

# 國立交通大學

## 應用數學系 碩士論文

線上微積分課程設計、發展與評鑑  
—以函數單元為例



The Design, Development and Evaluation of  
An Online Calculus course—the case of  
Function module

研究生：呂偉慈

指導教授：白啟光 教授

中華民國九十七年七月

線上微積分課程設計、發展與評鑑

—以函數單元為例

**The Design, Development and Evaluation of An  
Online Calculus course-the case of Function  
module**

研究生：呂偉慈

Student: Wei-Tzu Lu

指導教授：白啟光

Advisor: Chi-kaung Pai

國立交通大學

應用數學系

碩士論文

A Thesis

Submitted to Department of Applied Mathematics

College of Science

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Applied Mathematics

July 2008

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十七年七月

# 線上微積分課程設計、發展與評鑑—以函數單元為例

研究生：呂偉慈

指導教授：白啟光 教授

國立交通大學應用數學系

## 摘 要

網路科技的發展加速了知識的傳遞，學習方式的多元化，也促成了教學方法與策略的改變，資訊科技融入教學已是勢在必行，優質線上課程的開發實是當務之急。因此，交通大學與卡內基美倫大學合作，利用 OLI 平台發展線上微積分課程。本研究旨在發展此微積分課程中之函數單元，依循 Dick & Carey (2005) 所提出之系統化教學設計模式，分析各項需求，編寫學習目標，設計函數單元之教學策略與發展課程教材，並擬定課程形成性評鑑之方法與工具。

依據文獻探討與需求分析結果，本研究以概念視覺化與問題導向學習為課程設計之重點教學策略，將函數單元規劃為六小節，分別為「函數定義」、「合成函數」、「反函數」、「函數的基本變換及圖形之間的關係」、「實函數的四則運算」、「高中學過的常用函數」，設計相關教學活動；並設計函數概念測驗試題，以前測的方式進行學習者函數概念的評估。此外，以專家評鑑、後測、學習者課程滿意度問卷及訪談，評估此課程之可行性、學習者的學習成效以及學習者滿意度。

由形成性評鑑結果顯示，專家及教師均認為本課程符合學習者程度，學習目標貼切學習者需求，教學策略符合課程設計理論與原則，對於學生學習有實質的幫助；此外，學生對於本課程亦表示高度肯定；透過前後測答對率之比較結果，發現學習者接受此課程之後，在函數概念測驗的答對率明顯提升。最後，本研究提出建議與未來研究方向，希望此研究成果能作為相關研究之參考。

關鍵字：函數概念、線上學習、系統化教學設計、迷失概念

# **The Design, Development and Evaluation of an Online Calculus Course - the Case of a Function Module**

**Student : Wei-Tzu Lu**

**Advisor : Dr. Chi-kaung Pai**

Department of Applied Mathematics  
National Chiao Tung University

## **ABSTRACT**

The purpose of this study is to design, develop, and evaluate the function module of NCTU OLI online calculus course by the systematic instructional design model proposed by Dick and Carey (2005).

By literatures review and demand analysis, we took visualization and problem based learning as our main instructional strategy. The function module was divided into six units with well-defined learning objectives; animation and graphics were used to express abstract ideas, manipulative materials including Java Applet and Flash Tutors were designed to support learning. We also conducted formative evaluation by means of questionnaires, the pretest, the posttest and interviews.

According to the formative evaluation data, the domain experts agreed that the instructional materials in this function module are appropriate and the learners showed significant improvements across tests.

Keyword: Function 、 Online learning 、 Systematic Design of Instruction 、 Calculus 、 OLI.

## 誌 謝

重返學生的生活，有驚喜、有徬徨、有歡樂、有成長，滋味十分特別！

首先，我要感謝我的指導教授—白啟光老師，在學術研究的過程中，您總是能在我感到徬徨時，適時地指引我方向與建議，在生活中，您更給了我許多溫暖的鼓勵與寶貴的意見，您就像是一位慈祥且充滿智慧的長輩，與您聊天，總是能獲得許多意想不到的成長與收穫。從熟悉課程的編寫到發展教材，這段艱辛的歷程，多虧有許多老師提供協助：感謝李大為老師總是非常樂心地幫我解決所有在發展課程時所遇到的困難；也謝謝余啟哲老師在 Flash 與 Java 上的指導與幫助；謝謝 David Guo 學長一路來的幫助；謝謝陳秋媛老師、莊重老師對我的關心並給我許多在課程上的建議；特別感謝新竹中學的傅志仁老師在這段期間的大力相助與分享許多寶貴的教學經驗給我；最後，謝謝許義容老師、傅恆霖老師、陳昭秀老師、辛靜宜老師、新竹教育大學的計惠卿老師、竹中的江青山老師、錦和高中的廖傑成老師在這段時間給予我的各項協助與指導。

值得一提，這研究的架構起初是我們一份課程設計的期末報告，這都要感謝蒔萱、純瑜、靜雯、海碩的大力相助。同時，很幸運地，我相識了一群好同學：若宇、佩純、雅榕、敏筠、兆涵、政緯、明耀、耿松、浙于、長銘、相宇、孟竹、冠霖、建明、志忠、世忠、怡樺&鈺傑、孟蓁&班長等，謝謝你們給予我許多歡樂的時光與協助，有你們真好！

最後，我要感謝我的父母總是在旁鼓勵著我，給予我全力的支持，讓我不用去顧及其他事物的煩惱。也感謝所有關心我的人，在這裡與您一起分享此篇論文的喜悅。

# 目 錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌謝.....	iii
表目錄.....	vi
圖目錄.....	vii
第 1 章 緒論.....	1
1.1 研究背景及動機.....	1
1.2 研究目的.....	2
1.3 研究架構.....	2
1.4 研究對象.....	2
1.5 研究方法與研究工具.....	3
1.6 資料蒐集方法.....	4
1.7 章節配置.....	6
第 2 章 文獻探討.....	8
2.1 目前台灣的高中數學課程對函數的介紹與教學現況.....	8
2.2 函數概念.....	14
2.2.1 函數概念的發展.....	15
2.2.2 函數的表徵.....	15
2.2.3 函數的迷失概念與學習困難.....	17
2.3 學習理論.....	20
2.1.1 行為主義學習理論.....	20
2.1.2 認知取向學習理論.....	21
2.1.3 建構主義學習理論.....	22
2.4 電腦視覺化對數學學習的幫助.....	22
2.5 網路學習之發展與影響.....	24
2.6 網路教材內容的設計與呈現方式.....	27
2.7 系統化教學設計模式.....	28
第 3 章 課程分析與發展.....	31
3.1 分析階段.....	31
3.1.1 文獻分析結果.....	32
3.1.2 專家訪談結果.....	33
3.1.3 學習者分析結果.....	38
3.1.4 內容分析結果.....	45
3.1.5 媒體分析結果.....	46
3.2 撰寫學習目標.....	48
3.3 課程發展階段.....	50

3.3.1 擬定教學策略.....	52
3.3.2 各項活動設計說明.....	58
第 4 章 課程評鑑.....	61
4.1 個別評鑑結果.....	62
4.2 小組評鑑結果.....	68
4.3 實地評鑑結果.....	73
4.3.1 函數概念後測結果.....	73
4.3.2 學習者滿意度問卷.....	78
4.4 專家評鑑結果.....	79
第 5 章 結論與建議.....	83
5.1 研究結果整理.....	83
5.2 研究限制.....	85
5.3 未來研究建議.....	86
中文參考文獻.....	88
英文參考文獻.....	90
附錄.....	93
附錄一、大學生對網路學習看法問卷.....	93
附錄二、高中生對網路學習看法問卷.....	96
附錄三、網路學習看法問卷分析圖表.....	99
附錄四、專家訪談大綱.....	105
附錄五、教師訪談大綱.....	106
附錄六、函數單元學習目標之檢核表.....	107
附錄七、高中生函數概念測驗試題(前測).....	109
附錄八、高中生函數概念測驗試題(後測).....	118
附錄九、高中生函數概念前後測分析結果.....	124
附錄十、個別評鑑訪談大綱.....	128
附錄十一、Anicam 側錄紀錄表.....	129
附錄十二、專家評鑑表.....	130
附錄十三、函數單元—課程內容問卷.....	131
附錄十四、學習者課程滿意度問卷.....	132

# 表 目 錄

表 1-5-1	研究方法與研究工具整理.....	3
表 1-6-1	各階段之工作重點與資料蒐集方法.....	5
表 2-1-1	普通高級中學 95 年課程綱要 (與函數概念有關之課程綱要).....	9
表 2-1-2	普通高級中學 98 年課程綱要 (與函數概念有關之課程綱要).....	11
表 2-1-3	95 暫綱與 98 課綱－函數概念之比較.....	13
表 2-2-1	函數迷失概念與學習困難整理.....	19
表 2-5-1	資訊科技對學習與教學的影響.....	26
表 3-1	本研究各項分析的類型與目的.....	31
表 3-1-1	課程需求之相關文獻摘要.....	32
表 3-1-2	大學生與高中生已具備的電腦技能之比較表.....	39
表 3-1-3	函數概念前測之答題分析結果.....	42
表 3-1-4	函數單元之課程結構表.....	45
表 3-1-6	教學媒體選擇摘要表.....	47
表 3-2-1	函數單元之單元目標及單元子目標說明表.....	48
表 3-3-1	函數單元之教學策略表.....	53
表 3-3-2	課程教材之編排說明.....	54
表 4-1	形成性評鑑之各階段評鑑項目.....	61
表 4-1-1	個別評鑑 II 結果之摘要整理.....	65
表 4-2-1	Anicam 記錄的事後觀察結果摘要.....	69
表 4-2-2	小組評鑑對於新增加的 Flash 動畫與 Java Applet 的活動滿意度.....	72
表 4-3-1	前後測之作答分析結果摘要.....	74
表 4-3-2	反函數前後測答題分析結果.....	76
表 4-3-3	解析度對瀏覽畫面的影響.....	77
表 4-3-4	學習者課後滿意度問卷分析結果整理.....	78
表 4-4-1	專家課程評鑑表.....	80



# 圖目錄

圖 1-3-1	Dick & Carey(2005)系統化教學設計模式.....	2
圖 1-6-1	階段性發展模式圖.....	4
圖 1-7-1	研究步驟與章節配置圖.....	7
圖 2-4-1	雙碼理論.....	23
圖 2-6-2	線上微積分課程之函數單元設計架構與流程.....	30
圖 3-1-1	學生對於線上課程喜好的因素.....	40
圖 3-1-2	學生對線上課程不喜好的因素.....	40
圖 3-1-3	學生喜好線上課程的呈現方式統計圖.....	41
圖 3-3-1	OLI 學習平台的操作首頁.....	51
圖 3-3-2	OLI 學習平台的課程介面.....	51
圖 3-3-3	DIGT 系統介紹.....	59
圖 4-3-1	前後測學生答對率之比較.....	75
圖 4-3-2	前後測學生未答率之比較.....	75



# 第一章 緒論

## 1.1 研究背景與動機

網路科技的發展加速了知識的傳遞，學習方式的多元化，也促成了教學方法與策略的改變，資訊科技融入教學已是勢在必行，優質線上課程的開發實是當務之急。然而，線上課程不只是將傳統的教學內容數位化，更有賴詳盡的課程規劃及設計，根據學習理論融入網路的特性，才能有效地協助學生利用線上課程達到學習的目標。

美國卡內基美倫大學(Carnegie Mellon University)的 Open Learning Initiative(OLI) 計劃，由資深專科教師、認知學及教育科技的學者專家共同合作，推出了統計、生物等十餘門線上開放式課程。OLI 的課程除了利用該課程授課教師的領域知識及教學經驗之外，更結合以認知理論及教育科技專家設計出各種互動式活動單元，提供學習者適當的學習鷹架及自我評估。同時 OLI 計劃也提供了教學平台，讓教師依不同需求調整課程內容；資料庫能紀錄完整的學習狀況以作為課程後續改進之參考。

交通大學是一所理工科系為主的大學，微積分是大學理工科的數學基礎，開發微積分數位學習內容便是交大發展一流大學及頂尖研究中心計畫之教學精進計畫的項目之一。交通大學理學院於 2006 年開始與卡內基美倫大學合作，利用 OLI 平台發展微積分課程。在課程發展初期，主要以交通大學理工科學生為課程實施對象，並將實施對象的學習表現與評鑑結果作為課程後續修正之參考，進而開放給全世界，希望能透過此微積分線上課程，也可讓使用華文為主的區域及國家的理工科學生，利用開放式課程進行自我學習。

相關文獻指出，函數概念對於微積分的學習影響甚鉅，國內外微積分教材都會在首章呈現函數概念的介紹，作為微積分的預備課程，一方面喚起學習者函數概念的先備知識，另一方面為後續課程會用到的函數概念做特別的討論與詳述。因此，交通大學在 OLI 線上微積分課程中規畫了第零章-函數單元。

## 1.2 研究目的

本研究旨在經由系統化教學流程，發展交通大學 OLI 線上微積分課程之函數單元，以統整學習者既有的函數概念，並透過形成性評估方式，瞭解此函數單元的成效，期望透過此研究的成果，提供未來相關研究之參考依據。本研究目的說明如下：

1. 依照系統化教學設計之模式，設計線上微積分課程之函數單元。
2. 實施本研究所設計之課程，以質化及量化的方式進行形成性評鑑，評估其可行性與教學策略之有效性。

## 1.3 研究架構

本研究依照 Dick and Carey (2005) 所提出之系統化教學設計模式，如圖 1-3-1，來發展線上微積分課程之函數單元。

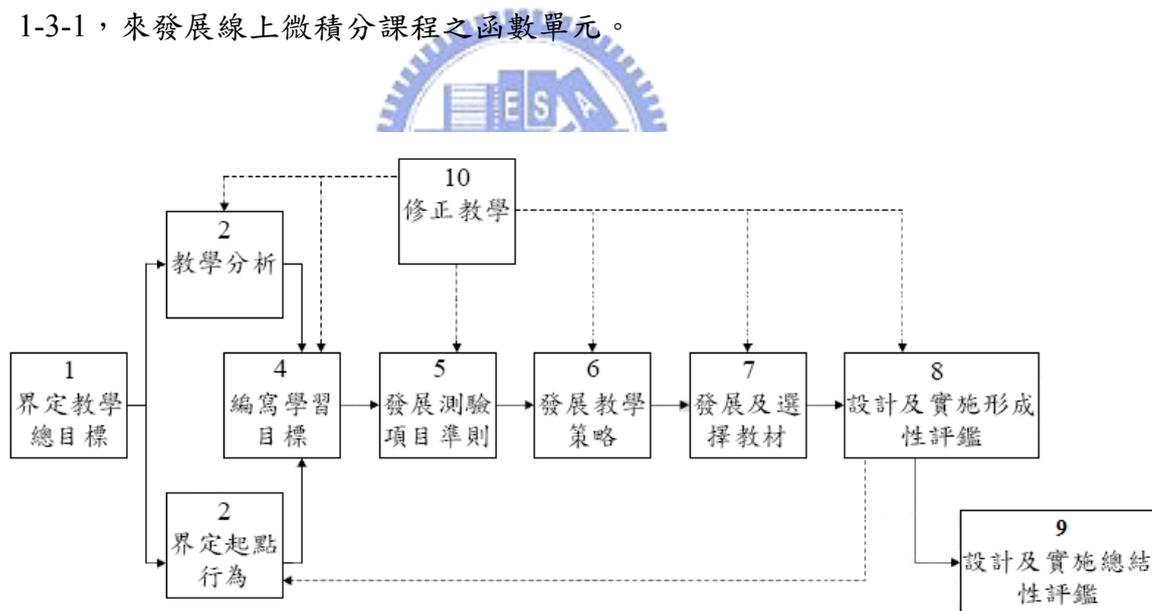


圖 1-3-1 Dick and Carey(2005)系統化教學設計模式

## 1.4 研究對象

本研究以立意取樣的方式，在不同的階段選擇不同的研究對象，主要的研究對象為新竹高中高三第二類組某班學生，共計 42 名，負責前測、課程參與、小組評鑑與實地評鑑等三個項目。本研究選擇此班學生作為研究對象之原因為本課程

預設為交大理工科學生之線上自學微積分課程－函數單元，用意是學習者在學習微積分之前能將自己已學過的函數概念作複習與統整，然而幾乎所有二類組的科系在大學都必須修微積分，因此最後決定挑選高三二類組學生作為研究對象。本研究挑選之該班共有 42 名，全為男生。另外，為瞭解當前大學生與高中生所具備的資訊能力與學習喜好，本研究挑選了交通大學大一生共 74 名，新竹高中高三學生共 66 名，共 140 名為問卷調查的對象。

### 1.5 研究方法與研究工具

為達成研究目的，個別擬定合宜的研究方法與研究工具，如下表 1-5-1 所示。

研究目的	研究方法	研究工具
(1) 依照系統化教學設計之模式，發展線上微積分課程-函數單元。	系統化教學設計	Dick and Carey 系統化教學設計模式
(2) 實施本研究所設計之課程，以質化及量化的方式進行形成性評量，評估其可行性與教學策略之有效性。	個別評鑑	學生課後訪談大綱
	小組評鑑	個別訪談、問卷法 線上記錄
	實地評鑑	前測、後測、問卷法
	專家評鑑	問卷法
		活動滿意度問卷 Anicam 側錄紀錄
		函數概念測驗問卷 課程滿意度問卷
		專家課程評鑑表

## 1.6 資料蒐集方法

本研究依照Dick and Carey (2005)的系統化教學設計模式來發展課程，為了後續說明上的便利，本研究將其模式概分為四個階段：分析、設計與發展、實施以及評鑑，如圖1-6-1。

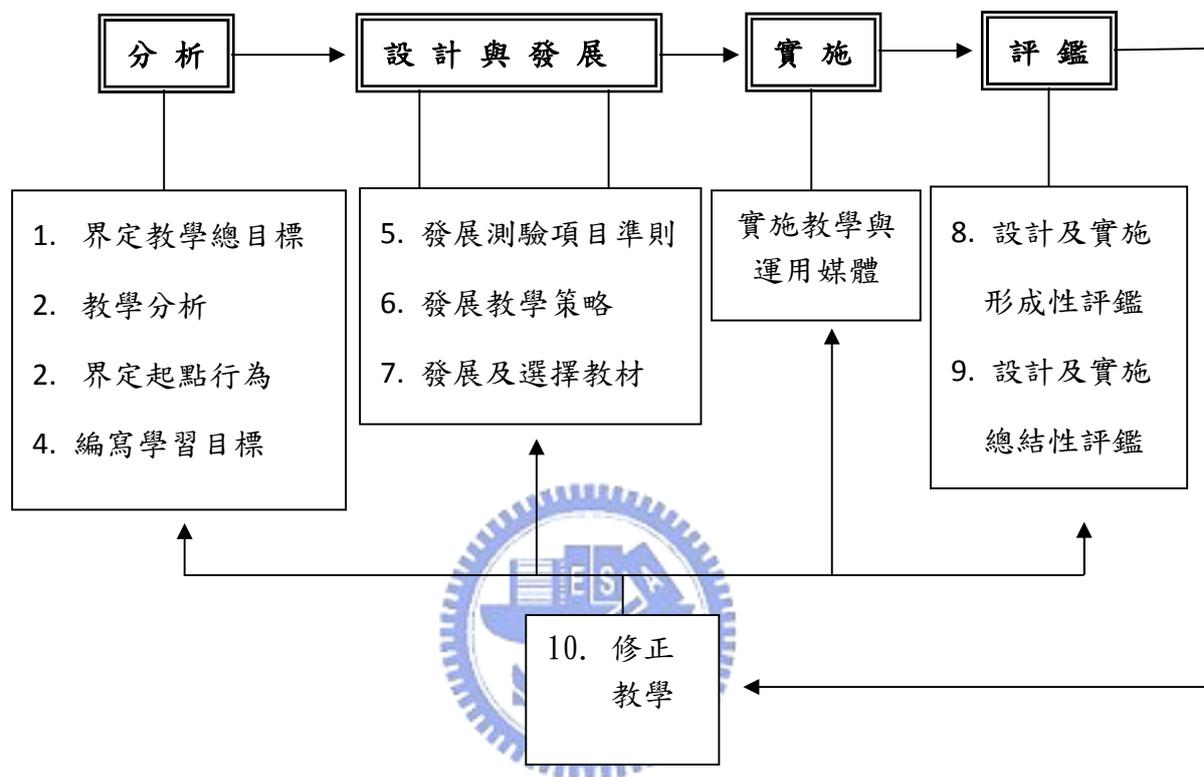


圖 1-6-1 階段性發展模式圖

資料蒐集方法依據課程發展階段而有所不同：在「分析」階段，主要執行需求分析(學習者分析、內容分析、媒體分析)，就分析結果編寫學習目標與設計函數概念前測之試題；在「設計與發展」階段，主要依據分析結果來設計與發展課程；在「實施」階段，本研究選擇新竹高中第二類組的高三某班進行課程實施，並就實施之結果進行實地評鑑與後測；在「評鑑」階段，本研究依據課程發展流程，依序進行四項評鑑：個別評鑑、小組評鑑、實地評鑑與專家評鑑；預計從個別評鑑與小組評鑑來檢視課程教學策略與活動設計的成效；從專家評鑑與實地評鑑來檢視課程之可行性；利用各類評鑑表、anicam電腦側錄資料、個別訪談以及課程滿意度問卷來蒐集資料與評鑑此課程之可行性，同時依據評鑑之結果進行課程修

正。各階段之工作重點與資料蒐集方法摘要整理如下表1-6-1：

階段	工作重點	方法
分析	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ 學習者分析               <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 認知特質（電腦使用能力）。</li> <li>2. 個人特質（學習動機、自我學習能力）。</li> <li>3. 起點行為(函數概念)</li> </ol> </li> </ul>	教師訪談、 問卷調查、前測
	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ 內容分析 教學目標（Goal）與學習目標(Objects)的訂定。</li> <li>❖ 媒體分析（軟硬體）</li> </ul>	文獻探討 專家訪談
設計 與 發展	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ 教學策略               <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 喚回學生的先備知識，與現行教材做連結。</li> <li>2. 將概念視覺化，以問題引導學習(problem based learning)。</li> </ol> </li> <li>❖ 活動設計。</li> <li>❖ 功能與畫面流程設計。</li> <li>❖ 畫面規格設計（網頁、flash、美術風格等）。</li> <li>❖ 建置網站。</li> <li>❖ 撰寫教材。</li> <li>❖ 撰寫 Java applet 程式。</li> <li>❖ 撰寫評量工具(測驗)。</li> </ul>	文獻探討 專家訪談
實施	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ 新竹高中某班第二類組高三學生實際測試。</li> </ul>	--
評鑑	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ 設計階段的形成性評鑑               <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 個別評鑑。</li> <li>2. 小組評鑑。</li> <li>3. 實地評鑑。</li> <li>4. 滿意度調查問卷。</li> <li>5. 專家評鑑。</li> </ol> </li> </ul>	各類評鑑表、 aniam 側錄 資料、訪談、 課程滿意度問卷 及後測

## 1.7 章節配置

第一章的緒論，介紹整個研究架構，包含：陳述研究動機、確定研究問題、擬定研究範圍、確定研究對象、說明資料蒐集方法與工具與說明本研究所採用的研究步驟與流程。

第二章為文獻分析，採取「文獻分析法」來獲取相關文獻資料，推行出線上微積分課程－函數單元的設計理念與策略，並作為本研究發展線上微積分課程之函數單元的依據。

第三章為課程分析與發展，依照系統化教學設計流程，依序呈現分析及發展階段之成果，首先呈現利用「文獻分析法」獲取「文獻分析」、「學習者分析」、「專家訪談」、「內容分析」及「媒體分析」等需求分析結果，接著依據分析結果撰寫課程學習目標與發展線上微積分課程－函數單元，詳細介紹本課程的設計理念、採用的教學策略、教材內容開發與各項活動設計。

第四章為課程評鑑，本課程依據課程發展流程，進行課程的形成性評鑑，依序為：個別評鑑、小組評鑑、實地評鑑以及專家評鑑，同時依據各階段評鑑之結果進行課程修正。各階段評鑑結果與課程修正內容皆於第四章詳述之。

第五章為結論與建議，依據檢核課程發展過程，對於研究結果進行分析與討論，提出未來研究建議與方向，以作為未來課程發展之相關研究者之參考。

根據上述之研究動機、目的與問題，本研究將採取研究步驟與章節配置摘要整理於圖 1-7-1。

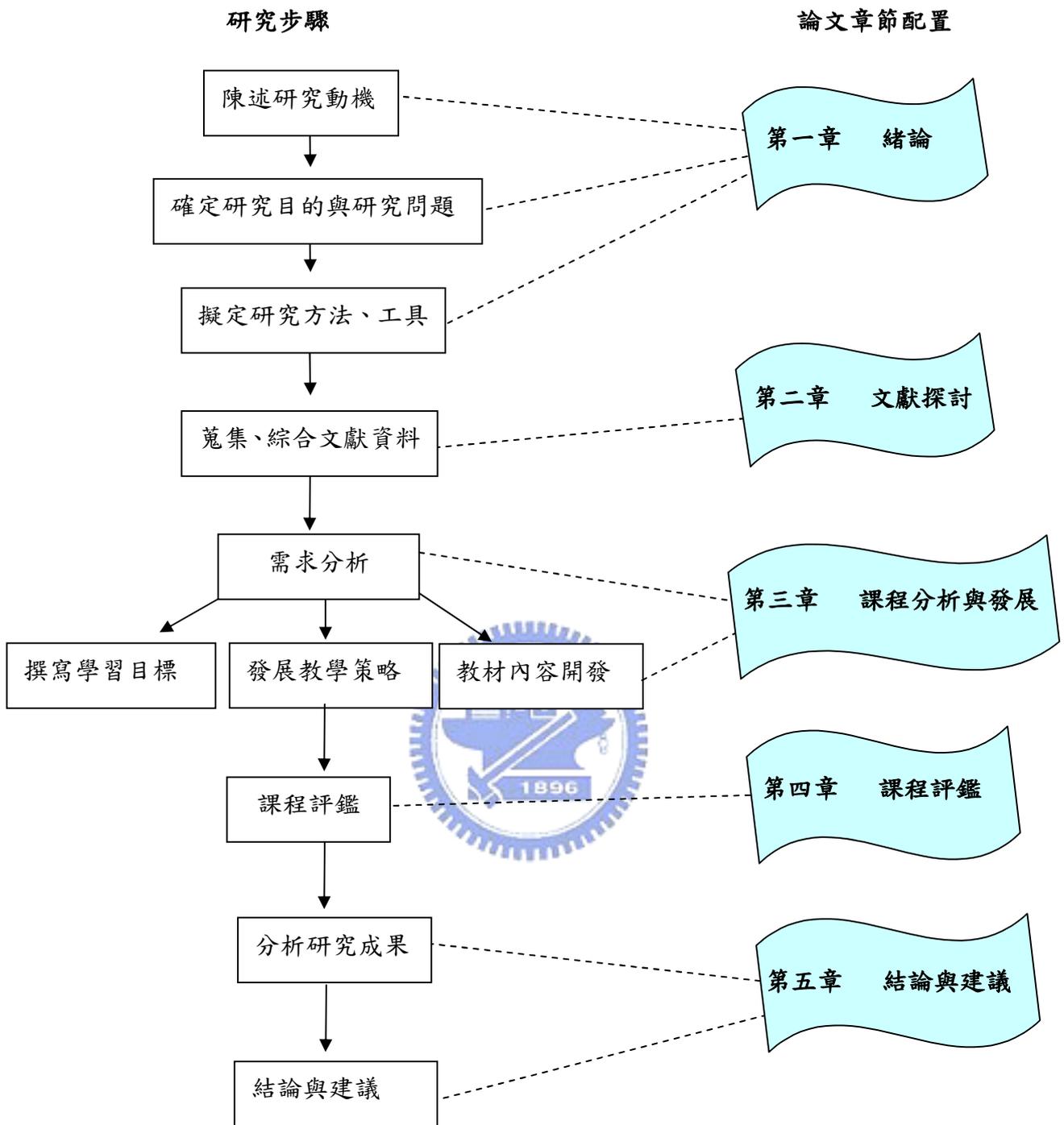


圖 1-7-1 研究步驟與章節配置圖



## 第二章 文獻探討

本研究之文獻探討共分為六節，其目的在於介紹線上微積分預備課程-函數單元之課程設計的相關主題，以作為發展本課程之依據。第一節旨在瞭解目前台灣高中數學課程對函數的介紹與教學現況；第二節旨在說明函數概念；第三節旨在敘述學習理論；第四節旨在說明電腦視覺化對數學學習的幫助；第五節旨在說明網路學習之發展與影響；第六節旨在說明系統化教學設計模式。期能藉由前人研究的經驗，使本課程之發展過程更為順利完整。

### 2.1 目前台灣的高中數學課程對函數的介紹與教學現況

函數概念是代數課程的基礎，也是最重要的數學概念之一，Harel 與 Dubinsky(1992)指出函數概念在數學中扮演一個中心的角色，是數學教育領域中所不可缺少的，Eisenberg(1992)主張培養學生的函數概念是中學與大學課程的主要目的，可知函數概念在數學學習上的重要性。因此研究者先就高中教材進行教材分析，瞭解目前高中畢業生對函數概念的理解情況。適逢高中數學課綱改朝換代之際，故研究者特定將普通高級中學 95 年數學科暫行綱要(簡稱 95 暫綱)與普通高級中學 98 年數學科課程綱要(簡稱 98 課綱)關於函數概念的單元內容列於表 2-1-1 與表 2-1-2，並分析比較兩者之差異。

表2-1-1 普通高級中學95年課程綱要 (與函數概念有關之課程綱要)

第一學年：數學I、4 學分		
主題	子題	內容
三、多項式	1.多項式的四則運算 2.多項式函數 3.多項式方程式 4.多項式不等式	1-1 含綜合除法。 2-1 含一次、二次多項式函數的圖形。 3-1 含代數基本定理的介紹，勘根定理和實係數多項式方程式虛根成對定理。 4-1 瞭解已分解為一次因式乘積的多項式在實數線上恆正、恆負的區間。
第一學年：數學II、4 學分		
主題	子題	內容
四、指數與對數	1.指數 2.指數函數及其圖形 3.對數 4.對數函數及其圖形 5.查表、內插法	4-1 指數與對數互為反函數的意義以公式直接表達，不一定要提反函數這三個字，但要在坐標平面上同時呈現這兩個函數的圖形。 5-1 可用電算器求出指數函數與對數函數的值。
五、三角函數的基本概念	1.銳角三角函數 2.三角函數的基本關係 3.簡易測量與三角函數值表 4.廣義角的三角函數 5.正弦定理與餘弦定理 6.基本三角測量	1-1 先處理有一個銳角為 $30^\circ$ 或 $45^\circ$ 的直角三角形邊角性質。 2-1 倒數關係、平方關係、商數關係、餘角關係。 3-1 可用電算器求出三角函數值。

六、三角函數的性質與應用	1.三角函數的圖形* 2.和角公式* 3.倍角*、半角公式 4.正餘弦函數之疊合 5.複數的極式	1-1 含弧度。三角函數的圖形只談正弦、餘弦和正切。 2-1 含積化和差公式。 4-1 以實例說明疊合的意義。 5-1 介紹向徑、輻角與極坐標之概念，含棣美弗定理，1 的 n 次方根。
第三學年：數學甲II、4 學分		
主題	子題	內容
一、多項式函數的極限與導數	1.函數及其圖形  2.極限概念  3.割線與切線  4.導數與切線的斜率	1-1 複習一次函數與直線方程式。 1-2 複習二次函數與拋物線方程式。  2-1 引入 $\Delta x$ 並以直觀說明極限的意義。  3-1 引入 $\Delta y$ 及 $\Delta y/\Delta x$ 討論函數割線的斜率，並說明在運動學上的意義。 3-2 以二次函數說明割線斜率的極限是切線的斜率。 3-3 複習拋物線的光學性質。 4-1 定義導數及切線方程式。 4-2 說明導數在運動學上的意義。 4-3 以二項式定理或分解因式求極限得出多項式的導函數，並介紹導函數常用的符號。
二、導函數的應用	1.函數圖形的描繪 2.函數的極值 3.三次函數的圖形 4.極值的應用	1-1 函數圖形的遞增、遞減和臨界點。 1-2 函數圖形的凹性和反曲點。 2-1 函數極值的一階二階檢定。 3-1 含對三次多項式實根個數的瞭解。

三、 多項式 函數的 積分	1.黎曼和與面積 2.求多項式函數圖形與直線 $x=a$ , $x=b$ , 和 $y=0$ 圍出的面積 3.定積分及其應用	1-1 直觀說明黎曼和對一再細分的分割所取的極限是面積。 1-2 在等分割時，對 $y=x^2$ 求出黎曼和的極限。 2-1 介紹定積分符號，反導函數(反微分)符號。 3-1 以求圓面積、球體體積、角錐體積、自由落體運動方程式為主。
資料來源：普通高級中學 95 年課程暫行綱要。教育部 2005。取自 <a href="http://cer.ntnu.edu.tw/hs/index0.htm">http://cer.ntnu.edu.tw/hs/index0.htm</a> 。		

表2-1-2 普通高級中學98年課程綱要 (與函數概念有關之課程綱要)

第一學年：數學 I-函數、4 學分			
主題	子題	內容	備註
二、 多項式 函數	1.簡單多項式函數及其圖形 2.多項式的運算與應用 3.多項式方程式 4.多項式函數的圖形與多項式不等式	1-1 一次函數 1-2 二次函數 1-3 單項函數：奇偶性、單調性和圖形的平移 2-1 乘法、除法(含除式為一次式的綜合除法)、除法原理(含餘式定理、因式定理)及其應用、插值多項式函數及其應用 3-1 二次方程式的根與複數系 3-2 有理根判定法、勘根定理、 $\sqrt[n]{a}$ 的意義 3-3 實係數多項式的代數基本定理、虛根成對定理 4-1 辨識已分解的多項式函數圖形及處理其不等式問題	1.3 僅介紹4次(含)以下的單項函數 2.1 不含最高公因式與最低公倍式、插值多項式的次數不超過三次 3.1 不含複數的幾何意涵 4.1 不含複雜的分式不等式
三、 指數、 對數	1.指數 2.指數函數 3.對數 4.對數函數	1-1指數為整數、分數與實數的指數定律 2-1 介紹指數函數的圖形與性質(含定義域、值域、單調性、凹凸性) 3-1 對數的定義與對數定律 3-2 換底公式 4-1 介紹對數函數的圖形與性質	3.2 換底公式不宜牽涉太過技巧性與

函數	5.指數與對數的應用	(含定義域、值域、單調性、凹凸性) 5-1 對數表(含內插法)與使用計算器、科學記號 5-2 處理乘除與次方問題 5-3 等比數列與等比級數 5-4 由生活中所引發的指數、對數方程式與不等式的應用問題	不實用的問題 5.1 不含表尾差
第二學年：數學 III、4 學分			
主題	子題	內容	備註
一、三角	1.直角三角形的邊角關係 2.廣義角與極坐標 3.正弦定理、餘弦定理 4.差角公式 5.三角測量	1-1 直角三角形的邊角關係(正弦、餘弦)、平方關係、餘角關係 2-1 廣義角的正弦、餘弦、正切、平方關係、補角 2-2 直角坐標與極坐標的變換 3-1 正弦定理、餘弦定理 4-1 差角、和角、倍角、半角公式 5-1 三角函數值表 5-2 平面與立體測量	2.1 cot, sec, csc 置於數學甲I、數學乙I 4.1 不含和差化積、積化和差公式 5.1 可使用計算器求出三角函數值
第三學年：數學甲 I、4 學分			
主題	子題	內容	備註
二、三角函數	1.一般三角函數的性質與圖形 2.三角函數的應用 3.複數的幾何意涵	1-1 弧度、弧長及扇形面積公式 1-2 倒數關係、商數關係、平方關係 1-3 三角函數的定義域、值域、週期性質與圖形 2-1 波動：正餘弦函數的疊合 2-2 圓、橢圓的參數式 3-1 複數平面、絕對值、複數的極式、複數乘法的幾何意義 3-2 棣美弗定理，複數的 $n$ 次方根	2.1 不含不同週期的三角函數疊合
第三學年：數學甲 II、4 學分			
主題	子題	內容	
一、極限與函數	2.函數的概念 3.函數的極限	2-1 函數的定義、圖形、四則運算與合成函數 3-1 函數的極限 3-2 連續函數、介值定理	

二、 多項式 函數的 微積分	2.函數性質的 判定	2-1 遞增、遞減、凹凸性、函數極值的一階與二階檢 定法 2-2 三次多項式的繪圖
資料來源：普通高級中學 98 年課程綱要。教育部 (2008.01.28)。取自 <a href="http://cer.ntnu.edu.tw/hs/index0.htm">http://cer.ntnu.edu.tw/hs/index0.htm</a> 。		

研究者將兩者之比較摘要分述說明如下：

(1) 98 年的課程綱要對函數概念的介紹更為集中：

95 年暫綱將函數概念散佈於基礎數學四冊之中，而 98 年的課程綱要的調整，除三角函數之外，把函數的概念，全集中於數學 I 的課程中。

(2) 98 年的課綱於數甲 I 對函數圖形的性質做介紹，並增加了奇偶性、凹凸性、單調性與圖形平移性的討論。讓學生提早學習函數的特徵與圖形的連結，並透過圖形特徵來分析函數。

(3) 98 年的課綱增加分式函數與根式函數的介紹與運算。

(4) 98 年的課綱將含和差化積、積化和差公式的部份刪除。

以下將兩者主要的差別做摘要，整理如下表 2-1-3。

項目	95 暫綱	98 課綱
函數 概念	散佈於數學 I~IV 的課程之中。	除三角函數之外，全集中於數學 I 的課程中。
	--	增加根式函數與多項式函數
函數 圖形	在數甲 II 介紹：函數圖形的凹性和反曲點。	在數學 I 說明函數圖形的性質：奇偶性、凹凸性、單調性與圖形平移性等
三角 函數	含和差化積、積化和差公式	不含和差化積、積化和差公式

針對函數概念的學習，98 年課綱確實增加許多概念的介紹，也暗示出 95 年

暫綱的課程內容對於函數概念確實有些待補強，也代表當前高中畢業生們確實需要一個可以幫助他們補強函數概念的教材，若這樣的課程教材透過各大學或各高中來實體開課將耗費大量時間、財力與資源，加上各科系學生對於課程的需求不一，難以精確達到每個人的期望，因此，本課程針對這樣的需求，設計發展成線上課程，採線上課程之優勢，讓多數的學生只要利用網路與電腦都能自由自在地依照自己的需求來瀏覽課程。

## 2.2 函數概念

### 2.2.1 函數概念的發展與影響

函數概念主要是許多數學家在微積分及運動學等領域，因應相關物理學發展漸漸演變而成的，十六世紀末，天文學家 Kepler 為了將他在研究天體運動時所觀察到的現象歸納為一個簡潔的規則，開始了函數概念，十七世紀時，牛頓利用函數的冪級數表示突破了其在研究微積分時所遭遇到的困難，然而「函數」一詞是德國數學家 Leibniz 自拉丁文中引進“*functio*”一詞，在英文譯作“*function*”函數一詞，來描述把點的  $y$  座標視為  $x$  座標的函數，進而研究圖形在變動中的性質，因為是兩個變數之間的關聯，常被用一個公式來表示，如： $y = x^2$ ，到十八世紀時，當時著名的數學家 Bernoulli 和 Euler 就把含有變數與常數的代數式，稱為函數，同時，Euler (1734) 首先使用符號“ $f(x)$ ”來表示函數(Eves, 1983)，然而，十九世紀時，傅立葉級數(Fourier series)的發現使得過去的函數定義面臨必須要修正的挑戰，後來 Dirichlet 提出函數觀念的澄清，表示函數是一種兩個變數之間的對應規則，不必是個式子。曹亮吉(2000)提到 Dirichlet 的函數觀不但包含已往種種的函數，提供了許許多多新鮮有趣、有用的例子，而且也因為函數觀念的確定，使得數學家能夠討論函數的連續、微分、積分等種種有關的性質。

數學看重在探求一個現象的各種量，以及量與量之間的因果關係。用數學語言來說，分別就是數與函數的概念，也就是研究函數關係與找函數關係(蔡聰明，2000)。Slavit(1998)指出從先修微積分教學的基礎來看，函數概念提供了鷹架給微

積分學習者，足見函數概念對數學學習的重要性。

### 2.2.2 函數的表徵

函數概念的發展是用來描述所觀察到的現象與表示變數間的關係，函數概念應該隨不同情境採用不同的定義。函數有許多種不同的呈現方式(稱之為多重表徵)，教師宜提供許多不同的函數讓學生逐漸建立函數概念(吳玫瑤，2001)。在認知心理學上，表徵是指將外在現實世界的事物以另外一種較為抽象或符號化的形式來代表的歷程；而在認知心理學訊息處理取向上，則是指訊息處理過程中，將訊息經譯碼(coding)而轉換成另一種形式，以便儲存或表達的歷程(張春興，1989)。若一個概念能被許多種不同的方式表現出來，稱之為「多重表徵」。

美國數學教育協會(NCTM)(2000)在「學校數學的原則與標準」中指出數學課程必須強調數學表徵以幫助學生學習數學，重視多重表徵之教學可以協助學生：  
(1) 創造並使用表徵去組織、紀錄與溝通數學想法；(2) 發展一套能有意義地、靈活地、適當地使用的數學表徵；(3) 使用表徵去模型與解釋物理的、社會的、數學的現象。多位學者(Vinner, 1983; Janvier, 1987; Schwarz, 1996)皆認為教師連結多重表徵間的教學方式，對幫助學生在瞭解概念上是有幫助的。

Markovits, Eylon, and Bruckheimer (1988)指出函數的表徵有：情境、表列、圖形、代數式等四種；David Tall(1996)從微積分學習的觀點將函數表徵分為：視覺(visuospatial)表徵、數值(numeric)表徵、符號(symbolic)表徵、圖形(graphic)表徵、定義(Formal)表徵；呂永聰(1994)針對「函數表徵」的名詞釋義為表達一個函數的形式，如：定義敘述(formula)、語文敘述(verbal description)、代數式(algebraic expression)、表列式(table)、圖形(graph)、映射圖(arrow diagram)、機器比喻圖(machine analogy)、數對集合表示式(the set of ordered pairs)等，大致來說，可將函數的表徵分類為四種：圖形、表列式、文字敘述、代數式。

Even(1998)曾對美國 162 名主修數學的學院生進行「影響函數表徵之間的連結能力的原因」探討，所得研究結果中表示，彈性地在各種函數表徵之間做連結



與轉換對他們而言是困難的，他們尚未能完全通曉在各種表徵之間參數所代表的意義，即使是十分常見的函數，如：二次函數，同時，Even 從統計資料中發現，採用巨觀點來分析圖形變化的學生，在圖形與符號表徵之間的連結能力明顯優於以觀察圖形局部特徵為主的學生；陳盈言(1991)分析國內教材與研究學生函數概念的研究中發現：(1) 課程中的函數例子大多以代數表徵來呈現，無形中造成學生對於關係式與函數概念作過多的連結、(2) 課程中有關於函數概念與表列式表徵間的連結相當薄弱，使得學生在表列式表徵與函數概念間的連結上有困難。因此在函數概念教學上應該多利用各種表徵(如：圖形、表列式、文字敘述、代數式)的例子來說明，並提供夠多的正反例讓學生做比較與思考，而不是僅以教師提供的範例作為判斷準則，以協助學生建立正確的函數概念，此外，應避免呈現過多程序性的練習，David Tall(1997)指出過多程序性的練習，將導致學生囫圇吞棗的學習。

近幾年來的研究不僅著重於如何教數學，更著重於學生在學習的心理過程，而學生對於連結表徵之間的關係有困難，即大多數的學生無法在表徵之間自由隨意地來回連結，原因是學生對於自己符號運算能力深具信心，通常只有當他無法用符號運算解決問題時，他才會使用其他的表徵，同時，大多數的學生在其學習背景中，通常沒有電腦繪圖這類的工具，因此，很自然地不會選擇圖象表徵去思考問題(David Tall ,1997)。因為沒有一個表徵可以適合於說明所有的概念，Even (1998)指出用不同表徵方式表徵相同事物，與彈性地從一種表徵轉變成另一種，有助於發展更完善的概念架構，對理解程度加廣、加深。

綜上所述，函數的多重表徵是學習函數概念的重要關鍵，因此，強化學生在各種函數表徵之間的連結能力將會是本教材發展的重點之一。

### 2.2.3 函數的迷思概念與學習困難

函數概念是數學領域當中一個相當複雜的概念，它含有許多子概念，如：變數、定義域、值域與極值等，且可以用不同的表徵表示函數概念(Dreyfus and Eisenberg, 1982)。在函數概念的發展過程中，學生不僅要學習函數概念，還必須能做到將函數表徵之間的連結，因此，許多學生在學習函數概念會遇到相當多的困難，國內外學者都曾針對學生在函數概念上的迷失與學習困難做了大量的研究，例如：

- (1) Markovits, Eylon 與 Bruckheimer(1986)研究發現中學生對於函數相關術語感到困惑，包含定義域、值域、對應域等，學生常無法迅速了解書面意義(定義域、值域、對應規則)與圖形表徵各部分的連結，關於常數函數、不連續圖形所表徵的函數以及分段定義的函數也並常混淆不清。
- (2) Janvier(1987)認為函數迷思概念常會造成微積分學的障礙，當學生能正確陳述函數定義時，我們很難確定學生是否真正了解函數的概念，同時，他指出學生無法對函數的不同表徵做適當的連結，常造成函數學習的障礙。
- (3) Vinener (1983) 指出學生建立的函數概念心像與其概念定義有相當大的出入，例如：學生認為函數是一種規則的表示法，若不規則的對應就不被認為是函數。
- (4) 國科會的「青少年的數學概念學習研究」之子計畫八：青少年的函數概念發展研究，曾針對國內國中生之函數概念做全國性的隨機抽測，樣本約 3000 多人，從抽測結果發現我國國中生常見之函數概念錯誤(或困難)類型，摘要說明如下(張幼賢，2003)：

- ① 對函數的定義模糊(自變數與應變數之間的關係倒置)。
- ② 表示函數的數學式中必須要有  $x$  和  $y$ 。
- ③ 認為可寫出關係式者就是函數。
- ④ 對鉛直線判別法與水平線判別法認識不清。

- ⑤ 對不熟悉的圖形不會判斷是否為函數。
- ⑥ 知道函數定義域範圍的意義，但答題時無法應用。
- ⑦ 對受測學生而言，將表列式轉化成關係式比將圖形轉化成關係式來得困難(就線性函數來說)。
- ⑧ 對離散型函數及其圖形表示法不清楚。

(5) 葉明達(2000) 從探討高中生的函數迷思概念與表徵轉換能力之研究結果發現高中生主要的迷思概念為：

- ① 函數關係是一種一定可以列成方程式的對應關係。
- ② 函數一定要有規律。
- ③ 對應域是值域的一部份。
- ④ 函數圖形是平滑的、連續的，有缺口的圖形不是函數圖形。
- ⑤ 高中生對合成函數中之函數值因誤認自變數一定是  $x$ ，或因代表變數符號混淆不清而發生錯誤。

綜上所述，函數概念的抽象化及相關術語的定義混淆不清成為學生的學習障礙，常造成學生對於函數概念的錯誤了解，因此，教學時不應侷限於單一表徵的介紹，對於特定名詞如:定義域、值域、對應域等宜搭配各種表徵說明而非僅是文字上的說明，例如:利用圖形去找出函數的定義域、值域等，讓學生對函數的多重表徵有整體性的了解。

另外，將針對函數的迷思概念與學習困難作分類整理如下表 2-2-1，本研究將會依據這些函數的迷思概念與學習困難來設計本函數單元教材內容，以期能幫助學習者建立正確的函數概念。

表 2-2-1 函數迷思概念與學習困難整理

函數概念	學習者的迷思概念與學習困難	相關文獻
<ul style="list-style-type: none"> <li>● 定義域</li> <li>● 值域</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 學生對於函數相關術語感到困惑，包含定義域、值域、對應域等，無法迅速與圖形表徵各部分的聯結。</li> <li>2. 對函數的定義模糊(自變數與應變數之間的關係倒置)。</li> <li>3. 知道函數定義域範圍的意義，但答題時無法應用。</li> <li>4. 對應域是值域的一部份。</li> </ol>	<p>Markovits et al. (1986) 葉明達(2000) 張幼賢(2003)</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>● 圖形表徵</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 無法了解不連續圖形所表徵的函數</li> <li>2. 函數圖形是平滑的、連續的，有缺口的圖形不是函數圖形。</li> <li>3. 對離散型函數及其圖形表示法不清楚。</li> <li>4. 對不熟悉的圖形不會判斷是否為函數。</li> </ol>	<p>Markovits et al. (1986)  葉明達(2000) 張幼賢(2003)</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>● 多重表徵</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 將表列式轉化成關係式比將圖形轉化成關係式來得困難(就線性函數而言)。</li> <li>2. 學生無法對函數的不同表徵做適當的聯結，常造成函數學習的障礙。</li> </ol>	<p>Janvier(1987) 張幼賢(2003)</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>● 函數定義</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 學生建立的函數概念心像與其概念定義有相當大的出入。</li> <li>2. 函數關係是一種一定可以列成方程式的對應關係。</li> <li>3. 表示函數的數學式中必須要有 <math>x</math> 和</li> <li>4. 對鉛直線判別法與水平線判別法認識不清。</li> <li>5. 認為可寫出關係式者就是函數。</li> <li>6. 函數一定要有規律。</li> </ol>	<p>Vinener (1983) 葉明達(2000) 張幼賢(2003)</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>● 各類函數</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 學生不認為常數函數與分段定義函數是函數關係。</li> <li>2. 高中生對合成函數中之函數值因誤認自變數一定是 <math>x</math>，或因代表變數符號混淆不清而造成求合成函數值時的困難。</li> </ol>	<p>Markovits et al. (1986) 葉明達(2000)</p>

## 2.3 學習理論

### 2.3.1 行為主義學習理論

行為學習論(Behaviorism)主張將學習歷程解釋為制約作用，認為「學習」是個體處於某些引起反應的刺激情境下所產生的行為反應，即將個體學習到的行為視為「刺激」與「反應」之間的關係的連結，強調此種連結受到增強作用、練習等因素影響。然而，行為學習論試圖以刺激與反應之間的連結作用說明各種複雜的學習理論，忽略學習者的自主性，受到強烈的質疑與批評。雖然如此，行為學習理論對於某些低層次的認知與技能目標，仍是有實質上的幫助，只要教師給予適當的課程設計與教材，毫無疑問地，反覆練習、立即回饋與鼓勵等都是影響學習效果的重要因素 (Woolfolk, 2001)。

根據 Skinner 操作制約與增強作用理念，有效的學習發生在合宜地安排刺激、反應與增強作用的情境上，因此教學者在教學過程中，將教學活動細分成各個小單元，預先設訂學習者的預期行為，增強策略的選擇與增強頻率的安排，並分析學習者的反應，以達到學習效果。後來的電腦輔助教學與系統化教學設計皆受到 Skinner 學習理論的影響。

綜上所述，行為學習理論在教學上之啟示與應用如下(沈中偉，1995)：

- (1) 在設計前，應先確定學習目標、學習者的特性與學習某一特定內容前學習者應具備之先備知識。
- (2) 從事工作分析，將每個大單元細分為數個小單元，每次只教導一個小單元，以利學習。
- (3) 學習內容安排由易到難。
- (4) 回饋或增強之呈現方式應適合學習者的年齡、程度與需求。
- (5) 對於正確的回答應給予正增強；對於錯誤的回答應給予訊息性的回饋或改正性的回饋，提示為何回答是錯誤的，鼓勵學習者更深入地思考。
- (6) 配合教材與學習者的特性，給予適當的練習，使學習者精熟教學內容與促進學後保留。

### 2.3.2 認知取向學習理論

認知學習理論主要在探討知識的習得與使用，主張個體在面對學習情境時，學習的產生有賴於 (1) 新情境與舊經驗相符合的程度；(2) 新舊經驗的結合並重組。學習並非是零碎經驗的增加，而是舊經驗為基礎在學習情境中吸收新經驗。(張春興，1992)

Piaget 的認知發展理論認為：人類具有「組織」(organization) 和「適應」(adaptation) 二種天生的傾向。將不同的歷程組合成一個和諧的整體是為組織的傾向；對環境的順應或調整即為適應的傾向。適應的傾向具有二個互補的過程，即「調適」(accommodation) 和「同化」(assimilation)。調適是修正已有的基模來順應新情境，而同化則是將新體驗或新事物融入已有基模的過程。當個體接受到外界的刺激時，會主動以本身的認知結構為基礎，經同化、調適等過程，內化成個體認知結構的一部份，使得個體的認知結構達到新平衡。

Bruner 的發現學習理論(Bruner, 1966)認為 (1) 學生是主動積極的知識探究者；(2) 直覺思維是發現學習的前奏；(3) 學習情境的結構性是有效學習的必要條件 (4) 探索中發現的正誤答案同具回饋價值。根據 Bruner 的說法，直覺思維的本質是映像或圖像性的，強調在符號思考及運算前，必須經過「圖像」階段，因此，教材的呈現應將概念「視覺化」呈現，利用「圖形」來引導學習者思考，防止過早語言化、符號化，而教材的結構也應與學生的認知結構互相配合，此外，學生學習的效果取決於教師適時地給予回饋，讓學生知道學習的結果，要讓學生知道錯在哪裡同時幫助他們修正錯誤的觀念。

Ausubel (1968) 提出「意義學習」(meaningful learning)，認為要產生有意義的學習取決於新的學習內容必須能與學習者原有認知結構中的舊經驗相互關連，透過學習後，內化為認知結構的一部份。在教學方面，Ausubel (1978) 提出「前導組織」的概念，即在教學前先就學習者已熟習的知識為基礎，建立一個相關的概念架構，以幫助學習者新舊觀念的統合。Gagne 指出學習者之所以無法學習某教材，可能是因為他尚未具備學習此教材的先備知識或技能 (沈中偉，2003)。換言

之，唯有配合學習者的先備知識的教學，才能幫助他們產生有意義的學習。

綜上所述，認知學習理論在教學上之啟示與應用如下：

- (1) 教材內容應結合學習者的先備知識；
- (2) 利用圖像來引導學習者思考，將抽象概念具體化；
- (3) 教材設計必須能引起學習動機；
- (4) 教學策略必須能加強學習者學習保留與學習遷移；
- (5) 活動設計應給予學習者主動探究知識的機會，同時給予學習者正面的回饋。

### 2.3.3 建構主義學習理論

建構主義強調知識是由學習者主動建構得來的，而非被動地接受，認為學習就是一種學習者建構知識的歷程，透過新經驗與舊知識相融合，學習者不斷修正原本舊有的知識，從而建構新知識。

Jonassen(1991)認為教學的重點不在於課程內容的描述，而是在設計一套最好的學習順序，讓學習者在學習的過程中一步步自行歸納、建構所學習的內容，因此多媒體網路教學的課程設計應有詳細的流程及大量的範例，讓學習者由這些範例中獲得經驗，然後按照流程自行建構所學的知識體系。

綜上所述，建構主義理論在教學上之啟示與應用如下：

- (1) 教學活動的設計應強調學習者的主動性；
- (2) 教材內容應給予學習者明確得學習指引，幫助學習者學習。

## 2.4 電腦視覺化對數學學習的幫助

電腦科技的進步，帶動視覺化設計成為電腦輔助學習中的主流，在電腦互動介面中大量運用各種靜態或動態視覺圖像呈現教材內容，由於在知識建構過程中，視覺性的學習扮演著重要的角色，尤其當表達一個學習者不熟悉的概念時，電腦多媒體的表現，能讓學生對訊息做有意義的思考與多方的連想，科學性的概

念往往被視為較抽象的資料，這些資料的處理則必須透過具體的事、物來表現 (Rieber, 1994)。許多研究(Ayers, Davis, Dubinsky, and Lewin, 1988；Schwarz and Bruckheimer, 1990；Confrey, Smith, Piliero, and Rizzui, 1991)皆指出電腦能發揮其多媒體的優勢，透過動畫、繪圖軟體，提供學生對於函數的多種表徵方式，有助於學生在多種表徵轉換的聯結能力與幫助他們解決在函數學習上所遭遇的困難。

雙碼理論(Clark and Paivio, 1991)指出人的記憶系統主要包含兩個符號記憶系統(Symbolic memory): 語言性系統(verbal system)、非語言性系統(non-verbal system) 又稱圖像(imagery system)系統，如圖 2-4-1。Paivio 認為當知識以語言系統與非語言系統共同編碼時比單獨的語言系統或單獨的非語言系統的編碼更容易儲存於記憶，此外，單獨的非語言系統比單獨的語言系統的編碼更能強化記憶。

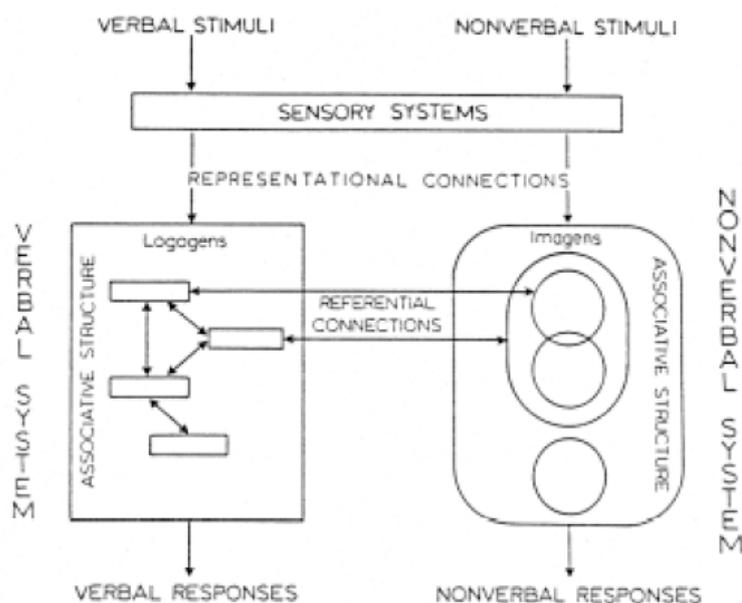


圖 2-4-1 雙碼理論 (Clark & Paivio, 1991)

Form: Dual coding education and education.

*Educational Psychology Review*, 3, 149-210.

Lakoff 和 Johnson(1999)認為大腦用很大比例透過視覺去感知或分析物件，大部分的思考都建構在具體化的知覺及行為上，過去一些不易具體化的概念，如今拜電腦科技所賜，強大的圖像功能能清晰地呈現概念的屬性，電腦確實為教學者與學習者的一項便利工具(引自陳書于，2006)。電腦視窗化的結果，在使用上增加了切



換適當工具的方便性，可以在相同或不相同的視窗中，表現不同的表徵形式及表徵特性，達到多重表徵及其間連結的目的(左台益、蔡志仁，2001)；同時以動畫圖像的方式呈現許多數學現象，提供學習者更強而有力的學習與知覺經驗，可以讓學習者形成動態的內在表徵，使學習者對抽象的概念，能夠更具知覺的能力(鄭晉昌，1997)。

從上述的學者看法中，以視覺為主的多重表徵，對函數的學習來說是比較好的開端。Skemp(1978)指出，視覺符號系統是一種空間性質的抽象，傾向個人思考，但具有統合功能，可以顯示整個概念結構外貌，亦可同時傳達很多概念，學習的感覺也較直觀具體。

Markovits, Eylon, and Bruckheimer (1988)指出學生在初期的學習中，處理圖形表徵比代數表徵容易，因為圖形是一種視覺化的表徵，函數圖形的呈現，對函數性質的討論有輔助觀察的效果。

Antonio R., Quesada, Mary E., and Maxwell (1994) 從三個學期的修課生，共 710 名，針對「電腦繪圖計算軟體教學與傳統教科書教學對學生先修微積分的學習成效之差異」進行研究，結果發現，參與電腦繪圖計算軟體教學的修課學生的期末分數比接受傳統教學的學生高，並達顯著水準。從訪談結果得知，使用電腦繪圖計算軟體教學的修課學生認為電腦繪圖計算軟體能幫助他們：(1) 更容易地理解概念、(2) 提供確認答案的機會、(3) 能節省時間在冗長乏味的計算上。

從上述研究結果表示，電腦以動態圖像等視覺化呈現方式確實對學生的學習有正面的成效，在動態連結多重表徵地教學環境中，強化學習者在多重表徵之間的連結，幫助學生建立較完整的數學概念。

## 2.5 網路學習的發展與影響

在網路普及的時空下，遠距學習能突破時間和空間的障礙。遠距學習有其本身的歷史背景，最初起源於十九世紀的函授教學時期，藉由郵遞往返的方式，傳遞包含學習指南與作業討論的印刷資料，直到 1970 年代初期英國開放大學的設

立，也將整體的系統觀融入遠距學習的設計與實施。而 1975 年第一部個人電腦 Altair8800 的問世及隨後網際網路的盛行使得新一代的遠距教育逐漸崛起，從 1990 年代起，遠距教育開始利用電腦多媒體與網際網路等方式進行教學。依據美國教育部(2005)的一項研究顯示，遠距教學已從大學普及至中、小學，約有三分之一的美國校區已開辦互聯網式或視訊會議方式的課程。

我國自 1994 年由教育部規劃「遠距教學先導系統」，設置「高速網路實驗平台」，從稍早的實驗課程系統，至大規模擴辦校際及時群播遠距教學課程互選與學分互認，截至 1999 年累計已有八十餘所大專院校參與，至今比例仍不斷的提高。教育部為提供多元的學習管道，已制定相關規範促使越來越多的大專院校開設數位學習的課程，利用網路教學之方式，增加選課的多元性，同時也提供非正規教育之外的學習環境，創造更多終身學習的機會。最近經建會擬訂的「挑戰 2008」國發計畫，也將數位學習國家型計畫列入「數位台灣計畫」中「e 化生活」的第一個重點計畫。顯見網路的崛起確實為遠距學習注入一股新勢力，電腦整合舊有的傳輸媒介，成為學習者最必須的配備。網際網路的日新月異與教學系統的推陳出新，許多學習管道均逐漸移至網路上。網路互動式學習軟體及動畫、音效的多媒體，更能輔助傳統板書教學所不及之處，毋庸置疑地，線上教學的未來已受到廣大的關注。

隨著資訊科技的突飛猛進，強烈地衝擊傳統教學與學習的型態，遠距教學突破了時間與空間上的限制，隨著網路的普及，教學系統的推陳出新，越來越多學習管道逐漸從課堂轉移到網路場域，網路的即時性、數位學習的互動性、多媒體效果，更提供了學習者有別於傳統教學的一種新選擇，根據前文顯示，網路學習有其正向發展的趨勢，不管對於學校正規教學的彈性或是社會非正規教學的終身學習，均可能提供現代學習者在資訊化的時代更優良的選擇。網路學習的非同步教學功能能更加符合以「學習者」為中心的學習型態，例如：學生透過線上課程，隨時都可依據自己的需求獲得學習資源，將對自己欲求得的知識擁有更多的反思及回應的機會 (Khan, 1997; Owston, 1997)。

使用網路教學，不僅在高等教育的領域中漸為普及，將更能符合前文中所述教育發展的方向。然而，網路教學，也並非是全然正向的，依然存在其相關的限制，教學的各個面向也隨著產生巨幅的變化。無論對教師或學生，資訊教育都造成了相當的影響（岳修平，2001）；從下表 2-5-1 中，我們可以大致了解資訊科技對學習與教學的影響。

表 2-5-1 資訊科技對學習與教學的影響			
對象 \ 時間		過去	現在
學習者	學習方式	被動的、以教師為中心、 相互競爭、個別學習	主動的、以學生為中心、 相互討論、合作學習
	學習環境	教學中心 有限的教學資源	學習中心 豐富的多媒體的教學資源
教學者	教學方法	以教師為中心 教師是教學活動的主導者 教學科技輔助教學	以學生為中心 教師是學生學習的輔導者 資訊科技融入教學
	學習理論	行為學派→認知學派 刺激反應	認知學派→建構主義 學習者主動建構
資料來源：詹佩珊、周倩、方紫薇（2003）， 應用網路學習教學法於高中程式設計課程之行動研究。			

在現今的教學活動中，越來越希望能創造出知識由學生主動建構，而非直接由教學者講述。網路教學雖然可以讓學生自行調整進度並重複學習，但也容產生語意不清、教師不易掌握等問題；網路教學雖具有許多優點，但絕非是一體適用的萬靈丹。有效學習的關鍵並不在於媒體或是科技本身，而是在於媒體的設計中使用了什麼策略，或是運用科技媒體時使用了什麼策略(Clark, 1994)。換言之，教材內容的設計與策略的運用才是影響網路教學成功與否的關鍵。

## 2.6 網路教材內容的設計與呈現方式

雖然電腦多媒體能力：結合文字、圖片、影像、聲音等，強化了網路教學內容與吸引力，但是如果媒體設計不當，甚至會分散學生的注意力並降低學習成效。Berge, Collins,及 Dougherty (2000)建議網頁的文字資料應該簡潔明瞭並設計成較短的段落或區域，將每一單元細分為片段有幾個好處：有助於內容的組織更容易學習與記憶、有助於評量、僅需利用瑣碎的時間即可學習(Moore, Michael G. and Kearsley, Greg,1995/1999); Lynch and Horton (1999) 更提出警告網頁上任何與教學內容無關的項目只會分散學生的注意力；岳修平(1999)指出網路教學中，無論是文字的美化、圖形、聲音、影像及動畫等的應用都必須適當規劃，考慮其所傳遞的為主要資訊或是輔助資訊，不可因太過追求美工上的設計，反而混淆學習者對重要訊息內容的學習。

另外，學習者的特性也將影響教材呈現的成效，Dillon and Zhu(1997)發現先備知識強的學生喜歡文字資訊較多的網頁，而先備知識弱的學生易對於文字資訊多的網頁感到厭煩，同時學習動機較弱的學生通常不會仔細地瀏覽網頁內容，他們大多只是快速的略讀過而已。

而內容架構應遵循學習原則，本研究根據 William and Diana(2000/2003)從研究文獻中摘要出十六個學習原則之中挑選出適用於本單元教材設計的項目，摘要分述如下：

- (1) 複習以利學習：當多媒體單元開始時，先呈現前面單元的相關內容。
- (2) 包含簡介及指明學習目標：一開始先呈現單元目標，用適合學習者的話陳述學習者應該要知道什麼或做什麼。
- (3) 要確定語文內容是有效的：課程單元必須用非常清楚、簡明的語言呈現內容，段落的順序安排必須合理，避免非必要的中斷或離題。
- (4) 舉例說明及示範：課程應包含視覺的範例，讓學習者能看見她們所要建立的概念，實例與示範的數量必須足夠，並且逐漸增加複雜度，使學習者能辨別概念細部。

- (5) 讓學習者一步步成功：課程應包含補充資料、複習及總結等。
- (6) 讓課程適合學習者：教材內容應適於學習者程度，對於不熟悉的專有名詞必須加以定義。
- (7) 指引要清楚：瀏覽及互動的指引要清楚，要用明確的字句小心解釋。
- (8) 一次問一個問題：問題應該一次一題，並且合乎重點及相關性。
- (9) 注重回饋：學習者答對時，應該讚美；答錯時，應該提供針對情況的回饋，才能幫助學習者從他們的錯誤中學習。
- (10) 教材應能引起學習動機：高互動、正確的步調、吸引學習者的布景主題及介面設計，都是吸引和維持注意力的重要因素。

## 2.7 系統化教學設計模式

從 1970 年代開始，教育科技者開始使用系統理論運用在教育科技領域上，以增進學習效果，系統化方法是一種以較為微觀的觀點來看教學設計與發展，強調有步驟、有邏輯性、有系統與線性的方式來思考解決問題的方法，較適合用來實施「單元教學活動設計」(沈中偉，2004)。

系統化教學設計強調測驗評鑑的重要性，主張以學習者為對象的形成性評鑑讓教學效果更加顯著，經由各設計階段不斷的評鑑與調整，讓系統化教學設計本身能更臻於完善，而使用系統化教學設計模式來進行課程設計，確實有其優點 (Dick, Carey, and Carey, 2005:8)：

- (1) 設計課程之前，能充分了解學習者的學習內容，能同時考慮到教學情境，有助於學習者掌握學習重點；
- (2) 使用系統化課程設計，能緊密連結課程的各部分，與運用適當的教學策略以達到預期學習成效；
- (3) 系統化教學設計是整合學習者經驗的一個模式，無論各種不同的課程，都可以套用此模式進行教學設計。

目前系統化教學設計有許多著名模式，如：Smith and Ragan 模式、ADDIE 模

式、Dick and Carey 模式、Kemp 環型模式等，因設計理念與目的不同，故在發展流程與教學步驟上略有差異，大致上可分為六大步驟：確立課程目標、界定學習者背景與需求分析、分析教材與教學內容、教學者角色扮演或教學策略之選用、發展教與學活動、測試評鑑與修正(Andrew, D., and Goodson, L., 1995)。其中，Dick and Carey 系統化教學設計模式採取漸進式的方法，教學者需預先建立教學目標，並且明定如何完成目標的策略，最後使用測量工具比較學習成果與教學成果間的差距，以及利用回饋曲線來加強遠距教育模式，其優點在於回饋的過程與教學的標準，以管理者的觀點設計遠距教育課程(Moore, Michael G., and Kearsley, G., 1995/1999)。

本研究即發展線上微積分之函數單元，最終目標是開放給全世界華文地區的學習者來使用，而 Dick and Carey 系統化教學設計模式的優點，非常符合本研究之需求，因此本研究採用此模式來發展課程，期望能使學習者達到最佳的學習效果。

Dick and Carey 系統化教學設計模式主要細分為十個步驟：界定教學總目標、界定起點行為、教學分析、編寫學習目標、發展測驗項目準則、發展教學策略、發展與選擇媒體、設計及實施形成性評鑑、修正教學、設計及實施總結性評鑑。Dick and Carey 系統化教學設計模式可參閱上節的圖 1-3-1。

首先，在界定教學總目標、教學分析、界定起點行為等前三階段，本研究將其歸類在「需求分析」階段將進行文獻分析、專家訪談分析、學習者分析、內容分析、教學媒體分析，就分析結果「編寫學習目標」與「發展測驗項目準則」；接著在「發展教學策略」與「發展及選擇教材」階段，本研究將綜合各項分析結果發展出課程內容、教學策略與各項課程活動設計；最後於「設計及實施形成性評鑑」階段，本研究將依據 Dick and Carey 的形成性評鑑理念將形成性評鑑細分為四個步驟：(1) 個別評鑑；(2) 小組評鑑；(3) 實地評鑑；(4) 專家評鑑，依據各步驟的評鑑結果進行課程修正，本研究基於時間與資源之限制，並未進行總結性評鑑，詳細內容如下圖 2-6-2。

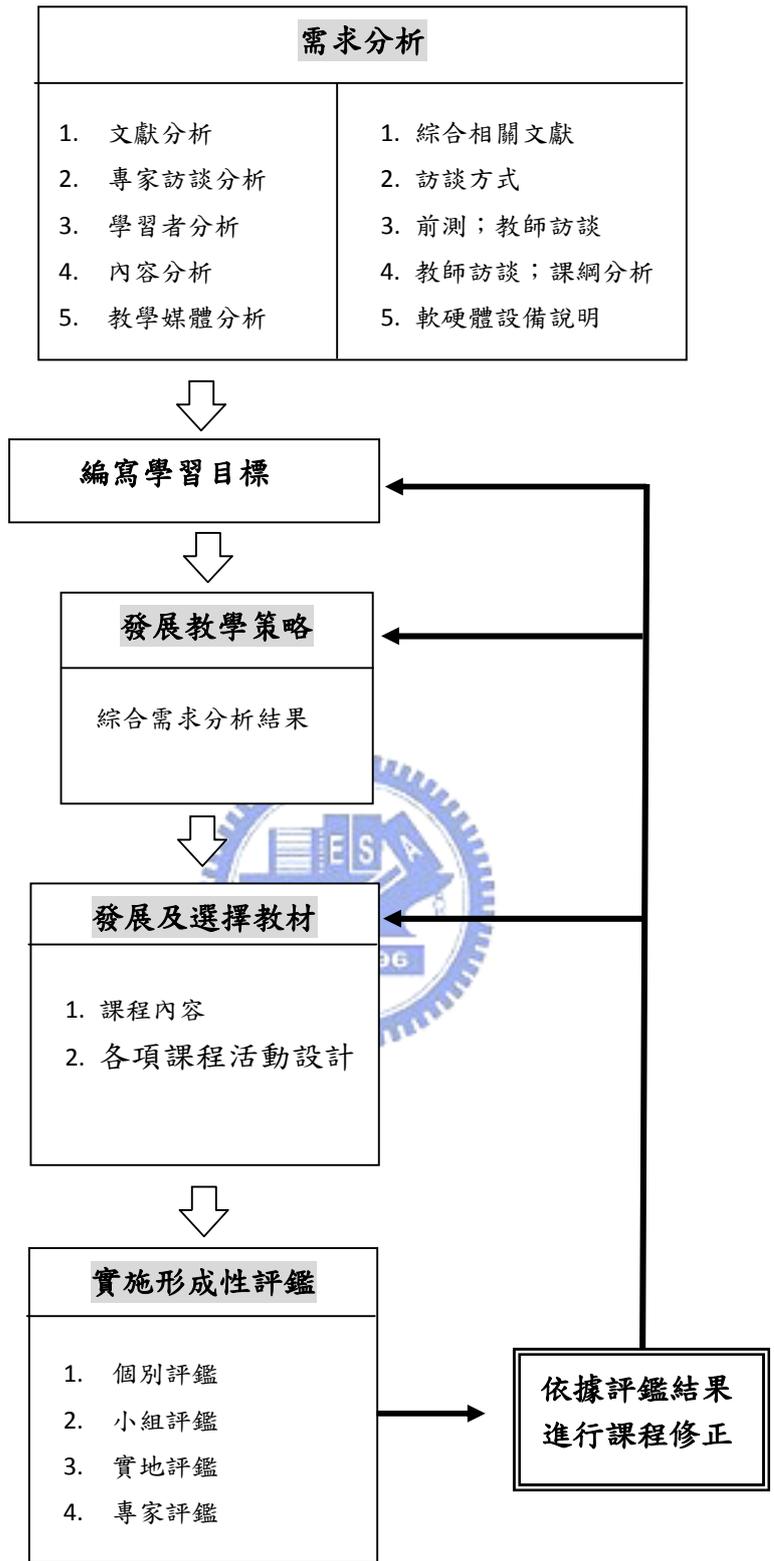


圖 2-6-2 線上微積分課程之函數單元設計架構與流程

資料來源：Dick and Carey(2005)、本研究整理

### 第三章 課程分析與發展

本研究的主要目的在於發展線上微積分課程-函數單元，本章內容將詳述課程分析與發展階段之結果與討論。首先，於第一小節呈現課程分析階段的結果；第二小節為呈現課程設計與發展階段的結果，利用第一小節的課程分析結果，並根據學習目標、學習者特性與教學內容來確定教學方法以及製作教學媒體。

#### 3.1 課程分析階段結果

在發展課程之前，應進行各項分析：文獻分析、學習者分析、專家訪談、內容分析及媒體分析等，做為課程發展之依據，下表 3-1 列出本研究各項分析的類型與目的。

類型	目地	採用方法
文獻分析	瞭解函數概念與課程發展的相關文獻與研究成果。	文獻分析法
學習者分析	指出學習者的背景、學習特性及先備知識。	問卷法
專家訪談	瞭解學習者的先備知識與本單元應教導的教學內容。	訪談法
內容分析	1. 確定學習者需要學習的課程內容、範圍與深度。 2. 分析內容的呈現與教學順序。	文獻分析法、訪談法
媒體分析	選擇適當的教學媒體策略	文獻分析法



### 3.1.1 文獻分析結果

本研究已在第二章文獻探討裡敘述課程的需求性，故此段不再詳述，整理出來的文獻摘要如表 3-1-1。文獻分析結果顯示，函數概念在數學學習的重要性甚大，然而從國內外研究結果指出，中學生與大專生皆對函數存有程度不一的迷思概念與學習困難，這將導致學生在學習微積分等高等數學產生負面影響，且線上學習已成為政府政策之未來趨勢，因此，本研究所發展的函數單元課程確實有其需求與必要。

表 3-1-1 課程需求之相關文獻摘要

對課程需求之敘述	文獻來源
1. 培養學生的函數概念是中學與大學課程的主要目的	Eisenberg(1992)
2. 函數概念在數學中扮演一個中心的角色，是數學教育領域中所不可缺少的。	Harel、Dubinsky(1992)
3. 函數迷思概念常會造成微積分學的障礙	Janvier(1987)
4. 許多學生在學習函數概念會遇到相當多的困難，國內外學者都曾針對學生在函數概念上的迷失與學習困難做了大量的研究。	Markovits et al (1986)； Janvier(1987)； Vinner (1983)； (張幼賢，2003)； 葉明達(2000)。
4. 電腦能發揮其多媒體的優勢，透過動畫、繪圖軟體，提供學生對於函數的多種表徵方式，有助於學生在多種表徵轉換的聯結能力與幫助他們解決在函數學習上所遭遇的困難。	Ayers et al (1988)； Schwarz et al (1990)； Confrey et al (1991)
5. 挑戰 2008 六年國發計畫，也將數位學習國家型計畫列入「數位台灣計畫」中 e 化生活的第一個重點計畫。	教育部 (2005)

### 3.1.2 專家訪談分析結果

本研究為進一步瞭解當前高中數學實際教學情況與線上微積分預備課程-函數單元的課程需求，以半結構方式，與三位現任高中數學教師(T01、T02)以及兩位數學專家-現任交通大學應用數學系教授們(E01、E02、E03)進行個別訪談。訪談教師的主要目的在於瞭解目前台灣高中的數學教育現況，而訪談專家的主要目的為了解線上微積分預備課程-函數單元的必要性及其可行性，同時，也請教師與專家針對教學內容提出建議。

訪談專家大綱如下：

- (1) 在您的教學經驗中，學生對函數概念會有哪些迷思概念呢？
- (2) 您認為函數概念與學習微積分之間的關聯性如何，可否請您描述一下。
- (3) 你認為函數的哪些概念需要特別的強調，或是可以舉哪些特定的例子。
- (4) 對於設計函數課程的內容，希望老師您能給予一些內容上的建議與看法。

而訪談教師之訪談大綱如下：

- (1) 就您的經驗與觀察，學生在學習數學時，最常遇到哪些學習上的困難呢？  
造成這些學習困難的主要原因為何？請問您通常都是如何協助她們解決這個學習問題？
- (2) 您認為目前課程內容關於介紹函數的部分有何不足？有何改善之建議？
- (3) 學生在數學課程中，尤其對於函數單元，會容易有哪些迷思概念？
  - A. 函數概念（學生對函數定義域的了解程度與圖形式子間的轉換能力），學生通常慣用哪種表徵方式來理解函數呢？(圖形？式子？集合？)
  - B. 關於指對數函數互為反函數的概念，請問您是如何利用指對數的關係來教導學生反函數的概念呢？請問您在教學時，學生對於反函數有哪些迷思概念呢？
  - C. 請問您如何教導學生三角函數的概念，同時，學生常見的迷思概念

有哪些呢? 請問您有教反三角函數的內容嗎?

D. 請問高中數學課程如何來呈現合成函數的概念呢?

- (4) 目前交大有計畫發展一套線上微積分課程, 以下為第零章 函數 的學習目標與章節細目, 希望能透過您豐富的教學經驗給予我們寶貴的建議。

依據訪談結果, 本研究者歸納出下列幾點, 於下段文字中詳述。

教師 T01 在訪談過程中, 提到他察覺目前一般高中生對於學習數學, 最大的學習困難發生在看不懂數學符號表徵, 其認為目前高中生普遍語言能力低弱造成他們看不懂數學符號, 無法解讀代數式所表示的數學情境:

我覺得學生最大的學習困難就是看不懂符號, 學生的符號表徵是有學習困難, 就我的認知上, 數學是一個符號語言, 在一些量化或是逼近的問題時, 我們需要用到數學語言來解決, 曾經有學生跟我說: 老師, 數學好像是用文言文寫的喔! 都看不懂! 後來我去思考, 發現數學符號其實就像是文言文一樣, 我常跟學生強調數學是個工具, 但是雖然是個工具, 但是會不會這個工具, 對他們的未來非常的重要! 現在是個資訊爆炸的時代, 懂得使用數學語言的人在社會上非常的吃香。(T01)

而訪談教師皆認為目前高中學生的函數概念薄弱, 尤其學生不清楚定義域與值域兩者所代表的意義為何, 也不懂得如何利用集合來表示定義域與值域, 同時他們在函數圖形與數學式之間的轉換有困難等:

學生只要看到式子就會覺得是函數式, 不管他到底是不是函數式, 把式子一概視為函數, 舉例來說: 學生會把任何有符號的代數式都視為函數。(T01)

學生在解題時, 通常只是代數運算去解題, 但他的大腦裡未必會有圖形的存在, 集合可能對學生來說, 就更難理解了。(T02)

學生通常在定義域與值域上是有學習困難的。學生對於函數的整個概念其實是很薄弱的。

(T02)

訪談教師們(T01、T02)提到目前高中數學課程並沒有針對函數概念做一個完整的介紹，僅將函數概念流散於各章節之中，欲將函數概念融入於課程教材之中，實際上卻因為考試領導教學，很多教師都粗略提過，導致當前一般高中學生函數概念薄弱，因此，確實需要一個以函數為主的課程來幫助學生重新建立正確的函數概念：

函數概念的介紹非常不足，幾乎沒有介紹，常說要不知不覺把函數的概念融入教學裡，我覺得倒不如就直接拿出一套完整的函數課程，現在我們的教材，用什麼融入式的教材，要講不講的，模模糊糊的，造成學生完全都沒有函數的概念。(T01)

基本上課本根本沒有講到合成函數。雖然我還是會講到合成函數與反函數的概念，但是我不會去強調這就是合成函數、這就是反函數，只是略為提過，點到為止。(T02)

而從專家的角度也提及到函數概念對於微積分學習的影響，對本研究所發展的「線上微積分課程-函數單元」皆抱著正向支持的態度，同時也提出實用的建議：

微積分從它的歷史背景來看，他是因為有物理、數學幾何的問題的產生，由於這些問題必須要運用到函數的概念來描述它，例如：要去計算一段曲線的長度有多長或是某一個不規則圖形的面積為何，所以，函數在微積分裡是個非常重要的構成要素。因為函數這概念對於學生學習微積分是重要的，因此我會在碰到函數的時候，特別會去作強調與提醒學生函數概念的重要性，所以應該說，函數的概念我認為是自然而然地融入於微積分教學中，當然，如果學習對象是高中生、準大一生，我會建議將函數設立一個獨立的單元，特別去談它，讓他們對函數有更深入的了解。(E01)

我認為學習 chain rule、隱微分與合成函數之間有很大的關連性，很多同學做沒有合成狀況

的微分是沒有問題的，但是若做有合成函數的微分就會出現問題。(E02)

圖形也是很重要的，我會建議你可以利用配合題，一邊是好幾個數學式，一邊是很多個圖形，讓學生去比較並選出正確的組合，通常你只有出單個圖形或是單個數學式的選擇題時，學生的問題不大，但如果同時出現很多的圖形與式子時，我想這對學生而言的確是有難度的。(E02)

我想如何去求給定函數的反函數對學生來說是個困擾，可能是中學的課程中並沒有建立到反函數的整體概念，學生可能只知道大概要怎麼算，但可能不是真的知道反函數是什麼。我會比較建議先利用例題提供一套求出反函數的流程，我記得微積分課本中就有寫了，同時佐以一些學生常發生的錯誤做法，讓學習者去做兩者之間的比較，這樣可能對她們建立反函數的概念會比較有效。(E02)

學生在判斷值域與定義域的概念也有需要在加強，我建議可以同時加強學生集合的概念，利用集合的觀點來說明定義域與值域的概念。(E03)

專家與教師也由本身的教學經驗中，認同線上教學的功效，藉由網路教學可重複觀看的特性、自由選取課程內容的優點，學習者更能夠掌握自己的學習步調，獲得更多思考學習的機會，強調電腦多媒體能幫助學生加強在圖形表徵與式子的連結能力，但是也指出如何引起學習動機將是設計教材時需要考量的重點之一：

由於線上教學，強調學習者的主動性，因此，如何引發學習者的學習動機很重要，這是需要花時間去設計及發展課程，建議你可以利用電腦的多媒體與互動性來幫助學生圖形與數學式之間做連結。(E01)

我在今年教導微積分課時，有一位學生成績非常的優秀，後來我把他叫來問他的學習情況，他告訴我，其實他自己在還沒有上大學的暑假期間就先利用交大校內提供的線上微積分教材作自習，等到開學後，上課等於是複習，所以學習成效就更高了，因此，我很建議學生可以利用線上的課程來自我學習。(E01)

不同學院的學生，在學習能力上確實有很大的差距，往往無法顧及各別的學習需求，所以網路教學可重覆觀看的特性，對學生的學習確實有幫助。(E03)

網路教學，有它的好處，學生能依需求隨時隨地去學習，尤其當高三學生推甄上大學時，他會有一段很長的空閒時間，如果此時有一個線上課程可以幫助他建立正確的數學概念，而且

這個數學概念對他未來大學所學是有幫助的，我非常樂見有人發展這樣的課程。(T01)

學生能透過網路，自行在家學習，這蠻好的，但是，你如何引起學生的學習動機就很重要了，否則，學生的注意力跟學習成效會很有效。(T02)

綜合上述及其他細節部份，由訪談教師和專家的結果，本研究歸納出以下幾點：

- (1) 目前高中數學課程對於函數概念的介紹散佈於各章節概念之間，由於教材缺乏統整性的呈現導致高中生的函數概念略為薄弱。
- (2) 函數概念對於微積分學習確實有重要的影響，如：合成函數對 Chain Rule 學習的影響。
- (3) 高中教師及內容專家皆建議本教材應利用「圖形」來引導學習者思考。強化學生圖形與式子之間的連結能力。
- (4) 透過線上學習可更有彈性，學習者能掌握自己的學習步調，獲得更多思考學習的機會。
- (5) 透過網路教學平台，改善實體課程的不足。
- (6) 線上教學，強調學習者的主動性，因此，設計課程時，首先考慮如何提高學習者的學習動機，進而引發學生主動學習課程內容。

### 3.1.3 學習者分析結果

本研究的學習者分析分為兩項，第一項是針對學習者「學習管道」、「資訊素養」、「使用線上課程的經驗與喜好」、「線上課程的期待」等四個項目做調查，調查對象為交通大學需要選修微積分的大一學生 74 人，其中男生有 60 人，女生有 14 人，以及新竹高中高三男學生 66 人，施以問卷調查，回收份數大學生 73 人，高中生 66 人，回收率分別為 99%及 100%，扣除填答不完整的問卷後，合計有效份數為 138 份，有效問卷之比例為 98.5%；第二項是為更深入了解學習者的起點行為，採用立意取樣方式，以新竹高中高三第二類組某班學生共計 42 人為預試對象，針對學習者的函數概念施測，同時，該 42 名學生也是本研究的研究對象。

#### 3.1.3.1 學習者問卷(I)

首先，針對學習者「學習管道」、「資訊素養」、「使用線上課程的經驗與喜好」、「線上課程的期待」等四個項目的分析結果，詳述如下：（詳細圖表請參照附錄三、附錄四）。

(1) 學習管道：調查學習者之個人電腦擁有率、使用率，以及網路速度。

A. 抽樣調查的大學生中，有 94.5%的學生最常使用的網路為學校宿舍的網路，另外 5.5%的學生使用家裡網路的傳輸速率在 512K/s 以上，顯示頻寬足夠；此外，97.3%的學生擁有個人電腦，平常能夠方便使用電腦，而另外 2.7%沒有個人電腦的學生，平常則是透過使用學校電腦教室之電腦或借用同學電腦來滿足其需求。

B. 抽樣調查的高中生最常使用的網路為家裡的網路比例高達 89.4%，而使用的網路傳輸速率大多是 512K/s 以上；擁有個人電腦的學生比例 60.6%，此結果與抽樣調查擁有個人電腦的大學生比例有落差，表示能夠方便取得線上課程學習管道的高中生約僅有六成左右。

(2) 學習者所具備之電腦技能

大學生和高中使用本課程之「資訊素養」項目的問卷分析結果顯

示，抽樣調查的大學生和高中生，能自行瀏覽網頁的比例都是所有技能當中最高的一項；其次，已具備收發電子郵件、使用訊息傳遞和網路會議功能、下載安裝軟體、列印文件、以及使用文書處理軟體等技能的學生都在 80% 以上。(如下表 3-1-2)

本線上課程的學習者所需具備的資訊能力，分別為瀏覽網頁、收發電子郵件、下載安裝軟體、文書軟體等，由表 3-1-2 發現，高達八成以上的大學生與高中生皆具備學習本單元教材所需具備的資訊能力。

表 3-1-2 大學生與高中生已具備的電腦技能之比較表

No.	項目(可複選)	大學生 (N=73)	高中生 (N=66)
1.	瀏覽網頁	100.0 %	97.0 %
2.	收發電子郵件	98.6 %	89.4 %
3.	訊息傳遞和網路會議	98.6 %	87.9 %
4.	下載安裝軟體	94.5 %	87.9 %
5.	列印文件	87.7 %	81.8 %
6.	文書軟體	86.3 %	80.3 %
7.	參與討論	80.8 %	68.2 %
8.	撰寫簡易程式	76.7 %	28.2 %
9.	撰寫高階程式	9.6 %	3.0 %

### (3) 使用線上課程的經驗與喜好

大學生和高中生沒有參與過線上課程與討論區的人數比例都高於有參與經驗的人數比例。由此可知，目前線上課程對於大學生和高中生來說是仍是一個不常使用的學習方法。曾參與線上課程的大學生，64.7% 的人喜愛使用線上課程學習，而高中生中喜愛的人只有 25%，高中生和大學生在喜愛因素中選填比



例最高的都是「可掌握調整學習時間」(如圖 3-1-1)。

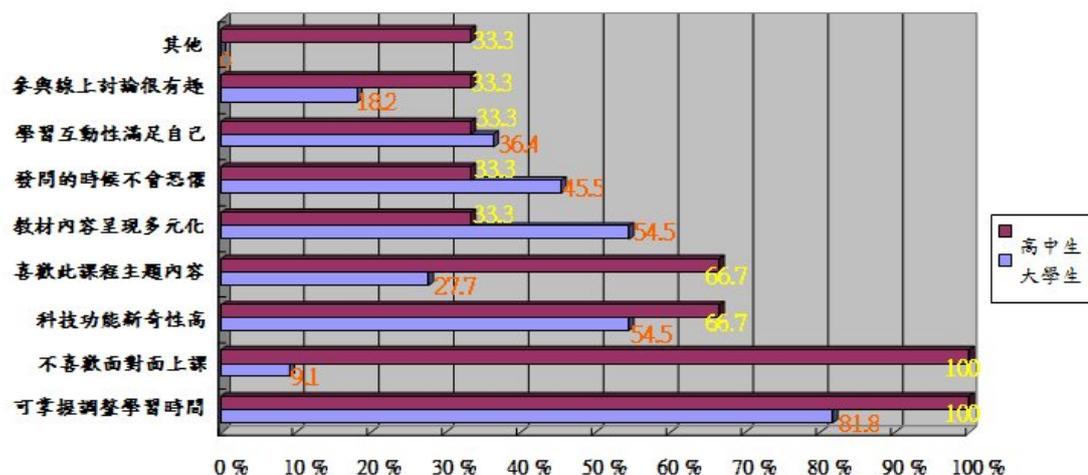


圖 3-1-1 學生對於線上課程喜好的因素

曾經參與過線上課程的大學生有 35.3% 認為不喜愛使用線上課程學習，而不喜愛的高中生比例卻高達 75%，而高中生和大學生不喜愛使用線上課程的意見不太一致，落差甚大(如圖 3-1-2)。

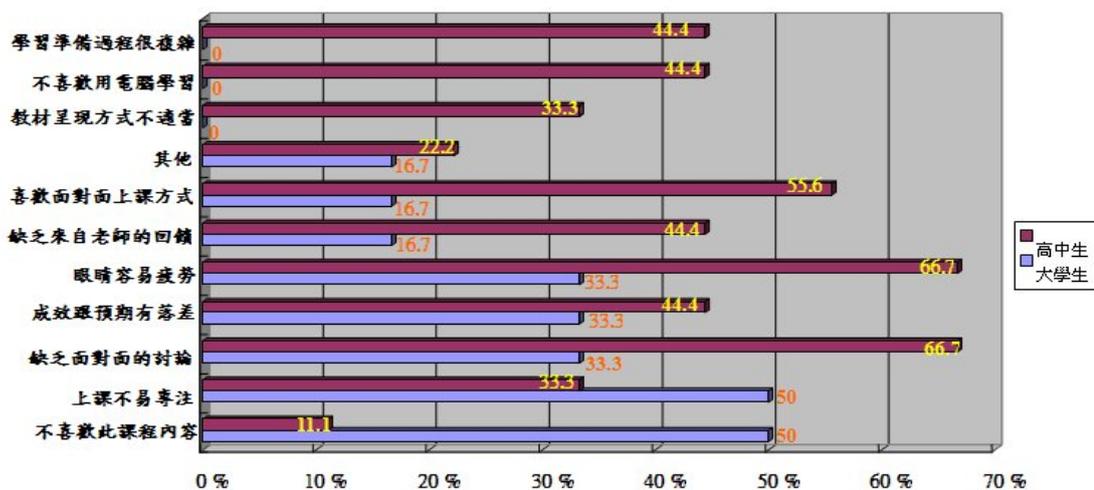


圖 3-1-2 學生對線上課程不喜好的因素

沒有參與線上課程學習經驗的學生中，都有一半以上的人對於使用線上課程學習是感興趣的，雖然高中生和大學生認為感興趣的意見不太一致，但兩者最喜愛的線上課程呈現方式皆為「動態圖解」，其次「自我測驗」、「線上助教」、「錄影教學」、「影音動畫」等四項都獲得超過 50% 以上的學生喜愛，只是後面四項在大學生與高中生的喜愛度上有次序上的差別，如下圖 3-1-3 所示。

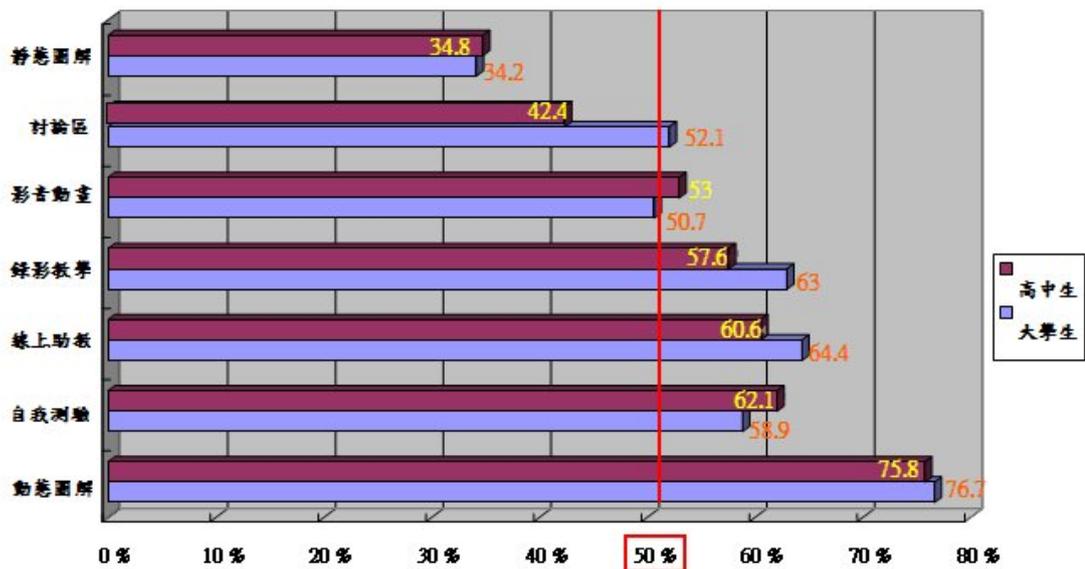


圖 3-1-3 學生喜好線上課程的呈現方式統計圖

#### (4) 對線上課程的期待

大學生對於使用線上課程的比例較高中生高，較多的大學生希望線上課程當作是傳統面授課程之外的補充教材，可以加強學習之不足；其次希望線上課程是自修教材，可以沒有壓力地控制自己學習的進度。少部分的學生希望既然得花時間在使用線上課程上，那麼給予學分將會是促使學生使用線上課程的一大動力。而在高中生期待本課程當作「補充教材」、「自修教材」或「授予學分的網路課程」三者的比例是相近的。

由統計結果，我們發現有八成以上的大學生與高中生都具有學習本線上課程所需具備的資訊能力；另外，雖然有使用線上課程的經驗的學生並不多，但是有半數以上的學生對於使用線上課程是感興趣的；大學生與高中生對於最喜愛的線上課程呈現方式皆為「動態圖解」。

### 3.1.3.2 學習者問卷(II)

本研究參考 98 課程綱要與函數迷思概念設計出函數概念測驗試卷，針對學習者對函數概念的理解程度所進行的分析結果，採用立意取樣方式，施測對象為新竹高中高三第二類組某班學生共計 42 人，整理說明如下表 3-1-3：(試卷題目如附錄七)

試題分析、測驗目標	學生答題分析	結論
1. 分式函數 2. 實函數的四則運算 3. 定義域(有空點)	1. 有 1/3 的學生認為定義域是 $x \in \mathbb{R}$ 。 2. 有 3 位學生無定義域概念(亂寫答案)。	需加強學生定義域有空點的概念。
一次函數圖形判別(有空點)	有 1/5 的學生選擇圖(D)，推測是函數表示法中出現 $x^2$ 的緣故。	學生分式函數的運算的了解有待加強。
1. 函數圖形的判斷 2. 直線判別法	1. 答對率(23%) << 預期。 2. 有 48% 的學生認為圖(A)非函數圖形。 3. 分別各有 40% 的學生認為圖(C)與(D)皆為函數圖形。 4. 有 24% 的學生認為圖(F)非函數圖形。	1. 學生對於分段函數的圖形概念不清楚。 2. 學生還不會使用直線判別法來判別函數圖形。
1. 求一對一函數的映射圖形。	約 55% 的學生答對，有 19% 的學生認為 D 圖形非一對一函數圖形，學生以為一對一函數圖形的前提是對應域的所有元素必須要對應完畢。	加強學生映成與一對一的條件成立是互不衝突的概念。

2. 求映成函數的映射圖形.	1. 答對率(10%)<<預期。 2. 有 60%的學生僅認為圖 E 為映成函數，其餘都不是。 3. 推測這些學生認為(A)(F)非映成函數的原因是因為這兩個函數圖形的對應都涉及到多對一，故學生似乎認定映成函數必須同時要是一對一函數。	
1. 一對一函數圖形 2. 水平線判別法	1. 答對率(19%)<<預期。 2. 圖(A)(F)約各有 47%、43%的學生認為是 1-1 函數圖形。	讓學生了解函數圖形(垂直線判別法)與一對一函數圖形(水平線判別法)兩者的差異。
1. 看表列式求函數值。 2. 簡易的函數四則運算求值。	答對率很高，大致上學生皆能利用表列式來求四則運算後的函數值。	1. 簡易的函數四則運算，學生已經會了，建議課程的四則運算可以加深加廣。
1. 指數律 2. 函數四則運算	1. 選項 E 與 F 選錯的比例高(47%)，推測是計算要繁雜的緣故。	學生對於繁雜的計算能力有待加強。
1. 判斷是否存在反函數。 2. 給定函數求其反函數。	1. 未作答率高(43%)，部分學生不會使用反函數表示法 $f^{-1}$ 。 2 反函數的定義域概念不佳(約 26%)。	1. 加強反函數的求法。 2. 加強反函數定義域的概念。
函數四則運算	1. 未作答率偏高。 2. 定義域的範圍約有 11 人(26%)有誤。	1. 學生定義域的概念薄弱。
四則運算的圖形	1. 第一小題答對者約有八成都能答對第二小題。	
利用代數式表函數關係(簡易)	1. 答對率:74% 2. 未作答率: 17%	學生在處理簡易的函數時，大致能答對，但在處理較繁複的函數時，答對率明顯偏低，表示學習者對函數的運算有待加強。
求函數值(簡易)	1. 答對率:64% 2. 未作答率: 19%	
判斷兩變數是否為函數關係(較為繁複)	1. 無作答率偏高(43%)。 2. 答對率: 50%	
求函數定義域與值域	1. 無作答率偏高(55%)。	

(較為繁複)	2. 答對率(19%)<<預期。	
1. 利用代數式表函數關係 2. 分段函數 3. 高斯符號	1. 未作答者偏多(33%)。 2. 學生大部分知道要利用分段函數來表示，但高達36%的學生不會利用高斯符號來表達整數的概念。	1. 學生對 <b>分段函數</b> 仍不熟悉，故作答率不高。 2. 學生不會擅用 <b>高斯符號</b> 表達整數的概念。
1. 求函數值 2. 不等式	多數人(74%)皆能答對。	

根據上述的分析結果，分項說明如下：

- (1) 函數的定義域、值域觀念有待加強，學生不擅長使用集合來表示定義域與值域。
- (2) 約 48%的學生認為分段函數的圖形非函數圖形。
- (3) 約 77%的學生不會使用鉛直線判別法來辨別函數圖形。
- (4) 學生不擅於處理定義域有空點的函數。
- (5) 約有 81%的學生不會使用水平線判別法來判別一對一函數圖形。
- (6) 從答題中發現約有半數的學生認為映成與一對一的條件必須同時成立。
- (7) 約七成學生不擅於使用數學符號表示集合與反函數。
- (8) 對於瞭解反函數的定義域範圍對學生而言是困難的，答對率僅有 17%。
- (9) 約有 43%的學生不會根據給定的函數求其反函數。
- (10) 學生在函數的運算能力有待加強。

整體而言，學生較不擅長處理函數的圖形及定義域的問題，部分學生無法利用集合來表示定義域與值域，學生對於映成函數與一對一函數的概念模糊不清，並混淆成兩者必須要同時成立，這樣的錯誤顯然會影響到反函數的學習。同時，某些分析結果恰好呼應到之前文獻探討中所提到的函數迷思概念的部份。

### 3.1.4 內容分析結果

由前文文獻及訪談結果發現函數概念對於未來學習微積分有著重要地響；且在學習者分析(II)結果顯示高三準畢業生們對於函數概念相當薄弱，從以上分析結果，本課程內容以「函數概念」為主要教材，力求協助高中生們及預修習微積分者補強函數概念，並作為學習微積分之預備教材。研究者根據「文獻分析」、「專家訪談」之結果，設計函數單元之架構與呈現順序。

本課程將「函數」單元分為六小節：「函數定義」、「合成函數」、「反函數」、「函數之基本變換」、「實函數之四則運算」、「高中常見函數」，其安排順序參考國高中教材對於的函數部分的安排與函數概念的建立有其順序性，目的是讓學習者循序漸進地學習，而最後一個單元則是將高中學過的函數再作深入的探討，如「指對數函數」、「三角函數」等。以下就課程單元結構整理如下表 3-1-4。

表 3-1-4 函數單元之課程結構表

第零章 函 數	
第一節	函數定義
第二節	合成函數
第三節	反函數
第四節	函數的基本變換及圖形之間的關係
第五節	實函數的四則運算
第六節	高中學過的常用函數：指對數函數、三角函數等

### 3.1.5 教學媒體分析結果

Lee and Owens (2000)指出媒體的選擇須依預定的教學目標和內容而定，本研究從現有媒體中，挑選適合本教材的媒體，搭配 OLI 學習平台所裝置的媒體功能加以修改以符合本課程安排與需求。

「媒體」一詞泛指在資訊來源和接受資訊者之間傳遞資訊的任何事物，而所謂教學媒體是為了使教學與學習活動更具體化，而教師與學生之間相互傳遞彼此訊息所使用的媒介物與方法(張玉燕，1994)。

Heinich、Molenda、Russel 與 Smaldino 認為，取得合宜的教學媒體能有效達到教學目標，在設計教材內容過程中，目前有三種方式可選擇：(1) 選擇現成教材；(2) 修改現成教材；(3) 設計新的教材 (趙寧譯，2002)。

利用 OLI 教學平台所設計的課程，具有眾多優點：(1) 開放式線上課程；(2) OLI 平台操作介面設計完善，清楚一致；(4) OLI 平台能搭配多種影音功能，如：Flash 動畫、Java、.wmv 檔等檔案資料；(5) 互動式練習的即時回饋機制；(6) 利用資料庫功能紀錄學習者的使用情形及學習狀況可作為課程改進或後續規劃之參考。基於以上理由，本課程選擇利用 OLI 的學習平台來發展線上課程。

另外，本課程使用版本控制系統(Concurrent Versions System 簡稱 CVS)來進行教材檔案的編修與上傳的動作，CVS 可以讓教材編寫者隨時隨地針對同一個教材檔案進行編修，而不用擔心自己修改好的部份會不會被其他的教材編寫者所覆蓋或移除；CVS 能妥善處理好各個不同檔案的合併與復原，可以記錄某人於某時所增加的程式或是文件內容，並能輕易地比對兩個版本的差異，以及該內容由誰所新增，藉此可強化版本的控管與程式註解的能力(臥龍小三，2002)。

以下將各媒體選擇原因與使用時間作摘要，整理如下表 3-1-6。

表 3-1-6 教學媒體選擇摘要表

媒體項目	選擇原因	使用時機
OLI 平台	使用 CVS 系統來進行教材編修與管理。除了能搭配多種影音功能，能完整記錄學習情形作為後續課程修正的參考。	線上學習、課後追蹤。
MathML 、 Mathplayer	能正確編寫與呈現數學符號，	課程教學。
Flash	1. 利用視覺化刺激，提高學習動機與加深學習印象。 2. 利用 Flash 將練習題設計成，可根據學習者的作答結果給於回饋與提供做答提示。	1. 以具體說明抽象概念。 2. 概念練習；自我檢測。
影音片段	利用視覺化呈現概念，加深學習印象。	取代部分文字敘述。
Java Applet 互動套件	藉由學習者操弄變數，增加互動，提高學習動機與加深學習印象。	學習者自我探索

綜上所述，本研究所選擇的媒體種類有：OLI 平台、Flash、影音片段、Java Applet 互動套件等數種，本課程呈現方式為線上教材，學習者可透過帳號登入系統，利用 IE7 或 Firefox2.0 版等瀏覽器進行自我學習，為了讓課程能順利呈現，研究者提供以下幾項建議：

- (1) 由於本課程搭配動畫與 Java 等多媒體素材，為了呈現的流暢度，建議電腦記憶體為 512MB 以上之配備。
- (2) 為了達到適當的課程畫面呈現，建議將螢幕解析度調整為 1280x1024。



### 3.2 撰寫學習目標

依據學習者分析、文獻分析、專家訪談、內容分析等結果，撰寫本單元教材之學習目標，使用行為主義所主張的可觀查或測量的具體行為動詞來編寫學習目標，例如：比較、操作、辨識、求出等，本學習目標清楚表示出希望學習者所能達到的具體行為，同時界定學習者達到目標的行為條件，如下表 3-2-1。

舉例來說，以 1.1.1 單元子目標中的「給定兩變量的對應關係」即為界定行為條件，「能從中判斷對應關係是否為函數關係」即為希望學習可達到的具體行為。

單元目標	單元子目標
1.1 能從多種表徵方式如：圖形、代數式、數值表去判別出函數之正反例並能求出給定函數之定義域、值域。	1.1.1 給定兩變量的對應關係，能從中判斷此對應關係是否為函數關係。
	1.1.2 能辨識函數圖形。
	1.1.3 能從映射觀點，辨識函數關係。
	1.1.4 能從多種表徵方式如：圖形、代數式、數值表等，求出給定自變量所對應之函數值。
	1.1.5 能從各種不同形式表示的變量數據中，寫出函數的代數式，並求出其定義域。
	1.1.6 能從多種表徵方式如：圖形、代數式、數值表等，辨別給定之應變量是否屬於函數之值域。
	1.1.7 能在函數的多種表徵如：圖形、代數式、數值表之間作轉換。
1.2 能從多種表徵方式操作函數之合成。	1.2.1 給定兩函數能求出合成函數之定義域及值域
	1.2.2 能從映射觀點求出合成函數之函數值
	1.2.3 能進行函數之合成的代數式運算
	1.2.4 能利用數值表求出合成函數之函數值
	1.2.5 能利用圖形求出合成函數之函數值

1.3 能從多種表徵方式如：圖形、代數式、數值表列去判別出此函數是否存在反函數並能描述反函數之性質。	1.3.1 給定兩變量的對應關係，能從中判斷此對應關係是否為一對一函數關係。
	1.3.2 能辨識一對一函數的圖形。
	1.3.3 能從映射觀點判斷函數是否為一對一對應。
	1.3.4 給定兩變量的對應關係，能從中判斷此對應關係是否為映成函數關係。
	1.3.5 能從映射觀點判斷函數是否為映成關係。
	1.3.6 給定兩函數式，能判斷其合成函數是否為一對一且映成函數。
	1.3.7 能從映射觀點判斷其是否存在反函數，若存在，並能寫出其反函數的對應關係。
	1.3.8 能從函數圖形判別是否存在反函數並繪出反函數之圖形。
	1.3.9 能從函數之代數式及其定義域、值域辨識是否存在反函數。若存在，並能寫出其反函數之代數式。
	1.3.10 能利用數值表求出給定變量的反函數值。
1.4 能瞭解函數的基本變換(平移、伸縮、對稱)及其圖形之間的關係。	1.4.1 已知一個函數 $F(x)$ 及其圖形，能作出 $F(x)+c$ 、 $F(x+c)$ 、 $F(cx)$ 、 $cF(x)$ 的函數圖形，其中 $c$ 為常數。
	1.4.2 給定函數的代數式及其圖形，能從經過基本變換後的函數圖形推導出其對應之函數代數式。
1.5 實函數的四則運算	1.5.1 給定兩實函數之代數式，能寫出兩實函數經四則運算後的代數式及其定義域。
	1.5.2 能求出實函數四則運算後給定自變量所對應之函數值。
	1.5.3 給定兩個實函數圖形，能辨識出其經四則運算後之函數圖形。
	1.5.4 能利用數值表求出兩實函數經四則運算後的函數值。
1.6 高中學過的常用函數	1.6.1 能進行指數律及對數之運算。
	1.6.2 能辨識不同底數之指、對數函數圖形。
	1.6.3 給定一個指數或對數函數 $F(x)$ ，能畫出 $aF(bx+c)+d$ 的函數圖形，其中 $a,b,c,d$ 為常數。
	1.6.4 能解釋自然對數 $e$ 的定義。

### 3.3 課程發展階段

依據前述五項需求：「文獻分析」、「學習者分析」、「專家訪談」、「內容分析」及「媒體分析」之分析結果，進一步發展課程教材、設置教學網頁。

此外，從學習者分析(I)結果得知，目前大學生與高中生對於線上課程的呈現方式偏好「動態圖解」、「自我測驗」、「影音動畫」等，因此，本課程除了靜態文字與圖形呈現概念之外，同時透過「Flash 動畫」、「Java Applet 互動套件」、「影音片段」來說明部分概念以提高學習動機與加深學習印象，並在概念說明結尾之處，搭配「Flash 互動式練習」的回饋機制，有助於學習者自我確認是否以建立正確的概念，自我檢測結果去做學習上的自我調整，以期提高學習成效。

OLI 學習平台的操作首頁如下圖 3-3-1 所示，主要是呈現課程大綱；進入課程之後，如下圖圖 3-3-2 所示，左方為學習結構樹狀圖，具有可隱藏功能；每一

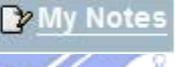
頁課程的右上或右下角的條列圖示  將會顯示課程目標；在課程最上方，都會有一個「My Notes」的圖示 ，目的是讓學習者利用簡單的記事本功能紀錄學習筆記與心得。





圖 3-3-1 OLI 學習平台的操作首頁



圖 3-3-2 OLI 學習平台的課程介面

### 3.3.1 擬定教學策略

本課程使用的教學策略依教學事件分成四個部份：課前活動、進行教學、學習者參與以及自我測驗。首先，在「課前活動」中大部份採「文字直述式」，即以靜態網頁呈現單元主題及學習目標，使用行為主義所主張的可以觀察或測量的具體行為動詞來編寫學習目標，清楚表示希望學習者所能達到的具體行為，同時界定學習者達到目標的行為條件。有些部分採用「動畫引導」，即以 Flash 動畫來呈現概念，以加深學習者印象及學習動機；第二部份則採圖文敘述與「問題引導」的方式，以範例搭配靜態或動態圖形進行教學，並呈現自我測驗題引導學習者作反覆、深入的思考，以建構概念，恰好呼應文獻中建構主義所強調的知識是由學習者主動建構得來與 Bruner 的說法，直覺思維的本質是映像或圖像性的，強調在符號思考及運算前，必須經過「圖像」階段，同時針對學習者回答測驗題的狀況，無論回答正確與否，學習者皆能立即獲得回饋，最重要的是學習者若回答錯誤，系統將提醒他該回到某概念中再學習，讓學習者來自我評量其學習成效，透過回答的結果去評估自己那些概念需要再次複習與加強，直到獲得自己滿意的學習成效為止，即文獻中 Woolfolk(2001)指出教師給予適當的課程設計與教材，反覆練習、立即回饋與鼓勵等都是影響學習效果的重要因素；而在「自我導向學習」部分是用「實際操作」及「問題引導式」，學習者除了藉由範例的呈現和問題引導確認概念是否建立之外，在部份單元亦能操控 Java Applet 動態函數圖形與數字的關係，從實際操作中獲得正確的函數概念，最後，在整體課程結束之後，學習者可利用課後評量來評估自己的學習成效。

本課程之各項活動設計與說明將於下節 3.3.2 詳細介紹，以下先就本課程使用的教學策略依教學事件作摘要，整理於表 3-3-1，並根據教學策略與活動設計，來說明本課程教材之編排，如表 3-3-2。

表 3-3-1 函數單元之教學策略表

步驟	教學策略	教學活動	相關文獻摘要
學習指南	學習指南	利用簡單易懂的圖文教導學習者如何使用平台上的所有功能。	William 和 Diana 指出課程的指引要清楚：瀏覽及互動的指引要清楚，要用明確的字句小心解釋。
課前活動	學習目標	告知學習者本單元之學習內容、學習目標。	根據 Skinner 操作制約與增強作用理念、有效的學習發生在合宜地安排刺激、反應與增強作用的情境上。
	動畫呈現	以 Flash 動畫引起學習動機。	
進行教學	結合先備知識	喚回學生的先備知識，與現行教材做連結。	Ausubel (1978) 提出「前導組織」的概念，即在教學前先就學習者已熟習的知識為基礎，建立一個相關的概念架構，以幫助學習者新舊觀念的統合。 Lakoff 和 Johnson(1999)認為 大 腦用很大比例透過視覺去感知或分析物件，大部分的思考都建構在具體化的知覺及行為上。 Bruner(1966)指出，直覺思維的本質是映像或圖像性的，強調在符號思考及運算前，必須經過「圖像」階段。
	直接講述法	本階段學習重點的範例以圖示和文字做搭配，呈現基本概念。	
	概念「視覺化」	利用 Falsh 幾何動畫取代部份文字敘述與證明。	
	自我導向學習	以問題引導學習(Problem Based Learning)方式引導學習者思考。	
學習者參與	自我探索	1. 學習者可藉由操作 Java 動態圖形建構基本概念。	建構主義強調知識是由學習者主動建構得來的，認為學習就是一種學習者建構知識的歷程，透過新經驗與舊知識相融合，學習者不斷修正原本舊有的知識，從而建構新知識。
		2. 藉由超連結讓學習者延伸學習。	
	自我檢測	利用 DIGT 系統使學習者自我確認其理解程度。	教師給予適當的課程設計與教材，毫無疑問地，反覆練習、立即回饋與鼓勵等都是影響學習效果的重要因素 (Woolfolk, 2001)。

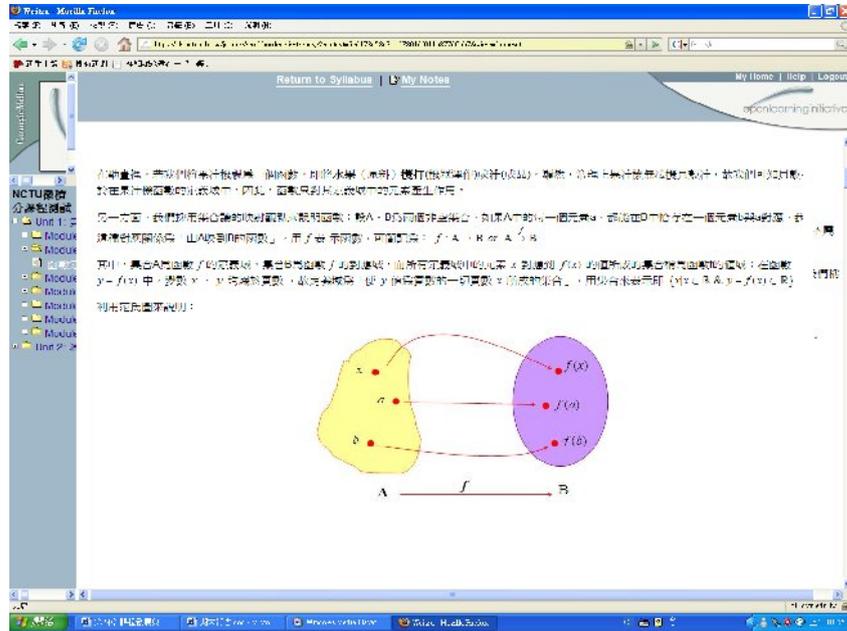
表 3-3-2 課程教材之編排說明

事件	目的	編排說明
引起學習動機	引	<p>首先，利用 Flash 可重複播放果汁機動畫，來模擬輸入 <math>x</math> 值(水果)，則機器輸出唯一的 <math>y</math> 值(果汁)，進而引出函數概念的定義，同時，其動畫中，使用貝殼不能使用果汁機榨汁的常識來說明，不在定域中的 <math>x</math> 值，對函數是沒有意義。</p>
課前活動	圖例	 <p>The screenshot shows a web browser window with the address bar containing a URL from a university website. The page title is "Learn by Doing : 機器 亂 點". The main content area features a large illustration of a blender with a red-to-orange gradient background. Below the illustration, there is a line of text: "我們把函數看成是一台機器(如:果汁機)，輸入原料(如:蘋果、檸檬等)，經過機器的運轉，輸出成品(如:果汁)，". The browser's taskbar at the bottom shows several open tabs and the system tray with the time "上午 12:35".</p>

結合先備知識

從高中課本提到的映射觀點與范氏圖介紹出函數的定義。

圖例



進行教學

問題引導 PBL

利用問題導向學習法，讓學生從各小題的敘述中去判斷何者為函數關係，以釐清學生的函數概念。

圖例

Hint

1. 根據映射觀點，試判斷下列敘述中，哪些是函數關係？

複選題

2. Q1: 下列對應關係中，是否為函數關係？

單選題

Q2: 其對應關係符合題1.中的敘述甲~戊的哪一個？

單選題

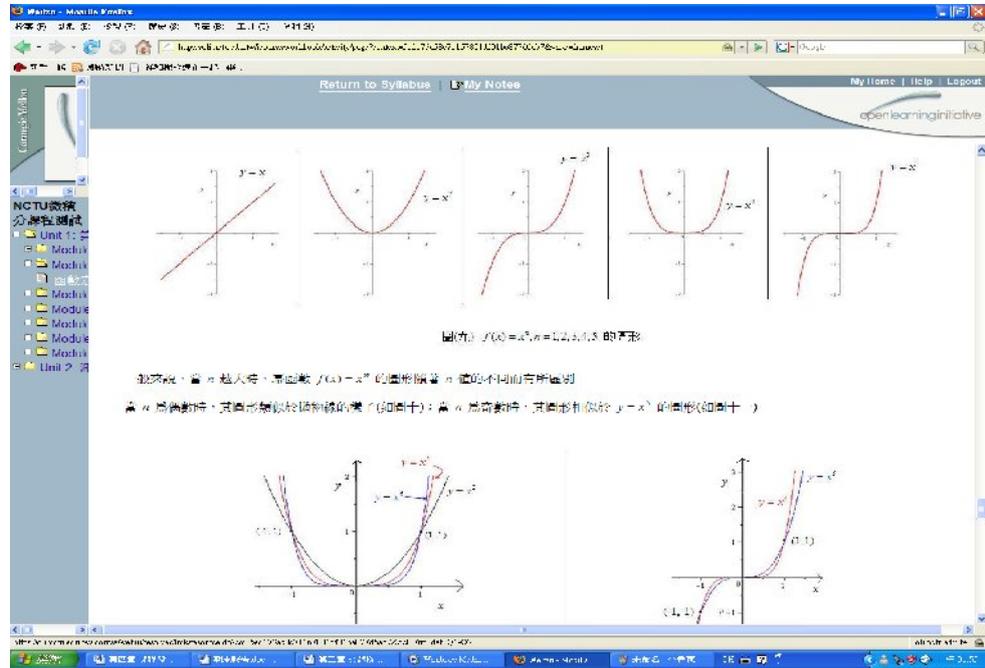


概念視覺化

利用大量的圖片來說明函數性質。

圖例

進行教學



自我檢測

利用 DIGT 系統使學習者自我確認其理解程度。

圖例

自我導向學習

對圖象來說，通常有四種表現方式：利用文字敘述來表達函數、利用表格呈現函數、透過圖形來說明函數、透過明確的代數式表達函數。各種表現方式都有其優點，如何採用各種表現的條件去解決問題，視其學習的目標，除有熟練地採用各種表現的優勢，不僅能變化問題求解策略，同時能培養學習者的靈活性。

6. 如左下圖，矩形中頂上兩點  $A(1,0)$ 、 $B(0,3)$ ，試求  $S$  下列問題。

Hint

(1) 若將點  $P$  沿著  $B$  向  $A$  移動，且求面積形式用  $SPMON$  (如圖所示)，假設三角形的底邊為  $x$ ，試問當  $x=2$  時，面積  $S$  為多少？(此為假設分數)

$S = \frac{\quad}{\quad}$  平方單位 (請填入適當的數字)

(2) 已知面積  $S$  的簡潔式為函數關係，試求此函數的定義域與值域。

定義域：  $0 < x < 2$      $1 < x < 4 < 15$      $0 < x < 15$

值域：  $0 < S < 3$      $0 < S < 3 < 20$      $0 < S < 20$

自我探索

在指數函數中，本課程利用 Java Applet 來說明當  $x$  值很大時，指數函數  $2^x$  與冪函數  $x^n, n \in \mathbb{N}$  兩者的大小關係，學習者可自行輸入變數  $n$  值，透過 Java Applet 繪製出兩者的圖形，進而觀察兩者圖形間的變化與大小關係，發現「當  $x$  值很大時，指數函數  $2^x$  的值恆大於冪函數  $x^n, n \in \mathbb{N}$  的值」的概念。

圖例

自我導向學習

The screenshot shows a web browser window with the URL <https://iit.nctu.edu.tw>. The page title is "指數函數與冪函數的關係 - Mozilla Firefox". The main content area is titled "Learn by Doing: 指數函數與冪函數的關係". It contains the following text:

從下面的 Java Applet 中，我們將觀察指數函數  $y = a^x (a > 0)$  的圖形與冪函數  $y = x^n (n \in \mathbb{N})$  的圖形，當  $n$  越大時，兩者之間的關係請在  $x$  的次方數的那個表格中，去按上下箭頭來決定  $x$  的次方，並從左方的圖形去觀察兩者之間的關係。

The graph displays two functions:  $f(x) = 2^x$  (blue curve) and  $f(x) = x^2$  (red curve). The x-axis ranges from 0.0 to 5.3, and the y-axis ranges from 0.0 to 31.3. The exponential function  $2^x$  starts below  $x^2$  but eventually crosses it and grows much faster. A control panel on the right, labeled "f(x) 的次方數", has a text input field containing "2" and two arrow buttons (up and down).

我相信你將會發現指數函數  $y = 2^x$  圖形在當  $x$  越來越大時，指數函數  $y = 2^x$  值遠比冪函數  $y = x^2$  的值來得大。

Copyright © 1999-2008 Carnegie Mellon University

Applet project\_two\_formulas started

### 3.3.2 各項活動設計說明

本節旨在敘述課程中的各項活動設計。

#### (1) 學習指南

首先在課程進行前，為了讓學生能妥善運用線上學習平台，單元內容的首頁特別設計學習指南，利用簡單易懂的圖文教導學習者如何充分運用平台上的所有功能。

#### (2) 概念練習

概念練習主要採用題型為是非題和選擇題，其用意是希望能給予學習者立即上的回饋，針對剛習得的概念讓學習者做自我練習，根據回饋機制立即修正其錯誤概念，有助於之後課程的學習。在各單元中的概念講

解結束之後，擬立即給予練習機會，即課程中的 Did I get this  (簡稱 DIGT)；而此處的練習題用意是瞭解學習者是否能清楚理解剛學過的概念並運用甫學習完成的概念解題。

若學習者反應良好，則繼續進行學習之後的課程；反之，學習者回答反應不佳，此時，DIGT 會針對其選擇的錯誤概念，立即給予提醒，同時，學習者也可以參考 DIGT 上的概念提示，並讓學習者自行選擇繼續進入其他子單元或是再重覆觀看，DIGT 系統介紹請見下圖(3-2-3)。

下表為六位大一新生身高與體重的統計表，請根據此表回答下列問題：

學號	9922508	9922502	9922512	9922533	9922528	9922519
身高 cm	170	171	158	171	186	145
體重 kg	61	55	46	49	95	45

(1) 請問身高是學號的函數嗎？ 單選題

(2) 請問體重是學號的函數嗎？ 單選題

(3) 請問體重是身高的函數嗎？ 單選題

**Hint**

1. 點擊 Hint，出現作答提示。

2. 凸顯欲答題目

**Hint:** 根據函數定義，觀察自變量是否能確定出恰一個應變量

[get next hint](#)

3. 下拉式回饋。

4. 階段式給予學習者提示。

---

**Hint**

下表為六位大一新生身高與體重的統計表，請根據此表回答下列問題：

學號	9922508	9922502	9922512	9922533	9922528	9922519
身高 cm	170	171	158	171	186	145
體重 kg	61	55	46	49	95	45

(1) 請問身高是學號的函數嗎？ 是

(2) 請問體重是學號的函數嗎？ 單選題

(3) 請問體重是身高的函數嗎？ 單選題

✔ 答對了~

答對情況

**Hint**

下表為六位大一新生身高與體重的統計表，請根據此表回答下列問題：

學號	9922508	9922502	9922512	9922533	9922528	9922519
身高 cm	170	171	158	171	186	145
體重 kg	61	55	46	49	95	45

(1) 請問身高是學號的函數嗎？ 否

(2) 請問體重是學號的函數嗎？ 單選題

(3) 請問體重是身高的函數嗎？ 單選題

✘ 學號9922502與9922533的同學都是171公分高，此為多對一的對應關係，再想想看這樣的對應關係是否為函數關係。

答錯情況：依據答錯的概念給予回饋。

圖 3-3-3 DIGT 系統介紹

(3) 動態影音

本課程針對部分概念如：函數的機器觀點等，利用 Flash 製作聲光動畫，有助於概念視覺化，同時能引發學生學習動機。

(4) Java Applet 互動式活動

利用 Java Applet 製作互動式活動，讓學生能透過操弄變數去觀察圖形的變化，進而發現數學式與圖形之間的連結。

(5) 複習先備知識

有些章節的內容需要一些前導的知識與技能，這些知識與技能有些已經在高中學過，學習者便可跳過此「Learn More ...」的練習。若不會或是不熟悉，請先進入「Learn More ...」的練習，學會後再進入下一章節。

「Learn More ...」的圖示如下圖：



(6) 延伸學習

依據每個學生的需要不同，結合網路優勢，針對某些概念利用超連結延伸學習的資源，讓具有高度學習興趣的學生能獲得更多知識。



## 第四章 課程評鑑

教學設計者應於「分析」、「設計」、「發展」階段完成之後，進行評鑑工作，並根據評鑑結果來修正課程。本研究之形成性評鑑將依據 Dick 與 Carey(2004) 所建議的四個階段進行課程評鑑，第一階段為專家評鑑；第二階段為個別評鑑 (one-to-one evaluation)；第三階段是小組(small group)評鑑；以及第四階段為實地 (field)評鑑，如表 4-1 所示。

項 目	個別評鑑		小組評鑑	實地評鑑	專家評鑑
	I	II			
人 數	交大大一生		竹中高三生： 9+1 人	竹中高三生： 41 人	4 人
範 圍	簡略雛型		具體型態	具體型態	具體型態
方 法	觀察、訪談		訪談、問卷 Anicam 側錄	前測、後測、 問卷	問卷
程 度	高、中、低 各一名	隨機 取樣	高、中、低 各三名	全班共 41 名	專精
目 的	修正初稿； 測試介面。		針對某些活動瞭 解學習者對該活 動的看法與建 議。	測先備知識；瞭 解學習者對課程 內容的看法、課 程滿意度與學習 成效。	修正內容與 教學流程。

#### 4.1 個別評鑑結果

本研究之個別評鑑依照課程發展階段不同，共進行兩次個別評鑑，主要分隔在於課程是否已經結合 OLI 學習平台。

在課程發展初期，尚未具有完整架構時，進行個別評鑑，讓學習者個別地使用簡略雛型的課程，目的是提供課程修改建議，此階段稱為個別評鑑(I)，此時，本課程尚未結合 OLI 學習平台，因此主要針對教材內容與呈現步調、教學流程作評鑑，僅使用 Powerpoint 軟體呈現部份教材內容，範圍涵蓋：函數定義與合成函數，評鑑人員預計為交大修微積分的大一新生，選擇大一生為個別評鑑對象的原因有：(1) 瞭解高中畢業生的程度；(2) 具備函數概念能評鑑內容之正確性，預計由利用觀察與訪談的方式來蒐集資料。

依據個別評鑑(I)之結果，進行課程修正，將修正後的課程結合 OLI 學習平台，並利用 Flash 與 Java 製作課程活動，教材內容範圍同第一次。接著，進行個別評鑑(II)，評鑑對象依然為大一生，選擇原因如個別評鑑(I)，為瞭解學習者在使用過程中的思考模式、解題步驟及對回饋式問題的反應與幫助等學習資訊，利用訪談的方式來進行個別評鑑，主要評鑑步驟為學習者在使用課程時，利用訪談的方式，發表他們的建議，以作為本課程之改善的依據。

#### 4.1.1 個別評鑑(I)結果

個別評鑑就是要讓學習者個別地使用簡略雜型的課程，目的是提供修改建議，當時尚未結合 OLI 學習平台，因此主要針對教材內容與呈現步調、教學流程作評鑑，僅使用 Powerpoint 軟體呈現部份教材內容，範圍涵蓋：函數定義與合成函數，選擇交大微積分大一學生依該班授課教授推薦高、中、低程度學生各一名來擔任個別評鑑人員(代號:SA、SB、SC)，利用觀察與訪談方式來進行個別評鑑，主要評鑑步驟為先讓學習者自行使用該課程，並請他們隨時說出他們的問題與想法，在課程結束後，利用訪談的方式，鼓勵學習者發表他們對教材的看法。以下針對三位評鑑學生所提出的建議，分項說明：

**(1) 練習題的敘述過於簡略，宜修正敘述方式。**

問題敘述過於簡略，一開始會不知道要問什麼。(SA)

課程的評量(問題)在提問時說明不太清楚，而連續性題目(承上題類型的題目)，最好不要拆開來命題。(SC)

**(2) 練習題的難度需增加。**

如果要練習的話，題目要改難一點。(SB)

**(3) 總結的部份太過簡略，沒有達到強化學習的目標。**

歸納的部份通常都只有一句話，看過沒有印象。(SC)

**(4) 課程步調有點急，未來給予足夠時間讓學生參與練習與活動。**

排版感覺有點趕。(SA)

希望能有個目錄，如果可以建議在最後能增加個測驗作為練習。(SB)

**(5) 希望能以圖片的圖解來取代部分文字說明。**

建議可以增加多一點圖片，或是在文字敘述上搭配圖解進行說明。(SC)

**(6) 例題數目太少。**

在內容上可以多增加一些例題，可以作為學生學習的參考，也能幫助了解概念。(SC)

**(7) 未能提供介面操作與指引。**

雖然介面蠻容易上手的，但是沒有操作指引，如果有會更好。(SC)



#### **(8) 課程內容宜增加份量**

在觀念解釋部份，解釋得很清楚，不過，其他部分就感覺有點少。(SA)

課程內容略顯空曠。(SC)

#### **(9) 課程難度中等，符合學習者的先備知識。**

難度中等不深，大綱清楚，以內容而言，大學生一定都具備。(SA)

難度中等，概念基本，適合用於高中生。(SB)

就難度來說中等，因為以前幾乎都有學過。(SC)

#### **(10) 建議練習題能增加使用者可修改答案的功能。**

如果能使用 flash 的格式更好，也增加填了選項以後可以修改答案的功能。(SB)

#### **(11) 內容表達清晰，能幫助建立正確概念。**

整體來說，表達的蠻清楚仔細，讓使用者很快就了解整個內容，也能很快就吸收。(SA)

#### **4.1.2 個別評鑑(II)結果**

在個別評鑑 II 階段，本課程已結合 OLI 學習平台，並利用 Flash 與 Java 製作課程活動，教材內容範圍同第一次，隨機選取交大微積分大一學生兩名來擔任個別評鑑人員(代號：SD、SE)，為瞭解學習者在使用過程中的思考模式、解題步驟及對回饋式問題的反應與幫助等學習資訊，利用訪談的方式來進行個別評鑑，主要評鑑步驟為學習者在使用課程時，利用訪談的方式，發表他們的建議，以作為本課程之改善的依據。本研究者將個別評鑑 II 之結果摘要整理如下表 4-1-1：

表 4-1-1 個別評鑑 II 結果之摘要整理

問題內容	學生回答內容		結論與建議
1. 舉出這個介面的優點	SD	1. 有圖形輔助作答能增加注意力。 2. 定義敘述的方式比較簡潔。	1. 圖形輔助和文字敘述對學生的學習有幫助 2. 學生 Flash(DIGT) 的設計表示肯定
	SE	1. 有圖形輔助作答感覺不錯。 2. Flash 的文字呈現方式簡單明瞭，且題目的難易度適中。	
2. 舉出這個介面的缺點	SD	1. 圖形上點的顯示不清楚而且有些圖形有點模糊。 2. 在映設觀點，兩個合成函數圖很難懂，並沒有幫助我理解內容的敘述，反而有文字與圖搭不上感覺。	1. 排版需要再修正。 2. 圖片的清晰度上需要在改進。 3. 將複選題選項改為同時能選取兩個選項，若不能，需改變問答題型。 4. 不同重點與概念可以使用顏色做區分。 5. 映射觀點的內容需要再做修正。
	SE	1. 覺得沒有排版的很好，如果可以調整一下就更好。 2. 在複選題的時候希望能夠同時選取兩個選項。 3. 比較容易忽略一些重點，就是萬一自己情緒上影響跳過去的話...。然後自己看的話會比較找不到重點，我覺得它可以把重點顏色不一樣。	
3. 介面的顯示是否清楚	SD	1. 介面的顏色很清楚 2. 有些圖形太小	1. 圖形的大小可能需要調整。 2. 需在課程首頁增加學習指引。
	SE	1. 覺得文字的字數適中，描述清楚 2. 與一般教科書比較起來，更能夠抓住重點 3. 一開始並不知道  可以點進去，希望能在課程前面有說明。	
4. 文字的多寡	SD	文字還 OK! 但是在例題 2 中沒有分行，文字全部擠在一起，看得真的很辛苦。	字數適中，但段落間距不宜太小。
	SE	這個介面的字數適中	

5. 介面操作是否流暢	SD	1. 介面的按鈕不太好按 2. 跳下一頁會要求重新登入 3. 剛剛做..圖看不到，有點怪怪	1. 系統要求重新登入的問題需要注意。 2. 圖形的顯示似乎有瑕疵，需改進。
	SE	還可以。	
6. 課程內容安排是否適宜	SD	1. 圖形讓我能輕易瞭解合成函數的概念。 2. 在機器觀點部份，有幫助理解合成函數的條件，但敘述得太不口語，剛看完有點難懂，需要多讀幾遍才能了解內容所要表達的。 3. 機器觀點結束後，緊接映襯觀點，過於緊湊，有些吃不消，建議中間夾插題目練習，幫助吸收，亦有緩衝效果。 4. 對於 Q4 表列式題，題目很奇怪，題目裡有奇怪的符號( $\pi$ 、 $\phi$ )。(該生唸不出 $\phi$ 的發音)。	1. 圖形可以幫助概念學習。 2. 定義部份建議能利用外框或是粗字體來強調。 3. 文字描述上需在做修正，力求通順、容易明瞭。 4. 在概念說明部份，內容不宜過長，應適時搭配問答，幫助學生了解剛習得之概念。
	SE	恩..參考書都會把定義特別框起來，可是這個沒有耶。我比較喜歡有特別強調重點的方式。	5. 若出現抽象符號需作額外說明。
7. 利用 flash(DIGT) 動態回饋機制對你的學習有無幫助	SD	1. 對我的學習有幫助，因為課本有時候內容太多不想看 2. 建議內容的文字敘述與 flash 習題能夾雜出現，有助於理解。	1. Flash 的使用能夠吸引學生的注意力。 2. 題目問答方式可搭配圖形呈現。 3. 學生對互動式的回饋也表示肯定，認為可以省去書本中翻頁。
	SE	1. 題目中若有圖形更能夠吸引我的注意力。 2. 在一些不太了解的地方有 hint 的提示很方便。 3.	
8. 是否能引起你的學習動機	SD	本系統的中文敘述很喜愛，比原文教科書來得親切易懂，很有興趣繼續使用。	1. 中文內容能增加學習動機 2. 有 Hint 的提示能增加學習動機

9. 是否能幫助你理解概念	SD	在某些題目與說明上確實有能幫助我理解內容的效果。	學生對本課程是否能幫助他們理解概念有正向的肯定。
	SE	還不錯! 有幫助我了解觀念及強調重點。	
10. 建議能夠增加的項目或修正的部分。		<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 內容可以再多一點，會擔心沒有涵蓋到所有重點。</li> <li>2. 題目的難度介於簡單到適中之間，沒有一時解不出來的困難題，希望可以有一些難題。</li> <li>3. 疑因電腦緣故，系統會在按下一頁時要求重新登入，讓受試者感到厭煩。</li> <li>4. 在合成函數部分有 1~2 小題的作答回饋有些錯誤，還有 1 小題的答案顯示錯誤。</li> <li>3. 機器觀點，由於機器動畫未完成，學生只能藉由內容的文字敘述去了解，理解程度不若預期的好，堪為可惜。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 內容份量需要斟酌。</li> <li>2. 可增加部份難題。</li> <li>3. 需確保系統的穩定性。</li> <li>4. 在 DIGT 的題目、答案、作答回饋之正確性需做確認。</li> <li>5. 希冀 Flash 動畫的設計能早日完成。</li> </ol>

大致來說，兩名個別評鑑學生對於本課程之介面設計與活動流程表示肯定，認為本課程結合大量的圖片與 DIGT 的動態回饋確實對學習有正向幫助，並能引發學習動機，但也提出了一些修正方向：(1) 文字敘述的通順度與段落的間距；(2) 圖形的清晰度；(3) DIGT 答案與回饋的正確性；(4) 概念說明與問答練習的搭配是否合宜；(5) 系統的穩定性等，本研究依據上述評鑑結果進行課程修正，並增加 Flash 動畫與 Java Applet 互動活動來說明概念與引發學習動機。

## 4.2 小組評鑑結果

小組評鑑是在個別評鑑完成，教材或軟體修正之後進行的階段，雖然，Dick and Carey 建議小組評鑑的對象，宜以隨機選取的方式挑選學習者作測試，主要目的是施行前測，以了解學生的先備知識，但本研究為要求研究對象先備知識的準確性，故採用研究對象的全班測試，且在需求分析階段便完成學習者先備知識之結果，在此，小組評鑑主要是針對依據個別評鑑結果修改後的課程與新增加的活動進行評鑑，提供後續修改建議與操作心得，評鑑學生由研究對象(竹中高三)之數學老師推薦共 9 名，學生程度涵蓋高(A)、中(B)、低(C)，代號分別為 SA1、SA2、SA3、SB1、SB2、SB3、SC1、SC2、SC3，課程範圍為函數定義、指數函數、反函數與實函數四則運算，每位同學在同一間電腦教室中，搭配 Anicam 同步錄影系統，紀錄學生整個學習過程，在學習完成後，利用問卷與訪談方式，瞭解學習者對於教材內容、品質與呈現方式等意見。

本小組評鑑的目的是為了瞭解學習者實際學習的情況，因此，研究者不適合做任何的干擾，僅搭配 Anicam 同步錄影系統來記錄，但為了了解學生是否有專心參與課程，認真作答，另外，找了隔壁班的一位同學 S(程度：高)，擇期單獨測試，並由本研究者在其身旁隨時觀察注意，故 SA1 學生的答題狀況較為專心仔細，以作為分析小組評鑑時之依據。以下為評鑑結果之說明：

首先，針對 Anicam 所記錄到的學習過程，本研究者事後觀察 Anicam 所記錄的測試過程，將紀錄結果摘要整理如表 4-2-1，同時依據觀察結果分析說明如下。

表 4-2-1 Anicam 記錄的事後觀察結果摘要

一、各組在該小節內容平均花費的時間(時:分:秒)				
組別\內容	函數定義	指數函數	反函數	四則運算
A	00:14:43	00:06:27	00:05:46	00:03:17
B	00:20:00	00:06:38	00:02:52	00:04:58
C	00:16:02	00:03:18	00:03:20	00:05:26
Total	00:16:55	00:05:28	00:04:00	00:04:34
S	00:19:10	00:08:33	00:13:48	00:19:14
二、每位學生在瀏覽課程時，採取的學習策略				
策略\內容	函數定義	指數函數	反函數	四則運算
逐字閱讀	S、SA3、SA1、SB2、SB1、SC1、SC2、SC3	SA2、SA3、SA1、SB2、SB1、SB3、SC1、SC2	SA2、SA1、SB2、SB1、SC1	SA1、SB2、SC1
先看整體後，再依順序閱讀	SA2	S、	S	S、SB1
先看整體後，直接作答。	SB3		SA3	SA2
直接作答之後，遇到不會的題目再看內容。		SB2	SC2、SC3	SA3、SC2
直接作答後，完全不看內容。		SC3	SB3	SB3、SC3
三、值得注意的個別行為				
學生	發生時間	觀察結果		
SA1	00:05:21	1. 拉大可看視窗，將課程架構往左縮小。		
	00:05:30	2. 在 ex1 第一次答錯，看過提示之後便答對了。		
	---	3. 會利用滑鼠拖曳逐字閱讀課程內容		
SA2	---	1. 畫面過大，導致該名學生看不到 ex.1 的回饋部份。		
	---	2. 承 1. 學生主要以顏色作為答案正確性的辨別。		
	---	3. 平均而言，停留在練習題的時間遠大於瀏覽課程內容。		

SA3	00:06:38	 1. 僅按下  ，卻沒有按下 <u>Did I get this?</u> ，因此誤以為沒有沒有延伸的練習題。
	---	2. 會利用滑鼠將正在閱讀的文字反白標示。
SB2	---	1. 沒有仔細觀看回饋，完全使用猜測直到答案猜對為止。
	00:31:57	2. 草率結束課程之後，利用 ie 連到 MLB 看棒球新聞。
	00:35:51	3. 繼續回到課程瀏覽內容。
	00:39:35	4. 再次利用 ie 連結到雅虎看影劇新聞。
	00:43:33	5. 繼續回到課程，一直瀏覽內容到 00:54:00
SB3	00:25:00	1. 輸入答案後未按 Enter，故以為不對，最後，直接跳過 ex6。
	00:30:46	2. 從答錯的回饋中，修正為正確答案。
	---	3. 仔細閱讀每題 DIGT 的回饋內容，平均超過 10 秒。
SC1	00:15:68	1. 答錯時，毫無意義地改變答案，期望能獲得正確答案。
	00:18:02	2. 輸入答案後未按 Enter，改按其他選項，從顏色中辨別。
	00:28:22	3. 不懂得利用集合來表示定義域與值域，最後跳過。
	---	3. 會利用滑鼠將正在閱讀的文字反白標示。
	---	4. 沒有仔細觀看回饋內容，不斷嘗試輸入各種答案，一心只想答對。
SC2	---	1. 作答時以答對為主，沒有仔細看答題回饋的內容。
	00:19:21	2. 看完指數函數的圖形之後，直接跳過練習題到下節。
SC3	00:18:26	1. 完全不看內容，直接作答。
	00:20:07	2. 完全不看題目，直接作答，作答錯誤後，才瀏覽內容。
S	---	1. 唯一未觀看完 Flash 機器動畫的學生。

以下分別針對上表之觀察結果進行分析：

- (1) 學生在第一節 函數定義的內容所花費的時間最長，16 分 55 秒，與學生 S 的 19 分 10 秒相差不遠，同時，由觀察中可看出每位學生在第一節的參與都相當專心、仔細作答。
- (2) 學生 S 在作答函數定義之後，表示想要休息一下，約休息 15 分鐘。
- (3) 由上表發現，A、B、C 各組的學生在學習的專注力上，明顯隨著時間遞減，尤其是在一對一函數、映成函數與四則運算上明顯花費低於正常所需的時間而快速瀏覽，並從「每位學生在瀏覽課程時，採取的學習策略」的結果，發現學生逐漸由閱讀內容轉變為直接作答，似乎是想早點結束課程。

- (4) 課程呈現先後順序如同表中：函數定義、指數函數、反函數、四則運算，同時搭配學生所採取的學習策略中發現，學生採用逐字閱讀的人數隨著時間而遞減，而所遞減的人數分散到其他的學習策略上。
- (5) 從每位學生在瀏覽課程時，所採取的學習策略中發現，程度較佳的學生有較高的比例採用逐字閱讀，而程度中低的學生有較高的比例傾向先直接作答的方式來瀏覽課程，較無法靜態地逐字閱讀。
- (6) 由學習者的個別行為中，值得一提的是學生 SB2 的行為，該生在草率地結束所有的課程之後，約花 4 分鐘利用瀏覽器上網觀看 MLB 棒球新聞之後，再度回到課程來仔細觀看剛才草率結束的部份，做了一個 DIGT 的自我檢測之後，又再度離開課程到奇摩網頁，觀看影劇新聞，約 3 分鐘後，再度回到課程來閱讀課程內容。這樣來來回回的行為，足以解讀為學生能花費在課程上的專注力有限，另一方面，發現學生使用電腦與網路的技能純熟，擅於同時使用多個視窗，進行多工處理，有別於以往強調專一的學習模式，由於網路與電腦的盛行導致學生在學習策略上的變化，這是一個值得探討的問題，盼未來能有研究者進行相關研究。

根據上述的結果，可推測學生觀看線上課程的專注力平均能維持近 20 分鐘左右，因此，研究者將課程修正為每小節內容呈現不超過 20 分鐘的長度。此外，程度較佳的學生會逐字閱讀課程內容；而程度中低的學生傾向先嘗試課程活動，視情況決定是否瀏覽課程。因此，除了圖文靜態的講述之外，課程應多搭配互動式練習題與幾何動畫來取代部分的文字敘述，以提升學習的專注力與學習動機；部分學生同時使用多個視窗進行課程學習，這樣的學習型態是個值得思考的研究問題，盼未來從事相關研究者，可針對此現象作深入的研究。

另一方面，藉由問卷以了解小組評鑑學生們對於新增加的 Flash 動畫與 Java Applet 的活動滿意度與看法，同時在請學生在建議欄上表達他們的建議，使用 Likert 式 4 點量表，有「非常同意」、「同意」、「不同意」、「非常不同意」，評分量表從 4 分「非常同意」到 1 分「非常不同意」，整理於下表 4-2-2 所示：



活動	項目	M
Java Applet (指數函數) (sin 函數的變數 對其圖形的影 響)	1. 我認為 java 軟體  的呈現相當清楚明瞭。	3.6
	2. java 軟體有助於我建立這個概念： ”當 $x$ 很大的時候，指數函數 $2^x$ 值遠比 $x^2$ 值來得大”。	3.7
	3. java 軟體有助於我了解 sin 函數的變數對圖形的影響	3.8
Flash 動畫 (反函數)	1. 我認為這個 Flash 動畫的呈現相當清楚明瞭。	3.8
	2. Flash 動畫呈現的速度快慢剛剛好。	3.1
	3. Flash 動畫呈現的字體大小剛剛好。	3.4
	4. Flash 動畫確實能幫助我了解反函數的圖形。	3.6

從上表可知，學生對於新增加的 Flash 動畫與 Java Applet 的活動設計給予相當肯定，除了 Flash 動畫的播放速度得 3.1 分之外與字體大小得 3.4 分之外，其餘在呈現的清楚度與對概念理解的幫助性都有 3.6 分以上的肯定。

以前我都慢慢想，慢慢推出變數與圖形的關係，或是帶一兩個數字去畫畫看，可以推出來，但是比較慢，這個 java 很好，直接看就知道了。(SA3)

希望能有很多概念都利用這個 java 來說明，因為 java 真的很有趣能幫助我學習。(SB1)

而在 Flash 動畫的速度上，學生 SC2 建議播放速度可以放慢，幫助理解動畫中幾何證明的部份。

速度有點太快，尤其是後面證明的部份一下子出現很多字，會來不及看，如果後面可以放慢一點會更好。(SC2)

綜合上述，小組評鑑主要是提供了兩個修改建議：(1)課程長度的安排、(2)Flash 動畫的速度。

### 4.3 實地評鑑結果

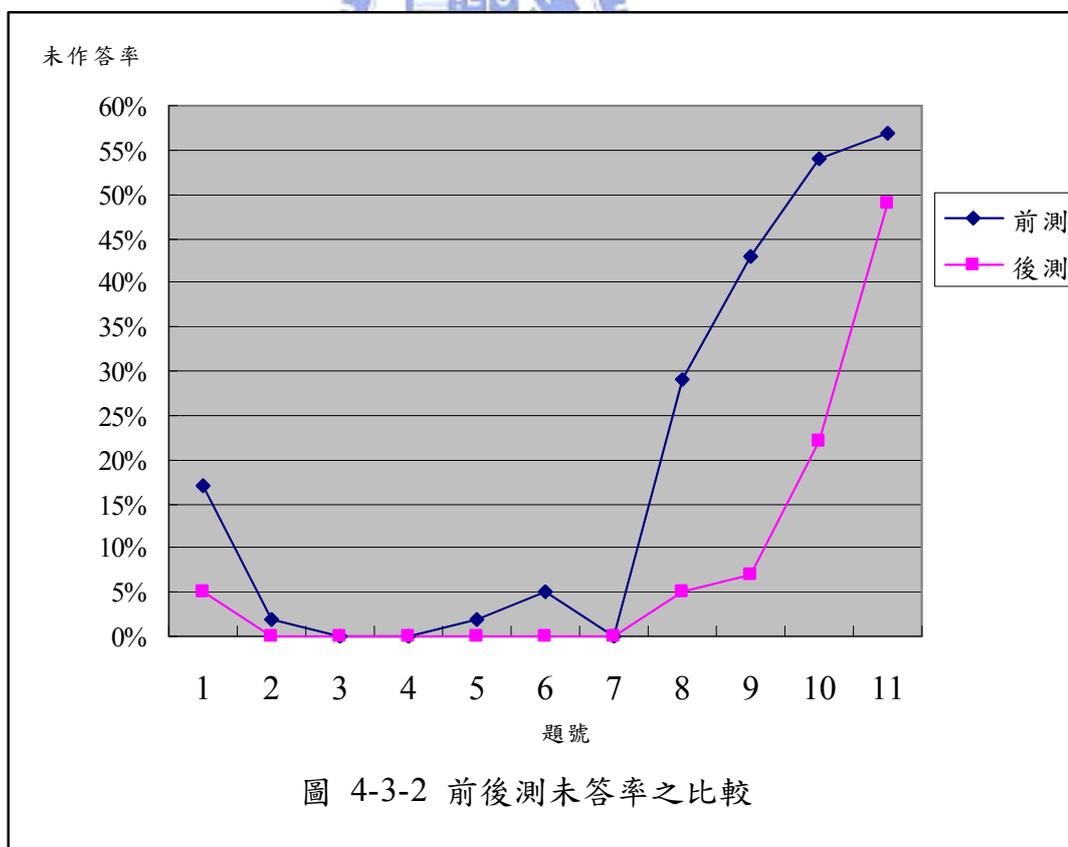
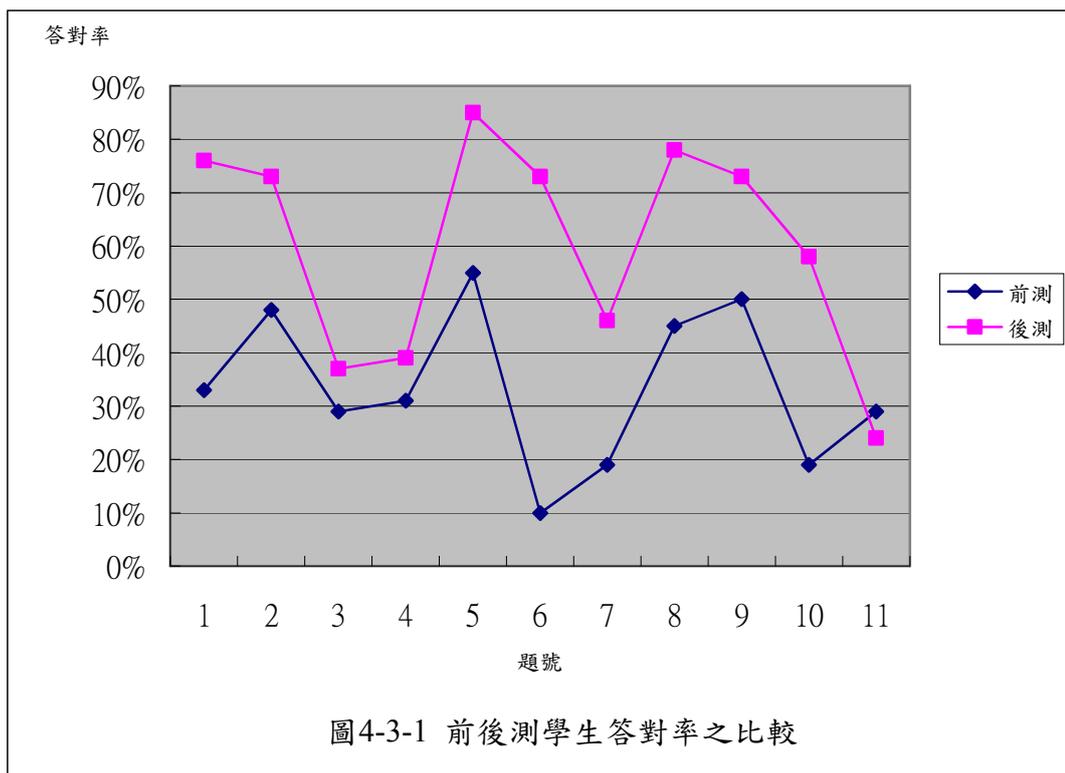
依據小組評鑑結果修改後的課程與設計活動進行實地評鑑，本研究於課程實施完畢之後，將進行函數概念之後測，測驗試題依照前測之結果做些許的修正，就前後測之結果來分析，做為評估學生的函數概念的學習成效。此外，本研究自擬學生課程滿意度問卷，於課程實施完畢之後，進行學生之課程滿意度調查，問卷項目包括課程內容、介面設計、活動設計、綜合評價以及學生對課程的建議與看法，期望能從問卷中了解學生對於本課程的看法與意見。

#### 4.3.1 函數概念後測結果

後測試題主要是根據前測試題稍作修改，刪除部分題目，即在前測時學生答對率已超過 70%的題目，同時為配合高三學生上課的時間，將題目修改為 40 分鐘內(約一節課)能完成作答的題數，以測試研究對象經過本課程自學之後，針對函數概念的學習成效是否有提升。由於本研究對象在後測時間，有位同學請假，因此樣本數從前測的 42 人遞減為後測的 41 人，前後測之作答分析結果摘要整理如下表 4-3-1，而詳細分析結果與試題請參考附錄八。

表 4-3-1 前後測之作答分析結果摘要

概念	題目	答對率(未作答率)	
		前測	後測
定義域 分式函數	1. 求出函數 $h(x)=\frac{4-x^2}{2-x}$ 的定義域。	<b>33%</b> (17%)	<b>76%</b> (5%)
有空點的函 數圖形	2. 選出 $h(x)=\frac{4-x^2}{2-x}$ 的圖形。	<b>48%</b> (2%)	<b>73%</b> (0%)
函數圖形	3. 判斷哪些 $y$ 是 $x$ 的函數圖形?	<b>29%</b> (0%)	<b>37%</b> (0%)
	4. 判斷哪些不是 $y$ 是 $x$ 的函數圖形?	<b>31%</b> (0%)	<b>39%</b> (0%)
一對一 函數	5. 從各函數的映射關係，哪些是一對一函數?	<b>55%</b> (2%)	<b>85%</b> (0%)
映成函數	6. 從各函數的映射關係，哪些是映成函數?	<b>10%</b> (5%)	<b>73%</b> (0%)
一對一函 數圖形	7. 選出下列哪些是一對一函數圖形。	<b>19%</b> (0%)	<b>46%</b> (0%)
函數四則運 算後的圖形	8. 給定函數 $f$ 與函數 $g$ 的圖形，是選出下列何者為 $f-g$ 的圖形。	<b>45%</b> (29%)	<b>78%</b> (5%)
從給定情境 中，求出 函數關係式	9. 在線段 $\overline{AB}$ 上有一動點 $P(x, y)$ ，若動點 $P$ 沿著 $B$ 向 $A$ 移動，且與兩軸形成矩形 $PMON$ (如圖所示)，假設矩形的面積為 $S$ ，試著求出面積 $S$ 與 $x$ 的關係式，並判斷是否為函數關係。	<b>50%</b> (43%)	<b>73%</b> (7%)
從函數式求 出其定義域 與值域	10. 若為上述(9.)關係為函數關係，試求此函數的定義域與值域。	<b>19%</b> (54%)	<b>58%</b> (22%)
求反函數	11. 試判斷 $f(x)=x^3+2$ 是否有反函數。若是，請找出其反函數並找其定義域。	<b>29%</b> (57%)	<b>24%</b> (49%)



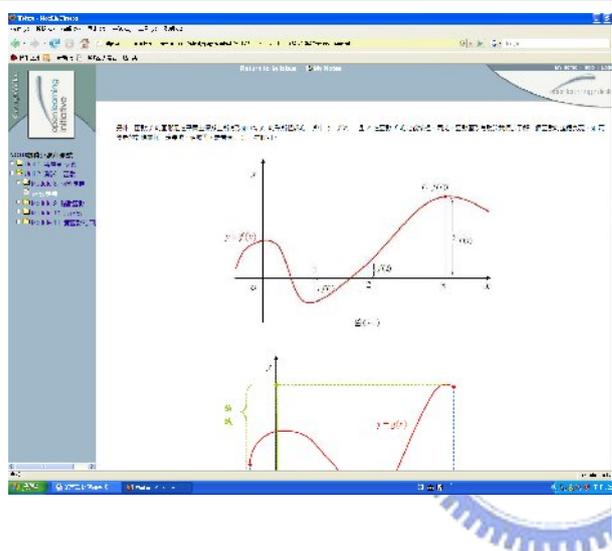
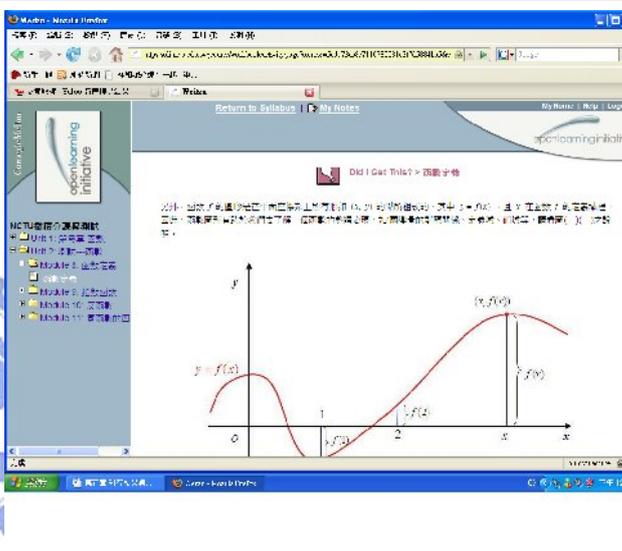
從上圖表中，我們觀察到學生在前後測的答對率上除了求反函數之外，其他都有明顯的提升，尤其在「映成函數(+63%)」、「定義域與分式函數(+43%)」、「從函數式求出其定義域與值域(+39%)」、「函數四則運算後的圖形(+33%)」與「一對一函數 (+30%)」等概念中後測的答對率增長超過 30%，由此發現學習者經由此線上課程之函數單元之後，在函數概念上確實有明顯的進步；各題在後測的未作答率都降低，在「給定情境，求出函數關係式(-36%)」、「從函數式求出其定義域與值域(-32%)」、「函數四則運算後的圖形(-24%)」等概念上，後測的未作答率更是大幅度的降低。

值得一提，本課程的反函數內容分為三個部份：(1)一對一函數；(2) 映成函數；(3) 求反函數與其圖形，實施課程當天，由於設備緣故，造成反函數的第三部份無法正常顯示，而該部分確實會影響到測驗中求反函數的作答，造成學生在後測的答對率略低於前測，雖然後測的答對率略低於前測，但未作答率也降低，從學生的答題分析狀況發現(如表 4-3-2)中發現學生在後測的答錯情況大部分為「已求出反函數但範圍錯」明顯優於前測的答錯情況大多數為「認為此題沒有反函數」。

表 4-3-2 反函數前後測答題分析結果

題目	分析項目	前測 (N=42)	後測 (N=41)	
11. 試判斷 $f(x)=x^3+2$ 是 否有反函數。若是，請找出其 反函數並找出其定義域。	答對率:	28.5%	24.3%	
	答對人數	12	10	
	未作答人數	26	23	
	答錯人數	4	8	
	<b>答錯分析</b>			
	認為沒有反函數	3	1	
	雖求出正確的反函數但其 反函數的定義域範圍錯了	1	6	
	求出的反函數是錯誤的	0	1	

由於新竹中學電腦設備的限制，導致反函數的第三部份內容與指數函數的 Java Applet 活動無法正常瀏覽，推測是因為瀏覽器 IE 基於安全性沒有附加元件導致某些內容無法正常顯示，另一方面，在畫面顯示上，因記憶體不足的原因，將解析度從正常值 1280 x 1024 調低到 1024 x 768，導致課程內容的顯示畫面過大，需滾動瀏覽軸才看得到整體內容，下表為兩者之比較：

表 4-3-3 解析度對瀏覽畫面的影響	
1280x1024	1024x768
	
在同一頁面能觀看完整內容與圖形。	無法在在同一頁面觀看完整內容與圖形，需利用滑鼠拖曳。

由於新竹中學電腦教室的電腦總共有 50 台電腦僅由兩台伺服器做管理，在同時有 43 台電腦在操作並使用 anicam 做側錄的動作，耗費過大記憶體資源，導致電腦在某些動畫與 Java Applet 活動上無法正常顯示，因此，本課程在配備的要求上確實需要再做詳細的測試。

### 4.3.2 學習者滿意度問卷分析

本研究於學生參與本課程之後，再對學生進行課程滿意度問卷調查，扣除該班當天有一名學生請假，合計有效問卷共 41 份。本滿意度問卷分為「課程內容」、「介面設計」、「活動設計」、「綜合評價」等四大項目，共 18 題，選項方式為 Likert 式 4 點量表，有「非常同意」、「同意」、「不同意」、「非常不同意」，評分量表從 4 分「非常同意」到 1 分「非常不同意」，請學生依據參與本課程之經驗進行填答，結果整理如表 4-3-3 所示。

表 4-3-4 學習者課後滿意度問卷分析結果整理 (N=40)

項目	評鑑內容	M	SD
課程內容	1. 課程內容安排得宜，難易度適中。	3.18	0.39
	2. 教材內容的安排與活動能引起我的學習動機。	2.94	0.50
	3. 函數單元之例題語意簡單明瞭。	3.35	0.58
	4. 所安排之自我評量方式能幫助我建立正確概念。	3.42	0.56
	5. 參與此線上課程確實能有助於我函數概念的建立。	3.17	0.45
介面設計	6. 課程內容字體適中。	3.51	0.79
	7. 課程版面設計清楚適當。	3.21	0.73
	8. 學習介面簡單易上手。	3.49	0.68
	9. 圖形能清楚呈現。	3.85	0.37
活動設計	10. Did I get this (DIGT)概念練習中的 Hint 或提示能幫助我正確答題。	3.22	0.80
	11. DIGT 概念練習中的動態回饋對學習確實有幫助。	3.19	0.58
	12. 使用 DIGT 概念練習確實能幫助我建立正確概念。	3.37	0.55
綜合評價	13. 整體來說，我很喜歡此課程。	3.34	0.63
	14. 整體來說，我覺得課程所帶來的學習成效不錯。	3.18	0.53
	15. 若未來開放完整課程之後，我願意使用 OLI 課程來自我學習。	3.09	0.63
	16. 若未來開放完整課程之後，我願意推薦朋友使用 OLI 課程來自我學習。	3.06	0.70

由表可知，除了第 2 題「教材內容的安排與活動能引起我的學習動機」的平均值為 2.94 接近於同意(3 分)，學生對此課程滿意度之各項平均值均超過 3 分，代表學生對於本課程之評價呈現正向的態度，認為課程內容清楚明瞭、活動安排有助於建立概念。

這個課程幫助我釐清了許多原本對函數不明瞭的觀念、動態的圖像設計相較於課本上憑空臆像，思路更加清晰。期待這個課程的推行，將能造福眾多的莘莘學子們。(S29)

這個課程讓我釐清了許多函數的概念，大部分的教材都很清楚易懂。(S38)

#### 4.4 專家評鑑結果

本研究將於課程完成之際，預計邀請相關課程設計專家及教學專家進行課程檢視與評估，檢核本課程之可行性，參照 Dick and Carey (2005) 所提出的專家評鑑之要項：

- (1) 教材是否符合學習目標?
- (2) 教材呈現次序與章節分割是否符合邏輯性?
- (3) 教材是否清楚易懂?
- (4) 教材是否能激發學習動機並且有助於學生建立正確概念?
- (5) 教材內容與學習紀錄是否能有效管理?

本研究參考上述五點要項發展出的形成性評鑑問卷加以編修成為專家課程評鑑表(表 4-4-1)，邀請兩位課程設計專家(E1、E2)及兩位教學專家(T1、T2)，依據評鑑項目，對本課程進行評鑑，表格為四格量表，其中「非常同意」為 4 分；「同意」為 3 分；「不同意」為 2 分；「非常不同意」為 1 分。綜合以上四位專家之評鑑結果。整理如下表所示。以下分別針對各面向之評估結果與專家的具體建議進行說明。



編號	評鑑內容	M
1.	提供學習目標之所需的所有教材。	3.3
2.	課程內容適合學習者程度。	3.8
3.	課程呈現步調節奏得宜。	3.0
4.	課程重點都適當強調。	3.5
5.	課程內容編排得宜。	3.3
6.	課程內容正確無誤。	3.5
7.	課程中使用的專有名詞皆已適當定義。	3.3
8.	教材內容與學習目標相符。	3.8
9.	學習目標及內容符合學生需求。	3.5
10.	介面設計具有一致性。	3.5
11.	課程設計能夠引起學生學習動機。	3.3
12.	教學策略確實能幫助學生學習。	3.5
13.	教學策略符合課程設計理論與原則。	3.5
14.	課程給學生清晰完整的學習指引。	3.3
15.	介面提供追蹤功能紀錄學習者以讀取或完成的課程等。	3.8
16.	介面操作難易度適中。	3.3
17.	介面具有完善的瀏覽功能。	3.5
18.	圖形清楚且輪廓鮮明。	3.8
19.	文字清楚與背景有適當的對比。	3.5
20.	問答回饋機制能幫助學生建立正確觀念。	3.5
21.	學生能依據其需求隨時隨地在線上瀏覽課程。	3.8
22.	學生能確實從本課程得到收穫。	3.5
23.	我會推薦學生使用本課程。	3.3

各題的評估結果平均在 3 分到 3.8 分之間，評鑑之專家均認為此課程編排得宜、設計新穎，從評鑑結果顯示課程內容仍有改進之空間，尤其在「課程呈現步調節奏得宜」的項目上得分最低(3 分)，對此，有專家提出具體建議：

希望能像電子書用上一頁或下一頁的方式來呈現，網頁瀏覽的捲軸方式不易閱讀且容易跳段、忽略。(T1)

每小節長短不一，使用者會有預期的讀書時間與實際的讀書時間不同而產生閱讀性的焦躁。

看看是否能將較長的小節切成兩頁或三頁進行。(E2)

有一兩小節的畫面太寬，讀內容時必須將視窗的橫向拉把拉來拉去才能看到完整的資料。對

於我這種喜歡以紙張閱讀的讀者，我會覺得這樣的介面有點煩人。我想會有這種現象應該是

課文中的圖片太寬了，試試看把圖片縮小點可能可以改善此情形。(E2)

至於教材內容上，有專家表示能在專有名詞上給予中英對照，幫助學習者連結：

一對一、映成、一對一且映成、反函數...等與 約翰·納皮爾、泰勒展開式...等人名加上英文更好。(T2)

關於本課程設計利用 Flash 動畫與 Java Applet 來引起學生學習動機與動態問答機制來幫助學生學習，對此，專家們表示肯定：

課程開頭的 Flash 動畫應該會蠻吸引學生的，我自己就看了 3 次，因為很有趣；我覺得問題與學習目標蠻貼切，問答題的 hint 做得也不錯，每一張的圖片都會適時提醒問題的重點。

(E2)

內容生動有趣，又有 Java 及 Flash 的輔助，有別於一般紙本教材，相信學生應該會感興趣。圖形蠻多的。(E1)

巧妙的利用 flash 短片介紹函數概念與證明反函數對稱於  $y=x$  直線至於 java 程式則提供了學生操作指數函數，讓學生不在居限於課本靜態的呈現，而是產生了學生動手做，讓圖形有漸變的變化，以加深視覺效果，這是以往紙本教學所欠缺的。(T2)

此外，專家們提供了一些課程設計上的建議與修正方向：

課程的圖片建議不要用 .jpg 這種破壞性的壓縮檔，可以改用 .gif 之類的，會更清晰。(E2)

有一兩小節的畫面太寬，應該是課文中的圖片太寬了，試將圖片縮小可改善此情形。(E1)

綜合以上評鑑結果，專家對於本課程之意見整理如下：

- (1) 本課程利用 Flash 動畫與 Java Applet 來引起學生學習動機與動態問答機制能確實有助於學生學習。
- (2) 本課程符合學習者的程度，學習目標貼近學習者需求，學習者能利用網路學習的優勢，依據其需求隨時隨地在線上瀏覽課程。
- (3) 教學策略符合課程設計理論與原則，確實能幫助學生學習。
- (4) 學習平台功能完善，難易適中。
- (5) 教材內容上，能在專有名詞上給予中英對照，幫助學習者連結。
- (6) 課程圖片不要使用破壞性的壓縮檔(如：.jpg)，以免影響到圖片清楚度。
- (7) 避免學習者產生閱讀性的焦躁，課程長度最好一致，建議以兩到三頁面為一小節的長度。
- (8) 有少數課程畫面太寬，建議將該小節的圖片縮小，以改善此問題。



## 第五章 研究結果與建議

本章共分為三節，第一節主要就「線上微積分預備課程-函數單元的課程設計、發展與評鑑」之研究結果進行彙整，並依序對本研究之目的與研究問題提出結論；第二節說明本研究之限制；第三節提出建議與未來研究方向。

### 5.1 研究結果整理

本研究旨在發展線上微積分課程之函數單元，本研究運用系統化教學設計模式之步驟，進行課程設計，並進行各項形成性評鑑，以期達到研究目標。茲將本研究之成果說明如下：

本研究根據 Dick and Carey(2005)之系統化教學模式之步驟，進行課程設計及進行形成性評鑑。在「需求分析」階段，本研究首先透過文獻探討、專家訪談與學習者問卷調查方式進行需求分析，了解本課程發展之需求。結果顯示，由於目前高中教材在函數概念上缺乏統整性的介紹，也從文獻分析中發現函數概念是數學領域當中一個相當複雜的概念，它含有許多子概念，如：變數、定義域、值域與極值等，造成許多學生在學習函數概念會遇到相當多的困難，但由於函數概念對於往後微積分的學習具有相當的影響，加上專家與教師均認為需要有教材來介紹函數概念，幫助學生統整已學過的函數概念，因此，確認本課程的確有發展之需求。在學習者分析方面，利用問卷方式、了解學生「學習型態與喜好」與「函數概念的理解程度」以作為分析依據，其中，有一半以上的大學生與高中生對於使用線上課程學習是感興趣的，從函數概念的答題結果來看，大部分的學生對於函數概念的理解程度呈現混淆模糊的狀態，再次驗證本課程確有相當高的需求性。綜上所述，本研究將依據學習者之現況與課程需求進行內容分析與媒體分析，並撰寫學習目標。

在「發展教學策略」方面，本研究利用 OLI 學習平台，除了以靜態文字與圖形呈現概念之外，同時透過「Flash 動畫」、「Java Applet 互動套件」、「影音片段」

來說明部分概念以提高學習動機與加深學習印象，由學習者的評鑑結果，發現學習者對於「Flash 動畫」、「Java Applet 互動套件」、「影音片段」均給予正向肯定，表示這些教學活動設計對其學習確實有幫助，此外，本課程在概念說明結尾之處，搭配「Flash 互動式練習」的回饋機制，從學習者的評鑑結果得知，回饋機制與練習的作答提示對學習者概念的建立有實質上的助益。

最後在「實施形成性評鑑」方面，透過兩次的個別評鑑結果作為本課程與操作介面之改善依據；而小組評鑑針對依據個別評鑑結果修改後的課程與新增增加的活動進行評鑑，提供後續修改建議與操作心得；本課程從發展初期利用 powerpoint 設計部分課程透過上述評鑑結果逐漸增修為目前利用 OLI 學習平台，共有六小節，透過大量圖片、動畫與 Java 等活動設計呈現出線上微積分課程之函數單元。另外，經由實地評鑑之學習者課程滿意度問卷調查的方式來評估課程之可行性，從問卷結果發現，學生對於本課程的接受度頗高，大部分的學生認為此課程有助於學習函數概念，值得一提，學生對於課程中的 Flash 互動式練習、Flash 動畫與 Java Applet 互動活動表示肯定與喜愛；另一方面，從函數概念前後測的結果顯示，學生經由參與本課程之後，各題未答率在後測均降低，除了求反函數該題之外，其他各題的答對率明顯高於前測。值得一提，本課程的反函數內容分為三個部份：(1)一對一函數；(2) 映成函數；(3) 求反函數與其圖形，實施課程該天，由於設備之緣故，造成反函數單元的第三部份無法正常顯示，而該部分確實會影響到測驗中求反函數的作答，造持學生在後測的答對率略低於前測，雖然後測的答對率略低於前測，但未作答率也降低，從答錯分析中發現學生在後測的答錯情況大部分為「已求出反函數但範圍錯」明顯優於前測的答錯情況大多數為「認為此題沒有反函數」；最後，本研究者委請專家針對整體教材進行評鑑，由相關數據顯示，專家對於本課程整體教材給予相當高的評價，對於本研究所發展的課程多持正面的肯定：認為本課程符合學習者的程度，學習目標貼近學習者需求，學習者能利用網路學習的優勢，依據其需求隨時隨地在線上瀏覽課程；教學策略符合課程設計理論與原則，確實能幫助學生學習；利用 Flash 動畫與 Java Applet 活

動來引起學生學習動機與動態問答機制能確實有助於學生學習。同時，專家亦提供建議，例如：教材內容上，能在專有名詞上給予中英對照，幫助學習者連結；課程圖片不要使用破壞性的壓縮檔；避免學習者產生閱讀性的焦躁，課程長度最好一致，讓本課程達成最佳的成效。

綜上所述，本課程遵循 Dick and Carey(2005)所建議之步驟進行課程設計，從各項評鑑結果顯示本課程具有高度的可行性。

## 5.2 研究限制

由於本研究礙於人力與時間上之限制，因此於研究過程中均有期限制，以下分述本研究限制之處：

首先於「研究對象」方面，由於本研究在問卷實施對象為交大大一學生與新竹高中高三學生，而在課程實施之研究對象為新竹高中高三學生，抽樣方式為立意取樣，用意是評估在中學時學習成效較高的學習者對函數概念的理解情況與經過此課程自學之後的學習成效，由於取樣學校皆為男女比例懸殊的學校，因此在資料蒐集方面有所限制，研究結果推論上也有其限制。

其次於「課程內容」方面，本課程內容主要以統整高中所學過的函數概念並輔以動畫與 Java Applet 活動設計來增加學習動機與加深學習印象，從評鑑結果得知，學生對以上兩個活動設計表示高度肯定，不過，礙於本研究的人力及時間上的限制，未能在每節內容與每個概念上都設計動畫與 Java 活動，堪為可惜。

另外在「課程實施」方面，本課程在實地評鑑時，由於竹中電腦設備的限制，導致反函數的第三部份內容與指數函數的 Java Applet 活動無法正常瀏覽，由於使用 anicam 做側錄的動作，耗費過大記憶體資源，導致電腦在某些動畫與 Java Applet 活動上無法正常顯示，因此，本課程在配備的要求上確實需要再做詳細的測試。

最後在「課程評鑑」方面，由於本研究的形成性課程評鑑，分為眾多階段：個別評鑑 I、個別評鑑 II、前測、小組評鑑、後測、實地評鑑，耗費相當大的資源與人力，同時礙於實驗對象為高三學生，忙於課業與升學，因此本課程評鑑的評鑑人員分為兩部分：

- (1) 在課程設計初期的雛形階段，本研究選取交大修微積分的大一學生為個別評鑑 I 與 II 的評鑑人員，主要針對內容正確性與介面使用上作評鑑。
- (2) 在課程設計中後期的具體階段，本研究選取新竹高中高三第二類組的某班學生共 42 名為主要的研究對象，並施以前測以了解學生的先備知識，然後，從該班選取 9 名學生擔任小組評鑑的成員，最後，利用新竹高中的電腦教室來對全班 41 名學生進行實地評鑑與後測部分。

雖然評鑑的目的不相同，但由於兩階段的評鑑人員背景有所不同，因此在評鑑結果的一致性上確實有其限制。此外，本研究限於時間與資源，未能進行總結性評鑑。

### 5.3 未來研究建議

綜合本研究成果與限制，針對未來欲發展線上課程輔助函數概念學習相關議題之研究者，給予以下建議：

- (1) 本研究僅利用前後側的答對率與未答率比較作為說明學習成效，其準確度可能有所限制，建議未來從事相關研究者，可以採用準實驗的方式來做為課程評估的依據。
- (2) 本研究對象礙於本研究之人力與資源，只針對新竹高中某第二類組之高三班級 42 名的男學生施行課程，因而推論有其限制，建議以後若進行相關研究，可擴大研究對象，讓男女同學都進行課程，蒐集更多學生的看法。
- (3) 本研究對象為高三學生，由於面臨升學壓力，因此，有部分學生在書寫測驗與問卷上並不積極，建議以後研究者可以與學校或任課老師協調，讓施測問卷視為一次小考成績，如此一來可能會影響學生之態度與動機。
- (4) 本研究礙於時間之限制，主要僅針對課程中之大部份函數概念進行前後測，建議未來研究者之概念測驗能涵蓋所有課程內容，以便事後比較時，能夠檢視出課程活動對學生的影響程度。
- (5) 值得一提，由學生前測結果分析，有部分學生認定映成函數必須同時要是

一對一函數，本研究者認為這是因為教師常常會同時教導一對一函數與映成函數，導致學生將此兩觀念視為必須同時成立，因此，建議教師應加強學生映成與一對一的條件成立是互不衝突的概念。

- (6) 本研究在小組評鑑的 anicam 側錄觀察紀錄中，發現某些學生的線上學習型態趨於多工處理，能同時執行多項工作，並能利用瑣碎的時間進行線上學習，建議未來能有研究者朝學生線上學習型態做深入研究。
- (7) 由本研究之評鑑結果得知，課程中的 Flash 動畫與 Java Applet 深受學生肯定，但礙於人力與資源，僅針對部分概念製作 Flash 動畫與 Java Applet，建議以後若進行相關研究，可以針對每個概念設計 Flash 動畫與 Java Applet 活動，更能不斷激發學生學習動機與提升學習成效。
- (8) 由專家提供的建議得知，在課程設計時，圖片副檔名盡量不要使用具有破壞性的壓縮檔(.jpg)，以免影響圖片清晰度。
- (9) 由文獻分析、anicam 側錄結果及專家建議都表示，學習動機較弱的學生對於文字資訊較多的課程內容較無學習動機，並傾向於以略讀的方式瀏覽課程或是以先做答練習且視答題情況再瀏覽課程，因此，課程長度最好一致，建議以兩到三頁面為一小節的長度，同時，課程除了文字敘述之外，應搭配教學活動與練習維持學習動機與專注力。
- (10) 此外，從 anicam 側錄結果發現，推測學生觀看電腦課程的專注力平均最多能維持近 20 分鐘左右，因此，建議課程長度最好控制在 20 分鐘以內，有利於學生維持專注力。
- (11) 線上教材，常會因為電腦設備或是軟體安裝的問題，造成課程無法正常顯示，建議未來從事相關課程發展者，在配備的要求上需要做詳細的測試。

本研究提出上述建議，希冀國內在函數概念的線上課程與相關研究結果能更為完善，同時，期盼未來教師、研究者可以設計更多線上教學活動，協助學生建立正確的函數概念，降低學生因函數概念不足而造成微積分學習上的困難。



## 中文參考文獻

- 左台益、蔡志仁(2001). 動態視窗之橢圓教學實驗. 師大學報: 科學教育類  
4(1.2), 21-42。
- 沈中偉 (1995)。多媒體電腦輔助學習的學習理論基礎研究。視聽雙月刊, 36(6),  
沈中偉 (2004)。科技與學習：理論與實務。台北市：心理。12-25。
- 吳柏林、張鈿富 (1996)。新數學教材教法與教學實習－創造思考教學研究。  
台北市：華泰書局。
- 李世忠 (1999)。教學科技-評鑑與應用。台北市:五南。
- 吳玫瑤(2001)。教學對高中生學習函數概念的影響。國立台灣師範大學數學研究  
所碩士論文。
- 呂永聰(2004)。商專學生函數概念的形成與學習困難。國立台北商業技術學院  
第八期學報。
- 林進材 (2000)。教學理論與方法。台北市：五南。
- 岳修平 (1999)。網路教學於學校教育之應用。課程與教學季刊, 2(4), 61-76。
- 岳修平 (2001)。非同步教學網頁輔助學習成效之研究。教學科技與媒體, 55,  
27-35。
- 臥龍小三(2002)。CVS 入門。台南縣教育網路中心。  
<http://linux.tnc.edu.tw/techdoc/cvs/book1.html>
- 徐新逸、施郁芬(譯)(2003)。多媒體教學設計：數位學習與企業訓練。台北市:高  
等教育。(William W. and Diana L. Owens, 2000)。
- 張春興(1992)。教育心理學：三化取向的理論與實踐。台北市：東華書局。
- 張玉燕 (1994)。教學媒體。台北：五南。
- 曹亮吉(2000)。函數觀念的演變史，原載於科學月刊第 15 卷第 12 期。  
[http://episte.math.ntu.edu.tw/articles/sm/sm\\_15\\_12\\_1/index.html](http://episte.math.ntu.edu.tw/articles/sm/sm_15_12_1/index.html)
- 陳盈言(2001)。國二學生變數概念的成熟度對其函數概念發展的影響。國立台灣  
師範大學數學研究所碩士論文。

- 張幼賢(2003), 青少年數學概念的『學習與教學』之研究—子計畫四：青少年函  
數學概念的『學習與教學』之研究, 國科會計畫期中報告, (NSC  
93-2521-S-003-010-)
- 陳書于(2006)。高中學生在程式設計情境對函數概念的反思。國立交通大學應用  
數學研究所碩士論文。
- 詹佩珊、周倩、方紫薇 (2003)。應用網路學習教學法於高中程式設計課程之行  
動研究。第 11 屆國際電腦輔助教學研討會。台北，台灣師範大學。
- 葉明達 (2000)。高中生函數迷思概念及函數表徵轉換能力之初探。第十六屆科  
學教育學術研討會。台北。
- 趙美聲、陳姚真(譯)(1999)。遠距教育-系統觀。台北市：松崗。(Michael G. Moore,  
Greg Kearsley,1995)。
- 趙寧(譯)(2002)。教學媒體與學習科技。台北市：雙葉書廊。(R. Heinich,  
M.Molenda, J.D. Russel, and S.E. Smaldino,1999)。
- 鄭晉昌(1997)：視覺思考及科學概念的獲取—設計與發展電腦輔助視覺學習環境，  
教學科技與媒體，33，20-27。
- 蔡聰明(2000)。Leibniz 如何想出微積分，原載於數學傳播第 18 卷第 3 期。  
[http://episte.math.ntu.edu.tw/articles/mm/mm\\_18\\_3\\_01/index.html](http://episte.math.ntu.edu.tw/articles/mm/mm_18_3_01/index.html)
- 謝哲仁、黃玉玲、郭文金(2003)。可操作動態視覺化基本函數微分設計及其成效  
研究—一種新式課程的嘗試。2003 國際科技教育課程改革與發展研討會。
- 謝佩宜、周倩 (2006)。網路數學討論區使用者之批判思考表現、參與動機與程  
度之相關研究。科學教育學刊，14(1)，83-100。
- 行政院(2003)。挑戰 2008：國家發展重點計畫(2002-2007)取自  
[http://www.pmc.org.tw/upload/links/challenge2008\\_c.pdf](http://www.pmc.org.tw/upload/links/challenge2008_c.pdf)
- 美國教育部新聞。2005 年 3 月 2 日。取自 [www.ed.gov/news/pressrelease/](http://www.ed.gov/news/pressrelease/)

## 英文參考文獻

- Andrew, D., and Goodson, L.(1995). A Comparative Analysis of Models of Instructional Design. Gary J. Anglin(Ed.).*Instructional Technology: Past, Present, Future* (2<sup>nd</sup> ed.). Englewood, Colo.pp.161-182. Libraries Unlimited.
- Antonio, R. and Mary, E. Maxwell. (1994). The effect of using calculators to enhance college students performance in precalculus. *Educational Studies in Mathematics*, 27,205-215.
- Ayers, T., Davis, G., Dubinsky, E., and Lewin, P. (1988). Computer experiences in learning composition of functions. *Journal of Research in Mathematics Education*, 19,246-259.
- Berge, Z., Collins, M. and Dougherty, K. (2000). Design guidelines for web-based courses. In B. Abbey(ed.), *Instructional and cognitive impacts of web-based education* pp.32-40. Hershey, PA: Idea Group.
- Bruner, J. S. (1966). *Towards a Theory of Instruction*. Cambridge: Harvard.
- Clark, J.M., and Paivio, A.(1991).Dual coding education and education.*Educational Psychology Review*,3, 149-210.
- Confrey, J, Smith, E., Piliero, S., and Rizzuti, J.(1991). *The use of contextual problems and multi-representational software to teach the concept of functions. Final project report*. Cornell Univ., Ithaca, NY. Dept. of Education. (ERIC Document Reproduction Service No. ED348229)
- Dreyfus, T., and Eisenberg, T.(1982). Intuitive functional concepts: A baseline study on intuitions. *Journal for Research in Mathematics Education*
- Dubinsky, Ed and Harel G.(1992). The nature of the process conception of function. In Harel G. and Dubinsky E. (Eds.), *The concept of functiono: Aspects of epistemology and pedagogy*, 25, pp85-106. Washington,D.C.:Mathematical Association of America.
- Eisenberg, T. (1992). On the development of a sense for functions.In Harel G. and Dubinsky G. (Eds.) *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* *Mathematical Association of America*, 25, 153-174.
- Even, R.(1998).Factors involved in linking representations of functions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 105-121.
- Janvier, C.(Ed.).(1987). *Problems of representations in the teaching and learning of mathematics*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Jonassen, D.H.(1991). Evaluating Constructivist Learning. *Educational Technology*, 31(9), 28-33.
- Khan, B. H.(1997). *Web-based instruction (WBI)*. Englewood Cliffs, N. J.:*Educational Technology Publications*.
- Lee, W. W., Owens, D. L. (2000). *Multimedia-based instructional design: Computer-Based Training, Web-Based Training, Distance Broadcast Training*.

- San Francisco: Jossey-Bass Inc.
- Lynch, Patrick, J., and Sarah Horton.(1999). *Web style guide : basic design principles for creating web sites*. New Haven,CT :Yale University Press .
- Markovits, V., Eylon, B., and Bruckheimer, M.(1986). Function Today and Yesterday. *For the learning of mathematics*, 6(2),18-28.
- Markovits, Z., Eylon, B., and Bruckheimer, M.(1988).*Difficulties students have with the function concept*. Arthur, F. Coxford 1988 yearbook Editor, The ideas of algebra, K-12, University of Michigan.
- Moschkovich, J, Schoenfeld A. H., and Arcavi A.(1993). Aspects of understanding: On multiple perspectives and representations of linear relations, and connections among them. In Thomas A. Ronberg, Elizabeth Fennema, and Thomas P. Carpenter (Eds.), *Integrating research on the graphical representation of function(pp.69-100)*.Hillsdale, NJ:Erlbaum.
- NCTM .(2000). Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft, Standards 2000.
- Owston, R. D. (1997). The World Wide Web: A technology to enhance teaching and learning. *Educational Researcher*, 27-33
- Schwarz, B., and Bruckheimer, M.(1990). The function concept with microcomputers: Multiple strategies in problem-solving. *School Science and Mathematics*, 90, 597-614.
- Schwarz, B. B., Nathan, M.J., and Resnick, L.B.(1996). Acquisition of meaning for arithmetic structures with the planner. *International perspectives on the design of technology supported learning environments(pp 105-129)*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Sfard, A. (1992). Operational origins of mathematics objects and the quandary of reification-the case of function. In E. Dubinsky and G. Harel(Eds), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*,25, pp. 59-84. Ashington, DC:Mathematical Association of America.
- Skemp, R.R.(1978). Rational understanding and instrumental understanding. *Arithetic Teacher*, 26(3), 9-15.
- Slavit, D. (1999). Three women's understanding of function in a precalculus course integrated with the graphing calculator. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(3), 355-372.
- Tall, David.(1992). *The Transition to Advanced Mathematical Thinking: Functions, Limits, Infinity, and Proof*. In Grouws, D.A. (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning(pp.495-511).New York: Macmillan Publishing Company.
- Tall, David.(1997). Function and Calculus. Published in A.J.Bishop et al (Eds),*International Handbook of Mathematics Education*, pp289-325, Dordrecht:Kluwer.

- Taylor, P.C., Fraser, B.J. and White, L. R. (1994, Match). *A classroom environment questionnaire for science educators interested in the constructivist reform of school science.*
- Rieber, L. P., (1994). *Computers, Graphics and Learning.* Brown and Benchmark.
- Vinner, S., HersHKovitz, R. and Bruckhemier, M.(1981). Some cognitive factors as causes of Mistakes in the Addition of Functions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12, 70-76.
- Vinner, S.(1983). Concept definition, concept image, and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14. 239-305.
- Vinner, Shlomo, and Dreyfus, Tommy. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356-366
- Dick, W., Carey, L., & Carey, J. (2005). *The systematic design of instruction* (6<sup>th</sup> ed.). Boston: Allyn and Bacon.
- Woolfolk, A.(2001).*Educational psychology*(8<sup>th</sup> ed.).New Jersey:Prentice-Hall.



## 附錄

### 附錄一、大學生對網路學習看法問卷

請根據您的真實情況，勾選出最符合的項目：

1. 性別：男 女
2. 是否擁有個人電腦？是 否
3. 平時最常在何處使用電腦
  - 交大宿舍
  - 家裡，所使用的網路是：
    - 區域網路(10M~100M) 固網(512K以上) 撥接(56K~28K)
    - 不清楚 其他種類：\_\_\_\_\_
  - 其他地點：\_\_\_\_\_
4. 您會運用以下哪些電腦技能（可複選）：
  - 收發電子郵件 瀏覽網頁 操作文書處理軟體
  - 列印文件 參予討論區的討論 下載並安裝軟體
  - 使用訊息傳遞或網路會議的軟體（如：即時通）
  - 撰寫簡易程式 撰寫高階程式
5. 是否參與過線上學習課程？
  - 是（請翻頁至第6題填答）
  - 否（請翻頁至第7題填答）

6. 您曾經參與過線上學習課程，您喜愛利用線上課程進行學習嗎？  
請說明曾經參與過的課程主題：

喜愛。

喜愛原因：（可複選）

- 喜歡此課程主題內容
- 教材內容呈現多元化
- 學習互動性滿足自己
- 科技功能新奇性高
- 可掌握調整學習時間
- 不喜歡面對面上課
- 發問的時候不會恐懼
- 參與線上討論很有趣
- 其他：\_\_\_\_\_

不喜愛。原因：（可複選）

- 不喜歡此課程內容
- 教材呈現方式不適當
- 缺乏來自老師的回饋
- 不喜歡用電腦學習
- 學習準備過程很複雜
- 喜歡面對面上課方式
- 缺乏面對面的討論
- 成效跟預期有落差
- 上課不易專注
- 眼睛容易疲勞
- 其他：\_\_\_\_\_

7. 您未參與過線上學習課程，您有興趣利用線上課程進行學習嗎？  
 有興趣。

請說明希望參與的課程主題：

原因：（可複選）

- 想了解課程如何呈現
- 希望接觸新學習方式
- 喜歡使用電腦做事
- 希望在不同地方上課
- 希望課堂時間量改變
- 希望上課的時段改變
- 不喜歡面對面的發問
- 純粹好其想知道
- 其他：\_\_\_\_\_

不感興趣。原因：（可複選）

- 不是每個課程都適用
- 習慣於舊的學習方式
- 不喜歡用電腦來做事
- 習慣面對面的上課
- 學習準備可能很複雜
- 喜歡有真實的課本
- 電腦比較適合娛樂
- 不喜歡常常盯著螢幕
- 其他：\_\_\_\_\_

8. 您希望透過線上的微積分課程，加強對微積分概念的了解嗎？

希望，因為：\_\_\_\_\_

不希望，因為：\_\_\_\_\_

9. 若有機會使用微積分線上課程進行學習，請勾選您喜愛的課程呈現方式：  
（可複選）

- 靜態圖解
- 動態圖解
- 影音動畫
- 影音教學
- 討論區
- 線上助教
- 自我測驗

10. 您曾經瀏覽過線上課程的討論區嗎？

是，瀏覽的課程主題如：\_\_\_\_\_，

目前瀏覽的頻率：每天瀏覽 經常瀏覽 偶爾瀏覽 久未瀏覽

參與討論活動的經驗：僅瀏覽，從未參與討論 曾經參與討論

(繼續填答第11題)

否，從未瀏覽過

11. 您曾經瀏覽過本校微積分課程網頁的數學交流網(討論區)嗎？

是，目前瀏覽頻率：經常瀏覽 偶爾瀏覽 久未瀏覽

參與討論活動的經驗：曾發問曾解答 曾發問未曾解答

未曾發問曾解答 僅瀏覽，未曾發問或解答

否

12. 若本校未來提供微積分線上課程網站，您願意參與課程網站討論區的討論活動的程度：

經常使用 偶而使用 不會使用

原因：\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

13. 若有機會利用本校的微積分線上課程進行學習，您期望這個課程是：  
(可複選)

授予學分的網路課程，原因：\_\_\_\_\_

課程補充教材，原因：\_\_\_\_\_

自修教材，原因：\_\_\_\_\_

其他：\_\_\_\_\_

本問卷已結束填答，謝謝您撥空填寫問卷！



## 附錄二、高中生對網路學習看法問卷

請根據您的真實情況，勾選出最符合的項目：

14. 性別：男 女

15. 是否擁有個人電腦？是 否

16. 平時最常在何處使用電腦

學校

家裡，所使用的網路是：

區域網路(10M~100M) 固網(512K以上) 撥接(56K~28K)

不清楚

其他種類：\_\_\_\_\_

其他地點：\_\_\_\_\_

17. 您會運用以下哪些電腦技能（可複選）：

收發電子郵件

瀏覽網頁

操作文書處理軟體

列印文件

參予討論區的討論

下載並安裝軟體

使用訊息傳遞或網路會議的軟體（如：即時通）

撰寫簡易程式

撰寫高階程式

18. 是否參與過線上學習課程？

是（請翻頁至第6題填答）

否（請翻頁至第7題填答）

19. 您曾經參與過線上學習課程，您喜愛利用線上課程進行學習嗎？請說明曾經參與過的課程主題：

喜愛。

喜愛原因：（可複選）

- 喜歡此課程主題內容
- 教材內容呈現多元化
- 學習互動性滿足自己
- 科技功能新奇性高
- 可掌握調整學習時間
- 不喜歡面對面上課
- 發問的時候不會恐懼
- 參與線上討論很有趣
- 其他：\_\_\_\_\_

不喜愛。原因：（可複選）

- 不喜歡此課程內容
- 教材呈現方式不適當
- 缺乏來自老師的回饋
- 不喜歡用電腦學習
- 學習準備過程很複雜
- 喜歡面對面上課方式
- 缺乏面對面的討論
- 成效跟預期有落差
- 上課不易專注
- 眼睛容易疲勞
- 其他：\_\_\_\_\_

20. 您未參與過線上學習課程，您有興趣利用線上課程進行學習嗎？

有興趣。

請說明希望參與的課程主題：

原因：（可複選）

- 想了解課程如何呈現
- 希望接觸新學習方式
- 喜歡使用電腦做事
- 希望在不同地方上課
- 希望課堂時間量改變

希望上課的時段改變

不喜歡面對面的發問

純粹好其想知道

其他：\_\_\_\_\_

不感興趣。原因：（可複選）

不是每個課程都適用

習慣於舊的學習方式

不喜歡用電腦來做事

習慣面對面的上課

學習準備可能很複雜

喜歡有真實的課本

電腦比較適合娛樂

不喜歡常常盯著螢幕

其他：\_\_\_\_\_

21. 您希望能夠透過線上的微積分課程，了解微積分內容嗎？

希望，因為：\_\_\_\_\_

不希望，因為：\_\_\_\_\_

22. 若有機會使用微積分線上課程進行學習，請勾選您喜愛的課程呈現方式：  
(可複選)

靜態圖解      動態圖解      影音動畫      影音教學

討論區      線上助教      自我測驗

23. 您曾經瀏覽過線上課程的討論區嗎？  
請翻至第3頁填答，謝謝！

是，瀏覽的課程主題如：\_\_\_\_\_，

目前瀏覽的頻率：每天瀏覽 經常瀏覽 偶爾瀏覽 久未瀏覽

參與討論活動的經驗：僅瀏覽，從未參與討論 曾經參與討論

否，從未瀏覽過

24. 若交通大學未來提供微積分線上課程網站，您願意參與課程網站討論區的討論活動的程度：

經常使用      偶而使用      不會使用

原因：\_\_\_\_\_

25. 若有機會使用交通大學的微積分線上課程進行學習，您期望這個課程是：  
(可複選，請填寫期望原因)

可被認證的網路課程      課程補充教材      自修教材

其他：\_\_\_\_\_

本問卷已結束填答，謝謝您撥空填寫問卷！

附錄三、網路學習者看法問卷分析圖表

表 1 大學生所具備的電腦技能（可複選，N=73）

項目	N	%
瀏覽網頁	73	100.0
收發電子郵件	72	98.6
訊息傳遞和網路會議	72	98.6
下載安裝軟體	69	94.5
列印文件	64	87.7
文書軟體	63	86.3
參與討論	59	80.8
撰寫簡易程式	56	76.7
撰寫高階程式	7	9.6

表 2 高中生所具備的電腦技能（可複選，N=66）

項目	N	%
瀏覽網頁	64	97.0
下載安裝軟體	59	89.4
收發電子郵件	58	87.9
訊息傳遞和網路會議	58	87.9
列印文件	54	81.8
文書軟體	53	80.3
參與討論	45	68.2
撰寫簡易程式	19	28.2
撰寫高階程式	2	3.0

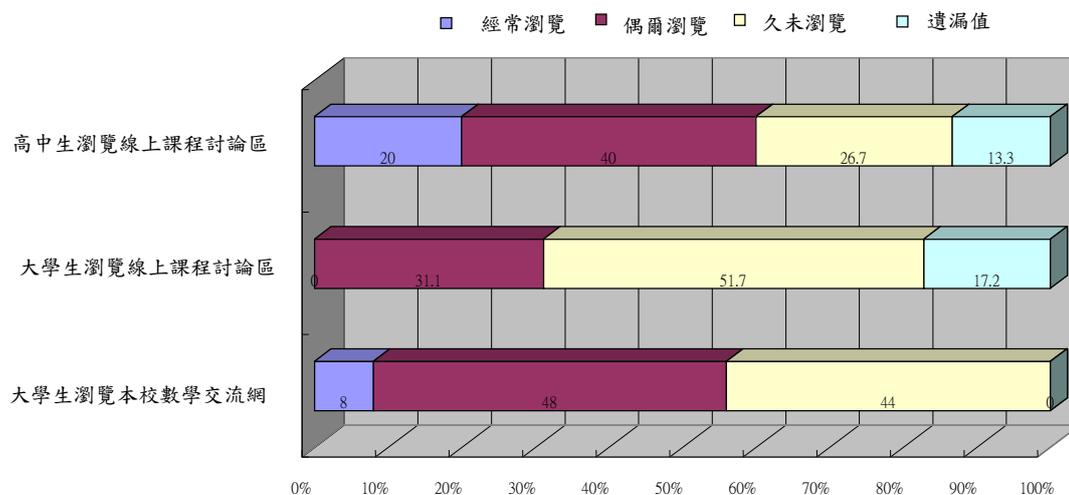


圖 1 學生參與線上課程討論區與本校數學交流網之頻率

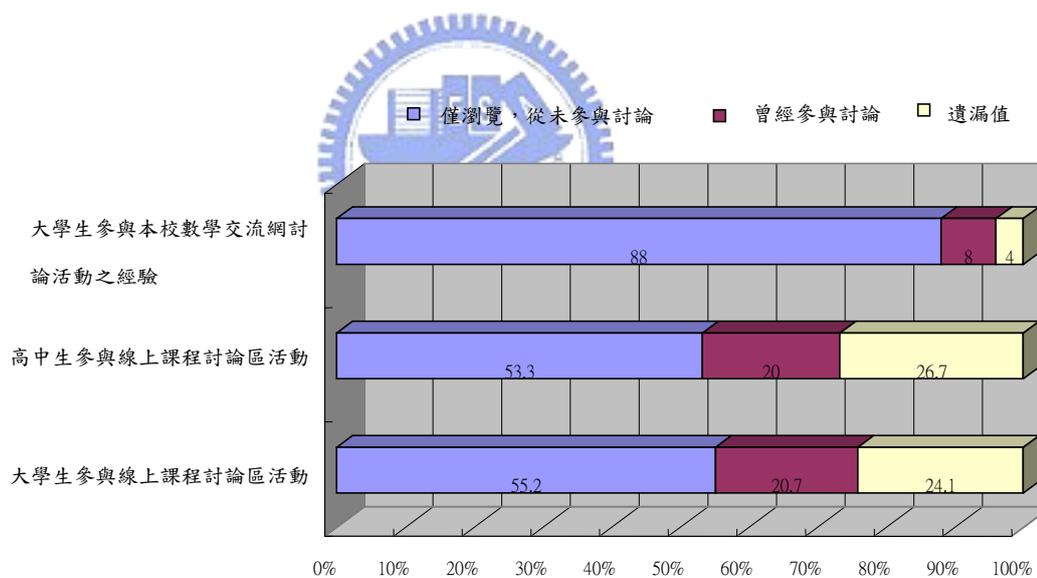


圖 2 學生參與線上課程討論區與本校數學交流網討論活動之經驗

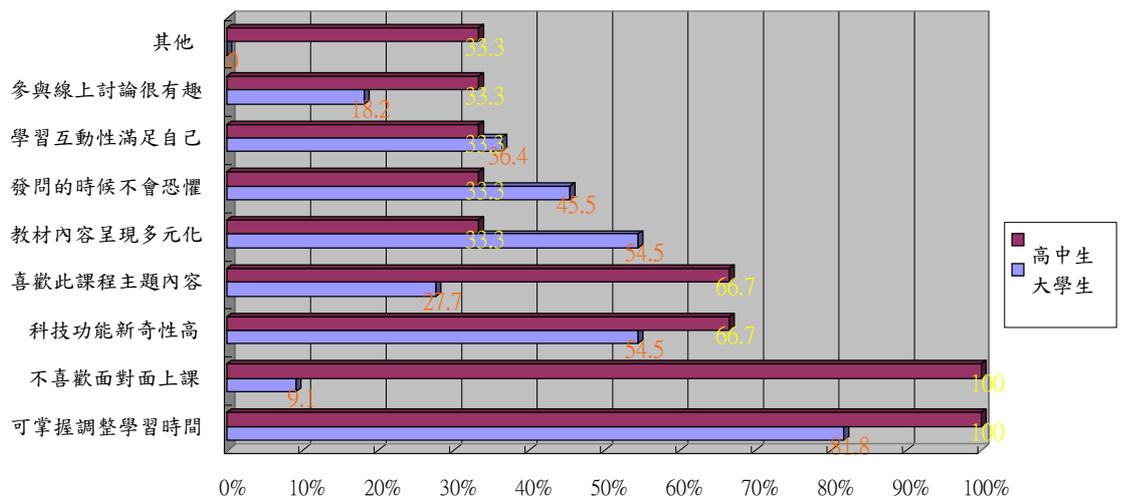


圖 3 學生喜愛使用線上課程之因素

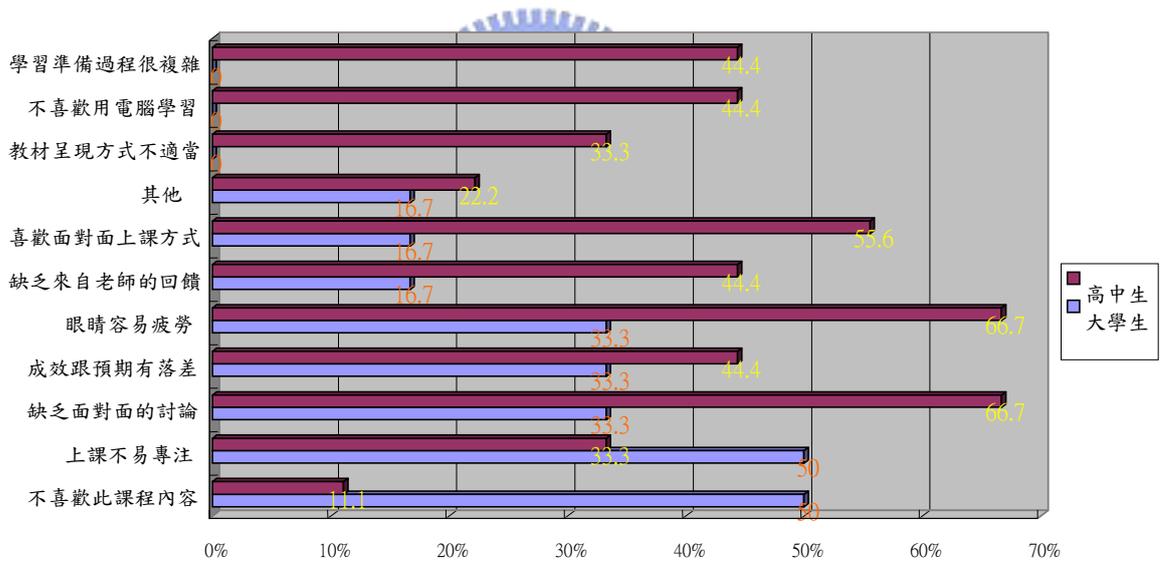


圖 4 學生不喜歡使用線上課程之因素

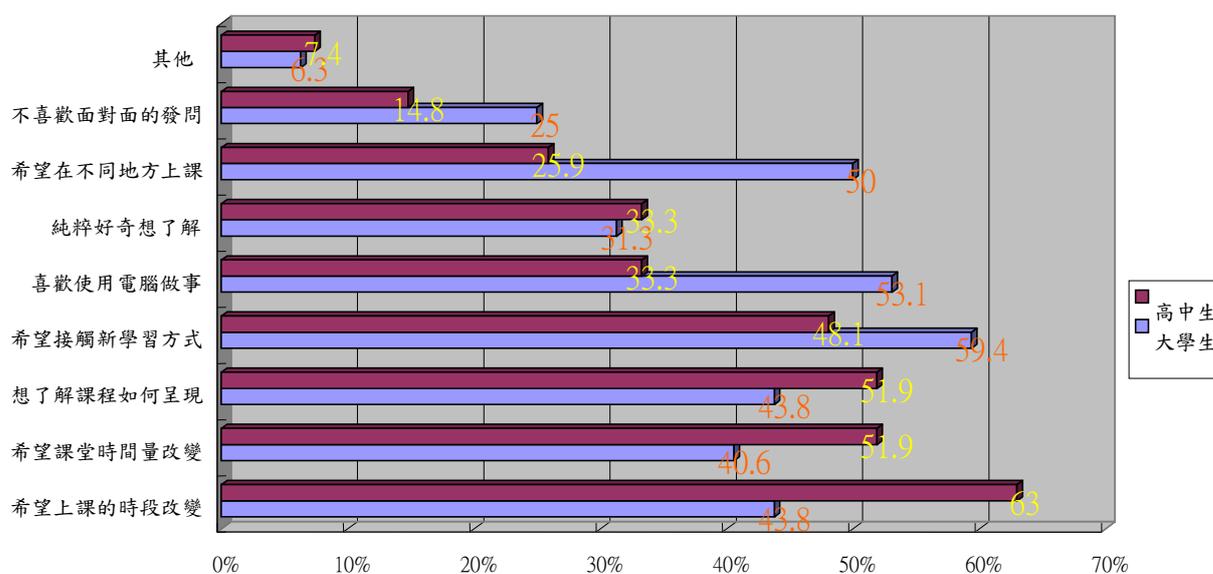


圖 5 學生對使用線上課程感興趣之因素

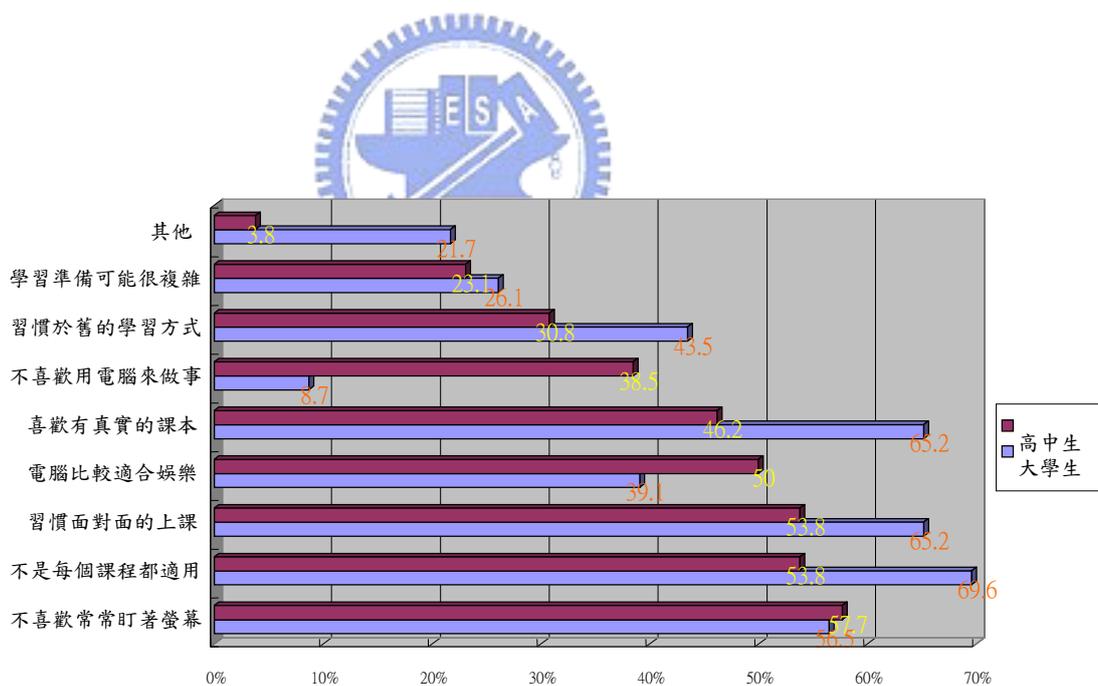


圖 6 學生針對使用線上課程不感興趣之因素

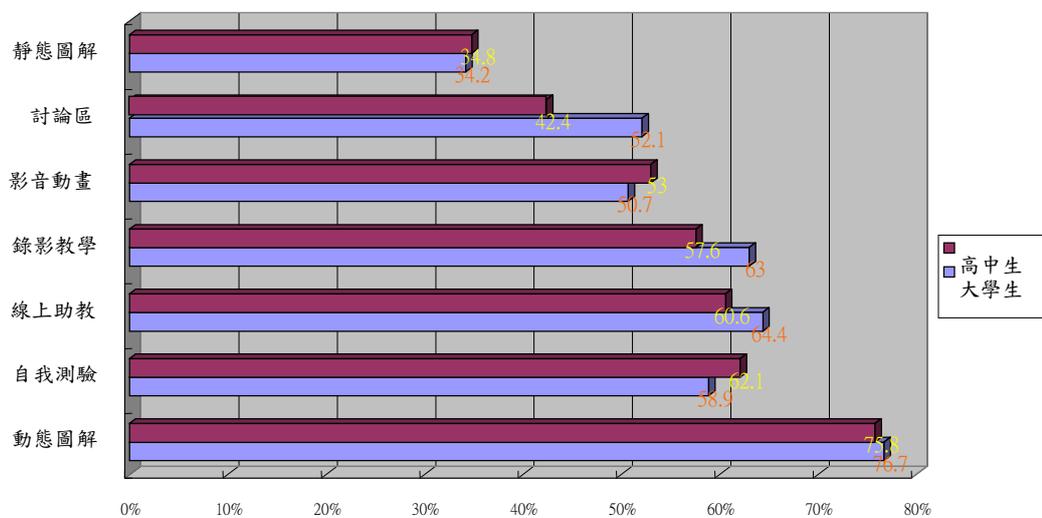


圖 7 學生喜愛線上課程的呈現方式

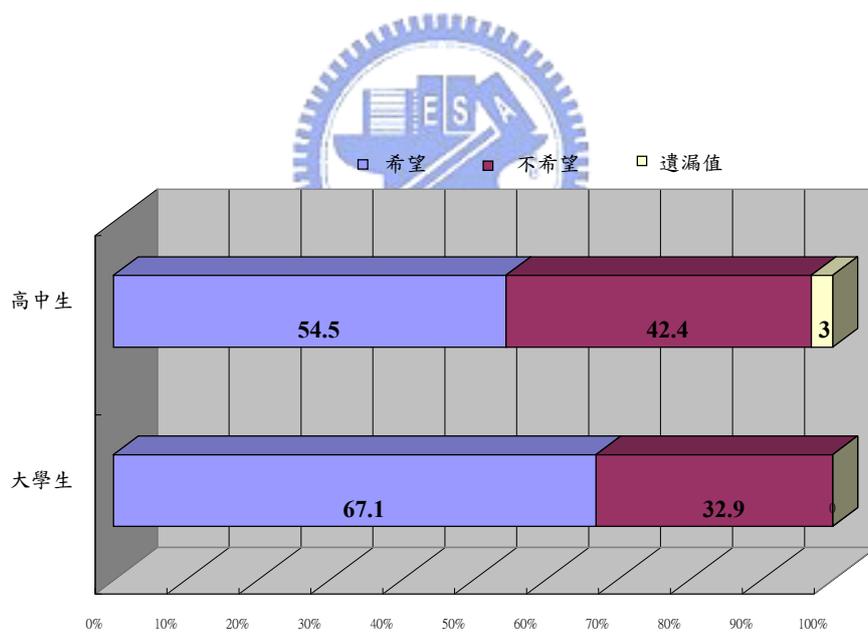


圖 8 學生希望使用線上課程學習或加強微積分概念



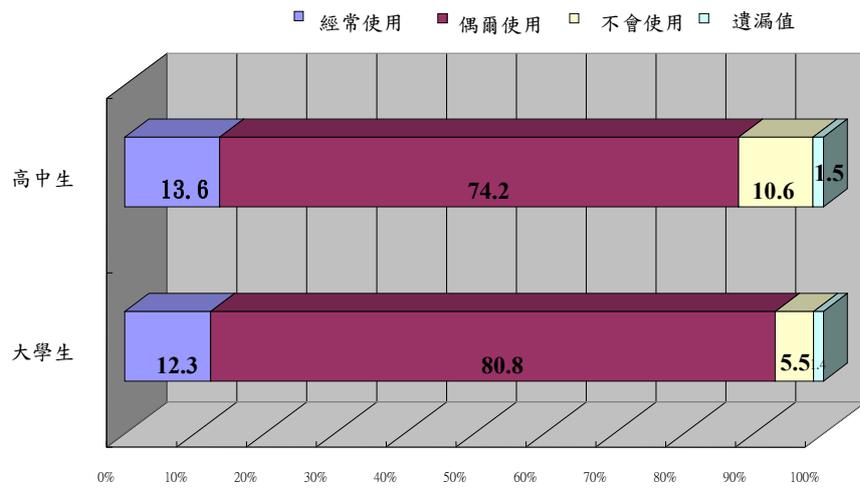


圖 9 學生未來可能使用線上課程討論區之頻率

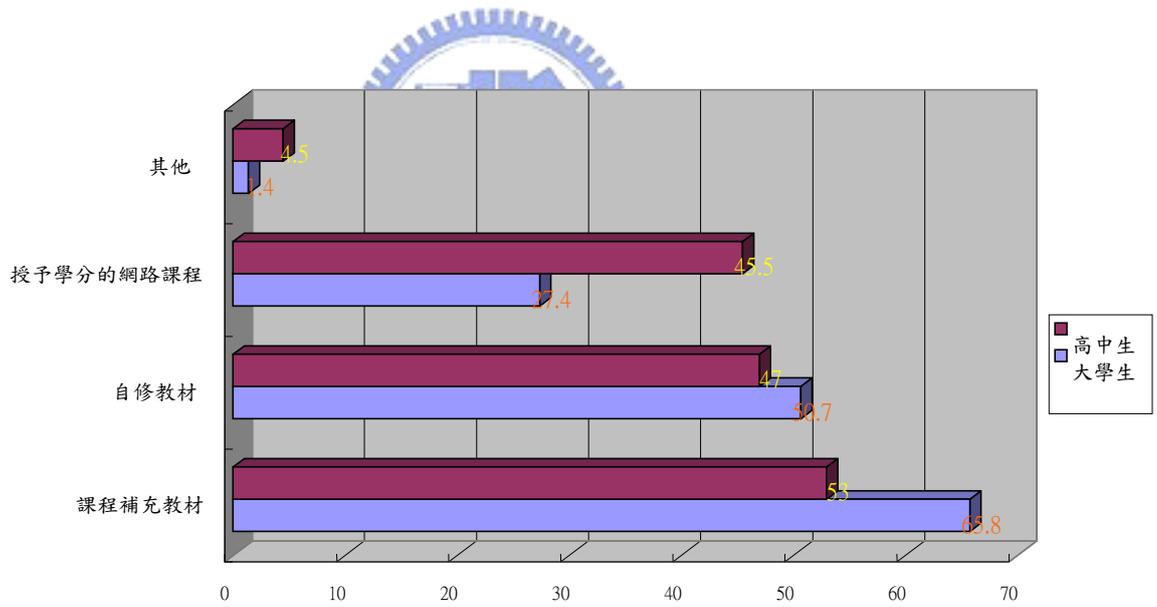


圖 10 學生對本課程的期待

#### 附錄四、教學專家訪談大綱

訪談大綱：

1. 就您的經驗與觀察，學生在學習函數時，最常遇到哪些學習上的困難呢？造成這些學習困難的主要原因為何？請問您通常都是如何協助她們解決這個學習問題？
2. 您認為目前課程內容關於介紹函數的部分有何不足？有何改善之建議？
3. 學生在數學課程中，尤其對於函數單元，會容易有哪些迷思概念？
  - (1) 函數概念（學生對函數定義域的了解程度與圖形式子間的轉換能力），學生通常慣用哪種表徵方式來理解函數呢？(圖形？式子？集合?)
  - (2) 關於指對數函數互為反函數的概念，請問您是如何利用指對數的關係來教導學生反函數的概念呢？請問您在教學時，學生對於反函數有哪些迷失概念呢？
  - (3) 請問您如何教導學生三角函數的概念，同時，學生常見的迷失概念有哪些呢？請問您有教反三角函數的內容嗎？
  - (4) 請問高中數學課程如何來呈現合成函數的概念呢？
6. 是否有畢業學生曾向您反應高中課程所學，對於大學微積分課程有銜接或學習上的困難？您是如何幫助他們改善學習情況呢？
7. 有鑒於推甄生，距離大學開學有將近半年的自由時間，若想為這些學生發展一套線上自學的高中與大學的銜接教材，就內容上，可否請您給予我們一些建議；就實施上，您認為要如何輔導學生來使用這個課程，學校是否應該有相關的配套措施？
8. 目前交大有計畫發展一套線上互動式微積分自學課程，以下為第零章 函數的學習目標與章節細目，希望能透過您豐富的教學經驗給予我們寶貴的建議，謝謝！

## 附錄五、教學專家訪談大綱

訪談大綱：

1. 在您的微積分教學經驗中，您認為學生對函數概念會有哪些迷失概念呢？
2. 您認為函數概念與學習微積分之間的關聯性如何，可否請您描述一下。
3. 從微積分課程的共同課綱中，我發現函數單元雖然在課本列為第一章的部分，但共同課綱中，僅在第一堂課的時間來講解 1.5 指數函數與 1.6 反函數與對數函數。是否教授們認為這些概念是學生已經具備的，因此花費很少的時間在講解這些內容？
4. 承上題，在本校的共同課綱中，特別強調指數函數與反函數概念的講解，是否代表著這兩個概念顯著地影響之後微積分的學習？若是，可否請老師您指出其影響的部分為何？
5. 你認為函數的哪些概念需要特別的強調，或是可以舉哪些特定的例子。
6. 從會考的分析之中，可以看出學生在微積分基本定理的概念是薄弱的，而微積分基本定理事實上牽涉到函數的定義，可能是學生對於這樣的函數定義感到不熟悉，導致學不好微積分基本定理，想請教您對於這個現象的看法與建議。
7. 對於設計函數課程的內容，希望老師您能給予一些內容上的建議與看法，例如：你認為函數的哪些概念需要特別的強調，或是可以舉哪些特定的例子，而有助於幫助之後微積分的學習。

## 附錄六 函數單元學習目標之檢核表

1. 請您就以下的學習目標來檢視高中畢業生所具備的能力有哪些？已具備的能力請打勾。
2. 若您對於哪一項學習目標有疑問或是建議，請您填寫於備註欄上。非常感謝您！（ $\checkmark$  具備  $\triangle$  部分具備  $\times$  未具備  $?$  不清楚）

單元子目標	檢視	備註
0.1.1 給定兩變量的對應關係，能從中判斷此對應關係是否為函數關係。		
0.1.2 能辨別函數圖形。		
0.1.3 能從映射觀點，辨示函數關係。		
0.1.4 能從多種表徵方式如：圖形、式子、表格等，求出給定變量所對應之函數值。		
0.1.5 能從各種不同形式表示的變量數據中，用符號寫出函數式，並求出其定義域。		
0.1.6 能從多種表徵方式如：圖形、式子、表格等，辨別給定之變量是否屬於函數之值域。		
0.1.7 能從多種表徵方式如：圖形、式子、表格等去判斷兩種函數是否相等。		
0.2.1 能操作指數律及對數律之運算。		
0.2.2 能辨示不同底數之指、對數函數圖形。		
0.2.3 給定一個指數或對數函數 $F(x)$ ，能畫出 $aF(bx+c)+d$ 的函數圖形，其中 $a, b, c, d$ 為常數。		
0.2.4 能畫出各種三角函數之圖形。		
0.2.5 給定一個三角函數 $F(x)$ ，能畫出 $aF(bx+c)+d$ 的函數圖形，其中 $a, b, c, d$ 為常數；並能求出其週期及振幅。		
0.2.6 能求出經基本變換後之三角函數圖所對應之函數式。		
0.2.7 從正、餘弦函數圖形之疊合，求出疊合後函數之週期及振幅。		
0.3.1 給一個函數 $F(x)$ 及其圖形，能畫出 $F(x)+c$ 、 $F(x+c)$ 、 $F(cx)$ 、 $cF(x)$ 的函數圖形，其中 $c$ 為常數。		

0.3.2 給定函數式及其圖形，若將函數圖形做基本變換，能求出經過基本變換後的圖形所對應之函數式。		
0.4.1 給定兩實函數之代數式，能寫出兩實函數四則運算後的代數式及其定義域。		
0.4.2 能求出實函數四則運算後給定變量之函數值。		
0.4.3 給定兩個實函數圖形，能辨別出其經四則運算後之函數圖形。		
0.4.4 能利用表格求出兩實函數四則運算後的函數值。		
0.5.1 給定兩函數能求出合成函數之定義域及值域。		
0.5.2 能從映射觀點求出合成函數之函數值。		
0.5.3 能操作函數之合成的代數式運算。		
0.5.4 能利用表格求出合成函數之函數值。		
0.5.5 能利用圖形求出合成函數之函數值。		
0.6.1 給定兩變量的對應關係，能從中判斷此對應關係是否為一對一函數關係。		
0.6.2 能辨示一對一函數的圖形。		
0.6.3 能從映射觀點判斷函數是否為一對一。		
0.6.4 給定兩函數式，能判斷其合成函數是否為一對一。		
0.6.5 能從函數之代數式及其定義域、值域辨別是否存在反函數。若存在，並能寫出其反函數之代數式。		
0.6.6 能從映射觀點判斷其是否存在反函數，若存在，並能寫出其反函數的對應關係。		
0.6.7 能利用表格求出給定變量的反函數值。		
0.6.8 能從函數圖形判別是否存在反函數並繪出反函數之圖形。		

十分地感謝老師您願意撥空接受訪談!! 我會好好地珍惜老師您的經驗與建議，做出符合學生需求的線上教材，再次感謝您!! 謝謝!

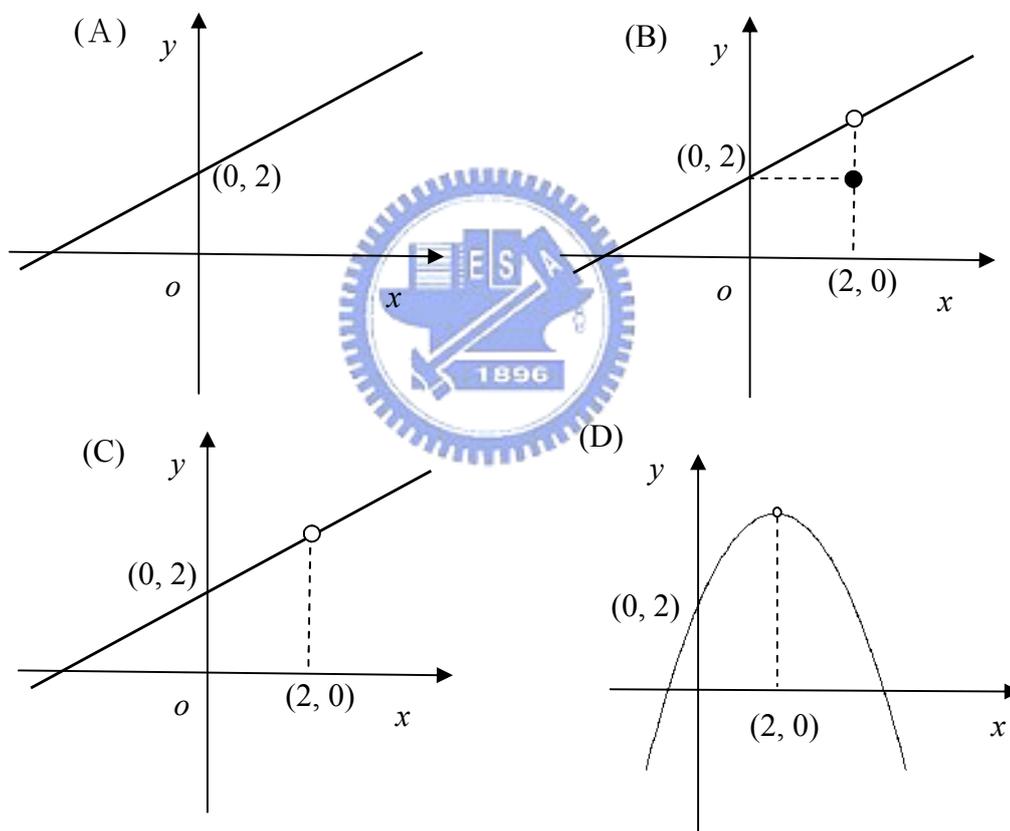
附錄七 函數概念測驗問卷試題(前測)

一、選擇與填充

1. 求出函數  $h(x) = \frac{4-x^2}{2-x}$  的定義域，並選出其正確圖形。

定義域：\_\_\_\_\_

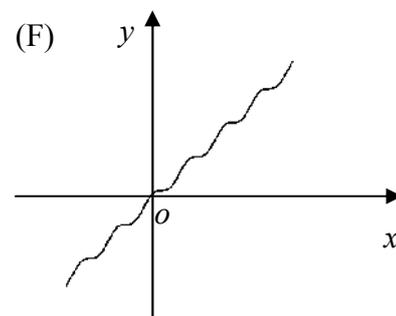
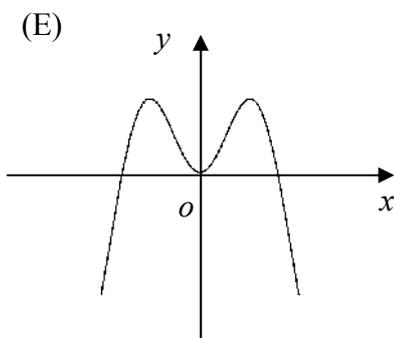
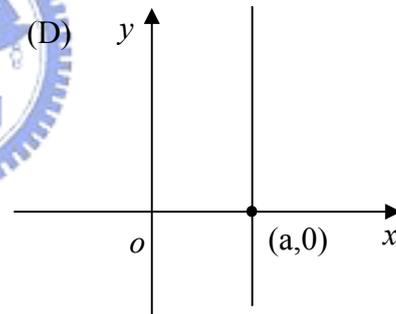
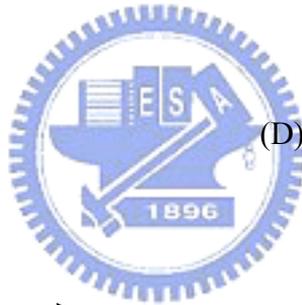
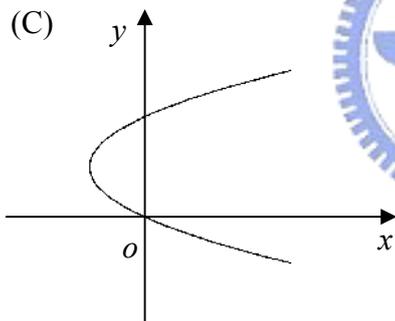
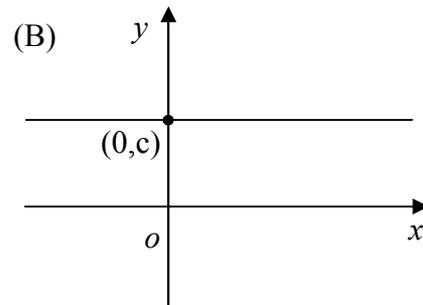
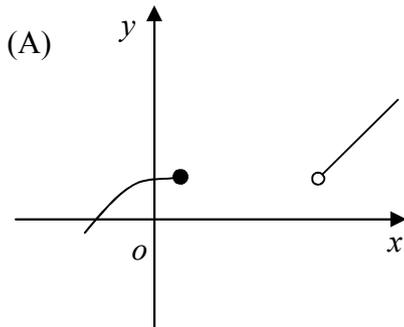
圖形：\_\_\_\_\_ (請填代號)



2. 下列各圖形中，哪些是函數圖形？哪些不是？

函數圖形：\_\_\_\_\_（請填代號）

非函數圖形：\_\_\_\_\_（請填代號）

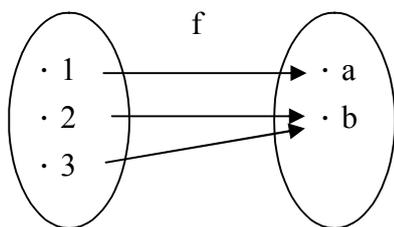


3. 下列各函數，哪些是一對一函數？ 哪些是映成函數？

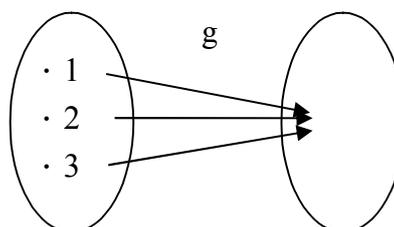
一對一函數：\_\_\_\_\_（請填代號）

映成函數：\_\_\_\_\_（請填代號）

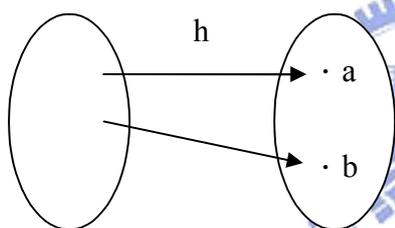
(A)



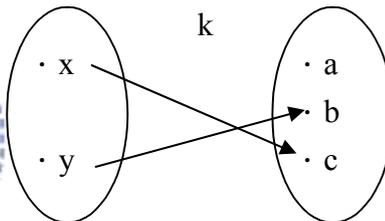
(B)



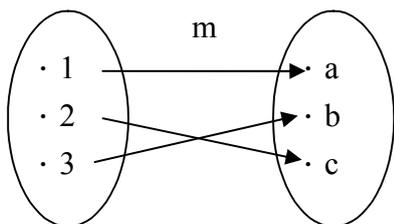
(C)



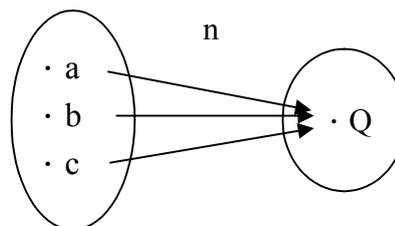
(D)



(E)

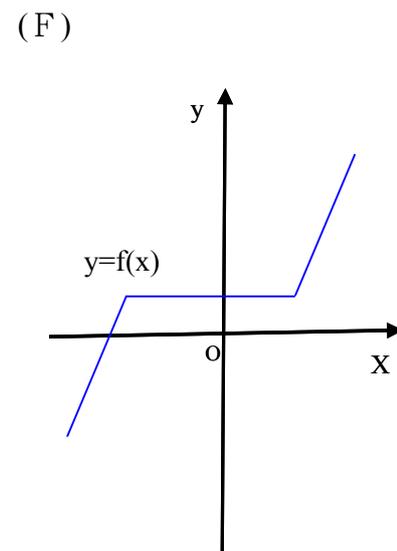
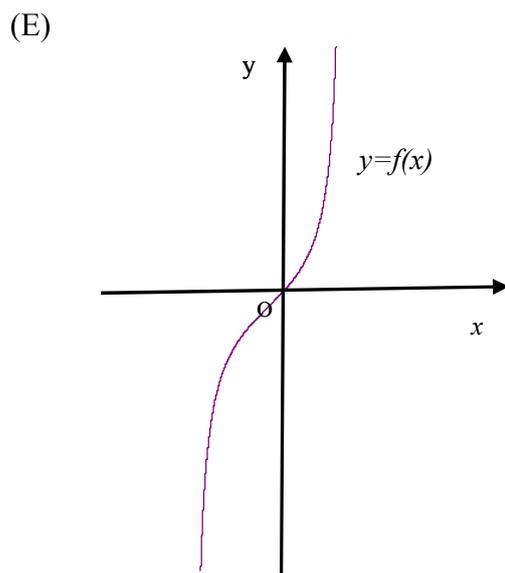
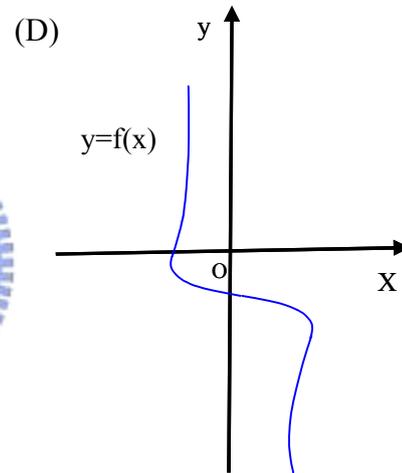
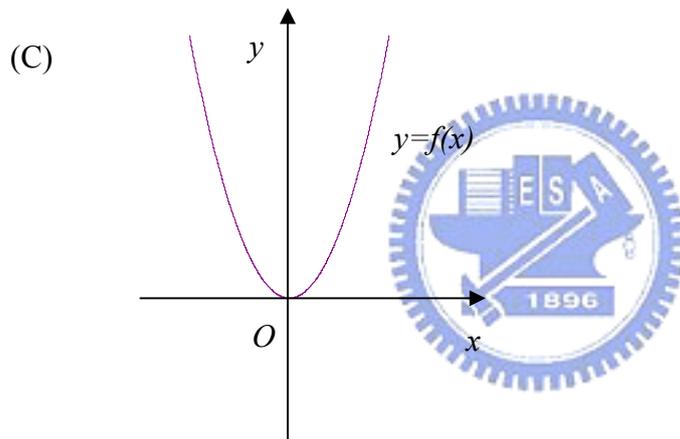
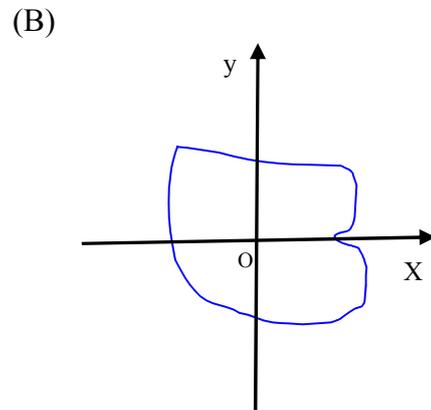
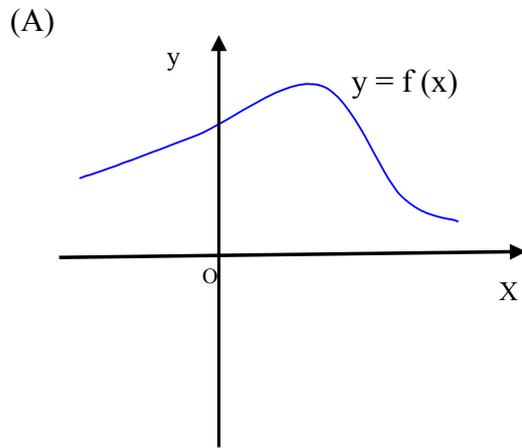


(F)





4. 下列哪個圖形為一對一函數圖形？ \_\_\_\_\_ (請填代號)



5. 利用下表，回答各小題的問題：

$x$	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	3	1	2	2	-1	5
$g(x)$	6	4	0	1	2	3

- \_\_\_\_\_ (1)  $(f+g)(3)=?$  (a) 2 (b) 1 (c) 無法得知  
 \_\_\_\_\_ (2)  $(fg)(0)=?$  (a) 0 (b) 4 (c) 無法得知  
 \_\_\_\_\_ (3)  $(g-f)(-1)=?$  (a) -3 (b) 3 (c) 無法得知  
 \_\_\_\_\_ (4)  $(\frac{f}{g})(1)=?$  (a) 1 (b) 2 (c) 無法得知

\_\_\_\_\_ 6. 設  $a > 0$  且  $a \neq 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x})$ ,  $g(x) = \frac{1}{2}(a^x - a^{-x})$ ,

則下列何者正確？

- (A)  $2[f(x)]^2 = 1 + f(2x)$  (B)  $2[g(x)]^2 = 1 - g(2x)$   
 (C)  $[f(x)]^2 + [g(x)]^2 = 1$  (D)  $[f(x)]^2 - [g(x)]^2 = 1$   
 (E)  $f(x-y) = f(x)f(y) - g(x)g(y)$   
 (F)  $f(x+y) = f(x)f(y) + g(x)g(y)$

7. 以下有六個函數：

$$f_1(x) = 2x - 3, f_2 = \sin x, f_3(x) = x^2 + 1, f_4 = 3^x$$

請依序回答下列問題。

(1) 哪幾個函數是一對一函數？哪些是映成函數？

(2) 以下合成函數何者為一對一函數？何者是一對一且映成函數？

- (A)  $f_1 \circ f_4$  (B)  $f_1 \circ f_2$  (C)  $f_2 \circ f_3$  (D)  $f_1 \circ f_3$

## 二、計算題

1. 下列各小題的函數是否有反函數存在，若存在，請求出其反函數。

(1)  $f(x) = x + 1$

(2)  $h(x) = x^2 - 4$

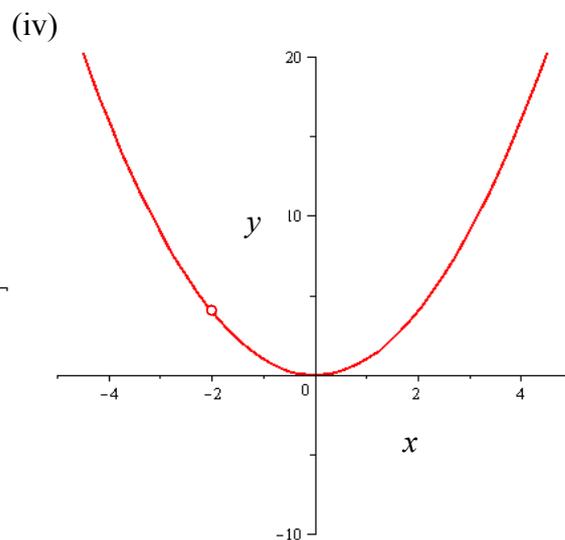
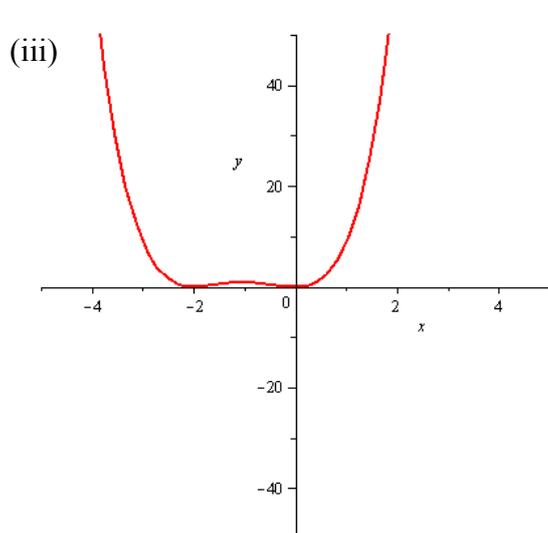
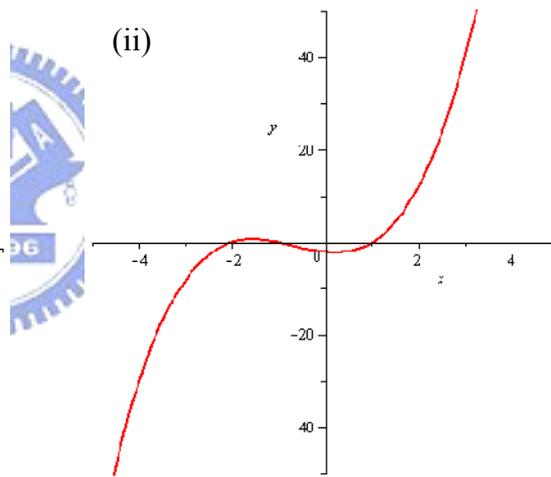
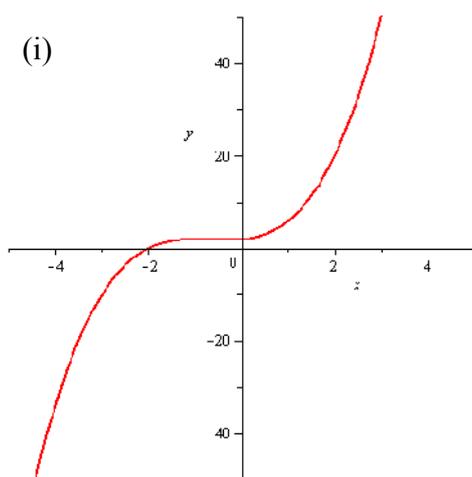
(3)  $g(x) = \sqrt{4+x}$

2. 試判斷  $f(x) = \sqrt{4-x^2}$   $0 \leq x \leq 2$  是否有反函數。若是，請找出其反函數並找出其定義域。



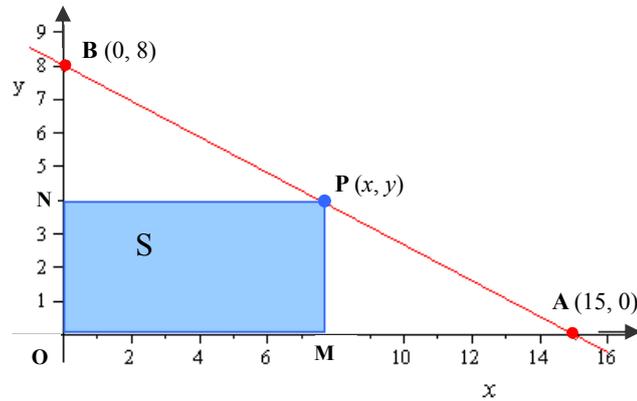
3. (1) 假設  $f(x) = x^3 + 2x^2$ 、 $g(x) = x + 2$ ，試求函數 (a)  $f + g$ 、(b)  $f - g$ 、(c)  $fg$ 、  
 (d)  $\frac{f}{g}$  及其定義域

- (2) 承上題，請選出函數(a)(b)(c)(d)的圖形分別為何。\_\_\_\_\_ (請填代號)



### 三、應用題

1. 如下圖，座標平面上兩點  $A(0, 8)$ 、 $B(15, 0)$ ，試著回答下列問題：



- (1) 在線段  $\overline{AB}$  上有一動點  $P(x, y)$ ，試求出  $x$  與  $y$  的關係式。
- (2) 若動點  $P$  沿著  $B$  向  $A$  移動，且與兩軸形成矩形  $PMON$  (如圖所示)，假設矩形的面積為  $S$ ，試問當  $x=5$  時，面積  $S$  為多少？
- (3) 試著求出面積  $S$  與  $x$  的關係式，並判斷是否為函數關係。
- (4) 承(3)，若為函數關係，試求此函數的定義域與值域。



2. 隨著油價升高，計程車資也隨之調漲，以下為 07 年 10 月計算標準：

里程 $x$ (km)	起跳到 1.5 公里	$1.5 < x \leq 1.8$	$1.8 < x \leq 2.1$	$2.1 < x \leq 2.4$	...
車資 $y$ (NT)	70	75	80	85	...

前 1.5 公里車資為 70 元，以後每 300 公尺跳 5 元，試回答下列問題：

- (1) 能否用一個式子來表示里程  $x$  與車資  $y$  之間的關係呢？
- (2) 已知交大光復校區到火車站距離 4.9 公里，某交大學生身上只有 150 元，是否能從光復校區乘坐計程車到火車站搭火車呢？

===== 問卷 =====

- \_\_\_\_\_ 1. 題目難度：(1) 非常容易 (2) 容易 (3) 普通 (4) 困難 (5) 非常困難
- \_\_\_\_\_ 2. 題目語意：(1) 容易明瞭 (2) 還算明瞭 (3) 不太懂題意 (4) 很難了解題意
- \_\_\_\_\_ 3. 圖形：(1) 非常清楚 (2) 清楚 (3) 普通 (4) 不清楚 (5) 非常不清楚

4. 若你有任何的建議與想法，歡迎你寫下來給我。



最後，非常地感謝你對本測驗的細心作答。



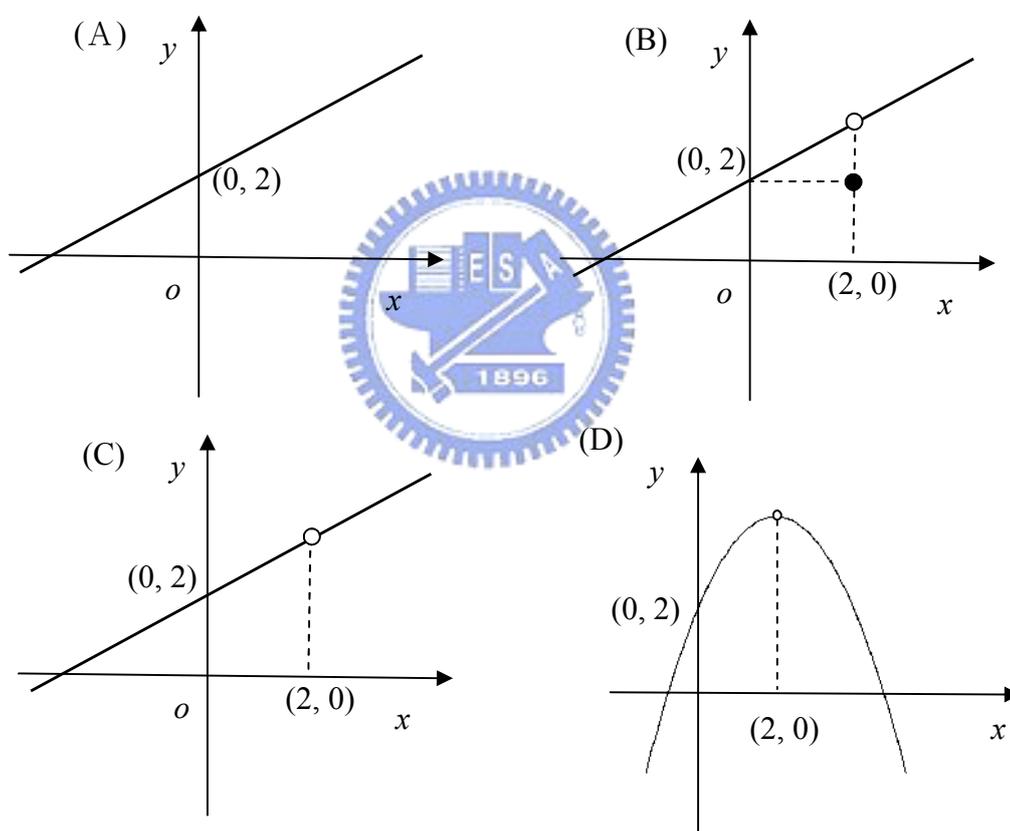
附錄八 函數概念測驗問卷試題(後測)

一、選擇與填充

1. 求出函數  $h(x) = \frac{4-x^2}{2-x}$  的定義域，並選出其正確圖形。

定義域：\_\_\_\_\_

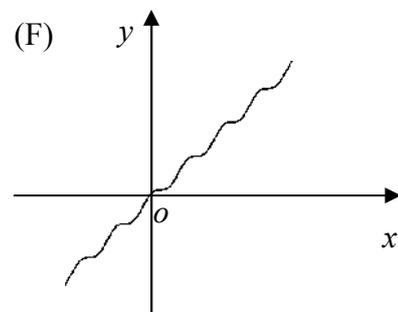
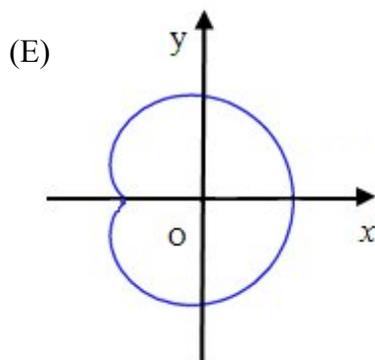
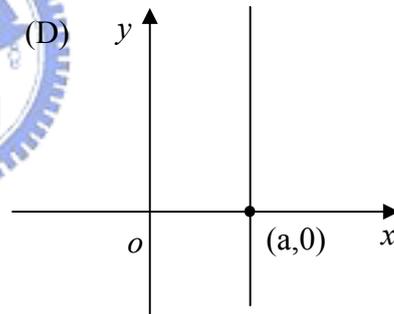
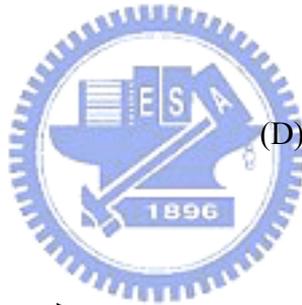
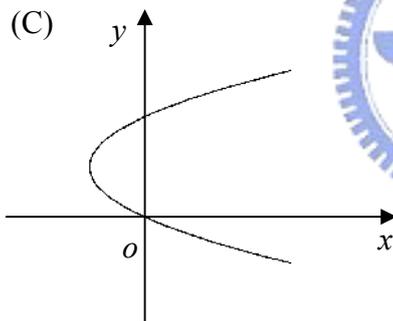
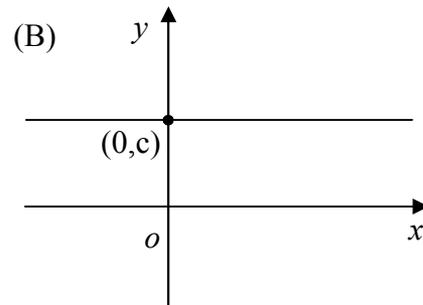
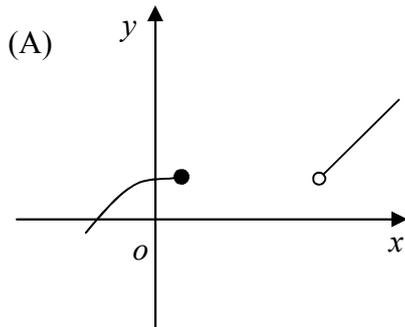
圖形：\_\_\_\_\_ (請填代號)



2. 從下列圖形中，請判斷哪些  $y$  是  $x$  的函數？哪些不是？

$y$  是  $x$  的函數圖形：\_\_\_\_\_（請填代號）

非  $y$  是  $x$  的函數圖形：\_\_\_\_\_（請填代號）



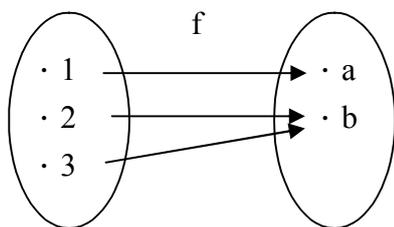


3. 下列各函數，哪些是一對一函數？ 哪些是映成函數？

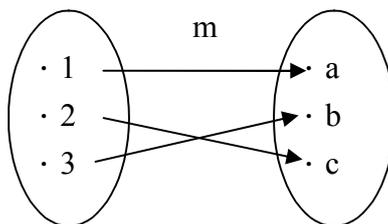
一對一函數：\_\_\_\_\_（請填代號）

映成函數：\_\_\_\_\_（請填代號）

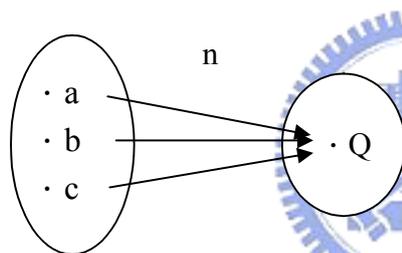
(A)



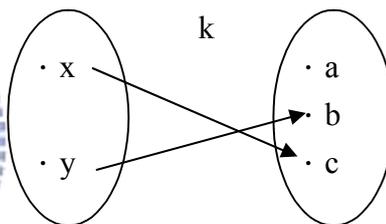
(B)



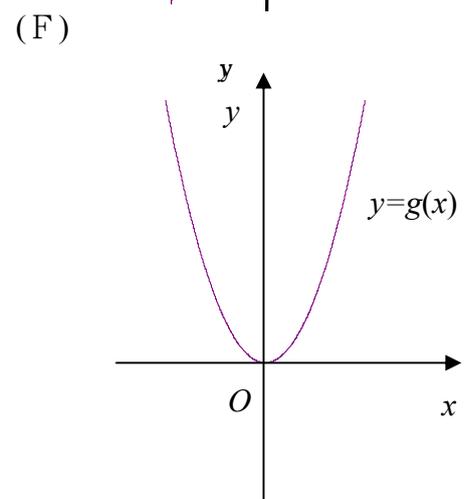
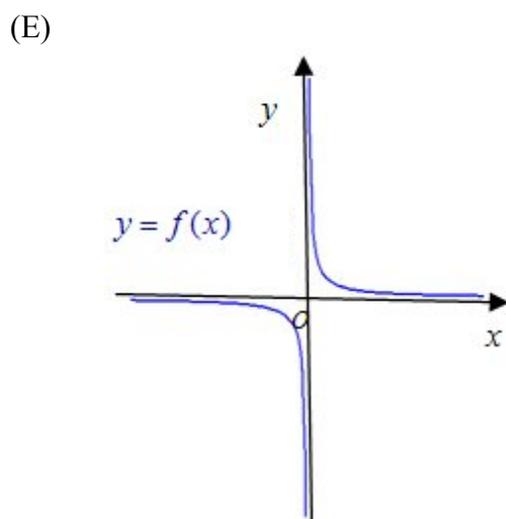
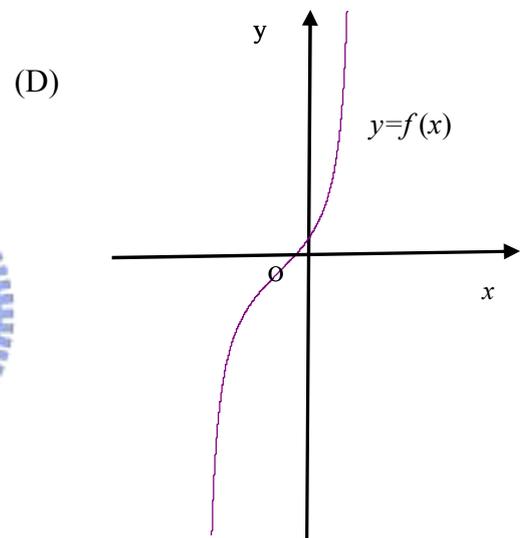
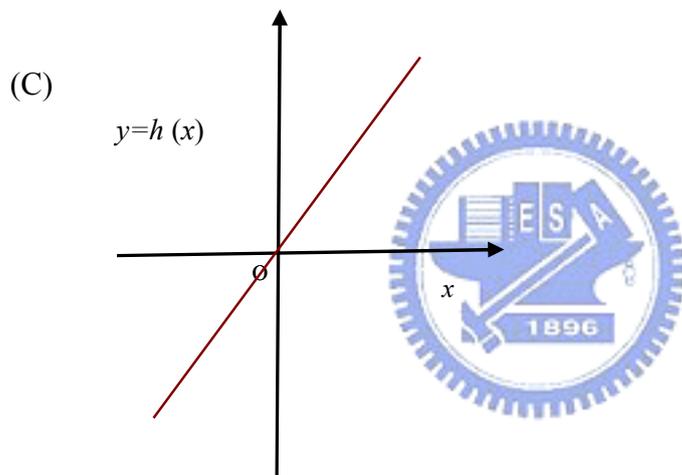
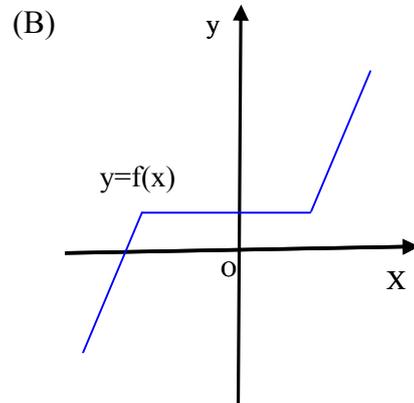
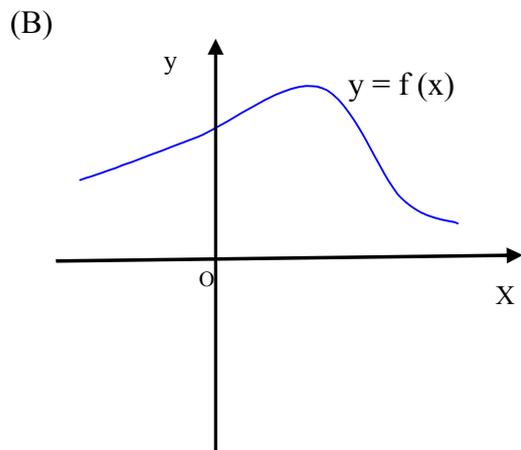
(C)



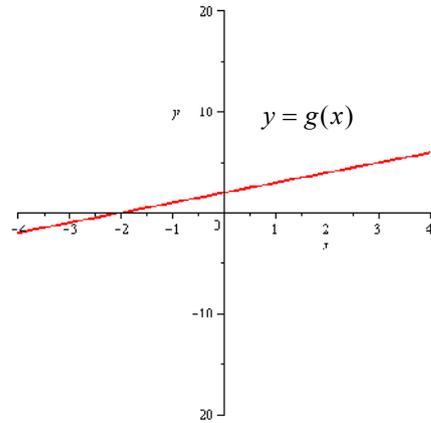
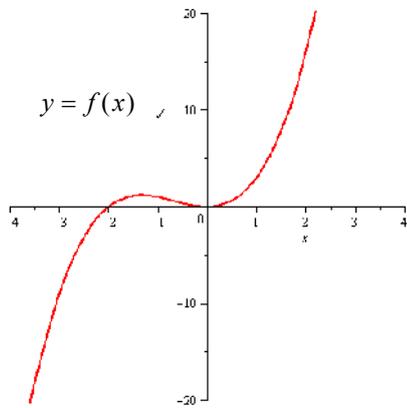
(D)



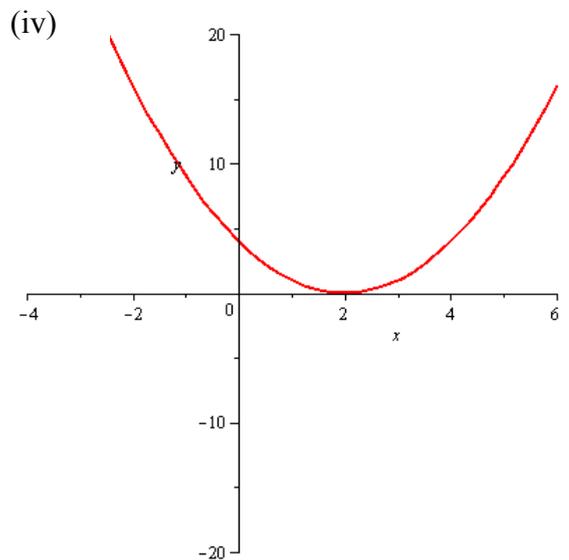
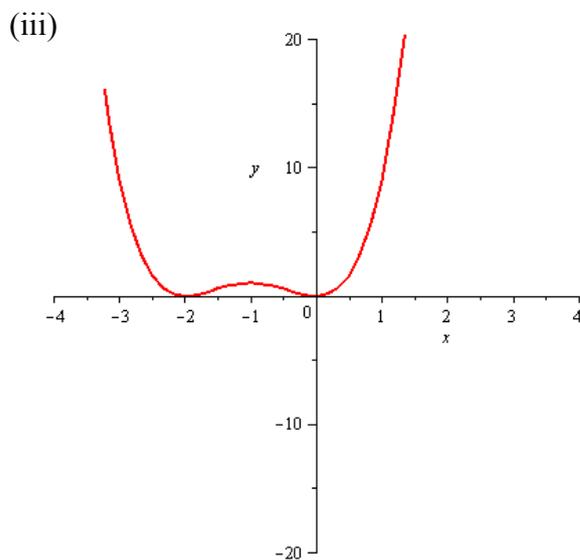
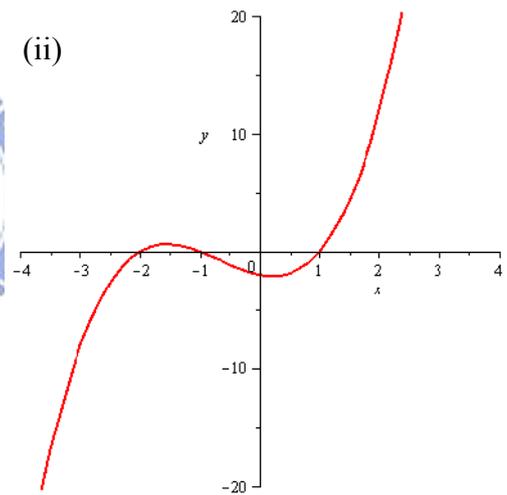
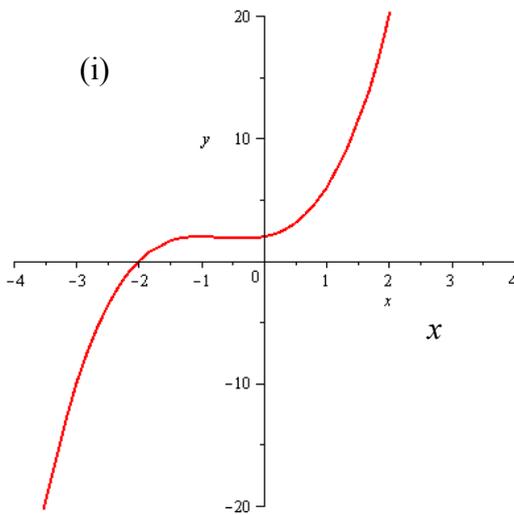
4. 下列哪個圖形為一對一函數圖形？ \_\_\_\_\_ (請填代號)



5. 下圖分別為函數  $f$  與函數  $g$  的圖形：

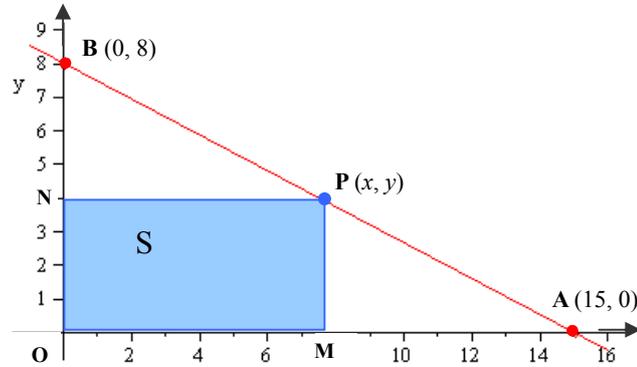


下列何者可能是函數  $f - g$  的圖形？ \_\_\_\_\_ (請填代號)



### 三、應用題

1. 如下圖，座標平面上兩點  $A(0, 8)$ 、 $B(15, 0)$ ，試著回答下列問題：



- (1) 在線段  $\overline{AB}$  上有一動點  $P(x, y)$ ，若動點  $P$  沿著  $B$  向  $A$  移動，且與兩軸形成矩形  $PMON$ (如圖所示)，假設矩形的面積為  $S$ ，試著求出面積  $S$  與  $x$  的關係式，並判斷是否為函數關係。
- (2) 承(1)，若為函數關係，試求此函數的定義域與值域。



2. 試判斷  $f(x)=x^3+2$  是否有反函數。若是，請找出其反函數並找出其定義域。

附錄九 反函數前後測答題分析結果

題目	E	前測	1	
	分析項目	(N=42)	2	
1. 求出函數 $h(x)=\frac{4-x^2}{2-x}$ 的定義域。	答對率:	33%	75.6%	
	答對人數	14	31	
	未作答人數	7	2	
	答錯人數	21	8	
	<b>答錯分析</b>			
	$x \in \mathbb{R}$	14	4	
	$x \in \mathbb{Q}$	3	1	
	$x \in \mathbb{N}$	0	1	
	$x > 2$	1	0	
	$x \in \mathbb{R} / \{0\}$	0	1	
定義域概念模糊*1	0	1		
無集合概念*2	3	0		
題目	分析項目	前測 (N=42)	後測 (N=41)	
2. 選出 $h(x)=\frac{4-x^2}{2-x}$ 的圖形。	答對率:	48%	73%	
	答對人數	24	30	
	未作答人數	1	0	
	答錯人數	17	11	
	<b>答錯分析</b>			
	A	3	4	
	B	4	4	
	D	10	3	
	題目	分析項目	前測 (N=42)	後測 (N=41)
	3. 判斷哪些 $y$ 是 $x$ 的函數圖形?(複選)	答對率:	28.5%	37%
答對人數		12	15	
未作答人數		0	0	
答錯人數		30	26	
<b>答錯分析</b>				
A		20	18	
B		4	5	
C		17	4	
D		17	8	

題目	分析項目	前測 (N=42)	後測 (N=41)
4. 判斷哪些不是 $y$ 是 $x$ 的函數圖形?(複選)	答對率:	31%	39%
	答對人數	14	16
	未作答人數	0	0
	答錯人數	28	25
	<b>答錯分析</b>		
	A	20	16
	B	4	5
	C	16	3
	D	13	9
E	3	1	
F	10	1	
題目	分析項目	前測 (N=42)	後測 (N=41)
5. 從各函數的映射關係, 哪些是一對一函數?(複選)	答對率:	55%	85%
	答對人數	23	35
	未作答人數	1	0
	答錯人數	18	6
	<b>答錯分析</b>		
	A	3	0
	B	2	0
	C	3	0
	D	8	6
E	3	0	
F	3	0	
題目	分析項目	前測 (N=42)	後測 (N=41)
6. 從各函數的映射關係, 哪些是映成函數?(複選)	答對率:	10%	73%
	答對人數	4	30
	未作答人數	2	0
	答錯人數	36	11
	<b>答錯分析</b>		
	A	15	4
	B	12	7
	C	6	1
D	6	2	

	E	25	1
	F	14	1
<b>題目</b>	<b>分析項目</b>	<b>前測 (N=42)</b>	<b>後測 (N=41)</b>
7. 選出下列哪些是一對一函數圖形。(複選)	答對率:	19%	46.3%
	答對人數	8	19
	未作答人數	0	0
	答錯人數	34	22
	<b>答錯分析</b>		
	A	20	16
	B	0	4
	C	14	1
	D	6	3
	E	4	6
F	18	3	
<b>題目</b>	<b>分析項目</b>	<b>前測 (N=42)</b>	<b>後測 (N=41)</b>
8. 給定函數 $f$ 與函數 $g$ 的圖形，是選出下列何者為 $f-g$ 的圖形。	答對率:	45.2%	78%
	答對人數	19	32
	未作答人數	12	2
	答錯人數	11	7
	<b>答錯分析</b>		
	i	7	6
	ii	2	0
	iii	1	0
iv	1	1	
<b>題目</b>	<b>分析項目</b>	<b>前測 (N=42)</b>	<b>後測 (N=41)</b>
9. 在線段 $\overline{AB}$ 上有一動點 $P(x, y)$ ，若動點 $P$ 沿著 $B$ 向 $A$ 移動，且與兩軸形成矩形 $PMON$ (如圖所示)，假設矩形的面積為 $S$ ，試著求出面積 $S$	答對率:	50%	73%
	答對人數	21	30
	未作答人數	18	3
	答錯人數	3	8
	<b>答錯分析</b>		
	認為不是函數關係	2	2
	認為是函數關係，但關係式寫錯：		
$y = \frac{8}{15}x + 8$	1	3	

與 $x$ 的關係式，並判斷是否為函數關係。	$8x+15y=120$	0	1
	$S=\frac{8}{15}x^2$	0	1
	$S=xy$	0	1
<b>題目</b>	<b>分析項目</b>	<b>前測 (N=42)</b>	<b>後測 (N=41)</b>
10. 若為上述(9.)關係為函數關係，試求此函數的定義域與值域。	答對率:	19%	58%
	答對人數	8	24
	未作答人數	23	9
	答錯人數	11	8
	<b>答錯分析</b>		
	定義域與值域範圍都錯	3	1
	僅定義域答對	4	5
	僅值域答對	0	2
	無定義域與值域概念*3	4	0
<b>題目</b>	<b>分析項目</b>	<b>前測 (N=42)</b>	<b>後測 (N=41)</b>
11. 試判斷 $f(x)=x^3+2$ 是否有反函數。若是，請找出其反函數並找出其定義域。	答對率:	28.5%	24.3%
	答對人數	12	10
	未作答人數	26	23
	答錯人數	4	8
	<b>答錯分析</b>		
	認為沒有反函數	3	1
	雖求出正確的反函數但其反函數的定義域範圍錯了	1	6
	求出的反函數是錯誤的	0	1

\*1：定義域概念模糊，學生不了解何謂定義域。ex: 該生答案為  $h(x) \neq 2$

\*2、\*3：從其答案發現該生不會利用集合表示定義域及值域。



## 附錄十、個別評鑑訪談大綱

### 一、個別評鑑(I) 訪談大綱如下：

- (1) 本課程教學策略運用是否恰當？例題與內容的安排是否有助於學習？
- (2) 課程步調呈現是否適當？
- (3) 課程難度是否合宜？
- (4) 課程內容的正確性如何？有錯誤的地方嗎？
- (5) 整體而言，你對該課程的建議與看法。

### 二、個別評鑑(II) 訪談大綱如下：

- (1) 舉出這個介面的優缺點。
- (2) 介面的顯示是否清楚、字數是否適當、操作是否流暢？
- (3) 課程內容安排是否適宜？
- (4) 利用 flash(DIGT)動態回饋機制對你的學習有無幫助？
- (5) 課程安排是否能引起你的學習動機與幫助你概念理解？
- (6) 建議能夠增加的項目或修正的部分。

附錄十一、Anicam 側錄內容觀察紀錄表

學生代號：				
一、各小節內容平均花費的時間(時:分:秒)				
函數定義	指數函數	反函數	四則運算	
二、在瀏覽課程時，採取的學習策略				
策略\內容	函數定義	指數函數	反函數	四則運算
逐字閱讀				
先看整體後， 再依順序閱讀				
先看整體後， 直接作答。				
直接作答後， 遇到不會的題 目再看內容。				
直接作答後， 完全不看內容。				
三、值得注意的個別行為				
時間(時:分:秒)	學生當時行為			

附錄十二、專家課程評鑑表

專家課程評鑑表					
評鑑面向	評鑑內容	非常同意	同意	不同意	非常不同意
內容性	提供學習目標之所需的所有教材				
	課程內容適合學習者程度				
	課程呈現步調節奏得宜				
	課程重點都適當強調				
	課程內容編排得宜				
	課程內容正確無誤				
	課程中使用的專有名詞皆已適當定義。				
設計性	課程設計能夠引起學生學習動機				
	教學策略確實能幫助學生學習				
	教學策略符合課程設計理論與原則				
	課程給學生清晰完整的學習指引				
	介面提供追蹤功能紀錄學習者以讀取或完成的課程等				
	介面操作難易度適中				
	介面具有完善的瀏覽功能				
	圖形清楚且輪廓鮮明				
	文字清楚與背景有適當的對比				
	問答回饋機制能幫助學生建立正確觀念				
一致性	教材內容與學習目標相符				
	學習目標及內容符合學生需求				
	介面設計具有一致性				
可行性	學生能依據其需求隨時隨地在線上瀏覽課程				
	學生能確實從本課程得到收穫				
	我會推薦學生使用本課程				

對於課程的建議：

### 附錄十三、函數單元—課程內容問卷

- \_\_\_\_\_ 1. 整體內容：(1) 容易明瞭 (2) 還算明瞭 (3) 不太懂 (4) 很難了解
- \_\_\_\_\_ 2. 例題語意：(1) 容易明瞭 (2) 還算明瞭 (3) 不太懂題意 (4) 很難了解題意
- \_\_\_\_\_ 3. 函數定義的課程內容：
- (1) 容易明瞭
- (2) 還算明瞭，建議：\_\_\_\_\_
- (3) 不太懂，例如：\_\_\_\_\_
- (4) 很難了解，例如：\_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_ 4. 反函數的課程內容：
- (1) 容易明瞭
- (2) 還算明瞭，建議：\_\_\_\_\_
- (3) 不太懂，例如：\_\_\_\_\_
- (4) 很難了解，例如：\_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_ 5. 函數四則運算的課程內容：
- (1) 容易明瞭
- (2) 還算明瞭，建議：\_\_\_\_\_
- (3) 不太懂，例如：\_\_\_\_\_
- (4) 很難了解，例如：\_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_ 6. 指數函數的課程內容：
- (1) 容易明瞭
- (2) 還算明瞭，建議：\_\_\_\_\_
- (3) 不太懂，例如：\_\_\_\_\_
- (4) 很難了解，例如：\_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_ 7. 透過此線上課程，對於你的函數概念的建立是否有幫助：
- (1) 幫助很大 (2) 還算有幫助 (3) 沒什麼幫助 (4) 完全沒有幫助

附錄十四、函數單元—課程滿意度調查

<p style="text-align: center;"><b>課程滿意度</b></p> <p>填答說明：請您依據參與 OLI 課程經驗予以客觀評價與提供意見反應</p> <p style="text-align: center;">，並於適當的 <input type="checkbox"/> 中打「✓」，請全部作答。</p>	非常 同意	同 意	不 同 意	非 常 不 同 意
1. 課程內容安排得宜，難易度適中。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. 教材內容的安排與活動能引起我的學習動機。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. 函數單元之例題語意簡單明瞭。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. 所安排之自我評量方式能幫助我建立正確概念。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. 參與此線上課程確實能有助於我函數概念的建立。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. 課程內容字體適中。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. 課程版面設計清楚適當。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. 學習介面簡單易上手。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. 圖形能清楚呈現。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Did I get this (DIGT)概念練習中的 Hint 或提示能幫助我正確答題。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. DIGT 概念練習中的動態回饋對學習確實有幫助。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. 使用 DIGT 概念練習確實能幫助我建立正確概念。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. 整體來說，我很喜歡此課程。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14. 整體來說，我覺得課程所帶來的學習成效不錯。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15. 若未來開放完整課程之後，我願意使用 OLI 課程來自我學習。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16. 若未來開放完整課程之後，我願意推薦朋友使用 OLI 課程來自我學習。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. 其他意見陳述：				