

國立交通大學
運輸科技與管理學系
碩士論文

供需不平衡下的計程車派車模式

**The unequilibrium demand and supply model
for taxi dispatching**



研究生：劉詩敏
指導教授：王晉元

中華民國 九十六 年 六月

供需不平衡下的計程車派車模式

The unequilibrium demand and supply model for taxi dispatching

研究生：劉詩敏

Student : Shih-Min Liu

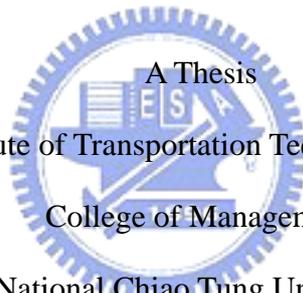
指導教授：王晉元

Advisor : Jin-Yuan Wang

國立交通大學

運輸科技與管理學系

碩士論文



Submitted to Institute of Transportation Technology and Management

College of Management

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirement

for the Degree of Master of Science

in Transportation Technology and Management

June 2007

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年六月

供需不平衡下的計程車派車模式

學生姓名：劉詩敏

指導教授：王晉元

國立交通大學運輸科技與管理學系碩士班

摘要

對於計程車派遣中心而言，如何能根據需求來進行適當的車輛調度為最重要的一項課題，有效率的調度方式可以讓計程車的載客率提高，空車巡迴繞車時間減少，也可以滿足顧客需求。

然而實際的計程車司機在選擇等待區位時，往往會根據過去的經驗法則去選擇區位等待顧客，因此常會發生有較多需求的地方會吸引過多的司機前往演變成供過於求，而需求較少的地方反倒沒有司機前往，導致需求無法被滿足，再加上現行的計程車供給數量是多過於需求，因此要如何派遣既有的計程車去滿足各區各時段的需求成為重要的課題。對於派遣中心而言，要衡量各區的供需狀況主要是根據各區的空車閒置時間來作一個衡量，閒置時間過長的地區代表該區供過於求，反之閒置時間過短則代表需求無法被滿足，因此閒置時間也將是本研究在計算各區供需狀況衡量的主要考慮因素。

本研究將發展一套利用路網概念的數學模式，從該模式可以得知各區的空車閒置時間，進而知道如何分派既有的計程車去滿足各區所產生的需求。本研究也將利用兩個可以預測結果的範例去印證模式具有極佳的解釋性，從模式計算出來的結果也發現符合先前預測的狀況。

關鍵詞：計程車、派遣、路網模式

The unequilibrium demand and supply model for taxi dispatching

Student : Shih-Min Liu

Advisor : Jin-Yuan Wang

Department of Transportation Technology & Management

ABSTRACT

How to allocate taxis properly and effectively in order to meet the demands is an important issue for taxi dispatching centers. A well designed allocation plan can meet the demands in each area, reduce for waiting time for drivers, and increase the service level.

Traditionally, taxi drivers select their cruising regions based on the amount of demands. The drawback is that the areas with more demands usually attract too many taxis and result in long idle time. On the contrary, customers in low-demand areas may spend more time on waiting for a vacant taxi. The purpose of this research is proposing a model for generating an effective taxis allocation plan considering the unequilibrium of demand and supply.

A network model and its associated solution procedures are developed to address this issue. We use several examples to test the performance and correctness of our model. The testing results show that the model is appropriate and can be applied to practical operations.

Key Words: taxi 、 dispatch 、 network model

致謝

轉眼瞬間，我在交大度過了我六年的時光，在這六年的時間，有好友的相陪、有貴人的相助，讓我度過生命中的大小風波，終於，我有這個機會可以將我想要感謝的人一一寫出。

感謝王晉元老師的指導，不管是碩論、計畫案或是生活上，沒有您，我想我不會學到這麼多事情。感謝我的口試委員：李克聰老師、黃家耀老師，因為您們的建議，讓我的碩論更為完整。感謝卓訓榮老師、李明山老師和黃寬丞老師，當我不知所措時，您們的關心與幫忙讓我更感溫暖。

感謝我的朋友們：費費、梁阿彤、金門妹、小份、麻揪、咪喀、老蕭、左邊、維中、阿哲、老總、八庫、小白雞賢伉儷、隊長、至剛、韻佳、陳建元等等，不管是我高中、大學還是研究所曾經跟我同班的你們，在課業上、在娛樂上、在生活上，你們隨 call 隨到的力挺相助，讓我知道我的身邊總是有你們的相伴。

感謝我的學長姐們，因為有你們這些前輩的建議，讓我知道其實有問題時有許多解決的方式。感謝我的學弟妹們，因為有你們的傾聽，所以我終於有機會當一位可以給別人建議的學姊。感謝我的家族、還有我的家人，你們的關心、我有感受到，你們的幫助、我不會忘記。

我知道我還有許多人該感謝、我知道還有許多人的名字我沒有寫上，更知道這幾行短短的話語和感謝，無以表達我對你們的感謝，我珍惜在我生命出現的你們，我會盡我所能的祈禱你們能好運相隨，也期望即使未來我們不如現在常聚首，我們的友誼不會消失，更期望我自己會學到你們對我的好，讓我身邊的人能享受我從你們那邊得到的幸福。

劉詩敏 謹致

2007/7/20 于新竹交大

目錄

| | |
|----------------------------|----|
| 目 錄..... | i |
| 表目錄..... | ii |
| 圖目錄..... | iv |
| 第一章 前言..... | 1 |
| 1.1 研究動機..... | 1 |
| 1.2 研究目的..... | 2 |
| 1.3 研究範圍..... | 2 |
| 1.4 研究流程..... | 3 |
| 第二章 文獻回顧..... | 6 |
| 2.1 以經濟學角度來看計程車的供給與需求..... | 6 |
| 2.2 導入空間概念的計程車供需平衡..... | 8 |
| 2.3 小結..... | 12 |
| 第三章 數學模式..... | 13 |
| 3.1 研究架構..... | 13 |
| 3.2 名詞釋義與計程車派遣問題特性..... | 15 |
| 3.3 模式建構..... | 16 |
| 3.4 方法說明..... | 25 |
| 第四章 模式測試..... | 29 |
| 4.1 測試範例..... | 29 |
| 4.2 結果..... | 32 |
| 4.3 小結..... | 39 |
| 第五章 結論與建議..... | 40 |
| 5.1 結論..... | 40 |
| 5.2 建議..... | 41 |
| 參考文獻..... | 42 |

表目錄

| | |
|-------------------------------------|----|
| 表 1.1 研究範圍表 | 3 |
| 表 3.1 符號解釋表 | 16 |
| 表 3.2 分區間的旅行時間 (單位: 小時) | 25 |
| 表 3.3 分區間的顧客需求 (單位: 車) | 25 |
| 表 3.4 t 時段各區計程車閒置時間 (單位: 小時) | 28 |
| 表 3.5 t 時段各區間的計程車空車數 (單位: 輛) | 28 |
| 表 3.6 t 時段各區計程車的閒置時間 (單位: 小時) | 28 |
| 表 3.7 t 時段各區間的計程車空車數 (單位: 輛) | 28 |
| 表 4.1 區間旅行時間 (單位: 小時) | 29 |
| 表 4.2 t 時段各分區需求 (單位: 輛) | 30 |
| 表 4.3 t+1 時段各分區需求 (單位: 輛) | 30 |
| 表 4.4 區間旅行時間 (單位: 小時) | 30 |
| 表 4.5 t 時段各分區需求 (單位: 輛) | 31 |
| 表 4.6 t+1 時段各分區需求 (單位: 輛) | 31 |
| 表 4.7 t 時段各區計程車閒置時間 (單位: 小時) | 32 |
| 表 4.8 t 時段各區間的計程車空車數 (單位: 輛) | 32 |
| 表 4.9 t 時段各區計程車閒置時間 (單位: 小時) | 32 |
| 表 4.10 t 時段各區間的計程車空車數 (單位: 輛) | 33 |
| 表 4.11 t 時段各區計程車閒置時間 (單位: 小時) | 34 |
| 表 4.12 t 時段各區間的計程車空車數 (單位: 輛) | 34 |
| 表 4.13 t 時段各區計程車閒置時間 (單位: 小時) | 34 |
| 表 4.14 t 時段各區間的計程車空車數 (單位: 輛) | 35 |
| 表 4.15 t 時段各分區需求 (單位: 輛) | 36 |
| 表 4.16 t 時段各區計程車閒置時間 (單位: 小時) | 36 |
| 表 4.17 t 時段各區計程車閒置時間 (單位: 小時) | 36 |
| 表 4.18 t 時段各區間的計程車空車數 (單位: 輛) | 36 |
| 表 4.19 t 時段各區間的計程車空車數 (單位: 輛) | 37 |
| 表 4.20 t 時段各分區需求 (單位: 輛) | 37 |
| 表 4.21 t 時段各區計程車閒置時間 (單位: 小時) | 37 |
| 表 4.22 t 時段各區計程車閒置時間 (單位: 小時) | 38 |

表 4.23 t 時段各區間的計程車空車數 (單位: 輛)38
表 4.24 t 時段各區間的計程車空車數 (單位: 輛)38



圖目錄

| | |
|---------------------|----|
| 圖 1.1 研究流程圖 | 5 |
| 圖 2.1 供給需求影響圖 | 7 |
| 圖 3.1 研究架構 | 14 |



第一章 前言

1.1 研究動機

在眾多不同形式的大眾運輸工具中，計程車一直佔有舉足輕重的角色。因為計程車可以利用電話叫車到乘客方便的地方載客（或是隨招隨停）、直接抵達目的地（譬如公車需要停等時間）。因此，計程車相較於其他的大眾運具更具有便利與快速的優勢，是一種提供了高可及性的運具。一直以來，計程車就是被視為「副大眾運輸」。

目前計程車一般可以分為「招呼站派車」與「空中派車」兩種派車模式。「招呼站派車」就是顧客打電話到派車中心，中心根據在乘客所在位置去尋找較近的招呼站去派遣，派遣方式則為依序去派遣在招呼站停等的計程車。而當計程車服務完顧客後有可能會回到停等區去等待派車中心的派車，或是直接在路上巡迴攬客。

「空中派車」則可以分成兩種派車模式。第一種是無線電派車，利用派遣中心來接顧客的電話，然後利用無線電來詢問計程車司機們是否能五分鐘內抵達顧客，如果沒有在繼續增加時間（如十分鐘、十五分鐘），如果仍然沒有司機能在時間範圍內載到顧客，則直接詢問有哪位司機願意去服務該顧客。然而當沒有顧客時（即空車），司機就在街上巡迴繞車尋找顧客。第二種是加裝了 GPS 的智慧化計程車，經由 GPS 的定位功能，派遣中心可以得知計程車的位置，進而主動去派遣計程車去滿足需求。

而當計程車為空車要到街上巡迴繞去尋找顧客時，都會面臨究竟此時該往哪個區域去才不用繞太久就有顧客（即閒置時間不會過長），一般都是依照過去的經驗來做區域的選擇。一般而言會產生比較多需求的地區往往會吸引大多數的計程車前往該區，因為司機都會覺得到該區就可以很快就有顧客招手。而相較於需求多的區域，需求少的地區則可能會導致沒有計程車司機去。由於司機對於需求多與少都是靠著過去的經驗，因此往往會導致需求多的地方有很多計程車（供給），甚至有時會變成計程車的數量遠多過於需求量；需求少的地區則因為沒有任何計程車過去，所以一旦有需求產生也沒有辦法立即提供計程車的搭載服務，

即需求大過於供給。

如果產生供給小於需求的區域，就代表顧客因為等候時間過長仍等不到計程車而將會選擇放棄搭乘；而供給大於需求的地區則是會變成司機的閒置時間過長還是沒有辦法載到乘客。不管是哪種情形發生，對顧客、對司機相信都是一種損失。

如果能準確的根據需求去分配適當的計程車數到各區，相信一定能減少供需不平衡的情況發生。司機也可以從中減少閒置時間（即多載到客人）、顧客可以縮短等候時間，形成一種雙贏的局面。

因此本研究將發展一套派車模式提供給派車中心作為各時段派遣計程車到各區的依據，又因為將提供給派遣中心使用，所以計程車在各區的閒置時間會是派遣中心最在意的，主因是因為派遣中心會希望計程車不要在某區的閒置時間過久（供過於求）、或是某區閒置時間過短（供不應求），因此之後研究將以計程車的閒置時間作為衡量的依據。

1.2 研究目的

由於各區域會有不同需求的產生，又因為對於計程車的需求往往小於供給量，所以就會導致空車會在區域間巡迴繞車，過多的空車前往某區，相對也會造成該區空車等待顧客上門的時間變長，因此如果能發展一套模式，提供給派遣中心，派遣中心可以利用該模式得知各區計程車的閒置時間，讓派遣中心可以對於有過長的計程車閒置時間的地區減少計程車前往。就不會造成計程車在某區的閒置時間過長，導致計程車的供給大於需求，而其他閒置時間不長的區域，反而產生了有需求卻苦等不到計程車的窘境。

1.3 研究範圍

首先假設各區域的需求為已知。此外假設本區域只有一個派遣中心，而且計程車司機都會遵循著派遣中心的指令到所分配的區域。從出發地（載到客人）到目的地（再次成為空車），計程車司機都會選擇最短距離來行駛，因此各分區的距離都是固定且已知的。而派遣中心都清楚瞭解每台計程車的狀況（空車與否），且也都知道每台計程車當下所在的區域。研究範圍整理如表 1.1：

表 1.1 研究範圍表

| 項目 | 型態 |
|---------|---------------------------|
| 計程車數目 | 車數為固定且已知。 |
| 計程車車種 | 單一車種，車輛容量相同 |
| 需求型態 | 需求點已知，且會隨著時間改變。 |
| 各分區間的距離 | 各分區的距離為已知且固定的。 |
| 派遣中心 | 單一派遣中心，且司機會遵循派遣中心的指令。 |
| 計程車營運模式 | 當計程車有客人時就不會再去載客；沒有顧客即為空車。 |
| 模式目標 | 計程車閒置時間最短。 |

1.4 研究流程

本研究的研究流程依序如圖 1.1，詳細內容如下：

1. 描述與界定問題

依照目前的計程車派車與巡迴繞車情況清楚的瞭解後，提出目前的派車與巡迴繞車模式，根據研究動機與目的將問題做一個清楚且完整的描述與界定。

2. 蒐集與文獻回顧

蒐集國內外對於計程車派車的文獻，並回顧各文獻中的演算法與解決方案，從中挑選適合的計程車生態，並改良修正使之更適合的計程車派車模式。

3. 設計求解模式的演算法

利用所設計的演算法來求解計程車派遣最少閒置時間的問題。

4. 撰寫程式

5. 進行範例求解

利用各種情境的範例來測試，來檢視演算法是否正確及有效率。

6. 分析與評估測試結果

分析求解結果並評估演算法是否正確且有效率。

7. 演算法的修正

如果演算法可以在合理的時間求得的解具有良好的績效則不需要修正該演算法，反之則修正該演算法。

8. 結論與建議

對本研究過程與結果提出結論和建議。



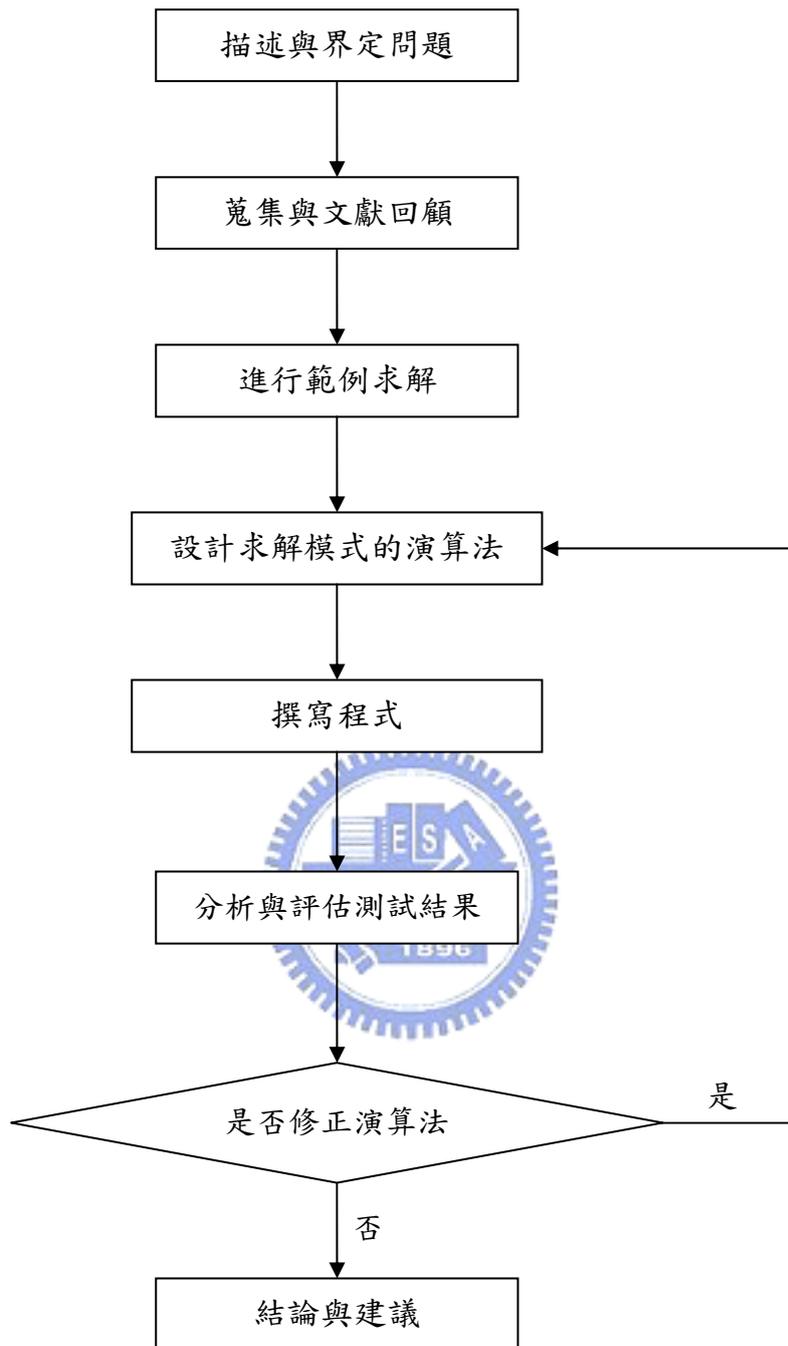


圖 1.1 研究流程圖

第二章 文獻回顧

2.1 以經濟學角度來看計程車的供給與需求

供需平衡一直以來都是經濟學的研究重要課題之一，對於計程車的供需研究也有不少是以經濟學的角度來衡量，在 Yang 和 Wong[14] 中對計程車的供需相關研究整理出以下的重點。

計程車供需的不平衡會造成計程車有過長的閒置時間、顧客會有過長的等待時間，一直以來有不少計程車供需平衡的研究就以經濟學的角度來探討究竟對於不同的需求應給予多少的計程車數量在去對應到不同的收費標準 [1][2][3][4][5][6][7][8][9][10]。這些研究的一般目標式都是在現行的規範下，計算計程車市場會在什麼的供給與需求下獲得平衡，藉以提供給政府或是管理者對於現行規範的鬆綁與否的決策參考依據[6]。

在經濟學的角度下對於計程車服務的研究架構如下：


$$D = D(F, W), \quad \frac{\partial D}{\partial F} < 0, \quad \frac{\partial D}{\partial W} < 0, \quad (1)$$

$$W = W(U), \quad \frac{\partial W}{\partial U} < 0, \quad (2)$$

$$TC = c(Q + U), \quad (3)$$

D：搭載的顧客數/每小時

Q：計程車派遣時間

U：計程車空車時間

F：費用/每計程車小時

W：顧客期望的等候時間

TC：總成本

c：成本/每計程車服務小時

從 (1) 式中可以發現需求與費用和期望的等候時間成反比，即費用越高或是顧客等候時間越長都會使得計程車的需求降低。(2) 式可以得知等候時間與計程車空車時間成反比，即計程車空車時間越多，顧客的等候時間會越短。(3) 式

中可以知道計程車的每小時營運成本是一個定值。

從上面的式子中可以很清楚知道這是引用總體經濟的概念，而這個架構是 Douglas[1]所推導出來的，之後廣被用作計程車的相關研究，然其不足之處就在於沒有導入空間的概念，僅以經濟學的角度來審視計程車的供需仍稍嫌不足。但是卻可以很簡單的給予我們一個對於計程車供需的清楚概念：計程車的供需取決於顧客的等候時間與費用。

此外計程車的供給與需求往往會與「計程車的使用程度」(taxi utilization, 利用平均的計程車被派遣時間作計算)和「能否立即搭乘到計程車」(taxi availability, 利用平均顧客等候時間作計算)有關。從需求的角度來看，潛在的顧客群會將「能否立即搭乘到計程車」和「他們願意在交通運具上的花費」做一個評估考量。若從供給的角度來看，計程車公司的營運會依據「taxi utilization」所帶來的「每趟次利潤」(trip revenue)及「成本」(cost)做調整。而 taxi availability 其實會間接的影響到 taxi utilization, 又 taxi utilization 就會影響到計程車的供給，最後，供給又會影響到 taxi availability, 因此可以證實：「taxi availability 和 taxi utilization 是息息相關的」。整個需求的滿足程度和供給的使用程度可由圖 2.1[4]看出：

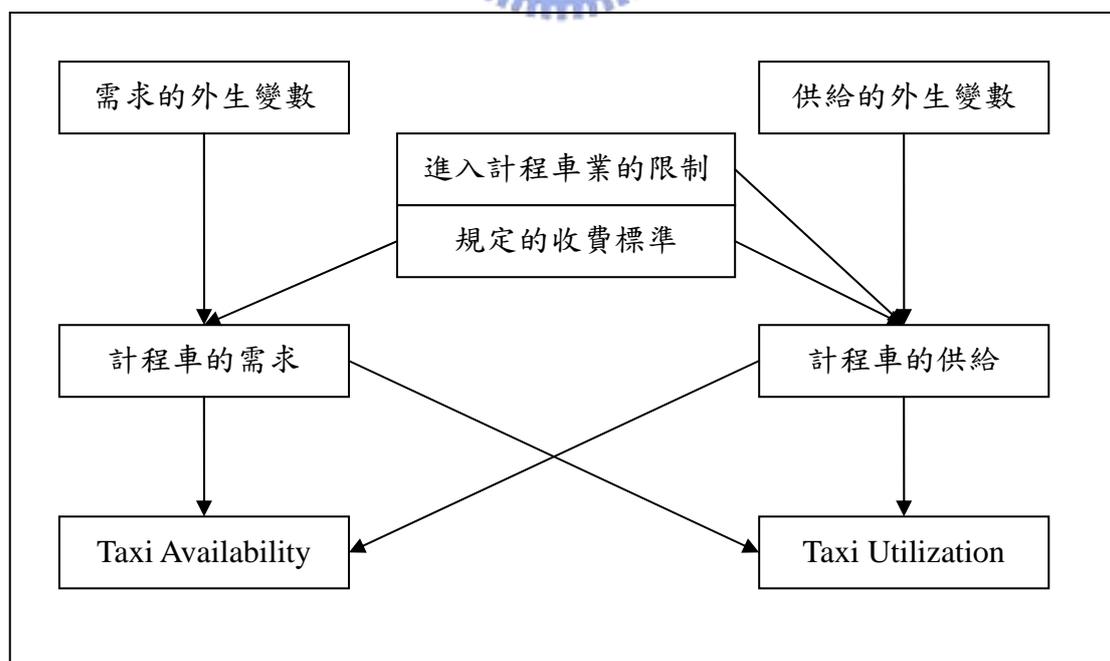


圖 2.1 供給需求影響圖

Xu et al.[12]和 Yang et al.[13]利用神經網路 (Neural network) 非線性模式來求得供需的平衡，並導入香港的計程車服務系統。

2.2 導入空間概念的計程車供需平衡

上述的研究都單純從經濟學的角度來思考計程車的供給與需求的平衡，但是在實際的情況下，計程車的供給與需求都會伴隨著空間而發生，因此計程車的供給或是需求應該加入路段或是分區做為網路模式的建構。其中，在路段或是分區上的供給與需求則可以導入交通指派的起訖點的 OD 矩陣。

這個想法很快的就被 Yang 和 Wong[14]、Wong 和 Yang[15]以及 Wong et al.[16]導入研究內。他們利用需求 OD 矩陣架構出一個計程車市場的網路模式。Yang 和 Wong[14]與 Wong 和 Yang[15]在研究中，除了建立一個網路平衡的模式，並假設已知的需求 OD 矩陣設計出一套演算法。作者利用系統最佳化來計算該網路平衡下的計程車供給以及需求量：

$$\text{Min } F(T_{ji}^v) = \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ji}^v h_{ji} \quad (4a)$$

s.t.

$$\sum_{j \in J} T_{ji}^v = \sum_{j \in J} D_{ij} \quad (4b)$$

$$\sum_{i \in I} T_{ji}^v = \sum_{i \in I} D_{ij} \quad (4c)$$

$$i \in I, j \in J$$

T_{ji}^v : 在 j 區為空車到 i 區載到客人的車輛數/hr

h_{ji} : j 區到 i 區的旅行時間

D_{ij} : i 區到 j 區的計程車需求量

(4a) 式就是針對區間的空車在各區間巡迴繞車的時間，因為該數學模式是希望能求出空車巡迴繞車時間最小化，因此就以該目標式表示出。(4b) 式則是所有會抵達 i 區的空車都會去滿足從 i 區的顧客需求。(4c) 式則表示所有會抵達 j 區有載客的計程車都會成為從 j 區出發的空車。

除了上述三式所組成的系統最佳化以外，該模式還需要「滿足總可派遣時間 = (空車的時間) + (載客的時間)」：

$$N_{\min} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} D_{ij} h_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ji}^v h_{ji} \quad (5)$$

因此可以利用 Fix-point model 來求，求解過程為：

1. 設定起始的閒置時間 (w_i^k)，給定各區間的距離、各區的需求：
2. 利用 logit 模式對各區的 OD 需求計算選擇各區的機率：

因為需求的起訖點為一 OD 矩陣，因此可以導入 logit 模式來作計程車的區位選擇：

$$P_{i/j} = \frac{\exp\{-\theta(h_{ji} + w_i^{(k)})\}}{\sum_{m \in I} \exp\{-\theta(h_{jm} + w_m^{(k)})\}} \quad i \in I, j \in J \quad (6)$$

$P_{i/j}$ 代表計程車從 j 區成為空車到 i 區載到客人 (受派遣) 的機率。舉例來說， $P_{j/j}$ 表示計程車在 j 區成為空車，選擇繼續留在同一區 (j 區) 巡迴繞車，後載到客人的機率。因此可以知道該式有將在該區巡迴繞車的閒置時間納入考量。對於資訊瞭解程度的 θ 值，如果派遣中心對於需求的資訊越瞭解，即資訊越透明，則該值會越高，反之則代表對資訊越不清楚。

在供需均衡的狀態下，所派遣的計程車應該會滿足所有的需求，因此可以知道從 i 區產生的需求會等於 j 區所抵達的需求。因此根據「入 = 出」的基本交通指派概念，可以知道下列式子是成立的：

$$\sum_{j \in J} D_j \times P_{i/j} = O_i \quad i \in I \quad (7)$$

根據上式，可以知道如果有多分區的情況，將會產生與分區數相同數量的數學式，可以推導出下列的數學模式：

$$\sum_{j \in J} D_j \times P_{i/j} = O_i \quad i \in I \quad (7)$$

$$\sum_{i \in I} P_{i/j} = 1 \quad (8)$$

$$\sum_{i \in I} \left(\sum_{j \in J} D_j \times P_{i/j} \right) = \sum_{j \in J} D_j \left(\sum_{i \in I} P_{i/j} \right) = \sum_{j \in J} D_j = \sum_{i \in I} O_i = \text{constant} \quad (9)$$

3. 求各區的空車數：

$$T_{ji}^{v(k)} = D_j P_{i/j}^{(k)} = D_j \frac{\exp\{-\theta(h_{ji} + w_i^{(k)})\}}{\sum_{m \in I} \exp\{-\theta(h_{jm} + w_m^{(k)})\}} \quad i \in I, j \in J \quad (10)$$

根據研究派遣的假設，之所以會派遣空車前往 i 區就是代表派遣中心預估該區將會有那些需求量（均衡狀況下，供給等於需求）。 D_j 表示 j 區所吸引的需求量， $P_{i/j}$ 代表 j 區成為空車後在 i 區載到客人的機率，將兩者相乘可知道代表的就是 j 區總共的計程車數最後會選擇 i 區的計程車數量，該數量也恰好會等於 i 區將會產生的需求量。

4. 計算新的閒置時間；

$$w_z^{(k+1)} = \frac{N - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} (T_{ij}^o h_{ij} + T_{ji}^{v(k)} h_{ji}) - \sum_{i \in \{I-z\}} \sum_{j \in J} T_{ji}^{v(k)} w_i^{(k)}}{\sum_{j \in J} T_{jz}^{v(k)}} \quad i \in I \quad (11)$$

$$w_i^{(k+1)} = -\frac{1}{\theta} \ln O_i + \frac{1}{\theta} \ln \left\{ \sum_{j \in J} \frac{D_j \exp(-\theta h_{ji})}{\sum_{m \in I} \exp\{-\theta(h_{jm} + w_m^{(k)})\}} \right\} \quad i \in \{I-z\} \quad (12)$$

5. 比較新舊的計程車閒置時間；

如果符合收斂條件

$$|w_i^{(k+1)} - w_i^{(k)}| < \varepsilon, i \in I \quad (13)$$

則 $w_i^{(k)}$ 為當前最佳解，反之則 $k=k+1$ ，從第一步驟重新計算。

但是由於上述的求解方式過於複雜，因此在 Wong, S. C, Yang, H. [15] 另一種求解方式，以簡化 Fix-point model 的複雜過程。系統最佳化的模式如下：

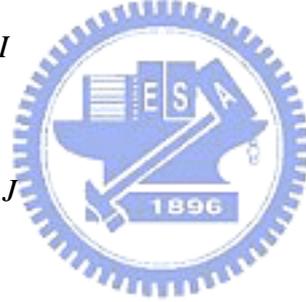
$$\text{Min } Z = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} T_{ji}^v h_{ji} + \frac{1}{\theta} \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ji}^v (\ln T_{ji}^v - 1) \quad (14a)$$

s.t

$$\sum_j T_{ji}^v = O_i, \quad i \in I \quad (14b)$$

$$\sum_i T_{ji}^v = D_j, \quad j \in J \quad (14c)$$

$$T_{ji}^v \geq 0, j \in J, i \in I$$



在系統最佳化的模式下，作者利用 Lagrange 方式找出其最佳解，進而去推導出並計算出計程車在各區的閒置時間 (w_i) 和各區間的空車數 (T_{ji}^v)。

Wong et al. [16] 更進一步合併了需求彈性以及擁擠的影響導入計程車市場的網路模式中。計程車的需求是根據外生變數（如費用）和內生變數（Taxi availability）的函數求得。計程車可以營運的機率是取決於內生與外生變數。而計程車供給的數量則根據公司的利潤等決定。給定一個網路模式、可以營運的計程車數量以及顧客需求的起訖點，計程車的空車（vacant）與有服務顧客（occupied）的運作則是根據該網路的平衡狀態得知[14][15]。根據模擬的範例中，可以利用市場的供需平衡狀態下設計出供給與需求的數學式。而有效率的演算法則被 Wong et al. [16] 所研究出來。

2.3 小結

在對於計程車的供給與需求的研究中，不難發現顧客的需求通常會與收費和等候時間的長短有關，而收費以及等候時間的長短又取決於計程車業者營運的成本，而營運成本又往往與計程車業者所提供的車隊大小有關，因此許多研究都著墨在「收費」、「等候時間」以及「車隊大小」三者之間作研究以求得在不同的需求或是市場機制下的均衡狀況。

而後又有研究加入了空間的概念，即需求產生的區位，再加上交通指派中的區為選擇概念，利用顧客的需求做出起訖點的 OD 矩陣，再加上「收費」、「等候時間」以及「車隊大小」三者之間的關係，架構出一個網路模式，以求得系統均衡的狀態。

從參考文獻[14][15]中可以發現作者是將全天的總需求平均分攤到各時段，因此在每個時段的顧客需求量都是相同的，且所產生的空車都會相等於下個時段恰可供給的計程車輛數，而顧客需求也會剛好等於所提供的車輛數（即空車）。

然而，對於計程車的需求就如同車流量一樣，會有尖峰與非尖峰時期，每個時段的需求量也會不同，因此需要針對不同的時段不同的需求來研究。再者，文獻中提到每個區域所產生的空車數會等於該區域所的需求，但是每區域可提供的車輛數，除了空車數以外，應該還會有有載客且會到該區的計程車，應該要將有載客且會到該區的計程車也納入考量，而該區可提供的計程車車輛數就是有載客以及空車兩種計程車。

本研究將針對這兩點不足之處，去修改參考文獻中的數學模式，並利用範例來證明所修改的數學模式具有解釋性。

第三章 數學模式

經過文獻回顧之後，發現 Yang 和 Wong[14]、Wong 和 Yang[15]以及 Wong, K. I.、Wong, S. C. 和 Yang [16] 這三篇研究所使用的模式皆為系統平衡下的最佳化數學模式，但是卻忽略了不同時段會有不同的需求產生的問題，以及每區可供給的計程車車輛數除了空車以外，還有包含有載客且會到該區的計程車車輛數，因此本研究將針對需求不同的情況下，作模式的修正。求解過程則沿用 Wong, S. C, Yang, H. [15]所使用的 Lagrange 求解方式去找出系統最佳化下的解。

文獻中採用固定分區、已知顧客需求的起訖點 OD 矩陣表，然後利用 Lagrange 求出各分區間計程車空車數，進而求出司機在各區的閒置時間，但是在這些參考文獻中的顧客需求量實際是將全天的總需求平均分到各時段中，因此忽略了各時段中會面對不一樣的需求，當然也會影響到計程車的派遣，因此本研究將針對不同指派時段的不同需求去作數學規劃的修正，也就是設計出一套可以反應出不同時段的不同需求的數學模式，以便派遣中心可以在不同需求下對各區分派適合的計程車數，使得計程車的閒置時間以及顧客的等候時間都可以減少，進而增加計程車的效率。利用不同情境的 OD 矩陣表來測試本模式是否具有解釋性。

3.1 研究架構

由於經過文獻回顧瞭解到研究中對於計程車供給數量一定會剛好等於顧客需求量，但是往往這種情況不常發生，也就是說一般的情況下都是顧客需求小於計程供給量，因此必須可以從數學模式中反應出這種供需不平衡的狀況，相信會對整個研究所計算出來的計程車在各區的閒置時間 w_i 也會有影響，當然也會影響整體的派遣模式。因此本研究將針對文獻的數學規劃中的限制式作修正，最後進行利用實例導入修正後的數學模式，並和原始參考文獻中的模式進行評估與比較，圖 3.1 為本研究的研究流程圖：

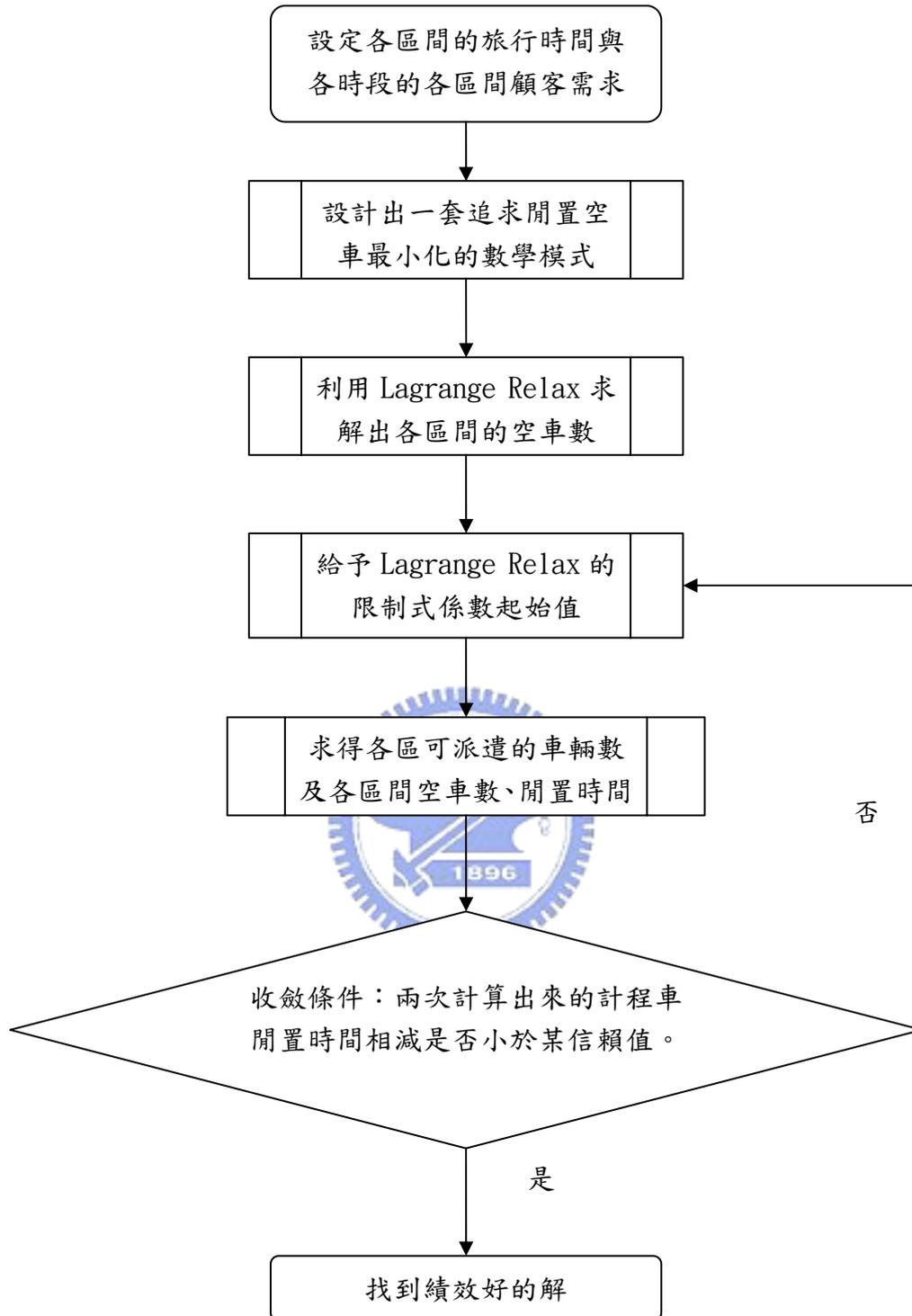


圖 3.1 研究架構

3.2 名詞釋義與計程車派遣問題特性

3.2.1 名詞釋義

首先針對研究中的一些名詞釋義，說明如下：

1. 派遣：計程車司機會遵循派遣中心的派遣指令，且一旦受到派遣，即載到顧客，該車在顧客下車前都不能再接受其他的派遣；反之，如果該車沒有顧客，則屬於空車狀態。計程車派遣模式可以為選擇該區巡迴繞車或是至其他區域巡迴繞車。
2. 需求：會隨時間不同有不一樣的顧客需求產生。
3. 分區：本研究的分區會是已定且不變的。
4. 閒置時間：計程車司機為了等候顧客搭乘所各區巡迴繞車的時間。

3.2.2 問題特性

研究中所探討的計程車派遣問題有下列幾項特性，整理如下：

1. 計程車一次僅能服務一個需求。

計程車對於起訖點路線的選擇都將選擇最短路徑來服務該需求，因此對於各分區的起訖點距離為已知且固定。不考慮塞車等會使得旅行時間增長的外在因素，因此各路段的旅行時間為已知且固定。
2. 每次派遣的任務都會在下次派遣前完成。
3. 僅有一個派遣中心來對所有的計程車作派遣指令的下達。
4. 當計程車選擇某一分區作巡迴繞車時，則不能選擇到其他的分區巡迴繞車。

計程車在某區受到指派工作來服務當區的需求時，則視計程車到載到顧客的時間為 0，即不考慮當區內部的旅行時間。

3.3 模式建構

3.3.1 符號解釋

表3.1 符號解釋表

| 符號表示方式 | 符號所代表的意義 |
|----------------------------------------|------------------------------|
| $i \in I \subset V, j \in J \subset V$ | V 代表分區的總數量。 |
| h_{ij} | 從 i 區到 j 區最短距離的旅行時間，以小時為單位。 |
| D_{ij}^t | t 時段，從 i 區到 j 區的顧客需求數量。 |
| O_i^t | t 時段，i 區所產生的需求數量。 |
| D_j^t | t 時段，終點為 j 區的顧客需求。 |
| $w_i^{(k)}$ | 第 k 次計算過程所計算出來在 i 區計程車的閒置時間。 |
| θ | 為派遣中心對於需求瞭解的程度。 |
| $T_{ji}^{v(t)}$ | t 時段，在 j 區且會前往 i 區的空車。 |
| N | 總共可派遣的計程車數量。 |
| N_i^t | t 時段，i 區總共可派遣的車輛數。 |
| m | 每次派遣的時間。 |
| ε | 信賴值。 |

3.3.2 數學模式

首先將各區不同時段下不同的需求導入數學模式中，其模式如下：

$$\text{Min } Z = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} T_{ji}^{v(t)} h_{ji} + \frac{1}{\theta} \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ji}^{v(t)} (T_{ji}^{v(t)} - 1) \quad (15)$$

s.t.

$$N_i^{t+1} = D_i^t + \sum_{j \in J} T_{ji}^{v(t)} \quad (16)$$

$$\sum_{i \in I} T_{ji}^{v(t)} = N_j^t - O_j^t \quad (17)$$

$$i \in I, j \in J, T_{ji}^{v(t)} \geq 0, N_i \geq 0$$

(15)式表示該數學模式所求得解是使計程車空車閒置巡迴繞車時間最小化，前項表示的是區間巡迴繞車的空車乘上區間的旅行時間，即表示空車在區間繞車的時間。由於本方法是利用 Lagrange Relax 求得極值，因此可以得知每個限制式都會有一個係數值來代表，也就是針對第一限制式而言，會有 i 個係數值，而針對第二限制式而言則會有 j 個係數產生，其中在本數學模式中的變數為 $T_{ji}^{v(t)}$ ，因此在 Lagrange Relax 的方法就是針對變數去求得一階導數，但是不同的 i 與 j 都會有不一樣的限制式係數，因此此時必須要利用 entropy model 找出最有可能的 $T_{ji}^{v(t)}$ ，才有辦法去求得不同的 $T_{ji}^{v(t)}$ 所對應到的限制式係數。

根據先前提到的概念：「每一區可以派遣的車輛數包含了有載客且抵達該區的計程車車輛數，以及在該區的空車數」，利用此觀念可以設計出以下兩條限制式。

首先某區下個時段可以派遣的車輛數必會等於上個時段到此處的車輛數，其中包含了有載客且至本區的計程車以及空車會至該區的計程車，因此就利用(16)式表示出該意義。在 $(t+1)$ 時段，在 i 區可派遣的車輛數 = $(t$ 時段，有載客

且會抵達 i 區的車輛數) + (t 時段沒有載到客人且會前往 i 區的空車數)。

而本時段各區所產生的空車就是可以派遣的車輛數去扣除掉一定需要滿足的顧客需求量之後，剩下的即為各區沒有載客的空車數，因此利用 (17) 式來表達。在 t 時段，從 j 區所產生的空車數 = (t 時段， j 區可派遣的總車數) - (t 時段， j 區的顧客需求量)。

從本模式可以知道可供派遣的總車輛數等於各區的總需求量加上各區的閒置空車，因此可以瞭解本模式適用於供需不平衡中的計程車供給量大於計程車需求量的情況下。

3.3.3 求解方法

本小節將呈現使用的 Lagrange Relax 求解過程以及求解步驟。

1. 針對所設計出來的數學模式利用 Lagrange Relax 找出最佳解。

$$\text{Min } Z = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} T_{ji}^{v(t)} h_{ji} + \frac{1}{\theta} \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ji}^{v(t)} (T_{ji}^{v(t)} - 1) \quad (15)$$

s.t.

$$N_i^{t+1} = D_i^t + \sum_{j \in J} T_{ji}^{v(t)} \quad (16)$$

$$\sum_{i \in I} T_{ji}^{v(t)} = N_j^t - O_j^t \quad (17)$$

$$i \in I, j \in J, T_{ji}^{v(t)} \geq 0, N_i \geq 0$$

首先放鬆限制式，方式就是在各限制式乘上一個係數，然後加到目標式中，使之成為一方程式。

$$L = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} T_{ji}^{v(t)} h_{ji} + \frac{1}{\theta} \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ji}^{v(t)} (\ln T_{ji}^{v(t)} - 1) + \sum_{i \in I} \alpha_i \left(N_i^{t+1} - D_i^t - \sum_{j \in J} T_{ji}^{v(t)} \right) + \sum_{j \in J} \beta_j \left(\sum_{i \in I} T_{ji}^{v(t)} - N_j^t + O_j^t \right) \quad (18)$$

因為該方程式是一個以 $T_{ji}^{v(t)}$ 為變數的方程式，因此可以針對 $T_{ji}^{v(t)}$ 利用一階導數求得該方程式的極值。

$$\frac{\partial L}{\partial T_{ji}^{v(t)}} = h_{ji} + \frac{1}{\theta} \ln T_{ji}^{v(t)} - \alpha_i + \beta_j = 0 \quad (19)$$

$$T_{ji}^{v(t)} = \exp[-\theta(h_{ji} - \alpha_i + \beta_j)] \quad (20)$$

將 (20) 式帶入 (17) 式可得到：

$$\sum_{i \in I} T_{ji}^{v(t)} = \sum_{i \in I} \exp[-\theta(h_{ji} - \alpha_i + \beta_j)] = N_j^t - O_j^t \quad (21)$$

$$\exp(-\theta\beta_j) \times \sum_{i \in I} \exp[-\theta(h_{ji} - \alpha_i)] = N_j^t - O_j^t \quad (22)$$

$$\exp(-\theta\beta_j) = \frac{N_j^t - O_j^t}{\sum_{i \in I} \exp[-\theta(h_{ji} - \alpha_i)]} \quad (23)$$

∴

$$T_{ji}^{v(t)} = (N_j^t - O_j^t) \times \frac{\exp[-\theta(h_{ji} - \alpha_i)]}{\sum_{i \in I} \exp[-\theta(h_{ji} - \alpha_i)]} \quad (24)$$

因為 Lagrange Relax 的重點就是需要找出針對各限制式所乘上的係數，也就是要找出 α_i 、 β_j ，因此這部分就是開始要找出合理的係數值。首先分別利用兩個變數來代表 α_i 、 β_j ：

$$A_i = \exp(\theta\alpha_i) \quad (25)$$

$$B_j = \exp(-\theta\beta_j) \quad (26)$$

因此 (20) 式也可以改寫成

$$T_{ji}^{v(t)} = A_i B_j \exp(-\theta h_{ji}) \quad j \in J, i \in I \quad (27)$$

再將這關係式導入限制式 (17) 式中：

$$\sum_{i \in I} A_i B_j \exp(-\theta h_{ji}) = N_j^t - O_j^t \quad (28)$$

$$B_j \sum_{i \in I} A_i \exp(-\theta h_{ji}) = N_j^t - O_j^t \quad (29)$$

$$B_j = \frac{N_j^t - O_j^t}{\sum_{i \in I} A_i \exp(-\theta h_{ji})} \quad (30)$$

再導入限制式 (16) 式中：

$$\begin{aligned} N_i^{t+1} &= D_i^t + \sum_{j \in J} T_{ji}^{v(t)} \\ &= D_i^t + \sum_{j \in J} A_i B_j \exp(-\theta h_{ji}) \\ &= D_i^t + A_i \sum_{j \in J} B_j \exp(-\theta h_{ji}) \end{aligned} \quad (31)$$

$$A_i = \frac{N_i^{t+1} - D_i^t}{\sum_{j \in J} B_j \exp(-\theta h_{ji})} \quad (32)$$

根據 (30) 式與 (32) 式可以得知 Lagrange Relax 針對限制式所乘上的係數與已知的資訊之間的關係。同時也可以知道各區間巡迴繞車的空車數， $T_{ji}^{v(t)}$ 。然而還得繼續利用已知的資訊求出計程車在各區的閒置時間， w_i 。

已知全區可派遣的車輛數，因此乘上每次派遣時間就可以得知每次的派遣總共可以派遣的時間。又因為每次總共可以派遣的時間必須分為兩部分，一為計程車有載客的時間，以及沒有載客在各處巡迴繞車的時間。其中有載客的計程車的時間，由於本研究假設每次派遣時間內僅會服務一個需求且在下次派遣前服務完成，服務完以後也就會在該處等候下次的派遣，因此有載客的計程車的時間即為有載客的車輛數乘上每次派遣的時間 (m)。而每一台空車的計程車巡迴繞車的時間則包含了區間的旅行時間 (h_{ji}) 以及抵達某處所閒置的時間 (w_i)。

$$N \times m = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} T_{ij}^{v(t)} \times m + \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ji}^{v(t)} (h_{ji} + w_i) \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ji}^{v(t)} w_i &= N \times m - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} T_{ij}^o \times m - \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ji}^{v(t)} h_{ji} \\ &= C \end{aligned} \quad (34)$$

而各區的閒置時間， w_i ，則根據 (10) 式和 (24) 式兩式可以發現與 Lagrange Relax 後針對第一限制式所乘上的係上， α_i ，兩者有關係。

$$T_{ji}^{v(k)} = (N_i^t - O_j^t) \times P_{i/j}^{(k)} = (N_i^t - O_j^t) \times \frac{\exp\{-\theta(h_{ji} + w_i^{(k)})\}}{\sum_{m \in I} \exp\{-\theta(h_{jm} + w_m^{(k)})\}} \quad (10)$$

$$T_{ji}^{v(k)} = (N_i^t - O_j^t) \times \frac{\exp\{-\theta(h_{ji} - \alpha_i)\}}{\sum_{m \in I} \exp\{-\theta(h_{jm} - \alpha_i)\}} \quad (24)$$

其關係為：

$$w_i = \alpha_i + c \quad (35)$$

將 (35) 式導入 (34) 式中可以求得：

$$\begin{aligned} \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ji}^{v(t)} w_i &= \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ji}^{v(t)} (\alpha_i + c) \\ &= C \end{aligned} \quad (36)$$

因此可以導出 c 的值：

$$c = \frac{C - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} T_{ji}^{v(t)} \alpha_i}{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} T_{ji}^{v(t)}} \quad (37)$$



將 (25) 式導入：

$$\begin{aligned} fA_i &= \exp(\theta w_i) = \exp(\theta(\alpha_i + c)) \\ &= \exp(\theta \alpha_i) \times \exp(\theta c) \end{aligned} \quad (38)$$

$$f = \exp(\theta c) = \exp\left(\frac{\theta C - \theta \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} T_{ji}^{v(t)} \alpha_i}{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} T_{ji}^{v(t)}}\right) = \exp\left(\frac{\theta C - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} T_{ji}^{v(t)} \ln A_i}{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} T_{ji}^{v(t)}}\right) \quad (39)$$

對 (38) 式兩邊取對數：

$$\ln fA_i = \theta w_i \quad (40)$$

$$w_i = \frac{\ln fA_i}{\theta} \quad (41)$$

則可以得到各區的閒置時間， w_i 。

2. 求解步驟

從上述的 Lagrange Relax 求得極值的方式可以知道要求出該方程式的極值最重要的就是要知道到底各限制式上所乘上的係數值為何，但是因為未知數的數量多過於方程式，因此欲直接從各方程式中求出係數值是不可能的，所以就必須利用一套求解步驟使得該數學模式能逐步求出合理的 Lagrange Relax 的係數值，並進而才能求出各區的閒置時間以及區間空車數等資訊。其求解過程如下：

Step1. 首先假設 $A_i^k = 1$ ， $k=0$ 。設定起始計程車閒置時間為 $w_i^{k=0} = 1$ 。根據不同的派遣模式去分派各區的起始可派遣車輛數。

Step2. 導入 27 式，可得到 B_j^t ：

$$B_j = \frac{N_j^t - O_j^t}{\sum_{i \in I} A_i \exp(-\theta h_{ji})}$$

Step3. 導入 28 式，可得 w_i^k ：

$$w_i^{k+1} = \frac{\ln fA_i}{\theta}$$

Step4. 收斂條件： $|w_i^{k+1} - w_i^k| \leq \varepsilon$ (兩次所計算出來的等候時間小於某個值)，如果滿足，則停止。如果不滿足，則繼續進行下個步驟。

Step5. 根據不同的派遣模式求出 N_i^{t+1} :

i. 平均派車模式

$$N_i^{t+1} = \frac{N}{i}$$

ii. 根據下個時段的需求派車

$$N_i^{t+1} = N \times \frac{O_i^{t+1}}{\sum_{i \in I} O_i^{t+1}}$$

Step6. 導入 30 式，可得 A_i^{k+1} :

$$A_i = \frac{N_i^{t+1} - D_i^t}{\sum_{j \in J} B_j \exp(-\theta h_{ij})}$$

Step7. 檢視各區的計程車供給量是否皆有滿足各區的需求量，如果有未滿足（即閒置時間產生負值）的區域，必有某區的計程車供給量過多，因此則將計程車供給量過多的區域的車輛逐次分派到需求未滿足的區域，直到各區需求皆滿足為止。

Step8. 回到 Step1，直到滿足收斂條件。

3.4 方法說明

本節將利用一個簡單的小範例來詳細說明本研究所提出的數學模式以及其求解結果。

3.4.1 範例說明

假設各分區間各時段的顧客需求與分區間的旅行時間，整理如下：

1. 分區旅行時間：

表 3.2 分區間的旅行時間（單位：小時）

| 分區 | 1 | 2 |
|----|-----|-----|
| 1 | 0 | 0.3 |
| 2 | 0.3 | 0 |

2. 各分區的顧客需求：

表 3.3 分區間的顧客需求（單位：車）

| t 時段 | | | | |
|-------|-----|-----|-------|--|
| 分區 | 1 | 2 | O_i | |
| 1 | 0 | 150 | 150 | |
| 2 | 100 | 0 | 100 | |
| D_j | 100 | 150 | 250 | |

(t+1) 時段

| 分區 | 1 | 2 | O_i | |
|-------|-----|-----|-------|--|
| 1 | 0 | 200 | 200 | |
| 2 | 250 | 0 | 250 | |
| D_j | 250 | 200 | 450 | |

總共可派遣車數： $N=500$ （輛），收斂信賴值 $\varepsilon=0.01$ 。

3.4.2 範例求解步驟

Step1. 首先假設第一限制式的係數值： $A_1^{k=0} = 1, A_2^{k=0} = 1$ 。並假設計程車在

各區閒置時間為： $w_1^{k=0} = 1, w_2^{k=0} = 1$ 。又因為起初派車的方式為平均

派車到各分區，所以可以得知各區的車輛數為： $N_1^t = N_2^t = \frac{N}{2} = 250$ 。

Step2. 求出 $B_j^{k=0}$ ：

$$B_1^{k=0} = \frac{N_1^t - O_1^t}{\sum_{m \in i} A_i \exp(-\theta h_{1i})} = 81.75$$

$$B_2^{k=0} = \frac{N_2^t - O_2^t}{\sum_{m \in i} A_i \exp(-\theta h_{2i})} = 122.63$$

Step3. 求出各區的閒置時間 w_i^{k+1} ：

$$w_1^{k=1} = \frac{\ln fA_1}{\theta} = 0.445$$

$$w_2^{k=1} = \frac{\ln fA_2}{\theta} = 0.445$$

Step4. 收斂條件：

$$|w_1^{k=1} - w_1^{k=0}| \geq \varepsilon = 0.01$$

$$|w_2^{k=1} - w_2^{k=0}| \geq \varepsilon = 0.01$$

因為不符合收斂條件，所以進行 Step5。

Step5. 根據不同的派遣模式求出下個時段各區應有的車輛數， N_i^{t+1} ：

i. 平均派車模式

$$N_1^{t+1} = N_2^{t+1} = \frac{N}{2} = 250$$

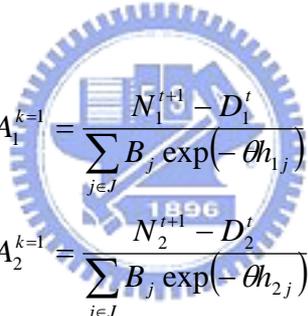
ii. 根據 t+1 時段的需求派車

$$N_1^{t+1} = N \times \frac{O_1^{t+1}}{\sum_{i \in I} O_i^{t+1}} = 222.22$$

$$N_2^{t+1} = N \times \frac{O_2^{t+1}}{\sum_{i \in I} O_i^{t+1}} = 277.78$$

Step6. 求得 A_i^{k+1} ：

i. 平均派車模式



$$A_1^{k+1} = \frac{N_1^{t+1} - D_1^t}{\sum_{j \in J} B_j \exp(-\theta h_{1j})} = 1.37$$

$$A_2^{k+1} = \frac{N_2^{t+1} - D_2^t}{\sum_{j \in J} B_j \exp(-\theta h_{2j})} = 0.71$$

ii. 根據 t+1 時段的需求派車

$$A_1^{k+1} = \frac{N_1^{t+1} - D_1^t}{\sum_{j \in J} B_j \exp(-\theta h_{1j})} = 1.12$$

$$A_2^{k+1} = \frac{N_2^{t+1} - D_2^t}{\sum_{j \in J} B_j \exp(-\theta h_{2j})} = 0.91$$

Step7. 回到 Step1 直到滿足收斂條件。

3.4.3 範例結果

1. 平均派車

表 3.4 t 時段各區計程車閒置時間 (單位：小時)

| | 閒置時間 |
|---|----------|
| 1 | 0.503856 |
| 2 | 0.301417 |

表 3.5 t 時段各區間的計程車空車數 (單位：輛)

| | 1 | 2 |
|---|-----------|-----------|
| 1 | 92.499260 | 7.500741 |
| 2 | 57.061749 | 92.938255 |

2. 依照 (t+1) 時段各區需求派車

表 3.6 t 時段各區計程車的閒置時間 (單位：小時)

| | 閒置時間 |
|---|----------|
| 1 | 0.471852 |
| 2 | 0.413230 |

表 3.7 t 時段各區間的計程車空車數 (單位：輛)

| | 1 | 2 |
|---|-----------|------------|
| 1 | 85.730858 | 14.269137 |
| 2 | 34.537868 | 115.462128 |

第四章 模式測試

根據修正後的數學模式可以計算出各區的空車計程車閒置時間，因此發展出一套演算的模式，本章將利用一些可預測結果的範例去測試本模式的正確性。

4.1 測試範例

利用兩個範例來驗證數學模式的解釋性，並可以檢視不同的派車模式何者較能反應實際情況，以下為兩個範例的特性分析。

範例一：

在 t 時段，有載客且會抵達第 2 區的計程車數輛極少時，如表 4.2，抵達第 2 區的有載客數僅有 32 輛，因此應該會吸引大量的空車前往第 2 區去等待 $t+1$ 時段的需求。又因為表 4.3 所示，可以看出 $t+1$ 時段 3 區的需求量差不多，但是因為從表 4.2 可得知 t 時段會抵達第 1 區和第 3 區的車輛數不少，所以這兩區會吸引到的空車數應該不如第 2 區。

因此範例一的預期結果應該是前往第 2 區的空車數會相較於其他兩區還多，但是因為第 2 區吸引過多的空車前往，預期第 2 區的空車閒置時間也會比較長。

1. 區間旅行時間

表 4.1 區間旅行時間（單位：小時）

| | 1 | 2 | 3 |
|---|-----|------|------|
| 1 | 0 | 0.3 | 0.4 |
| 2 | 0.3 | 0 | 0.25 |
| 3 | 0.4 | 0.25 | 0 |

2. 各分區的需求表

表 4.2 t 時段各分區需求 (單位：輛)

| | 1 | 2 | 3 | O_i |
|-------|----|----|-----|-------|
| 1 | 1 | 10 | 20 | 31 |
| 2 | 70 | 2 | 90 | 162 |
| 3 | 11 | 20 | 9 | 40 |
| D_j | 82 | 32 | 119 | 233 |

表 4.3 t+1 時段各分區需求 (單位：輛)

| | 1 | 2 | 3 | O_i |
|-------|----|-----|-----|-------|
| 1 | 0 | 50 | 50 | 100 |
| 2 | 35 | 20 | 40 | 95 |
| 3 | 40 | 30 | 10 | 80 |
| D_j | 75 | 100 | 100 | 275 |

總共可派遣的車輛數為 500 輛。

範例二：

在 t+1 時段各區的需求會影響 t 時段的空車行為，因此如果在 t+1 時段第 2 區的需求很大的時候，如表 4.6 第 2 區的顧客需求為 162 輛，相信會吸引較多的空車前往第 2 區去等候顧客。又因為另外兩區在 t+1 時段的需求很少，所以會吸引很少空車前往。由於範例二主要不同的地方就是在於 t+1 時段的需求差異極大，又此部分會根據不同的派車模式會有不一樣的結果產生，因此本範例也可以來驗證兩種派遣模式的正確性。

範例二在平均派車模式下的預期結果為：各區間的空車數相差不多，但是因為第 1 區有載客抵達的車輛數較少，所以相較之下第 1 區會吸引到的空車數最多，也可以知道第 1 區的空車閒置時間應該為最長。

範例二在根據 t+1 時段需求的派車模式的預期結果為：因為在 t+1 時段的需求第 2 區明顯為最多，所以吸引到第 2 區的空車數最多，而其他兩區的空車數則很少。而空車的閒置時間則因為第 2 區吸引過多的空車前往，所以反而閒置時間會比較大。而第 1 區和第 3 區，因為過少的空車前往，所以會使得在這兩區的閒置時間很小。

1. 區間旅行時間

表 4.4 區間旅行時間 (單位：小時)

| | 1 | 2 | 3 |
|---|-----|------|------|
| 1 | 0 | 0.3 | 0.4 |
| 2 | 0.3 | 0 | 0.25 |
| 3 | 0.4 | 0.25 | 0 |

2. 各分區的需求表

表 4.5 t 時段各分區需求 (單位: 輛)

| | 1 | 2 | 3 | O_i |
|-------|----|-----|-----|-------|
| 1 | 0 | 50 | 50 | 100 |
| 2 | 35 | 20 | 40 | 95 |
| 3 | 40 | 30 | 10 | 80 |
| D_j | 75 | 100 | 100 | 275 |

表 4.6 t+1 時段各分區需求 (單位: 輛)

| | 1 | 2 | 3 | O_i |
|-------|----|----|-----|-------|
| 1 | 1 | 10 | 20 | 31 |
| 2 | 70 | 2 | 90 | 162 |
| 3 | 11 | 20 | 9 | 40 |
| D_j | 82 | 32 | 119 | 233 |

總共可派遣的車輛數為 600 輛。



4.2 結果

本節將呈現兩個範例在不同的派車模式的結果與分析

範例一

在設定 $A_1 = 1, A_2 = 1, A_3 = 1$ 為起始值後，利用兩種不同的派車模式來顯示出最後的結果。

1. 平均派車

根據平均派車模式，經過 5 次計算的 iteration 後收斂得到以下的結果，表 4.7 為各區計程車空車的閒置時間。

表 4.7 t 時段各區計程車閒置時間（單位：小時）

| | 閒置時間 |
|---|------|
| 1 | 0.24 |
| 2 | 0.49 |
| 3 | 0.12 |

而利用表 4.8 表示出 t 時段各區間空車移動的情況。

表 4.8 t 時段各區間的計程車空車數（單位：輛）

| | 1 | 2 | 3 |
|----|-------|-------|-------|
| 1 | 72.88 | 56.57 | 5.54 |
| 2 | 0.23 | 3.60 | 0.17 |
| 3 | 10.07 | 74.13 | 41.81 |
| 總和 | 83.08 | 134.3 | 47.36 |

2. 依照 (t+1) 時段各區需求派車

根據 t+1 時段各區需求派車模式所計算出來的計程車在各區的閒置時間如表 4.9 所示。

表 4.9 t 時段各區計程車閒置時間（單位：小時）

| | 閒置時間 |
|---|------|
| 1 | 0.26 |
| 2 | 0.46 |
| 3 | 0.04 |

而表 4.10 則表示各區間的空車計程車移動的情況。

表 4.10 t 時段各區間的計程車空車數 (單位：輛)

| | 1 | 2 | 3 |
|----|-------|-------|-------|
| 1 | 81.58 | 50.91 | 2.50 |
| 2 | 0.29 | 3.63 | 0.08 |
| 3 | 14.66 | 86.78 | 24.57 |
| 總和 | 96.51 | 141.3 | 27.14 |

從表 4.7、表 4.9 可以發現平均派車與根據 t+1 時段的需求派車兩種派車模式的第 2 區的計程車閒置時間都遠大於另外兩區，主要的原因是因為空車前往第 2 區的計程車數量過多，導致閒置時間會最長，而第 1 區和第 3 區所吸引前往的空車數輛不如第 2 區多，因此可以知道第 1 區和第 3 區空車的閒置時間會比第 2 區小。

從表 4.8、表 4.10 兩表可以發現會吸引到第 2 區的空計程車數量都大於第 1 區的，而第 3 區的空計程車數輛則是最少的，主要是因為在 t 時段有載客的計程車數輛，最多是前往第 3 區，其次是第 1 區、第 2 區，但是因為 t+1 時段各區對於計程車的需求差異不大，因此空車的司機就會選擇比較少有載客的計程車會抵達的區域，也就是第 2 區。

因此可以得知本範例之結果如同所預期的情況。



範例二

根據範例二的範例，假設 $A_1 = 1, A_2 = 1, A_3 = 1$ 為前提的情況下，分別利用不同的派車模式去檢視模式的正確性以及兩種不同的派車模式何者較具代表性。

1. 平均派車

在平均派車模式下，利用表 4.11 表示出各區的計程車空車閒置時間。

表 4.11 t 時段各區計程車閒置時間（單位：小時）

| | 閒置時間 |
|---|------|
| 1 | 0.46 |
| 2 | 0.38 |
| 3 | 0.37 |

利用表 4.12 來表示各區間的計程車空車移動情況。

表 4.12 t 時段各區間的計程車空車數（單位：輛）

| | 1 | 2 | 3 |
|----|--------|--------|--------|
| 1 | 81.44 | 11.85 | 6.72 |
| 2 | 22.32 | 65.21 | 17.47 |
| 3 | 17.43 | 24.06 | 78.51 |
| 總和 | 121.19 | 101.61 | 102.69 |

2. 依照 (t+1) 時段各區需求派車

利用根據 t+1 時段各區需求的派車模式得到各區的計程車空車閒置時間，如表 4.13。

表 4.13 t 時段各區計程車閒置時間（單位：小時）

| | 閒置時間 |
|---|------|
| 1 | 0.12 |
| 2 | 0.46 |
| 3 | 0.09 |

利用表 4.14 表示出各區間計程車空車移動的情況。

表 4.14 t 時段各區間的計程車空車數 (單位：輛)

| | 1 | 2 | 3 |
|----|-------|--------|-------|
| 1 | 28.89 | 26.35 | 3.65 |
| 2 | 7.96 | 145.01 | 9.49 |
| 3 | 6.22 | 53.50 | 42.65 |
| 總和 | 43.24 | 225.96 | 55.79 |

從本範例可以看出兩種派車模式具有有種截然不同的閒置時間以及區間空車數。從表 4.11 與表 4.12 第一種派車模式，平均派車，不考慮 $t+1$ 時段的各區需求，直接將可以派遣的車輛總數平均分配到各個區域，再加上 t 時段的各區有載客抵達的計程車車輛數相差不多，因此可以發現各區間的空車數也是差異不多，所以導致各區間的閒置時間差異不大。

從表 4.14，第二種派車模式：依照 $(t+1)$ 時段各區需求派車，因為在模式中有考慮到下一個時段的需求去派車，所以可以發現區間空車數差異甚多，因為 $t+1$ 時段，第 1 區與第 3 區的需求極少，所以會吸引較少的空車前往，而吸引到第 2 區的空車數則因為 $t+1$ 時段的需求量大，所以就吸引很多空車去第 2 區。

由於第 1 區和第 3 區的計程車空車數量剛好等於 $t+1$ 時段的顧客需求量，而第 2 區的計程車空車供給量大於第 2 區在 $t+1$ 時段的顧客需求，所以可以從表 4.13 看出在第 2 區的空車閒置時間反而較第 1 區和第 3 區長。

因此可以發現如果 $t+1$ 時段的各區需求差異甚大的時候，平均派車模式無法反映出這樣的情形。反觀，根據 $t+1$ 時段的需求派車模式因為有考慮 $t+1$ 時段的需求，所以所派遣過去的空車也會根據 $t+1$ 時段的需求去分配，因此可以知道如果下一個時段各區的需求差異甚大時，使用根據 $t+1$ 時段的需求去分配的派車模式較佳。

因此可以知道經過範例測試後的結果可以看出結果如同預期的結果。

為了證明修正後的模式能在不一樣的範例中會有一定的趨勢，因此就改變範例一中的部分數值，如表 4.15 所示， t 時段會抵達第 2 區的有載客數量如果變少時，從表中可以看到從表 4.2 的 32 輛變到剩下只有 3 輛，其他值則不變。

表 4.15 t 時段各分區需求 (單位：輛)

| | 1 | 2 | 3 | O_i |
|-------|----|---|-----|-------|
| 1 | 1 | 1 | 20 | 22 |
| 2 | 70 | 1 | 90 | 161 |
| 3 | 11 | 1 | 9 | 21 |
| D_j | 82 | 3 | 119 | 204 |

預期抵達第 2 區的空車數會較表 4.10 變多，又因為在第 2 區的空車數量變多了，相信在該區的空車閒置時間應該也會較表 4.9 還久。

根據上述步驟可以整理出以下的資料，以表 4.16 表示平均派車模式各區的閒置時間。

表 4.16 t 時段各區計程車閒置時間 (單位：小時)

| | 閒置時間 |
|---|------|
| 1 | 0.2 |
| 2 | 0.48 |
| 3 | 0.07 |

表 4.17 則表示根據 $t+1$ 時段需求派車模式的各區閒置時間。

表 4.17 t 時段各區計程車閒置時間 (單位：小時)

| | 閒置時間 |
|---|------|
| 1 | 0.21 |
| 2 | 0.48 |
| 3 | 0.08 |

利用表 4.18 表示平均分派下 t 時段各區間空車計程車的移動情形。

表 4.18 t 時段各區間的計程車空車數 (單位：輛)

| | 1 | 2 | 3 |
|----|-------|--------|-------|
| 1 | 72.44 | 66.31 | 5.24 |
| 2 | 0.25 | 4.58 | 0.17 |
| 3 | 10.63 | 92.37 | 41.99 |
| 總和 | 83.32 | 163.26 | 47.4 |

利用表 4.19 表示根據 $t+1$ 時段需求派車模式得到的 t 時段各區間空車計程車移動情況。

表 4.19 t 時段各區間的計程車空車數 (單位：輛)

| | | | |
|----|-------|--------|-------|
| | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 81.56 | 60.02 | 2.42 |
| 2 | 0.31 | 4.6 | 0.09 |
| 3 | 15.09 | 105.43 | 24.47 |
| 總和 | 96.96 | 170.05 | 26.98 |

從表 4.14 和表 4.15 可以發現第 2 區的空車數的確比表 4.10 還多，而也因為在該區的空車數較多，所以從表 4.12 和表 4.13 可以發現第 2 區的閒置時間也都較表 4.9 還久。

為了再測試如果將表 4.2 的第 1 和第 3 區抵達的有載客計程車數量差不多，而抵達第 2 區的有載客計程車數量很少時，是否也會有上述相同的趨勢發生，因此利用表 4.20 表示出這樣的情況。

表 4.20 t 時段各分區需求 (單位：輛)

| | | | | |
|-------|-----|---|-----|-------|
| | 1 | 2 | 3 | O_i |
| 1 | 1 | 1 | 20 | 22 |
| 2 | 100 | 1 | 90 | 191 |
| 3 | 11 | 1 | 9 | 21 |
| D_j | 112 | 3 | 119 | 234 |

從表 4.20 可以預期到因為 t+1 時段三區的需求相差不多，所以在 t 時段空車在各區間的移動情形應該是第 1 區和第 3 區吸引到的空車數相差不多，但是第 2 區吸引到的空車數會是最多的，也因此可以知道在第 2 區的空車閒置時間會是最長的。以下將呈現分別利用平均派車和根據 t+1 時段需求派車兩種派車模式的結果。

表 4.21 表示 t 時段利用平均派車模式得到的空車在各區的閒置時間。

表 4.21 t 時段各區計程車閒置時間 (單位：小時)

| | |
|---|------|
| | 閒置時間 |
| 1 | 0.03 |
| 2 | 0.45 |
| 3 | 0.03 |

表 4.22 則表示根據 t+1 時段需求派車模式的各區閒置時間。

表 4.22 t 時段各區計程車閒置時間 (單位：小時)

| | 閒置時間 |
|---|--------|
| 1 | 0.009 |
| 2 | 0.41 |
| 3 | 0.0001 |

利用表 4.23 表示平均分派下 t 時段各區間空車計程車的移動情形。

表 4.23 t 時段各區間的計程車空車數 (單位：輛)

| | 1 | 2 | 3 |
|----|-------|--------|-------|
| 1 | 48.96 | 88.56 | 6.48 |
| 2 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 5.71 | 98 | 41 |
| 總和 | 54.67 | 186.56 | 47.48 |

利用表 4.24 表示根據 t+1 時段需求派車模式得到的 t 時段各區間空車計程車移動情況。

表 4.24 t 時段各區間的計程車空車數 (單位：輛)

| | 1 | 2 | 3 |
|----|-------|--------|-------|
| 1 | 51.65 | 89.59 | 2.76 |
| 2 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 7.11 | 117.14 | 20.73 |
| 總和 | 58.76 | 206.73 | 23.49 |

可以從表 4.23 和表 4.24 看出第 2 區吸引到的空車數都是最多的，其中表 4.24 因為是根據 t+1 時段需求派車模式，因此會影響第 1 區和第 3 區的空車前往的數量和表 4.23 有不同。又因為吸引到第 2 區的空車數最多，所以也如同之前預期的第 2 區的空車閒置時間都是最長的，如表 4.21 和表 4.22 所示。

4.3 小結

從上述幾個範例可以整理出以下幾點結論：

1. 區間旅行時間的影響：

旅行時間越長，會使得空車的計程車司機越不會選擇到該區等待。

2. 下個時段各區的需求的影響：

下個時段的需求如果越高，對於空車的計程車吸引力較大，因此會吸引較多的空車前往。

3. 本時段會抵達各區的有載客計程車數量的影響：

因為有載客的計程車如果越多的話，就代表該區的競爭者也會較多，因此對於有選擇到各區的空車計程車司機會比較不希望前往當區。

4. 空車數量與空車閒置時間：

可以發現空車數量越多的區域，其閒置時間也會較長。

5. 平均派車 vs. 根據下個時段的需求派車：

在範例中可以看出如果下個時段各區間的需求差異甚大時（範例二），平均派車模式無法反應出這種現象，而根據下個時段的需求派車的模式則可以清楚的反應出。而如果下個時段各區間的需求差異不大時（範例一），則兩種模式所計算出來的趨勢會差異不大。但是兩種派車模式還是以有根據下個時段的需求派車的模式較為能反應實際情況。

第五章 結論與建議

5.1 結論

根據本研究，可以總結以下幾點結論：

1. 在參考文獻中，數學規劃都是以有載客的計程車數量即會成為當區出發的空車，以及抵達各區的空車都會去滿足當區的顧客需求，也就是計程車供給會等於顧客需求的情況為前提所設計出來的模式，但是這個假設卻不符合實際情況，因此本研究的重點就是在補強參考文獻中在這部分的不足。
2. 本研究以參考文獻為架構，發展出一套符合實際情況的數學模式，也就是各區可派遣的計程車數量除了該區的空車數以外，還有包含有載客的計程車數，利用本數學模式以供派遣中心可以作為派遣計程車的參考。
3. 研究中為了將供需不平衡的情況導入數學模式中，因此利用系統最佳化的數學模式來求得空車巡迴繞車的時間最少。在第一限制式中，表示出下個時段可派遣的車輛數除了會抵達該區的空車數以外，還會加上有載客且會抵達該區的計程車數量。而在第二限制式中，表示出從該區出發的計程車空車數會等於（當區可派遣的計程車數量-當區應去滿足顧客需求）。
4. 利用不同的派遣模式來比較何種派遣模式會有較佳的績效。
5. 從範例測試中可以看出本研究所提出的數學模式具有足夠的能力去解釋供需不平衡的派遣模式。
6. 不同的派車模式中，可以發現如果有考量下個時段的需求來派車的話，其閒置時間與區間空車數差異不會過大。

5.2 建議

1. 在數學模式上，本研究假設每個時段接受的派遣任務都會在該時段服務完成，也就是不會延至到下一個時段，但是完成任務的服務時間往往會跟旅行時間有關，因此這部分需要再多加考量。
2. 本研究求解方式是沿用參考文獻所提出的 Lagrange Relax，但是該方法所得到的當前最佳解不保證能收斂，因此可以選擇其他求解方式來求得最佳解。
3. 區域間的旅行時間會因為實際的路況而不同，但是在本研究中假設各區間的旅行時間不變。而區間的旅行時間的值，則是計算各區間的中心點之間的旅行時間，但是這並不符合實際的旅行時間。此外，區內旅行時間設為 0，也不符合實際情況。因此如果能獲得更符合實際情況的旅行時間，相信會更能反應實際情況。
4. 在下一個時段各區域可派遣的車輛數，目前只考量兩種派車模式，即平均派車以及根據 $t+1$ 時段需求的派車模式，也就是僅以需求量來作為派車數輛的參考依據，但是相信車輛派遣時除了需求量以外，也會考量區間的旅行時間，也就是會派遣較近的車輛前往該區等候，應該可以有其他不同的派車模式。



參考文獻

1. Douglas, G. W. (1972) Price regulation and optimal service standards: the taxicab industry. *Journal of Transport Economics and Policy*, 20, 116-127.
2. De Vany, A. S. (1975) Capacity utilization under alternative regulatory constraints: an analysis of taxi markets. *Journal of Political Economy*, 83, 83-94.
3. Shrieber, C. (1975) The economic reasons for price and entry regulation of taxicabs. *Journal of Transport Economics and Policy*, 9, 268-293.
4. Manski, C. F. and Wright, J. D. (1976) Nature of equilibrium in the market for taxi services. *Transportation Research Record*, 619, 296-306.
5. Foerster, J. F. and Gilbert, G. (1979) Taxicab deregulation: economic consequences and regulatory choices. *Transportation*, 8, 371-387.
6. Beesley, M. E. and Glaister, S. (1983) Information for regulation: the case of taxis. *Economic Journal*, 93, 594-615.
7. Schroeter, J. R. (1983) A model of taxi service under fare structure and fleet size regulation. *Bell Journal of Economics*, 14, 81-96.
8. Frankena, M. W. and Pautler, P. A. (1986) Taxicab regulation: an economic analysis. *Research in Law and Economics*, 9, 129-165.
9. Cairns, R. D. and Liston-Heyes, C. (1996) Competition and regulation in the taxi industry. *Journal of Public Economics*, 59, 1-15.
10. Arnott, R. (1996) Taxi travel should be subsidized. *Journal of Urban Economics*, 83, 150-169.
11. Abe, M. A. and Brush, B. C. (1976) On the regulation of price and service quality: the taxicab problem. *Quarterly Review of Economics and Business*, 16, 105-111.
12. Xu, J. M., Wong, S. C., Yang, H., Tong, C. O. (1999) Modeling the level of urban taxi services using a neural network. *ASCE Journal of Transportation Engineering*, 125, 213, 216.
13. Yang, H., Lau, Y.W., Wong, S.C, Lo, H. K. (1999) A macroscopic taxi model for passenger demand, taxi utilization and level of services. *Transportation*, 27, 317-340.
14. Yang, H., Wong, S.C (1998) A network equilibrium model of urban taxi services.

Transportation Research Part B, 32, 235-246.

15. Wong, S.C, Yang, H. (1998) Network model of urban taxi services: Improved algorithm. Transportation Research Record, 1623, 27-30.
16. Wong, K.I, Wong, S.C, Yang, H. (2001) Modeling urban taxi services in congested road networks with elastic demand. Transportation Research Part B, 35, 819-842.
17. Yang, H., Wong, S. C., Wong, K.I. (2002) Demand-Supply equilibrium of taxi services in a network under competition and regulation. Transportation Research Part B, 36, 799-819



簡 歷



姓 名：劉詩敏

籍 貫：台南縣

出生日期：72 年 3 月 24 日

電子郵件：lc324.tem94g@nctu.edu.tw

學 歷：

民國 96 年 6 月 國立交通大學運輸科技與管理學系碩士班畢業

民國 94 年 6 月 國立交通大學運輸科技與管理學系畢業

民國 90 年 6 月 私立港明中學畢業

民國 87 年 6 月 國立後甲國中畢業

民國 84 年 6 月 國立勝利國民小學畢業

