

第三章 雷達差分干涉測量

為了瞭解地表的變形，必須透過大地測量才能知道其變動，但過去的傳統測量方式需透過大量的人力與時間。因此，本研究為了對大範圍研究區域進行長時間的觀測，採用太空遙測方法對研究區進行時間序列的分析，在本研究採用二種分析分法：(1)雷達差分干涉法；(2)永久散射體差分干涉法。期望能應用此方法獲知雲林地區地表變形情況。

3-1 雷達與雷達差分干涉法

3-1-1 雷達影像及航空側視雷達

雷達系統(radar system)為透過一定向天線向目標物發射一系列雷達波，藉由無線電波遇到物體會反射的原理，在接收器接收反射波後，量測反射波強度與時間差，達到方向偵測與距離量測的目的。因雷達系統發射及接收功能均於衛星本身，因此稱為主動式系統(active system)，不同於僅能反映天然輻射能之被動系統。且因雷達系統為主動式系統，不需要陽光，可於白天或夜間拍攝。此外，電磁波穿透大氣層的能力比可見光強，電磁波穿透大氣時會與大氣中不同的懸浮微粒交互作用，大氣中的粒子對短波長的電磁波會產生甚強的散射作用，其散射強度與波長的四次方成反比，因雷達系統以其長波長的優勢穿過大氣層時不至於受到嚴重散射，故此技術不受天候的影響。

雷達系統中不同波段的雷達波束，其對目標物的穿透程度也不一樣。例如，X 或 K 等短波波段穿透力較弱，在植物頂層就會被反射回去，較適合用來對樹梢或樹葉的探測上；而 L 或 P 等長波波段穿透力較強，可穿透樹林濃密的樹葉而探測到樹枝或樹幹；而介於中間波段 C 波段，則可提供到目標物表面或目標物下的資訊(Askne, et al., 1997)。ERS 和 RADARSAT 具中間波段(C band)感測器的雷達衛星，波長約 3.75-7.5 cm；而 JERS-1 具有 L 波段感測器，波長約 15-30 cm。慣用雷達波段的波長及頻率如表 3.1 所示。

表 3.1 雷達波段表(修改自何世紀，2006 及黃孟涵，2006)

波段名稱	頻率(GHz)	波長(cm)	衛星平台
P	<0.3	100+	
L	1-2	15-30	JERS,SEASAT,ALOS
S	2-4	7.5-15	ALmaz
C	4-8	3.75-7.5	RADARSAT,ERS-2, ENVISAT
X	8-12	2.5-3.75	SRTM
Ku	12-18	1.67-2.5	
K	18-27	1.11-1.67	
Ka	27-40	0.75-1.11	

在1950年代，當時科學家基於軍事用途，將雷達架設於飛機上探測目標物，藉以提昇軌向(along-track)的解析度，此探測系統及稱為航空側視雷達(Side-Looking Aperture Radar, 簡稱 SLAR)。SLAR在空載(airborne)的應用上，解析度堪稱可以接受。但在星載(spaceborne)的狀況，為了達到標準的解析度，依理論而言需要數百公尺長的口徑長度，對硬體結構而言是絕對不可能達到的。但依Doppler beam sharpening 理論，利用雷達回波具有不同都卜勒頻率位移(Doppler frequency shifts)的原理，達到提高軌向解析度的目的(Massonnet,1998)。此理論的提出，使雷達探測於衛星上的應用從此不再受限於航高和天線長度的限制，而雷達遙測也從此邁入SAR 的新紀元。航空側視雷達即為一載具以側向斜視的方式，以一角度向地面發射及接收雷達波，SLAR傳播8 mm~1 mm的輻射訊號，並監視其自發射站至目標物、目標物返回發射站的來回時間。如圖3.1所示。其搭載載具以Vs固定的速度及固定行高飛行，並以一固定入射角持續發射雷達波，其架構圖如圖3.2。因此其形成影像的圖像解析度受制於兩個因素:(1)測距

解像力、(2)軌道方向解像力。

1. 測距解像力(Range resolution power)

SLAR 的解像力由兩個分開的系統決定，而測距解像力與軌道方向解像力之聯合方能決定地面解像力大小。測距解像力 ΔRg 定義為雷達系統所能辨識地表兩點之最小區域，由發射能量脈衝支持續或脈衝長度所決定，理論上是脈衝長度的一半，即：

$$\Delta Rg = \tau c / 2 \cos\theta \quad (10^{-6}\text{sec}) \quad (3-1)$$

其中， c 為光速， τ 為脈衝寬度(pulse duration)， θ 為俯角。一般 τ 都很短，無法發射足夠能量已達到合理的訊雜比(Signal to Noise Ratio, SNR)，故必須用脈波壓縮技術已獲取高解析度和高 SNR 值。

2. 軌道方向解像力(Azimuth resolution power)

由圖 3.2， V_s 表軌道方向， λ 為系統發射的微波波長，軌道方向的解析度 ΔRa 可表為：

$$\Delta Ra = 0.7r\lambda / D \quad (3-2)$$

ΔRa 是以雷達光束所照明的地面狹條之寬度決定，若欲分解地上目標物，則此目標在軌道方向必須具有較地面上光束還大的分隔距離，式(3.1.2)中 r 為斜距長， D 為天線長度， λ 為波長，因此雷達光束的角度寬度與發射能量之波長 λ 長正比，且光束寬度與天線長度成反比。

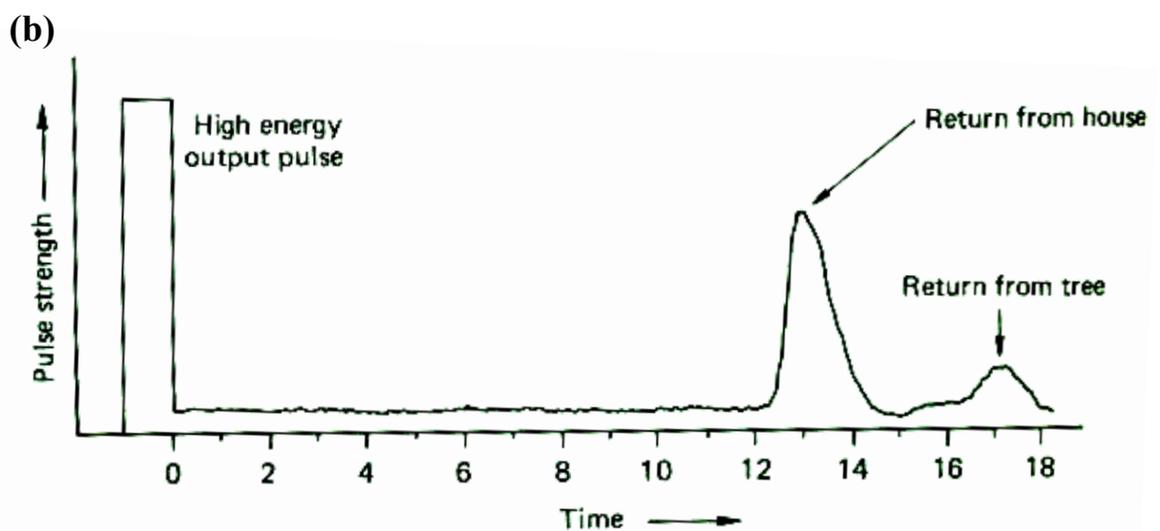
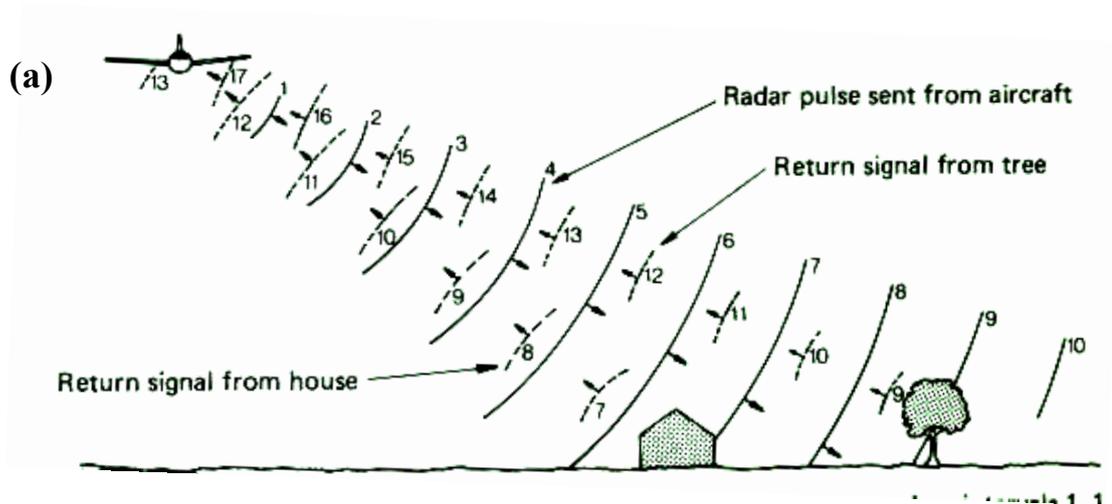


圖 3.1 航空側視雷達原理圖。(a) 說明以一固定入射角持續發射雷達波。
 (b)天線所接收的訊號結果圖。(取自 *Lillesand et al.*, 2004)。

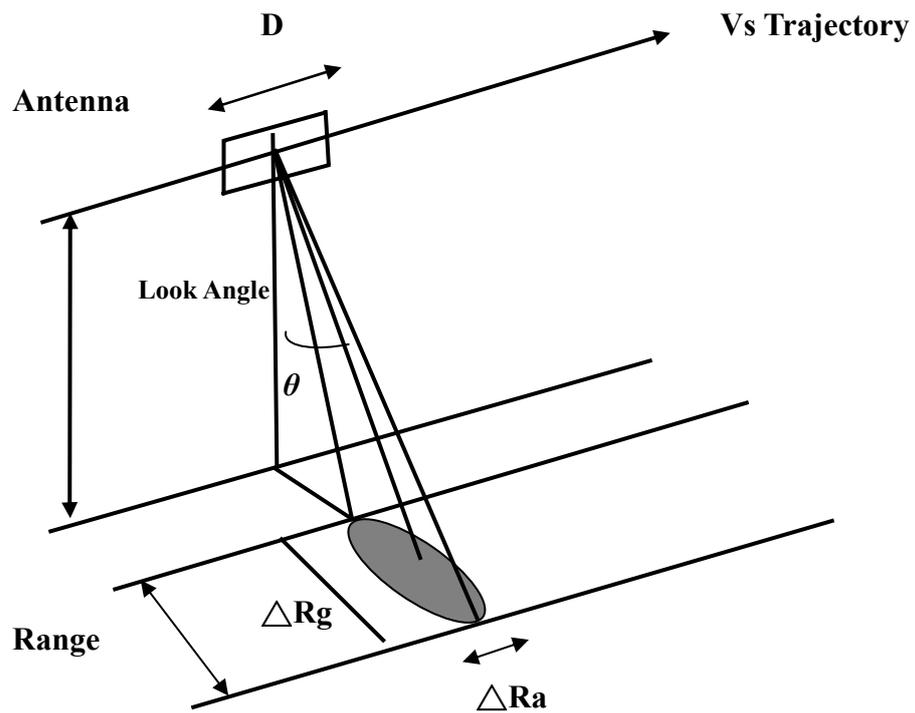


圖 3.2 航空側視雷達(SLAR)架構圖。(修改自 *Lillesand et al.*, 2004)。

3-1-2 合成孔徑雷達 (SAR)

SLAR 之缺點為，因當載具的飛行高固定時，且波長也固定時，若要提高解析度必須要較大的孔徑長度，但在衛星載具平台上是無法攜帶如此龐大的天線在太空中運行，因此合成孔徑雷達(Synthetic Aperture Radar)的發展，其利用合成天線陣列的想法來提高平行飛行方向的解析度，透過安裝在運動平台上的雷達不斷發射脈衝，接收在地面的回波訊號，經訊號處理後就像有一個很大的天線發射和接收訊號一樣，大大提高了雷達在飛行方向的解析度，來改進 SLAR 的缺點。圖 3.3 說明合成天線陣列的想法。假設雷達沿飛行方向前進時，有五個位置均能看到目標物，但由於雷達天線到目標物的距離各不相同，所以目標物的回波將會有不同的相位移。將其分別儲存在不同的記憶體位置，然後再通過一個相位平移器，分別施以反方向的相位平移來彌補原本的相位差，則該目標物的所有回波經

處理後相位趨於一致，不同的目標物將有不同的相位，最後再將輸出結果加總起來。

在平行航向方向上，SAR 已回波延遲時間決定地表目標物與雷達間之斜距長度。在垂直航向方向上，SAR 以脈波發射時間與載具對地表的航速決定目標物之方位坐標，此坐標與斜距坐標所建構之斜距即為 SAR 影像之投影面。

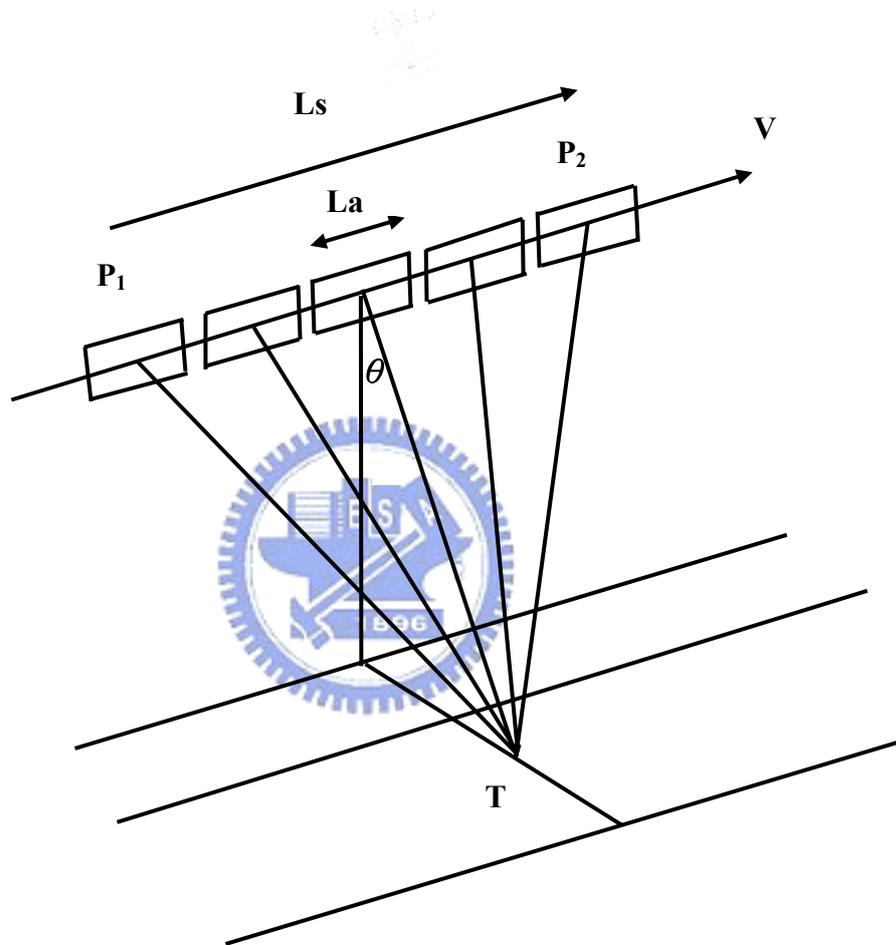


圖 3.3 合成天線陣列示意圖。(修改自黃孟涵，2006)。

3-1-3 影響 SAR 影像成像之因素

1. 偏極模式 (Polarization)

雷達訊號的發射或接收可為不同偏振模式，其有四種模式，分別為 HH、VV、HV 及 VH。此偏振模式代表著發射器沿某一固定平面發射訊號，而僅接收某一固定平面返回的訊號。例如，RADARSAT 偏振模式為 HH，ERS-1/2 則為 VV。

透過偏振模式的運作，可以過濾發射或接受的雷達訊號，使其僅來自固定的平面或方向。例如，C-VV 表示一 C 波段的感測器，發射並接收垂直方向的雷達訊號。一般而言，一個分布方向與偏振模式方向類似的平面，其雷達回波訊號比較弱。舉例來說，垂直的農作物，在 HH 偏振模式的影像中顯得比 VV 偏振模式還要亮。

2. 入射角 (Incidence Angle)

入射角的定義為目標物所在處的垂直方向和雷達光束入射方向的夾角。雷達回波的強弱與雷達波數的入射角亦有極大的關聯。若雷達波束和目標物成直角，其回波的強度比用低入射角來感測為強。當以低入射角感測時，雷達波能量鮮少被反射到雷達的接收器，所以在影像上的色調是暗的。另外，目標物的局部入射角(local incidence angle)也是影響雷達回波強度的主要因素。局部入射角定義為目標物所在的當地地形之垂直方向和雷達光束入射方向的夾角，性質相近的目標物，隨著當地地形的不同，造成相對於感測器的角度方位也不同，故其成像的強度亦會有所差異。

3. 觀測幾何(Viewing Geometry)的影響

地形坡度的差異，會使得雷達訊號的相對入射角不同，造成面對感測器的坡度回波訊號強較強，而背向波之回波較弱。此外，SAR 是一個側視感測成像系統，而影像的獲取是依據回波時間的先後順序而定，所以地形起伏劇烈處，容易產生幾何變形，其坡度和真實地表會有出入。圖 3.4a 即說明側視雷達與地形間的觀測幾何關係，常見的幾何變形主要有以下三種：

(1) 前波縮短(Foreshortening)

當面向坡(foreslope)的坡度小於雷達波束和地面的夾角時($\alpha < \theta$)，即會產生前坡縮短的現象，如圖 3.4b 和圖 3.5 所示。此種幾何變形的原因，是因為雷達波前分別到山頂和山腳的距離很短，而面向坡的回波訊號都在這個短距離內(a'b')成像，使得在影像中的特徵比實際情形(ab)短縮且亮(a'b' < ab)。

(2) 疊置(layover)

面向坡的坡度大於雷達波束和地面的夾角時($\alpha > \theta$)，將產生疊置的現

象。此現象的成因，乃是因為山頂的雷達回波訊號最靠近感測器，造成背向坡 (backslope) 和面向坡的回波訊號在影像上重疊。如圖3.4c，主動疊置(active layover) 區ab，和近距(near range)的被動疊置(passive layover)區b"a，以及遠距(far range)的被動疊置區ab"的回波訊號在影像a'b'上重疊，使得疊置區域特別亮。例如，陡峭的山脊、稜線在影像上為特別亮的弧線，故山區所造成的疊置現象，在影像上極易辨識。

(3) 陰影(Shadow)

當背向坡太過於陡峭使得SAR 的主動式照明無法到達時($\alpha \leq |\theta - 90^\circ|$)，該區的資料即會完全流失，如圖3.4d 所示。不僅主動陰影(active shadow)區(bc)沒有回波訊號，被動陰影(passive shadow)區(cd)在影像上也是漆黑一片。此造成bcd整個地區沒有資料，其反應在影像b'd'上僅有一些雜訊。

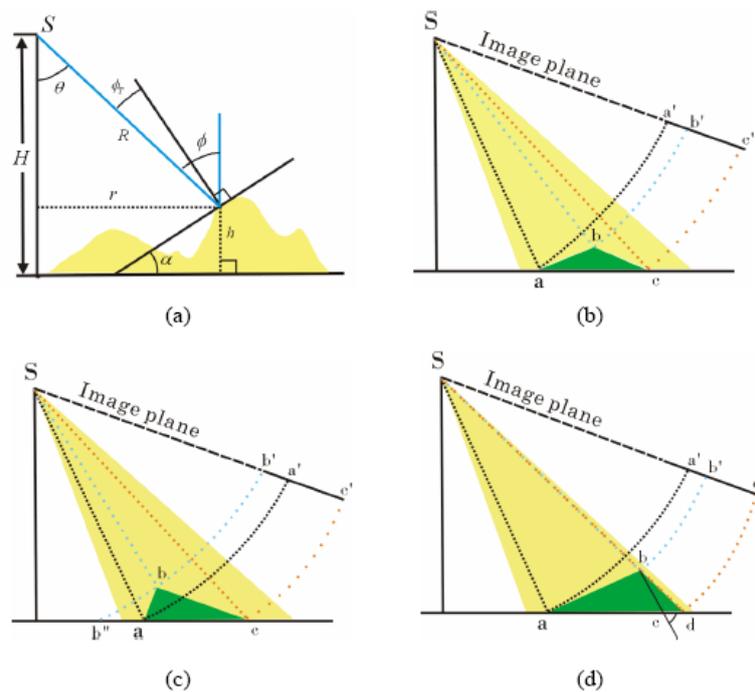


圖3.4 雷達感測器相對於目標物的幾何示意圖(摘自何世紀，2006)。圖 (a) 描述側視雷達與地形間的觀測幾何關係；圖 (b)、(c)、(d) 為幾何變形狀況，說明不同地形對地形abc投影到影像坐標a'b'c'的影響。圖 (b) 為前坡縮短；圖 (c) 為疊置；圖 (d) 為陰影。

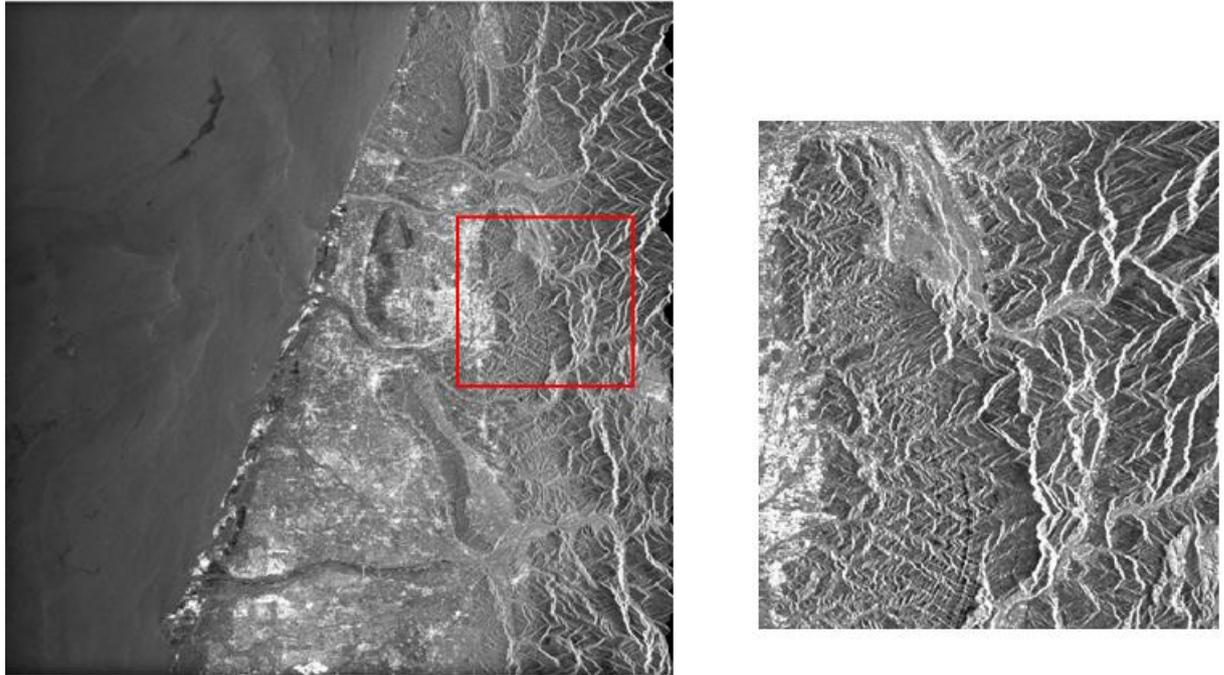


圖3.5 圖為中部ERS-2之 SAR影像。可以發現東邊(右邊)山區較白的區域較短，但是較深色的區域較長，這就是前波縮短的結果，由此可見衛星由台灣東方飛過。

4. 雜訊與斑駁現象(noise and speckle)

由雷達成像的影像，其雜訊比起其他以光學原理成像的影像還多。原因是由於在同一個像元內之不同目標物，它們反射的雷達回波訊號可能因為同相位(in-phase)，而加強該像元的回波強度；也可能因為反相(out-of-phase)而使回波強度相互抵消而減弱。這使得雷達影像常常是粒狀(grainy)或木紋狀，而難以分辨特徵。欲改善這種情形，在後續的分析中，可選用適當的濾波器以突顯影像的特徵，增加其應用價值。

5. 目標物的幾何特徵

地表物的幾何形狀對雷達回波有一定影響，其地表反射物的影響如圖3.6所示。

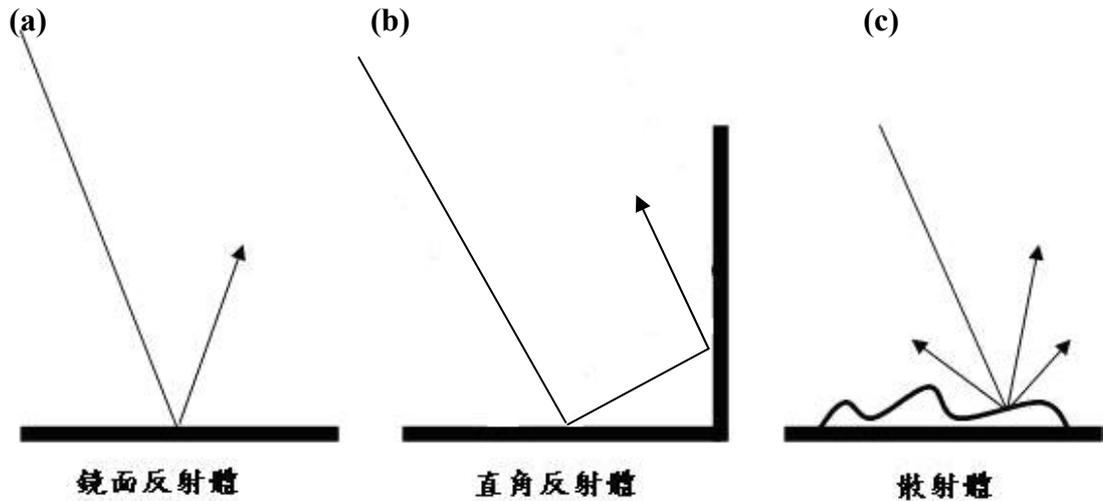


圖3.6 雷達回波對不同地表的反射情況。圖(a)為鏡面反射體，(b)為直角反射體；
(c)為散射體。

(1) 鏡面反射體(specular reflector)

若以海面為例說明，當海面平靜如鏡面平滑時，無法反射原來入射方向的雷達訊號，故感測器無法收到回波訊號。如圖3.6所示。因此當海平面呈現平靜沒有任何擾動時，感測器收不到任何回波訊號，在影像上會看到一片黑的情形，除非因風的作用，造成水波的產生，感測器方能在水面上感測到雷達回波訊號。

(2) 直角反射體(corner reflector)

最強的回波強度來自直角反射體，如圖3.6b所示。直角反射體的反射面是由三各互成直角的平面構成，因此入射的雷達波，會以同樣的角度反射回原來感測器發射波束的方向，使得回波能量增強。通常金屬製的直角反射體，因為其回波訊號較強，在影像上極亮，很容易辨識且可被用來作為地面控制點。

(3) 散射體 (diffuse reflector)

若目標物表面凹凸不平或地勢崎嶇，入射的雷達波碰到目標物後，會向四面八方散射開來，其中部分能量會反射回感測器，回波訊號較為微弱且不均勻。

3-1-4 雷達差分干涉法 (DInSAR)

雷達干涉量測技術(radar interferometry)是利用攝像雷達所獲取之複數資料(complex data)，利用其相位(phase)值來粹取出地表三維資訊。最早被應用於金星與月球表面的觀測及被利用來獲取行星的地表高程數值。

雷達干涉技術，主要是透過兩空間上分開支雷達天線，發射及接收訊號，兩分離之天線之間距離稱為基線(baseline)，有兩種主要雷達干涉產生的類型：

1. 於載台上僅掛一個雷達天線，以重複軌道，非同步觀測，此方式是以單一天線於不同時間之近平行軌跡上所獲取資料對計算干涉圖像。其優點為基線長可以改變，缺點是須取重複軌道，以不同時段之兩影像來處理，但兩不同時段之影像會因不同時間地表物之變遷會造成同調性不佳(incoherence)的現象而有所限制。如圖 3.7 所示。衛星在不同時間分別經過 P_1 和 P_2 位置，其入射角為 θ ，由衛星探測器到目標物的距離分別為 r_1 和 r_2 ， α 為基線與水平軸之夾角。
2. 於一載台上掛著兩個雷達天線，以第一個天線發射訊號，再以兩個天線接收回波訊號。以同步觀測方式進行觀測，但存有固定基線長的缺點在。以此方式獲取影像對較不受地表本身特性影響，但此方式無法運用於不同時間地表位移的監測。如圖 3.8。

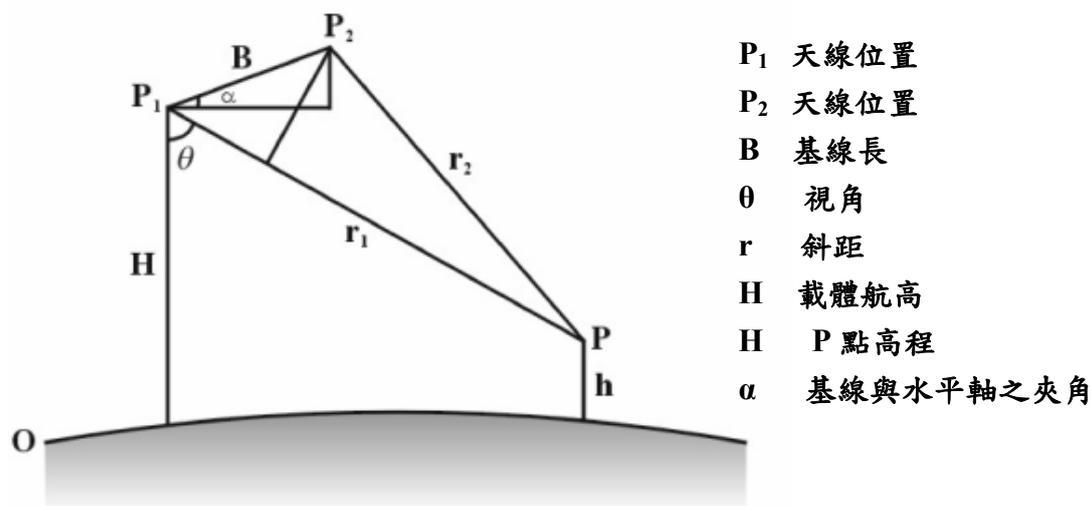


圖 3.7 衛載重複軌跡法之幾何示意圖。(摘自張中白等，2003)。

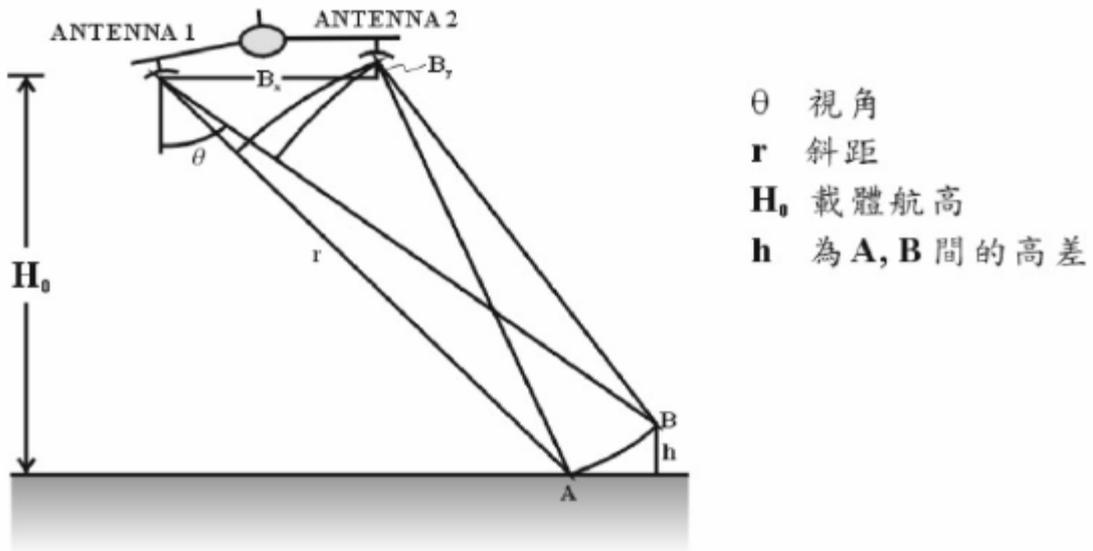


圖 3.8 空載雙天線之幾何示意圖(摘自張中白等，2003)。

由圖 3.7 及圖 3.8 得知 InSAR 的基本概念是把涵蓋同一區域的兩張複數影像進行影像套合，然後可得到兩影像相對應共同點的相位差 ϕ 與高程差的關係。從圖 3.7 可得



$$\phi = \frac{2\pi k}{\lambda}(r_2 - r_1) \quad (3-3)$$

$$h = H - r_1 \cos \theta \quad (3-4)$$

式中k值，如以重複軌跡的方式取得資料時，則k=2，因其發射天線為獨立，因此需考慮往返路徑；若是單載具雙天線的方式以其中一天線發射再以兩天線接收，則k=1。

DInSAR(differential interferometric synthetic sperture radar)，即合成孔徑雷達差分干涉技術，是以重複軌道的方式，於不同時間獲取同一地區的SAR影像，利用兩幅SAR影像進行差分的結果可得到該時段內地表與衛星間距離變化所以起的雷達波相位差，解算相位差後即可得到兩者之間對應距離的變化量。如圖3.9所示。而干涉的過程包含兩張複數影像的精確套合及套合影像中相對應像元的共

軌複數相乘得到相位差值。相同的相位差值會形成干涉圖像中的干涉條紋。若在兩影像獲取的時間段內，發生地表的移動，則干涉圖像中的干涉條紋則主要由地形效應(topographic effects)和地表移動所組成，因此必須加入數值地形來移除地形效應。接著將針對雷達差分干涉過程做說明。如圖3.10所示：以Mont Etna火山說明，紅色為第一次雷達所拍攝之雷達影像，為火山剛噴發時間；於間隔火山噴發後一年，在進行第二次雷達影像拍攝，藍色為第二次雷達所拍攝之雷達影像，將兩張影像進行差分干涉。差分干涉處理完成後，會將得出的雷達波相位變化，賦予彩虹的顏色(相位值為 $-\pi$ 到 π ，對應顏色從紅色到紫色)，即為差分干涉圖。

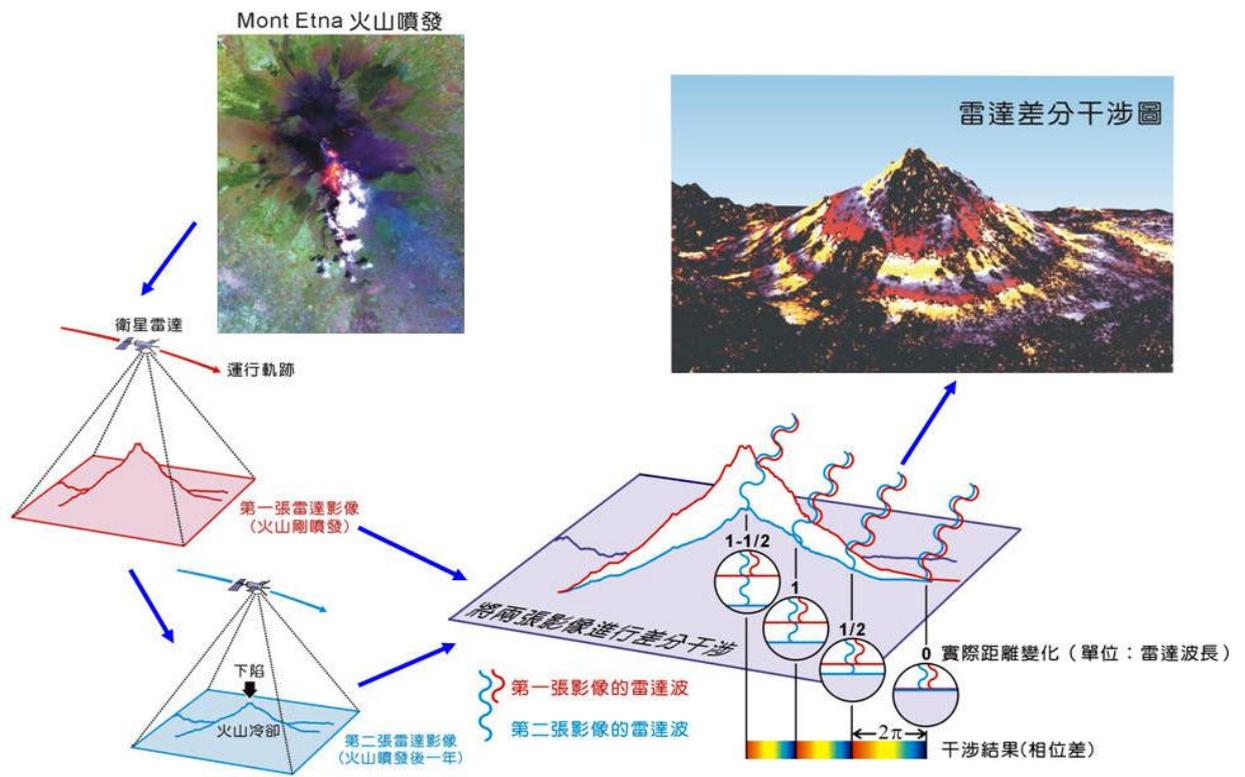


圖3.9 雷達差分干涉技術法示意圖(摘自張中白等，2003)。

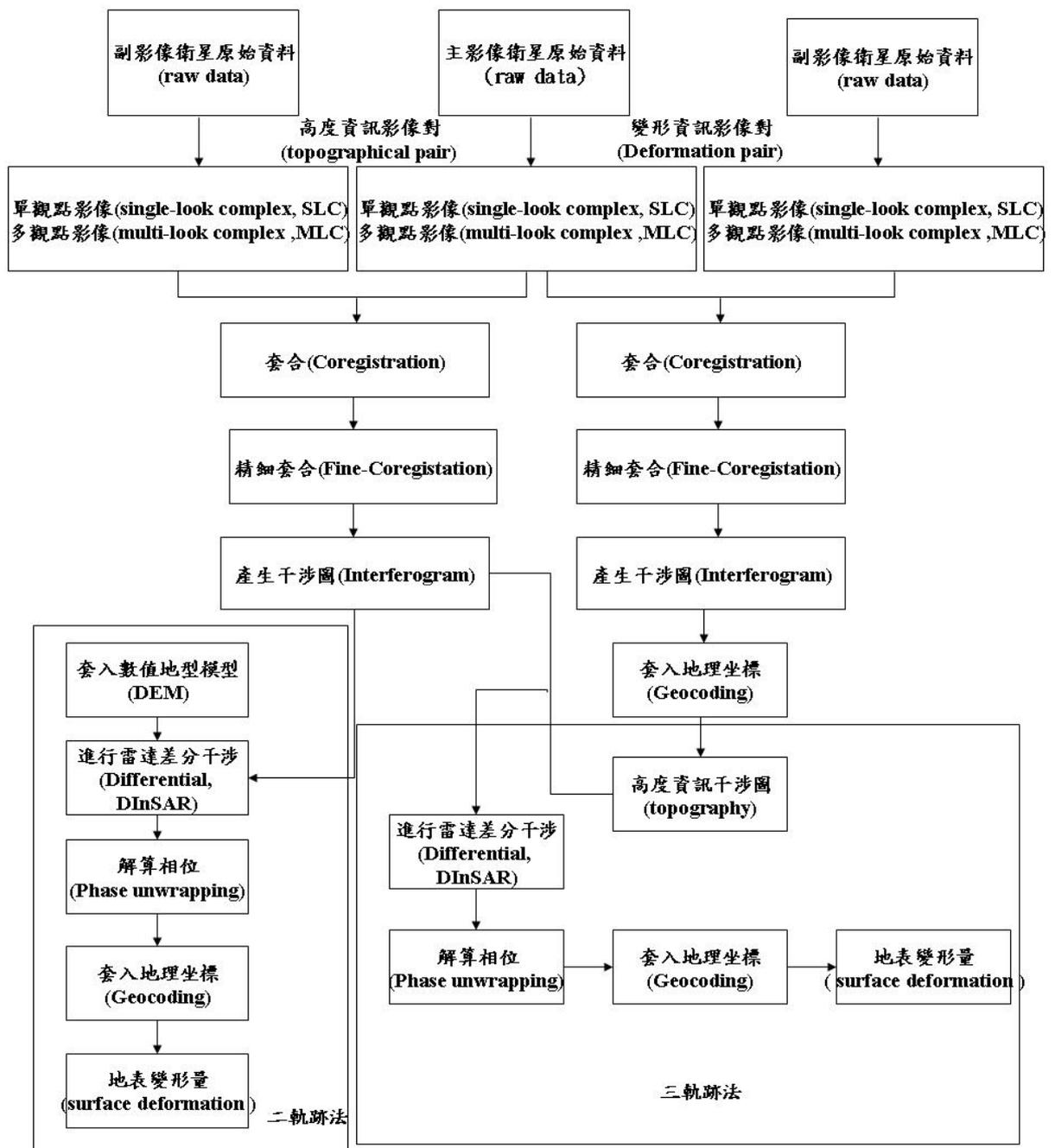


圖 3.10 合成孔徑差分干涉雷達(DInSAR)的流程。

1. 前處理(Pre-processing)

選取研究區域範圍，分別讀入主影像及副影像衛星原始資料(raw data)，經處理後轉換成單觀點影像(single-look complex, SLC)及多觀點影像(multi-look complex, MLC)格式複數資料。利用精密軌道資料讀入都卜勒參數、脈衝持續時

間、斜距長度、像素數目及兼具等相關輔助資料。主要目的在於檢核 SAR 影像是否進行雷達干涉。

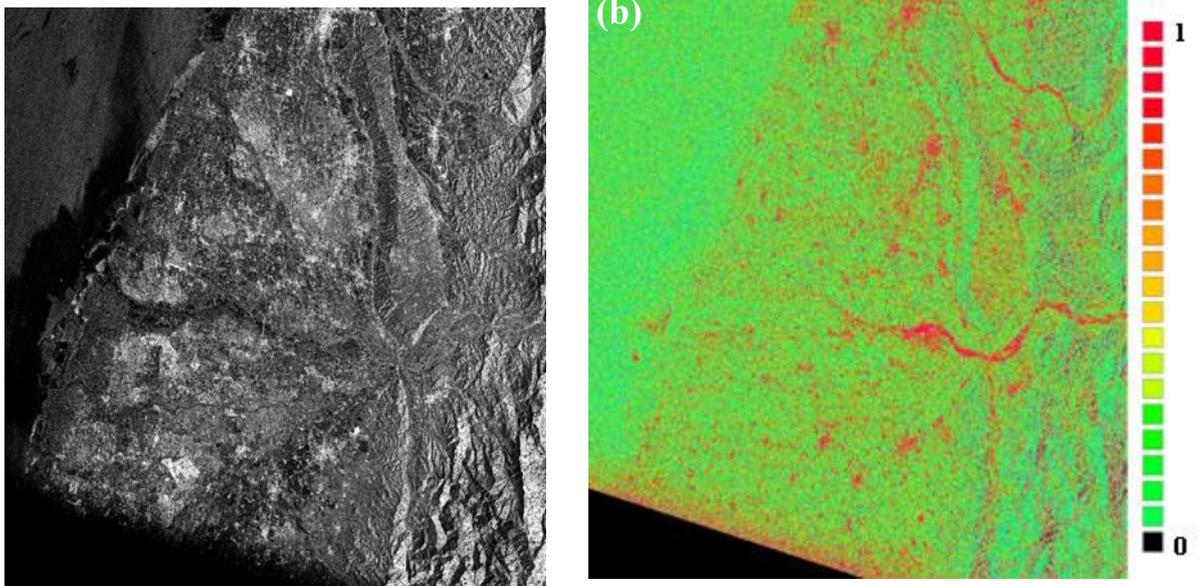
2. 套合(Registration)

SAR 影像對需要非常精確之影像套合，以避免較大相位移，導致無法產生干涉圖。主要有進行主影像與副影像的空間及波譜重疊狀況審視，再針對重疊區的平均分布格網點對副影像重新取樣，最後再進行套合微調與基線微調。套合微調的目的在於利用主影像、副影像間相對應的嵌塊(patch)進行交對比分析(cross-correlation)，使套合誤差小於一個像元；而基線微調的目的在使軌道幾何預測值與實際副影像相關點趨於一致。

3. 產生干涉圖(Interferogram)

首先計算兩影像各像元之相位差，再過濾垂直航向上的基線非相關性及平行航向上波譜重疊狀況，接著計算兩衛星位置至大地水準面上目標點之距離差，然後將該值轉換為相位差，並減去其平行航向方向分量自原 SAR 複數影像對所計算之相位差，來消除因地球曲率所造成之誤差。在產生同調性(coherence)影像中，以同調性係數 γ 來表示，其中(3-5) F_1 和 F_2 分別表示主影像和副影像複數資料，其中 E 表期望值， $*$ 為共軛複數。同調性係數為兩張影像重疊區中，同一地面點位在不同時間的相關性指標，其值介於 0~1 間，同調性係數越大代表經歷兩張影像拍攝的時間差，同一地面點位的雷達回波值越一致，使得後續解算相位(phase unwrapping)的成功機率較大。如圖 3.11(b)中，紅色部分為同調性係數較高部份。但對於植被多的地區由於草木生長快速，一個月的時間就會使地面反射特性變化大，造成較低的同調性係數，因此同調性係數為研究地區是否成功應用 InSAR 的最佳指標。

$$\gamma = \frac{E[F_1 F_2^*]}{(E|F_1|^2 \cdot E|F_2|^2)^{1/2}} \quad (3-5)$$



(a) 中部地區的強度影像。

(b) 中部地區的同調性影像相關指標介於 0~1 之間。愈趨進紅色表相關係數愈趨近於 1，相反的愈趨近黑色為相關係數趨近於 0。

圖 3.11 中部地區強度影像(a)及同調性影像(b)。

4. 相位解算(Phase Unwrapping)

在相位影像中(phase image)，相同的相位差值會形成所謂的雷達干涉圖之干涉條紋(fringes)。然而我們所獲得的相位影像為 wrap 後的影像，所有的地面位移資訊皆被拆解成 0 至 2π ，如兩相鄰之條紋表示 2π 相位差。為計算 SAR 影像上每一個點的高度值或高度變化量，必須先將範圍介於 $-\pi$ 至 π 之間 $\Delta\phi$ 之值換算成實際相位值，及主幅值加上 2π 的倍數，此步驟稱作解算相位，(Bone, 1991; Spagnolini, 1993; Spagnolini, 1995)，即見圖 3.12 所示，即

$$\Delta\phi_m = 2\pi \cdot M + \Delta\phi \quad (3-6)$$

$\Delta\phi_m$ = 實際相位差

$\Delta\phi$ = 相位差

M = 整數值

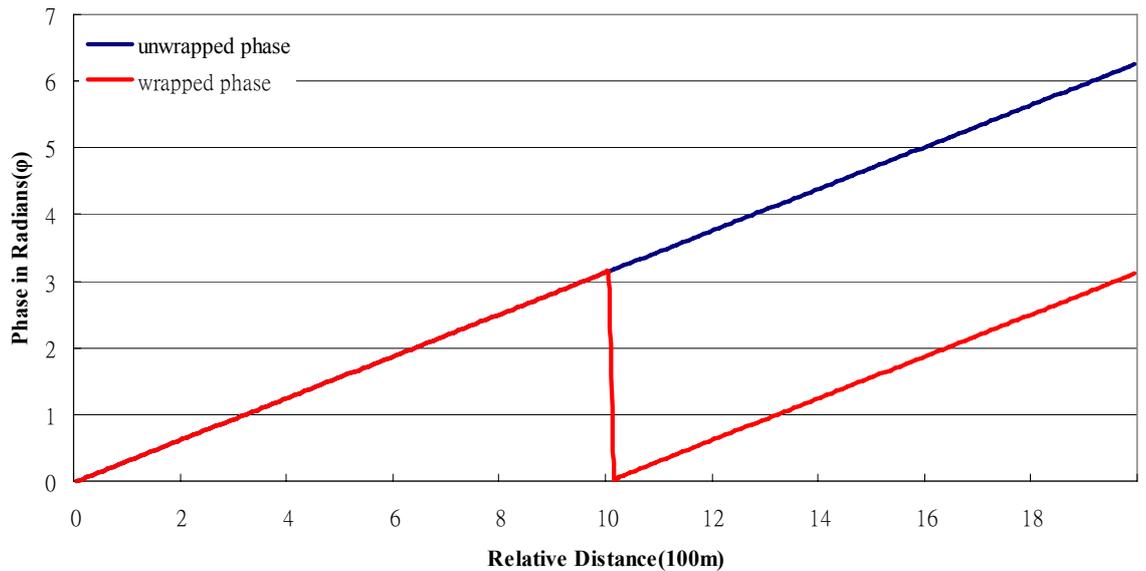


圖 3.12 說明相位解算的情形，紅色線段為未解相位之相位值，藍色線段為以解算相位後之相位值。(修改 Ghiglia et al., 1998)。

5. 二軌跡差分干涉法(two-pass differential interferogram)

二軌跡法是利用同一地區現有的數值高程模型來減去地形效應所產生的干涉影像。然而，這方法有所限制，如果選用的數值高程模型與干涉影像對的取向時間點有大的地表變動，則不能將此變動減去，且該考慮到是否有此研究區域的數值模型，此數值模型精度是否足夠。根據圖3.13雷達成像幾何示意圖所示。由天線 S_1 和 S_2 所獲得的兩張影像形成第一張干涉圖像。在天線 S_1 和 S_2 獲取影像的時間段內，任意點從 P 移動到 P' (P, P', S_1 三點共線)，且假設 S_1 到 P 的距離為 $R_1 = R_2 + dR$ ； S_2 到 P' 的距離為 $R_2 + \delta R$ 。 δR 是在沿著天線與目標物連線 ($\overline{S_2 P'}$) 的方向上因地面移動而產生的位移向量。兩影像經套合後，得到相對應的 Tie Points；根據雷達干涉技術(InSAR)的理論(Gatelli et al., 1994)，量測 S_1 與 S_2 影像上的點 P 、 P' 的相位差 ϕ ，即

$$\phi = \phi_2 - \phi_1 = \frac{4\pi}{\lambda}(R_2 + \delta R_1 - R_1) = \frac{4\pi}{\lambda}(-dR + \delta R) \quad (3-7)$$

式中的 ϕ 是相位還原後的相位差，從圖3.12可得到(Zebker et al., 1994)

移向量，所以我們可以得到因地形效應產生的相位差

$$\phi' = \phi_3 - \phi_1 = -\frac{4\pi}{\lambda} dR' \quad (3-11)$$

$$dR' \approx B' \sin(\theta - \alpha') \quad (3-12)$$

$$dR' \approx B_{\perp}' \quad (3-13)$$

由(3-9)、(3-10)及(3-13)得到

$$\frac{4\pi}{\lambda} dR \approx -\frac{B_{\perp}}{B_{\perp}'} \phi' \quad (3-14)$$

將(3-14)代入(3-10)得到

$$\delta R \approx \frac{\lambda}{4\pi} \left(\phi - \frac{B_{\perp}}{B_{\perp}'} \phi' \right) \quad (3-15)$$

若 $\frac{B_{\perp}}{B_{\perp}'}$ 可計算得到，則每一點的 δR 就可計算得到。由(3-8)、(3-9)及(3-12)、(3-13)可得

$$\frac{B_{\perp}}{B_{\perp}'} \approx \frac{B \sin(\theta - \alpha)}{B' \sin(\theta - \alpha')} \quad (3-16)$$

(3-16)是視角 θ 函數， θ 取決於每一點的成像幾何與地形。若要直接使用(3-15)、(3-16)，便要從第二對干涉圖像中產生地貌圖或從其它來源取得此地區的數值高程模型資料。

6.三軌跡差分干涉法(three-pass differential interferogram)

此方法假設在第一張影像和第二張影像拍攝間隔期間，沒有地表移位的情況產生，由第一張和第二張影像所產生的第一張干涉圖可代表實驗地區的地形。而

地表的變動假設發生於第二次與第三次攝像間，此時由這兩張影像所構成的第二張干涉圖，其干涉條紋則存在有地形效應及地表移位資訊。將第二張干涉相位減去第一張相位資訊，即可計算出地表變化量的相位資訊，進而換算成變形量，此方法為三軌跡差分干涉法。然而在二軌跡中有提到，需加入數值高程模型來得到地形效應產生的相位差，但此存在某些限制。為了避免這些問題，Zebker等人(1994)設計了一個間接的方法。此方法是使用一個無地表起伏之平地相位模型，將原本的相位差經地球曲率相位差修正後得到相對於平地模型的地表起伏和地表面移動的相位差資訊。

假設 ϕ_0 及 ϕ_0' 是存在於無地表起伏的平地相位模型中的地球曲率相位差，則

ϕ_0 和 ϕ_0' 可表示為

$$\phi_0 = \frac{4\pi}{\lambda} B \sin(\theta_0 - \alpha) \quad (3-17)$$

$$\phi_0' = \frac{4\pi}{\lambda} B' \sin(\theta_0 - \alpha') \quad (3-18)$$

θ_0 為假設沒有地貌起伏時影像中的視角。

此時，將原本相位差 ϕ 和 ϕ' 分別減去 ϕ_0 和 ϕ_0' ，剩餘的相位差 (ϕ_{rest})，可表示如

(3-19)、(3-20)

$$\phi_{rest} \approx -\frac{4\pi}{\lambda} [B \sin(\theta - \alpha) - B \sin(\theta_0 - \alpha)] + \frac{4\pi}{\lambda} \delta R \quad (3-19)$$

$$\phi_{rest} \approx -\frac{4\pi}{\lambda} [B' \sin(\theta - \alpha') - B' \sin(\theta_0 - \alpha')] \quad (3-20)$$

干涉圖像的相位差經改正後，其干涉條紋包含的相關資訊為：相對於平地相位模型表面的地表起伏及地表面移動。然後再將 $B \sin(\theta - \alpha)$ 寫成 $B \sin(\theta_0 - \alpha + d\theta)$ ，因為對星載SAR而言， $d\theta$ 為很小的角度，所以得到

$$B \sin(\theta - \alpha) \approx B[\sin(\theta_0 - \alpha) + d\theta \cos(\theta_0 - \alpha)] \quad (3-21)$$

依此方法可得到(3-22)

$$B' \sin(\theta - \alpha') \approx B'[\sin(\theta_0 - \alpha') + d\theta \cos(\theta_0 - \alpha')] \quad (3-22)$$

將(3-21)、(3-22)代入(3-19)、(3-20)得到(3-23)、(3-24)

$$\phi_{rest} \approx -\frac{4\pi}{\lambda} [d\theta \cdot B \cos(\theta_0 - \alpha)] + \frac{4\pi}{\lambda} - \delta R \quad (3-23)$$

$$\phi_{rest} \approx -\frac{4\pi}{\lambda} [d\theta \cdot B' \cos(\theta_0 - \alpha')] \quad (3-24)$$

令

$$B_{\perp} \approx B \cos(\theta_0 - \alpha) \quad (3-25)$$

$$B'_{\perp} \approx B' \cos(\theta_0 - \alpha') \quad (3-26)$$

從(3-23)~(3-26)得到(3-27)

$$\delta R \approx \frac{\lambda}{4\pi} \left(\phi_{rest} - \frac{B_{\perp}}{B'_{\perp}} \phi_{rest}' \right) \quad (3-27)$$

(3-27)可直接計算由地表面移動產生的 δR ，而不需要很精確的 θ 。

由圖3.7及圖3.13可知 $h=H-R_1 \cos \theta$ ， H 為感應器高度而 h 為p點高程。雷達的干涉圖像中的相位差是由地形效應(地表起伏)和地表移動造成(當兩影像獲取過程中，地表有發生移動，如地震)，我們可量測這些相位差且比較因兩者變化

而產生的相位差變化。而 $dh = R_1 \sin \theta d\theta$ 且由(3-7)、(3-8)可得 $d\theta$ 對 ϕ 之影響量 $d\phi$

$$d\phi \approx -\frac{4\pi}{\lambda} B \cos(\theta - \alpha) d\theta \quad (3-28)$$

及

$$\frac{d\phi}{dh} \approx \frac{-4\pi B \cos(\theta - \alpha)}{\lambda R_1 \sin \theta} = \frac{4\pi}{\lambda} \times \frac{-B \cos(\theta - \alpha)}{R_1 \sin \theta} \quad (3-29)$$

且由(3-7)可得 $d(\delta R)$ 對 ϕ 之影響量 $d\phi$

$$\frac{d\phi}{d(\delta R)} = \frac{4\pi}{\lambda} \quad (3-30)$$

對星載SAR而言，通常 $R_1 \gg B$ 且 $R_1 \sin \theta \gg B \cos(\theta - \alpha)$ ，所以從(3-29)、(3-30)知道地面移動 δR 產生的相位差變化比地表起伏 dh 產生的相位差變化大；也就是說此系統量測地面變動的相位差比地表起伏的相位差靈敏。例如以基線長220公尺為例，令 $dh = 1m$ 且 $d(\delta R) = 1m$ 由(3-29)可得地表起伏 $dh = 1m$ 對 ϕ 之影響為 $d\phi \approx (-4\pi \times 220) \times 1 / (0.057 \times 785000 \times \sin 23^\circ) \approx -9^\circ$

而由(3-27)可得地面移動 $d(\delta R) = 1m$ 對 ϕ 之影響量為 $d\phi = -4\pi \times 1 / \lambda = 12631^\circ$

因此可以得知地表起伏1公尺約產生 -9° 相位差變化，而地面移動1公尺則約產生 12631° 的相位差變化。因此，當星載雷達InSAR技術被用來製作DEM時，若精度可達公尺級；在偵測位移量的精度便可達公分或釐米級 (Zebker et al., 1994b)。

3-1-5 雷達差分干涉之誤差來源

在雷達差分干涉技術裡，由於相位量測值的誤差會使干涉圖像中的相位差產生誤差，導致所求的DEM或位移圖發生錯誤，因此，本研究將誤差來源歸納為六點並分述如下：

1. 地表物特徵：在SAR影像中，地表有植被的區域對雷達波較易產生散射，因而造成此區域影像之同調性降低，無法產生影像，且地表物會因時間變化而變化，因此同一地點不同影像，會因地表特徵不同而有誤差。而在乾燥地區如沙漠，由於地表無植被，兩張影像攝像期間間隔就算再長地表地貌並無甚大改變，亦即訊號對比值夠高，故在無植被的區域，長的重複週期是可以被接受的。

2. 大氣效應：大氣中的粒子對雷達波有某些程度的散射，因此同樣地對成像的精度也會有影響。訊號從感應器傳播到目標物經過不同的大氣環境（如電離層、對流層... 等），都會因大氣效應造成訊號延遲，造成相位量測值的誤差。由於不同環境所造成的延遲效應不同，所以這種誤差很難模擬。 Zebker et al. (1997) 曾經提出大氣效應（Atmospheric Effects）對相位量測值之影響，主要的影響量包括：大氣壓力變化及溼度變化；並探討大氣壓力變化與溼度變化對SIR-C/X-SAR的三種波段之相位延遲，如圖3.14。很明顯地，溼度變化對相位延遲之影響量遠比大氣壓力變化造成之影響量大；而且波長越短的波段，其相位

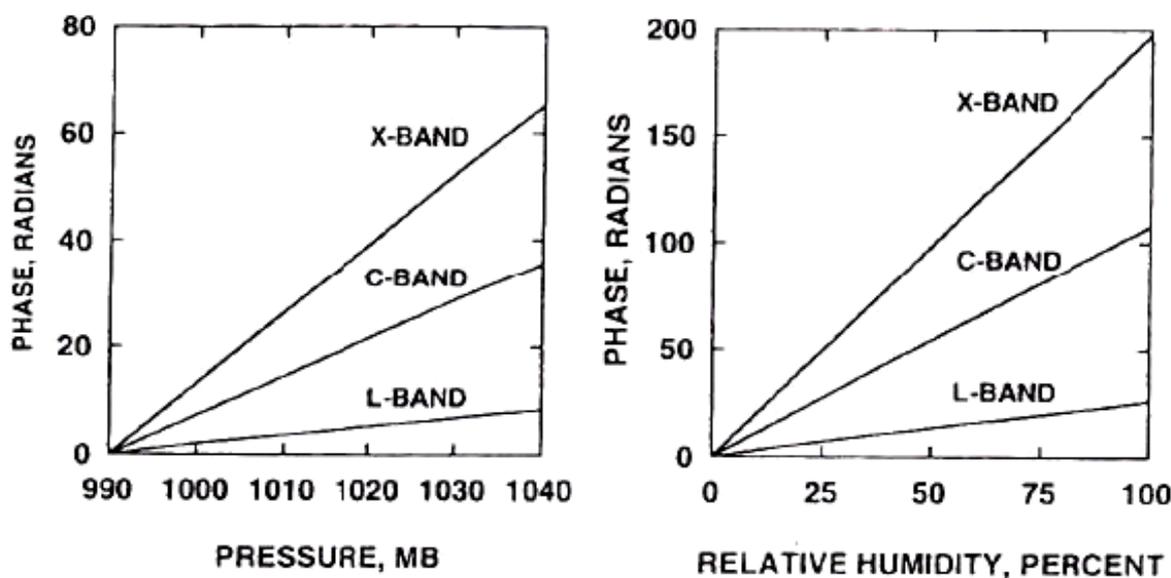


圖3.14 在SIR-C/X-SAR三種波段L（波長24 cm）、C（波長5.7 cm）、X（3.1 cm）中，大氣壓力、相對溼度與相位延遲量之關係圖（Zebker et al., 1997）。

(3-31)、(3-32) 分別為相位延遲對位移模式及三軌跡法造成斜距位移量之誤差 (Zebker et al.,1997) :

$$\sigma_{\text{DR}} = \frac{\lambda}{4\pi} \sigma_{\phi} \quad (\text{二軌跡法}) \quad (3-31)$$

$$\sigma_{\text{DR}} = \frac{\lambda}{4\pi} \sqrt{1 - \frac{B_{\parallel}}{B_{\parallel}'} + \frac{B_{\parallel}^2}{B_{\parallel}'^2}} \sigma_{\phi} \quad (\text{三軌跡法}) \quad (3-32)$$

假設 $B_{\parallel} = B_{\parallel}'$ ，則相位延遲對三軌跡法造成斜距位移量之誤差是位移模式的 $\sqrt{2}$ 倍；以圖3.14之L波段且相對溼度20%為例，相位延遲對二軌跡法及三軌跡法分別造成斜距位移量約10 cm及14 cm之誤差，如圖3.15。

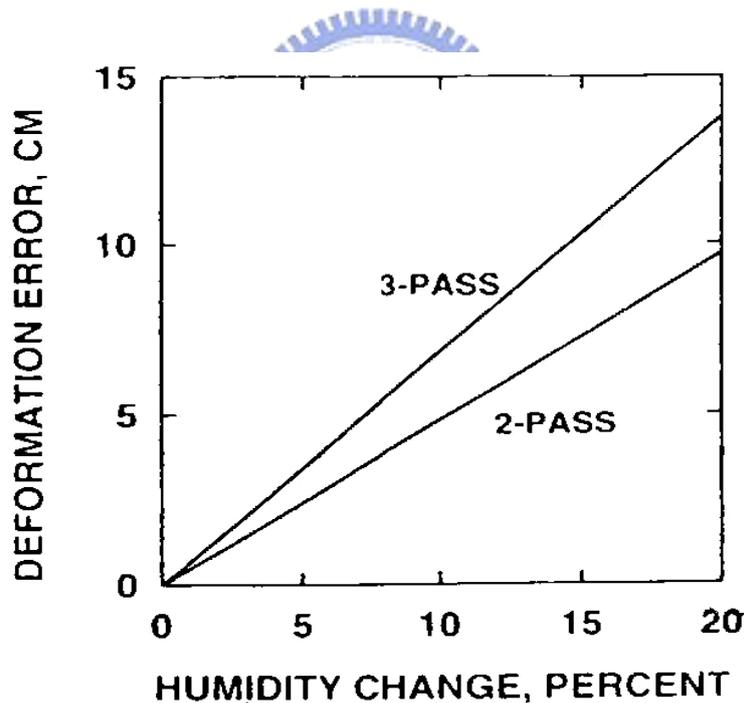


圖3.15 L波段在相對溼度20%時，相位延遲對位移模式及三軌跡法所產生之斜距位移量誤差圖 (Zebker et al.,1997)。

而Fujiwara et al. (1998) 實驗結果顯示部分地區的干涉圖像中的相位差與地表位移向量無關，而是因為兩地有不同的大氣延遲使相位量測值有誤差，造成相位差的誤差。這裡的大氣效應通常是指水蒸氣的影響。

3. 同調性 (coherence) 誤差 (Zebker and Villasenor 1992; 廖子毅, 1997) :
干涉圖像的品質是以同調性係數 r 來表示。 r 值越大, 代表地物與地貌變化小, 干涉圖像的品質越佳。而熱效應、基線太長、地表面目標變化...等因素, 都會增加多餘的雜訊。這些雜訊都會造成同調性誤差而造成相位量測誤差, 進而降低干涉圖像的品質。雷達波在發射、接收及處理中, 都會有同調性的損失, 假設兩天線接收的回波訊號分別為 S_1 、 S_2 , 則依據同調性的損失理論可得:

$$r_{total} = r_{thermal} \cdot r_{spatial} \cdot r_{temporal} \quad (3-33)$$

其中 $r_{thermal}$ 是受熱效應影響之同調性、 $r_{spatial}$ 是受空間基線非相關性影響之同調性和 $r_{temporal}$ 是時間非相關性影響之同調性。 r_{total} 是全部之同調性, 等於三個同調性的乘積。各項定義如下:

(1) 假設 c 是兩回波訊號 S_1 、 S_2 中共同的部份, 且將熱效應產生的雜訊表示成 n_1 、 n_2 , 因此回波訊號 S_1 、 S_2 可表示成

$$S_1 = c + n_1 \quad (3-34)$$

$$S_2 = c + n_2 \quad (3-35)$$

若 c 與 n 獨立不相關, 則其同調性可定義為

$$r_{thermal} = \frac{|c|^2}{|c|^2 + |n|^2} \quad (3-36)$$

在此, 熱效應產生的訊雜比 $SNR = \frac{|c|^2}{|n|^2}$, 所以可得到

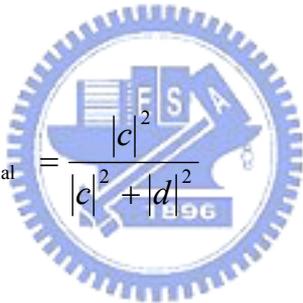
$$r_{thermal} = \frac{1}{1 + SNR^{-1}} \quad (3-37)$$

(2) 若是回波訊號中尚有其餘的誤差，例如由空間基線的非相關性所引起的誤差。因為空間基線太長會增加多餘的雜訊。若d表示熱雜訊以外的不相關雜訊，則回波訊號可表示為

$$S_1 = c + n_1 + d_1 \quad (3-38)$$

$$S_2 = c + n_2 + d_2 \quad (3-39)$$

在無窮大的訊號雜訊比之下，忽略 n_1 、 n_2 則可以計算

$$r_{spatial} = \frac{|c|^2}{|c|^2 + |d|^2} \quad (3-40)$$


(3) 地表面目標隨時間變化引起的非相關性，可以表示如下

$$r_{temporal} = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2 (\sigma_y^2 \sin^2 \theta + \sigma_z^2 \cos^2 \theta)\right] \quad (3-41)$$

σ_y 與 σ_z 分別為水平方向與高度方向的地面位移均方根值， θ 為成像幾何的視角， λ 為波長。

4. 基線長誤差：在雷達差分干涉法裡，基線估值是很重要的，若其不夠精確則會引起干涉圖像中相位差之錯誤 (Zebker et al., 1994)。本研究採用二軌跡法，其需要兩張不同時期的影像，此兩張影像之衛星並非於同一位置，因此產生基線差，此基線差則會對干涉結果產生附加的高程誤差。

5. 數值高程模型誤差與干涉圖像套合產生的誤差 (Zebker et al., 1997) : 如前所述, 二軌跡法中需加入同地區之DEM資料, 所以DEM資料的誤差、DEM與干涉圖像套合產生的誤差, 都會造成相位差而產生錯誤, 導致干涉結果準確性的降低。
6. 影像套合的精確度與多觀點平均 (Multi-Looks Average) : 在兩張SAR影像做干涉時, 會因兩影像套合不精確而造成干涉圖像中的相位差產生誤差; 多觀點平均可減少斑駁 (Speckle) 現象的影響, 且可藉由觀點數 (the number of looks) 增加來減少相位量測值的雜訊, 但如此一來也會失去一些相位資訊。此外, 多觀點平均會減少空間解析力, 但是能改善訊號的品質 (Zebker et al., 1994) 。

3-1-6 資料取得與使用軟體

本研究主要以歐洲太空總署(European Space Agency, ESA)所發射之衛星ERS-2 所攝取的台灣中南部雷達影像進行相關研究。本研究重點為以雷達差分干涉技術(DInDAR)進行雲林地區地層下陷的估計, 配合法國太空總署(CNES)所研發 Diapasion 軟體進行處理。

ERS-2 衛星為一資源衛星, 為太陽同步衛星, 飛行高度約為 785 公里, 軌道傾斜角約為 98.5° , 以每 35 天為週期通過同一地點, ERS-2 上 SAR 系統是以 23 度入射角協是地面物攝取雷達波資料, 其衛星籌載波段為 C 波段, 波長為 5.6 公分, 可提供到目標物或目標物下的資訊, 因此可有效監測地表變形。

圖 3.16 為 ERS-1/2 於台灣地區之軌道區域編號, 本研究所使用影像範圍為 track:232、frame:3123, 此區域為台灣中南部區域。本研究擷取 1996 到 1999 年 9 月 21 日前的影像, 所使用 40m 解析度的 DEM; 選取影像基線條件為垂直基線長小於 100 公尺, 兩個分量的基線長代表干涉影像對空間上的一致性, 表 3.2 中基線長之正負值表示主副影像之相對位置。在影像對垂直基線選取上, 則是建議將值控制在 100 公尺以內, 其誤差值較小。同時, 也發現, 受測

範圍在平原地區時垂直基線值在 200 公尺則是最大上限，因以台灣而言，通常垂直基線長超過 200 公尺就難以維持良好的一致性，使干涉條紋不明顯且雜亂，基於上述垂直基線長及時間間隔之考慮因素，擷取 4 幅影像對分別列於表 3.2，表中 Date 為影像擷取的時間，分為主影像及副影像；Orbit 為軌道編號、 B_{\perp} 微衛星軌道垂直基線、Days 為主副影像擷取時間間隔(單位：天)。其垂直基線長與時間圖呈現於 3.17。

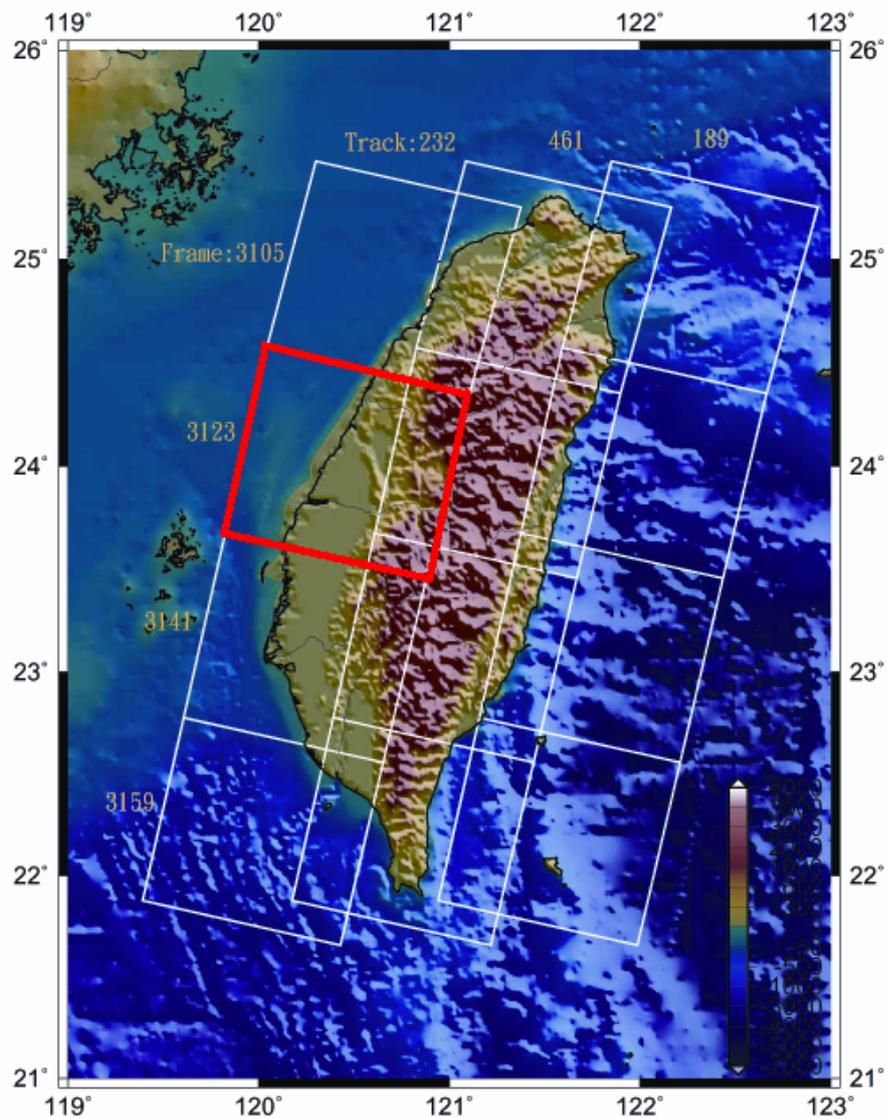


圖 3.16 ERS 衛星軌道圖。本研究區域為 Track:232、Frame:2123，台灣中南部區域。

表 3.2 中部地區(track/frame:232/3123)干涉影像規劃表

Pair	Master image		Slave image		B \perp	Days
	Date	Orbit	Date	Orbit		
A	19970710	11609	19960620	6098	-97	385
B	19970710	11609	19970220	9605	14	140
C	19970710	11690	19970605	11108	-39	35
D	19970710	11609	19980205	14615	-67	-210

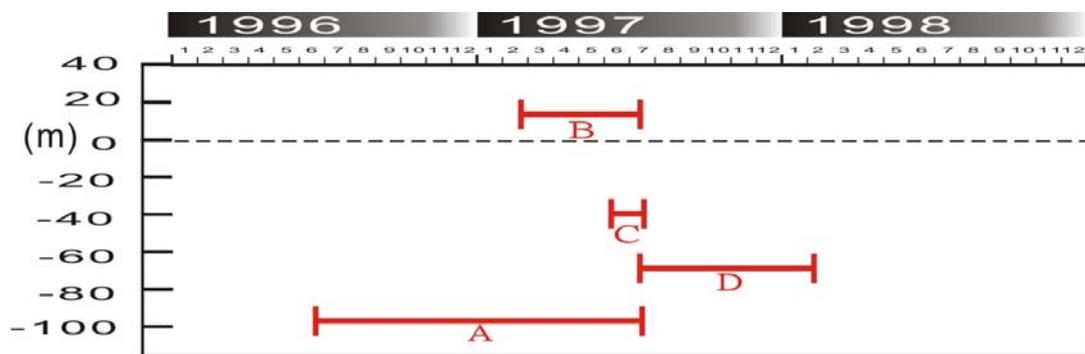


圖 3.17 影像垂直基線長及時間分布圖。橫軸為時間差，縱軸為垂直基線差，單位為公尺。

在影像處理部份，在差分干涉作業中，處理軟體則使用法國太空總署 (CNES)所開發 Diapason 的 v4.1 版。主要功能包括調整及設定雷達影像參數，雷達影像套合、影像差分干涉處理等。其處理流程大致為如下敘述(圖 3.18)：

1. 將主影像及副影像之原始回波資料經由 SAR 處理之子程式，分別處理成主影像及副影像的單觀點複數影像。
2. 將由荷蘭 Delft 大學所提供 ERS 衛星精密軌道資料(Precise Orbit Data)加入程式中以消除軌道所造成之誤差。
3. 將主影像之單觀點影像及副影像之單觀點影像重新取樣套合後，同調干涉處理產生干涉圖。
4. 將涵蓋雷達影像範圍之數值高程模型資料輸入程式中，產生模擬全相位圖像。

5. 套合上步驟之干涉圖與模擬全相位圖。
6. 再次同調干涉處理，去除數值高程模型而來的全相位圖像，得到去除地形效應之差分干涉圖。
7. 進行干涉相位平滑化處理。
8. 干涉圖相位還原。
9. 產生地表位移影像(為衛星斜距方向)並將產品正射化處理。

差分干涉處理完成後，會將得出的雷達波相位變化，賦予彩虹的顏色(相位值為 $-\pi$ 到 π ，對應顏色從紅色到紫色)。而這樣的一幅由彩虹干涉環(雷達波相位變化)所組成的圖形稱為干涉圖。理論上干涉圖中干涉環的數目及其分布形狀，所呈現的就是雷達波入射方向的地表變形。然而諸如雷達波的入射角度、地貌的效應以及衛星軌道的偏差等其他因素，也都會造成雷達回波的相位差而形成干涉環；若要反映真實的地表變形，在處理過程中，這些「雜訊」干涉環必須設法消除才行。產生干涉環之後，我們可從干涉環的分佈，得到地表變形的情況，為了使干涉圖更容易判讀，本研究在此對差分干涉結果再做解相位動作，由於電腦賦予相位 $-\pi\sim\pi$ 即0~2.8公分的表示方法，因此變形量超過2.8公分時，則會再跳回0重新累加，因此解相位即是將第二個0公分作疊加的動作，因此在分析中於干涉圖挑出一參考點(reference point)定義變形量為0，因此解相位後即得該區之相對變形量。在此本研究所使用的解相位軟體為SNAPHU，係由美國Stanford Radar Interferometry Research Group所研發出的解相位軟體(Chen et al., 2002)。

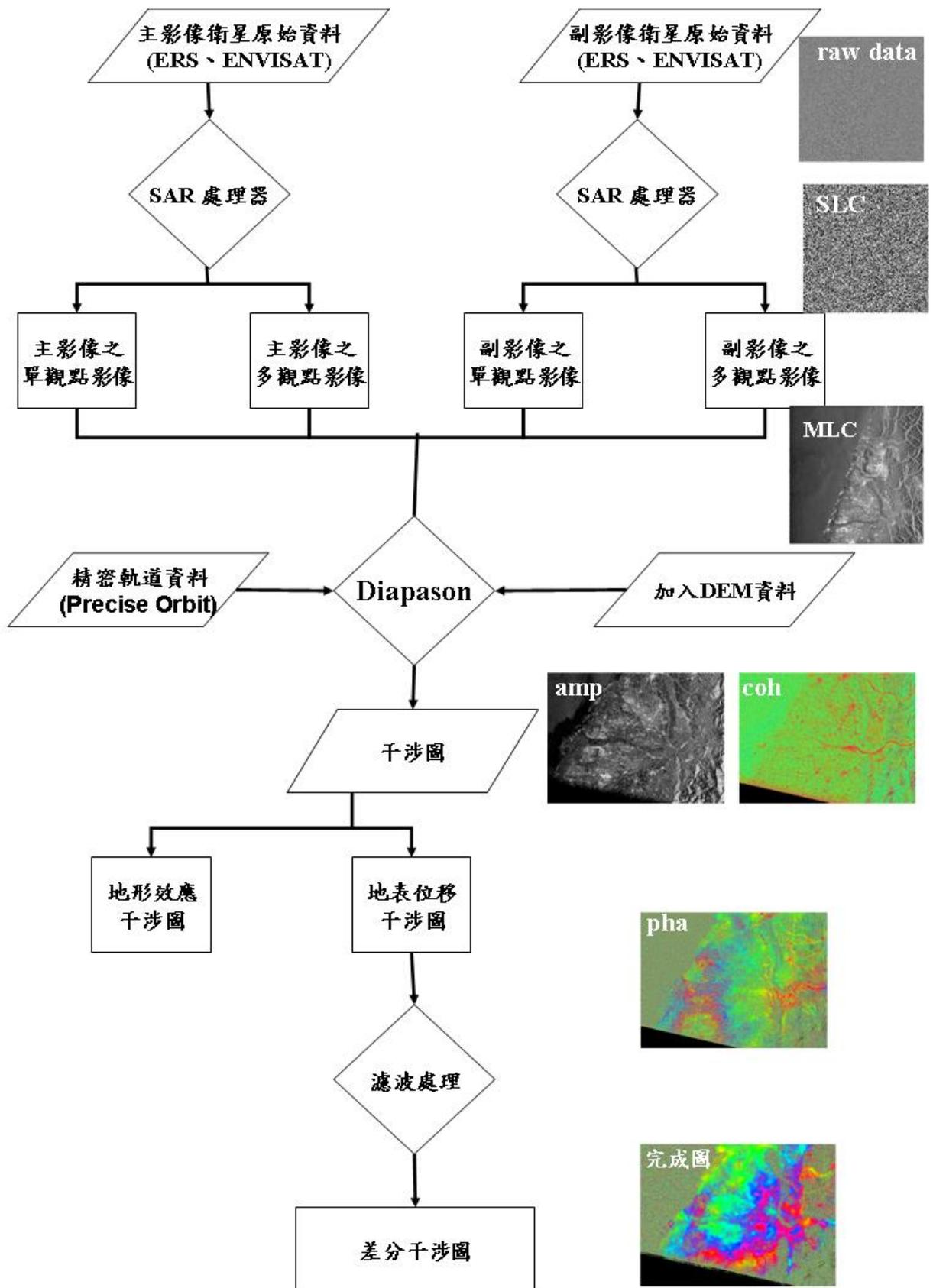


圖 3.18 Diapason V4.1 軟體處理流程。

3-2 永久散射體差分干涉法 (PSInSAR)

3-2-1 永久散射體差分干涉法原理

儘管 DInSAR 技術在地表變形監測上，與其他監測方法相比，具備不可忽視的優勢。然而一般而言只能應用於平原都會地區，而山區及植被較厚的地區，由於地表覆蓋物會隨著時間而變化、及大氣的變動，使得結果的準確度仍有待評估。於是 Ferretti 於 2000 年提出永久散射體(Permanent Scatterers, PS)的概念 (Ferretti et al, 2000)，利用多組影像對干涉成果，辨識出其中高相關性的點位，這些點集定義為永久散射體。分析其相位改變，分別由 DEM 誤差與地表變形的組成比例，以得到長時間地面位移量。結果顯示出即使在干涉圖上沒有明顯干涉條紋的區域，也已經有成功獲得高程變化的實例。如圖 3.19 及圖 3.20 說明。

雷達波的永久散射點的概念即是以雷達影像對地面上的點做檢測，檢測後所選取的挑選出點位，這些點在儲存的雷達影像記錄中具有穩定的雷達波散射特性。在實際狀況中，這些點可能代表了地面建築物與地面對雷達波產生的雙反射效應 (double bounce)、郊外裸露的岩石、高壓電塔的基座等的物體。這些物體由於其表面特性不會輕易改變並且對雷達波的散射反應不會隨著時間改變，因而由這些點取得的訊號可信度遠較其他地區(農田或樹林等隨著時間會有不同變化的地區)為高。這些永久散射點就可以提供訊雜比極高的訊號。當我們取出這些高訊雜比之 PS 點的時間序列後，利用衛星軌道距離(normal baseline)與地形誤差相關的關係，以及在一個特徵尺度範圍內大氣效應應該為一致的假設情況下，則我們可以將對 DInSAR 成果影響最多的兩個因素從觀測資料中剔除，因而達到對於 PS 點的精密觀察。一般來說，在都會地區的 PS 點數量都在每平方公里數十個點以上，而在郊區也多會到達每平方公里內有數個 PS 點，以這樣的資料密度，我們可以將這些資訊對空間上做內插以取得全面性的資料。而這樣的資料密度也遠遠超過 GPS 站在台灣或日本等高 GPS 密度區域的站位密度。

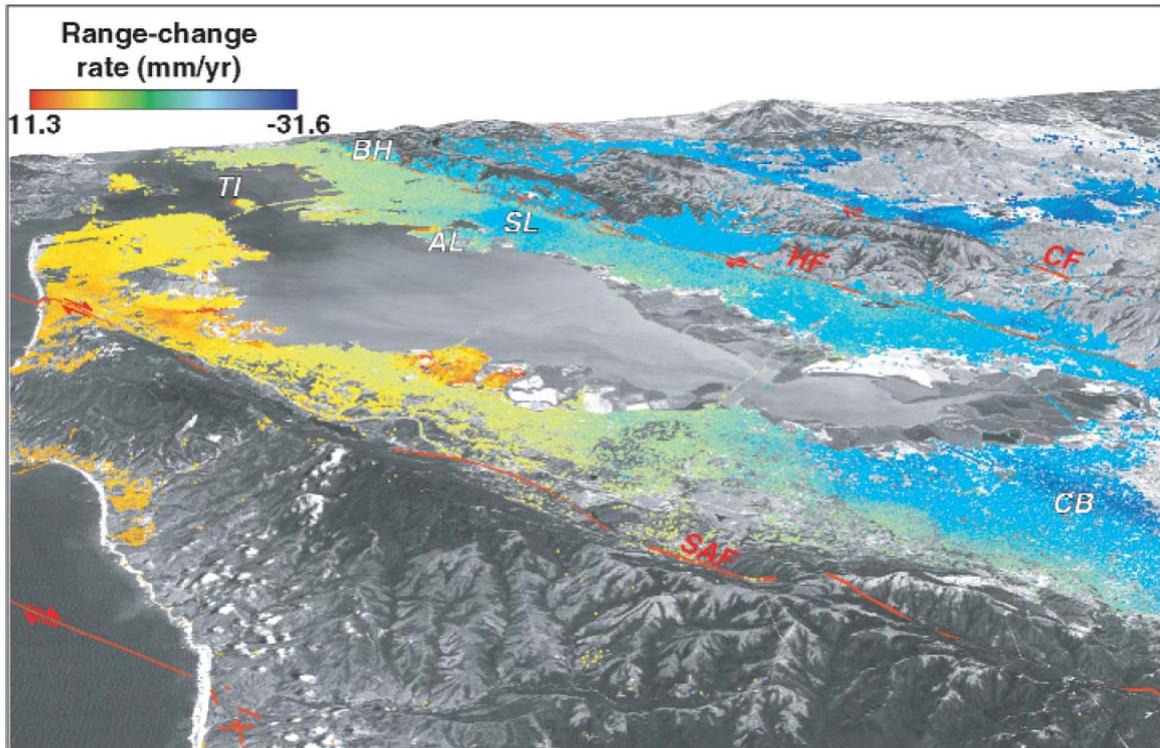


圖 3.19 舊金山灣區 PS 點資料與 LandSat 立體影像(根據 Ferreti et al.,2004)。PS 點的顏色代表沿著 ERS 衛星的斜距變形量。SAF, HF, CF 各表示 San Andreas, Hayward, Calaveras 斷層位置；CB, SL, AL, TI, BH 則為 Cupertino, San Leandro Basins, Alameda, Treasure Island, Berkeley Hills 的相對應位置。

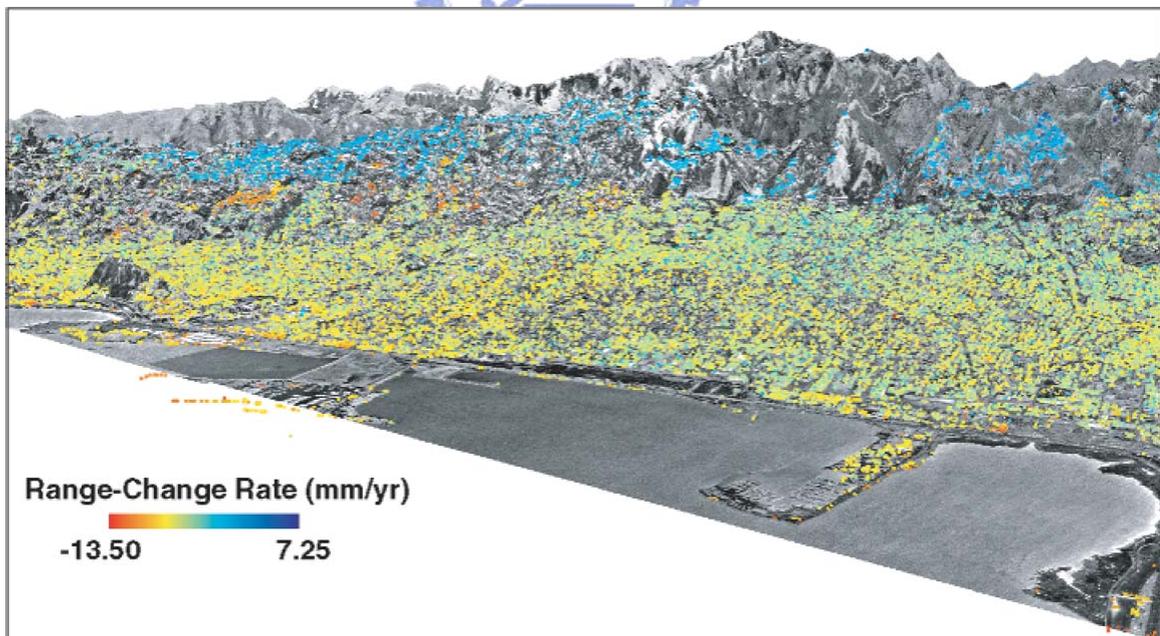


圖 3.20 Berkeley 地區的 PS 斜距變化量(根據 Ferreti et al.,2004)。平原與丘陵中間為隔著 Hayward 斷層。

3-2-2 資料取得與分析方法

在雷達差分干涉技術中，我們有提到針對雷達差分干涉法的處理過程以及其天然因素可能造成的誤差，本研究將誤差歸納為兩大類，分別為時間性誤差(temporal decorrelation)及空間性誤差(spatial decorrelation)。將地表特徵物、大氣效應、基線長誤差、數值高程模型誤差歸類為空間性誤差；而時間性誤差是來自於地表物變化，地表誤會因時間變化而變化，因此同一地點不同影像，而會有誤差產生。利用永久散射干涉處理技術，針對雷達差分技術所造成誤差給予修正，藉此提高測量精度。

而雷達影像進行差分干涉所得到的相位圖，其所包含的資訊並非只有地表位移，尚包含大氣效應、軌道誤差、DEM 誤差。以方程式可簡單表示為：

$$\phi_i = \phi_{def} + \phi_{atm} + \phi_{orb} + \phi_{\varepsilon} + \phi_n \quad (3-41)$$

其中： ϕ_i 為差分干涉處理所獲得之地表相位差資訊

ϕ_{def} 為地表沿衛星斜距方向變化量

ϕ_{atm} 為大氣誤差

ϕ_{orb} 為軌道誤差

ϕ_{ε} 為 DEM 誤差所產生的地形殘差

ϕ_n 為各位置所涵蓋的區域性變化誤差

PS 則為借助多組干涉影像成果，過濾除了 ϕ_{def} 外的其他相位資訊，首先將上面公式依據 PS 點在不同的位置與影像組修正：

$$\phi_{int,x,i} = \phi_{def,x,i} + \phi_{\varepsilon,x,i} + \phi_{atm,x,i} + \phi_{orb,x,i} + \phi_{n,x,i} \quad (3-42)$$

其為各相對於 x 像素、第 i 組差分干涉影像對的各相位差。其中 $\phi_{orb,x,i}$ 部份，由於使用 DEOS 精確軌道(Precise Orbit)資料，可將其忽略不計。另外將相關係數較高的點集定為永久散射點(PS)，則此 PS 點的 $\phi_{n,x,i}$ 在所有差分干涉結果上的影響

小至可以忽略的點集。則最後剩下的地表變形 $\phi_{def,x,i}$ 與 DEM 殘差 $\phi_{\varepsilon,x,i}$ ，其二者皆為線性相關，則可以線性方程求解。

針對 PSInSAR 流程而言，PSInSAR 主要可分為四階段：

1. 影像對選取
2. 影像對選取 PS 點位篩選
3. 相位解算
4. 地表變形量與 DEM 殘差估算。

下面就本研究處理的流程依此四階段分別討論。如圖 3.21 說明。

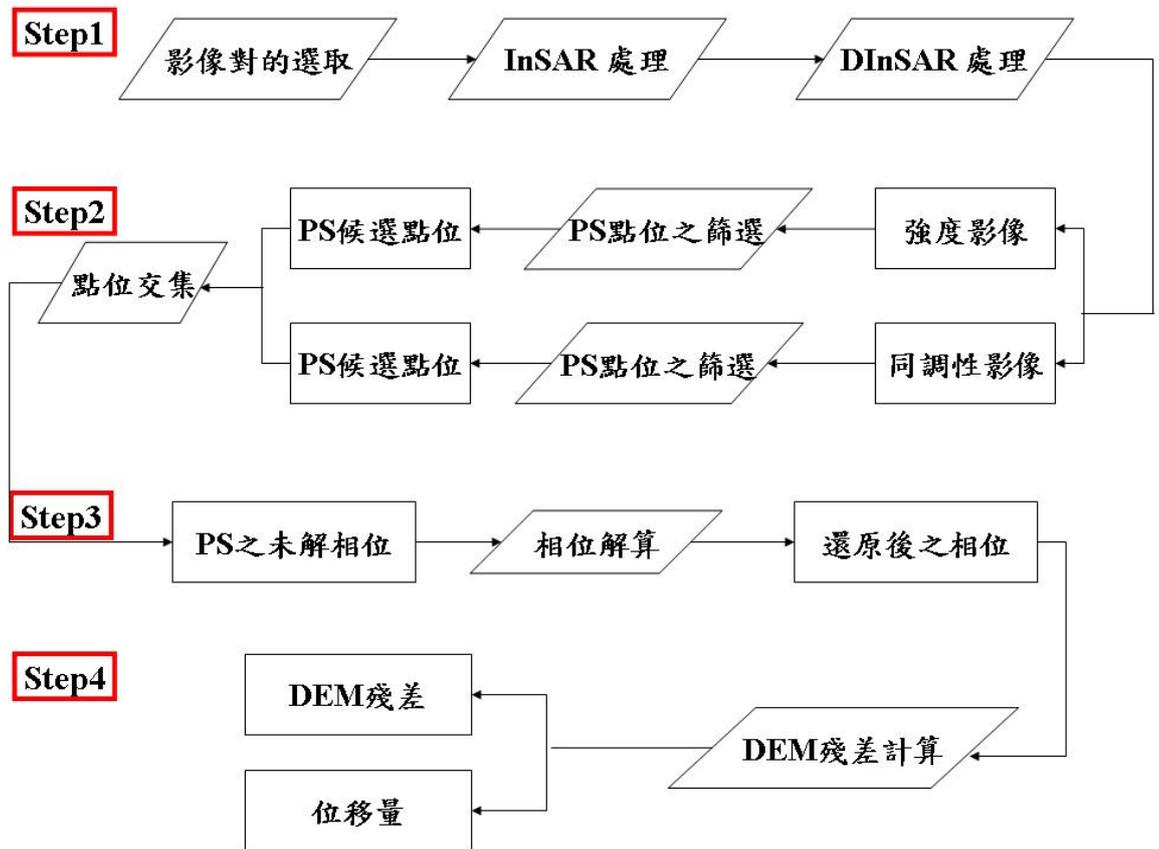


圖 3.21 本文之 PS InSAR 處理流程之四階段。

一、影像對選取

針對影像對選取，我們分為兩種方法來說明。

方法一：

利用永久散射體在雷達影像中提供長期穩定的散射體，我們可以對多組的干涉影像做分析，本研究分析利用 232_3123 中部區域之影像，使用 40 m 解析度之 DEM。此方法是利用選取 1997/07/10 之 SAR 影像為本研究之主影像，與其他組影像進行差分干涉，來產生干涉圖。在永久散射體分析裡，基線長短之取決對成像之精度並非主要影響因素，因此基於需要多量之影像對的考量下，選取影像限制為垂直基線長低於 1000 公尺，影像選取時間為 1996 年 6 月至 1999 年 5 月共 34 張 SAR 影像，因此可產生 33 組影像對(如圖 3.22)。

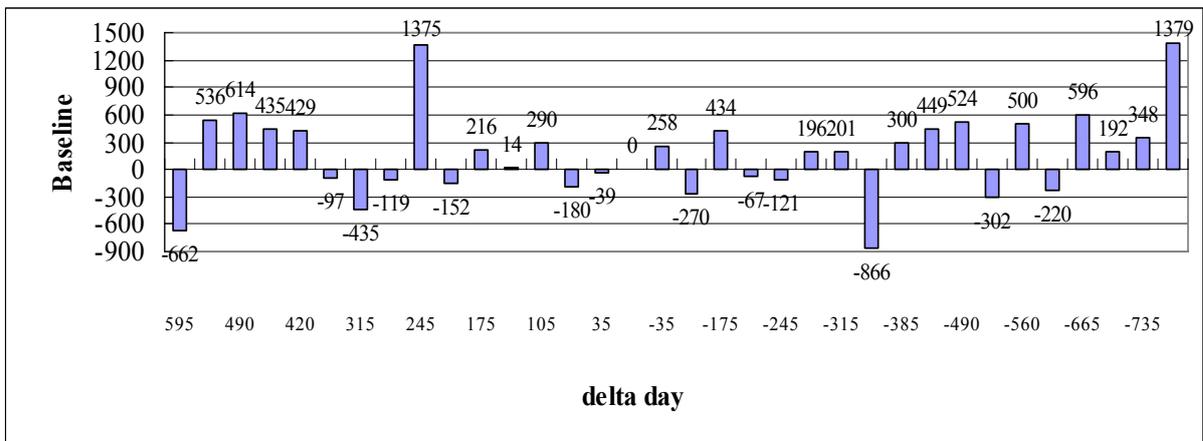


圖 3.22 永久散射體影像對之垂直基線長及時間差分佈圖。橫軸代表主副影像之時間差，縱軸代表主副影像之垂直基線差(單位為公尺)。

方法二：

此次研究所選取的對象，由於無法進行影像輻射校正與相位濾波。根據方法一所使用單一主影像進行 PS InSAR 時會有 PS 點篩選錯誤及相位不佳的狀況出現，其結果誤差也相對較大。本方法之影像處理以短時間差及短垂直基線以取得較佳干涉結果進行 PS InSAR。影像選取時間為 1996 年 3 月至 1999 年 7 月共 14 組影像對(如圖 3.23 所示)、垂直基線最大值在 501、使用 25 m 高解析度之 DEM。

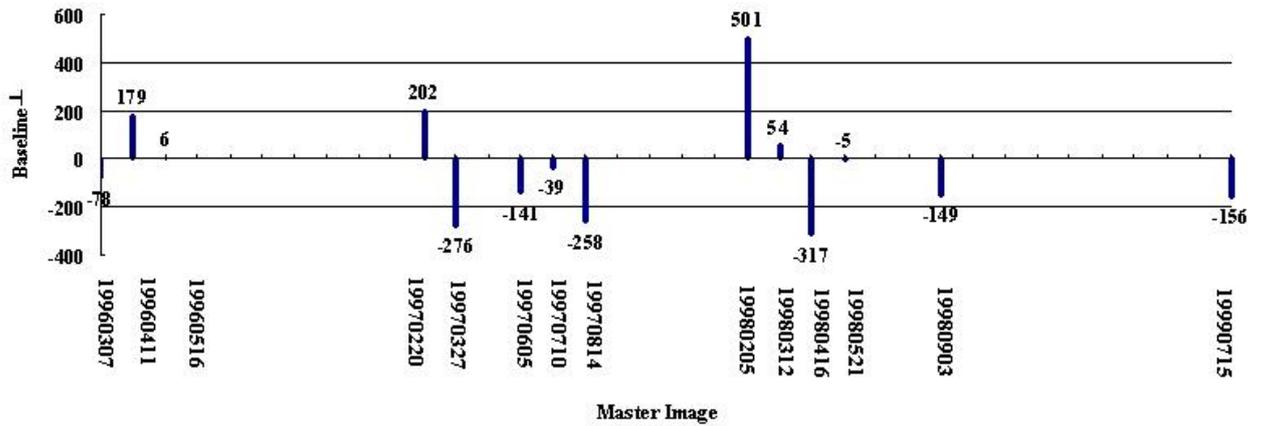


圖 3.23 本文之永久散射體影像對(ERS-2)之垂直基線長及時間差分布圖。

二、PS 點篩選(PS Candidate Selection)

初步篩選 PS 點，需由分析強度影像上各地點強度值的穩定度求得。當 PS 點的複數反射值為 g 時，在不失一般性考量下，令其角度為 0 (亦即 g 為一實數)。再考慮雜訊 n 為一複數圓高斯雜訊 (complex circular Gaussian)，以及實數部 n_R 、虛數部 n_I 與其變異數 σ_n^2 (Just, 1994)。此時強度值 A_x 為一萊斯分佈函數 (Rice Distribution)，即：

$$f_A(x|g, \sigma) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + g^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{xg}{\sigma^2}\right) \quad (3-43)$$

其中 $I_0(z)$ 為修正後貝索函數 (Bessel function)。當低訊雜比 (SNR) 時 ($\frac{g}{\sigma_n} \sim 0$)，萊斯分佈傾向為一瑞利 (Rayleigh) 分佈，其取決於雜訊變異數 σ_n^2 ；高訊雜比 (SNR) 時 ($\frac{g}{\sigma_n} \geq 4$)，則為一高斯分佈，此時 $\sigma_n \ll |g|$ ，則相位消散係數 σ_v (phase dispersion) 可由強度消散係數 D_A (amplitude dispersion) 估算：

$$\sigma_v \approx \frac{\sigma_{n_I}}{g} \approx \frac{\sigma_A}{m_A} \equiv D_A \quad (3-44)$$

其中 m_A 與 σ_A 分別為 A_x 的強度值平均與標準差。當高訊雜比 (SNR) 時，此強度消

散係數 D_A 可以作為相位穩定度的指標，因此 PS 點位的初步篩選可計算不同強度影像中，相同位置的強度消散係數區分，一般定義 $D_A \leq 0.25$ 為 PS 點(Ferretti et al., 1999)。

此一估算方式雖然簡便，但由於我們所關心的僅為高訊雜比(低強度消散係數)地區，此篩選方法不失為簡便且有效的方法。雖然日後 Hooper 提出以估計相位分佈函數的方式過濾 PS 點(Hooper 等, 2004)，但此次進行 PS 篩選先以 Ferretti 方式為主，不再以 Hooper 的方式作進一步的 PS 點過濾。

然而以強度消散係數篩選，前提為影像必須經過輻射校正，由於此次 PS InSAR 結果皆無經輻射校正，除了在強度消散係數臨界值設定更低之外，並且以同調性值篩選之。

干涉相位雜訊的機率分佈可以同調性表示：

$$p(\phi) = \frac{1-\rho^2}{2\pi} \cdot \frac{1}{1-\rho^2 \cos^2 \phi} \left(1 + \frac{\rho \cos \phi \cos^{-1}(-\rho \cos \phi)}{\sqrt{1-\rho^2 \cos^2 \phi}} \right) \quad (3-45)$$

其中 ρ 為影像的同調性， ϕ 為所有影像的相位平均值(Just et al., 1994)。當 ρ 為 0 時，則此分佈函數為一均勻函數，圖 3.24 為 ρ 在不同值時的機率分佈情形。方程式顯示相位 ϕ 分佈僅與 ρ 關聯，另外由於 $\rho = 1/(1+1/SNR)$ ，故相位分佈與訊雜比(SNR)相關。

上述顯示 PS 的高訊雜比(SNR)可由強度影像與同調性影像篩選之，此次 PS InSAR 篩選流程即以此二者進行。

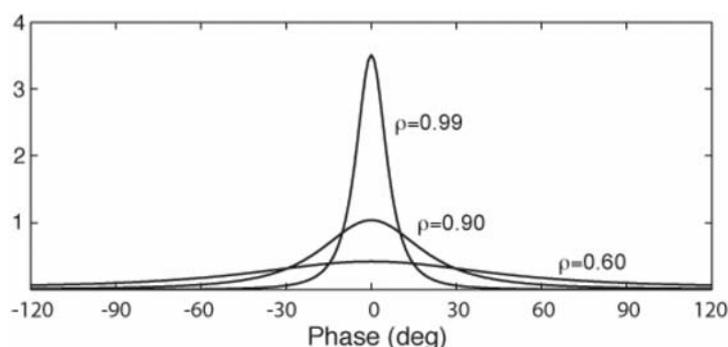


圖 3.24 PS 相位依據不同同調性的機率密度函數(Probability Density Function, PDF) (根據 Zebker, 2006)。

三、相位解算(Unwrap)

當 PS 點位確認之後，便需要進行相位解算以還原原始相位資料，此時相位解算困難為其資料為三維：平面空間與時間。此次相位解算流程先進行平面空間相位解算再進行時間軸的相位解算。

如果大氣效應與其他非線性殘差在篩選 PS 點時完全去除，則空間 unwrap 只與距離、地形殘差相關。地形殘差在相位解算(unwrap)上影響可以方程式表示為：

$$\phi_{\varepsilon_a} - \phi_{\varepsilon_b} = \frac{2\pi \cdot (h_{\varepsilon_a} - h_{\varepsilon_b})}{h_a} = \frac{2\pi \cdot (h_{\varepsilon_a} - h_{\varepsilon_b})}{R_s \lambda \tan \theta_m / 2B_{\perp}} = k \cdot B_{\perp} \cdot (h_{\varepsilon_a} - h_{\varepsilon_b}) \quad (3-46)$$

其中 k 為固定的常數， ϕ_{ε_a} 與 ϕ_{ε_b} 為不同位置的 DEM 殘差在相位的影響， h_{ε_a} 與 h_{ε_b} 為 DEM 在兩 PS 點位與實際高程誤差。圖 3.25 為不同基線長時，DEM 誤差於不同 PS 點所造成的相位誤差。在平原地帶，由於實際地表高程與 DEM 高程的誤差在不同位置相較於丘陵與山區穩定。因此在限制的距離與基線長之下，可降低 $h_{\varepsilon_a} - h_{\varepsilon_b}$ 的差值，則可視高程殘差於空間影響為一均值函數。故空間的相位差則多會小於 π ，此時再進行空間相位解算。

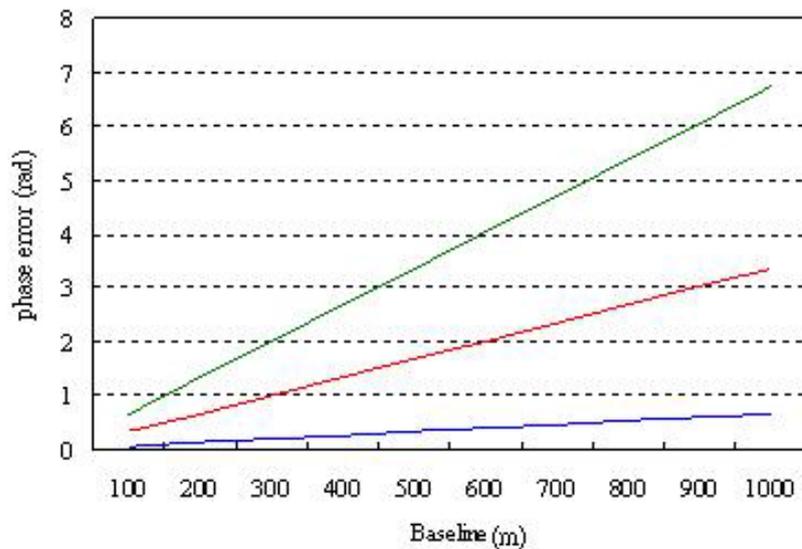


圖 3.25 在 1m,5m,10m DEM 誤差下之基線長與相位差關係圖。縱軸為兩 PS 點位由高程殘差所產生的相位差異，單位為徑度。

在時間相位解算方面，我們所篩選使用的短週期影像對可將干涉後相位差降低至 2π ，因此在此部份便可視為已時間相位解算處理完成，逕行略過。

四、位移量與地形殘差估算

如前述步驟處理無誤，則至此我們得到一組只與地形殘差與地變量成線性相關的解算後相位，其關係如下：

$$\begin{bmatrix} T_1, \dots, T_1, B_1, \dots, B_1 \\ \vdots \\ T_n, \dots, T_n, B_n, \dots, B_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} k_1, \dots, k_m, v_1, \dots, v_m \\ \vdots \\ k_1, \dots, k_m, v_1, \dots, v_m \end{bmatrix} = [p_{i,j}] \quad (3.47)$$

$p_{i,j}$ 為第 i 組、第 j 個 PS 點的相位，在此仍為原始將 $0 \sim 2\pi$ 投影至 $0 \sim 255$ 的 8-bit 數值； T_i 與 B_i 各為第 i 組時間基線、空間垂直基線； k_j 與 v_j 各為第 j 個 PS 點的

DEM 殘差係數與地表位移速度，其中 $k_j = \frac{256 \cdot h_j}{R_s \lambda \tan \theta_m / 2}$ ， h_j 為第 j 個 PS 點的 DEM 殘差，其他為衛星參數， v_j 則為第 j 個 PS 點於單位時間(35 天)內的 8-bit 資料變化量。則至此即可以反矩陣計算出 k_j 與 v_j 兩變數。

在獲得 k_j 與 v_j 之後，則需將其轉換為 h_j 與 V_j 常用的長度單位(cm)：

$$h_j = \frac{k_j R_s \lambda \tan \theta_m}{512}$$

$$V_j = \frac{365 \cdot \lambda}{35 \cdot 256}$$

則得到以公分為單位的 DEM 誤差及年變化量。將 DEM 誤差誤差及年變化量扣除，以為各點的位移量。