

國立交通大學

電子物理系

碩士論文

鋁/氧化鋁/鈮穿隧接點之微分電導之研究

Differential Conductance in Al/AlO_x/Y Tunnel Junctions



研究生：洪舜治

指導教授：林志忠 教授

中華民國九十六年七月

鋁/氧化鋁/鈮穿隧接點之微分電導之研究
Differential Conductance in Al/AlO_x/Y Tunnel Junctions


研 究 生：洪舜治

Student : Shun-Jhih Hong

指 導 教 授：林志忠

Advisor : Juhn-Jong Lin

國 立 交 通 大 學
電 子 物 理 系
碩 士 論 文



A Thesis
Submitted to Department of Electrophysics
College of Science
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master
in
Electrophysics

July 2007

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年七月

鋁/氧化鋁/鈮穿隧接點之微分電導之研究

學生：洪舜治

指導教授：林志忠 教授

國立交通大學電子物理系碩士班

摘 要



Kondo 效應常常可以在稀磁合金中看到，由於稀磁合金中的磁性雜質濃度很小，彼此之間的磁矩不會產生交互作用，但是導電電子卻可以在一定的範圍內與磁性雜質發生散射，使其電阻在低溫時（比如 10~20 K 附近）會隨溫度下降而有 $\log T$ 的上升趨勢。當磁性雜質的濃度更高的時候，磁性雜質間會透過導電電子產生間接的交互作用，我們稱之為 RKKY 效應，當 RKKY 效應的作用相對大於 Kondo 效應的作用時，合金中的磁性雜質便有可能經由 RKKY 效應的作用使得磁性雜質呈鐵磁性或反鐵磁性的有序排列，使電阻隨溫度下降而下降。而在穿隧效應的量測中這些現象都會反映在微分電導上。

在本實驗中，我們利用熱蒸鍍的方式將金屬鈮鍍在覆蓋了一層氧化鋁的金屬鋁薄膜上，製作鋁/氧化鋁/鈮的穿隧接點，在鈮和氧化鋁的界面上有可能會產生帶有磁性的鈮原子團，我們可以將帶有磁性的部分視為一稀磁合金。透過 ^3He 低溫系統，我們對鋁/氧化鋁/鈮的穿隧接點作微分電導的量測，從實驗的結果可以看到導電電子與磁性雜質的散射，導致微分電導在零偏壓處有極大值產生，也可以從電導與溫度之間的關係看到 Kondo 效應與 RKKY 效應在低溫下的競爭結果。


Differential Conductance in Al/AlO_x/Y Tunnel Junctions

student : Shun-Jhih Hong

Advisors : Prof. Juhn-Jong Lin

Department of Electrophysics
National Chiao Tung University

ABSTRACT



Kondo effect can often be observed in dilute magnetic alloys. Because the level of concentration of magnetic impurities in the alloy is very low, there will be no interaction among magnetic moments. However, the conduction electrons will scatter with magnetic impurities, so that the resistance increases with decreasing temperature at low temperatures (e.g., below 10~20 K). As the level of concentration of impurities becomes higher, the impurities will interact with each other indirectly via conduction electrons, and this interaction is called the RKKY interaction. When the RKKY interaction is stronger than the Kondo effect, the resistance will decrease with decreasing temperature, due to the occurrence of ferromagnetic or anti-ferromagnetic ordering among the magnetic moments induced by the RKKY interactions. These effects can also appear in the differential conductance in metal-insulator-metal tunnel junctions.

To fabricate Al/AlO_x/Y tunnel junctions, we deposited yttrium (Y) films by thermal evaporation on AlO_x films which were grown on the surfaces of Al films. The AlO_x films were formed by O₂ plasma. The Y atoms or clusters with a finite magnetic moment may be produced at the interface between Y and AlO_x. Therefore, we can take the interface regime with magnetic moments as one kind of dilute magnetic alloys. Through the measurement of the differential conductance in Al/AlO_x/Y tunnel junctions at liquid-helium temperatures, the effect due to the scattering between conduction electrons and magnetic impurities can be

studied. It gives rise to conductance peaks at zero bias. In addition, the competition between the Kondo effect and the RKKY interaction at low temperatures can be learned from the temperature behavior of the conductance.



誌 謝

首先我要感謝林志忠老師讓我有機會可以在低溫與介觀物理實驗室裡做研究，雖然只是短短的兩年碩士生涯，但是卻讓我學到以前從未接觸過的實驗技術與觀念，這是人生中最寶貴的經驗。

感謝博士班的林永翰學長，因為你對實驗的堅持，讓我學習到做實驗應有的謹慎態度，感謝葉勝玄學長，由於你的指導，讓我能夠順利的完成整個實驗，感謝邱劭斌學長，不但幫助我解決實驗上的問題，還陪我度過許多熬夜的日子。

感謝已畢業的學長韓顏吉與陳劭其，有你們的支持與鼓勵，讓我更有信心接受挑戰。

感謝江品頁同學，在這兩年裡陪我討論功課，解決難題，讓我度過快樂的時光。

感謝兩位學弟林伯聰與王兆圻，有你們幫忙分擔實驗室的雜務，讓我的負擔減輕了許多，感謝兩位學妹孫羽澄與王詩雯，在我寫論文的關鍵時刻充當我的英文老師，給了我相當大的幫助，有你們的加入也讓實驗室變得賞心悅目。

轉眼間就到了該離開的時候，雖然心中有許多的不捨，但是這兩年和大家相處的回憶我永遠也不會忘記。

目 錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iv
目錄	v
表目錄	vii
圖目錄	viii
一、	緒論.....	1
1-1	穿隧效應的簡介.....	1
1-2	研究動機與方向.....	4
二、	基本理論.....	6
2-1	電子穿隧理論.....	6
2-1-1	方形位壘的穿隧效應.....	6
2-1-2	WKB(Wentzel, Kramers, Brillouin)近似.....	8
2-2	穿隧電流.....	9
2-2-1	穿隧電流的計算.....	9
2-2-2	穿隧電流和偏壓之間的關係.....	11
2-2-3	BDR(Brinkman, Dynes, Rowell)模型.....	17
2-3	磁性雜質對微分電導的影響.....	22
2-3-1	Kondo 效應.....	22
2-3-2	RKKY 效應.....	24
三、	實驗方法與原理.....	31
3-1	樣品的製作.....	31
3-1-1	熱蒸鍍.....	31
3-1-2	絕緣層的製作.....	32

3-1-3	穿隧接點樣品的製程.....	32
3-2	低溫系統.....	37
3-2-1	降溫原理.....	38
3-2-2	超導磁鐵.....	42
3-2-3	^3He 系統操作步驟.....	44
3-3	溫度測量與控溫系統.....	46
3-3-1	溫度計.....	46
3-3-2	控溫系統.....	49
3-4	量測電路.....	50
3-4-1	穿隧接點的量測.....	50
3-4-2	超導能隙的量測.....	51
四、	實驗結果與分析.....	52
4-1	超導能隙的量測.....	52
4-2	Al/AlO _x /Al 穿隧接點的特性.....	55
4-3	Al/AlO _x /Y 穿隧接點的特性.....	57
4-3-1	BDR 模型的分析.....	57
4-3-2	樣品在低偏壓下所表現之行為.....	60
五、	結論.....	72
參考文獻	73

表 目 錄

表 3-1	膜厚計參數表。.....	34
表 3-2	超導磁鐵規格表。.....	42
表 4-1	Al/AIO _x /Y 樣品規格表。.....	52
表 4-2	BDR 模型的位壘形狀分析表。.....	57
表 4-3	背景近似參數表。.....	61



圖 目 錄

圖 1-1	(A)穿隧效應假想圖。(B) Giaever 將穿隧效應轉化為實驗的想像圖。(C)穿隧效應的能量分布圖。[1]	2
圖 1-2	(A)、(B)為穿隧接點的製作圖形。(B)、(C)為穿隧效應量測線路示意圖。[1]	3
圖 1-3	此圖是由 Knickelbein 透過 Stern-Gerlach 實驗所得到的結果。[2]	5
圖 2-1	電子穿隧示意圖。.....	7
圖 2-2	WKB 近似示意圖。.....	8
圖 2-3	絕緣層中任意形狀的位壘示意圖。[9]	10
圖 2-4	電子在兩電極間流動示意圖。[9]	15
圖 2-5	方形位壘在偏壓中的情況。.....	16
圖 2-6	BDR 模型示意圖。.....	18
圖 2-7(a)	固定 $d=15\text{\AA}$ ， $\bar{\phi}=2\text{V}$ ，改變 $\Delta\phi$ 分別為 0、1.0、2.0、3.0V，利用 BDR 模型所畫出的 G-V 圖。[10]	19
圖 2-7(b)	固定 $\bar{\phi}=2\text{V}$ ， $\Delta\phi=2\text{V}$ ，改變 d 分別為 10.0、15.0、25.0 \AA ，利用 BDR 模型所畫出的 G-V 圖。[10]	20
圖 2-7(c)	固定 $d=15\text{\AA}$ ， $\Delta\phi=2\text{V}$ ，改變 $\bar{\phi}$ 分別為 1.5、2.0、2.5V，利用 BDR 模型所畫出的 G-V 圖。[10]	21
圖 2-8(a)	Ta/TaOx/Al 穿隧實驗 G-T 圖。[13]	23
圖 2-8(b)	Ta/TaOx/Al 穿隧實驗 G-V 圖。[13]	23
圖 2-9	磁性雜質間的交互作用可視為雜質在等效磁場中的示意圖。.....	26
圖 2-10(a)	RKKY 效應下 Born 模型的一次近似圖。[14]	26

圖 2-10(b)	RKKY 效應下 Born 模型的二次近似圖。[14]	27
圖 2-10(c)	Born 模型在零偏壓下的一次及二次近似圖。[14]	28
圖 2-10(d)	RKKY 效應 $G-V$ 實驗圖。[14]	29
圖 2-10(e)	RKKY 效應 $G-T$ 實驗圖。[14]	30
圖 3-1	蒸鍍機結構圖。	33
圖 3-2	氧化鋁坩鍋。	34
圖 3-3	輝光放電示意圖。	35
圖 3-4	(a)左圖為蒸鍍鋁及製造氧化鋁的遮罩，右圖為蒸鍍第三層金屬的遮罩。(b)左圖為金屬/絕緣層/金屬結構製作完成的圖形，右圖為穿隧接點的剖面圖。	36
圖 3-5	^3He 低溫系統結構示意圖。	37
圖 3-6	^4He 相圖。	39
圖 3-7	^3He 封閉系統，凝結與氣化示意圖。	40
圖 3-8	1 K 以下 ^3He 與 ^4He 的飽和蒸氣壓與溫度的關係。	41
圖 3-9	左圖是超導磁鐵增加電流時的示意圖。右圖是 persistent mode 示意圖。	43
圖 3-10	樣品座示意圖。	45
圖 3-11(a)	Cernox sensor 電阻對溫度關係圖。	47
圖 3-11(b)	RuO_2 sensor 電阻對溫度關係圖。	48
圖 3-12	PID 控溫示意圖。	49
圖 3-13	穿隧接點量測電路圖。	50
圖 3-14	超導能隙量測電路圖。	51
圖 4-1	(a)穿隧接點兩電極都是正常態的能態分布圖及 $I-V$ 曲線圖。(b)穿隧接點其中一邊電極為超導態的能態分布圖及 $I-V$ 曲線圖。[19]	53

圖 4-2	超導能隙量測圖。.....	54
圖 4-3	Al/AlO _x /Al 樣品在溫度 5 K 時的 $G-V$ 圖。.....	56
圖 4-4(a)	用 BDR 模型在溫度 2.5 K 時對樣品 A 所做的分析圖。...	58
圖 4-4(b)	用 BDR 模型在溫度 2.5 K 時對樣品 B 所做的分析圖。...	58
圖 4-4(c)	用 BDR 模型在溫度 2.5 K 時對樣品 C 所做的分析圖。...	59
圖 4-4(d)	用 BDR 模型在溫度 2.5 K 時對樣品 D 所做的分析圖。...	59
圖 4-5	大偏壓範圍所量測到的 $G-V$ 關係圖。.....	62
圖 4-6(a)	樣品 A 在小偏壓範圍的 $G-V$ 關係圖，及其近似曲線。...	63
圖 4-6(b)	樣品 B 在小偏壓範圍的 $G-V$ 關係圖，及其近似曲線。...	63
圖 4-6(c)	樣品 C 在小偏壓範圍的 $G-V$ 關係圖，及其近似曲線。...	64
圖 4-6(d)	樣品 D 在小偏壓範圍的 $G-V$ 關係圖，及其近似曲線。...	64
圖 4-7(a)	樣品 A 扣除拋物線後的 $G-V$ 關係圖。.....	65
圖 4-7(b)	樣品 B 扣除拋物線後的 $G-V$ 關係圖。.....	65
圖 4-7(c)	樣品 C 扣除拋物線後的 $G-V$ 關係圖。.....	66
圖 4-7(d)	樣品 D 扣除拋物線後的 $G-V$ 關係圖。.....	66
圖 4-8(a)	樣品 A 扣除拋物線後並外加 4T 磁場的 $G-V$ 關係圖。.....	67
圖 4-8(b)	樣品 B 扣除拋物線後並外加 4T 磁場的 $G-V$ 關係圖。.....	67
圖 4-8(c)	樣品 C 扣除拋物線後並外加 4T 磁場的 $G-V$ 關係圖。.....	68
圖 4-8(d)	樣品 D 扣除拋物線後並外加 4T 磁場的 $G-V$ 關係圖。.....	68
圖 4-9(a)	樣品 A 在零偏壓時的 $G-T$ 關係圖。.....	69
圖 4-9(b)	樣品 B 在零偏壓時的 $G-T$ 關係圖。.....	69
圖 4-9(c)	樣品 C 在零偏壓時的 $G-T$ 關係圖。.....	70
圖 4-9(d)	樣品 D 在零偏壓時的 $G-T$ 關係圖。.....	70
圖 4-10	複合物 CePd ₂ B ₂ C 電阻率對溫度的關係圖。.....	71
圖 5-1	順磁和反磁物質在溫度 5 K 時，在偏壓範圍 $-0.6 \sim -0.2V$ 和	



一、緒論

1-1 穿隧效應的簡介

第一個金屬/氧化層/金屬穿隧接點是由 Giaever[1](1973 年諾貝爾物理獎得主)所製作出來的。如圖 1-1，Giaever 的想法是假設有一個人在高牆的一邊丟網球，只要丟球次數夠多，一定會有一顆網球能夠在不破壞牆壁的情況下穿過牆壁到另一邊去，但是這種情形發生的機率在古典力學的觀念中是趨近於零的，但是，只要把網球的尺寸縮小，以及增加網球的數量，就能夠達成實驗的條件。因此，只要將兩塊金屬靠得很近，但是彼此之間沒有接觸，就可以將金屬內的電子視為非常小的球，而兩塊金屬間的空隙就可以視為一道高牆，此時的情況就可以用量子力學的角度來看，穿隧效應是有可能會發生的。

不過在實驗的一開始就遇上了困難，因為在穿隧效應中絕緣層厚度是不能超過約 100Å 的，而震動的問題就成了實驗上的困難，因此在兩塊金屬間隔著空氣或是真空是行不通的。接著他想到了在兩塊金屬中間放置絕緣層，所以他使用一些絕緣的塗料塗在兩金屬間，但是這種絕緣層做出來後可能會有一些小漏洞，導致兩金屬間的接觸，以致於部分電子是直接流過絕緣層中的漏洞，而且量測到的現象也都無法重覆。最後，他終於想到了使用金屬氧化物作為絕緣層，利用蒸鍍的方式，將金屬薄膜鍍在載玻片上，接著將薄膜放置在空氣中使其自然氧化，最後再鍍上第三層金屬，如此金屬/氧化層/金屬的穿隧接點便完成了(如圖 1-2)。

約在 1959 年的四月，Giaever 成功的完成了穿隧接點的實驗，他的實驗結果也是合理且可重複的。Giaever 的成功不但可以藉由實驗來證明電子的波動性，也為之後穿隧效應實驗的進步有很大的貢獻。

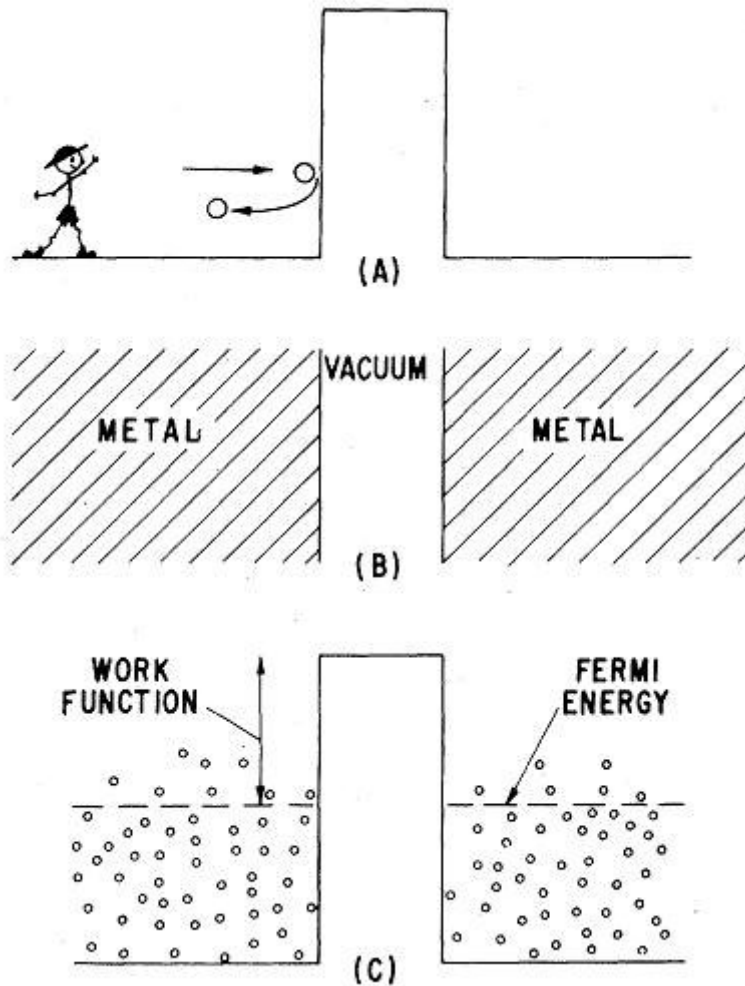


圖 1-1 (A)穿隧效應假想圖。有一個人向牆壁丟球，其穿隧機率趨近於零。(B) Giaever 將穿隧效應轉化為實驗的想像圖。兩金屬中間隔著一真空層，電子可以當作是球，真空層可以當作是牆壁。(C)穿隧效應的能量分布圖。兩端電子的能量不足以穿過中間的位壘，但是可以藉由穿隧效應使兩端電子在位壘中移動。[1]

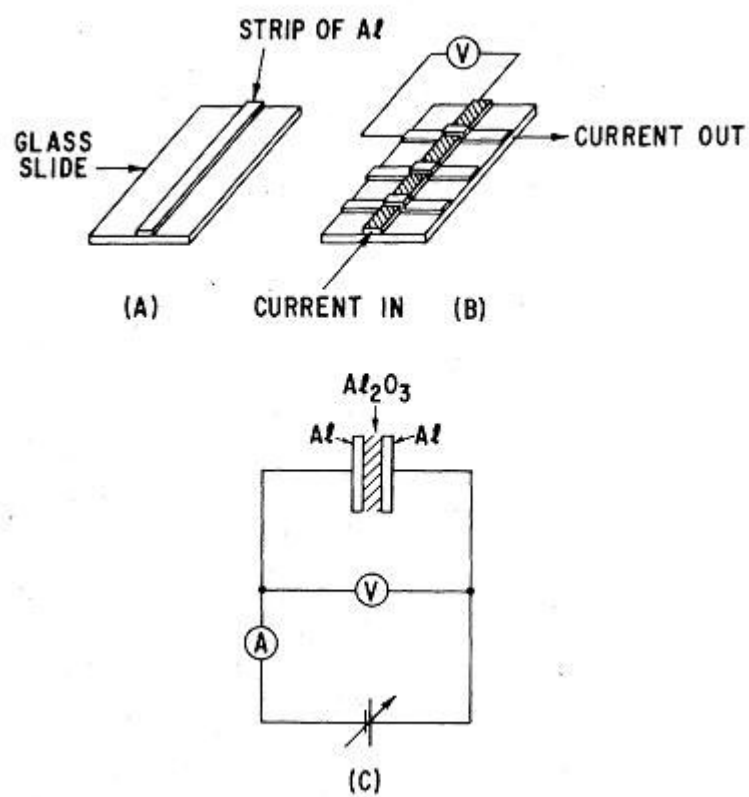


圖 1-2 (A)、(B)為穿隧接點的製作圖形，先用金屬遮罩在載玻片上蒸鍍出長條形狀的金屬薄膜，接著將其暴露在空氣中使其表面氧化，成長出絕緣層(絕緣層厚度和當時的溫度、溼度和氧化時間有關)，最後鍍上第三層金屬使其圖形橫跨過絕緣層。(B)、(C)為穿隧效應量測線路示意圖。[1]

1-2 研究動機與方向

我們對於磁性物質在穿隧接點中的現象感到有興趣，因為少量的磁性雜質可能會產生 Kondo 效應或是 RKKY(Ruderman, Kittel, Kasuya, Yosida)效應，但是透過電阻的量測我們只能看到溫度對電阻的影響(磁性雜質對能量的微擾反映在電阻上)，無法看到偏壓的影響。而透過穿隧接點的量測，我們不但能夠看到溫度對微分電導的影響，更可以看到偏壓對微分電導的影響(在穿隧效應的實驗中，磁性雜質對能量的微擾反映在微分電導上，因此對金屬量測其電阻和對其量測穿隧效應之微分電導所得到的效應是可以類比的)。

而金屬 Y 在塊材裡是沒有磁性的，雖然它的 d 層軌域有一顆獨立電子，但是其磁矩在塊材中是會被平均掉的，因此，我們單純的量測其電阻，不會看到我們所預期的結果。從文獻中我們看到，在只有幾顆 Y 原子時是會產生磁矩的(如圖 1-3 所示)，因此我們將 Y 鍍在表面覆蓋一層 AlO_x 的金屬 Al 上，在 Y 及 AlO_x 的接觸面上很有可能會有獨立的 Y 原子團產生，也因此產生了磁矩。[2]

而且大部分有討論到 Kondo 效應與 RKKY 效應的實驗文獻，大都是量子點的量測 [3,4,5]，或是合金的電性量測[6,7,8]，因此我們也可以把這些效應的研究拿到巨觀的穿隧接點上來討論，所以我們設計了這個實驗。

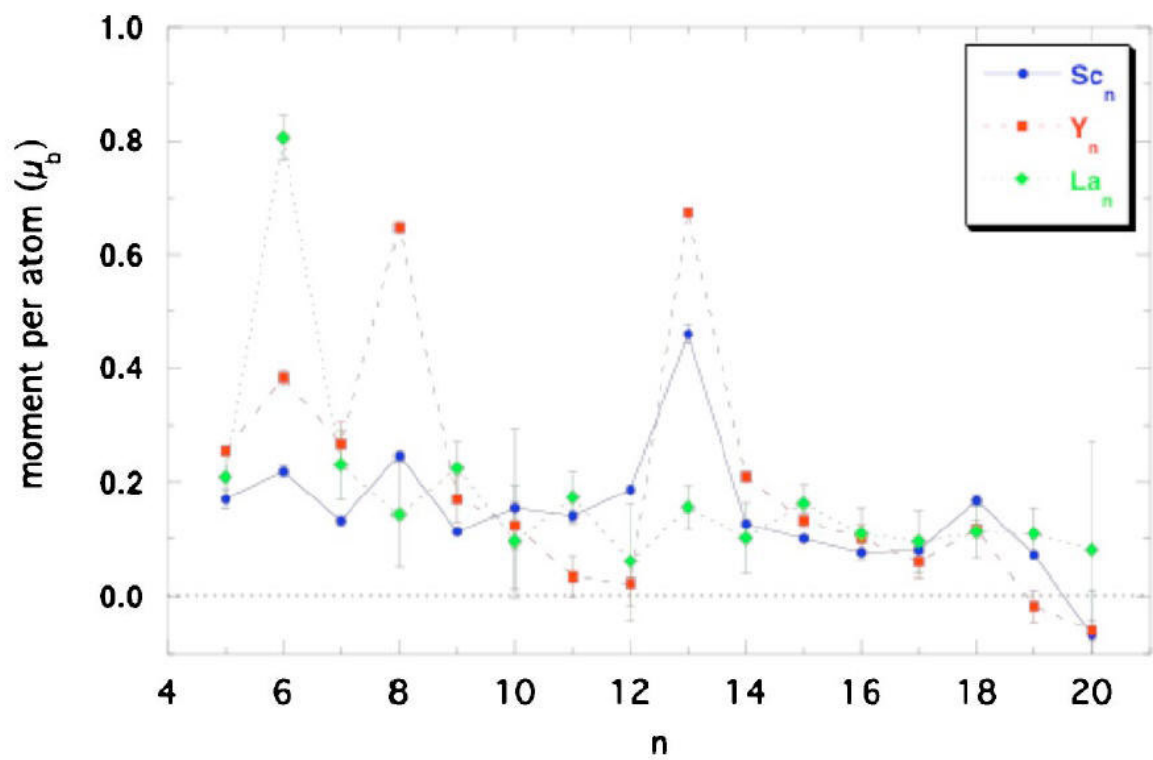


圖 1-3 此圖是由 Knickelbein 透過 Stern-Gerlach 實驗所得到的結果。橫軸的 n 是原子的個數，在某幾個特定的個數時會有較大的磁矩產生。[2]

二、基本理論

2-1 電子穿隧理論

從古典力學的角度來說穿隧效應是不可能發生的，當電子的動能小於位壘的位能時電子應該會完全反射，沒有電子能通過位壘。但是從量子力學的角度來看，我們可以把電子視為一個波函數，有一定的機率會穿過位壘。這一節主要是計算電子在位壘中的穿隧機率。

2-1-1 方形位壘的穿隧效應

如圖 2-1，我們考慮一個位能為 ϕ_0 的方形位壘，以及一個動能為 E 的電子，我們將系統分成三個部分，都要滿足薛丁格方程式

$$H\psi(x) = E\psi(x) \quad (2.1)$$

其中

$$H = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \psi(x) \quad (2.2)$$

在第 I 區的解為 ($x < a$) :

$$\psi_I(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (2.3)$$

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \quad (2.4)$$

在第 II 區的解為 ($a < x < b$) :

$$\psi_{II}(x) = Ce^{\kappa x} + De^{-\kappa x} \quad (2.5)$$

$$\kappa = \frac{\sqrt{2m(\phi_0 - E)}}{\hbar} \quad (2.6)$$

第 III 區因為沒有反射的波其解為 ($x > b$) :

$$\psi_{III}(x) = Fe^{ikx} \quad (2.7)$$

經過解邊界條件

$$\begin{cases} \psi_I(a) = \psi_{II}(a) & \psi'_I(a) = \psi'_{II}(a) \\ \psi_{II}(b) = \psi_{III}(b) & \psi'_{II}(b) = \psi'_{III}(b) \end{cases} \quad (2.8)$$

我們可以知道各項係數之間的關係，而穿隧機率

$$T = \frac{|F|^2}{|A|^2} = \left[1 + \frac{\phi_0^2}{4E(\phi_0 - E)} \sinh^2 \kappa s \right]^{-1} \quad (2.9)$$

由於 $\kappa s = \frac{s\sqrt{2m(\phi_0 - E)}}{\hbar} \gg 1$ ，我們可以利用 $\sinh x = \frac{1}{2}e^x$ 的近似，得到

$$T \approx \frac{16E(\phi_0 - E)}{\phi_0^2} \exp(-2\kappa s) \quad (2.10)$$

又 $\frac{16E(\phi_0 - E)}{\phi_0^2}$ 的數量級約為 1，所以我們把穿隧機率作更進一步的簡化

$$T \approx \exp(-2\kappa s) \quad (2.11)$$

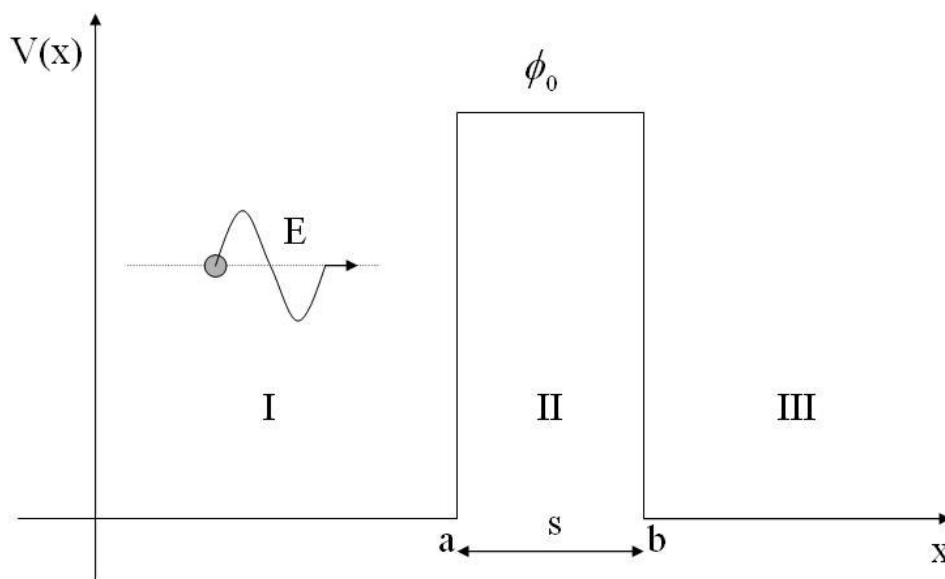


圖 2-1 電子穿隧示意圖。

2-1-2 WKB(Wentzel, Kramers, Brillouin)近似

從真實的情況來看，穿隧效應並不是發生在方形位壘上，我們不能將位壘的高度視為定值 ϕ_0 ，而是一個隨位置而改變的函數關係 $\phi(x)$ ，如圖 2-2，我們將形狀不規則的位壘切割成 n 個底為 Δx 的小方塊，各自的高以 $\phi(x_i)$ 表示，所以我們可以利用 2.11 式將穿隧機率改寫為

$$T = \prod_{i=1}^n T_i = \prod_{i=1}^n \exp[-2\kappa\Delta x] \quad (2.12)$$

考慮極限情況，當 $\Delta x \rightarrow 0$ 時

$$T = \exp\left[\frac{-2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m(\phi(x) - E)} dx\right] \quad (2.13)$$

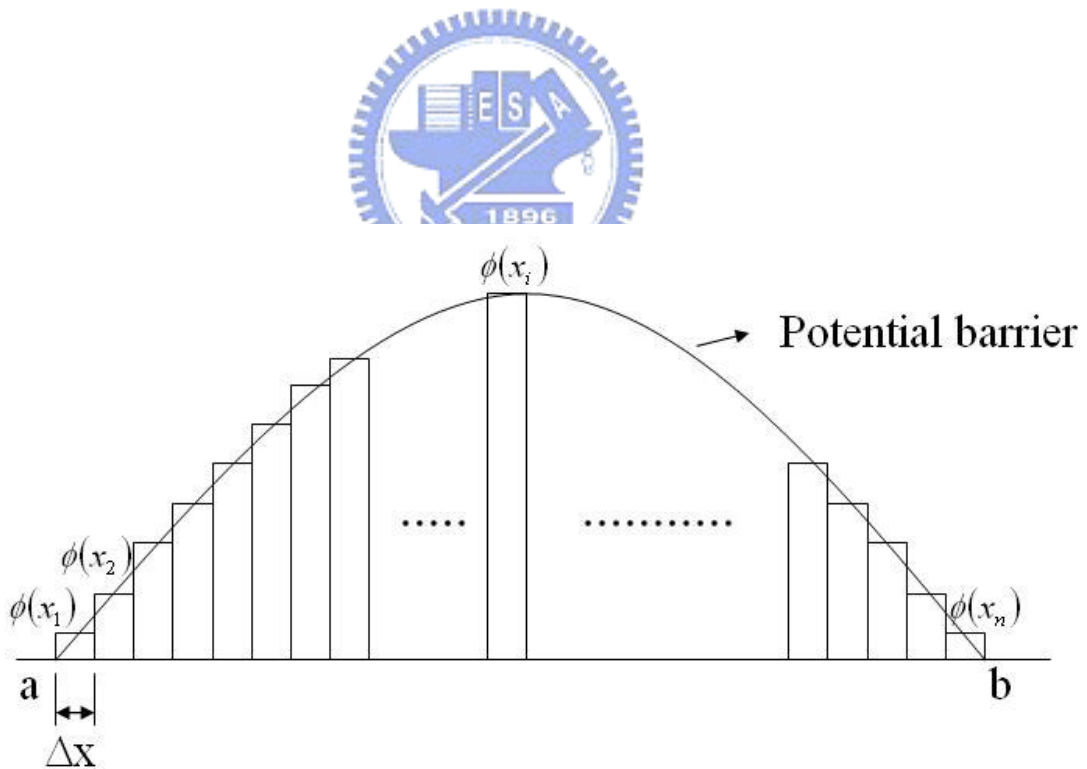


圖 2-2 WKB 近似示意圖。

2-2 穿隧電流

這一節主要是根據 Simmons[9]的理論計算穿隧效應的穿隧電流，以及穿隧電流和偏壓之間的關係。最後再說明不對稱位壘下的 BDR 模型[10]。

2-2-1 穿隧電流的計算

我們將穿隧接點視為一個不規則的形狀，如圖 2-3，電子在 x 方向移動，根據 WKB 近似，在位壘高度為 $V(x)$ 之中，其穿隧機率為 $D(E_x)$

$$D(E_x) = \exp\left\{-\frac{2}{\hbar} \int_{s_1}^{s_2} [2m(V(x) - E_x)]^{1/2} dx\right\} \quad (2.14)$$

其中 $E_x = mv_x^2/2$ 。電子從電極 1 穿隧到電極 2 的個數為 N_1

$$N_1 = \int_0^{v_m} v_x n(v_x) D(E_x) dv_x = \frac{1}{m} \int_0^{E_m} n(v_x) D(E_x) dE_x \quad (2.15)$$

其中 E_m 是電子在電極中的最大動能， $n(v_x)dv_x$ 是速度在 v_x 和 $v_x + dv_x$ 之間的電子密度。我們知道電子在三維空間中的分布是

$$n(v)dv_x dv_y dv_z = (2m^3/h^3) f(E) dv_x dv_y dv_z \quad (2.16)$$

其中 $f(E)$ 是 Fermi-Dirac distribution。接著我們將 2.16 式對 v_y 和 v_z 積分，可以得到

$$n(v_x) = \frac{2m^3}{h^3} \iint f(E) dv_y dv_z = \frac{4\pi m^2}{h^3} \int_0^\infty f(E) dE_r \quad (2.17)$$

由於 v_y 及 v_z 是對稱的，在 2.17 式中我們將這兩個變數縮減成一個， $v_r^2 = v_y^2 + v_z^2$ ， $E_r = mv_r^2/2$ 。將 2.17 式代入 2.15 式中可以得到

$$N_1 = \frac{4\pi m}{h^3} \int_0^{E_m} D(E_x) dE_x \int_0^\infty f(E) dE_r \quad (2.18)$$

同理，電子從電極 2 穿隧到電極 1 的個數為 N_2 。在不加偏壓的情況下 $N_1 = N_2$ ，淨

電流為零。因此我們在電極 2 處加上一個正偏壓 V ，使電極 2 的費米能量下降 eV ，其 Fermi-Dirac distribution 可以寫成 $f(E + eV)$ ，最後我們可以仿照 2.18 式寫下

$$N_2 = \frac{4\pi m}{h^3} \int_0^{E_m} D(E_x) dE_x \int_0^\infty f(E + eV) dE_r \quad (2.19)$$

從 2.18 式及 2.19 式我們可以知道電子通過接點的個數 $N = N_1 - N_2$ 可以寫成

$$N = \frac{4\pi m}{h^3} \int_0^{E_m} D(E_x) dE_x \int_0^\infty [f(E) - f(E + eV)] dE_r \quad (2.20)$$

並且假設 $\zeta_1 = \frac{4\pi m e}{h^3} \int_0^\infty f(E) dE_r$ ， $\zeta_2 = \frac{4\pi m e}{h^3} \int_0^\infty f(E + eV) dE_r$ ， $\zeta = \zeta_1 - \zeta_2$ ，我們可以將 2.20 式進一步簡化成

$$J = \int_0^{E_m} D(E_x) \zeta dE_x \quad (2.21)$$

其中， J 為電子流密度。

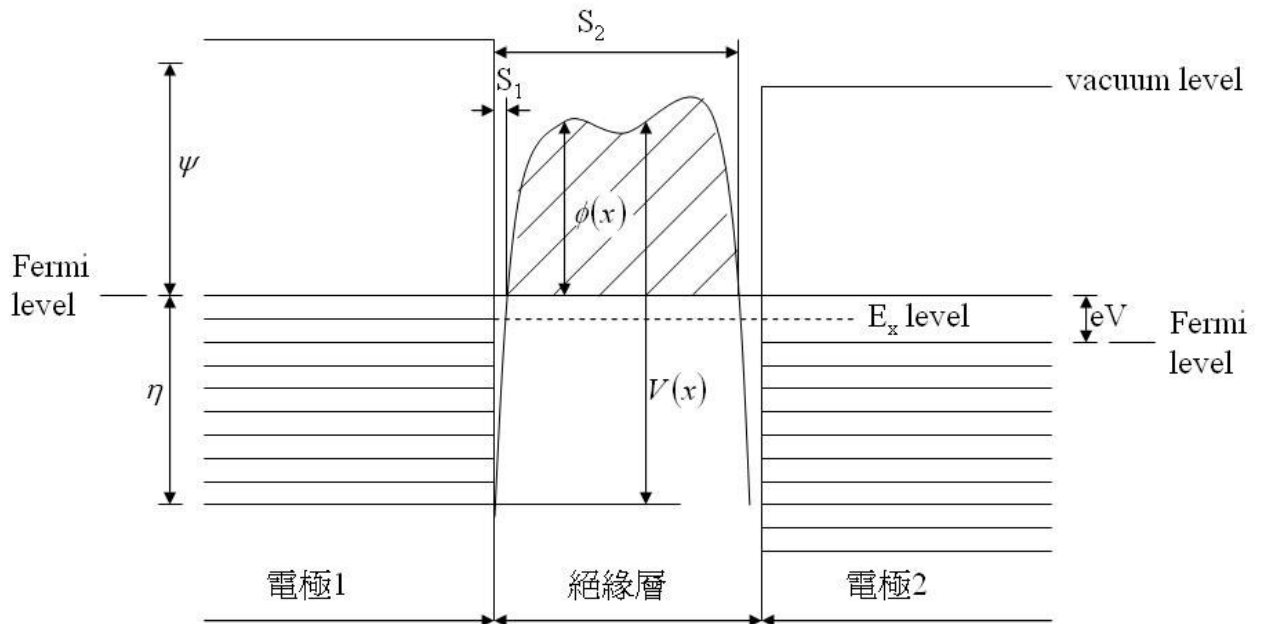


圖 2-3 絕緣層中任意形狀的位壘示意圖。[9]

2-2-2 穿隧電流和偏壓之間的關係

從圖 2-3，我們可以看到 $V(x) = \eta + \phi(x)$ ，我們可以將 2.14 式改寫為

$$D(E_x) = \exp\left[\frac{-4\pi}{h}(2m)^{\frac{1}{2}} \int_{S_2}^{S_1} (\eta + \phi(x) - E_x)^{\frac{1}{2}} dx\right] \quad (2.22)$$

接著我們要把積分中的值算出，我們需要用到一些近似法，首先定義 $f(x)$ 的平均值為 \bar{f}

$$\bar{f} = \frac{1}{\Delta S} \int f(x) dx \quad (2.23)$$

其中 $\Delta S = S_2 - S_1$ 。接著我們對 $f^{\frac{1}{2}}(x)$ 積分

$$\int_{S_1}^{S_2} f^{\frac{1}{2}}(x) dx = \bar{f}^{\frac{1}{2}} \int_{S_1}^{S_2} \left\{ 1 + \frac{[f(x) - \bar{f}]}{\bar{f}} \right\}^{\frac{1}{2}} dx \quad (2.24)$$

我們把積分內算式展開，並近似到二次項

$$\int_{S_1}^{S_2} f^{\frac{1}{2}}(x) dx = \bar{f}^{\frac{1}{2}} \int_{S_1}^{S_2} \left\{ 1 + \frac{[f(x) - \bar{f}]}{2\bar{f}} - \frac{[f(x) - \bar{f}]^2}{8\bar{f}^2} \right\} dx \quad (2.25)$$

將前兩項合併可以得到

$$\int_{S_1}^{S_2} f^{\frac{1}{2}}(x) dx = \bar{f}^{\frac{1}{2}} \Delta S \left\{ 1 - \frac{1}{8\bar{f}^2 \Delta S} \int_{S_1}^{S_2} [f(x) - \bar{f}]^2 dx \right\} = \beta \bar{f}^{\frac{1}{2}} \Delta S \quad (2.26)$$

其中 $\beta = 1 - \frac{1}{8\bar{f}^2 \Delta S} \int_{S_1}^{S_2} [f(x) - \bar{f}]^2 dx$ 。利用 2.26 式近似的結果帶入 2.22 式可以得到

$$D(E_x) = \exp\left[-A(\eta + \bar{\phi} - E_x)^{\frac{1}{2}}\right] \quad (2.27)$$

其中 $A = (4\pi\beta\Delta S/h)(2m)^{\frac{1}{2}}$ 。在溫度為 0 K 時，我們將 ζ_1 及 ζ_2 簡化， $\zeta_1 = \frac{4\pi me}{h^3}(\eta - E_x)$ ，

$\zeta_2 = \frac{4\pi me}{h^3}(\eta - E_x - eV)$ 。因此我們可以得到

$$\zeta = \begin{cases} \frac{4\pi me}{h^3}(eV) & 0 < E_x < \eta - eV \\ \frac{4\pi me}{h^3}(\eta - E_x) & \eta - eV < E_x < \eta \\ 0 & E_x > \eta \end{cases} \quad (2.28)$$

接著把 2.27 和 2.28 式帶入 2.21 式，可以得到

$$J = \frac{4\pi me}{h^3} \left\{ eV \int_0^{\eta - eV} \exp\left[-A(\eta + \bar{\phi} - E_x)^{\frac{1}{2}}\right] dE_x + \int_{\eta - eV}^{\eta} (\eta - E_x) \exp\left[-A(\eta + \bar{\phi} - E_x)^{\frac{1}{2}}\right] dE_x \right\} \quad (2.29)$$

為了方便積分，可以將 2.29 式進一步改寫為

$$J = \frac{4\pi me}{h^3} \left\{ eV \int_0^{\eta - eV} \exp\left[-A(\eta + \bar{\phi} - E_x)^{\frac{1}{2}}\right] dE_x - \bar{\phi} \int_{\eta - eV}^{\eta} \exp\left[-A(\eta + \bar{\phi} - E_x)^{\frac{1}{2}}\right] dE_x + \int_{\eta - eV}^{\eta} (\eta + \bar{\phi} - E_x) \exp\left[-A(\eta + \bar{\phi} - E_x)^{\frac{1}{2}}\right] dE_x \right\} \quad (2.30)$$

我們將 2.30 式的第一項積分出來，可以得到

$$\frac{8\pi me^2 V}{h^3 A^2} \left\{ \left[A(\bar{\phi} + eV)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \exp\left[-A(\bar{\phi} + eV)^{\frac{1}{2}}\right] - \left[A(\bar{\phi} + \eta)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \exp\left[-A(\bar{\phi} + \eta)^{\frac{1}{2}}\right] \right\} \quad (2.31)$$

在 2.31 式中兩項相互比較，我們可以忽略後面一項，並將 2.31 式改寫為

$$\frac{8\pi me^2 V}{h^3 A^2} \left\{ \left[A(\bar{\phi} + eV)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \exp\left[-A(\bar{\phi} + eV)^{\frac{1}{2}}\right] \right\} \quad (2.32)$$

接著把 2.30 式的第二項積分出來，可以得到

$$\frac{-8\pi me\bar{\phi}}{h^3 A^2} \left\{ \left[A\bar{\phi}^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \exp\left[-A\bar{\phi}^{\frac{1}{2}}\right] - \left[A(\bar{\phi} + eV)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \exp\left[-A(\bar{\phi} + eV)^{\frac{1}{2}}\right] \right\} \quad (2.33)$$

至於 2.30 式的第三項我們需要用到 2.34 式的型式

$$\int z^3 e^{-Az} dz = -e^{-Az} \left(\frac{z^3}{A} + \frac{3z^2}{A^2} + \frac{6z}{A^3} + \frac{6}{A^4} \right) \quad (2.34)$$

其中 $z^2 = \eta + \bar{\phi} - E_x$ 。為了簡化式子，我們可以忽略 2.34 式後面兩項，得到

$$\begin{aligned} & \frac{8\pi me}{h^3 A} \left\{ \bar{\phi}^{\frac{3}{2}} \exp\left[-A\bar{\phi}^{\frac{1}{2}}\right] - (\bar{\phi} + eV)^{\frac{3}{2}} \exp\left[-A(\bar{\phi} + eV)^{\frac{1}{2}}\right] \right\} \\ & + \frac{8\pi me}{h^3 A} \frac{3}{A} \left\{ \bar{\phi} \exp\left[-A\bar{\phi}^{\frac{1}{2}}\right] - (\bar{\phi} + eV) \exp\left[-A(\bar{\phi} + eV)^{\frac{1}{2}}\right] \right\} \end{aligned} \quad (2.35)$$

最後把 2.32、2.33 和 2.35 式合併起來，帶入 2.30 式並將係數 A 置換，得到

$$J = \frac{e}{2\pi h} (\beta\Delta S)^{-2} \left\{ \bar{\phi} \exp\left[-A\bar{\phi}^{\frac{1}{2}}\right] - (\bar{\phi} + eV) \exp\left[-A(\bar{\phi} + eV)^{\frac{1}{2}}\right] \right\} \quad (2.36)$$

從結果來看，我們可以把 2.36 式分成兩個部分，如圖 2-4，其中 $J_0 \bar{\phi} \exp\left[-A\bar{\phi}^{\frac{1}{2}}\right]$ 可以視

為電子從電極 1 流到電極 2 的電流密度。而 $J_0 (\bar{\phi} + eV) \exp\left[-A(\bar{\phi} + eV)^{\frac{1}{2}}\right]$ 則可以視為電子

從電極 2 流向電極 1 的電流密度。在這裡提到的 $J_0 = e/2\pi h(\beta\Delta S)^2$ ，當偏壓 $V = 0$ 時，淨電流也正好為 0。

利用 Simmons 的近似有一個非常大的好處，就是我們可以把任意形狀的位壘視為一個平均高度為 ϕ_0 的方形位壘，如圖 2-5 所示，在一個小範圍的偏壓下 ($V < \phi_0/e$)，我們

可以得到 $\Delta S = S$ ， $\bar{\phi} = (\phi_0 - eV/2)$ ，我們可以將 2.36 式改寫為

$$J = \frac{e}{2\pi\hbar(\beta S)^2} \left\{ \left(\phi_0 - \frac{eV}{2} \right) \exp \left[-A \left(\phi_0 - \frac{eV}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] - \left(\phi_0 + \frac{eV}{2} \right) \exp \left[-A \left(\phi_0 + \frac{eV}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad (2.37)$$

利用 $(1+x)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16}$ 近似，四次項以上忽略不計，可以得到

$$J = \frac{e}{2\pi\hbar(\beta S)^2} \exp \left(-A\phi_0^{\frac{1}{2}} \right) \left\{ \left(\phi_0 - \frac{eV}{2} \right) \exp \left[\frac{AeV}{4\phi_0^{\frac{1}{2}}} + \frac{A(eV)^2}{32\phi_0^{\frac{3}{2}}} + \frac{A(eV)^3}{128\phi_0^{\frac{5}{2}}} \right] - \left(\phi_0 + \frac{eV}{2} \right) \exp \left[-\frac{AeV}{4\phi_0^{\frac{1}{2}}} + \frac{A(eV)^2}{32\phi_0^{\frac{3}{2}}} - \frac{A(eV)^3}{128\phi_0^{\frac{5}{2}}} \right] \right\} \quad (2.38)$$

再利用 $e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$ 的近似，四次項以上忽略不計，最後得到

$$J = J_L (V + \gamma V^3) \quad (2.39)$$

其中 $\gamma = \frac{(Ae)^2}{96\phi_0} - \frac{Ae^2}{32\phi_0^{\frac{3}{2}}}$ ，這裡的 γ 也是再近似過的值。 $J_L = \left[(2m)^{\frac{1}{2}} / \Delta S \right] (e/h)^2$ ，在這裡我

們將 β 視為 1。

從 2.39 式中我們可以看出 J 是 V 的三次函數，如果我們把 J 對 V 作微分，可以得到微分電導

$$G(V) = G_0 (1 + 3\gamma V^2) \quad (2.40)$$

所以我們可以從 2.40 式知道微分電導 G 和偏壓 V 呈二次關係。

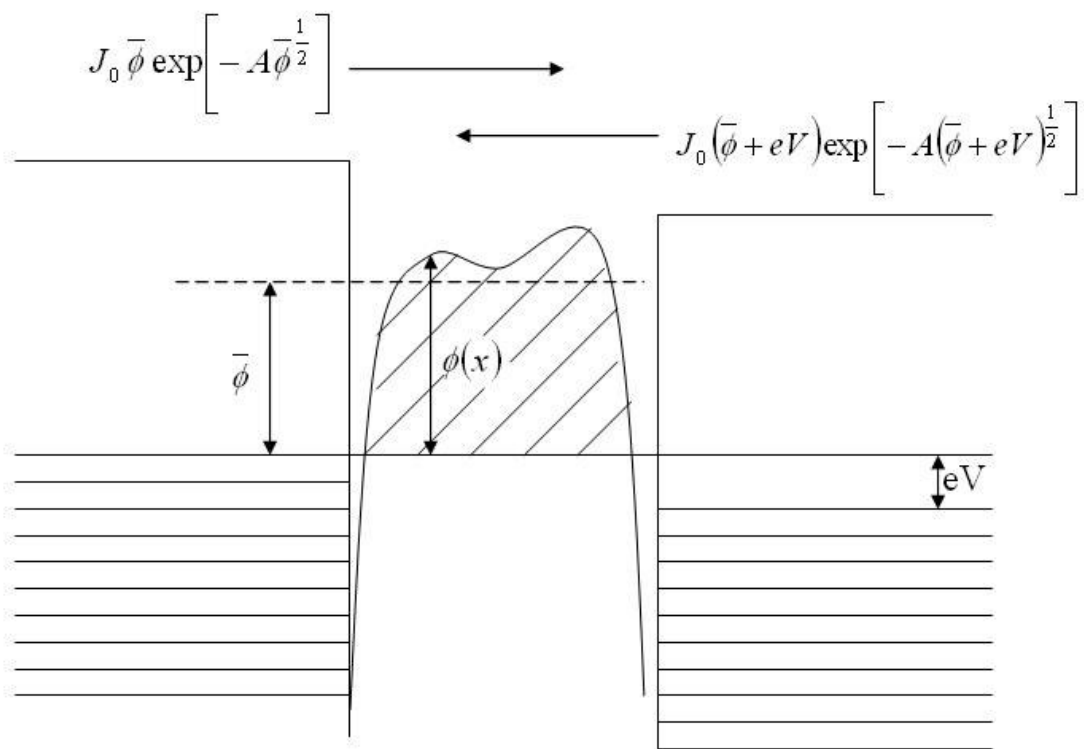


圖 2-4 電子在兩電極間流動示意圖。[9]

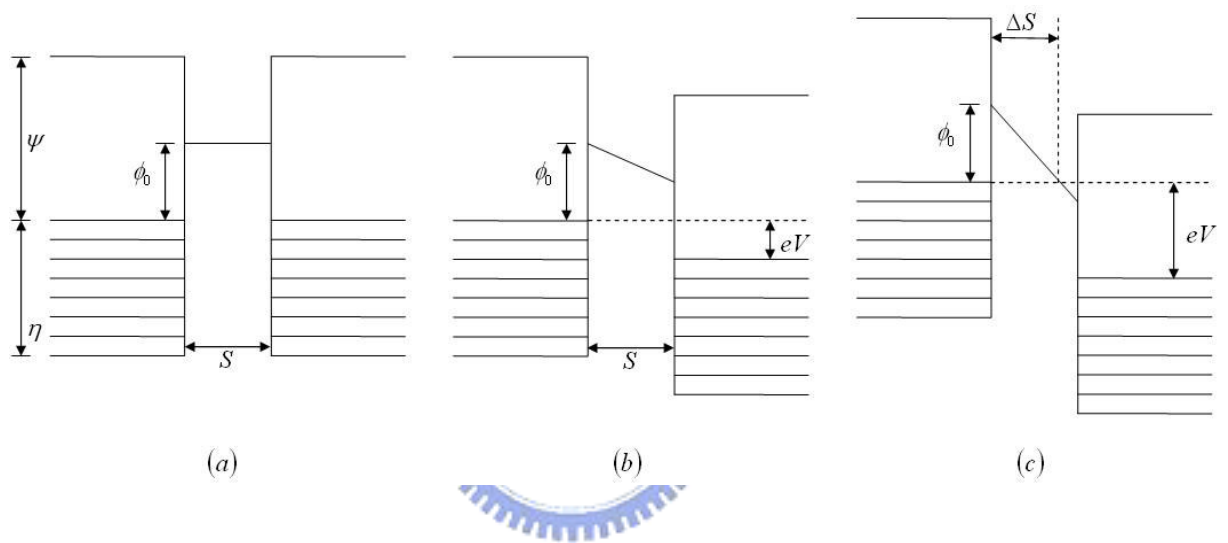


圖 2-5 方形位壘在偏壓中的情況:(a) $V = 0$, $\Delta S = S$, $\bar{\phi} = \phi_0$;(b) $V < \phi_0/e$, $\Delta S = S$, $\bar{\phi} = (\phi_0 - eV/2)$;(c) $V > \phi_0/e$, $\Delta S = S\phi_0/eV$, $\bar{\phi} = \phi_0/2$ 。 [9]

2-2-3 BDR(Brinkman, Dynes, Rowell)模型

BDR 模型是在 1969 年由 W. F. Brinkman、R. C. Dynes、以及 J. M. Rowell 所推導出來的。他們沒有將零偏壓下的位壘視為一個常數，而是使用不規則的位壘高度做計算，並且使用 WKB 近似，成功的得到以下結論，在不對稱的位壘下微分電導的最小值不會落在零偏壓上，這個結果比較接近真實的情況。

如圖 2-6，我們可以看出 BDR 模型的假設，其中 ϕ_1 和 ϕ_2 分別代表電極 1 和電極 2 處的位壘高度， d 為位壘的寬度，我們可以寫下電流密度 J 的方程式

$$J = \frac{2e}{h} \sum_{k_x} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{2}{h} \int_0^d \{[\phi(x, V) - E_x] 2m\}^{\frac{1}{2}} dx\right) \times [f(E) - f(E - eV)] dE_x \quad (2.41)$$

其中

$$\phi(x, V) = \phi_1 + \frac{x}{d} (\phi_2 - eV - \phi_1) \quad (2.42)$$

這裡的 k_x 是指電流方向的動量， E 是總能量。BDR 模型和 Simmons 假設的最大不同處是 $f(E - eV)$ 和 $f(E)$ 分別代表電極 1 和電極 2 處的 Fermi-Dirac distribution，在這裡之所以要用 $f(E) - f(E - eV)$ 是因為這裡的 J 指的是真正的電流密度，而 Simmons 的 J 指的是電子流的密度。

假設溫度 $T = 0$ K，經過計算以及近似，可以得到

$$\frac{G(V)}{G(0)} = 1 - \left(\frac{A_0 \Delta\phi}{16\phi^{\frac{3}{2}}} \right) eV + \left(\frac{9A_0^2}{128\phi} \right) (eV)^2 \quad (2.43)$$

其中 $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ ， $A_0 = 4(2m)^{\frac{1}{2}} d / 3\hbar$ ， $G(0) = \left(3.16 \times 10^{10} \phi^{\frac{1}{2}} / d \right) \exp\left(-1.025 d \phi^{\frac{1}{2}}\right)$ ，這裡

的 d 單位是 Å。其微分電導極小值發生在

$$eV_{\min} = \frac{4}{9} \left(\Delta\phi / A_0 \phi^{\frac{1}{2}} \right) = 0.649 \left(\Delta\phi / d \phi^{\frac{1}{2}} \right) \quad (2.44)$$

在 BDR 模型的近似中，當位壘寬度 d 大於 10\AA ，及 $\Delta\phi/\bar{\phi}$ 小於 1 時，其誤差值在 10% 以下。在圖 2-7 中，可以看到在各種條件下 BDR 模型所近似的圖形。

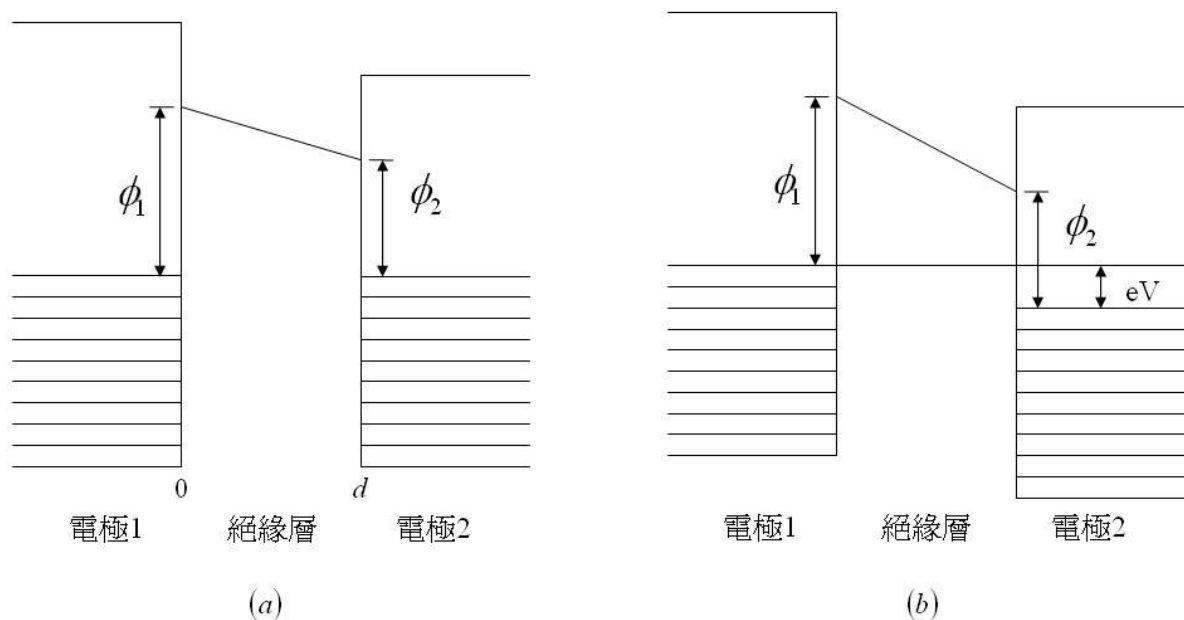


圖 2-6 BDR 模型示意圖:(a)在沒有加偏壓時，位壘左右的高度不對稱，分別為 ϕ_1 和 ϕ_2 ;(b)BDR 模型加上偏壓之後的情形。

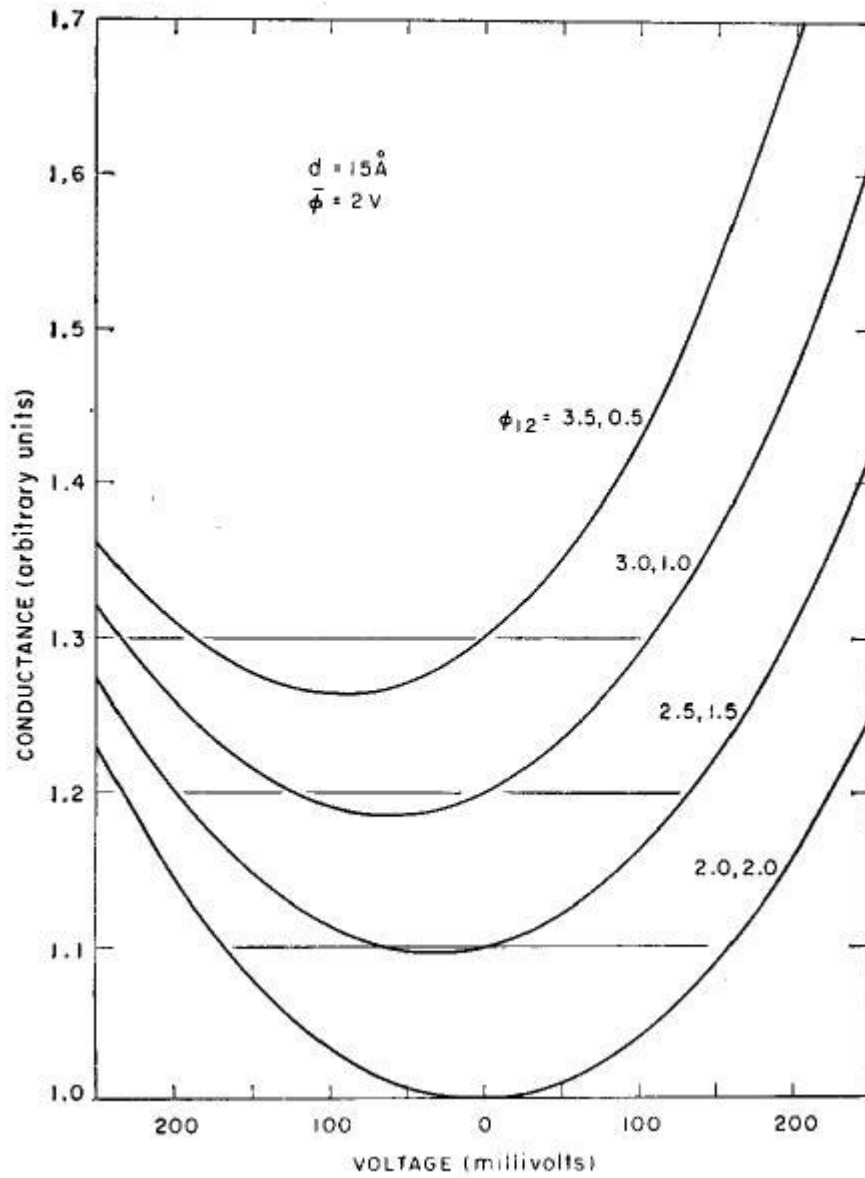


圖 2-7(a) 固定 $d=15\text{\AA}$ ， $\bar{\phi}=2\text{V}$ ，改變 $\Delta\phi$ 分別為 0、1.0、2.0、3.0V，利用 BDR 模型所畫出的 G-V 圖。[10]

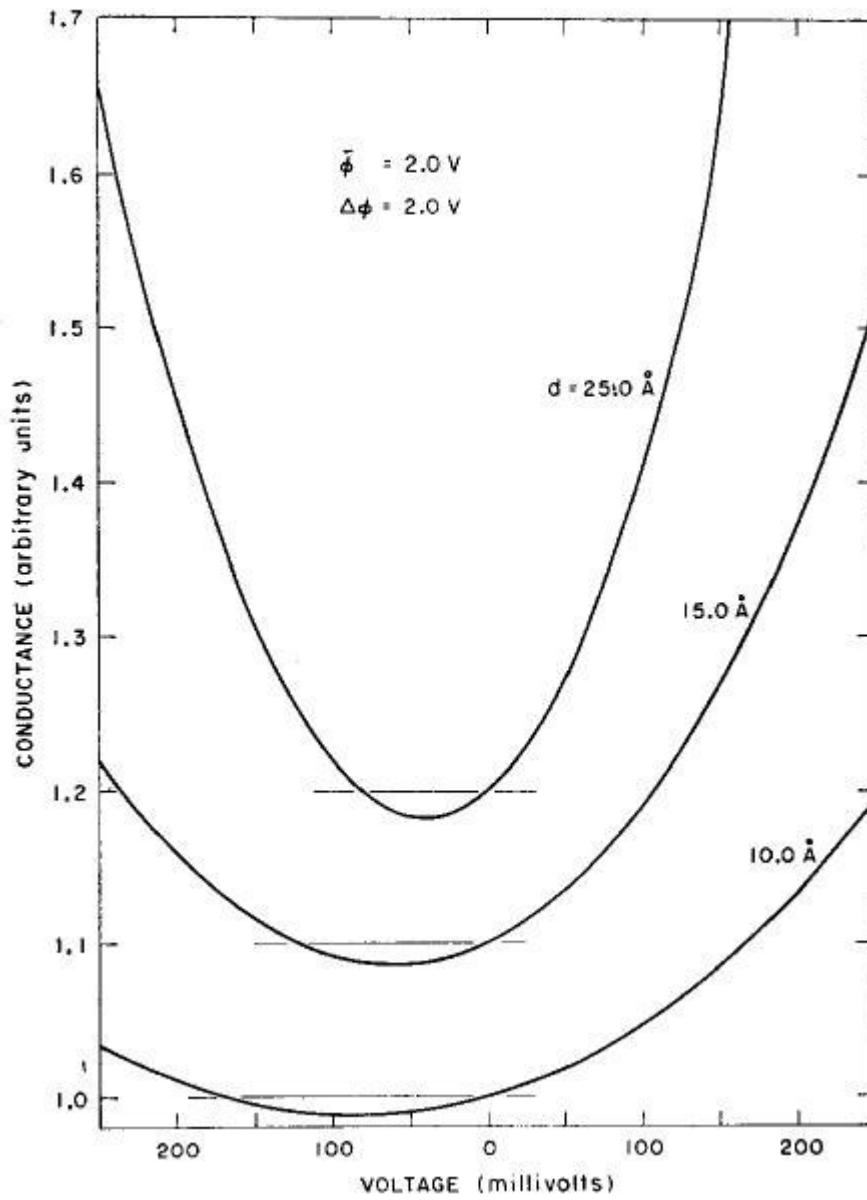


圖 2-7(b) 固定 $\bar{\phi}=2\text{V}$ ， $\Delta\phi=2\text{V}$ ，改變 d 分別為 10.0、15.0、25.0 \AA ，利用 BDR 模型所畫出的 G-V 圖。[10]

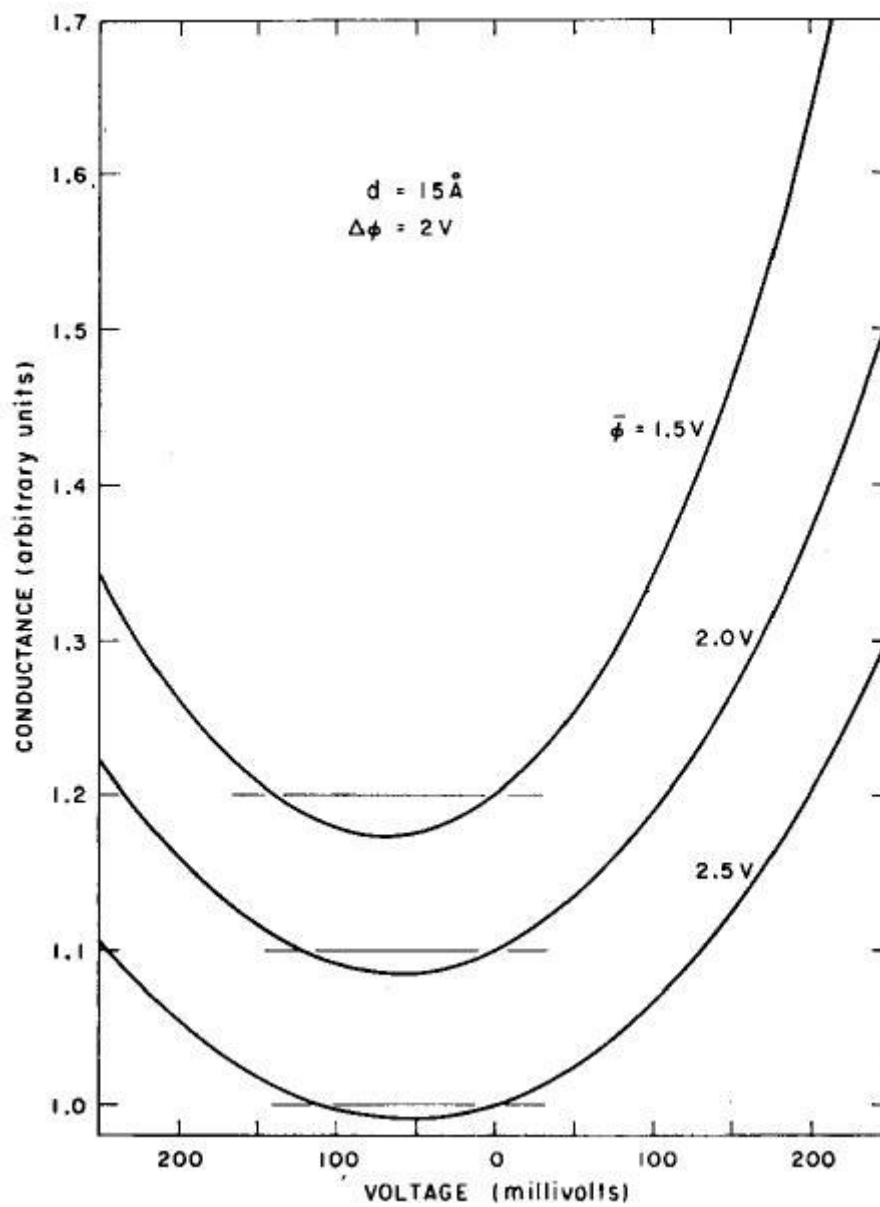


圖 2-7(c) 固定 $d=15\text{\AA}$ ， $\Delta\phi=2\text{V}$ ，改變 $\bar{\phi}$ 分別為 1.5、2.0、2.5V，利用 BDR 模型所畫出的 G-V 圖。[10]

2-3 磁性雜質對微分電導的影響

這一節主要是討論當磁性雜質出現在位壘附近時，可能會出現的 Kondo 效應，以及 RKKY 效應。

2-3-1 Kondo 效應

Kondo 效應是 1964 年由 Kondo[11] 經由 Born[12] 模型近似並且近似到二次項所得到的結果。當位壘附近有少許的磁性雜質，且雜質會和導電電子交互作用，但雜質間不互相影響時，需要對能量做微擾的修正，其修正能量為 $H = H_0 + H'$ ，其中 H_0 是沒有微擾時的能量，而 H' 則是微擾的修正項

$$H' = -J \sum_k \vec{\sigma}_k \cdot \vec{S} \quad (2.45)$$

這裡的 J 是指磁性雜質和導電電子之間的交互作用，對反鐵磁物質來說 $J < 0$ ， $\vec{\sigma}$ 是導電電子的自旋， \vec{S} 是磁性雜質的磁矩。經過 Born 模型計算可以得到其散射速率為

$$w_{i,j} = \frac{2\pi}{\hbar} \left(|H'_{ij}|^2 + \sum_{k \neq i} \frac{H'_{ik} H'_{kj} H'_{ij}}{E_i - E_k} + c.c. \right) \cdot \delta(E_i - E_j) \quad (2.46)$$

並且在二次散射的推導中，電子會從 k 狀態經過一個中間態再跳到 k' 狀態，我們將散射情況寫成

$$\begin{aligned} |\dots q \uparrow \dots k \uparrow\rangle |M\rangle &\Rightarrow |\dots q \uparrow \dots q' \uparrow\rangle |M\rangle \Rightarrow |\dots q \uparrow \dots k' \uparrow\rangle |M\rangle \dots \dots (1) \\ |\dots q \uparrow \dots k \uparrow\rangle |M\rangle &\Rightarrow |\dots k' \uparrow \dots k \uparrow\rangle |M\rangle \Rightarrow |\dots k' \uparrow \dots q \uparrow\rangle |M\rangle \dots \dots (2) \\ |\dots q \uparrow \dots k \uparrow\rangle |M\rangle &\Rightarrow |\dots q \uparrow \dots q' \downarrow\rangle |M+1\rangle \Rightarrow |\dots q \uparrow \dots k' \uparrow\rangle |M\rangle \dots \dots (3) \\ |\dots q \downarrow \dots k \uparrow\rangle |M\rangle &\Rightarrow |\dots k' \uparrow \dots k \uparrow\rangle |M-1\rangle \Rightarrow |\dots k' \uparrow \dots q \downarrow\rangle |M\rangle \dots \dots (4) \end{aligned} \quad (2.47)$$

在 2.47 式中可以看到(3)、(4)兩種散射情況會有自旋反轉的現象，導致狀態數增加，使微分電導上升。計算到最後可以得到在零偏壓時，其微分電導 G 在低溫區對溫度 T 有 $-\log T$ 的關係。並且由圖 2-8 中，我們可以看到 Kondo 效應在穿隧實驗中的結果。

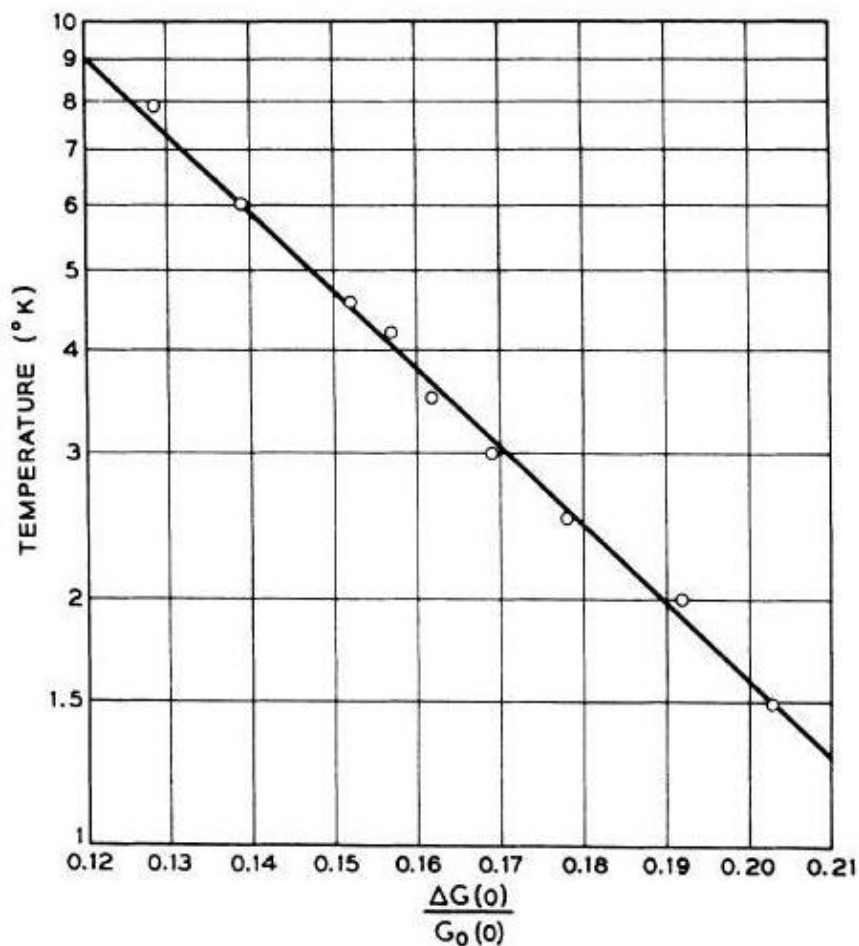


圖 2-8(a) Ta/TaOx/Al 穿隧實驗 G-T 圖。從圖中可以看到在低溫區域 G 和 $\log T$ 之間的線性關係。[13]

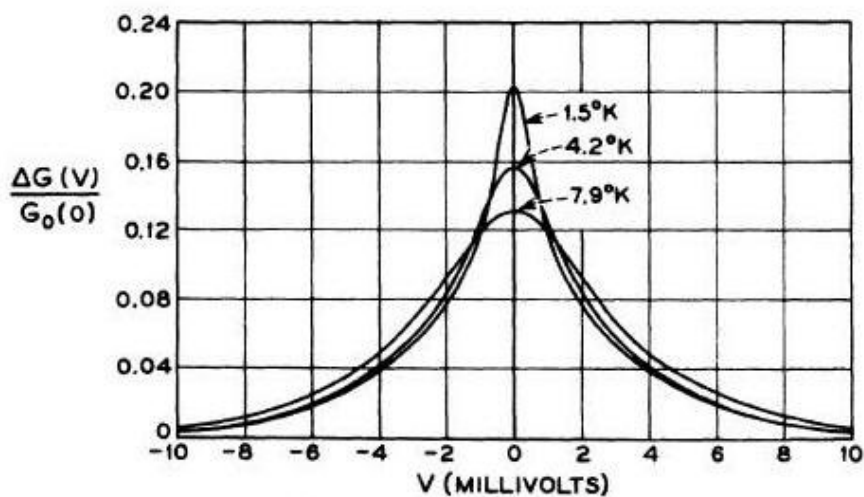


圖 2-8(b) Ta/TaOx/Al 穿隧實驗 G-V 圖。從圖中可以看到 Kondo 效應在零偏壓處的微分電導隨溫度下降而上升，其寬度隨溫度下降變窄。[13]

2-3-2 RKKY 效應

當位壘附近的磁性雜質濃度夠多時，雜質之間就會經由導電電子產生交互作用，這就是所謂的 RKKY 效應，在 Wyatt [14] 的推導中，我們可以將某一雜質和其他雜質間的交互作用視為此雜質處在某一等效磁場下的情況(也就是 Kondo 效應在磁場中的影響)，如圖 2-9 所示。這時候我們把此雜質所感受到的磁場從 H 到 $H + dH$ 之間的機率為 $P(H)$ ，且 $\int_0^\infty P(H)dH = 1$ ，如果只考慮一個磁性雜質在一磁場下的所產生的微分電導為 $G(V, T, H)$ ，那麼我們就可以寫下有 N 個磁性雜質分別在某一等效磁場下的微分電導

$$G_i(V, T) = G_0 + N \int_0^\infty P(H)G(V, T, H)dH \quad (2.48)$$

其中 G_0 是指在接點中沒有磁矩時的情況。

RKKY 效應的 $P(H)$ 可以寫成 lorentzian 或是 gaussian 分佈的形式，我們無法判斷應該使用哪一種形式表示，但是 $P(H)$ 的確切形式並不會對結果產生太大的影響，因此我們可以選擇 gaussian 的形式來近似

$$P(H) = \frac{2}{\pi} \frac{g\beta}{kT_H} \exp\left(-\left(\frac{g\beta H}{kT_H}\right)^2\right) \quad (2.49)$$

其中 $P(H)$ 的特徵寬度為 T_H 正比於 $c^{1/2}$ (c 是雜質濃度)，因此 $P(0)$ 正比於 $c^{-1/2}$ 。

接著利用 Appelbaum [15,16] 所計算的近似(單一雜質在外加磁場下的 Born 模型近似)，並取到二次項

$$G(V, T, H) = G_0 + G^{(2)} + G_1^{(3)} + G_2^{(3)} + G_3^{(3)} \quad (2.50)$$

$$G^{(2)} = D \frac{\langle M \rangle}{2S(S+1)} \left\{ \Gamma\left(\frac{\Delta + eV}{kT}\right) + \Gamma\left(\frac{\Delta - eV}{kT}\right) \right\} \quad (2.51)$$

$$G_1^{(3)} = C \left\{ 1 + \frac{\langle M^2 \rangle}{2S(S+1)} + \frac{\langle M \rangle}{2S(S+1)} \left\{ \Gamma\left(\frac{\Delta + eV}{kT}\right) + \Gamma\left(\frac{\Delta - eV}{kT}\right) \right\} \right\} F(eV) \quad (2.52)$$

$$G_2^{(3)} = \frac{C}{2} \left\{ 1 + \frac{\langle M^2 \rangle}{2S(S+1)} + \frac{\langle M \rangle}{2S(S+1)} \Gamma \left(\frac{\Delta + eV}{kT} \right) \right\} F(\Delta + eV) \quad (2.53)$$

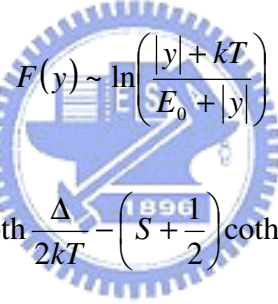
$$G_3^{(3)} = \frac{C}{2} \left\{ 1 + \frac{\langle M^2 \rangle}{2S(S+1)} + \frac{\langle M \rangle}{2S(S+1)} \Gamma \left(\frac{\Delta - eV}{kT} \right) \right\} F(\Delta - eV) \quad (2.54)$$

其中

$$D = \frac{4\pi e^2}{\hbar} \rho^a \rho^b T_J^2 S(S+1) \quad (2.55)$$

$$C = -2DJ\rho^a \quad (2.56)$$

$$\Gamma(x) = \frac{e^{2x} - 1 - 2xe^x}{1 + 2e^x + e^{2x}} \quad (2.57)$$



$$F(y) \sim \ln \left(\frac{|y| + kT}{E_0 + |y|} \right) \quad (2.58)$$

$$\langle M \rangle = \frac{1}{2} \coth \frac{\Delta}{2kT} - \left(S + \frac{1}{2} \right) \coth \left(S + \frac{1}{2} \right) \frac{\Delta}{kT} \quad (2.59)$$

$$\langle M^2 \rangle = \langle M \rangle^2 - \left(S + \frac{1}{2} \right)^2 \operatorname{sech}^2 \left(S + \frac{1}{2} \right) \frac{\Delta}{kT} + \frac{1}{4} \operatorname{sech}^2 \frac{\Delta}{2kT} \quad (2.60)$$

T_J 是經由散射作用而穿隧的矩陣元素， J 是電子反射回原電極的散射作用的矩陣元素， Δ 是磁場下的能階分裂 ($\Delta = g\beta H$)， S 是磁性雜質的自旋， ρ^a 和 ρ^b 分別是兩端電極的電子態密度。我們可以從圖 2-10 中看出 RKKY 的理論計算值(其值都經過 2.48 式的積分計算)，以及實驗結果。

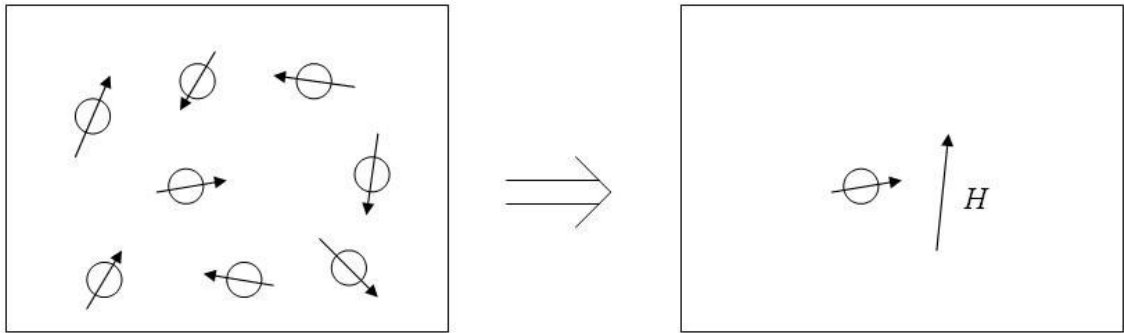


圖 2-9 磁性雜質間的交互作用可視為雜質在等效磁場中的示意圖。

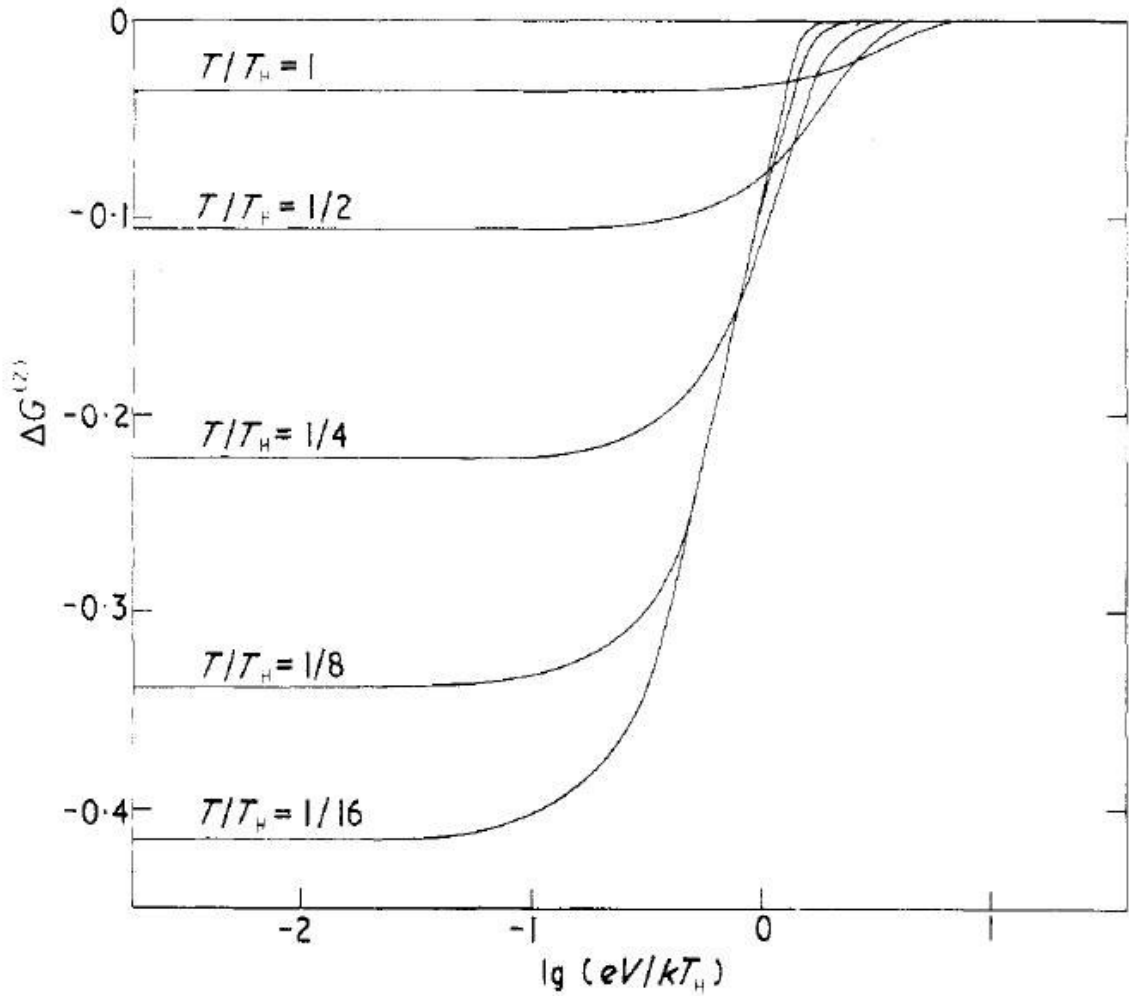


圖 2-10(a) RKKY 效應下 Born 模型的一次近似圖。其參數為 $D=1$ 、 $S=1/2$ 、 $g=2$ ，且 $\Delta G^{(2)} = G^{(2)}(H) - G^{(2)}(H=0)$ 。 [14]

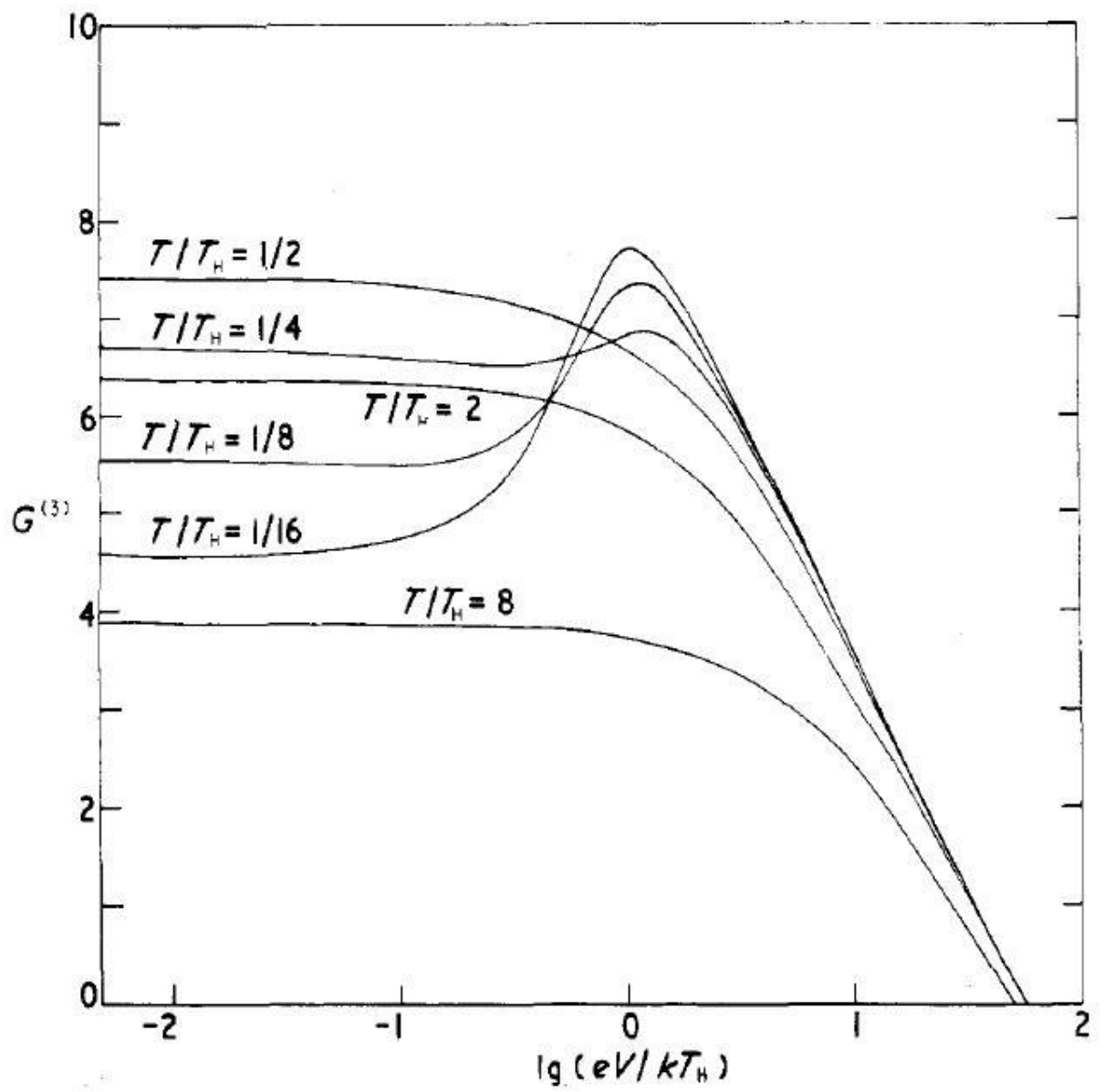


圖 2-10(b) RKKY 效應下 Born 模型的二次近似圖。其參數為 $C=1$ 、 $S=1/2$ 、 $g=2$ 。[14]

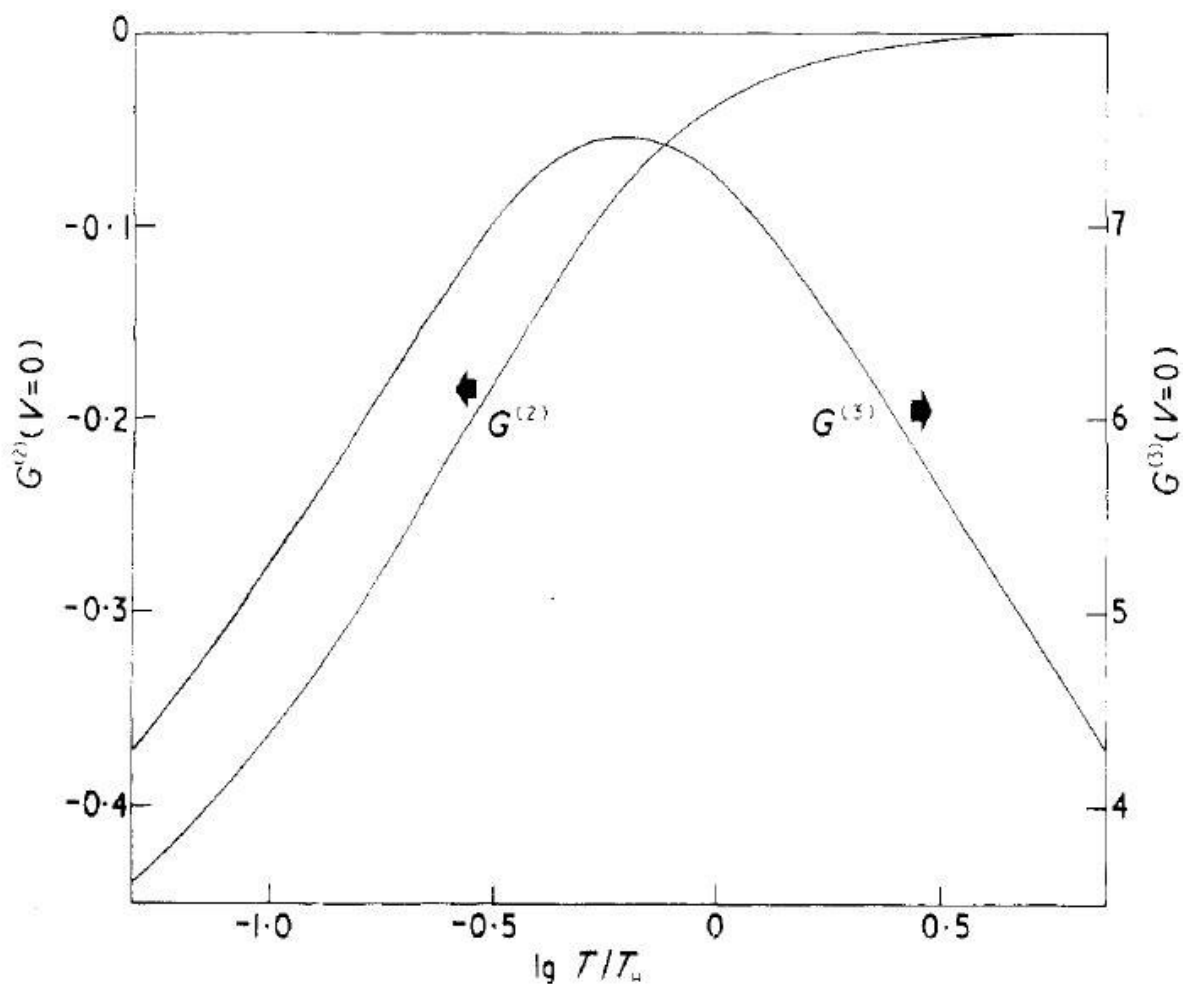


圖 2-10(c) Born 模型在零偏壓下的一次及二次近似圖。當 $T \approx T_H$ 時 $G^{(2)} + G^{(3)}$ 有極大值，其參數為 $C=D=1$ 、 $S=1/2$ 、 $g=2$ 。[14]

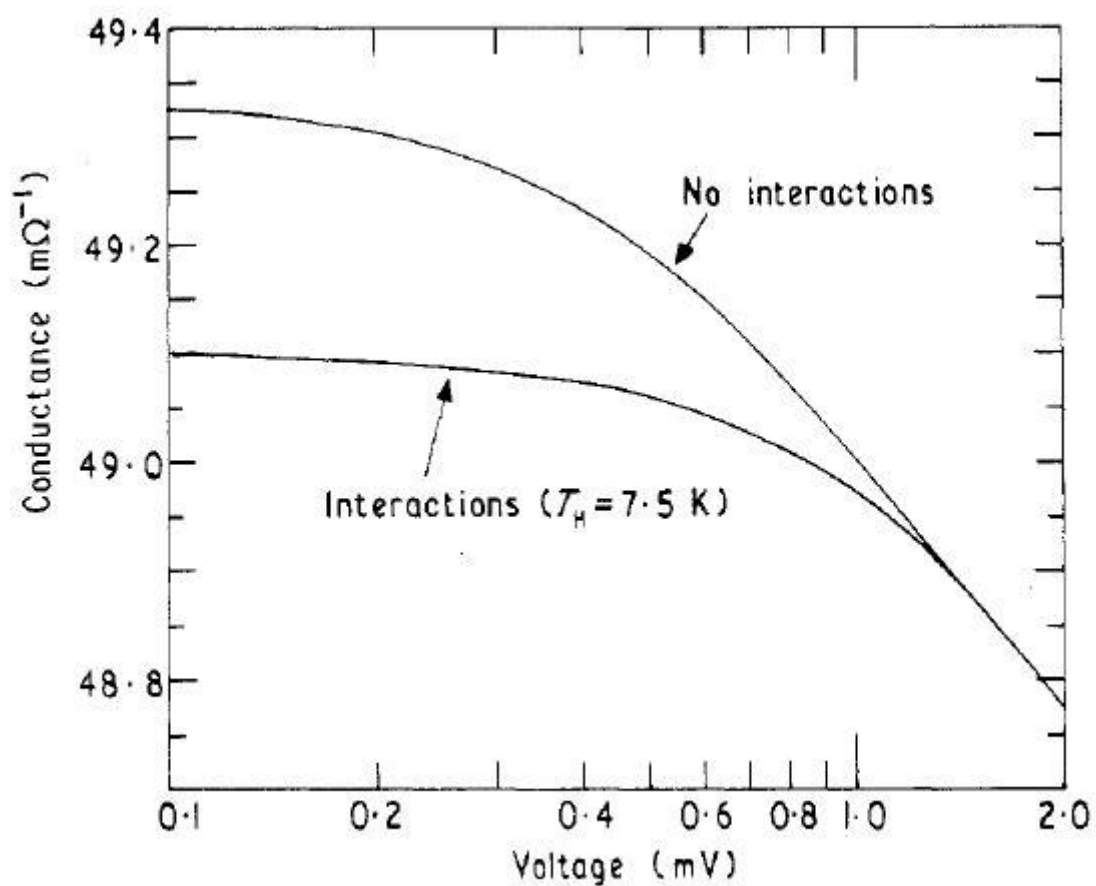


圖 2-10(d) RKKY 效應 $G-V$ 實驗圖。這裡是利用 Al/AlOx/Ag 參雜不同濃度的 Ti，使磁性雜質間產生有交互作用或無交互作用所得到的實驗結果。[14]

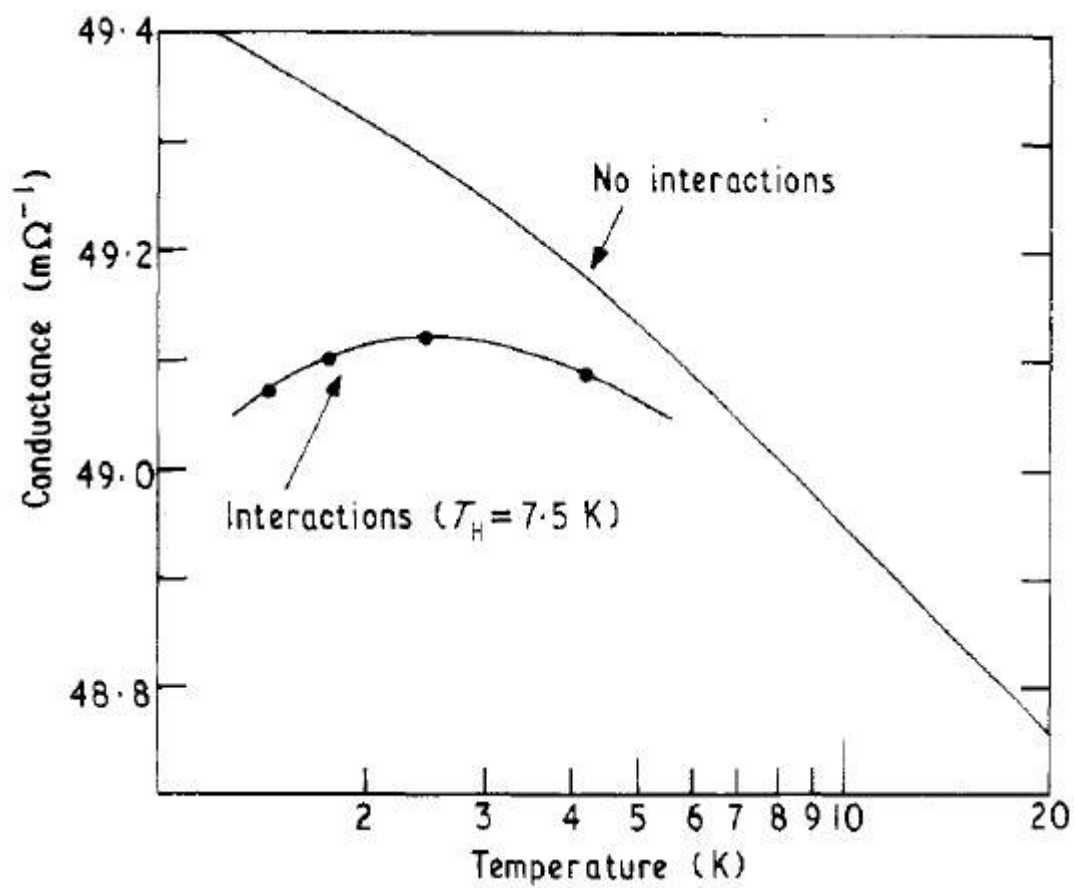


圖 2-10(e) RKKY 效應 $G-T$ 實驗圖。利用和圖 2-10(d) 相同的穿隧接點所得到的實驗結果。[14]

三、實驗方法與原理

3-1 樣品的製作

我們的實驗主要是做金屬/絕緣層/金屬結構的穿隧電性量測，所以在樣品的製作上需要分成三個步驟來完成。

3-1-1 熱蒸鍍

在高真空的環境下加熱材料，使材料蒸發或昇華脫離表面，並附著在覆蓋有遮罩的基板上，所以我們可以把我們所需要的圖形鍍在基板的表面上。需要高真空的條件是因為要隔絕空氣中的髒東西，並且減少蒸鍍材料與氣體分子的碰撞或反應，蒸鍍的膜才會均勻且乾淨。

如圖 3-1，我們把蒸鍍材料放在鎢舟上，基板放在上方約 15cm 處，中間用擋板隔開，在鎢舟兩端緩慢加大電壓使鎢舟加熱，直到蒸鍍速率達到適當的值並穩定，之後移開擋板直到基板上的膜厚達到所需的厚度，移回擋板使膜厚不再增加，並慢慢減少鎢舟兩端電壓，使蒸鍍材料不再揮發。我們之所以要緩慢增減電壓是為了要避免鎢舟的溫度升降太快導致鎢舟變形或斷裂。

我們用石英震盪器當作膜厚計來監測蒸鍍速率與膜厚，所使用的震盪器頻率約 6MHz，當材料附著在震盪器上會使重量增加，導致震盪頻率變小，藉由探測震盪頻率的偏移量，並且配合參數的設定，我們可以得到準確的膜厚。

鎢舟的選擇也是很重要的，在製作穿隧接點的過程中我們需要使用到鋁，但是鋁對鎢的附著力比較大，所以當鋁溶化之後就會延著鎢舟四處擴散，甚至是會跑到鎢舟的背面，導致鋁向四面八方蒸鍍，容易污染腔體，而且也浪費鋁，所以我們選擇氧化鋁坩鍋來代替鎢舟，如圖 3-2。

3-1-2 絕緣層的製作[17,18]

氧化鋁結構緻密製作簡單是很好的絕緣層材料。如圖 3-3，利用高電壓使氧氣體原子游離成為游離態，其中會有部分的氧原子被激發成為激發態，這些激發原子會和鋁反應成為氧化鋁。

我們在蒸鍍機腔體中通入氧氣，並維持在一定壓力下，在不鏽鋼線圈上加負高壓，可以看到白色輝光，這是激發態的氧原子變回基態所放出的光，在線圈上也會看到少許火花，這是氧離子被電場加速撞擊到線圈表面的金屬所造成的，等到線圈不再出現火花，可以將擋板移開，開始氧化金屬鋁的表面，控制氧化時間可以成長出不同厚度的氧化鋁。

3-1-3 穿隧接點樣品的製程

我們用康寧玻璃作為基板，尺寸為 9.6mm×5.9mm×0.5mm，這是為了配合低溫儀所選用的規格，製作樣品前我們需要先清洗玻璃基板、蒸鍍材料、遮罩以及鎢舟，清洗的方式是依序用丙銅、酒精置於超音波震盪器中震盪 5-10 分鐘，之後用氮氣槍吹乾或用無塵紙擦乾。

先將玻璃基板用真空膠固定在樣品座上，蓋上遮罩，形狀如圖 3-4(a)，將氧化鋁坩鍋固定在正負電極上，放入高純度的金屬鋁(99.999%)，確定擋板可以完全擋住玻璃基板，之後利用機械幫浦以及渦輪幫浦抽氣，使腔體內的真空度達到 4×10^{-6} torr 以下(約 4 小時)，設定膜厚計的參數如表 3-1，開始蒸鍍鋁，蒸鍍條件為厚度 250Å 速率 3Å/sec，鍍完之後冷卻約 1 小時，之後再通入氧氣，並用機械幫浦抽氣使腔體壓力在 0.1 torr 形成動態平衡，控制游離電流 0.03 安培，開始氧化金屬鋁的表面(隨著第三層金屬的不同氧化時間也不同)，氧化完成之後一樣等待冷卻 1 小時，打開腔體，換上第三層所需的遮罩、鎢舟及材料，重複蒸鍍鋁的步驟將第三層金屬鍍上，即可完成金屬/絕緣層/金屬穿隧接點的樣品，如圖 3-4(b)。

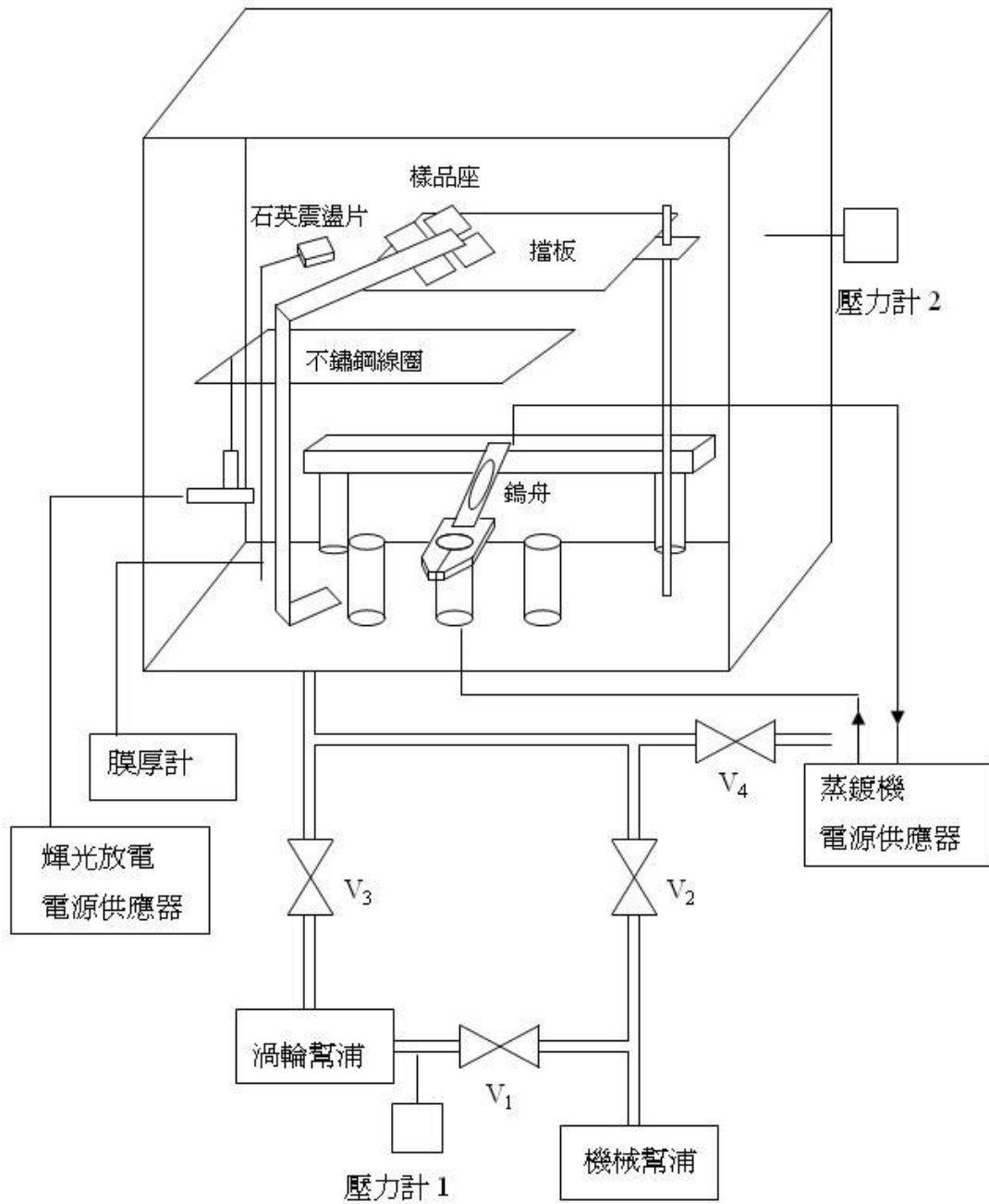


圖 3-1 蒸鍍機結構圖。V₁、V₂、V₃、V₄ 是四個氣閥。我們會先經由 V₂ 用機械幫浦粗抽至 4×10^{-2} torr 以下，再經由 V₁、V₃ 透過渦輪幫浦細抽。V₄ 我們會接到氮氣鋼瓶作為破真空之用。

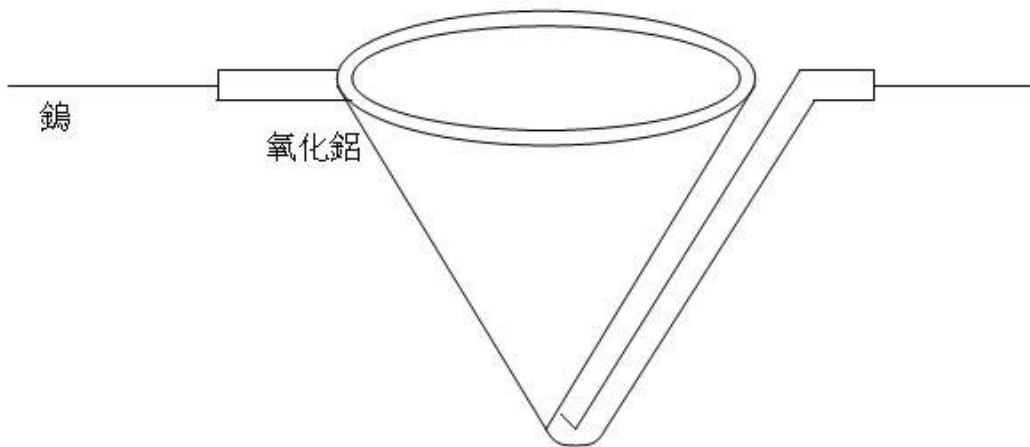


圖 3-2 氧化鋁坩鍋。中間為鎢線圈，外面覆蓋一層氧化鋁。當鋁在坩鍋中熔化時會集中在坩鍋中，使鋁的蒸鍍方向集中向上。



Material	Symbol	Density gm/cm ²	Impedance 10 ⁵ gm/(cm ² sec)
Aluminum	Al	2.70	8.17
Lead	Pb	11.30	7.81
Yttrium	Y	4.34	10.57

表 3-1 膜厚計參數表。

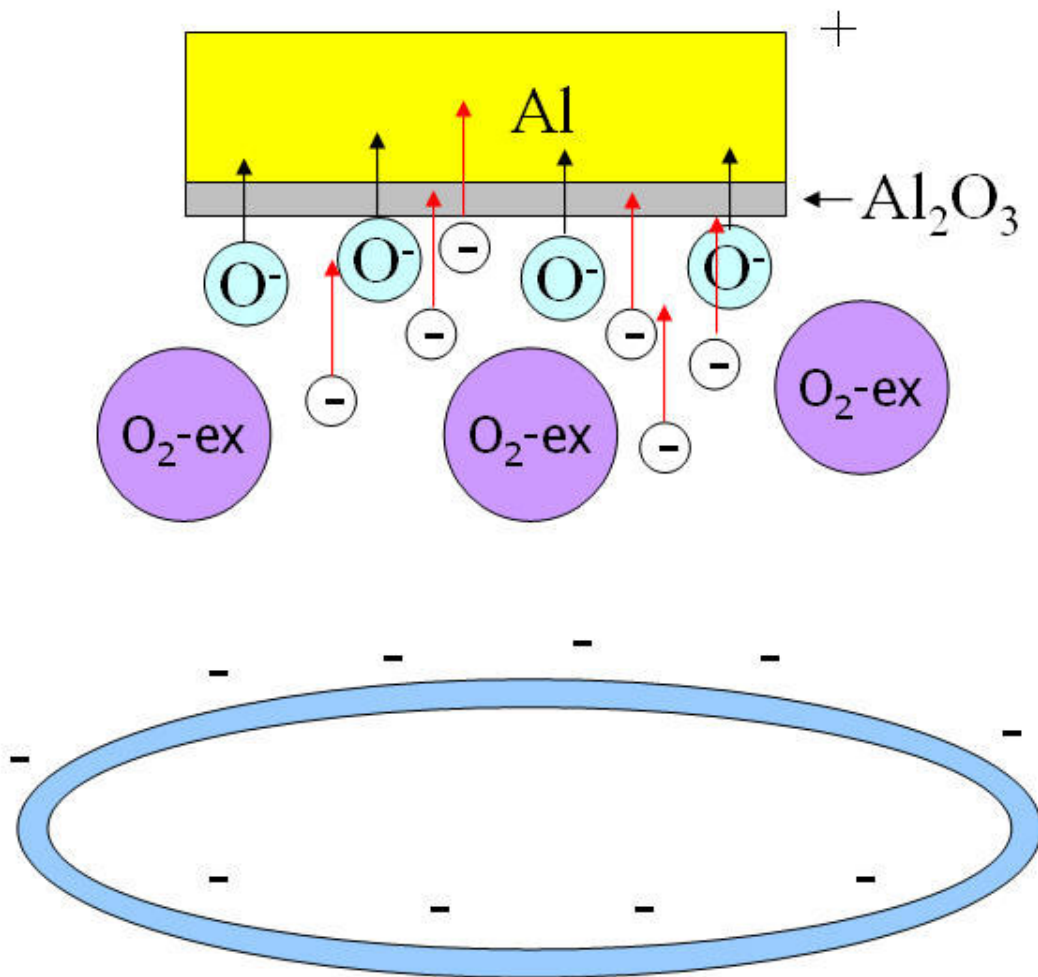


圖 3-3 輝光放電示意圖。

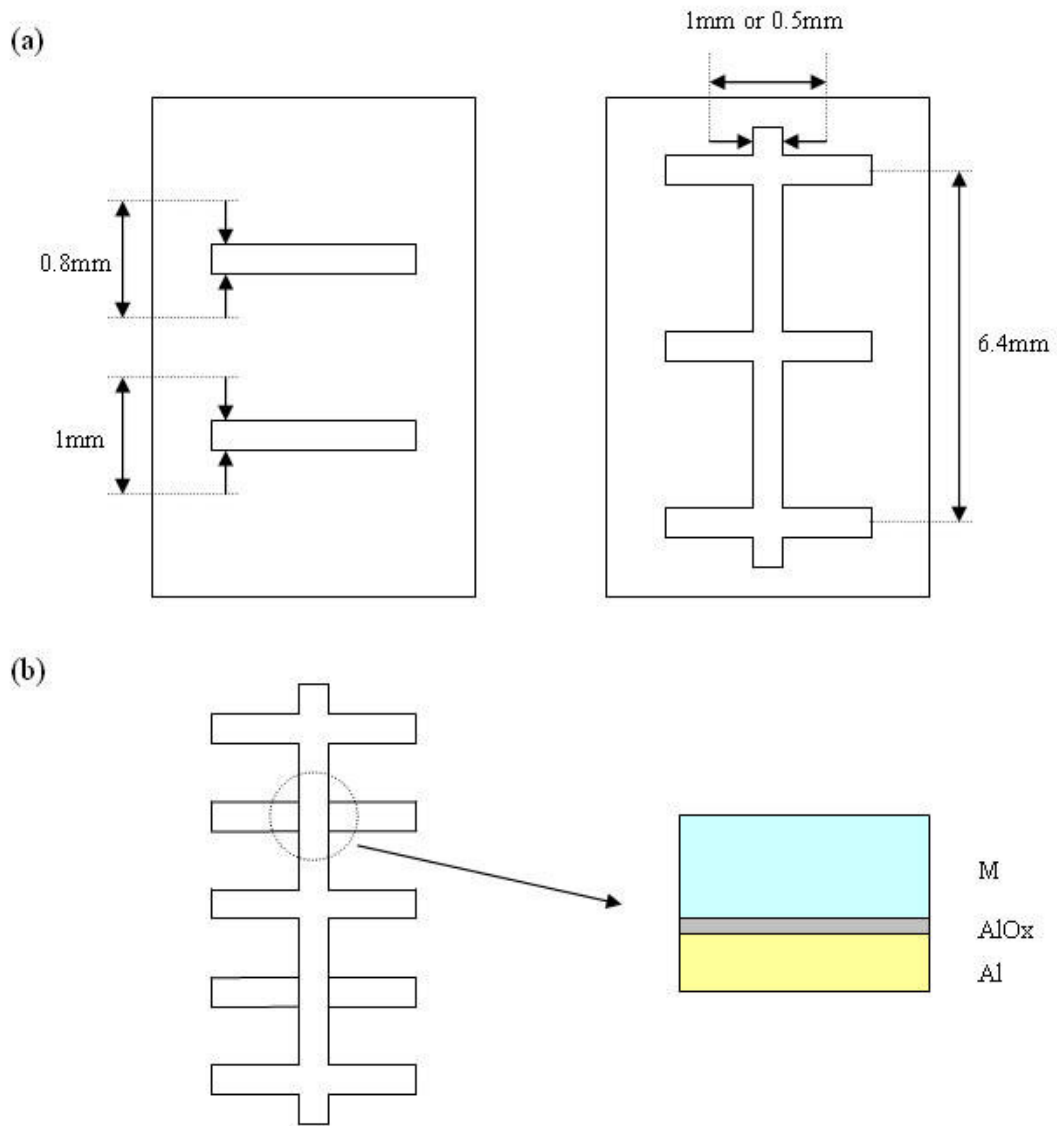


圖 3-4 (a)左圖為蒸鍍鋁及製造氧化鋁的遮罩，右圖為蒸鍍第三層金屬的遮罩。(b)左圖為金屬/絕緣層/金屬結構製作完成的圖形，右圖為穿隧接點的剖面圖。

3-2 低溫系統

實驗中所使用的低溫系統是 OXFORD 公司的 ^3He 低溫系統。如圖 3-5。

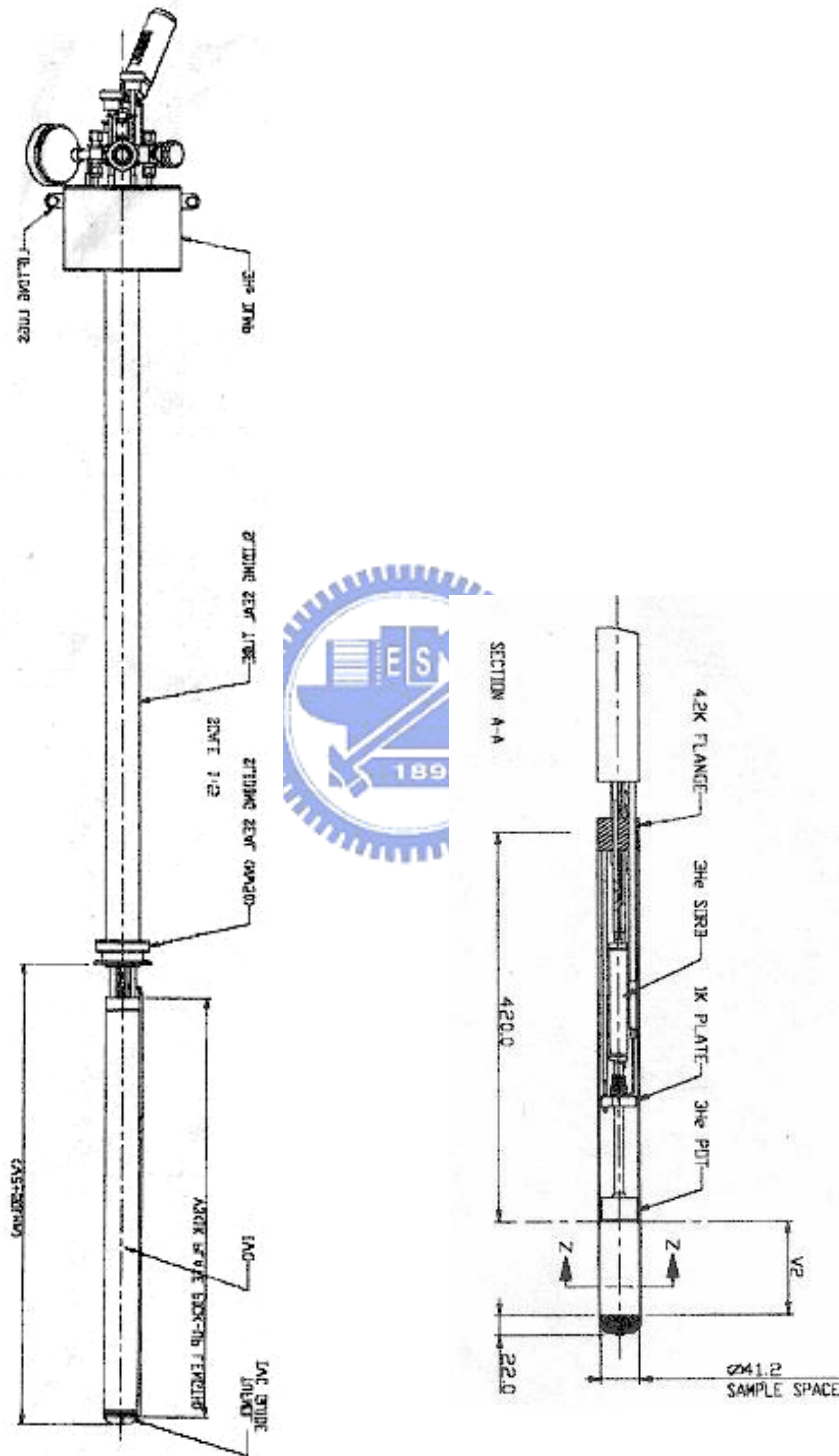


圖 3-5 ^3He 低溫系統結構示意圖。

3-2-1 降溫原理

將樣品從 300 K 降至 0.3 K 以下的降溫過程需要經過四個步驟來完成。

1. 300 K-77 K

利用液態氮在一大氣壓下的沸點 77 K，經由熱的傳導及對流方式達到降溫的功能。因為氮氣約佔空氣的 4/5 取得容易，透過工業規模的生產可以輕易取得，在儲存及使用上都相當方便安全，並且有相當強的冷卻能力，在低溫實驗中被廣泛的使用。液態氮在本實驗中被用來做預冷的用途，如果單純只用液態氮降溫，將會造成液態氮大量的消耗，實驗成本也會大幅上升。

2. 77 K-4.2 K

利用液態氦氣在一大氣壓下的沸點 4.2 K，經由熱的傳導及對流方式達到降溫的功能。1908 年荷蘭物理學家 Kamerlingh Onnes 首先成功的液化了氦氣，使低溫實驗能夠朝更低溫發展。但是液氦的汽化潛熱很小，相對來說冷氦氣從沸點升溫到 300 K 所吸收的熱量就變得重要，所以在實驗中需要充分有效的利用冷氦氣，達到節省液氦的功效。

3. 4.2 K-1.5 K

利用減壓降溫的方法，達到冷卻的效果。所謂的減壓降溫就是利用機械幫浦抽走液氦表面的氣體，使液氦表面壓力降低，由圖 3-6 的 ^4He 相圖可知，壓力降低會使得 ^4He 沸點下降，

4. 1.5 K-0.3 K

利用 ^3He 封閉系統，如圖 3-7，由 ^3He dump、sorb、 ^3He pot 組成，三者相通，但與外界隔絕，自成一個封閉系統。 ^3He dump 用來儲存 ^3He 氣體。sorb 內放置活性碳，在低溫時可以吸附 ^3He 氣體，對 ^3He 做減壓降溫的動作。 ^3He pot 用來存放 ^3He 液體。從圖 3-8 可以看到 1 K 以下 ^3He 與 ^4He 的飽和蒸氣壓與溫度的關係。

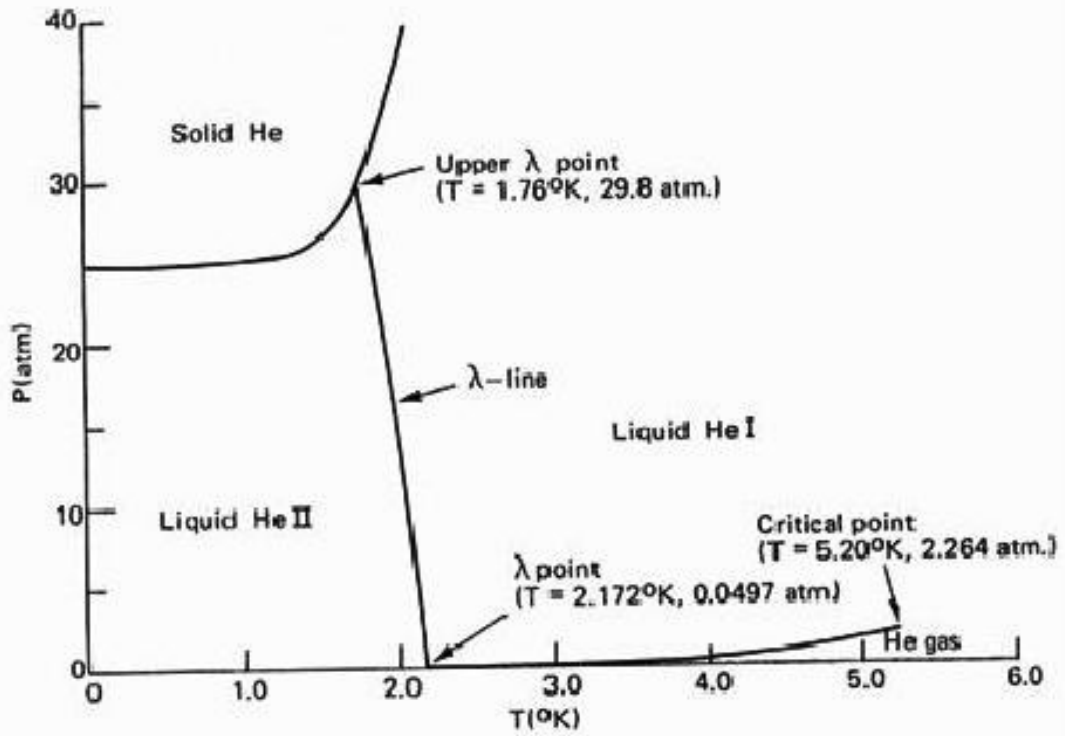


圖 3-6 ${}^4\text{He}$ 相圖。

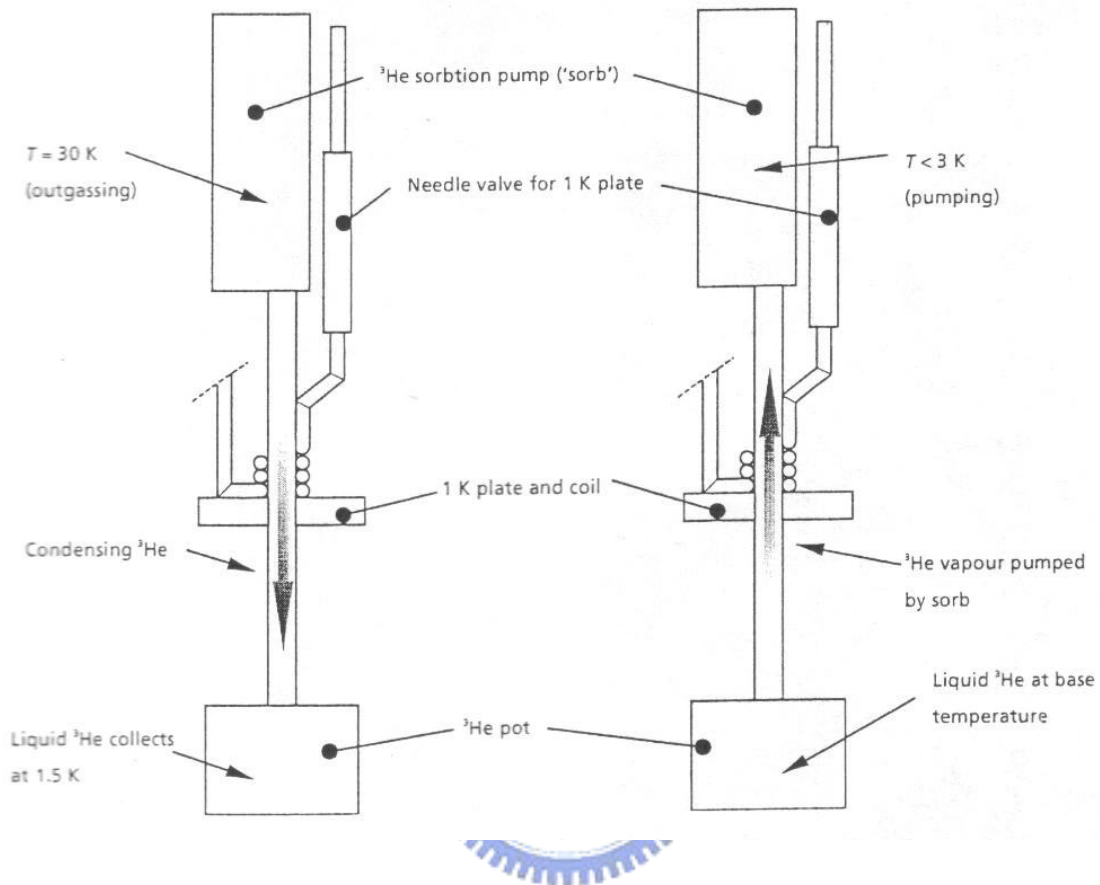


圖 3-7 ^3He 封閉系統，凝結與氣化示意圖。在 sorb 的溫度約 30 K 時，活性碳吸附 ^3He 氣體的能力較差，此時 1 K plate 與管壁作熱接觸，使 ^3He 凝結流入 ^3He pot。當 sorb 溫度降到 3 K 以下，活性碳吸附能力增強，使 ^3He 減壓降溫。

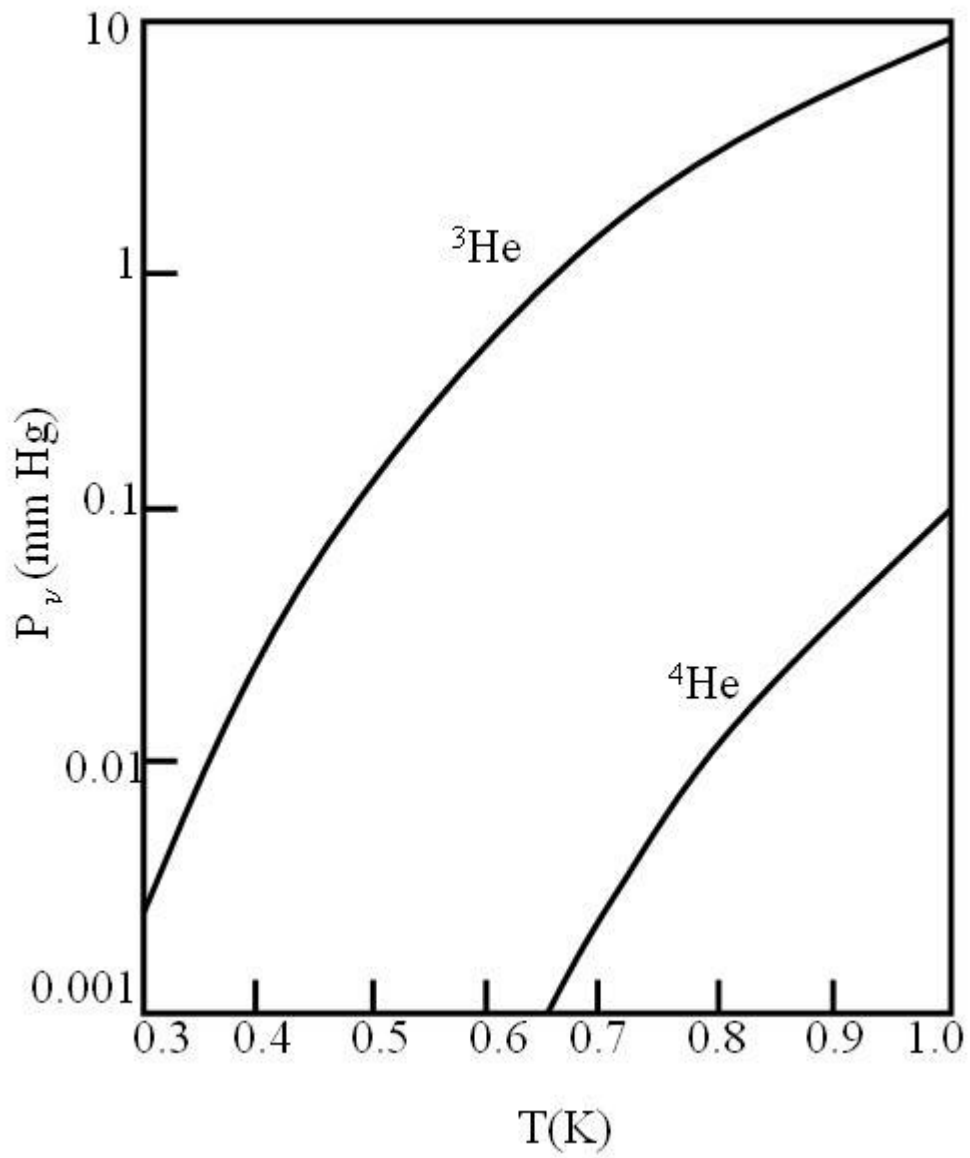


圖 3-8 1 K 以下 ^3He 與 ^4He 的飽和蒸氣壓與溫度的關係。

3-2-2 超導磁鐵

因為液氦容易受熱揮發，所以我們使用超導磁鐵來提供磁場。超導體在臨界溫度 T_c 以下呈現超導態，其電阻為零，當電流通過時所產生的功率 $P=I^2R$ 也為零，因此超導磁鐵是不會產生熱能的，故能減少液氦的損失也較安全。在使用超導磁鐵時必須注意液氦的高度，一定要蓋過磁鐵，不然磁鐵會從超導態變回正常態，使液氦大量蒸發，液氦桶中壓力瞬間變大，十分危險。

使用超導磁鐵前需要先在電源供應器上輸入參數，如表 3-2 所示，在通入電流之前，我們先加熱 heater 使附近的導線脫離超導態，如圖 3-9，再慢慢加上電流，讓電流只流過線圈部分，當電流達到設定值時，把 heater 關掉使附近的導線回到超導態，最後關掉電流，進入 persistent mode(超導電流在超導體導線中形成迴路，其能量不會損耗)。



Superconductor type	NbTi
Central magnetic field at 4.2 K	4 T
Current for central field at 4.2 K	48.165 A
Maximum rate	12.041 A/min
Inductance	0.2517 H
Switch heater current	50 mA

表 3-2 超導磁鐵規格表。

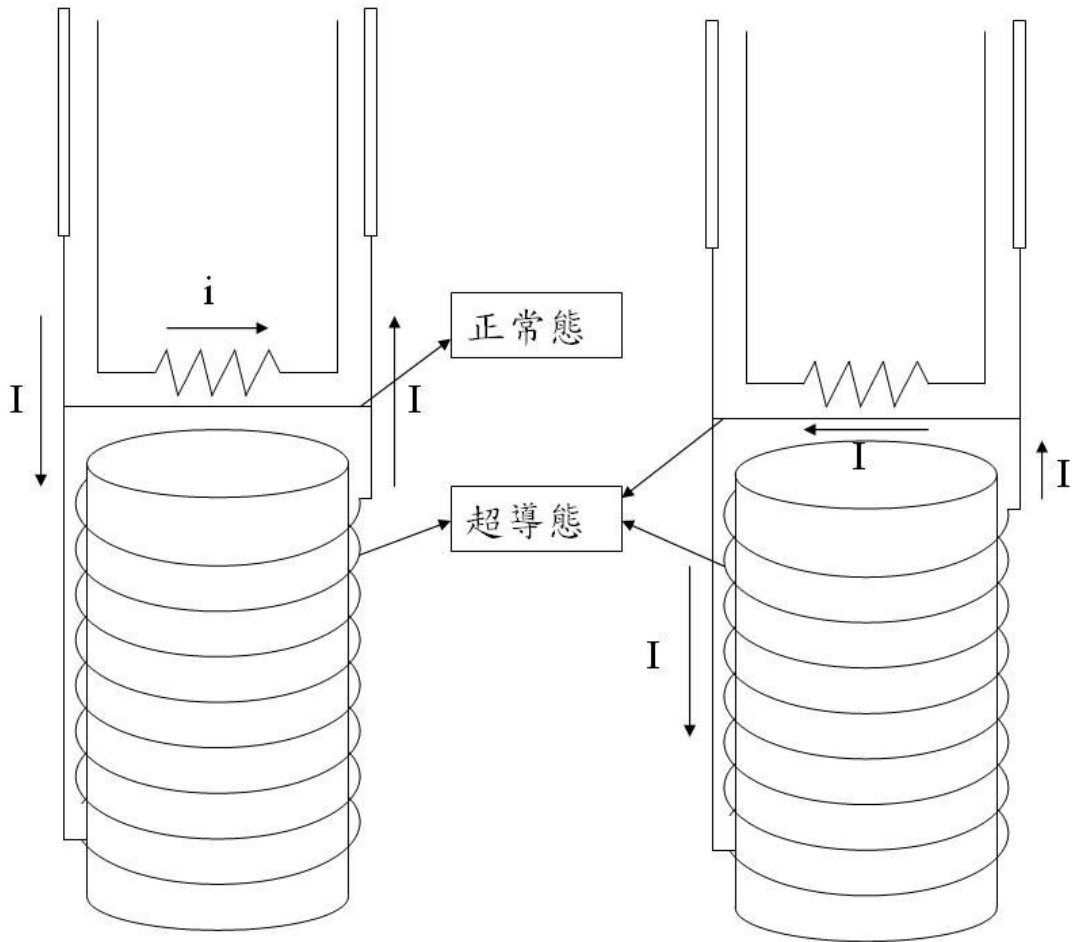


圖 3-9 左圖是超導磁鐵增加電流時的示意圖。右圖是 persistent mode 示意圖。

3-2-3 ^3He 系統操作步驟

先將樣品用銀膠接上銅線，放入防潮櫃中(避免樣品繼續氧化)，待銀膠乾後(約 12 小時)，把 ^3He 系統放置在工作桌上，樣品用 N-grease(導熱好，在低溫下不易變質)固定在樣品座上，如圖 3-10，用低溫鐸錫(woods metal 熔點約 77°C ，可以避免高溫傷害樣品)把銅線鐸在針腳(pin)上，先測試室溫下的訊號是否穩定，測試完成後可以進行封真空的動作。

用繩子將 ^3He 系統吊起，將烤過的活性碳(用 200°C 在烤箱中烤 30 分鐘，可以使活性碳中吸附的氣體釋放出來)用銅網包住放在 1 K plate 上，在 flange 及 IVC 的接口處均勻塗上真空膠，小心的把 IVC 套在 flange 上，並旋轉四分之一圈(使真空膠分布均勻)，開始抽 IVC 使壓力低於 10mtorr(約 1 小時)，在抽氣的過程中可以在 IVC 下端裝上超導磁鐵，並且將 1 K plate 抽氣管及超導磁鐵的線用鋁製膠帶固定在 IVC 上，接著用氦氣球 purge 1 K plate 抽氣管路(使抽氣管中充滿氦氣，避免在低溫時其他氣體凝結堵住管路)，purge 2 個氣球後可以開始將 ^3He 系統降溫。

在降溫前我們先在 IVC 中用氣球放入約一指節的氦氣作為交換器體，接著再將 IVC 中多餘的氦氣抽出(抽到壓力約 15mtorr)，把 ^3He 系統調整到適當高度放入液氮中預冷(在液氮中仍需 purge 1 K plate 抽氣管路)，等到 ^3He pot 溫度降到 100 K 以下(約 30 分鐘)，再把 ^3He 系統移至液氮桶內，並將 ^3He 系統上的回收管路接上，關閉液氮桶的回收閥(讓冷氦氣通過 sliding seal tube 內部，使外界的熱不易傳到 IVC 中)，接著測試 1 K plate 抽氣管路是否暢通，測試完成後開始緩慢下降 ^3He 系統到最低點(約每 5 分鐘下降 5 公分)，待溫度平衡後可以開始凝結 ^3He 的動作。

要凝結 ^3He 需要先將 1 K plate 冷卻，所以我們先把 1 K plate 的針閥打開至 40%，使液氮大量被抽入管路中，接著慢慢減少針閥開啟的大小，直到抽氣壓力約 6-7mbar，將 sorb 上的 heater 加入 8V 的電壓，使 sorb 的溫度上升，等溫度上升到 25 K 後將電壓加大至 8.5V(sorb 最終平衡溫度約 30 K)，並開始計時，30 分鐘後 ^3He 凝結完成，將 heater 關掉， ^3He pot 可降至最低溫。

實驗結束後，需要先將針閥及出口端的大閥關上，電表及超導磁鐵也要關掉，將磁鐵的電源線拔掉(電源線太重，如不事先拔掉會使 ^3He 系統重心不平衡)，慢慢拉高 ^3He 系統，等到溫度升到 30 K 左右，將 ^3He 系統完全拉出液氮桶，最後關掉溫度計，將訊

號線拔掉， ^3He 系統移回固定架上，即可完成結束動作。

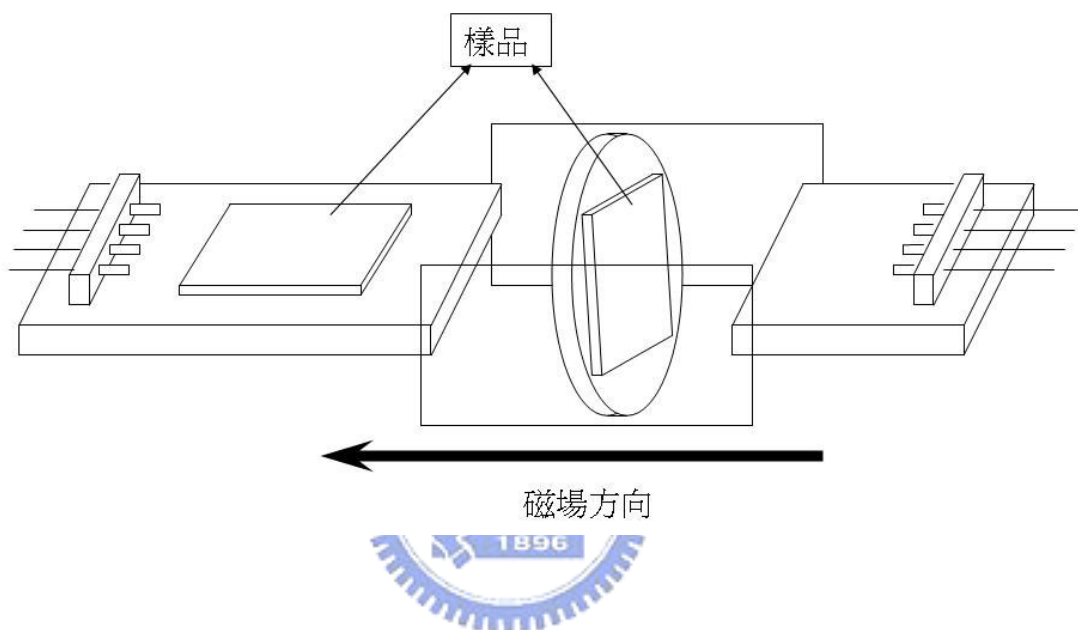


圖 3-10 樣品座示意圖。為了導熱效果好，我們使用無氧銅作為樣品座的材料，可以使樣品座和 ^3He pot 的溫度一致。

3-3 溫度測量與控溫系統

低溫實驗中最重要的就是精確的測量溫度，以及控制溫度。下面會介紹 ^3He 系統中所使用的溫度計，與控溫方法。

3-3-1 溫度計

我們在 ^3He 系統中的 sorb 處放置 Allen-Bradly 溫度計，1 K plate 及 ^3He pot 放置 RuO_2 sensor，我們不需要知道這三個溫度計精確的溫度，所以這三個溫度計是沒有經過校正的。但是，我們必須要準確的知道樣品上的溫度，所以在 ^3He pot 上面多加兩個經過校正的溫度計，分別是 Cernox sensor 和 RuO_2 sensor。這三種溫度計都是電阻式溫度計，其原理是利用溫度對電阻的關係所設計的，不同的材料會有不同的適用範圍。首先是電阻的大小要適當，不可以太大或太小，其範圍最好是在為 $1\ \Omega$ 至 $10^6\ \Omega$ 之間。再來是解析度的問題，如果要得到較高的解析度就需要有較大的 dR/dT 值，範圍大約介於 $10^{-3}\ \Omega/K$ 至 $10^6\ \Omega/K$ 之間。我們可以從圖 3-11 看出 Cernox sensor 和 RuO_2 sensor 的適用範圍。



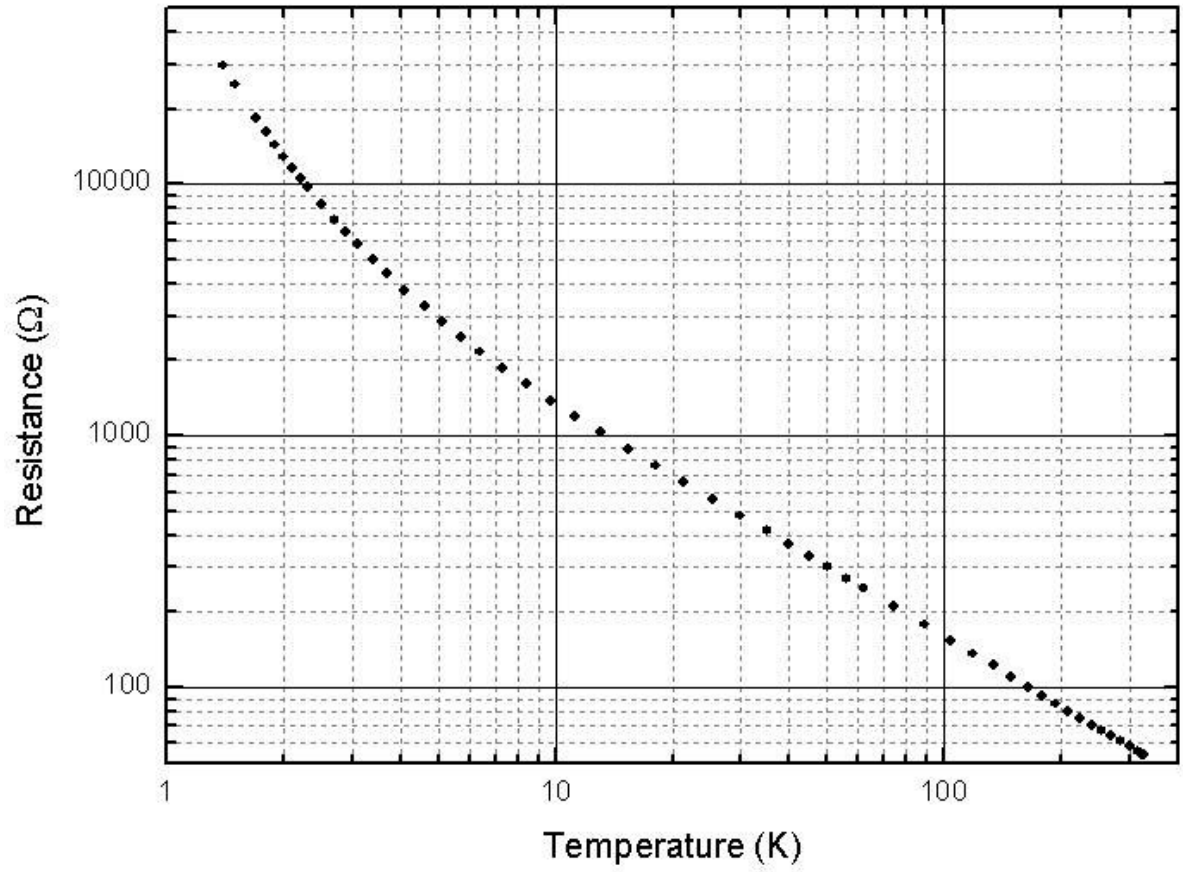


圖 3-11(a) Cernox sensor 電阻對溫度關係圖。適用範圍從 1.4 K 到 300 K。

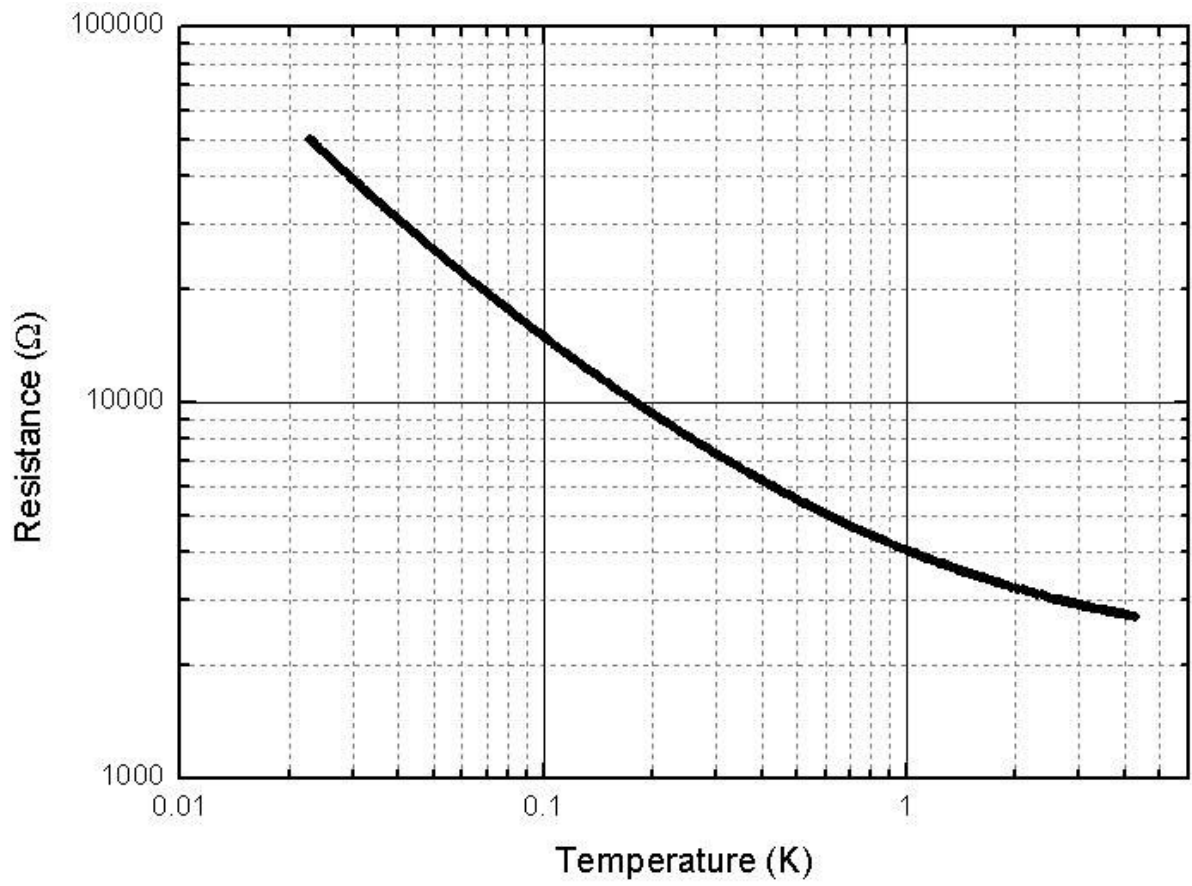


圖 3-11(b) RuO₂ sensor 電阻對溫度關係圖。適用範圍從 0.025 K 到 4.2 K。

3-3-2 控溫系統

我們使用 ITC503 溫控器對系統作 PID 自動控溫，其控溫原理是利用設定一溫度值，再利用量測到的溫度與設定值作比較，決定對 heater 的輸出電壓，如圖 3-12。我們控溫的目標都是 ^3He pot，但是我們加熱的 heater 位置卻隨溫度不同而有所改變，在溫度 2 K 以上我們直接對 ^3He pot 加熱，到了 2 K 以下我們就改為對 sorb 加熱，這是因為在 2 K 以下 ^3He 已經凝結在 ^3He pot 裡，直接加熱 ^3He pot 會使 ^3He 大量蒸發，導致 ^3He 無法在 ^3He pot 中形成液體，也就不能使 ^3He pot 保持在低溫狀態。

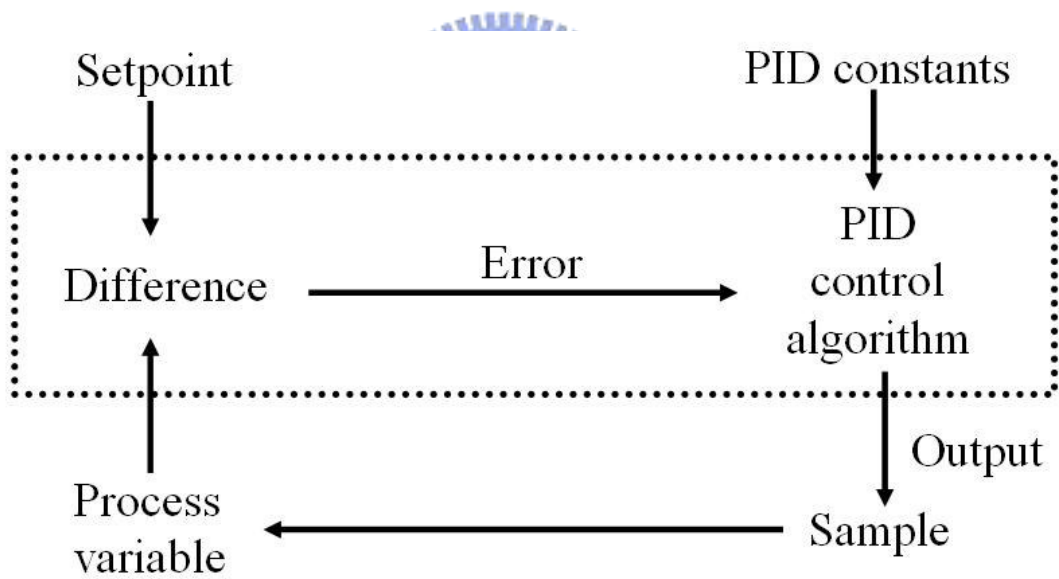


圖 3-12 PID 控溫示意圖。

3-4 量測電路

在本實驗中主要是量測在固定溫度下，穿隧接點的偏壓 V 對電導 G 的關係。我們利用直流電壓(電流)源作為偏壓用，交流的鎖相放大器用來量測電導。 $G=dI/dV$ 。

3-4-1 穿隧接點的量測

如圖 3-13，我們使用 K-220(直流電流源)作為偏壓，K-182 為直流電壓計，調整輸出電流的大小，使量測的偏壓約在-100mV 到 100mV 之間，因為在量測的電路中有交流訊號，所以在 K-182 前端放置 SR560 低通濾波器，濾掉交流訊號。使用 SR830 鎖相放大器作為交流電流源及交流電壓計，因為 SR830 只能提供交流電壓，因此我們在樣品上串聯一個大電阻(30M Ω)，而樣品電阻約 1k Ω 到 10k Ω 之間，所以只需要考慮大電阻的貢獻，藉由此方法可以將電壓源轉為電流源，我們控制輸出的電壓大小使樣品兩端的交流電壓約為 100 μ V(由於交流電壓很小可以忽略其對直流偏壓的貢獻)。

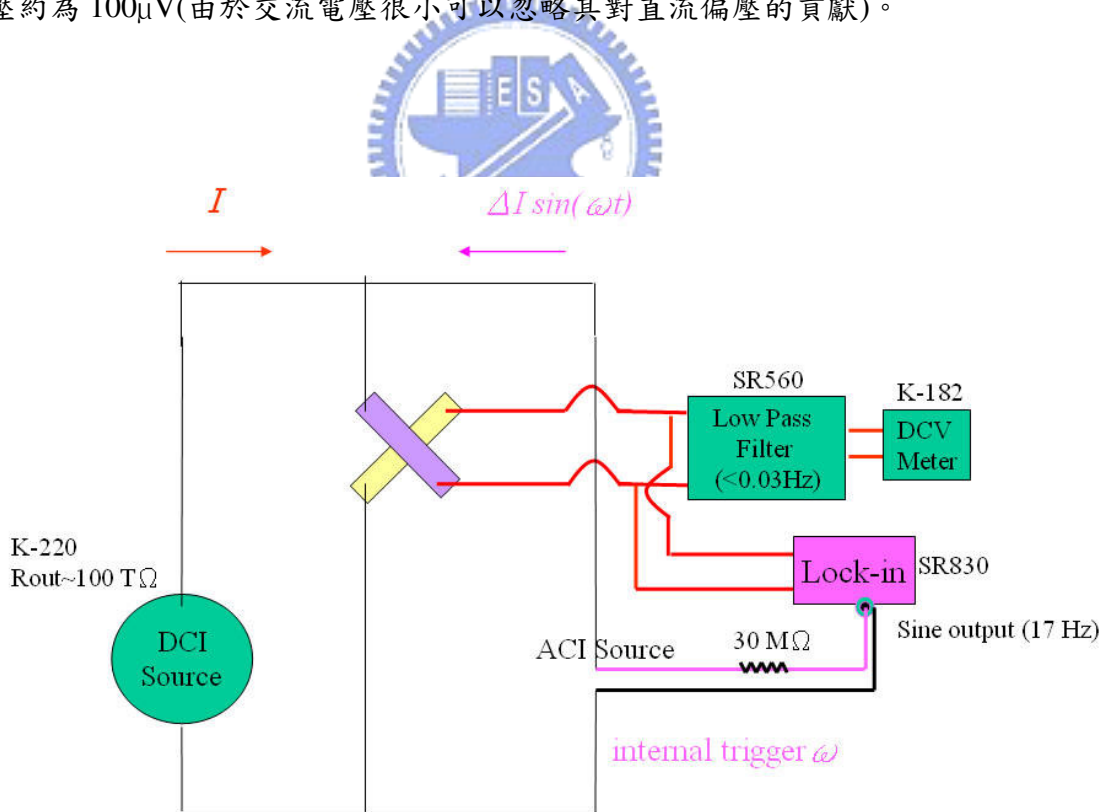


圖 3-13 穿隧接點量測電路圖。

3-4-2 超導能隙的量測

如圖 3-14，我們使用 K-230(直流電壓源)作為偏壓，K-182 及 SR560 用來量測直流電壓，從電路圖中可以看出穿隧接點兩端電壓約為 K-230 輸出電壓的 $1/50$ 。使用 SR830 鎖相放大器作為交流電壓源及交流電流計，我們先輸出 1V 的交流電壓，經過 SR554(變壓器)使電壓降至 10mV，再經過電阻的串接可以知道穿隧接點兩端電壓約為 $20\mu\text{V}$ ，最後再量測流經穿隧接點的電流可以得到電導 G 。

我們不用圖 3-13 的接法量測超導能隙，是因為交流電壓轉為電流源時，是將電流視為一個常數，但是穿隧接點在超導態時電阻會接近無限大，我們不能忽略穿隧接點的貢獻，因此量測超導能隙不適合用送 I 量 V 的電路。

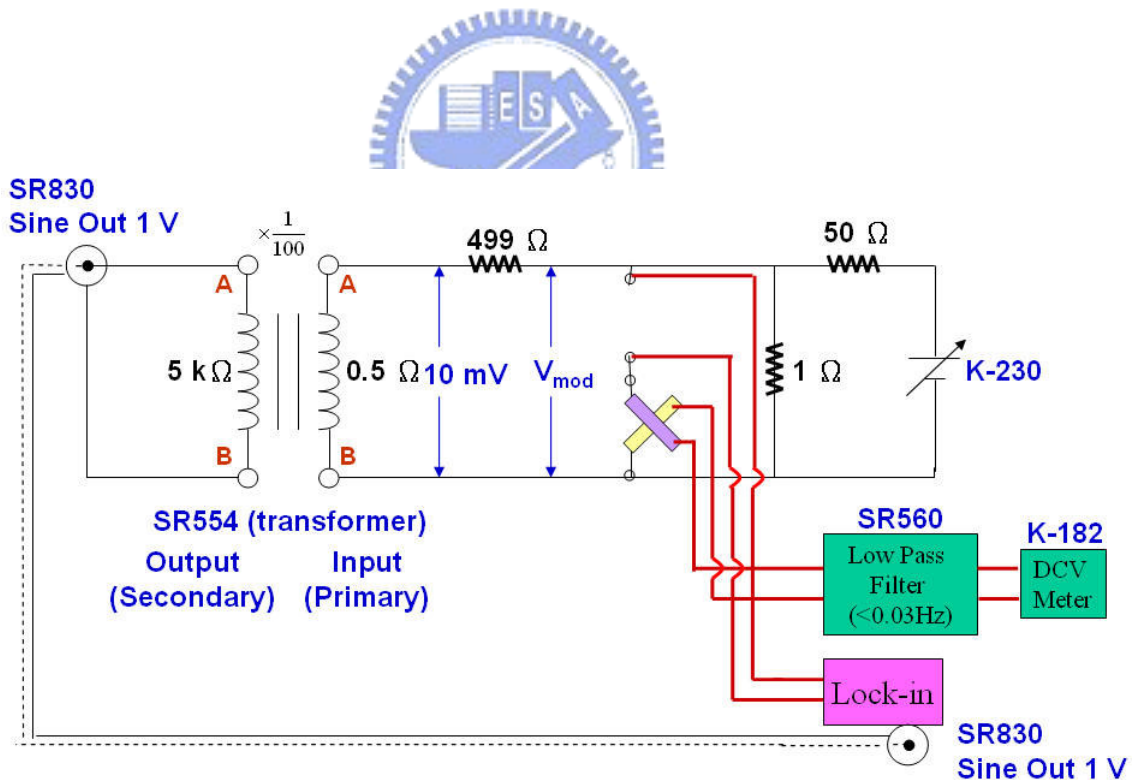


圖 3-14 超導能隙量測電路圖。

四、實驗結果與分析

4-1 超導能隙的量測

我們在製作穿隧接點的過程中，不能保證會百分之百的成功，其中最容易出問題的就是絕緣層的製作，由於我們只能控制氧化層形成的時間，而氧化層又不能太厚導致電阻過大，所以有時絕緣層會產生漏洞，使電子不是透過穿隧效應而是直接流過接點。我們可以藉由超導能隙的量測，來確定我們製作的穿隧接點是良好的沒有漏洞。

所謂的超導能隙就是，隨著溫度降低，當其中一邊的電極形成超導態時($T < T_c$)，電極內部的電子會形成 Cooper pair 導致能量降低，這種現象會使費米能量附近的某一範圍內沒有電子存在。從圖 4-1 中可以看出，在小偏壓時電流幾乎不會流過接點，直到偏壓大於某一臨界值時才會開始出現電流，所以我們可以知道在小偏壓範圍內，其微分電導趨近於零。[19]

在圖 4-2 中可以看到，我們在溫度 $T=0.25\text{ K}$ 時所量測到的超導能隙，證明我們的樣品是很好的穿隧接點，而不是有漏洞的樣品。其微分電導的最小值和其正常態的比值分別為 0.081、0.014、0.005 及 0.006。

樣品名稱	Al 蒸鍍條件	絕緣層氧化時間	Y 蒸鍍條件	接點尺寸	備註
A	rate=3Å/秒 厚度 250Å	20 分鐘	rate=3.5Å/秒 厚度 500Å	0.5×0.8 mm ²	A 和 B 同時製作
B	rate=3Å/秒 厚度 250Å	20 分鐘	rate=3.5Å/秒 厚度 500Å	0.5×1 mm ²	
C	rate=3Å/秒 厚度 250Å	20 分鐘	rate=3Å/秒 厚度 500Å	1×0.8 mm ²	C 和 D 同時製作
D	rate=3Å/秒 厚度 250Å	20 分鐘	rate=3Å/秒 厚度 500Å	1×1 mm ²	

表 4-1 Al/AlO_x/Y 樣品規格表。絕緣層是利用第三章所提到的輝光放電方式製作。

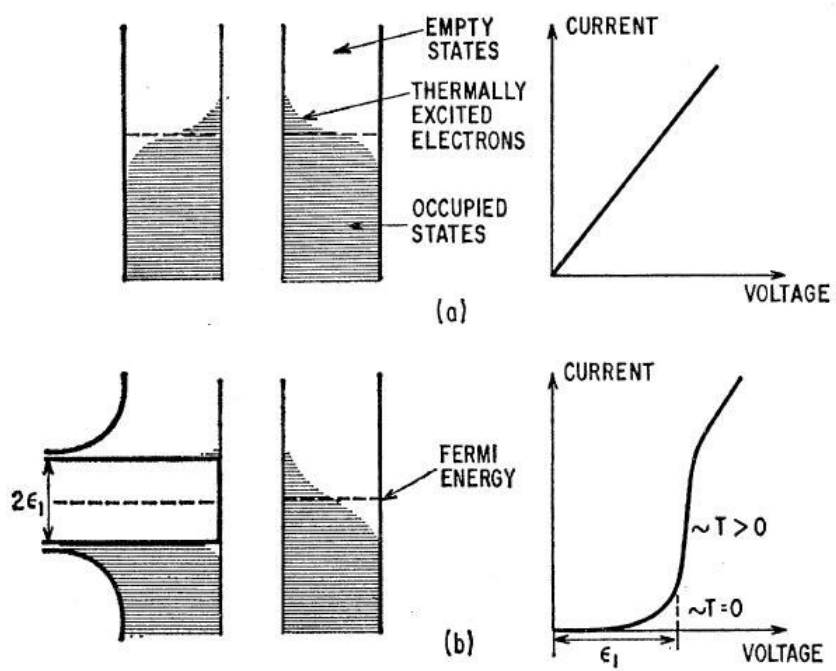


圖 4-1 (a)穿隧接點兩電極都是正常態的能態分布圖及 $I-V$ 曲線圖。(b)穿隧接點其中一邊電極為超導態的能態分布圖及 $I-V$ 曲線圖。[19]

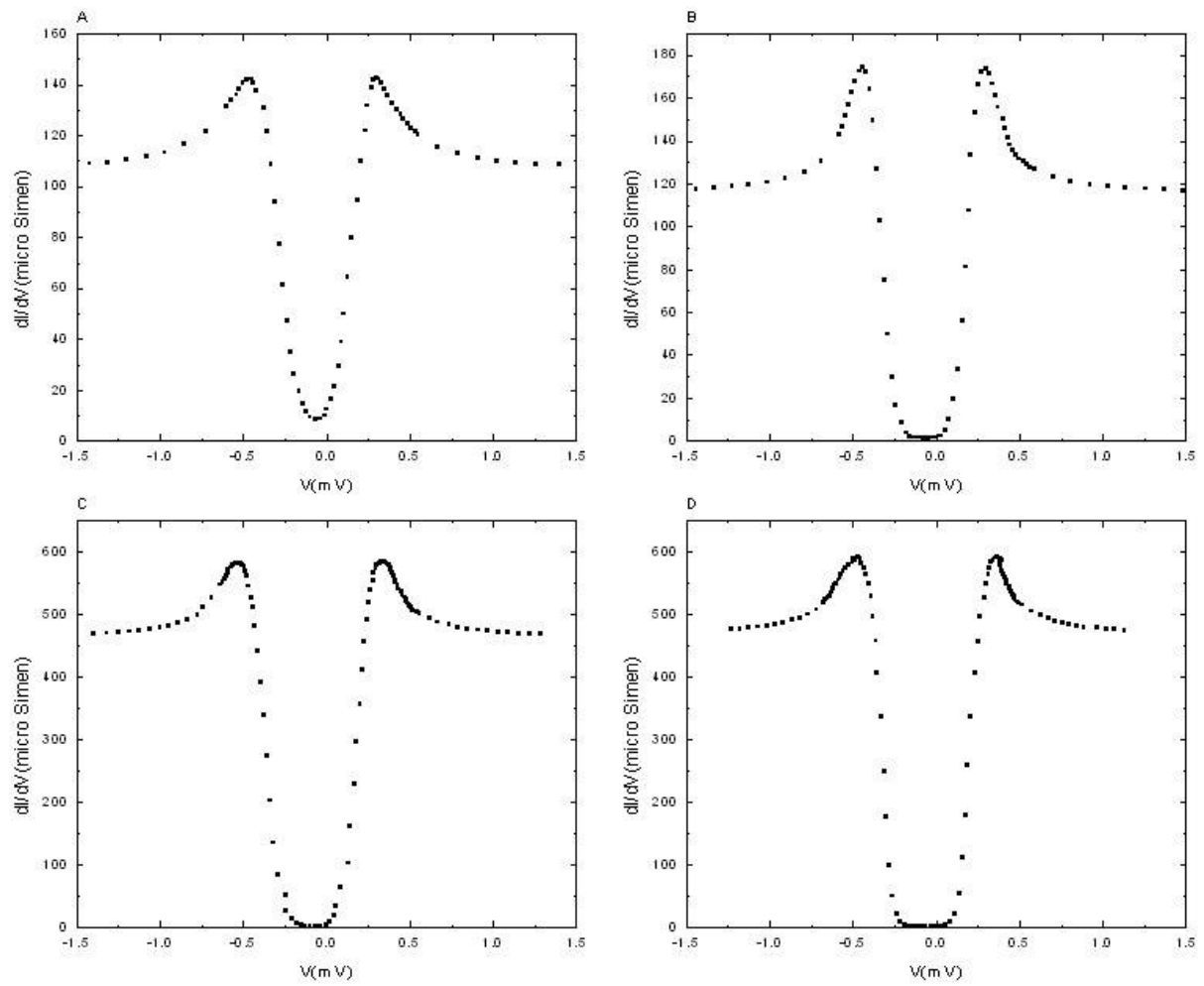


圖 4-2 超導能隙量測圖。

4-2 Al/AlO_x/Al 穿隧接點的特性

為了清楚的知道我們所製作的 Al/AlO_x/Y 樣品中的作用是單純由 Y 所貢獻的，而不是 Al 本身的特性，因此我們需要先製作 Al/AlO_x/Al 的樣品來證明我們的想法。

從圖 4-3 中我們可以看到 Al/AlO_x/Al 樣品的 $G-V$ 圖在小偏壓處沒有產生 peak 或 dip 的現象，而且還形成了良好的拋物線圖形，因此我們還可以根據第二章的理論部分對此樣品做 BDR 模型的分析。我們將 2.43 式中的型式稍做修正，成為

$$G(V) = G_0 \left\{ 1 - \left(\frac{A_0 \Delta \phi}{16 \bar{\phi}^{\frac{3}{2}}} \right) eV + \left(\frac{9 A_0^2}{128 \bar{\phi}} \right) (eV)^2 \right\} \quad (4.1)$$

再以 4.1 式中的 G_0 、 d 、 $\bar{\phi}$ 以及 $\Delta \phi$ 做為變數(變數 d 隱藏在 A_0 之中)，用 $G-V$ 之間的關係式分析其位壘的高度及厚度，這個分析也可以證明我們樣品的製作方式是良好的。這項工作是由本實驗室的葉勝玄學長所完成的。



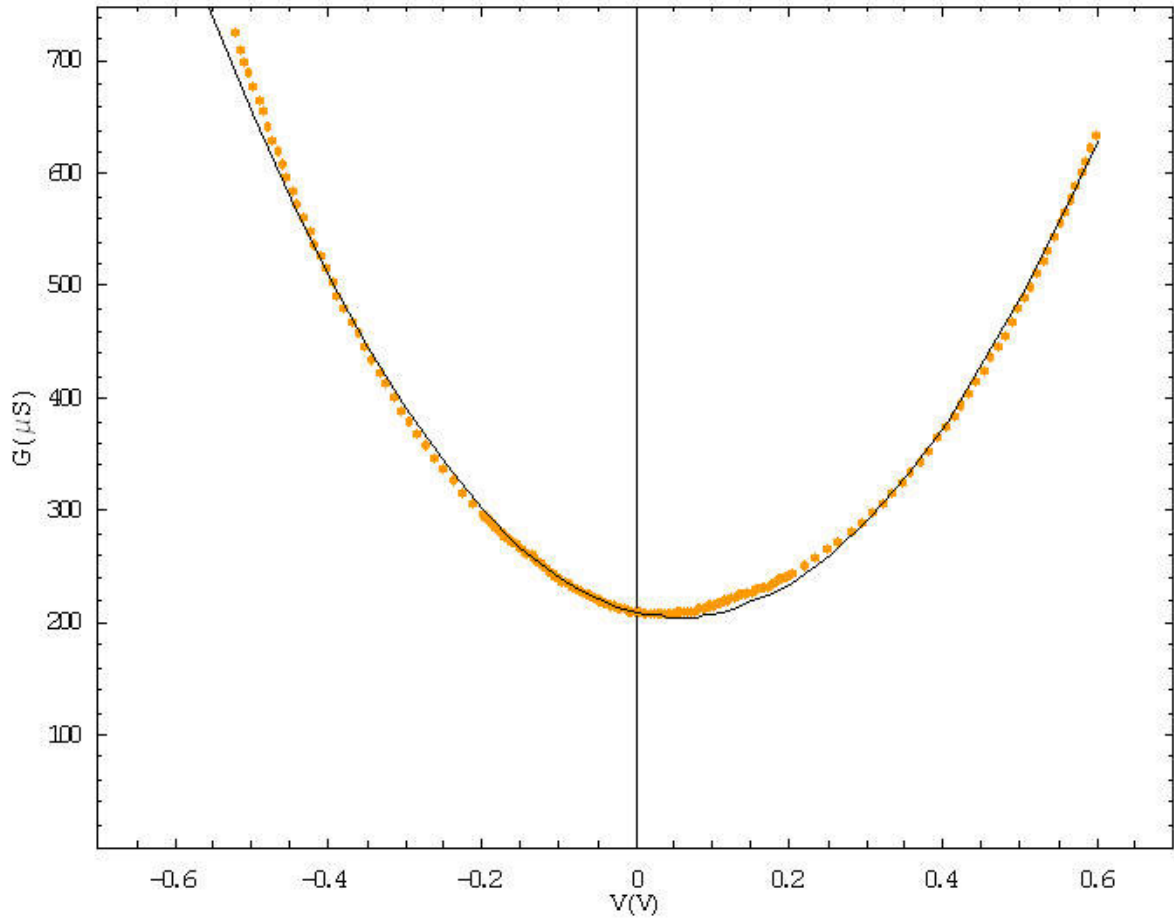


圖 4-3 Al/AlO_x/Al 樣品在溫度 5 K 時的 $G-V$ 圖，圓點部分為實驗值，實線部分則是用 BDR 模型所擬合的曲線。其製作條件為 Al(250Å)/AlO_x/Al(600Å)，接點尺寸為 $1\text{mm} \times 0.5\text{mm}$ 。其位壘厚度 $d = 16.9 \text{ \AA}$ 、平均高度 $\bar{\phi} = 1.14 \text{ eV}$ 、高度差 $\Delta\phi = -1.48 \text{ eV}$ 。

4-3 Al/AIO_x/Y 穿隧接點的特性

這一節我們將把 Al/AIO_x/Y 樣品分成兩個部分來討論，分別是利用 BDR 模型來分析其位壘厚度與高度，以及樣品在低偏壓下的行為。

4-3-1 BDR 模型的分析

我們用 BDR 模型對 Al/AIO_x/Y 樣品做分析，由於樣品在約±10mV 之間有 peak 的現象產生，因此我們需要把此範圍內的數據排除，不列入分析，並將結果整理到表 4-2。而我們從圖 4-4 中可以看到近似曲線和實驗數據有些許的差距，而且得到的參數也不甚理想，因此我們的樣品並不適合用 BDR 模型來分析。從圖中我們看到 $G-V$ 不是正常拋物線的關係，而是比較接近 V 字形，這可能是因為在我們的樣品中有磁性物質所造成的影響，導致我們的實驗數據無法以 BDR 模型來完美的擬合。



樣品名稱	位壘厚度 d (Å)	平均高度 $\bar{\phi}$ (meV)	高度差 $\Delta\phi$ (meV)
A	21.40	163.2	147.5
B	13.65	85.5	78.2
C	17.30	299.0	337.2
D	22.52	473.8	618.0

表 4-2 BDR 模型的位壘形狀分析表。

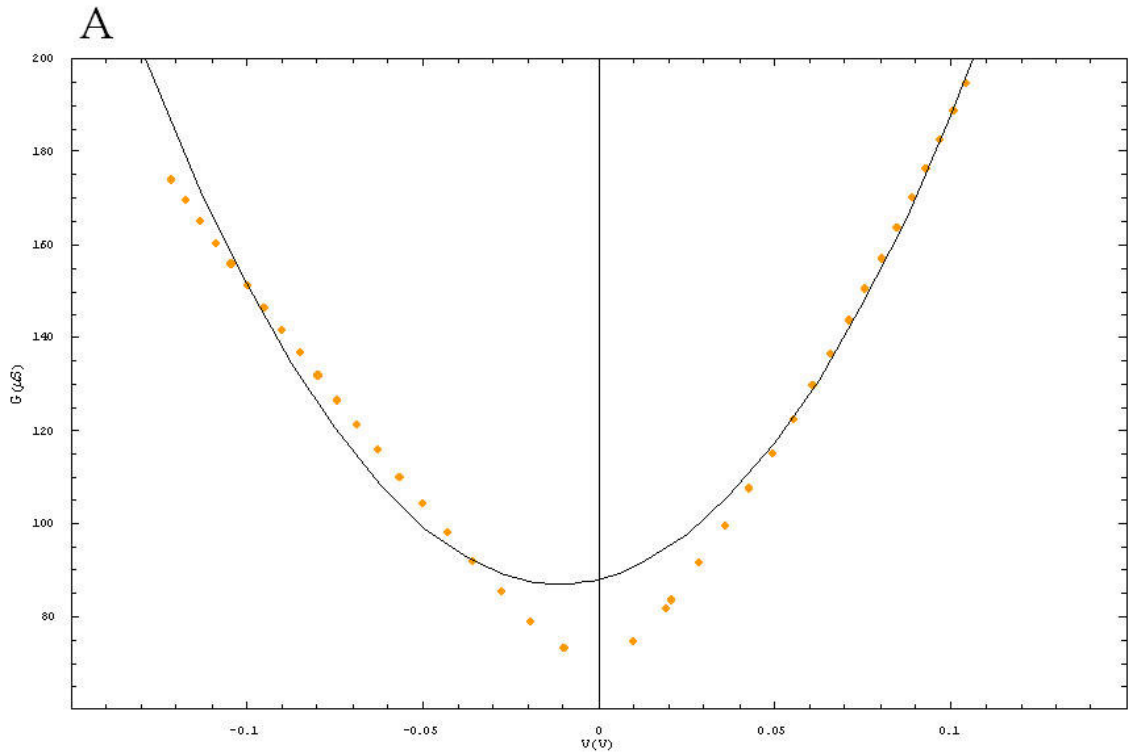


圖 4-4(a) 用 BDR 模型在溫度 2.5 K 時對樣品 A 所做的分析圖。圓點部分為實驗值，實線部分則是用 BDR 模型所擬合的曲線。

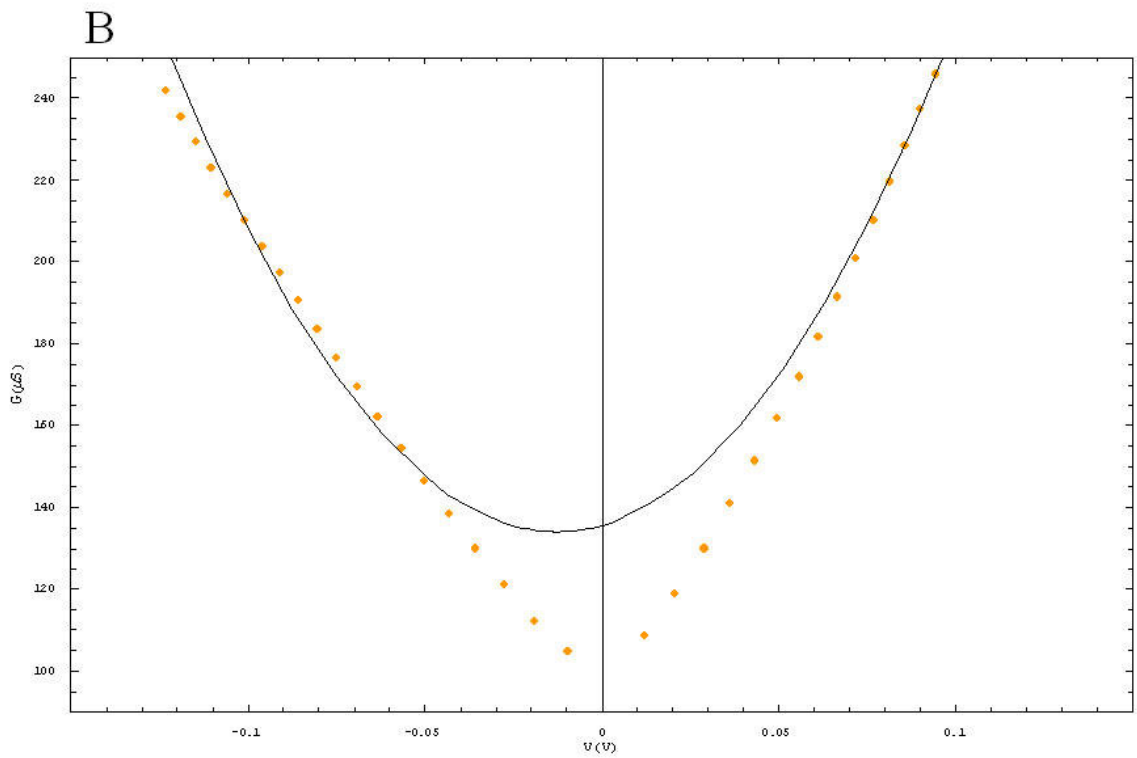


圖 4-4(b) 用 BDR 模型在溫度 2.5 K 時對樣品 B 所做的分析圖。圓點部分為實驗值，實線部分則是用 BDR 模型所擬合的曲線。

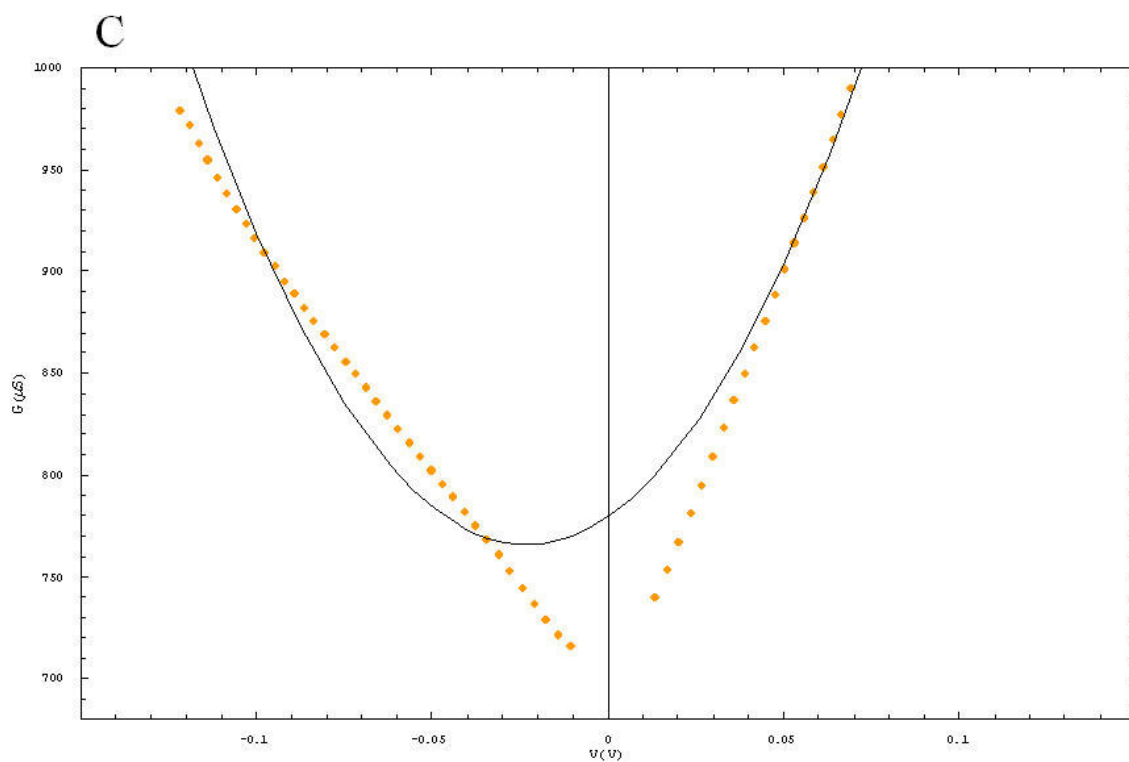


圖 4-4(c) 用 BDR 模型在溫度 2.5 K 時對樣品 C 所做的分析圖。圓點部分為實驗值，實線部分則是用 BDR 模型所擬合的曲線。

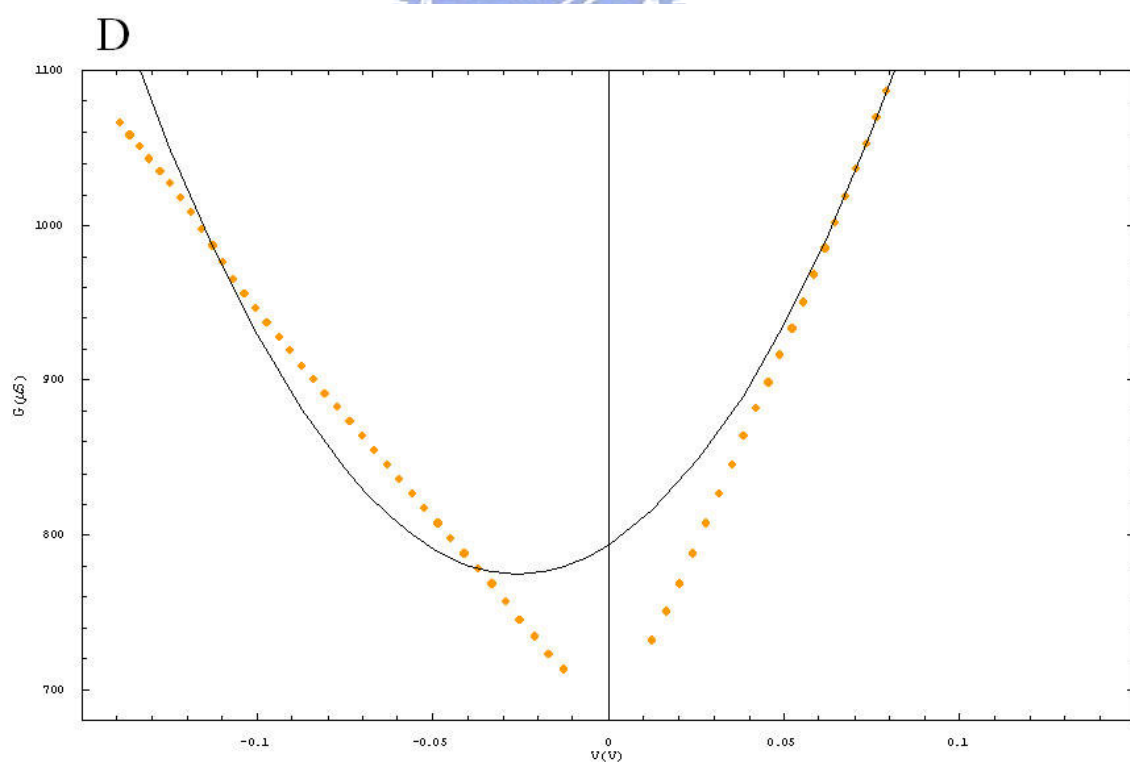


圖 4-4(d) 用 BDR 模型在溫度 2.5 K 時對樣品 D 所做的分析圖。圓點部分為實驗值，實線部分則是用 BDR 模型所擬合的曲線。

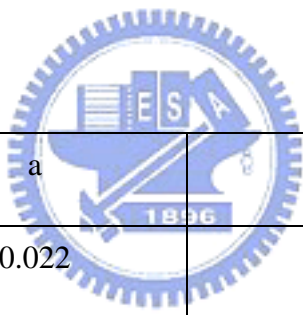
4-3-2 樣品在低偏壓下所表現之行為

雖然我們的樣品不適合用 BDR 模型來近似，但是在低偏壓附近，我們可以合理的選擇一個拋物線來近似，圖 4-5 是由我們的實驗數據所畫出的 $G-V$ 關係圖，圖 4-6 則是在低偏壓下的 $G-V$ 關係圖，以及我們人為選擇的近似曲線。我們以 $y = a(x+b)^2 + c$ 的形式選擇拋物線作為背景，其中 y 是微分電導 G ， x 是偏壓 V ，藉由改變 a 、 b 、 c 的參數值，我們可以分別控制拋物線的開口大小以及拋物線的水平 and 垂直平移，使得拋物線在低偏壓範圍內能夠最靠近而不超過實驗數據(選擇結果列於表 4-3)，雖然我們所選擇的近似曲線不能完美的代表其真正的背景，而且我們還可以對其做些微的修正，但是這些修正卻只會影響到其絕對值大小和對稱程度，而不會影響到圖形間的相互關係，因此，雖然我們選擇的近似曲線僅具參考價值，但是為了能夠將背景訊號分離出來，人為選取的背景近似也是有其意義的。

接著將實驗數據扣除我們所選擇的近似部分，可以看到只由磁性雜質對 $G-V$ 關係所造成的影響。圖 4-7 是扣除拋物線之後的圖形，從圖中我們可以看到零偏壓附近會產生電導上升的現象，其上升的大小在 2.5 K 時約在背景的 1.5~2.5% 之間，並且從圖 4-7(a)(b) 中看到隨溫度下降其電導也隨之下降，但在圖 4-7(c)(d) 中可以看到電導隨溫度下降會先下降再上升最後再下降，其中圖 4-7(d) 的溫度間距在上升區域取得較密，可以更清楚的看到其上升區域的情形與 Kondo 效應的現象類似(零偏壓的電導隨溫度下降而上升，其寬度變窄)，甚至在溫度 2.5 K 時還可以看到其能階分裂的情形(小圖中為重複量測之結果，並非實驗誤差所造成)。圖 4-8 則是在 4T 的磁場下我們所看到能階分裂的情形，約在溫度 5 K 以上時看不到分裂，而溫度越低分裂情況越明顯。

圖 4-9 是零偏壓時的 $G-T$ 關係圖，從圖中可以看到在無外加磁場下，溫度約在 16 K 以上時電導會隨溫度下降而降低，在約 5~16 K 之間可以看到樣品 A、B 的電導變化隨溫度下降幾乎不變，而樣品 C、D 的電導變化則是隨溫度下降而上升，其上升幅度約在 0.2~0.3% 之間(與一般的 Kondo 效應比較明顯的小了許多)，而在大約 5 K 以下電導又開始隨溫度降低而下降。至於加了 4T 磁場後，其電導在溫度約 20 K 以上時和不加磁場差不多，在約 20 K 以下可以看到隨著溫度下降其電導向下修正越多，而電導隨溫度所表現的行為則與不加磁場大致相同。

從 $G-V$ 和 $G-T$ 之間的關係來看，我們和第二章理論部分的 RKKY 效應做比較，可以發現當溫度下降時其電導會隨之下降，直到某一溫度時會看到因為磁性雜質的影響使得導電電子與雜質間產生交互作用，導致電子與雜質間的自旋反轉產生 Kondo 效應，因而使電導開始隨著溫度的下降而上升，但是由於大量的磁性雜質存在接點中，使得雜質與雜質之間受到鄰近的電子交互作用導致自旋排列不易反轉，因此抑制了 Kondo 效應的貢獻，就在 Kondo 效應與 RKKY 效應的競爭之下使得電導上升的幅度減小，甚至在更低溫時還會大於 Kondo 效應的貢獻，電導也隨溫度降低而開始有下降的趨勢，我們也可以從圖 4-10 看到在複合物中電阻對溫度的變化情形與符合。至於零偏壓附近的能階分裂情形也可以在 $G-V$ 關係圖中看到，而這些現象與我們的實驗結果非常吻合，因此我們可以認定此現象為 RKKY 效應所造成的結果。



樣品名稱	a	b	c
A	0.022	1.69	71.7
B	0.033	1.70	102.0
C	0.090	3.60	706.0
D	0.110	3.60	695.0

表 4-3 背景近似參數表。

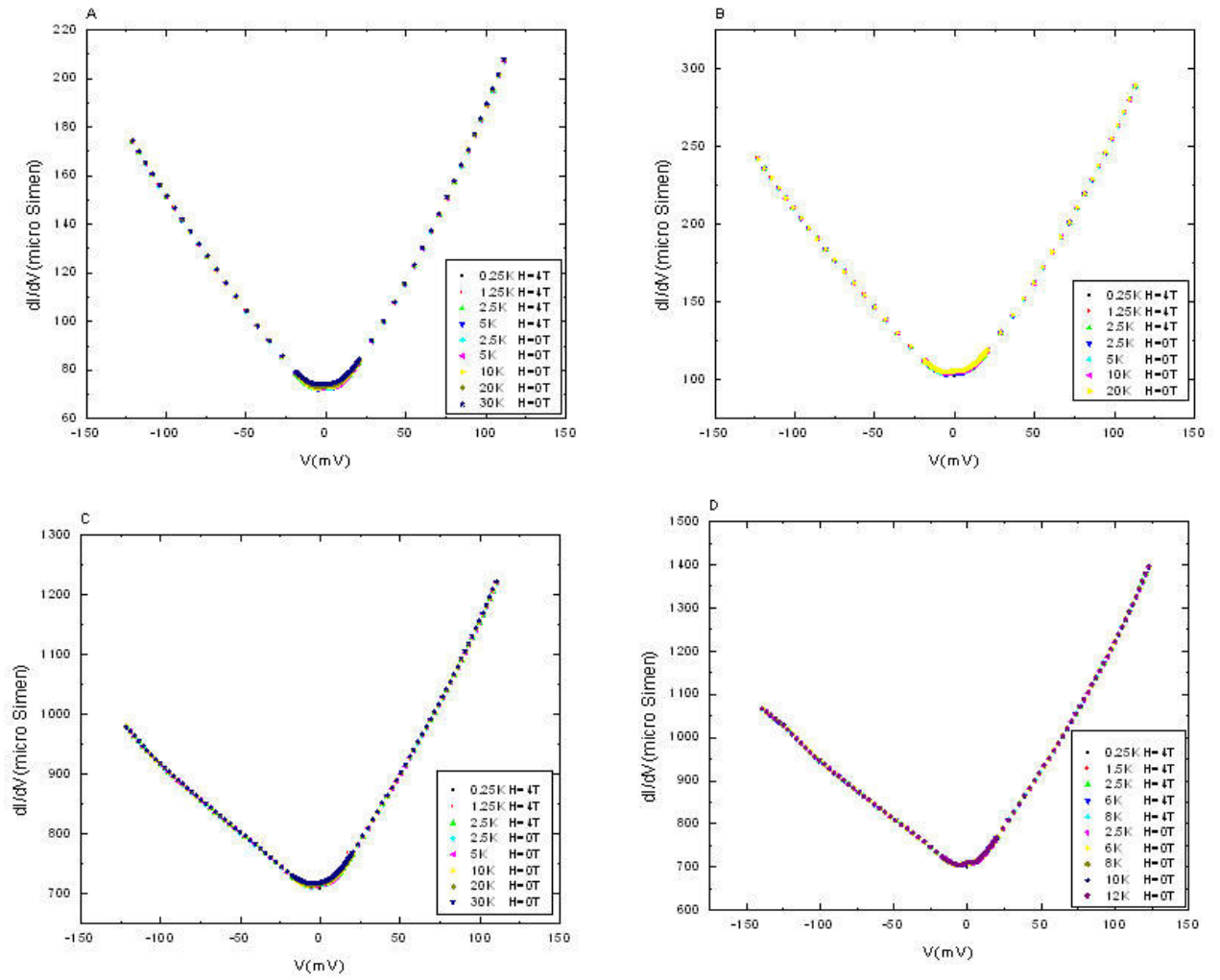


圖 4-5 大偏壓範圍所量測到的 $G-V$ 關係圖。

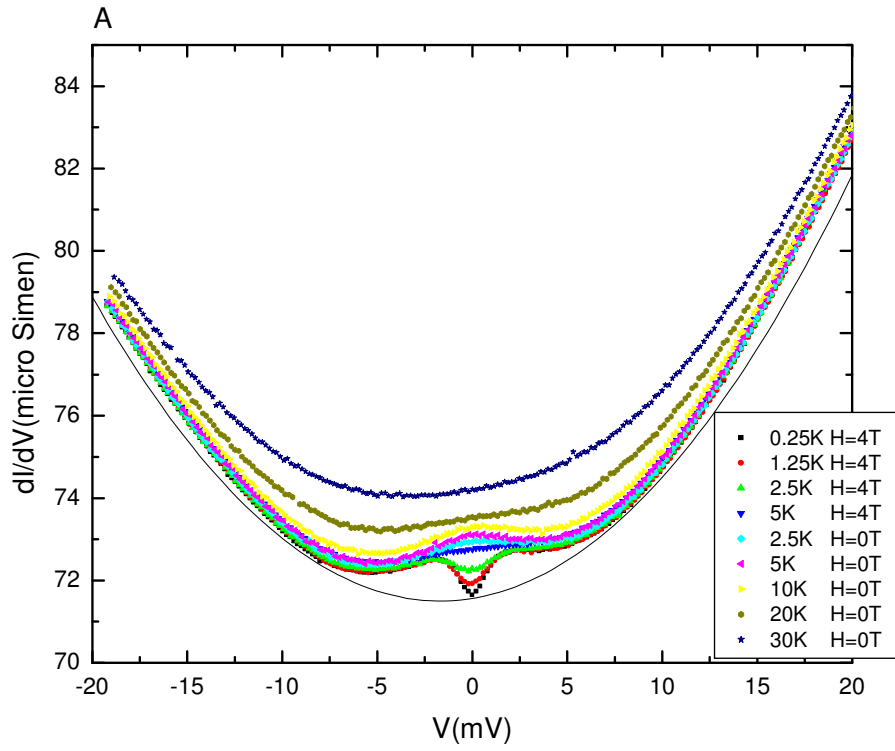


圖 4-6(a) 樣品 A 在小偏壓範圍的 $G-V$ 關係圖，及其近似曲線。

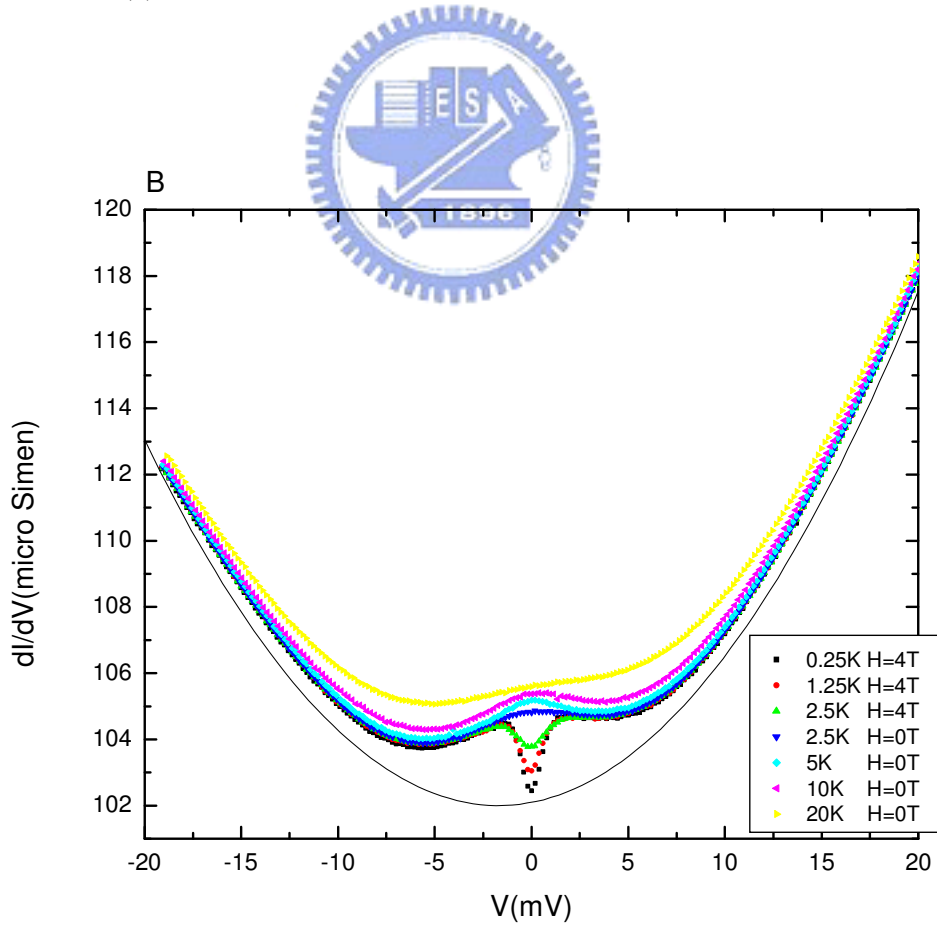


圖 4-6(b) 樣品 B 在小偏壓範圍的 $G-V$ 關係圖，及其近似曲線。

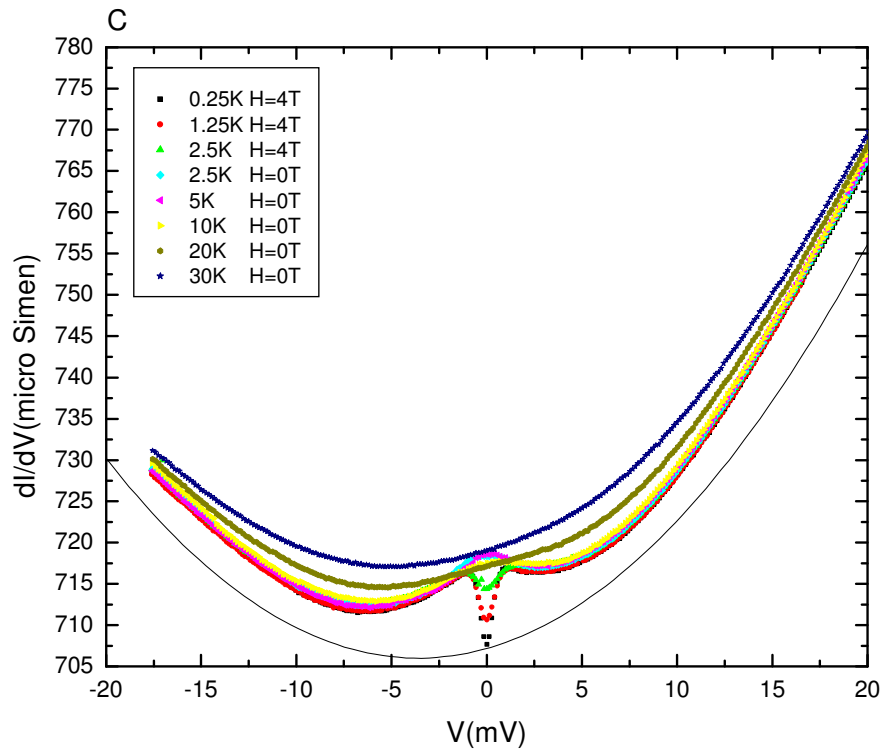


圖 4-6(c) 樣品 C 在小偏壓範圍的 $G-V$ 關係圖，及其近似曲線。

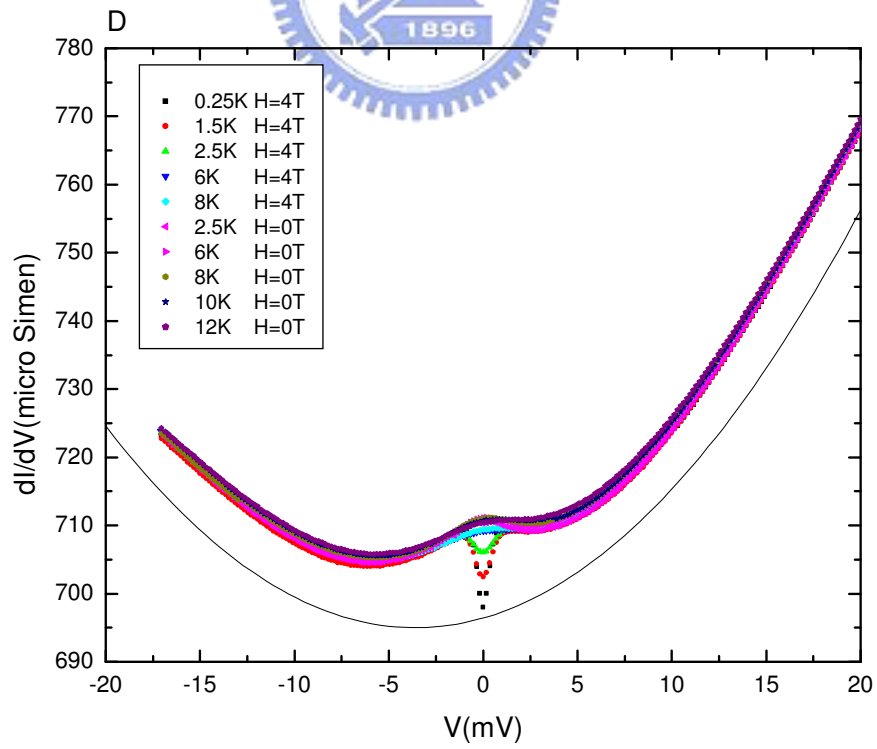


圖 4-6(d) 樣品 D 在小偏壓範圍的 $G-V$ 關係圖，及其近似曲線。

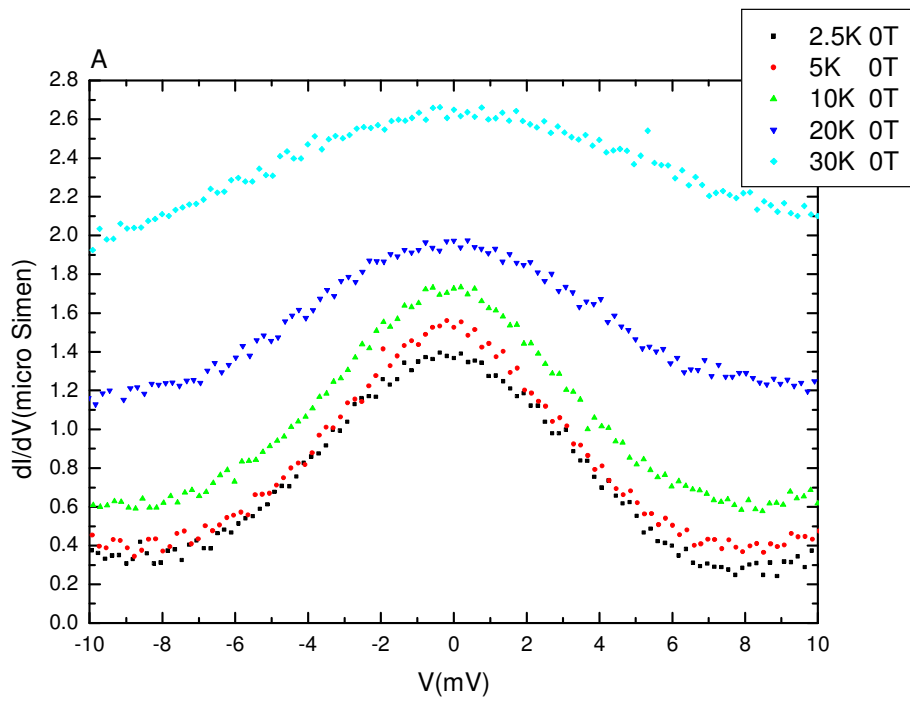


圖 4-7(a) 樣品 A 扣除拋物線後的 $G-V$ 關係圖。

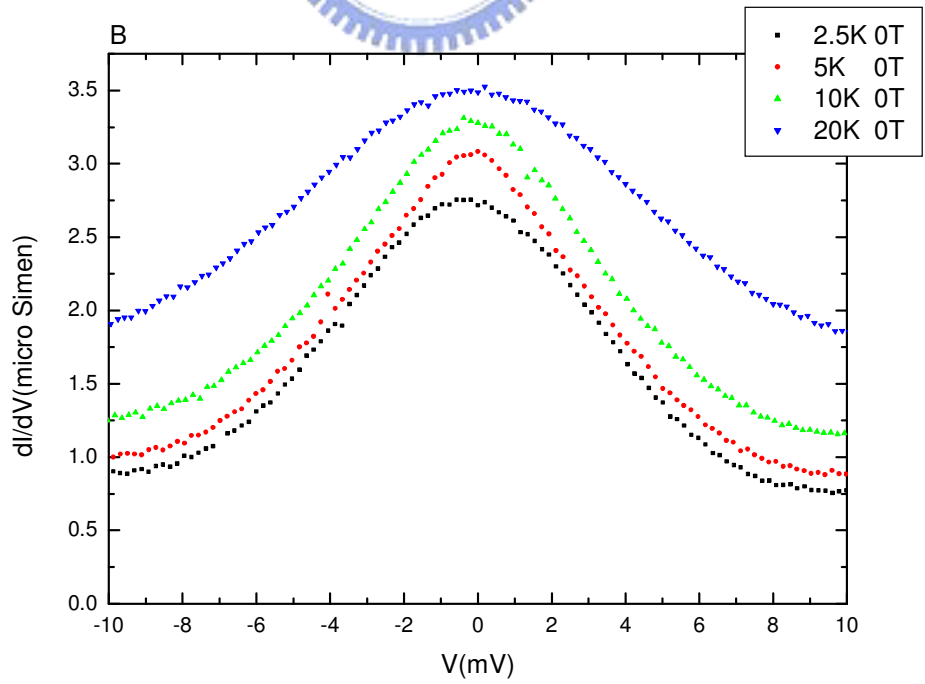


圖 4-7(b) 樣品 B 扣除拋物線後的 $G-V$ 關係圖。

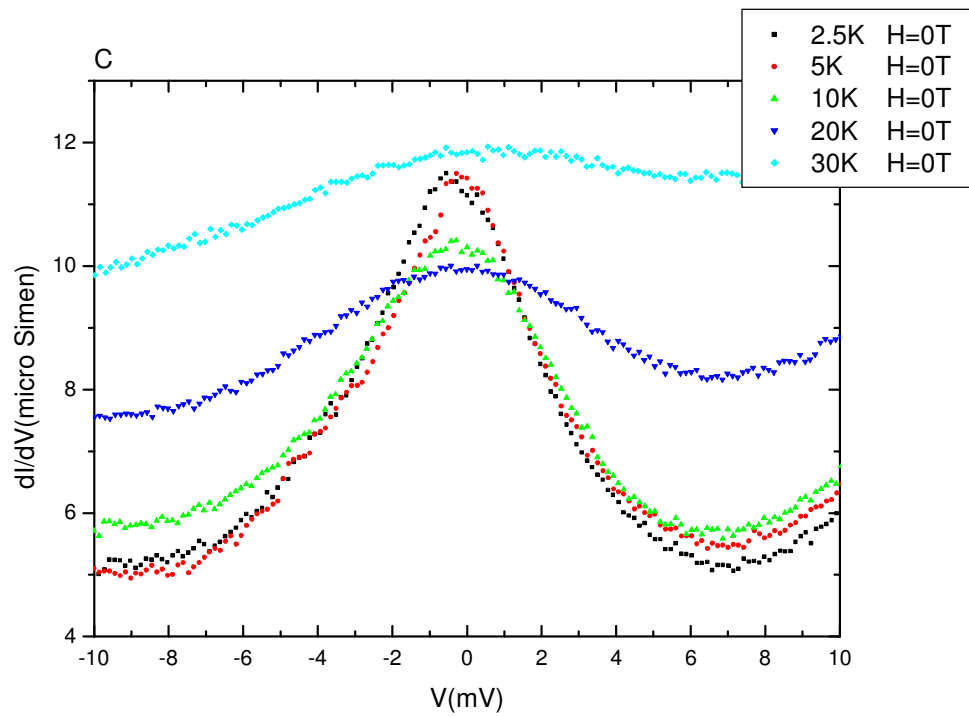


圖 4-7(c) 樣品 C 扣除拋物線後的 $G-V$ 關係圖。

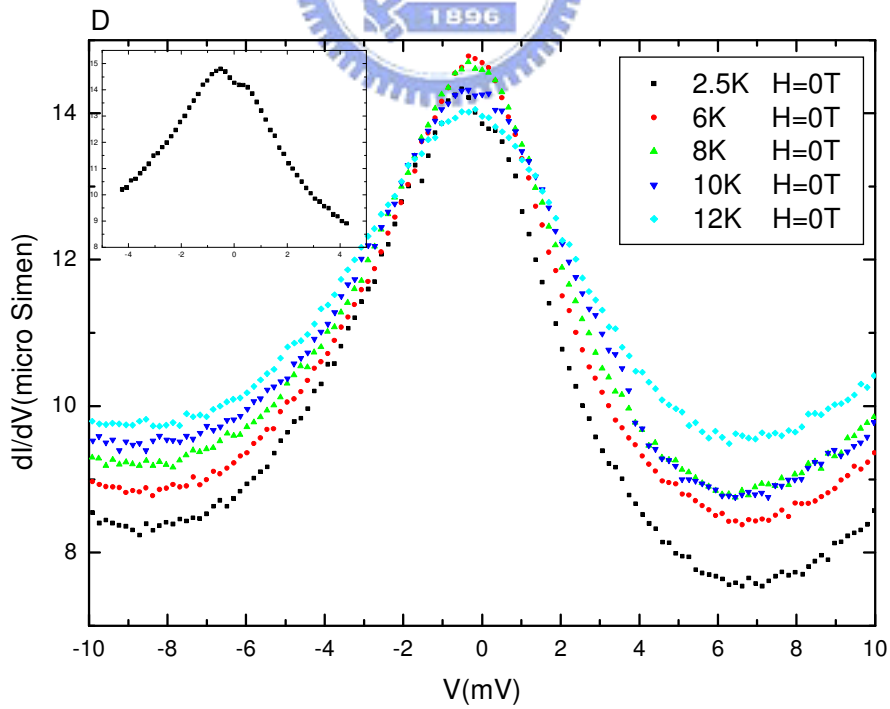


圖 4-7(d) 樣品 D 扣除拋物線後的 $G-V$ 關係圖。小圖為溫度 2.5 K 的放大圖，圖中可以看到能階分裂的情形。

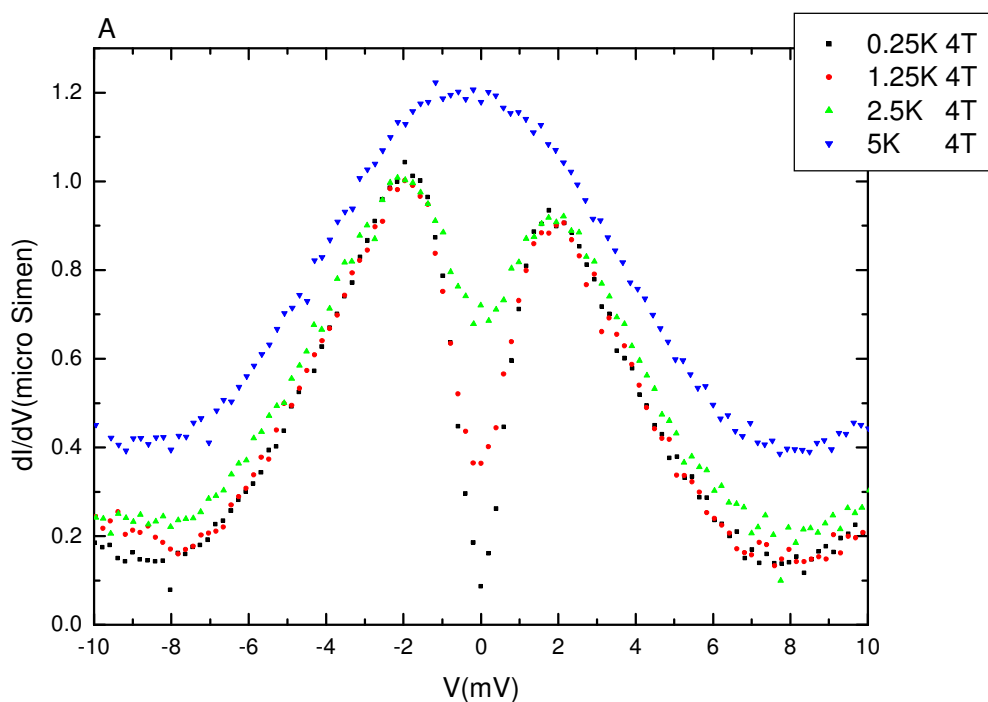


圖 4-8(a) 樣品 A 扣除拋物線後並外加 4T 磁場的 $G-V$ 關係圖。

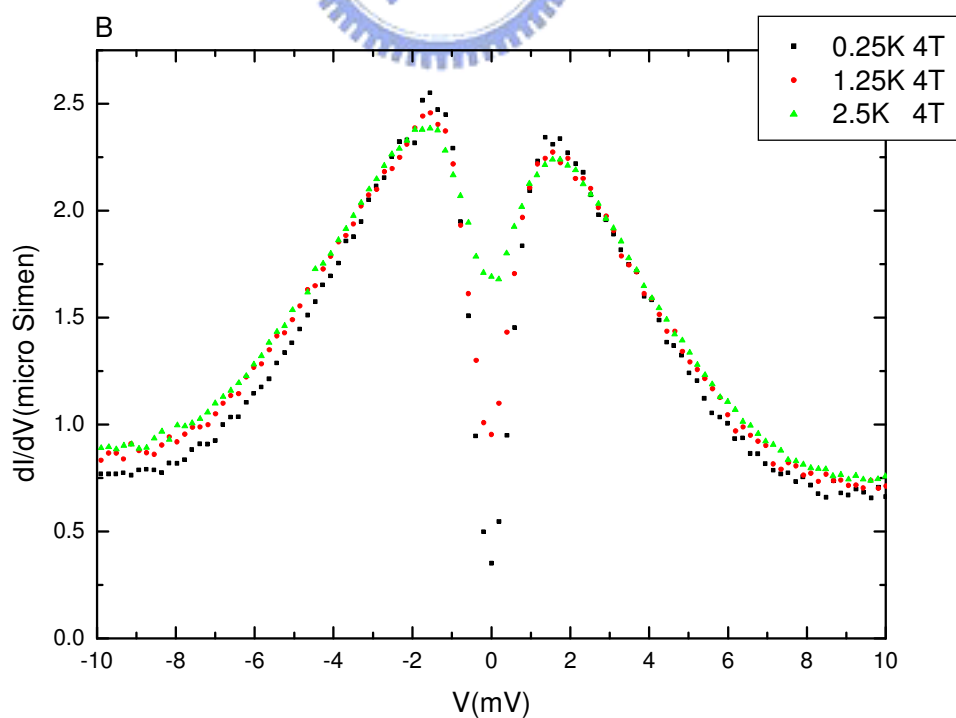


圖 4-8(b) 樣品 B 扣除拋物線後並外加 4T 磁場的 $G-V$ 關係圖。

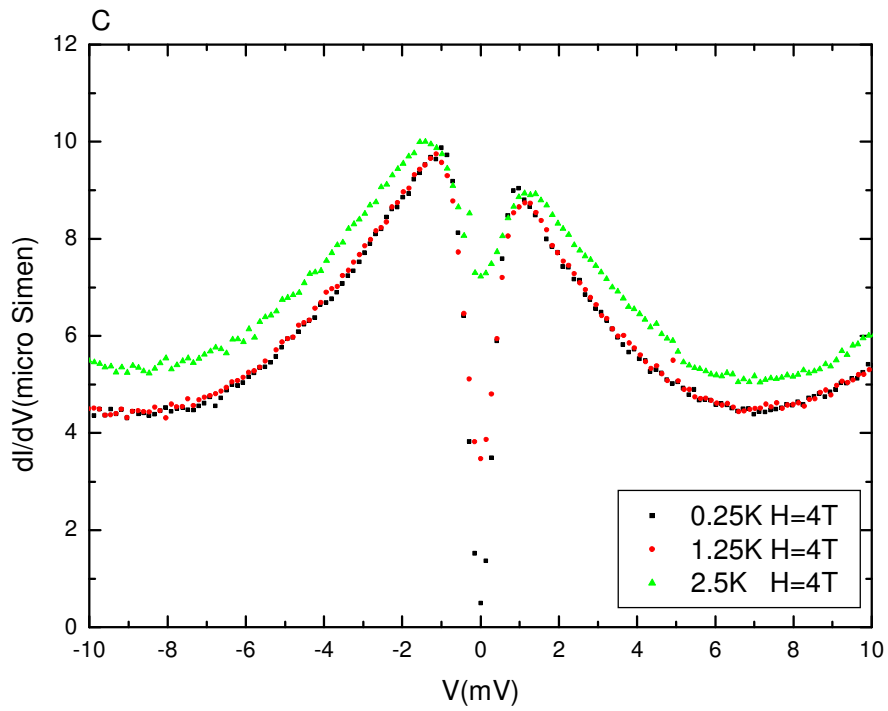


圖 4-8(c) 樣品 C 扣除拋物線後並外加 4T 磁場的 $G-V$ 關係圖。

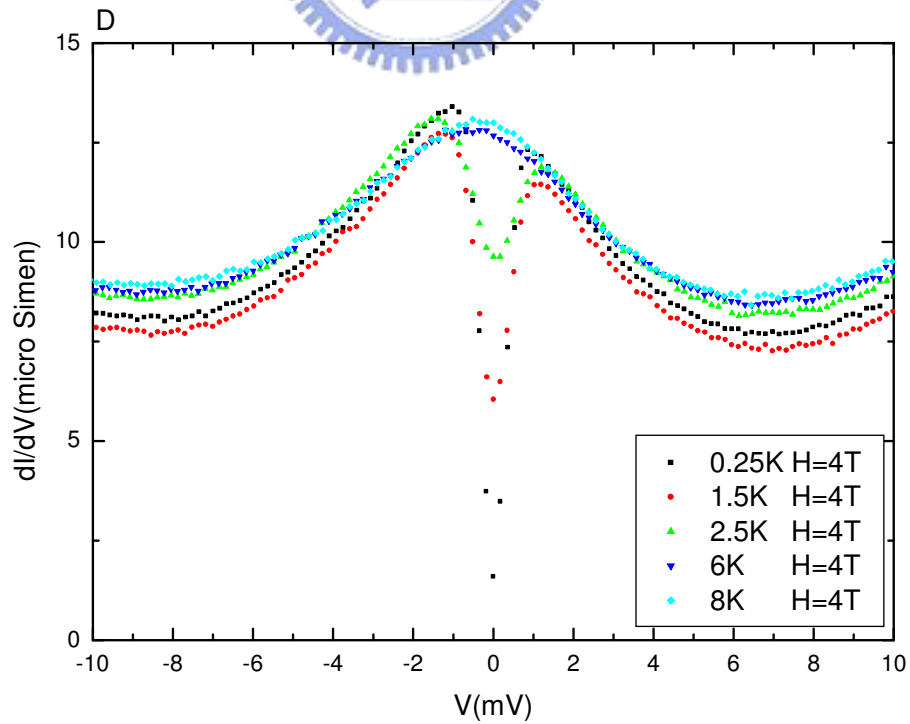


圖 4-8(d) 樣品 D 扣除拋物線後並外加 4T 磁場的 $G-V$ 關係圖。

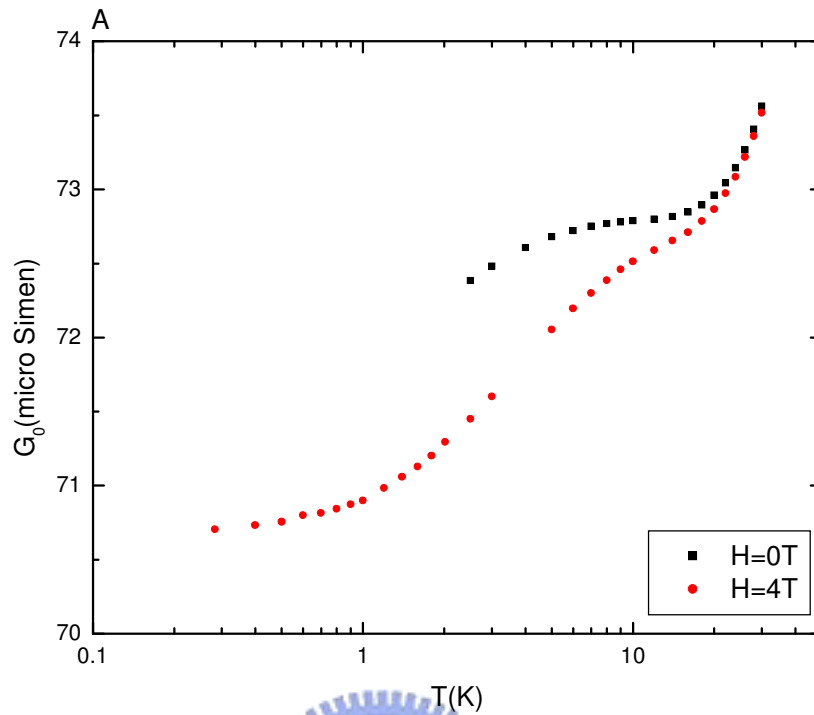


圖 4-9(a) 樣品 A 在零偏壓時的 $G-T$ 關係圖。

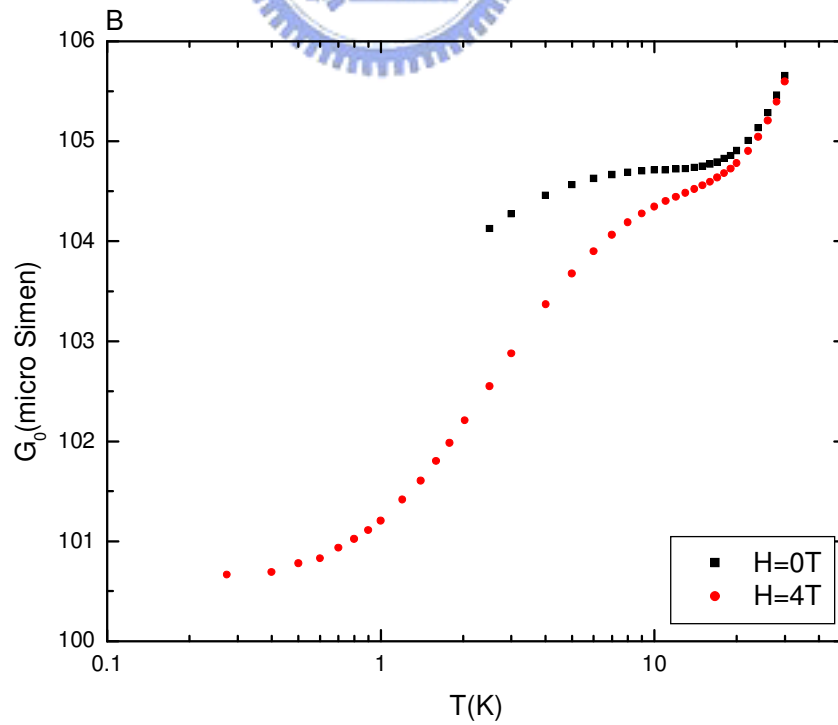


圖 4-9(b) 樣品 B 在零偏壓時的 $G-T$ 關係圖。

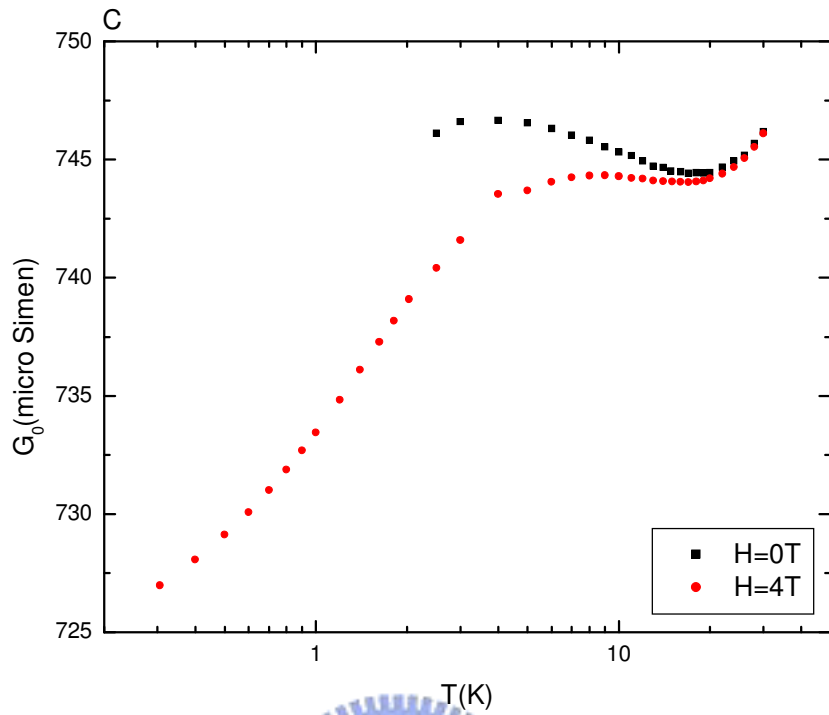


圖 4-9(c) 樣品 C 在零偏壓時的 $G-T$ 關係圖。

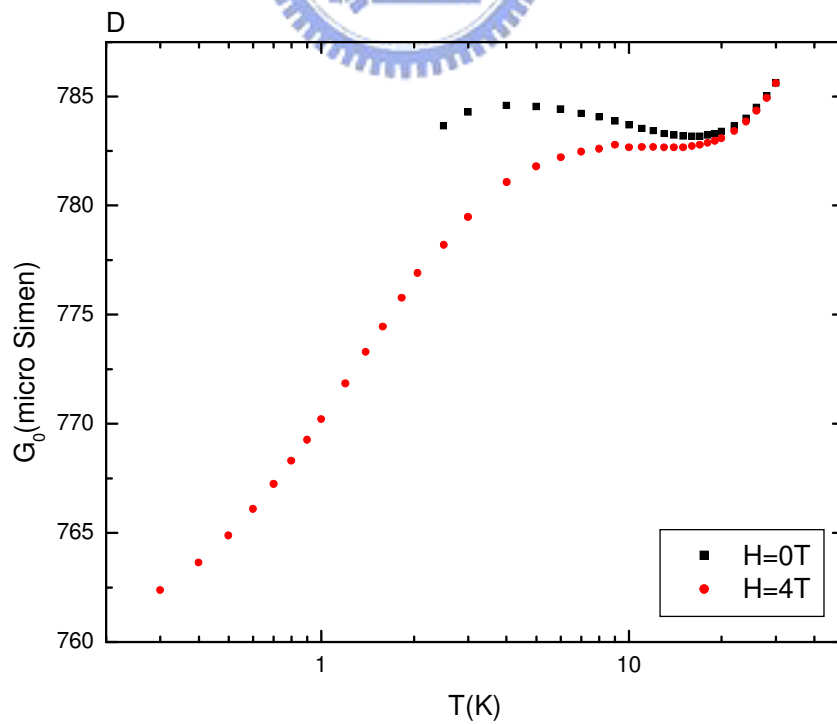


圖 4-9(d) 樣品 D 在零偏壓時的 $G-T$ 關係圖。

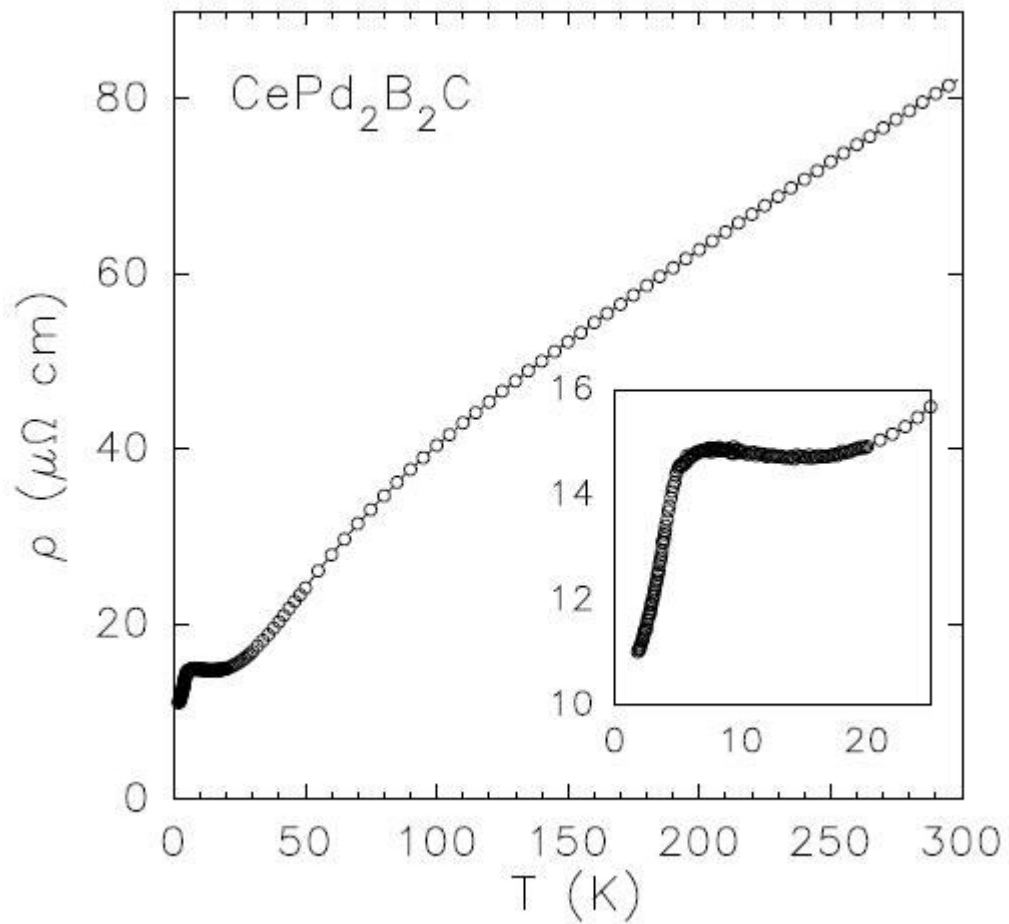


圖 4-10 複合物 $\text{CePd}_2\text{B}_2\text{C}$ 電阻率對溫度的關係圖。從圖中可以看到溫度從 300 K 到 20 K 之間電阻率呈單調的減小，在 20 K 到 6 K 之間電阻率則是與溫度無關，從 6 K 到 4 K 則是由於弱 Kondo 效應使得電阻率些微上升，4 K 以下因為自旋排列導致電阻率快速下降。[8]

五、結論

到目前為止我們對 RKKY 的現象只能夠在定性上的討論，還沒有辦法做定量的分析，但是相信透過不斷的學習，我們一定可以對 RKKY 效應有更多的認識，並且可以對其做更進一步的分析與討論。

而在實驗方面，我們也可以有更多的改進，像是文獻中也有提到，磁性物質的穿隧現象不只在零偏壓附近有 peak 或 dip 的現象，當偏壓在 $\pm 200mV$ 之間也會有不規則的現象產生(如圖 5-1 所示)，因此，或許我們將 BDR 模型的擬合範圍控制在 $-600 \sim -200mV$ 和 $200 \sim 600mV$ 也可以得到較好的近似值。[20]

還有一個實驗上的困難就是，由於 Al 在溫度低於 2 K 時會有超導的現象產生，所以在沒有外加磁場破壞其超導性質的條件下，我們無法在超導溫度以下做數據的量測，之前我們也有嘗試過使用 3004Al(純鋁中參雜 1~1.5% 的 Mn，可以破壞鋁的超導性質)來代替純鋁，但是 3004Al 卻會導致我們樣品系統的改變，因此改善以上缺點也是以後我們可以努力的目標之一。

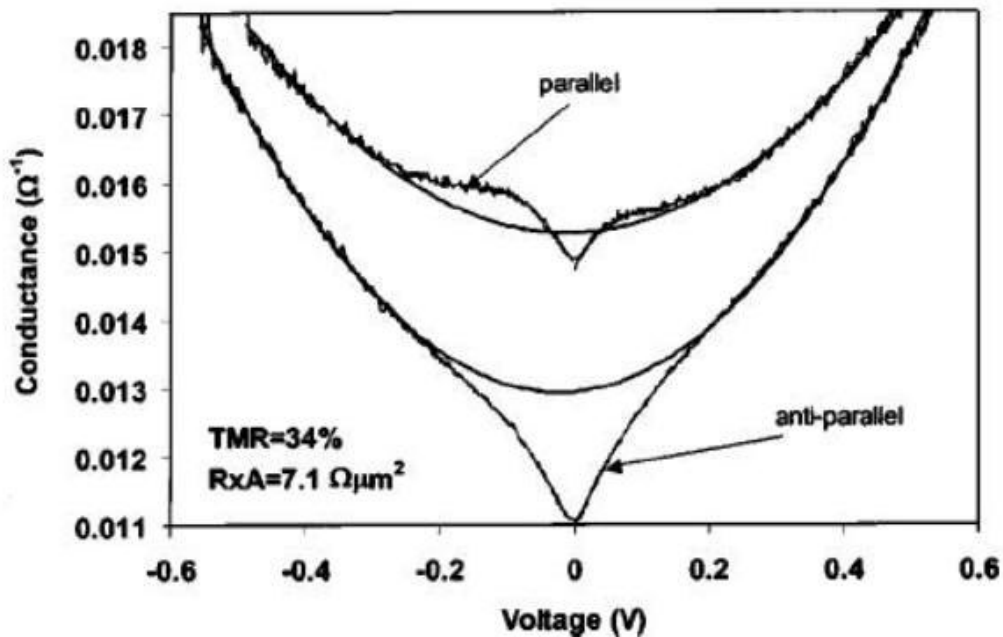


圖 5-1 順磁和反磁物質在溫度 5 K 時，在偏壓範圍 $-0.6 \sim -0.2V$ 和 $0.2 \sim 0.6V$ 之間用 BDR 模型所擬合之曲線。[20]

參考文獻

- [1] Ivar Giaever, Rev. Mod. Phys. **46**, 245 (1974)
- [2] Mark B. Knickelbein, Phys. Rev. B **71**, 184442 (2005)
- [3] Pascal Simon, Rosa Lopez, and Yuval Oreg, Phys. Rev. Lett. **94**, 086602 (2005)
- [4] Maxim G. Vavilov and Leonid I. Glazman, Phys. Rev. Lett. **94**, 086805 (2005)
- [5] H. B. Heersche, Z. de Groot, J. A. Folk, L. P. Kouwenhoven, and H. S. J. van der Zant, Phys. Rev. Lett. **96**, 017205 (2006)
- [6] K. R. Priolkar, R. B. Prabhu, P. R. Sarode, V. Ganesan, P. Raj, and A. Sathyamoorthy, J. Phys.: Condens. Matter **10**, 4413 (1998)
- [7] W. P. Beyermann, M. F. Hundley, P. C. Canfield, J. D. Thompson, Z. Fisk, and J. L. Smith, Phys. Rev. Lett. **66**, 3289 (1991)
- [8] Z. Hossian, C. Geibel, L. C. Gupta, R. Nagarajan, and C. Godart, J. Phys.: Condens. Matter **14**, 7045 (2002)
- [9] John G. Simmons, J. Appl. Phys. **34**, 1793 (1963)
- [10] W. F. Brinkman, R. C. Dynes, and J. M. Rowell, J. Appl. Phys. **41**, 1915 (1970)
- [11] J. Kondo, Prog. Theor. Phys. **32**, 37 (1964)
- [12] J. J. Sakurai, Modern Quantum Mechanics, 1994
- [13] A. F. G. Wyatt, Phys. Rev. Lett. **13**, 401 (1964)
- [14] A. F. G. Wyatt, J. Phys. C: Solid State Phys. **6**, 673 (1973)
- [15] J. Appelbaum, Phys. Rev. Lett. **17**, 91 (1966)
- [16] Joel A. Appelbaum, Phys. Rev. **154**, 633 (1967)
- [17] J. L. Miles and P. H. Smith, J. Electrochem. Soc. **110**, 1240 (1963)
- [18] J. Vrba and S. B. Woods, Canadian J. Phys. **50**, 548 (1972)
- [19] Ivar Giaever and Karl Megerle, Phys. Rev. **122**, 1101 (1961)
- [20] Bryan Oliver and Janusz Nowak, J. Appl. Phys. **95**, 546 (2004)