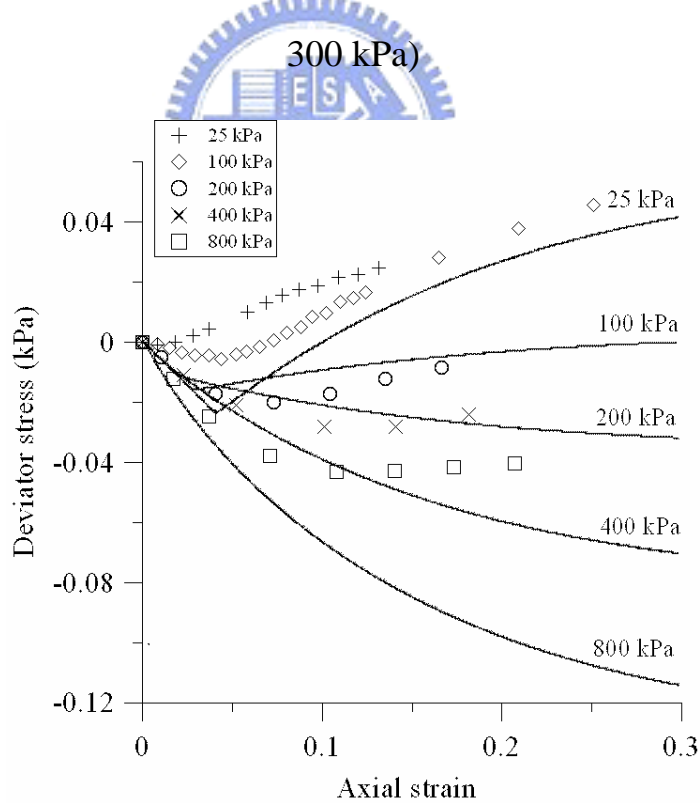


圖 5.9 Futai 與 Almeida 的試驗模擬結果，體積應變對軸差應變 (吸力=

300 kPa)

由圖 5.6 與圖 5.8 可知，軸差應力的變化趨勢大致符合 Futai 與 Almeida (2005) 的原始實驗結果。圍壓較低時，軸差應力確實呈現應變軟化的行為，強度與實際值的差距也在 25% 以內。然而在圍壓較高時(400 至 800 kPa)，模擬結果所得之強度偏高，且在軸差應變達到 30% 時仍有升高的趨勢。

由圖 5.7 與圖 5.9 可知，體積應變的趨勢也大致符合原始實驗結果，在低圍壓時確實呈現收縮後膨脹的現象，隨著圍壓上升，體積應變的趨勢漸趨收縮。但誤差量同樣隨著圍壓上升而增大。其中吸力等於 300 kPa、圍壓等於 800 kPa 時的誤差量特別顯著，達到 50%。

比較吸力等於 100 kPa 與 300 kPa 兩組試驗，在吸力較高時，軸差應力確實較大，體積應變量則較小。唯一較不符合此變化趨勢者為吸力等於 300 kPa、圍壓 800 kPa 時的試驗結果。

整體而言，在三軸試驗的模擬中，軸差應力與體積應變的趨勢大致符合真實土壤行為。尤其兩者隨吸力上升的變化趨勢符合實際情形，代表此組合律確實能夠表現出吸力造成的影響。

### 5.3 模擬 Wheeler 與 Sivakumar (1995) 之試驗結果

Wheeler 與 Sivakumar (1995) 曾對部分飽和土壤進行多項試驗，本研究選擇對其中兩組試驗進行模擬，分別於 5.3.1 與 5.3.2 節說明。

#### 5.3.1 複雜應力路徑之壓密試驗

此試驗之應力路徑包括淨應力的增加與吸力的遞減，目的為討論土壤體積隨淨應力與吸力的變化。其應力路徑如圖 3.5 所示，試驗結果如圖 3.6 所示。

此試驗的應力路徑分為三段，A-B 段為施加淨圍壓，同時降低 50 kPa 的吸力，體積應呈現彈性的壓縮。B-C 段為吸力的遞減，體積應呈現解壓回脹或濕陷。C-D 段再度施加淨圍壓，體積應呈現壓密的行為。所有試體的預壓密壓力  $p_c(0)$  均為 25 kPa。

模擬結果如圖 5.10 至圖 5.13 所示。圖中橫座標為有效平均應力  $p'$ ，刻度由 0 至 500 kPa，縱座標為比體積  $v$ ，刻度由 1.9 至 2.25。

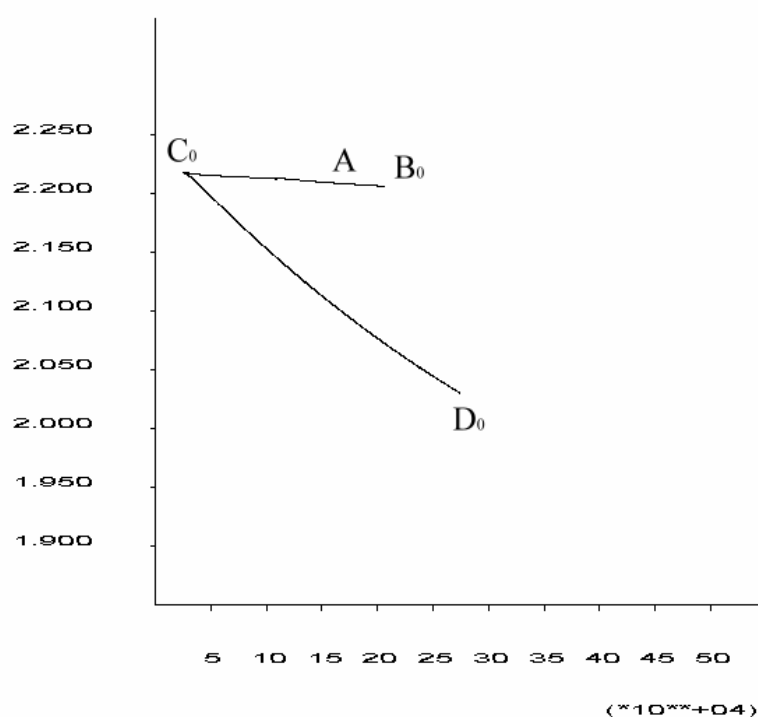


圖 5.10 Wheeler 與 Sivakumar 壓密試驗模擬結果 (應力路徑 A-D<sub>0</sub>)

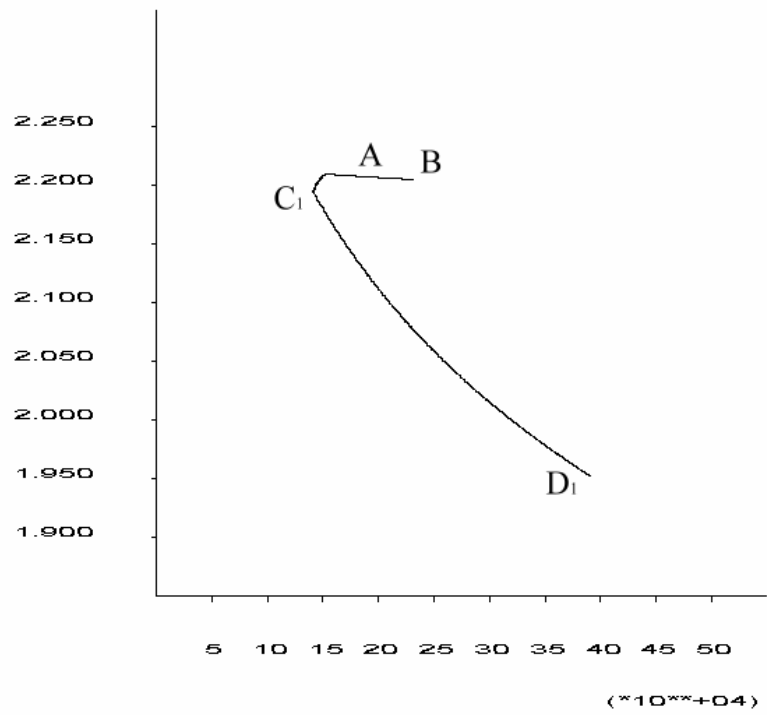


圖 5.11 Wheeler 與 Sivakumar 壓密試驗模擬結果 (應力路徑 A-D<sub>1</sub>)

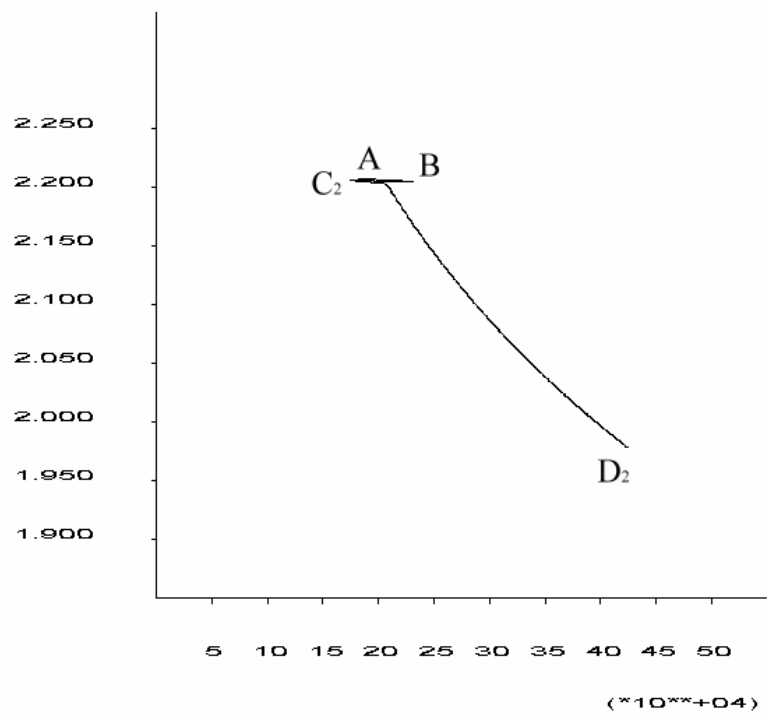


圖 5.12 Wheeler 與 Sivakumar 壓密試驗模擬結果 (應力路徑 A-D<sub>2</sub>)

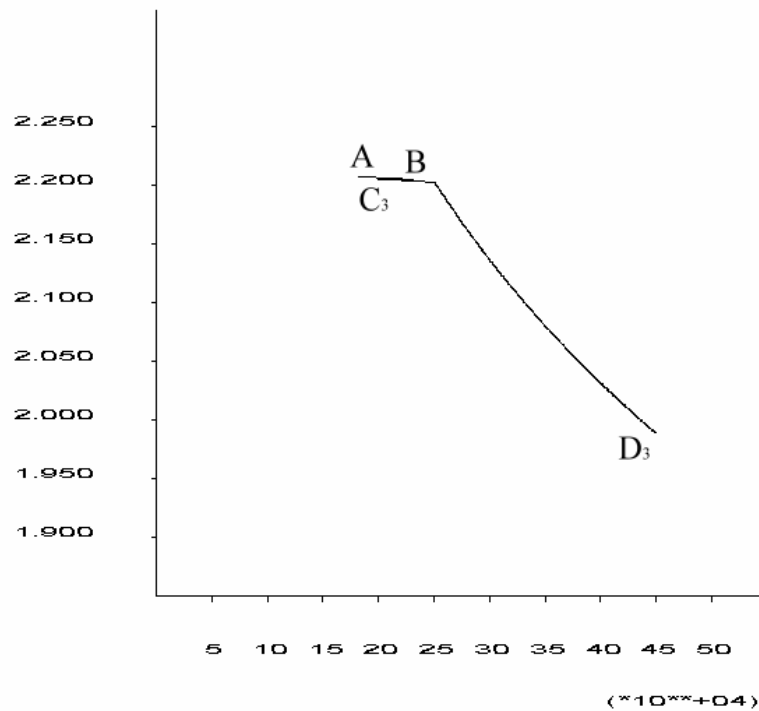


圖 5.13 Wheeler 與 Sivakumar 壓密試驗模擬結果 (應力路徑 A-D<sub>3</sub>)

四種應力路徑中的模擬中，後兩者(A-D<sub>2</sub>與 A-D<sub>3</sub>)的模擬結果大致符合實際數據。A-D<sub>0</sub>與 A-D<sub>1</sub>則產生了與實際數據有所不同的結果。

第二種路徑 A-D<sub>1</sub>的模擬結果產生了些微的濕陷，此現象在實際上並未發生，代表模擬試驗中有效應力隨吸力變化的速率與實際情況有所差異，造成模擬時正常壓密線的移動趕上有效應力，因而發生濕陷。事實上，模擬試驗的起始點 A 就已存在誤差，其有效應力值較實際數據為大，原因應為模擬時的特徵曲線或應力參數  $c$  造成了估計上的誤差，此現象連帶造成了實際試驗中並未發生的濕陷。

第一種路徑 A-D<sub>0</sub> 模擬出的結果則完全不符合實際現象。在實際試驗中，B<sub>0</sub>-C<sub>0</sub> 段有濕陷發生，若探討此過程中正常壓密線的變化，趨勢應如圖 5.14 所示。



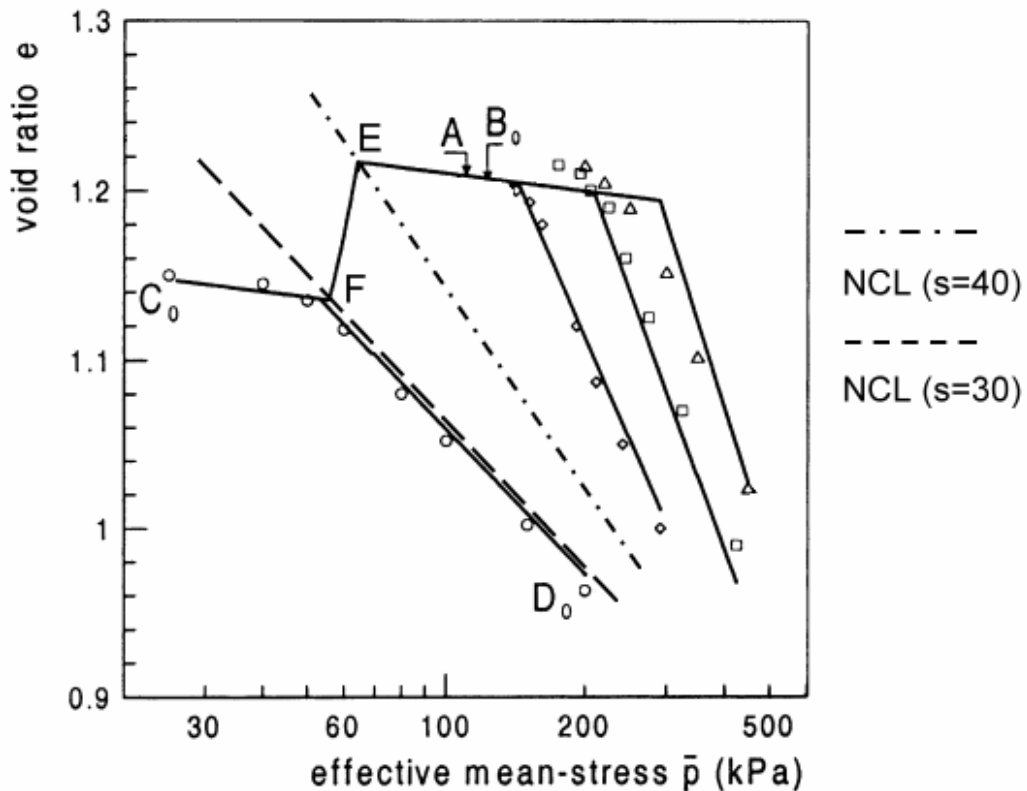


圖 5.14 正常壓密線變化趨勢 (修改自 Loret 與 Khalili, 2002)

已知路徑  $B_0-C_0$  中，淨應力維持於 25 kPa，若以有效應力減去淨應力，可推估 E 點與 F 點之吸力值約為 40 kPa 與 30 kPa。換言之，經過 E、F 兩點之正常壓密線分別對應吸力 40 kPa 與 30 kPa。由圖 5.14 可知，在吸力由 100 kPa 遞減至 0 的過程中，正常壓密線左移的速率為先快後慢，尤其在吸力由 30 kPa 降至 0 的過程中幾乎沒有移動，因此可在 E 點造成濕陷，F 點卻重新產生回脹現象。

本研究的組合律中，正常壓密線的變化趨勢以 Alonso *et al.* (1990) 所建議之公式模擬。此公式之特性為吸力值越高， $N(s)$  與  $I(s)$  變化的速率越慢，反之則變化速率單調遞增，因此無法模擬路徑  $B_0-C_0$  中的濕陷。

為了對此組合律模擬濕陷行為的特性有更多探討，本研究新增一虛擬

的應力路徑 A-D<sub>5</sub>，如圖 5.15 所示，圖中橫座標為淨平均應力，刻度由 0 至 200 kPa，縱座標為吸力，刻度由 0 至 500 kPa。此路徑與 A-D<sub>1</sub> 的差別在於 A-B<sub>5</sub> 段的淨圍壓加載至 50 kPa，吸力未下降。由於  $p_c(0)$  小於 50 kPa，在吸力遞減至 0 的過程中必定會產生濕陷的現象，模擬結果如圖 5.16 所示。

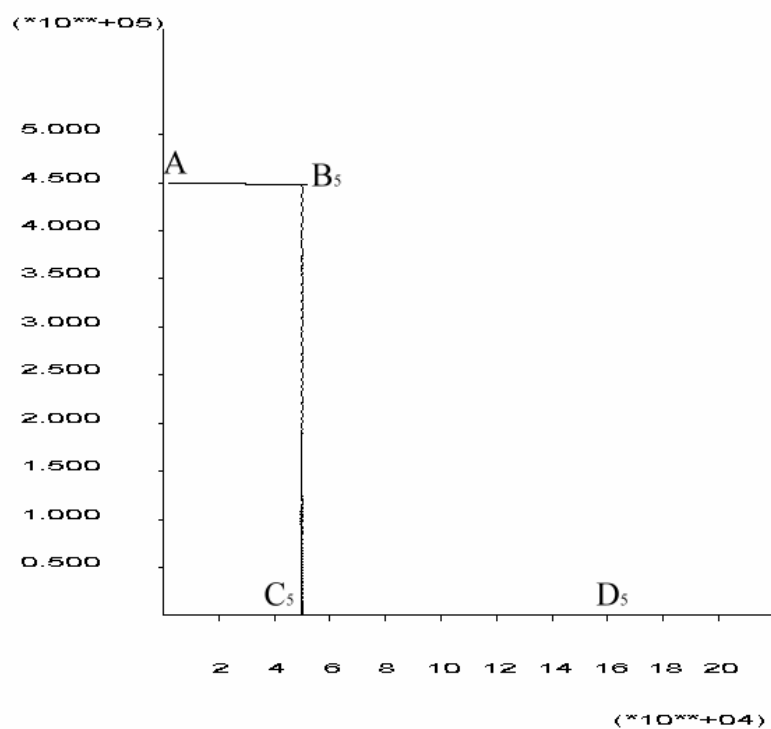


圖 5.15 自定之應力路徑

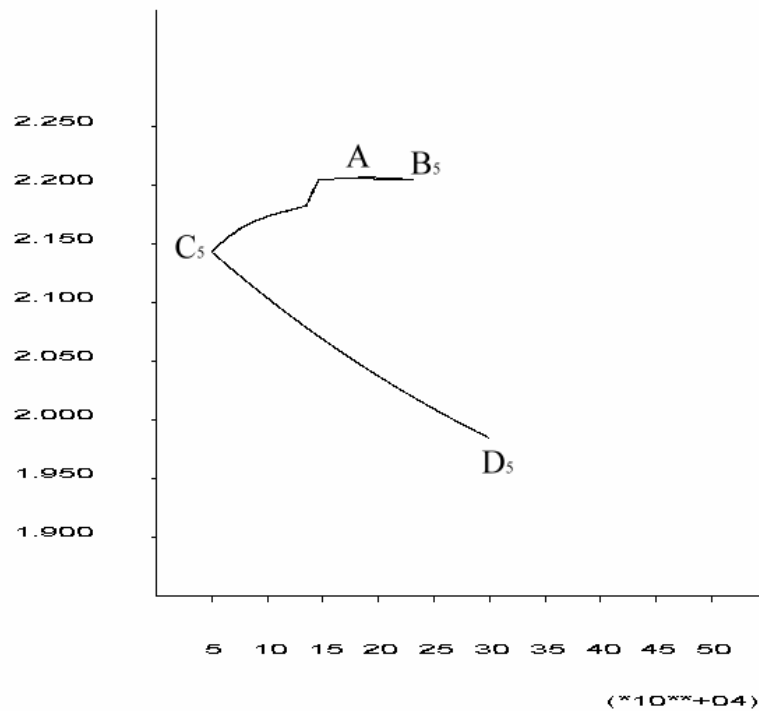


圖 5.16 以自定之應力路徑模擬 Wheeler 與 Sivakumar 壓密試驗

在 A-D<sub>5</sub> 應力路徑下，模擬結果確實產生濕陷。濕陷過程中有一轉折點，此處對應的吸力值為空氣進氣值  $S_e$ 。在吸力低於  $S_e$  時，有效應力下降速率突增，因此圖形呈現不連續的折點。

綜合以上討論，此組合律具有模擬濕陷行為的能力，但非所有真實情況下的濕陷皆可確實掌握。體積在濕陷後重新回脹的行為則完全無法模擬，欲表現此行為，必須調整  $N(s)$  與  $I(s)$  的模擬公式，尤其是吸力值較低時的變化。

### 5.3.2 定吸力之排水、純剪與不排水三軸試驗

此試驗之目的為討論土壤在不同加載條件下的應力路徑是否均以臨界狀態線為終點，原始的試驗結果如圖 3.8 所示。

由於本研究之組合律假設氣壓  $u_a$  為 0，無法模擬不排水試驗中  $u_a$  的變

化，因此只對排水與純剪兩項試驗進行模擬。其中排水三軸試驗使用之淨圍壓分為 100 kPa 與 150 kPa 兩種，純剪三軸試驗使用之淨圍壓為 100 kPa 與 200 kPa。

四項實驗之模擬結果合併於圖 5.17，橫座標為  $p'$ ，刻度由 0 至 500 kPa，縱座標為  $q$ ，刻度由 0 至 500 kPa。

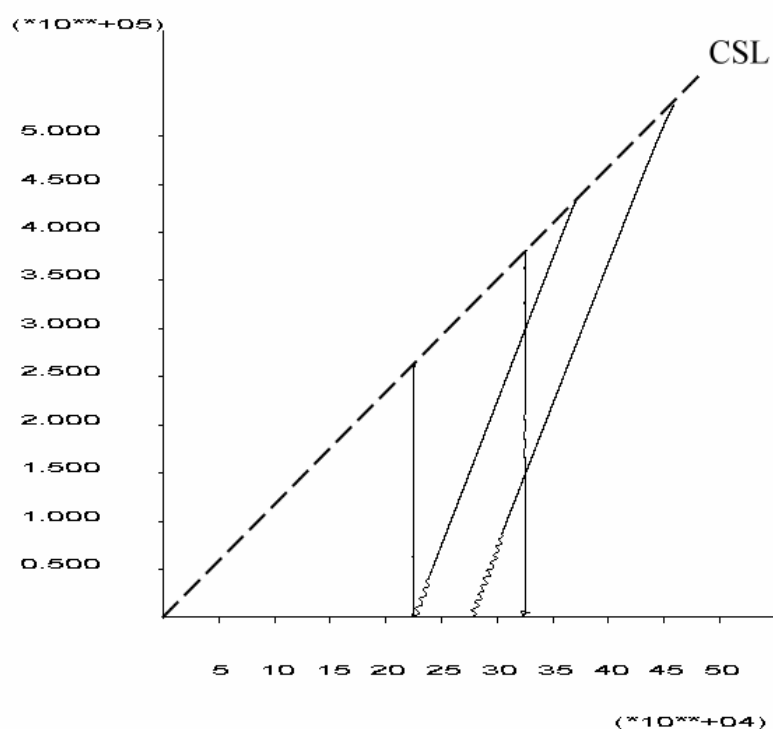


圖 5.17 Wheeler 與 Sivakumar 三軸試驗模擬結果

三軸試驗之模擬結果顯示，在不同路徑下，應力狀態確實皆以臨界狀態線為終點。然而模擬結果之臨界狀態線斜率  $M$  與原始數據不同，排水試驗的應力路徑斜率也和原始實驗有些微差異，原因為模擬數據中  $p'$ 、 $q$  的計算只考慮二維方向，與三維的  $p'$ 、 $q$  值之間有一定比例的差距。若以模擬數據計算三維的  $p'$ 、 $q$  值，則所有應力路徑最終的應力比皆在 0.85 左右，與實際情況相同，正負誤差不超過 1%。

## 5.4 模擬結果綜合討論

由各項模擬結果可知，此組合律可表現出剪力強度隨吸力的上升以及正常壓密線的位置變化，也就是吸力造成的硬化。針對部分飽和土壤的基本特性而言，唯一未能完全掌握的行為為土壤的濕陷，原因為組合律中設定  $N(s)$  與  $I(s)$  變化的速率隨吸力上升而單調遞減。但由 Wheeler 與 Sivakumar (1995) 的實驗數據可知，正常壓密線變化的速率在實際上未必呈現單調遞減，尤其在吸力值接近 0 時。

目前的所有相關文獻中並未特別討論  $N(s)$  與  $I(s)$  在吸力接近 0 時的變化速率，大多假設為單調遞減。但由 Gallipoli et al. (2003) 所提及的物理觀念可知，吸力造成的硬化效應與土壤內部的表面張力有關，在吸力低於空氣進氣值時，土壤仍接近飽和，應無吸力硬化的效應。因此本研究建議  $N(s)$  與  $I(s)$  的模擬公式應仿照 Khalili 與 Khabbaz (1998) 所提出的 c 公式，將空氣進氣值列入考量，如下式所示：

$$N(s) = N(0) \quad , s \leq s_e$$

$$N(s) = N(0) \cdot \left[ (1 - r_N) \cdot e^{-b \frac{s}{s_e}} + r_N \right] \quad , s > s_e \quad \dots\dots\dots(5-3)$$

$$I(s) = I(0) \quad , s \leq s_e$$

$$I(s) = I(0) \cdot \left[ (1 - r_I) \cdot e^{-b \frac{s}{s_e}} + r_I \right] \quad , s > s_e \quad \dots\dots\dots(5-4)$$

此公式仍然保持  $N(s)$  與  $I(s)$  有極限值的特性，避免正常壓密線無限制的右移。其中並未增加任何參數，在實用上也仍保有便利性。

本研究的重點在於定性模擬部分飽和土壤的特性，在定量上仍有一定程度的誤差。由於本研究之組合律乃基於 Cam-clay 模式進行修改，在定量

的準確度上有其先天限制，尤其粗顆粒材料的行為通常不甚符合諧和流法則(associated flow rule)。若須更精確的模擬土壤行為，亦可將本研究提出的修改方法套用於其它較複雜的模式，使定量的準確度增加，而新增的參數用量仍然可以保持精簡。

## 5.5 參數敏感度測試

為了測試組合律中各參數的敏感度，本研究以 Futai 與 Almeida 的三軸試驗為例，對原本率定所得的參數  $a$ 、 $n$ 、 $b$ 、 $g_I$ 、 $g_N$  進行個別調整，並重新模擬吸力等於 100 kPa 時的三軸試驗，比較參數調整前後剪力強度與體積應變(軸向應變達到 30 % 時)的變化量。

調整參數的方式分為四種，分別是將為原本的參數值乘以 0.2 倍、0.5 倍、2 倍、5 倍。每次試驗只調整單一參數，其餘四項參數維持不變。

變化量的計算是以原始的模擬結果為標準值，將參數調整後所得的剪力強度和體積應變與標準值比較。調整各項參數之後所造成的變化量如圖 5.18 至圖 5.21 所示，四張圖分別顯示參數乘以 0.2 倍、0.5 倍、2 倍、5 倍造成的變化量。每一張圖中包括(a)~(j)十項數據圖，其中(a)~(e)顯示各參數對剪力強度造成的誤差，(f)~(j)顯示各參數對體積應變造成的誤差。

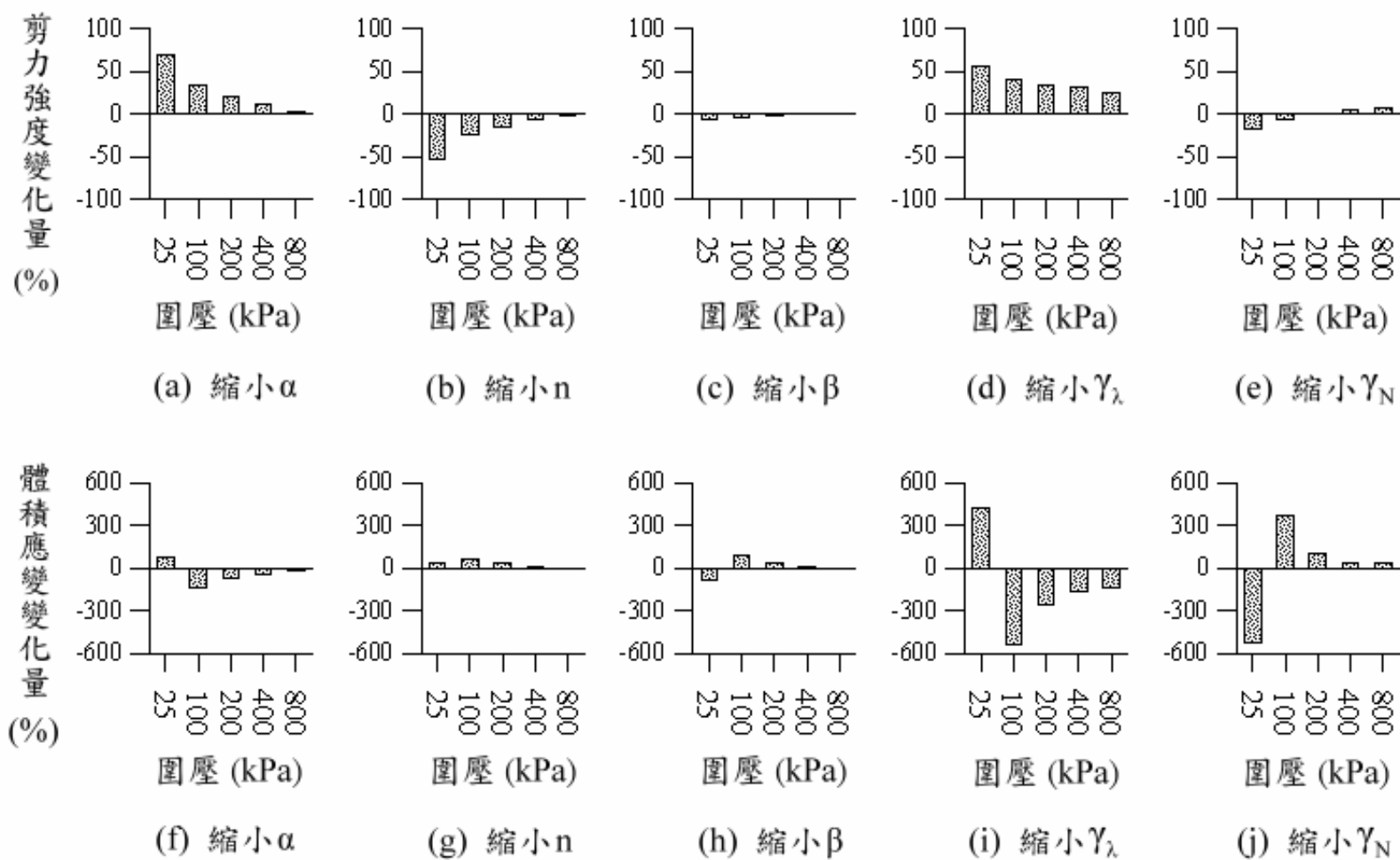


圖 5.18 將個別參數乘以 0.2 倍所造成的誤差



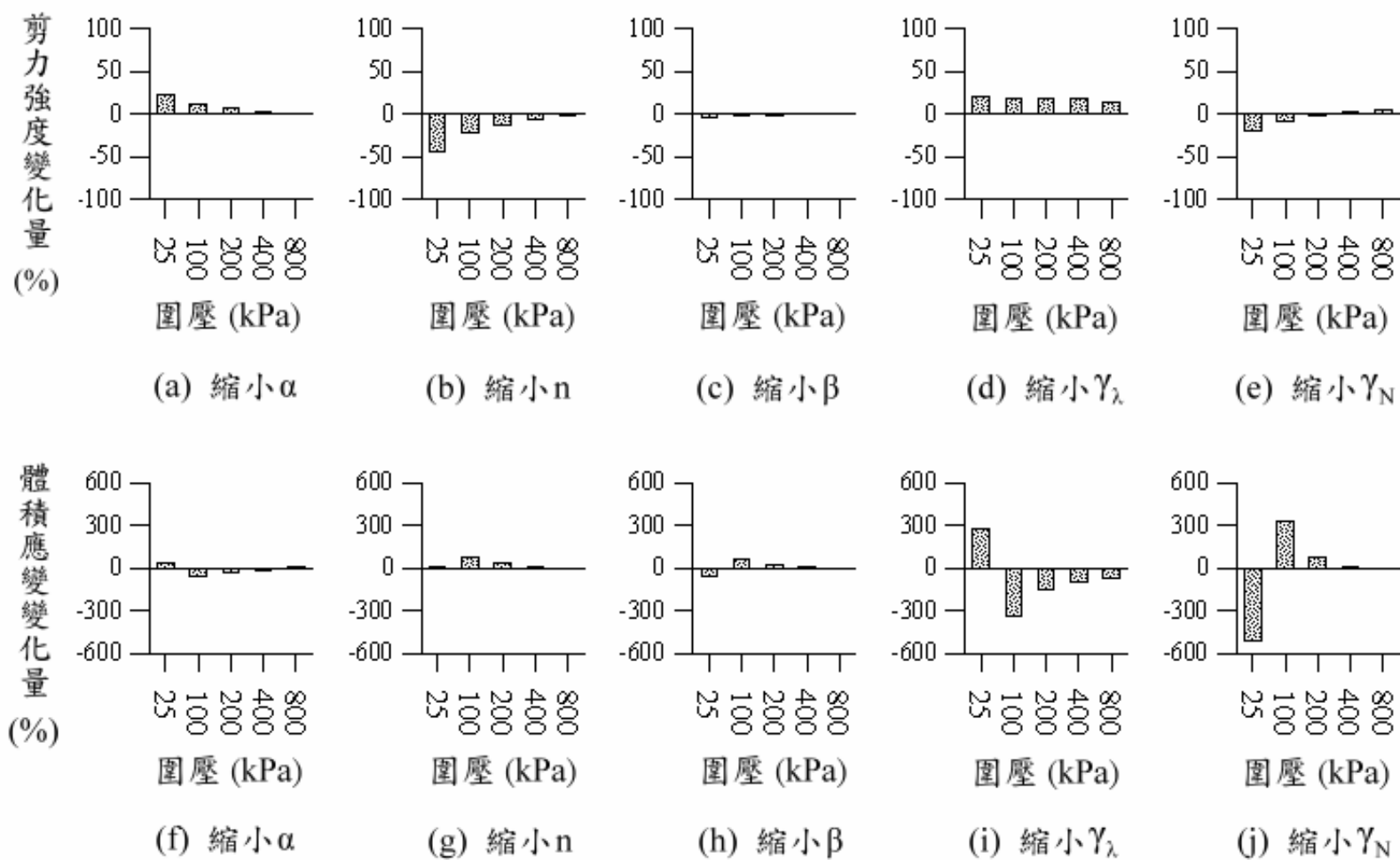


圖 5.19 將個別參數乘以 0.5 倍所造成的誤差

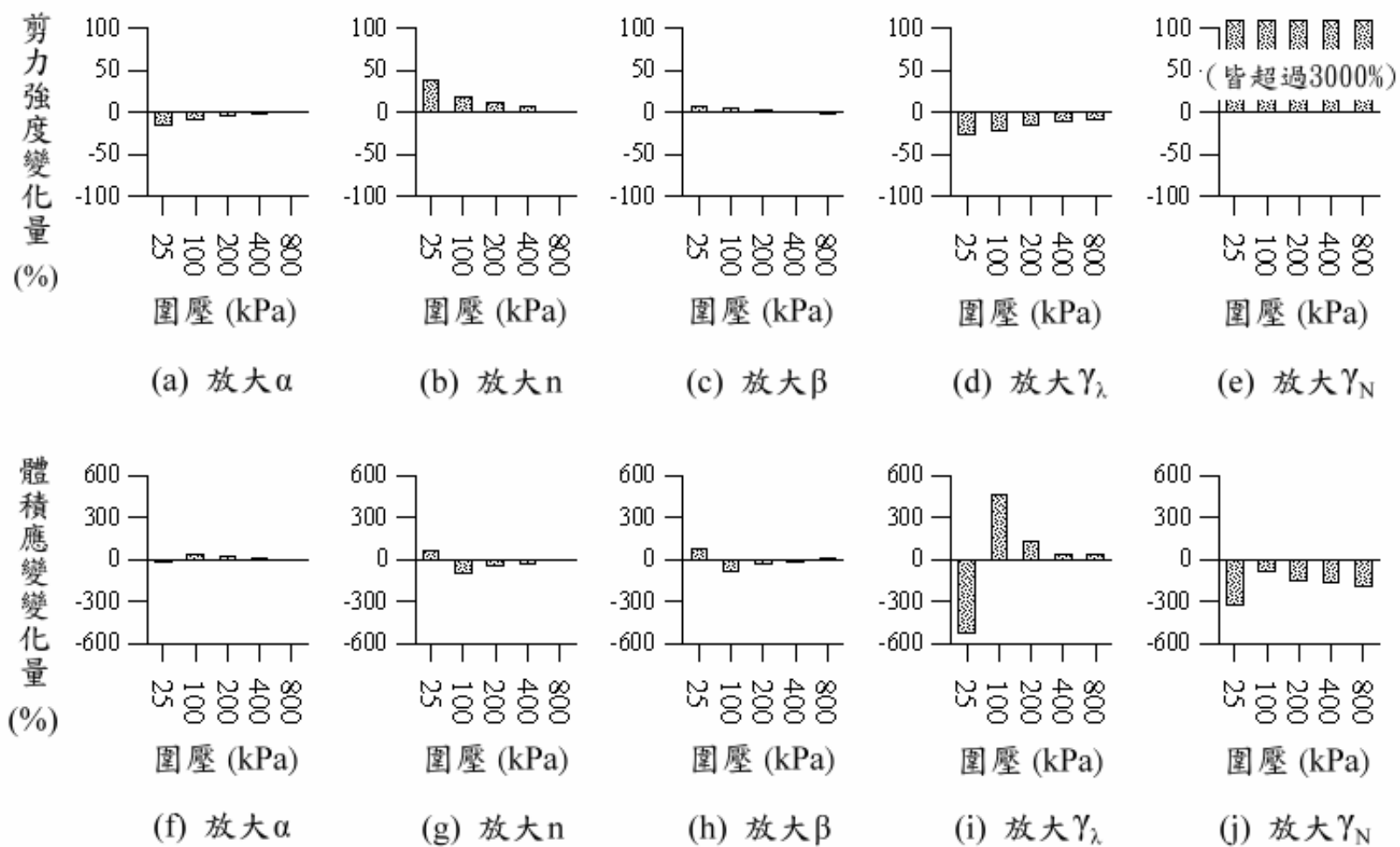


圖 5.20 將個別參數乘以 2 倍所造成的誤差

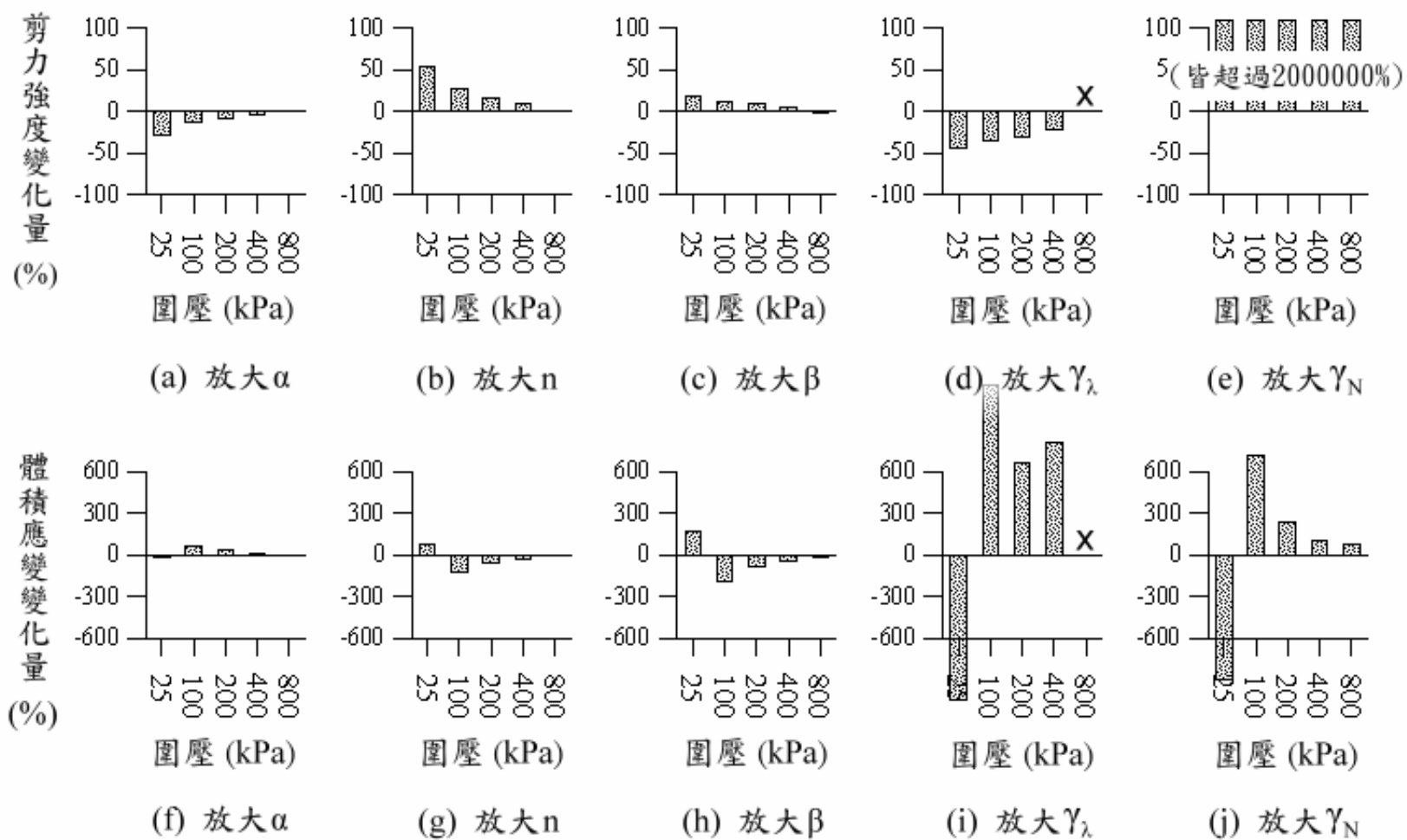


圖 5.21 將個別參數乘以 5 倍所造成的誤差

由圖 5.18 至圖 5.21 可以發現特徵曲線參數  $a$ 、 $n$  的敏感度相當接近，此二參數對於體積應變的敏感度都比其他參數低，至於剪力強度方面， $a$  與  $n$  只有在低圍壓的時候敏感度較高，原因是淨應力較低時，吸力在有效應力中所佔的比例較大，因此影響力也較大。

參數  $b$ 、 $g_I$ 、 $g_N$  所控制的是正常壓密線的位置，對於三軸試驗的影響在於試體何時進入塑性階段。其中  $b$  的敏感度最不明顯，無論是剪力強度或是體積應變的表現。原因是  $b$  並不影響正常壓密線移動的邊界，改變  $b$  對於正常壓密線的影響較小。反之， $g_I$  與  $g_N$  的敏感度相當大，尤其是在  $g_N$  被放大時，剪力強度的誤差可達數十倍至數千倍，原因是試體的在軸應變達到 30 % 時仍然維持在彈性階段，因此軸差應力極大。若放大  $g_I$ ，則試體提早進入塑性階段，因此剪力強度降低，體積應變也因此有很大的誤差。

其中圖 5.21(d) 與 (i) 在圍壓 800 kPa 時並未取得數據，因為試體在模擬的過程中過度壓縮，使比體積縮小至 1 以下，此現象在實際上並不可能發生，組合律副程式自動判斷為錯誤並中止模擬。

本研究雖以吸力值 100kPa 為例進行參數敏感度分析，但在其他固定吸力值之下，分析所得之趨勢仍頗類似。總結上述結果，無論是剪力強度或是體積應變方面， $g_I$  與  $g_N$  的敏感度都比其他參數高，尤其是高估此二參數時的誤差相當可觀，在率定時應謹慎處理。

## 第六章 應用範例

本研究以兩項工程問題的力學分析作為應用實例，兩者分別為部分飽和土壤邊坡以及均質土壩的穩定性分析，目的為討論部分飽和組合律在模擬工程問題時的功能表現。

### 6.1 部分飽和土壤邊坡

由前人文獻可知，自然邊坡的淺層土壤中往往具有一定的吸力存在，即使土壤強度較低，亦有可能因為吸力的效應而保持穩定。然而在降雨入滲發生時，淺層土壤可能會因飽和度上升而失去吸力，進而發生滑動。本章首先以一較極端的虛擬參數，假設邊坡表層的土壤強度極低(M 值相當小)、初始吸力值極高，測試此組合律是否能夠模擬降雨入滲造成的淺層滑動。邊坡模型的網格如圖 6.1 所示，各參數設定如表 6.1 所示。

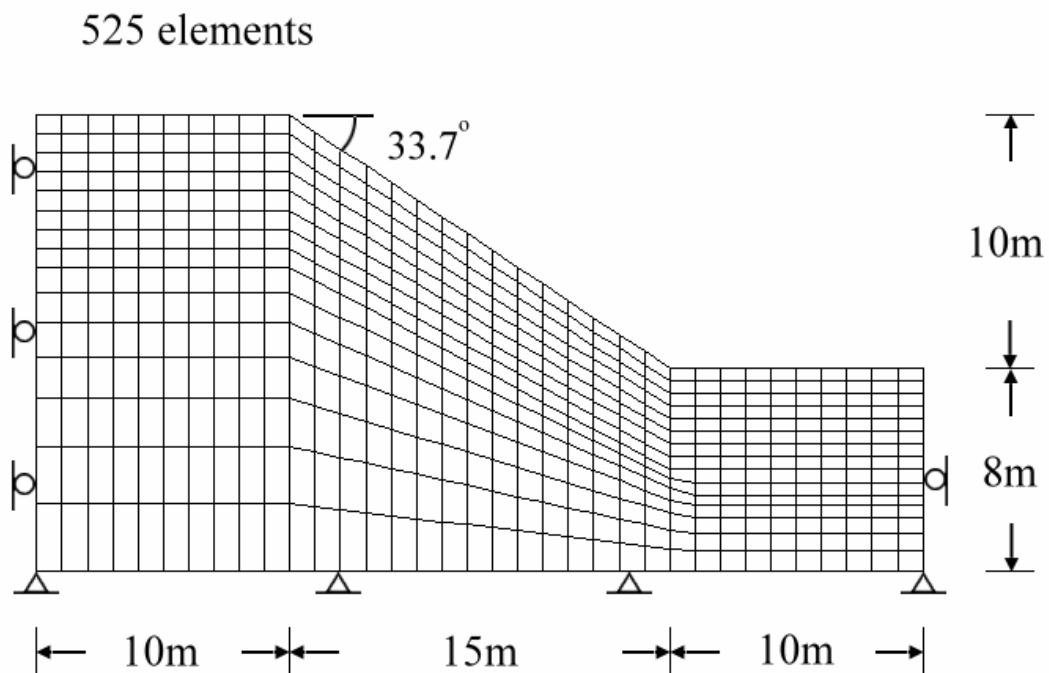


圖 6.1 邊坡網格

表 6.1 邊坡模型之參數設定

參數名稱	數值
土壤密度 $r$	1800 kg/m <sup>3</sup>
孔隙比	0.55
$n$	0.3
$N(0)$	2.65
$I(0)$	0.13
$k$	0.0121
$M$	0.567
滲透係數 $k$	10 <sup>-5</sup> cm/s
$a$	0.002
$n$	0.85
$S_e$	85 kPa
$b$	0.0037
$g_N$	1.88
$g_I$	3.7

為了模擬淺層邊坡在自然情況下有初始的吸力存在，本研究在 UDM 副程式中新增一部分程式碼，可設定每個元素的初始飽和度  $S_i$ 。當 FLAC 計算出的飽和度  $S_r$  小於  $S_i$  的時候，UDM 副程式將自行假設飽和度等於  $S_i$ ，並

由特徵曲線求出  $S_i$  所對應的吸力值。然而  $S_i$  的設定值只存在於 UDM 副程式中，FLAC 主程式仍以  $S_r$  為元素的飽和度值，因此在飽和度的分布圖中不會顯示出使用者設定的初始飽和度。

一般情況下，邊坡淺層所具有的初始飽和度隨著深度增加而遞增，因此此邊坡模型在接近地表處被分為四個區域，各區域的初始飽和度不同，設定方式如圖 6.2 所示。其中最淺層的飽和度僅為 0.2，使得有效應力值比乾燥的情況下多出 300 kPa 左右。

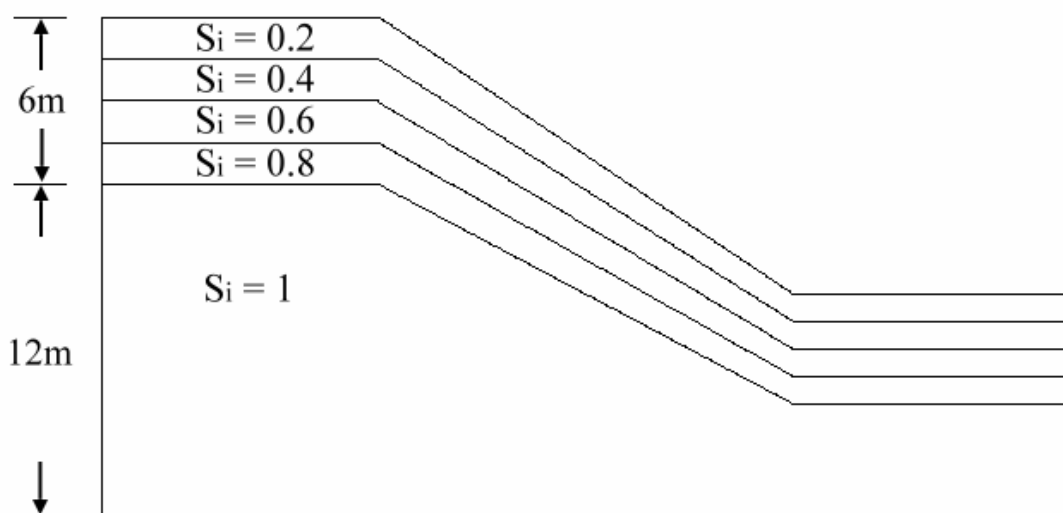


圖 6.2 邊坡模型之初始飽和度設定

此虛擬邊坡之坡角大約為  $33.7^\circ$ ，若忽略吸力的存在，以原始的 Cam-clay 模式進行模擬，則此邊坡將無法承受自重而發生破壞，其剪應變分布的情況如圖 6.3 所示。



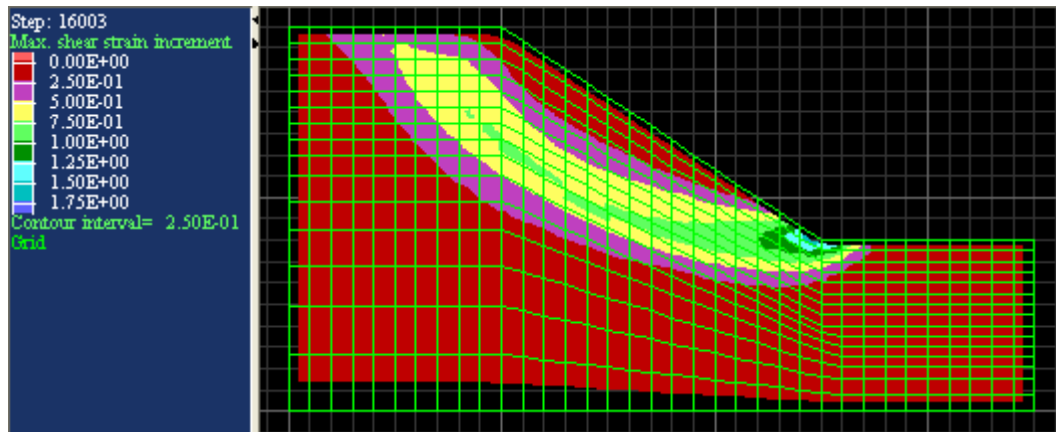


圖 6.3 忽略吸力時，邊坡的剪應變分布圖

若使用本研究建立之 UDM 副程式進行模擬，並依照圖 6.2 的方式設定初始飽和度，則邊坡可維持平衡。

為了考慮地下水的存在，在邊坡以自重達到平衡後，先關閉 FLAC 的力學運算模式，開啟地下水模式，並在邊界施加水壓使地下水流入邊坡內部，以模擬常時地下水位。此時飽和度的分布圖如圖 6.4 所示。

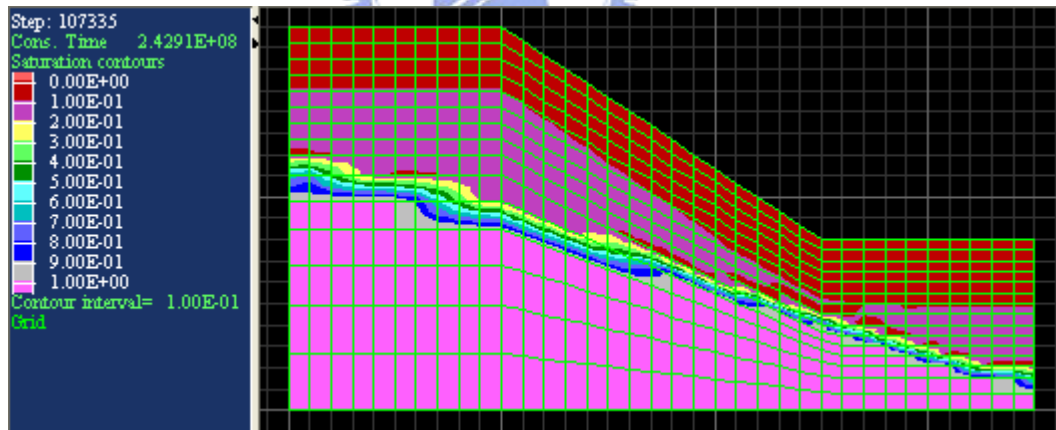


圖 6.4 邊坡在一般情況下的飽和度分布圖

當地下水流入邊坡後，有效應力將發生改變，此時將力學模式與地下水模式同時開啟，以耦合分析的方式使邊坡達到力平衡。平衡後的剪應變分布如圖 6.5。

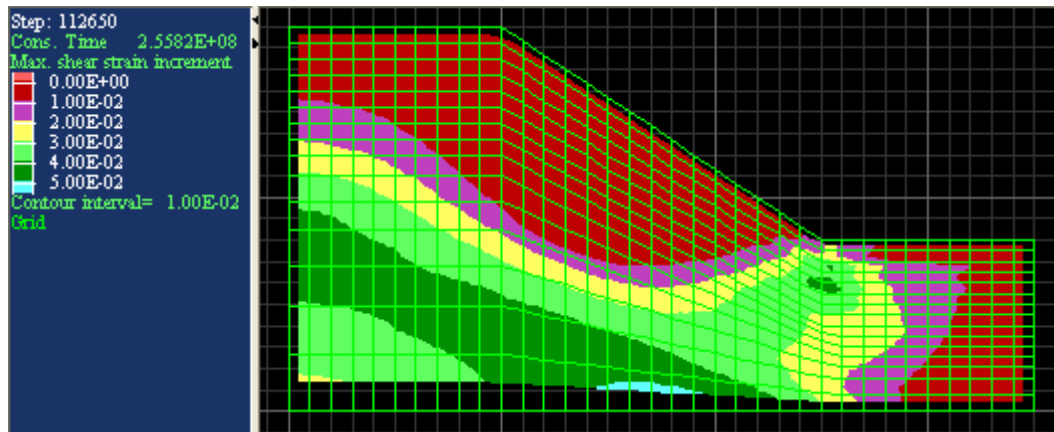


圖 6.5 淺層存在吸力時，邊坡的剪應變分布

圖 6.5 顯示出虛擬邊坡在考慮吸力的情況下並未發生破壞。剪應變最大的區域在於邊坡深層，最大值約為 5%。

為模擬雨水入滲的現象，於地表面施加一固定流量 $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$ ，使水分下滲至邊坡內部，並以耦合分析的方式觀察邊坡變化的過程。圖 6.6 至圖 6.17 分別代表雨水入滲至不同深度時的飽和度與剪應變分布情形。

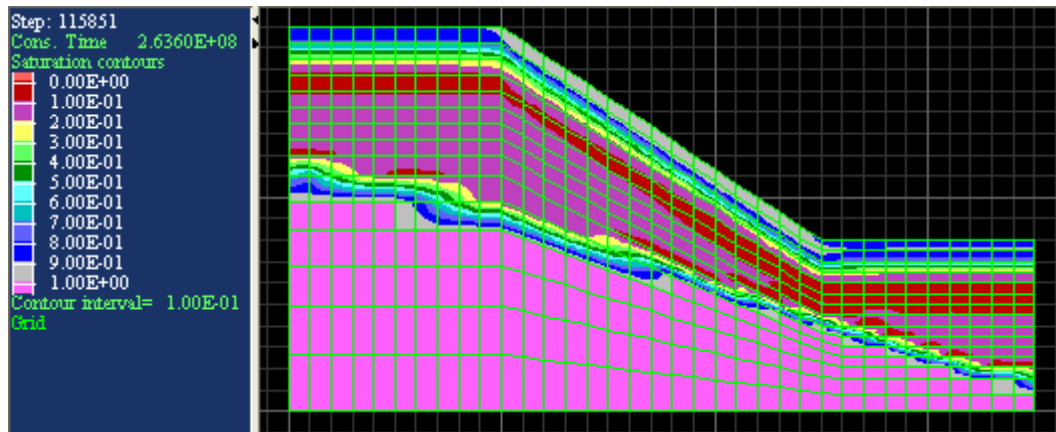


圖 6.6 雨水入滲至 1 m 深時的飽和度分布

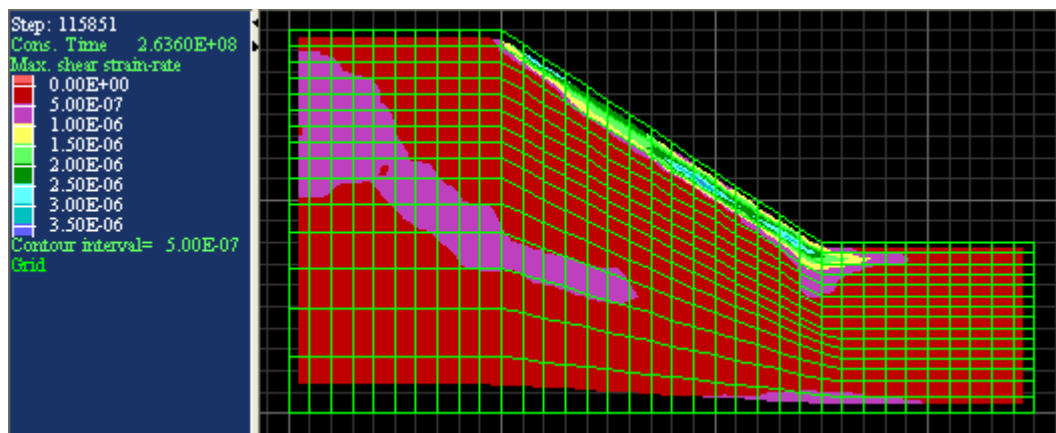


圖 6.7 雨水入滲至 1 m 深時的剪應變速率分布

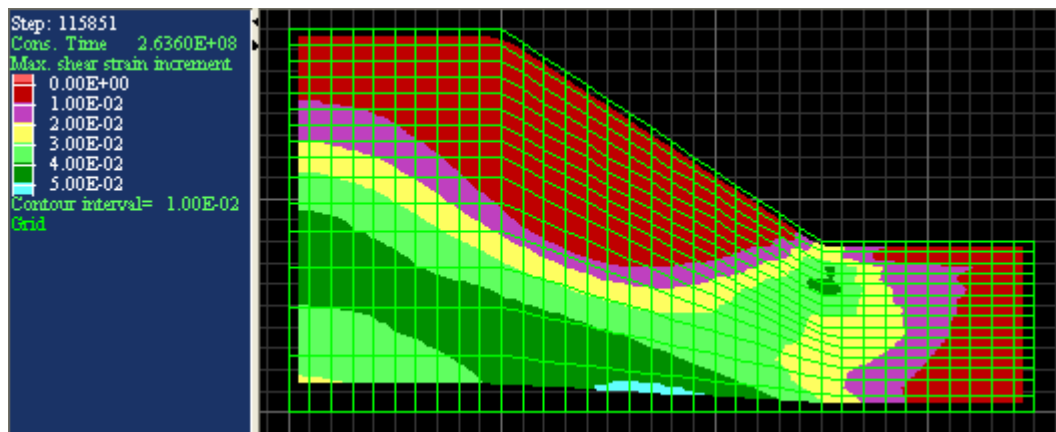


圖 6.8 雨水入滲至 1 m 深時的累積剪應變分布

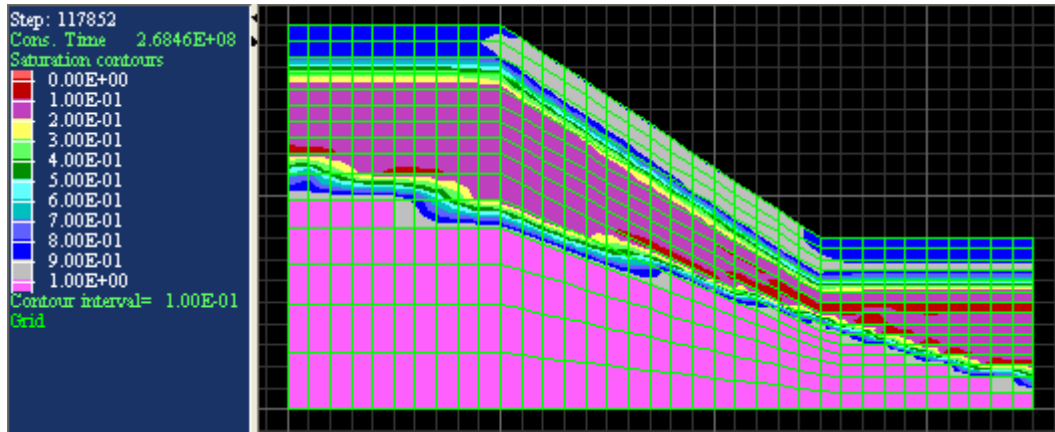


圖 6.9 雨水入滲至 2 m 深時的飽和度分布

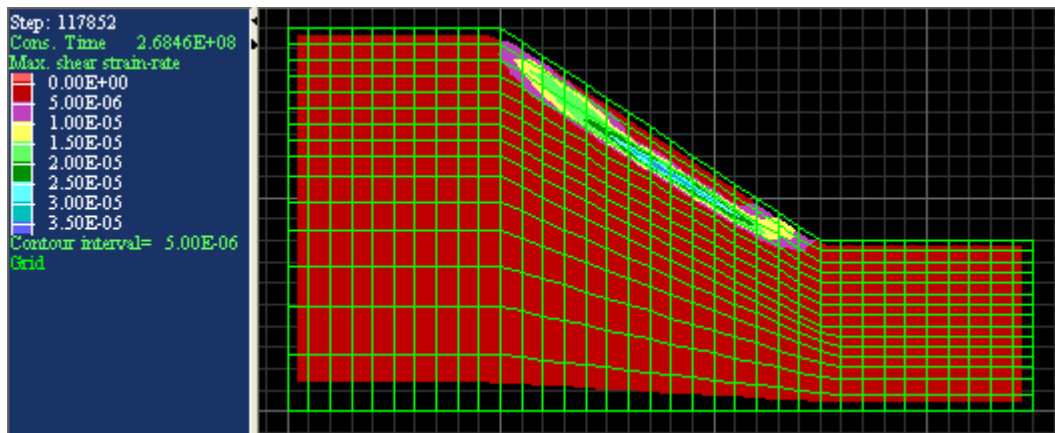


圖 6.10 雨水入滲至 2 m 深時的剪應變速率分布

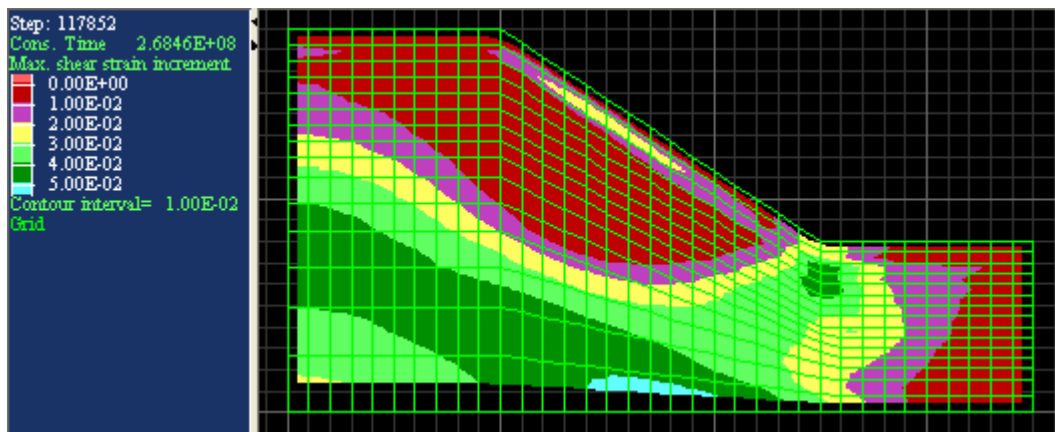


圖 6.11 雨水入滲至 2 m 深時的累積剪應變分布

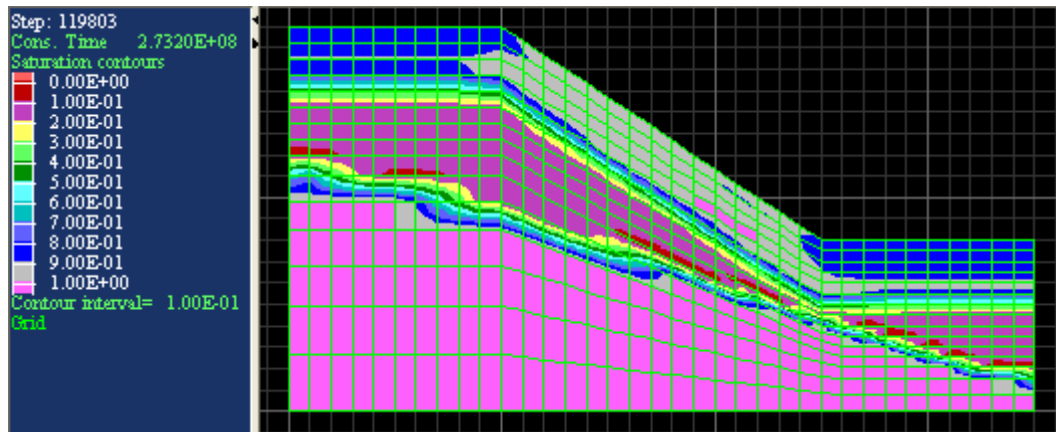


圖 6.12 雨水入滲至 3 m 深時的飽和度分布

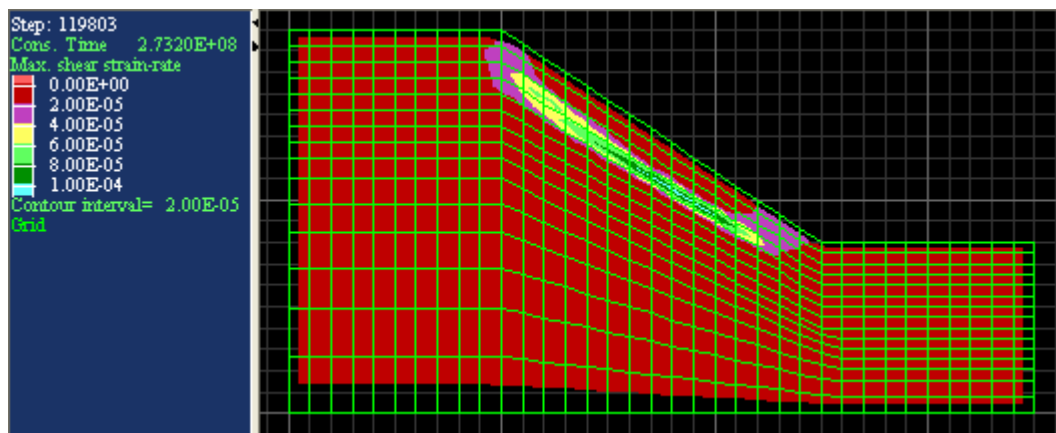


圖 6.13 雨水入滲至 3 m 深時的剪應變速率分布

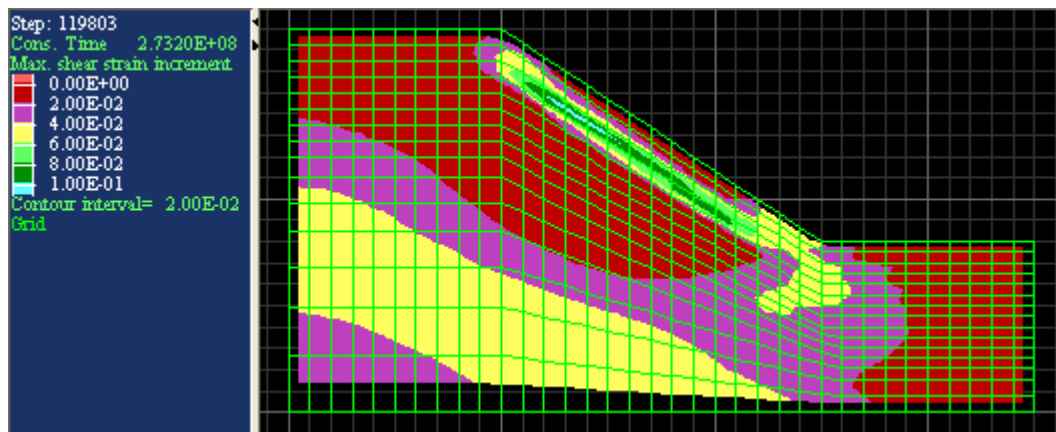


圖 6.14 雨水入滲至 3 m 深時的累積剪應變分布

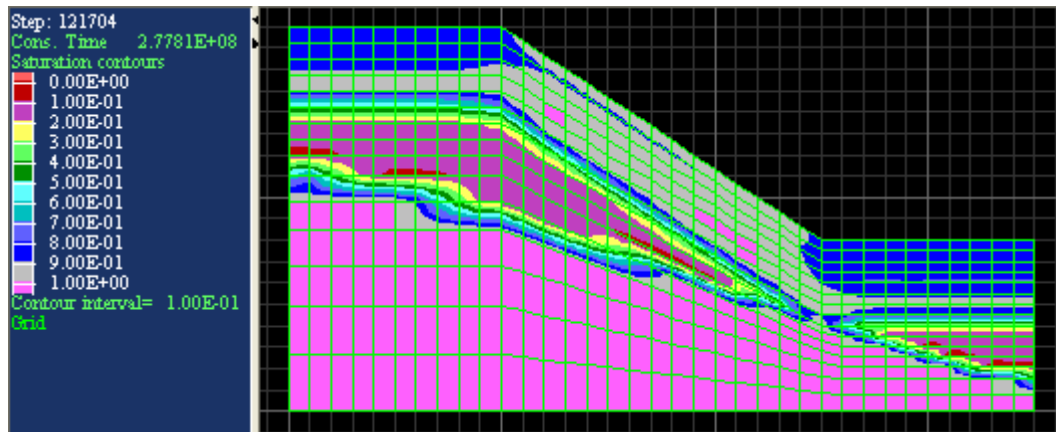


圖 6.15 雨水入滲至 4 m 深時的飽和度分布

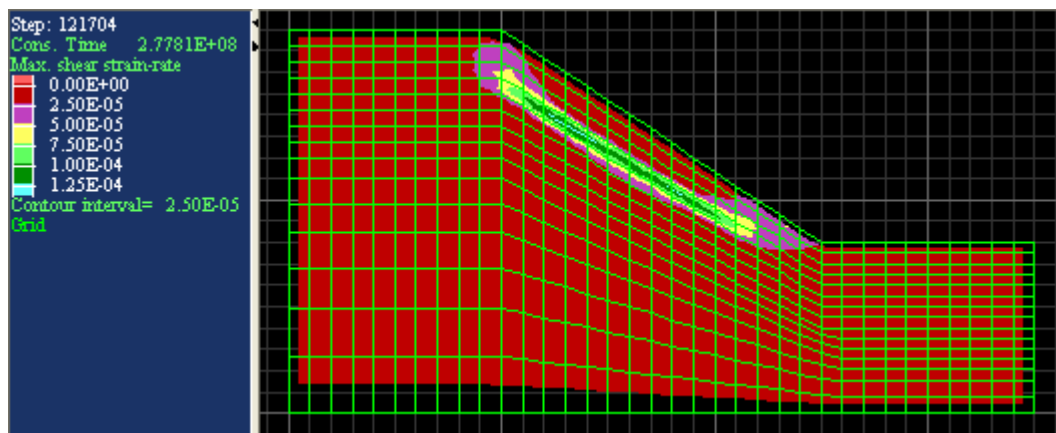


圖 6.16 雨水入滲至 4 m 深時的剪應變速率分布

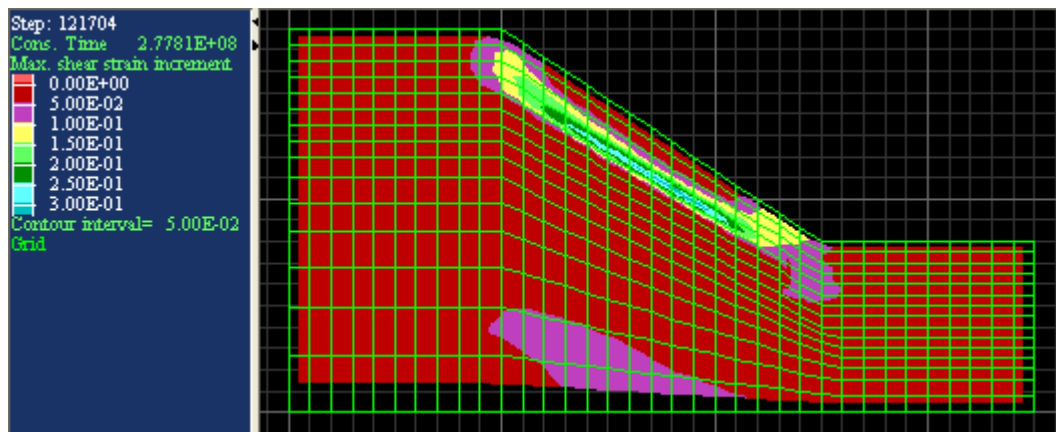


圖 6.17 雨水入滲至 4 m 深時的累積剪應變分布

由剪應變隨入滲深度的變化可知，當水分入滲時，土壤將以逐層的方式失去剪力強度，並逐漸發展為一個較平行於坡面的破壞面。自然界中，

土壤邊坡因為喪失吸力而發生的破壞面通常位於淺層，且大致平行於坡面，由此應用例可以展示本研究所提出之模式配合數值分析後，確可合理模擬下雨入滲前原本因吸力存在而穩定之部分飽和土壤邊坡，因雨水入滲導致滑動漸進發展的過程。

## 6.2 均質土壩

本節續以一個虛擬的小型均質土壩作為另一個應用範例。此模型的壩高僅 10 m，壩體的網格如圖 6.18 所示。

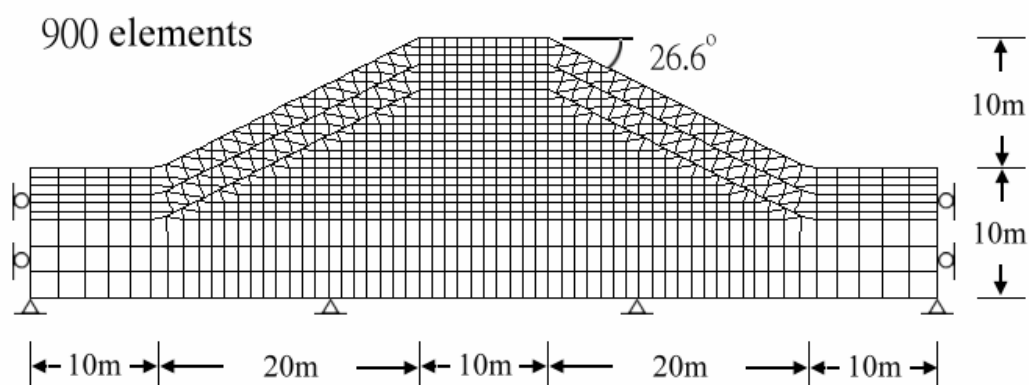


圖 6.18 均質土壩網格

前一節的虛擬邊坡中，土壤的強度被設定為極軟弱，且初始吸力值極高，因此在降雨入滲之後有明顯的剪力破壞發生。然而實際的工程問題中未必會有如此極端的狀況，因此本節的土壩模型以一般的強度參數與較低的初始吸力值設定之，以觀察部分飽和組合律在一般情況下的表現。土壩的各項參數設定如表 6.2 所示，初始飽和度的設定如圖 6.19 所示。

表 6.2 土壩模型之參數設定

參數名稱	數值
土壤密度 $r$	1800 kg/m <sup>3</sup>
孔隙比	0.55
$n$	0.3
$N(0)$	2.65
$I(0)$	0.13
$k$	0.0121
$M$	0.772
滲透係數 $k$	10 <sup>-6</sup> cm/s
$a$	0.002
$n$	0.85
$S_e$	85 kPa
$b$	0.0037
$g_N$	1.88
$g_I$	3.7



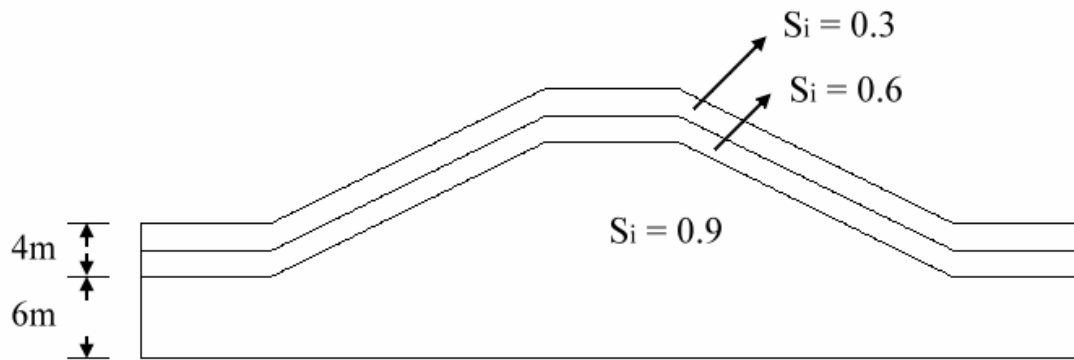


圖 6.19 土壩模型之初始飽和度設定

由於壩的水位可能會有高低變化，此模型分為三種情況討論：1.壩體內的水位在一般高度，沒有降雨發生。 2. 壩體內為一般水位，且發生降雨入滲。 3. 壩體內為高水位，且發生降雨入滲。三種情況的模擬結果分別在以下三小節說明。



### 6.2.1 土壩在一般水位時的穩定性

假設土壩在一般情況下的水深為 4 m，左側為上游側，右側為下游側，如圖 6.20 所示。經過地下水模式的運算之後，可得飽和度的分布圖如圖 6.21 所示。

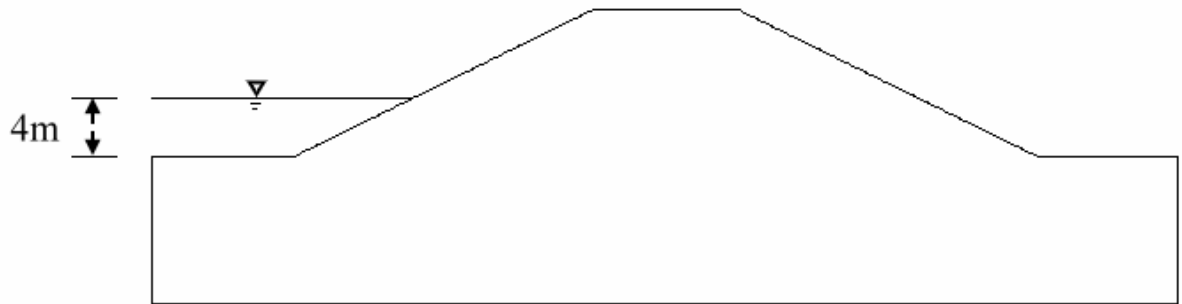


圖 6.20 土壩一般水位示意圖

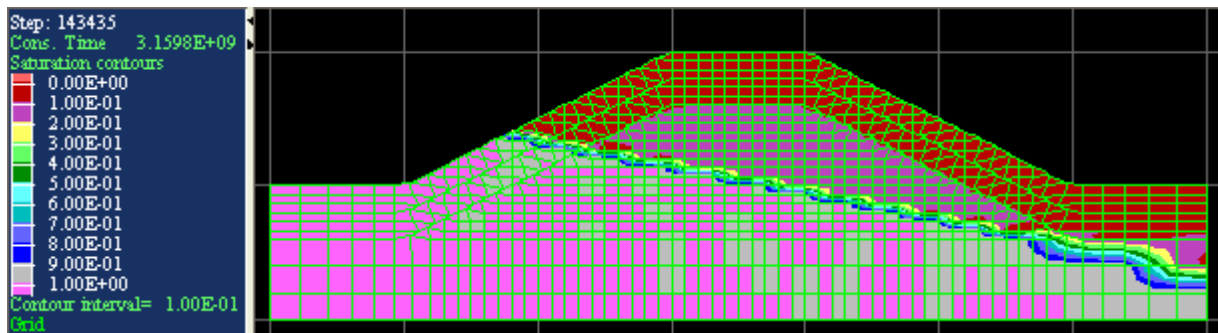


圖 6.21 壩體在一般水位時的飽和度分布圖

接著以部分飽和組合律進行耦合分析，所得的剪應變分布情形如圖 6.22 所示。

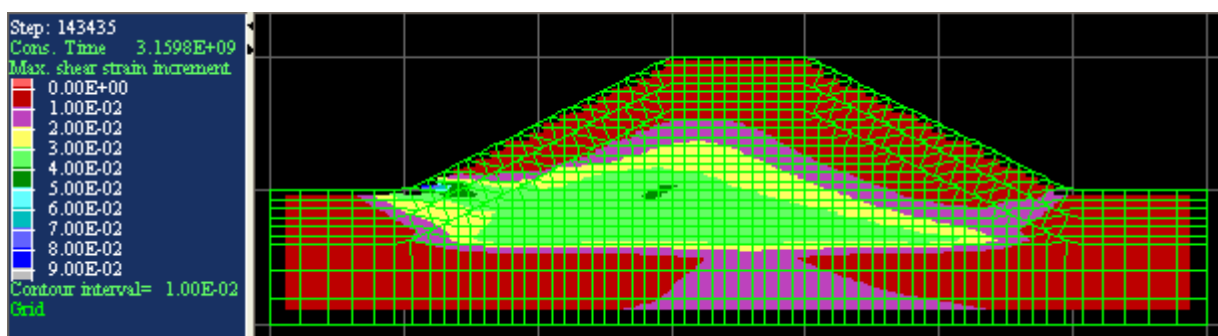


圖 6.22 壩體在一般水位時的剪應變分布

若以原始的 Cam-clay 模式進行耦合分析，所得的剪應變分布如圖 6.23

所示。

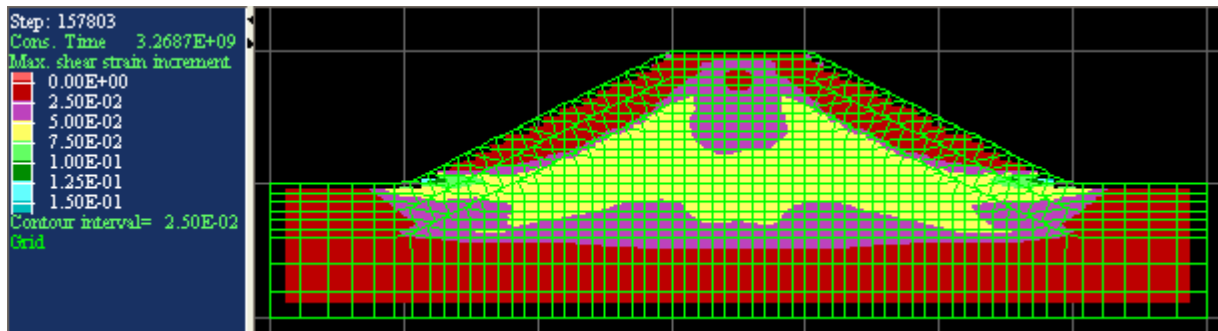


圖 6.23 壩體在一般水位時的剪應變分布圖(以 Cam-clay 模式分析)

此土壩在兩種模式的分析之下都能夠達到穩定平衡。但比較圖 6.22 與圖 6.23 可以發現 Cam-clay 模式分析所得的剪應變大致呈現兩側對稱的分布，而部份飽和組合律所分析出的剪應變卻在上游側較大。原因為上游側的水位較高，使得表層有一部分的區域失去吸力，下游側的表層則因為有吸力作用，因此剪力強度較高，剪應變量較小。

## 6.2.2 土壩在一般水位且發生降雨入滲

為了模擬降雨入滲的情況，本節接續 6.2.1 節的模擬結果，在地表面施加  $6 \times 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$  的流量流入壩體內。隨著雨水入滲深度逐漸增加，飽和度與剪應變的變化如圖 6.24 至圖 6.33 所示。

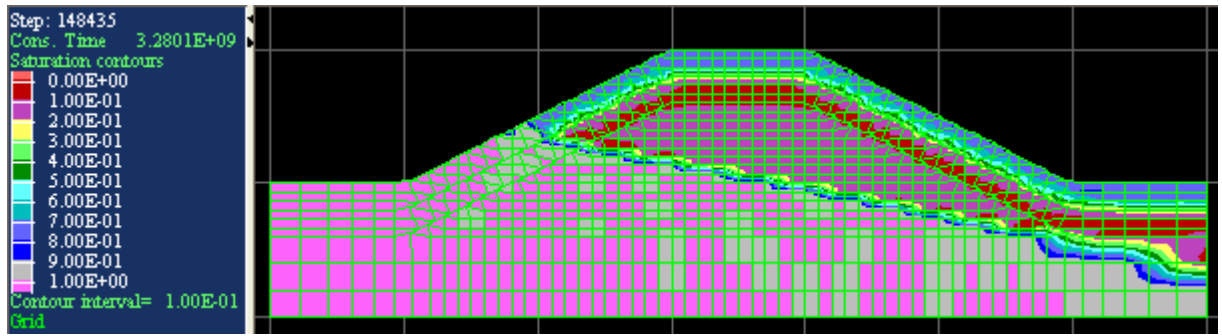


圖 6.24 雨水入滲深度 2 m 時的飽和度分布圖 (一般水位時)

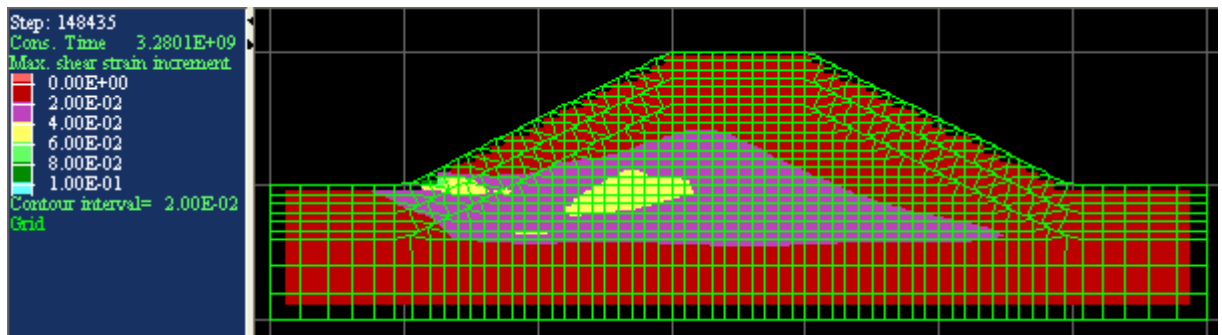


圖 6.25 雨水入滲深度 2 m 時的累積剪應變分布圖 (一般水位時)

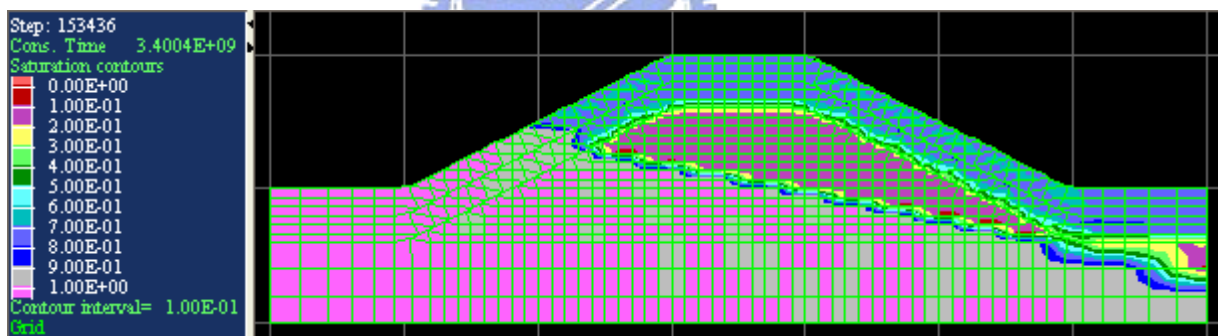


圖 6.26 雨水入滲深度 4 m 時的飽和度分布圖 (一般水位時)

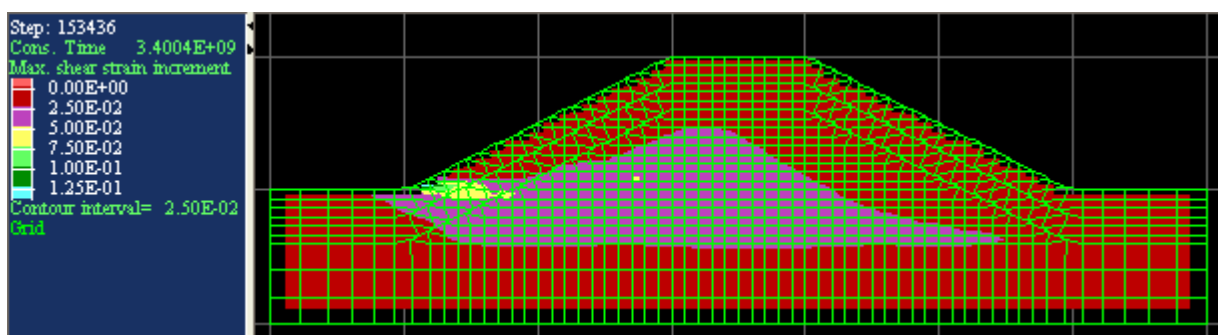


圖 6.27 雨水入滲深度 4 m 時的累積剪應變分布圖 (一般水位時)

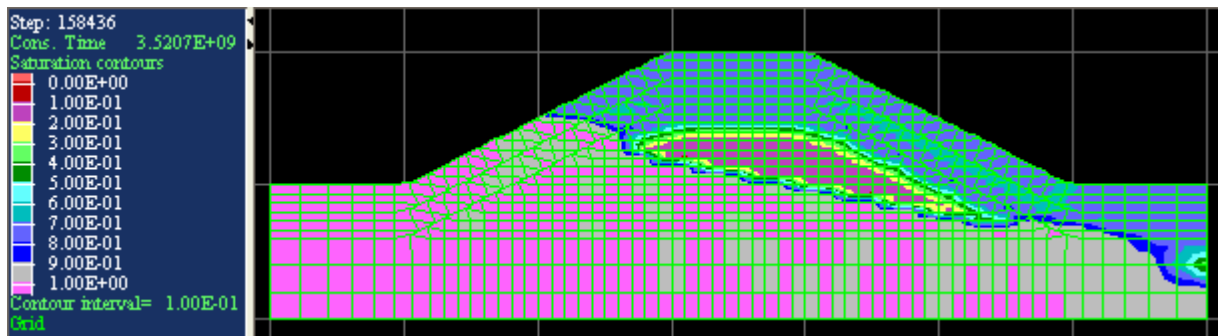


圖 6.28 雨水入滲深度 6 m 時的飽和度分布圖 (一般水位時)

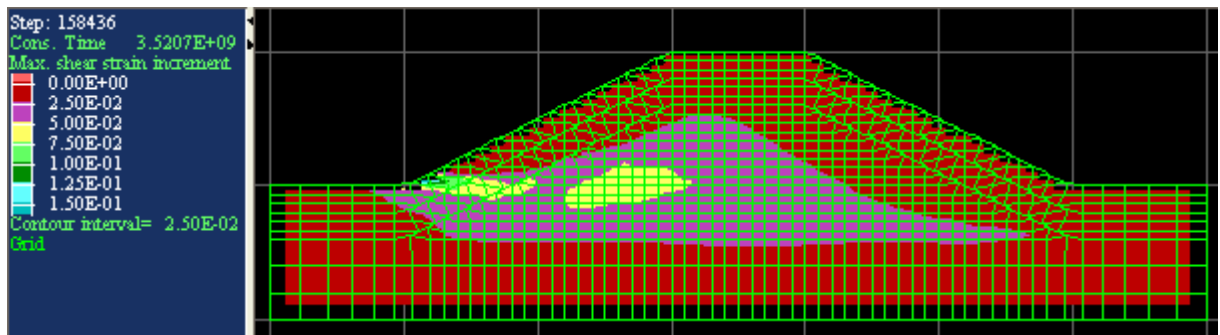


圖 6.29 雨水入滲深度 6 m 時的累積剪應變分布圖 (一般水位時)

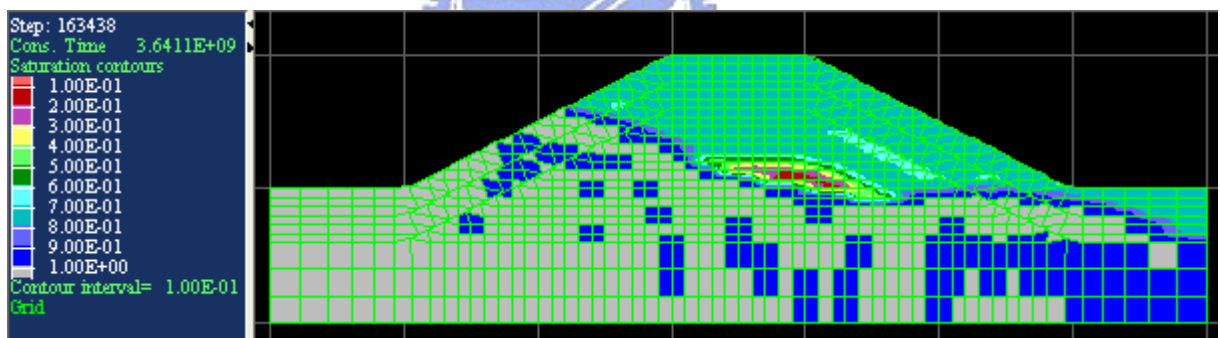


圖 6.30 雨水入滲深度 8 m 時的飽和度分布圖 (一般水位時)

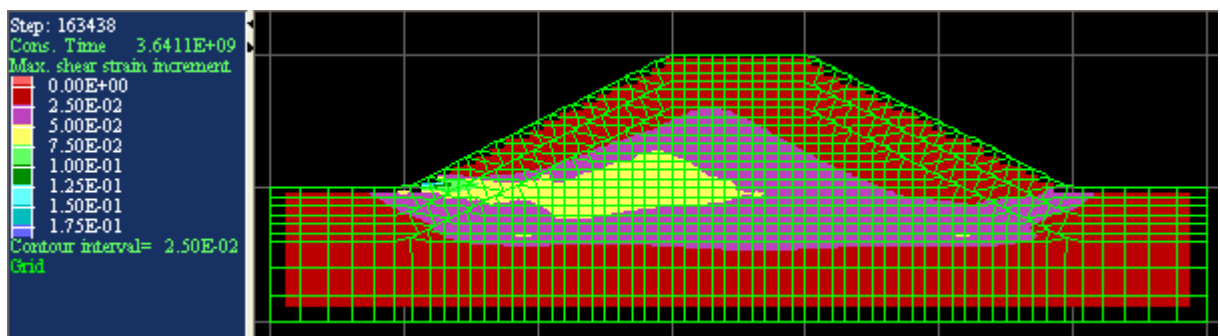


圖 6.31 雨水入滲深度 8 m 時的累積剪應變分布圖 (一般水位時)

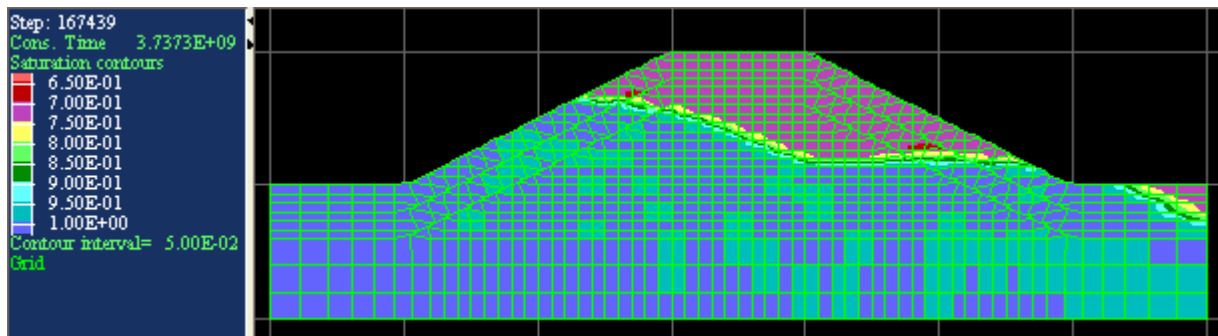


圖 6.32 雨水入滲深度 10 m 時的飽和度分布圖（一般水位時）

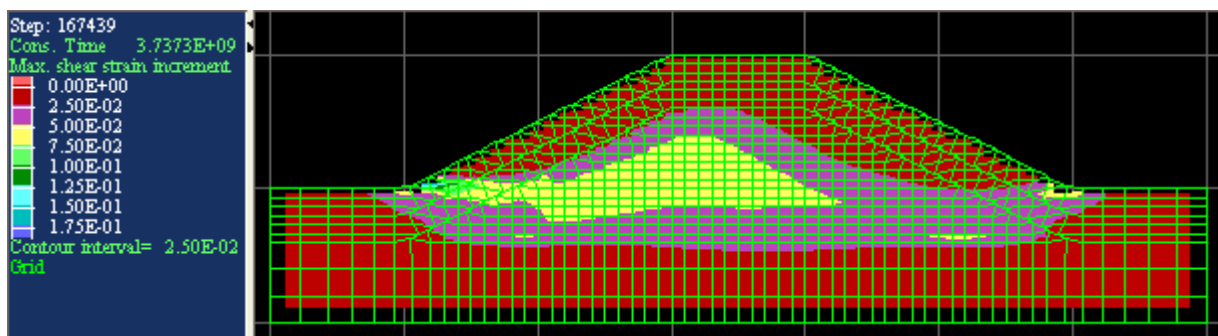


圖 6.33 雨水入滲深度 10 m 時的累積剪應變分布圖（一般水位時）

由圖 6.24 至圖 6.33 可知此壩體即使在雨水入滲的情況下亦可保持穩定，淺層與深層均未產生破壞面。此結果可以說明吸力並非在所有的情況下都有明顯的影響力。

在入滲深度達到 10 m 之前，剪應變仍以上游側較大。當入滲深度較深時，由於下游側的地下水位大幅升高至地表處(見圖 6.32)，造成淺層有一部分的區域失去吸力，且孔隙水壓升高，因此剪應變也有增加的現象，如圖 6.33 所示。

### 6.2.3 土壩在高水位且發生降雨入滲

假設水位升高至 8 m，如圖 6.34 所示，則以地下水模式進行運算之後，所得的飽和度的分布圖如圖 6.35 所示。



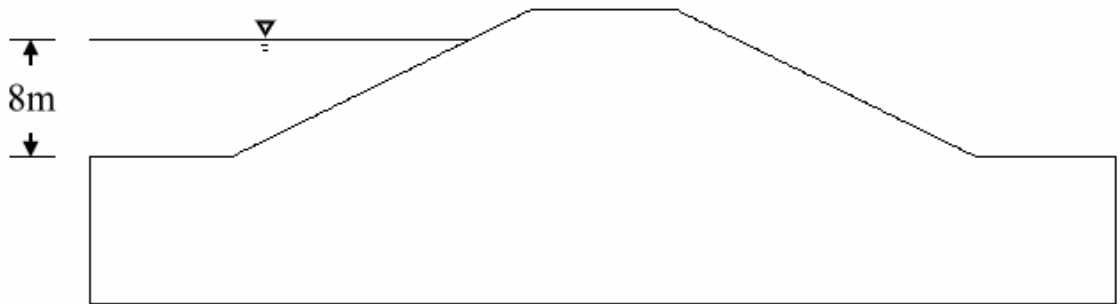


圖 6.34 土壩高水位示意圖

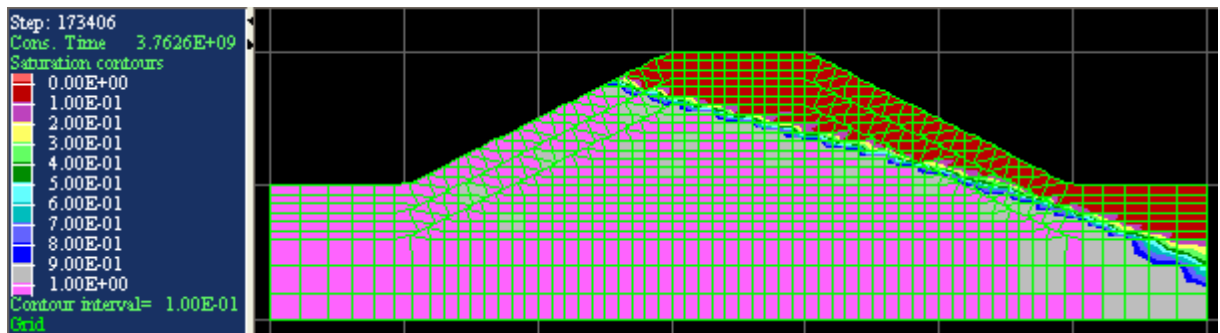


圖 6.35 壩體在高水位時的飽和度分布圖

隨後進行耦合分析，觀察此時壩體是否能夠維持穩定，分析所得的剪應變分布如圖 6.36 所示。

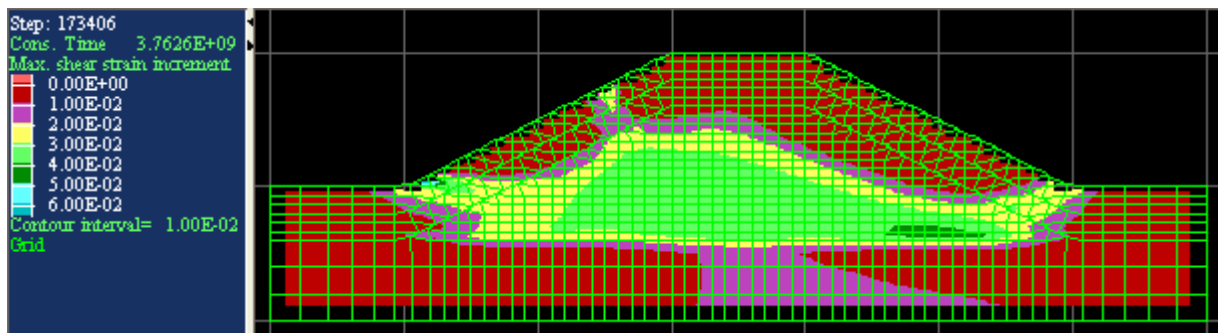


圖 6.36 壩體在高水位時的剪應變分布圖

圖 6.36 顯示壩體在高水位時仍然維持穩定。此時在地表施加  $6 \times 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$  的流量模擬降雨入滲，飽和度與剪應變的變化情形如圖 6.37 至圖 6.42 所示。

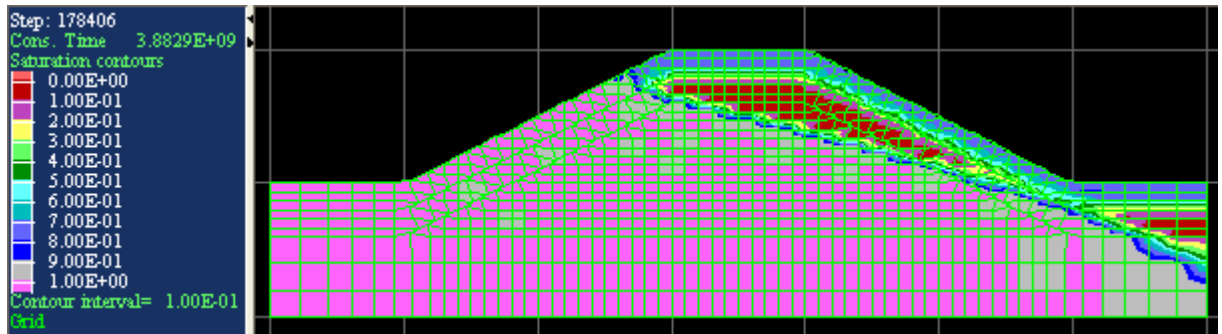


圖 6.37 雨水入滲深度 2 m 時的飽和度分布圖 (高水位時)

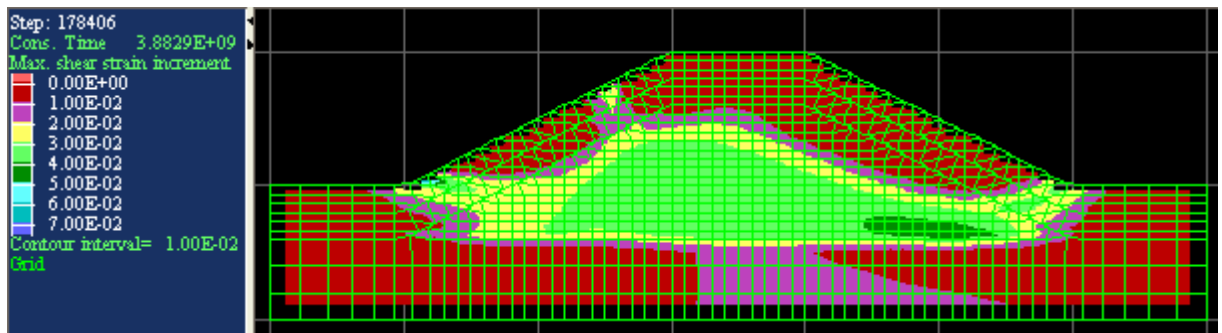


圖 6.38 雨水入滲深度 2 m 時的累積剪應變分布圖 (高水位時)

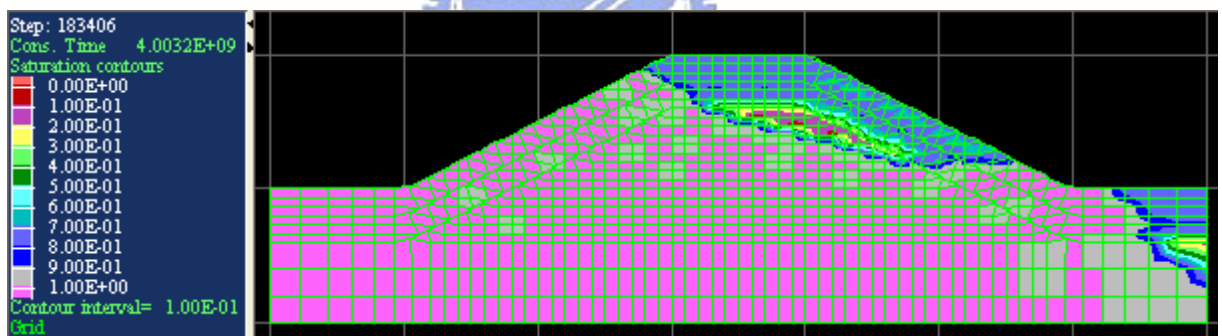


圖 6.39 雨水入滲深度 4 m 時的飽和度分布圖 (高水位時)

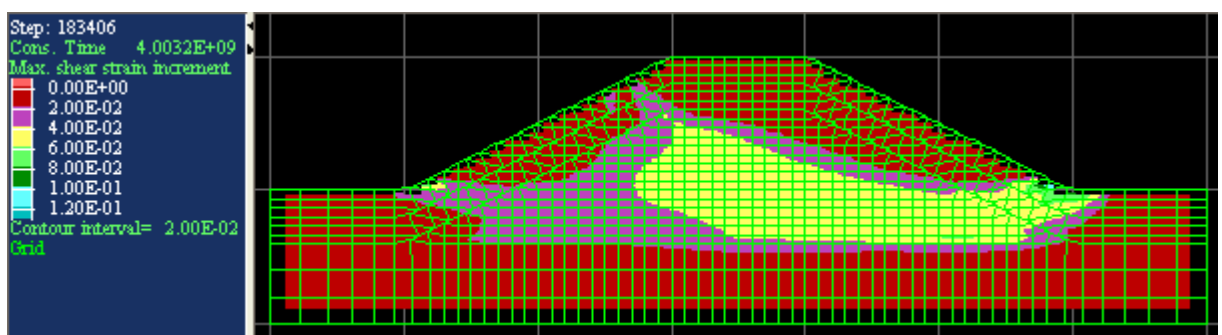


圖 6.40 雨水入滲深度 4 m 時的累積剪應變分布圖 (高水位時)



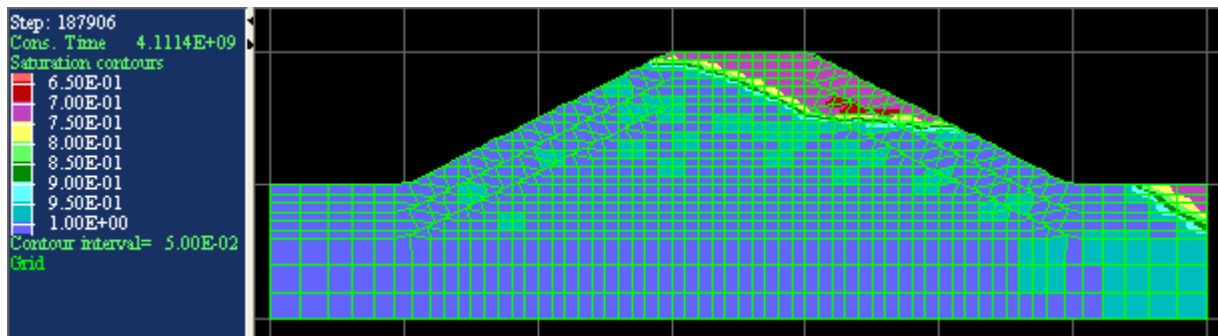


圖 6.41 雨水入滲深度 6 m 時的飽和度分布圖 (高水位時)

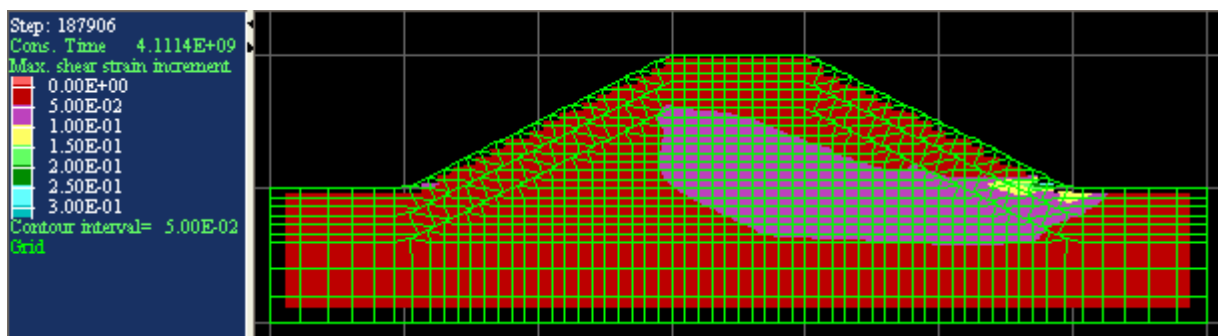


圖 6.42 雨水入滲深度 6 m 時的累積剪應變分布圖 (高水位時)

由圖 6.36 可知壩體在高水位的情況下，若沒有降雨發生，則上游側的剪應變量稍微大於下游側，此特徵與一般水位時相同。但由圖 6.39 與圖 6.41 可以發現在高水位的情況下，雨水入滲的深度若超過 4 m，下游側的地下水位會有明顯的上升，使得地表面也有一大部分轉變為飽和的情況。此時因為下游側的表層土壤有一大部分失去吸力，因此剪應變量逐漸超越上游側，此現象與一般水位時有所不同。

### 6.3 應用範例綜合討論

6.1 節以一個強度極軟弱的邊坡展示出吸力對於邊坡穩定性的影響，結果明確的顯示出部分飽和組合律能夠模擬淺層邊坡破壞的機制。6.2 節的土壩模型則以較低的初始吸力值與一般的強度參數進行模擬，此模型在失去

吸力的情況下仍然維持穩定，說明了吸力並非在所有情況下都對穩定性有顯著的影響。

然而比較 6.2.1 節中的圖 6.22 與圖 6.23 可知吸力對於土壩模型的剪應變的發展仍有影響，若以原始的 Cam-clay 模式進行分析，則上下游側的剪應變分布幾乎相同，但在考慮吸力的情況下，上游側的剪應變較大，原因是上游側的表層失去了吸力的作用。

比較 6.2.2 節與 6.2.3 節的模擬結果可知土壩面臨降雨入滲時，水位的高低將影響剪應變的發展，原因是水位較高時，下游側的地下水位容易大幅升高，造成土壤失去吸力且孔隙水壓上升，使下游側的剪應變量超越上游側，如圖 6.42 所示。但在一般水位時，由於地下水位上升的幅度較小，下游側仍有許多區域受到吸力的作用，因此剪應變量仍然小於上游側，如圖 6.33 所示。上述兩種情形的差異可以再次說明吸力對於剪應變的發展確實有其影響力，即使壩體並未在喪失吸力的情況下發生破壞。

## 第七章 結論與建議

### 7.1 結論

本研究旨在提出一套精簡之部分飽和土壤組合律期能描述涵蓋部分飽和至完全飽和土壤的行為，以供分析時涉及部分飽和土壤的土工問題分析。本研究所獲結論可整理如下：

1. 本研究所建立的組合律確實達到參數用量精簡的目標，只須新增五項率定參數。參數的取得方式相當容易，只需由特徵曲線以及不同吸力時的壓密曲線即可率定所有參數，相較於前人所提出的組合律有更進一步的改善。
2. 本研究所建立的組合律，當運用於 FLAC 軟體平台時，不需要大幅修改內建的力學模式，只需納入與吸力相關的各項模擬公式，並調整應力的輸入與輸出，即可建立此組合律的 UDM 副程式。
3. 在三軸試驗的模擬中，剪力強度確實呈現隨吸力上升的趨勢，體積變化的趨勢也符合實際試驗結果。強度值在低圍壓時誤差不超過 25%，只有在高圍壓時呈現較大誤差。
4. 由模擬試驗結果可知此組合律具有模擬濕陷現象的能力，但並非所有情況下的濕陷均可正確呈現，至於濕陷後的回脹則完全無法模擬。此問題預期可藉由組合律中相關公式的調整克服之，但不免會增加參數數目。
5. 若須要求定量上的準確度，本研究對於 Cam-clay 模式的修改方法亦可套用於其它更複雜的力學模式，使其能夠涵蓋部分飽和土壤的行為。
6. 將部分飽和組合律應用在邊坡穩定分析時，可模擬原先穩定之部分飽和邊坡因為雨水入滲所造成的淺層滑動現象。此類分析不僅可以討論入滲

時的穩定性，更可探討其變化的漸進過程與最終的變形。此種應用方式可以改善前人研究中無法同時討論吸力效應與變形性的缺點。

7. 從土壩的應用範例可知吸力對於穩定性不一定有明顯的影響，但對於剪應變的發展仍有一定的影響力，尤其在地下水位變動幅度較大時，影響更為明顯。

## 7.2 建議

1. 前人所提出的組合律大多假設正常壓密線的移動速率隨吸力上升而單調遞減。本研究在採用相同方式模擬後，發現此做法將導致組合律無法完全掌握土壤在吸力值較低時的體積變化。因此建議正常壓密線的變化應考慮空氣進氣值的影響，以符合物理觀念。
2. 本研究假設邊坡淺層具有初始飽和度以模擬吸力的存在。然而實際邊坡中所存在的吸力往往隨深度遞減，模擬時若考慮此現象，應可使結果更具代表性。
3. 使用本研究建立的 UDM 副程式之後，FLAC 軟體所顯示的有效應力值 ( $es_{xx}$ ,  $es_{yy}$ ,  $es_{zz}$ ) 並未自動加入吸力造成的增加量。此問題可藉由使用者新增的額外變數 (extra variable) 解決，將 FLAC 運算所得之有效應力值與吸力的影響 ( $c \cdot s$ ) 相加並輸出為額外變數，即可得到有效應力的正確值並繪出等分布圖。

## 參考文獻

1. Aitchison, G. D. (1967). "Separate roles of site investigation, quantification of soil properties, and selection of operational environment in the determination of foundation design on expansive soils," Proceedings of the 3rd. International Conference on Soil Mechanics and Foundation engineering, Haifa, Israel, vol. 3, pp. 72-77.
2. Alonso, E. E., Gens, A., and Josa, A. (1990). "A constitutive model for partially saturated soils," *Geotechnique*, vol. 40, no. 3, pp. 405-430.
3. Bishop, A. W. (1959). "The principle of effective stress," lecture delivered in Oslo, Norway, in 1955; published in *Teknisk Ukeblad*, vol. 106, no. 39, pp. 859-863.
4. Bishop, A. W. and Donald, I. B. (1961). "The experimental study of partly saturated soil in the triaxial apparatus," Proceedings of 5th International Conference on Soil and Mechanics Foundation Engineering, Paris, France, vol. 1, pp. 13-21.
5. Blatz, J. A. and Graham, J. (2003). "Elastic-plastic modeling of unsaturated soil using results from a new triaxial test with controlled suction," *Geotechnique*, vol. 53, no. 1, pp. 113-122.
6. Chen, H., Lee, C. F., and Law, K. T. (2004). "Causative mechanism of rainfall-induced fill slope failures," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 130, no. 6, pp. 593-601.
7. Childs, E. C. (1969). *An introduction to the physical basis of soil water*

phenomena, Wiley-Interscience, London.

8. Chiu, C. F. and Ng, C. W. W. (2003). "A state-dependent elasto- plastic model for saturated and unsaturated soils," *Geotechnique*, vol. 53, no. 9, pp. 809-829.
9. Cho, S. E. and Lee, S. R. (2002). "Evaluation of surfical stability for homogeneous slope considering rainfall characteristics," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 128, no. 9, pp. 756-762.
10. Collins, B. D. and Znidarcic, D. (2004). "Stability analyses of rainfall induced landslides," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 130, no. 4, pp. 362-372.
11. FLAC (2000). Version 4.0 manual: Fluid-Mechanical Interaction, Itasca Consulting Group Inc., USA.
12. Fleureau, J. M., Kheirbek-Saoud, S., Soemitro, R., and Taibi, S. (1993). "Behaviour of clayey soils on drying-wetting paths ," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 30, no. 2, pp. 287-296.
13. Fredlund, D. G., Morgenstern, N. R., and Widger, R. A. (1978). "The shear strength of unsaturated soils," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 15, no. 3, pp. 313-321.
14. Fredlund, D. G. and Rahardjo, H. (1993). "Soil mechanics for unsaturated soils," John Wiley & Sons, New York.
15. Futai, M. M. and Almeida, M. S. S. (2005). "An experimental investigation



- of the mechanical behaviour of an unsaturated gneiss residual soil,”  
Geotechnique, vol. 55, no. 3, pp. 201-213.
16. Gallipoli, D., Gens, A., Sharma, R., and Vaunat, J. (2003). “An elasto-plastic model for unsaturated soil incorporating the effects of suction and degree of saturation on mechanical behaviour,” Geotechnique, vol. 53, no. 1, pp. 123-135.
17. Jennings, J. E. and Burland, J. B. (1962). “Limitations to the use of effective stresses in partly saturated soils,” Geotechnique, vol. 12, no. 2, pp. 125-144.
18. Khalili, N. and Khabbaz, M. H. (1998). “A unique relationship for  $c$  for the determination of the shear strength of unsaturated soils,” Geotechnique, vol. 48, no. 5, pp. 681-687.
19. Khalili, N., Geiser, F., and Blight, G. E. (2004). “Effective stress in unsaturated soils: review with new evidence,” International Journal of Geomechanics, vol. 4, no. 2, pp. 115-126.
20. Klausner, Y.(1991). “Fundamentals of continuum mechanics of soils,” Springer-Verlag, New York.
21. Kohgo, Y., Nakano, M., and Miyazaki, T. (1993). “Theoretical aspects of constitutive modeling for unsaturated soils,” Soils and Foundations, vol. 33, no. 4, pp. 49-63.
22. Loret, B. and Khalili, N. (2000). “A three-phase model for unsaturated soils,” International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 24, no. 11, pp. 893-927.

23. Loret, B. and Khalili, N. (2002). "An effective stress elastic-plastic model for unsaturated porous media," *Mechanics of Materials*, vol. 34, pp. 97-116.
24. Lu, N. and Likos, W. J. (2004). "Unsaturated soil mechanics," Wiley, New York.
25. Ng, C. W. W., Wang, B., and Tung, Y. K. (2001). "Three-dimensional numerical investigations of groundwater responses in an unsaturated slope subjected to various rainfall patterns," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 38, no. 5, pp. 1049-1062.
26. Olivares, L. and Picarelli, L. (2003). "Shallow flowslides triggered by intense rainfalls on natural slopes covered by loose unsaturated pyroclastic soils," *Geotechnique*, vol. 53, no. 2, pp. 283-287.
27. Pereira, J.-M., Wong, H., Dubujet, P., and Dangla, P. (2005). "Adaptation of existing behaviour models to unsaturated states: Application to CJS model," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 29, no. 11, pp. 1127-1155.
28. Pham, H. Q., Fredlund, D. G., and Barbour, S. L. (2005). "A study of hysteresis models for soil-water characteristic curves," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 42, no. 6, pp. 1548-1568.
29. Russell, A. R. and Khalili, N. (2006). "A unified bounding surface plasticity model for unsaturated soils," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 30, no. 3, pp. 181-212.
30. Sharma, R. H. and Nakagawa, H. (2005). "Shallow landslide modeling for



heavy rainfall events,” Disaster Prevention Research Institute Annuals, Kyoto University, no. 48B, pp. 683-690.

31. Sharma, R. S. (1998). “Mechanical behaviour of unsaturated highly expansive clays,” PhD thesis, University of Oxford, UK.
32. Sheng, D., Sloan, S. W., and Gens, A. (2004). “A constitutive model for unsaturated soil: thermomechanical and computational aspects,” Computational Mechanics, vol. 33, no. 6, pp. 453-465.
33. Sillers, W. S., Fredlund, D. G., and Zakerkadeh, N. (2001). “Mathematical attributes of some soil–water characteristic curve models,” Geotechnical and Geological Engineering, vol. 19, pp. 243-283.
34. Tarantino, A. and Tombolato, S. (2005). “Coupling of hydraulic and mechanical behaviour in unsaturated compacted clay” Geotechnique, vol. 55, no. 4, pp. 307-317.
35. Tsaparas, I., Rahardjo, H., Toll, D. G., and Leong, E. C. (2002). “Controlling parameters for rainfall-induced landslides,” Computers and Geotechnics, vol. 29, no. 1, pp. 1-27.
36. Vanapalli, S. K. and Fredlund, D. G. (2000). “Comparison of different procedures to predict unsaturated soil shear strength,” Geotechnical Special Publication, no. 99, pp. 195-209.
37. van Genuchten, M. T. (1980). “A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils,” Soil Science Society of America Journal, vol. 44, no. 5, pp. 892-890.

38. Wheeler, S. J. (1996). "Inclusion of specific water volume within an elasto-plastic model for unsaturated soil," *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 33, no. 1, pp. 42-57.
39. Wheeler, S. J. and Sivakumar, V. (1995). "An elasto-plastic critical state framework for unsaturated soils," *Geotechnique*, vol. 45, no. 1, pp. 35-53.

